

MATHEMATICAL MODELING

数 模

S H U M O

SHUMO.COM 出品

2004. 1

Vol. 1 No. 1

声 明

本资料仅供参考，文章作者保留全部权力，任何将该资料全部或部分内容用于商业的行为，均须事先征得作者本人同意。转载或传播时，请保持该资料的完整性，并保留该声明。

《数 模》

MATHEMATICAL MODELING

主 办：中国数学建模网
编 辑：《数模》杂志社
主 页：www.shumo.com
电子邮件：mmjournal@yeah.net
通信地址：湖南长沙国防科大理学院
邮政编码：410073

SPONSORED BY: SHUMO.COM
COMPILED BY: *Mathematical Modeling* Editors Group
HOMEPAGE: www.shumo.com
EMAIL: mmjournal@yeah.net
ADDRESS: Science College, NUDT, Changsha Hunan
POSTALCODE: 410073

目 录

• 经验交流 •

数模之路	王 瑛	1
数学建模竞赛后的思考—我也想说	徐子彬	3
数学建模竞赛新手教程	向 为	6
数学建模竞赛中应当掌握的十类算法	董乘宇	12
参加数学建模竞赛的十大秘诀	董乘宇	15

• 优秀论文 •

电力市场输电阻塞管理模型	杨双红, 刘 刚, 晏 琦	18
电力市场的输电阻塞管理模型	初 宁, 周 严, 张 锴	34
输电阻塞管理模型	孙 蒙, 吴慧云, 易 勋	47
奥运会临时超市网点设计	于旭东, 詹 浩, 梁 政	60
北京奥运会迷你超市群规划方案	黄立波, 王 耀, 刘红军	78

• 新闻动态 •

2004 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛成绩揭晓		91
---------------------------------	--	----

数模之路

王 瑛*

(国防科技大学, 湖南 长沙 410073)

我是数学迷, 我的两位合作者是编程高手、实践天才。芙蓉国里, 国防科大, 我们走到一起。三年了, 我们努力向前, 精诚合作。三年了, 我们做了一些事, 闯出一条路。作为数学建模小组的一员, 我又怎能不感慨万千呢?

数学建模真的很难。起初, 我们以为只要数学水平够高就行了。然而, 2000 年的全国赛题给我们上了一课。虽然没参加比赛, 但是我们做得实在很差。从入门的角度来看, 这是因为我们缺少处理实际问题的经验。比如说, 在图上求两点间最短距离应使用 Floyd 算法, 由于我们经验不足, 明明知道该怎么办, 就是无法在计算机上实现。后来, 我们注重解决实际问题的基本功, 对多种软件、算法作了深入的研究。尽管如此, 一旦碰到问题, 我们还是觉得不顺手, 特别是很难抓住关键点。为什么, 为什么我们精疲力尽却得不出好结果? 这是没有站在巨人肩上的缘故! 一个偶然的时机, 我们认识到这点, 开始了对图书馆、Internet 的大搜索。渐渐地, 我们的信息获取能力大大提高, 也明白了文献作为知识的载体的继承性。而我们的任务, 就是在前人的基础上更上一层楼, 推陈出新。

我们付出了汗水, 自然会有收获。2001 年 5 月, 小组顺利的通过了学校的选拔赛。这是我们第一次成功。可是, 前景仍不容乐观。国防科大人才济济, 在九月份全国比赛之前, 小组随时有被淘汰的可能。于是, 我们更加努力, 挤出所有课余时间搞数模。五月以后考试比较多, 我们复习到深夜, 可有时还得搞数学建模, 直至天明。时间短, 任务重, 虽然有指导老师的殷切期望, 但是想要交一份完美的论文太难了。小组甚至出现了仅有一页纸的论文。事物皆有两面。在这样的艰难困苦当中, 我们的意志得到了锻炼, 团体意识大大加强。同时, “唯陈言之务去”的道理也更加为我们所接受。因为数学建模就是创造性的智力活动, 空话、套话是没有立足之地的。

暑假到了, 全年级下连队实习。然而, 我们心里始终想着八月底的模拟竞赛, 那可是决定参赛人选的一仗。结果, 在入选的小组中, 我们处于中间的位次。这根本不符合小组的个性, 因为我们就应该出类拔萃。私下里, 我们却都明白其中的原因。我们太重视那道题目了, 以致形成了两种截然不同的思路, 又各执己见。由于问题的重要性, 分歧与矛盾不断的激化, 最终做出了两份报告。兵力分散, 实在是很深刻的教训!

此后, 大家的士气比较低落。一天晚上, 指导老师交代竞赛事宜。回来的路上, 我的两个伙伴表示了他们的忧虑: “也就是这样了, 不过我好没把握。怎么办啊?” 我也不知道怎么办, 可我不能这么说啊。差不多硬着头皮, 我预言着: “如果发挥不好的话, 只能拿到全国二等奖。反正也是最后一次了。”最后那句不假思索的话起了奇迹般的作用, 它激发了我们背水一战的思想。他们两个都点头。

9 月 24 日, 全国比赛开始。我们统一思想, 迅速选题、入手。“血管的三维重建”, 问题很有特色, 我们面临着艰难的抉择。因为尽管算法的精确解答十分重要, 但是对算法的正确性加以数学证明也是很有吸引力的。深思熟虑之后, 我们决定要创新, 不因循守旧, 毅然投入了算法基础的证明。感谢我的伙伴和我自己, 还有所有关心我们的人! 一天半之后, 一系列精美的证明完成了。我们奠定了算法的数学基础。然后是编程实现, 以及痛苦的调试。说它苦, 是因为我们已经很累了。但是, 一想到人们的期望, 一

*作者简介: 王瑛, SHUMO.COM 创始人之一, 网站程序员, 曾获 2001 年全国大学数学建模竞赛一等奖, 现为国防科技大学硕士研究生。

想到付出的努力，一想到机会的难得，我们只有鼓足勇气、坚持到底。

三天过去了，很快。那是一段难忘的时光，可是还有更精彩的生活。我们拿了全国一等奖，取得了参加国际比赛的资格。为了军队的荣誉，我们继续向前。国际比赛的题目本身并不难，难在论文必须用英文写。也正是因为这点，中国大学生几乎没有什么好成绩。（国防科大拿过特等奖）基于前人的经验，我们积极准备英文写作，加强英文资料的检索。更重要的是，我们考虑到“一张图胜过千言万语”，而中国人的英语水平毕竟有限，所以图文并茂应该是最佳的信息表达方式。不巧的是，2002 年的国际数学建模竞赛正好在春节期间进行。过年也不能休息了，但是我们心无挂碍，一心取胜。当时很投入，我们一点也不觉得苦，只是赶火车回家的时候，却都在公共汽车上睡着了。累也累过，苦也苦过，国际比赛确实是我们一生都珍贵的回忆。

数学建模竞赛后的思考——我也想谈

徐子彬*

(武汉大学, 湖北 武汉 430072)

最近我看到网上不少同学在发数模比赛的牢骚, 说评卷不公, 诚信上把关不严, 并举了一些靠老师或论文获了奖的例子, 大有不平之意, 对比赛的挑战性和公正性产生怀疑。有人强烈反对指导老师的存在; 有人觉得数模比赛的结果不能体现个人真实水平, 提出干脆取消得了。另一方面, 一些自称获了奖的同学在互相攀比, 沾沾自喜, 似乎觉得自己已经做了了不起的事情, 还想得到更广泛更高度的承认。有人嫌获奖的人数太多了, 害怕好容易获的奖变得不值钱了……还有人乐此不疲地讨论奖金, 保研等可能的收获, 简直有些趾高气扬了起来。

我不觉得这些很过分, 因为参加比赛本来就是为了赢, 而结果带来的激动往往会抑制冷静的思考。我也曾经这样过, 但现在的我已经完全不能同意他们。很多人已经对这些人的观点做了回击, 我也不想在这里再展开了。在我看来, 以上想法根本不值得讨论。过分在乎获奖与否根本就没有什么意义, 也偏离了比赛原来的目的。

CUMCM 的规模越来越大, 当然有官方宣传的作用, 但目的本来是很明确的: 那就是在全国推广数学的应用, 使得各个专业的学生有机会体验简单的科研活动。美赛是偏商业性的比赛, 除了锻炼学生能力, 还有向社会征集实际问题解决方案的味道。没有人是真正为了颁奖或分个胜负去搞一个比赛。为了获奖而动手脚不是比赛的耻辱, 而是这样做的人自己的耻辱。但我要说的是, 上帝总是公平的: 不恰当地得到了奖的同时, 必然失去了比赛真正重要的奖励。指导老师干预的程度会显著地影响比赛的成绩。这是无可争辩的。但就学习的角度上, 老师的过多参与并不能给参赛者本身更多的收获, 相反, 只有那些坚持用自己的思路和资料, 选择自己的角度切入问题的同学, 才会在过程和结果中得到更多享受。

但现实总是让人尴尬。在这个笃信结果更为重要的时代, 人们往往只看奖, 这就容易造成如前所述的很多困惑。我也一直认为, 全国一等奖本身并没有什么了不起的。一来因为我看到很多同学本来数学和编程的能力都不错, 只是在捕捉问题和运用论文表达上缺乏经验才与数模奖失之交臂: 他们的个人能力未必亚于大奖获得者, 合作也不是不默契。二来即使是在获奖的队伍, 每个人所实际做到的贡献也可能相差悬殊。一个成功的团队中的成员往往都被认为不可或缺, 但获奖队并不都能达到这一标准。三来由于比赛的时间很短, 决定了所做的课题不可能是真正的科研问题, 而只能算是某种缩影或预演——于是在评奖时, 论文的规范化和表达上更容易引起关注也不足为奇。然而, 以此就划分出等级来评价整体的优劣, 似乎就不够公正了——因为它在某种意义上给予那些具有经验的人以绝对的优势, 使得即使整个工作并不出色, 也能在这样的人物的带领下变得貌似出类拔萃。如果缺乏类似的经验, 即使工作本身做得更出色一些, 也往往会毫无结果。

今年我再次参加了比赛, 也拿到了一等。但我承认其实这次主要是依靠经验而不是激情赢得了比赛。我一直问自己, 如果比赛本身的挑战性在数模的本色上被削弱, 如果老师的加入 (或者经验丰富的队友) 的作用能够改变获奖结果, 那么比赛本身又能带来多少荣誉呢? 能够证明自己什么呢? 我想这个问题其实也是发牢骚的同学真正想问的问题。

我想我终于找到了一个答案, 那就是: 只要不那么在乎结果, 以上问题就都不成其为问题!

事实上, 没有任何比赛的结果是完美的: 即使是 GRE 这样完全客观题的评分 (在流程上应该算是简

*作者简介: 徐子彬, 曾获 2004 年 MCM 二等奖, 2004 年全国大学生数学建模竞赛一等奖。

单和公正的极限了),也会由于泛滥了的应试者的体力训练而丧失考核的意义。如果结果本身更重要,那么教育作为某种奖励,就会使得同一大学,同一研究院培养出的同学们在很大的程度上具有素质上的相似。但即使是上过清华,留学过美国,就能保证以后一定成功吗?我们看见的不是这样:关键还是在从中学到过什么。同样是一等奖的同学们在能力方面和水平高低上有极大的差异,这本身也说明了奖项本身不能代表水平。从另一方面看,GRE 使人接触了更多的学术英语,名校给予了全面素质提高的机会。而数模比赛本身也是为了鼓励大家运用数学,参与科研,学会合作。现实中很多数学院的同学往往不重视实际工作;工科同学又往往不重视理论的意义;中国大学生普遍缺乏动手做科研,和与同学合作的机会。因此这样的比赛对很多人来说,都算是学习的最好机会和难忘的经历了! CUMCM 在组织上已经是我所能想象最好的样子。作为普及性的比赛,它的奖也是鼓励性质而不可能是届定性质的,那些真正用心做的同学一般都能有恰如其分的结果,或者能有机会吸收到难得的教训。这就足够了啊!

事实上,比赛什么的结果本来就不重要。大家只要数数小学获过的奖,想想现在拿出去有什么用,就知道现在的奖十年以后有什么用了。申请简历上添上一笔当然光彩,但比起自己实际的水平就不那么关键了。只要不是太在乎奖状,又何必在乎别人是怎么利用指导老师,评委又怎么应该给你评得再高一点呢?如果我们愿意把重点放在过程上,看看在比赛中怎么学会了对数学表达的运用,怎么提高了编程和写作能力,怎么对科研活动产生了熟悉感和亲切感,怎么在训练和比赛遭到变故时保持镇定,产生矛盾后怎么和队友协调,在身体极限情况下怎么克制自己,那么我们会发现,参赛已经很值得了。

一次参赛,终身受益。这不是故弄玄虚,而是真正的有好处的地方。我说过我依靠了一些经验,但这些经验不是对付这些比赛的经验,而是如何理解课题,如何展开课题,如何表达更容易被接受,和如何组织队友做最高效率的配合。这些都是以前的数模活动所帮助我获得的。我能够肯定的是它们还将在未来一直帮助我获得更大的机会和接受更大的挑战。而这次参赛的结果反过来又强化了 my 自信,如此而已。作为数学专业的我原来很少接触科研流程和论文写作,但参赛的经历让我改变了自己。我后来做西北大学经济学系的一个远程 RA,从中学到了更多东西,起点就是数模。我的一个工科的队友曾说数模让他更深刻的理解了自己的专业,后来他非常热心地投入到本专业的研究课题中,成为为数很少的直接跟研究生做问题的本科生。有人说数模解决的不是真问题,但他们没有看到,只要愿意从数模中学习,就可以一步步地深入到真问题,就可以抓住越来越重要的机会!把握的好,一次机会就能改变一生。这些优点又岂是什么奖项能够代表的呢!

最后想再谈谈对诚信问题的看法。指导老师能给予队员的本来只有思路上的指引,当然我也听说有些个别老师是甚至直接参与到细节解题的。有些同学因为别人得到了更多帮助而愤愤不平,但我认为大可不必。原因有三:

一、用别人的建议代替自己的思考其实是最吃亏的事情。我想起一个成语叫买椟还珠。参加比赛不是为了赚钱。老师可以起到一定作用,但他能给你的最多就是一个奖,以及产生的依赖心理和作弊的愧疚。他能一直帮助你到你真正工作吗?如果你没有能力参与真正的科研或管理工作,那么这个奖也没有用。如果你有能力,那么你就该看到,只有锻炼自己的想法,才是日后成功的关键。何必鼠目寸光。

二、我不认为指导老师的意见就完全是好的意见。很多时候,队员自己的专业和知识背景的丰富是老师所不能比的。老师的参与有时只是代替队员,却未必提高了队员。对于一个开放的问题,着手的角度根本不可能完全重合,在一个新问题上,即使是经验丰富的老师,即使他能够迅速看到问题的某种理解上的关键之处。这一建议也未必比队员自己慢慢摸索出的具有更大的价值—除非这个老师在整个过程中参与。

三、只有自己的意见,才能被最充分理解和运用。有经验的人会发现,同样的思路,思考的程度直接反映到成果的质量。我认为这就象是上帝赋予思想的印记一样,已经被公平的贴上了专利的标签。不只这样,我还经常发现,尽管我一开始思路未必好,甚至可能走偏,但坚持自己的想法,在最后的展开上常

常有机会获得闪光的突破。这种突破是长时间的对问题整体把握的一系列想法的冲击下才自然产生的。我从来不怕把我的想法和对问题的理解在任何时候告诉任何人，甚至公开（当然我从来没这么做），因为我知道没有人比我更能对这些想法负责到底，也就没有人能利用它们而超过我们。

我可能说得太多了。我希望不要有人误以为我在说教什么。我只是觉得，真正有意义的东西不可能是别人给你的，只有靠自己去获得。奖是别人给的，学习经验却是自己获得的。当你面对另一个得了一等奖的人时候，请不要把你和他的奖去比较，请把你的论文和他的论文去比较。当你回顾自己的这段经历时，请不要计较别人对此给过你什么待遇，而应该问问自己究竟收获了哪些东西，以后怎么进一步利用这些东西。

数学建模竞赛新手教程

向 为*

(国防科技大学, 湖南 长沙 410073)

1 数学建模竞赛是什么?

路漫漫其修远兮, 吾将上下而求索

数学建模竞赛, 就是在每年叶子黄的时候(长沙的树叶好像一年到头都是绿的)开始的一项数学应用题比赛。大家都做过数学应用题吧, 不知道现在的教育改革了没有, 如果没有大变化, 大家都应该做过。比如说, 树上有十只鸟, 开枪打死一只, 还剩几只, 这样的问题就是一道数学应用题(应该是小学生的吧)。正确答案应该是 9 只, 是吧? 这样的题照样是数学建模题, 不过答案就不重要了, 重要的是过程。

真正的数学建模高手应该这样回答这道题。

“树上有十只鸟, 开枪打死一只, 还剩几只?”

“是无声手枪或别的无声的枪吗?”

“不是。”

“枪声有多大?”

“80—100 分贝。”

“那就是说会震的耳朵疼?”

“是。”

“在这个城市里打鸟犯不犯法?”

“不犯。”

“您确定那只鸟真的被打死啦?”

“确定。”

“OK, 树上的鸟里有没有聋子?”

“没有。”

“有没有关在笼子里的?”

“没有。”

“边上还有没有其他的树, 树上还有没有其他鸟?”

“没有。”

“有没有残疾的或饿的飞不动的鸟?”

“没有。”

“算不算怀孕肚子里的小鸟[†]?”

“不算。”

“打鸟的人眼有没有花? 保证是十只?”

*作者简介: 向为, SHUMO.COM 创始人之一, 第一任站长兼网站设计师, 曾获 2001 年全国大学数学建模竞赛一等奖, 现为国防科技大学硕士研究生。

[†]编辑注: 鸟类是卵生, 不会怀孕的, :)

“没有花,就十只。”

“有没有傻的不怕死的?”

“都怕死。”

“会不会一枪打死两只?”

“不会。”

“所有的鸟都可以自由活动吗?”

“完全可以。”

“如果您的回答没有骗人,打死的鸟要是挂在树上没掉下来,那么就剩一只,如果掉下来,就一只不剩。”

.....

不是开玩笑,这就是数学建模。从不同的角度思考一个问题,想尽所有的可能,正所谓智者千虑,绝无一失,这,才是数学建模的高手。然后,数学建模高手的搭档——论文写作高手(暂时称为写手吧),会把以上的思想用最好的方式表达出来。

一般的写手会直接把以上的文字放到论文里就完了。但是专职的数学建模论文的写手不会这样做,她们会先分析这些思想,归整好条理;然后,她们会试着用图画来深入浅出的表达这些思想,或者再使用一些表格;这些都是在 Word 中进行,当然,如果有不喜欢 Microsoft 的朋友或是国粹主义者喜欢用 WPS 什么的当然也可以。她们都是这一行的专家,相信 Word 什么的使用技巧,都够她们写一篇论文的了。她们不一定会打字,但是输入公式的速度确是一流的。她们一定会用一种画图软件,不管是 Visio 还是 SmartDraw,她们都会用来明确而清晰的表达自己的思想。

好了,有了思想,也有了表达思想的人,还少一样东西——实现。屈原老哥就有那么多的怀疑与问题,作为数学建模竞赛的评委当然也不是好骗的,不会那么容易相信高手们的话。所以要一个编程高手实现之(暂时称为程序员吧)。就上面所说的问题,程序员会编一个仿真的程序,实现以上所有的情况。这个程序是这样子的,他对以上所提到的每一种情况提供相应的选项,比如说,我们可以选择枪的声音的分贝数,可以从 80 到 100 分贝调节,或者干脆从 0 到 200db 均可,调节方式是无级变速方式,当然,电脑太慢,在遍历的时候可能要指定步长,嘿嘿,所以,最好买个好电脑,CPU 一定不要用赛扬的,要用奔腾的,另外,为了程序员的安全,还要用液晶的显示器,要有 UPS 不间断电源,要有健康的座椅……哈哈,扯远了。仿真程序会尽一切可能按实际所限制的条件遍历所有的情况,看一看还剩下几只 bird。

当然,这也不是实践。真的做的绝的,会跑去烈士陵园做实验,当然得拿一把枪,可以拿塑料子弹枪。烈士陵园我们学校很近,就在南门嘛。那儿有一个地方养了很多鸽子。虽然不能保证刚好 10 只鸽子,也不能保证刚好都在树上,但也可以将就着做实验,然后根据实验条件做一些修正。哈哈,这样就完美了……把实践结果与仿真结果、理论结果做比较,再修改理论、仿真程序、论文,再做实验、做仿真,再比较,再修改,递归到时间的完结。

2 建模中的分工与合作

有些同学觉得,参加数学建模竞赛的目的就是为了提高一下自己的数学水平,或是别的水平,我不以为然。既然参加数学建模竞赛,其目的就应该是,而且是强烈的目的,去拿一等奖。

我们应该如何分工? 传统的标准答案是一数学、编程、写作。但是对于每一个参加过数学建模竞赛的同学来说,感悟各不相同,所以答案也各不相同。下面是我的一家之言,有经验的朋友也可以一起讨论一下。

分工不用那么明确。但有个前提是大家关系很好。不然的话,很容易产生矛盾。提醒一点,在搞竞赛的那几天,睡不好觉,心情急躁,很容易与搭档们发生冲突。分工太明确了,会让人产生依赖思想,不愿去动脑子。假如写手只是实现一个打字员的功能,把数模高手的思想表达出来,那是不够的,写手要有自己的思想,能够检查对方的错误,能够提出自己的思想。

按我的想法,理想的分工是这样的。数学建模竞赛小组中的每一个人,都能胜任其他人的工作,就算小组只剩下她(他)一个人,也照样能够搞定数学建模竞赛。在竞赛中的分工,只是为了提高工作的效率,做出更好的结果,并不是由于能力不适合做别的工作。

我一直都这么认为,只有能够独当一面的人,才能更好的与他人合作。其实想想也应该是这样的,在以后的学习、工作、研究中,数学能力、编程能力、论文写作能力,哪一项是可以缺少的呢?

当然,现实并非如此。我们很难找到三个这样的人凑到一起。所以,凑合着吧。我给一点儿建议,三个人中,一定要有一个脑子比较活,善于思考问题,这个人,嗯,勉强归于数学方面吧;一定要有一个人会编程,能够实现一些算法,这就够了。另外需要有一个论文写的比较好,不过写不好也没关系,也可以学嘛,多看一看别人的优秀论文,多用几次 Word, Visio 就成了。(强烈推荐一篇论文《Word 在论文写作中的技巧》,这篇文章我这儿有,不过怎么让大家看到呢?我想,网上应该能搜到吧)。

说到看论文啊,我真是觉得,优秀的论文就像《九阴真经》一样,看了之后会让你功力大增的。大家一定要多看,特别是想在数学建模竞赛中取得好成绩的朋友。看过论文之后,明白的不仅仅是论文要怎么写,也在同时学到了作者的思考方式。我建议,有决心的朋友不如背几篇优秀论文。

常常有人问,搞数学建模竞赛是不是需要我学习很多知识啊?比如图论、概率论、神经网络、组合数学、小波分析、泛函分析、最优化……我的回答是,一门都不用,甚至连高等数学都可以不学,有那么多时间去学这么多课程,还不如把时间拿来去看懂别人的论文呢。很多优秀的论文,其高明之处并不是用了多少数学知识,而是思维比较全面,切合实际,能解决问题或是有所创新。有时候,在论文中可能碰见一些没有学过的知识,怎么办?现学现用呗,在优秀论文中用过的数学知识就是最有可能在数学建模竞赛中用到的,你当然有必要去翻一翻啦。

有些同学觉得,参加数学建模竞赛的目的就是为了提高一下自己的数学水平,或是别的水平,我不以为然。既然参加数学建模竞赛,其目的就应该是,而且是强烈的目的,去拿一等奖。这样,才会取得好成绩的。

分工就说到这儿,下面讲合作。合作真的很难,哈哈,我也没心得。上次合作做数模,我差点儿被气爆了,可能是我耐性不够吧。我只能说一句话——以大局为重。我想,如果合作者中有一个是小 MM,肯定就不一样了吧,希望大家合作愉快!

3 选拔的历程

百二秦关终属楚三千越甲定吞吴

请允许我引用一下我的搭档王瑛的文章:数模之路[1](略,全文见本期第 1 页)

呵呵,我只能以我们学校为例,说一下数模竞赛的选拔历程了。看过以上文章,相信大家对数模竞赛的选拔应该有所了解。第一轮选拔是在每年的 5 月 1 日开始的,为期一周,任何人都可以参加,甚至不用报名,在网上下载了题目做掉上交即可。接着是对选拔出来的同学进行培训,再进行两次选拔,选拔方式主要以做数学建模竞赛的题目为主。最终选定的人会在 9 月份参加全国大学生数学建模竞赛。在全国竞赛中取得较好成绩的而且原意参加美国数学建模竞赛的同学,会在寒假参加美国数学建模竞赛(可惜不能去美国,只是网上发题)。

其实选拔上的人不一定就比没选上的人强多少,关键是个机会,看自己把握了。跟我一届的一组,在

第一次选拔赛中没有被选上,但他们仍然坚持参加后来的培训,最后参加了 2001 年的全国赛,并取得全国一等奖。

对于王瑛的文章,我有很多不同意的地方,也请大家不要太当真,对的地方接受,不对的地方就舍弃。首先,文中提到“数学建模真的很难”,我就不同意。之所以第一次参加比赛没有什么结果,是因为我们没有重视,一点儿准备都没有,事前对数学建模是什么都不太了解,就开始去做全国竞赛题,当然做不出什么。其实数学建模竞赛不过是数学应用题罢了。

今天[‡]偷偷懒,用了别人的文章。下一章我会详细写一下我们参加全国数学建模竞赛的全过程。

4 实战

2001 年 9 月末,我们终于迎来了全国大学生数学建模竞赛。那时候西山居有一个游戏刚刚出炉,里面有一首歌叫做“爱的废墟”

蓝蓝的天空是谁的身体
让云掠夺而去留下感情的证据
当感情在你的心里慢慢的扭曲
我的爱对你是不是委屈加上了恐惧

伤心的流星凄凉的逃避
留下星星收拾这不负责任的结局
是谁把天空撕裂出星星的伤口
抹杀了我的自由还有浪漫的温柔

如果说天外的雨是星星为我落下的泪滴
我不知道在你心里是否还有受伤的痕迹
如果说心中的雨是来自一处残破的屋宇
我不知道呵护的记忆是否会成为埋藏爱的废墟

不知道为什么,我比较喜欢忧伤的感觉,就象这首歌给人的感觉一样,那样容易让人产生力量:)在竞赛开始的前一天,我和两位搭档就开始往招待所里面搬运必要的作战武器了。列个清单吧:

- 数学手册一套(5 册)每一册都有一个拳头那么厚
- 高等数学教科书(国防科大),概率论(复旦大学),数值分析(国防科大),MATLAB 的一些参考书,C 语言教程(谭浩强的那本),等等等等
- 三台自己的电脑,都是赛扬 533、566 之类的配置,且均有网卡、UPS 不间断电源及网线(当时用的是同轴电缆),一个 Modem。软件有 MATLAB, Visual C++, Microsoft Word, Windows 2000 操作系统(当时还没有学会 Visio,其他软件好像就没有什么了)
- 从学院的机关里借了一台 HP 的 Laser Jet 6.0 打印机
-

这么多东西当然不是人力所能承受的,还好学校给了辆不大不小的车。

一切准备就绪,我们就入住了学校南门外的招待所里(以前条件一般,具说现在已经改建的上档次了,哈哈,一般人住不上)。老师告诉我们第二天早上 8:00 从网上 Down 题目,但不知道是谁传来了一个消息,说晚上就有可能从网上下载到题目。于是整个晚上我们都没有睡安稳,时不时上一下网,看一看能不能下载赛题了。但是最终还是在第二天早上 8:00 才搞到题目/:

[‡]编辑注:本文最初在 SHUMO.COM 连载,不是一次完成的

数学建模竞赛一般有四道题目，其中有两道是本科组的，两道是专科组的[§]。专科组与本科组有一道题是基本相同的。题目分别是：血管的三维重建，公交车调度问题。

这两道题得选一道做。选哪一道呢？仔细研究了一下，我们发现，公交车调度是一个最优化的问题，而血管的三维重建偏重于算法。于是我们三人毫不犹豫的选择了血管的三维重建。附带说一句，原因是什么呢？因为我们曾在一年前也做过一个最优化的问题，那一次是钢管运输问题，做的奇差，于是大家心有余悸，尽量不选这类题目。

题目：<http://csiam.edu.cn/mcm/mcm01/AB01.htm>

血管的三维重建，遇见的第一个困难就是一怎么把那些 BMP 的图像给读进来，存为二进制的矩阵？一开始，我们去图书馆找到了《BMP 文件格式》的书，准备利用 C 程序把 BMP 给读出来。刚准备着手去做的时候，我们却意外的发现 MATLAB 中有现成的函数 `imread` 可以用！真是天助我也，马上把所有 100 张 BMP 图片给读了进来，把每一个切片图的 BMP 文件转化为一个 512×512 的 0, 1 矩阵。并利用 `save` 函数，打开 ASCII 开关，把每一个矩阵都存为了 txt 的文档。这样，C 程序就可以直接使用了。

在上面的过程中，我们发觉题中给的 BMP 的命名不太好，它是 0, 1, 2 到 99 的，我们把这些名字改成了 01, 02, 03, 04, ..., 99，把所有的文件名都改成了两位的，方便操作。

接下来就是如何得出结果了。首先我们在图书馆里查了很久，看有没有论文解决相类似的问题。不但要查中文的，还要查英文的。顺便说一句，英语真的很重要，在网上，英文更是当之无愧的霸主，想利用网络查找资料，英语不好则寸步难行。我们发现了医学上的 CT 成像技术有可以借鉴的地方。这些资料不一定有用，但能够很好的开拓我们的思路，花时间在上面是值得的。

然后，我们想啊想啊，不停的想来想去，并且用 ACDSEE 把这 100 张 BMP 的图像放幻灯版似的正放倒放，还用橡皮什么的模拟成血管，弯来弯去。最后，凭直觉猜测——能够被切片包含的半径最大的圆的半径等于原始球（形成包络的球）的半径。

于是我们开始了分头的工作，一方面一个人去证明这个结论。另一方面，开始编程实现这个想法。

在编写程序的过程中，我们还延伸出了两个假设：可以被切片包含的圆的半径一定小于等于原始球的半径；不能被包含于切片的圆的半径一定大于原始球的半径。呵呵，利用这两个假设，就很容易的用二分法搞定了这个程序。不过程序运行起来可不轻松。我们把程序分到三个机子上工作，每一个机子上算一部分图，这也算是并行式算法了吧。就是这么算，也用了一个晚上的时间。在其间，我们还修改了一点算法，重新算了一遍。的确，算法是要不断改进的，请看这句：“因为所给数据精度有限，所以包含于切片中的以原始球的半径为半径的圆可能不止一个”，这就是在算法实现过程中发现的。一开始，是很难想到这些细节的。

还提一个细节，用 Windows console 程序，或是用 DOS 程序（Turbo C）编写这个程序很难。因为我们最小就要用到 512×512 的矩阵，在算法编写的过程中，为了方便，还会用到更大的矩阵。但是 DOS 是不支持这么大的矩阵数组的，所以建议大家都编写 32 位的 Windows 程序。

我们提了这些假设，要完全科学的证明可真不容易。有时候，他认为理所当然的事情，我认为应该证明出来；我认为逻辑混乱的证明，他确认为完全正确。呵呵，于是，我们争论一会儿，证明一会儿，再交流一会儿，再争论。一次，我争论的冒火，心就好像要爆炸了，心想，这竞赛我不做了！我回学校！我为什么要和你们合作？我为什么要迁就你们？我不干了！我强忍着，没有说话，走到窗前，仰头看了看外面的蓝天，突然间想起了那首歌——“蓝蓝的天空，是谁的身体……”，我慢慢的哼起来，一刹那，一切都安静了。我默默的坐到电脑旁，继续编起了程序……

第一天晚上睡了 4 个小时，那个晚上睡了 2 个小时。算完之后，就只有一天了。第三天晚上，没有睡觉，因为要赶论文。

[§]编辑注：现在称为甲组、乙组

由于我们不怎么会用 Word, 图表的编号、排版都是纯手工的, 太苦了, 唯有身在其中方能体会呀。经过了大量体力劳动, 论文完工了, 来不及仔细检查, 就打出来上交了。刚交完, 我们就发现了图的编号命名出了点儿错误, 唉, 大家谨记我们的教训!

顺便说一点儿做数学建模题的小经验。

1. 随时记下自己的假设。有时候在自己很合理的假设下开始了下一步的工作, 我们就应该顺手把这个假设给记下来, 否则到了最后会搞忘记的。而且这也会让我们的解答更加严谨。
2. 随时记录自己的想法, 并且不留余地的完全表达自己的思想。在比赛后, 老师讲评优秀论文时, 有很多同学常常抱怨, 这个想法我也想到了的啊, 就是没有表达出来, 或是没有表达清楚。但常常就是这一点别人没有表达清楚的东西, 促成了一篇优秀论文。
3. 要有自己的特色。这么多数学建模竞赛论文, 凭什么让老师们投自己一票? 当然得有自己的特色了。通俗点儿, 就是要有自己的闪光点。

5 结束语

及荣华之未落兮, 相下女之可治

新手教程写到今天, 也差不多了, 后面的, 就不应该只是新手教程了, 应该是提高教程, 我能力不够, 写不出来了。还希望有高手能够把教程继续下去。这一系列教程文字拙劣、思想简单, 还请大家容忍。我建议大家再看一看 董乘宇写的“数学建模竞赛中应当掌握的十类算法”^[2] (在编程交流版块), 好好练习练习。再多做几道数学建模竞赛的题目, 再与优秀论文比照比照。

常有人问: 我觉得自己什么都不会, 我不会用 MATLAB, 我不会用 C++, 或是我的程序编的不精通, 我的数学知识就那么一点儿, 我没写过几篇论文, 我怀疑自己什么都干不成……其实, 谁又知道自己一定能拿奖呢? 谁能保证什么都会, 什么都精通? 谁又能保证以完美的状态去参加竞赛呢? 不要太苛求自己, 不要对自己没有信心。即使面对的是无法超越的崖, 也要勇敢的跳过去。不试, 你怎么知道呢? 没有必要去学那么多的东西, 数学建模竞赛, 竞赛而已。

参考文献

- [1] 王瑛. 数模之路[J]. 数模, 2004, 1:1-2.
- [2] 董乘宇. 数学建模竞赛中应当掌握的十类算法[J]. 数模, 2004, 1:12-14

数学建模竞赛中应当掌握的十类算法

董乘宇*

(北京邮电大学, 北京 100876)

1 十类常用算法

数学建模竞赛中应当掌握的十类算法:

1. 蒙特卡罗算法。该算法又称随机性模拟算法, 是通过计算机仿真来解决问题的算法, 同时可以通过模拟来检验自己模型的正确性, 几乎是比赛时必用的方法。
2. 数据拟合、参数估计、插值等数据处理算法。比赛中通常会遇到大量的数据需要处理, 而处理数据的关键就在于这些算法, 通常使用 MATLAB 作为工具。
3. 线性规划、整数规划、多元规划、二次规划等规划类算法。建模竞赛大多数问题属于最优化问题, 很多时候这些问题可以用数学规划算法来描述, 通常使用 Lindo、Lingo 软件求解。
4. 图论算法。这类算法可以分为很多种, 包括最短路、网络流、二分图等算法, 涉及到图论的问题可以用这些方法解决, 需要认真准备。
5. 动态规划、回溯搜索、分治算法、分支定界等计算机算法。这些算法是算法设计中比较常用的方法, 竞赛中很多场合会用到。
6. 最优化理论的三大非经典算法: 模拟退火算法、神经网络算法、遗传算法。这些问题是用来解决一些较困难的最优化问题的, 对于有些问题非常有帮助, 但是算法的实现比较困难, 需慎重使用。
7. 网格算法和穷举法。两者都是暴力搜索最优点的算法, 在很多竞赛题中有应用, 当重点讨论模型本身而轻视算法的时候, 可以使用这种暴力方案, 最好使用一些高级语言作为编程工具。
8. 一些连续数据离散化方法。很多问题都是实际来的, 数据可以是连续的, 而计算机只能处理离散的数据, 因此将其离散化后进行差分代替微分、求和代替积分等思想是非常重要的。
9. 数值分析算法。如果在比赛中采用高级语言进行编程的话, 那些数值分析中常用的算法比如方程组求解、矩阵运算、函数积分等算法就需要额外编写库函数进行调用。
10. 图象处理算法。赛题中有一类问题与图形有关, 即使问题与图形无关, 论文中也会需要图片来说明问题, 这些图形如何展示以及如何处理就是需要解决的问题, 通常使用 MATLAB 进行处理。

以下将结合历年的竞赛题, 对这十类算法进行详细地说明。

2 十类算法的详细说明

2.1 蒙特卡罗算法

大多数建模赛题中都离不开计算机仿真, 随机性模拟是非常常见的算法之一。

举个例子就是 97 年的 A 题, 每个零件都有自己的标定值, 也都有自己的容差等级, 而求解最优的组合方案将要面对的是一个极其复杂的公式和 108 种容差选取方案, 根本不可能去求解析解, 那如何去找到最优的方案呢? 随机性模拟搜索最优方案就是其中的一种方法, 在每个零件可行的区间中按照正

*作者简介: 董乘宇, 曾任 SHUMO.COM 论坛“编程交流”版版主, 获 2002 年全国大学生数学建模竞赛一等奖。

态分布随机的选取一个标定值和选取一个容差值作为一种方案, 然后通过蒙特卡罗算法仿真出大量的方案, 从中选取一个最佳的。另一个例子就是去年[†]的彩票第二问, 要求设计一种更好的方案, 首先方案的优劣取决于很多复杂的因素, 同样不可能刻画出一个模型进行求解, 只能靠随机仿真模拟。

2.2 数据拟合、参数估计、插值等算法

数据拟合在很多赛题中有应用, 与图形处理有关的问题很多与拟合有关系, 一个例子就是 98 年美国赛 A 题, 生物组织切片的三维插值处理, 94 年 A 题逢山开路, 山体海拔高度的插值计算, 还有吵的沸沸扬扬可能会考的“非典”问题也要用到数据拟合算法, 观察数据的走向进行处理。此类问题在 MATLAB 中有很多现成的函数可以调用, 熟悉 MATLAB, 这些方法都能游刃有余的用好。

2.3 规划类问题算法

竞赛中很多问题都和数学规划有关, 可以说不少的模型都可以归结为一组不等式作为约束条件、几个函数表达式作为目标函数的问题, 遇到这类问题, 求解就是关键了, 比如 98 年 B 题, 用很多不等式完全可以把问题刻画清楚, 因此列举出规划后用 Lindo、Lingo 等软件来进行解决比较方便, 所以还需要熟悉这两个软件。

2.4 图论问题

98 年 B 题、00 年 B 题、95 年锁具装箱等问题体现了图论问题的重要性, 这类问题算法有很多, 包括: Dijkstra、Floyd、Prim、Bellman-Ford, 最大流, 二分匹配等问题。每一个算法都应该实现一遍, 否则到比赛时再写就晚了。

2.5 计算机算法设计中的问题

计算机算法设计包括很多内容: 动态规划、回溯搜索、分治算法、分支定界。比如 92 年 B 题用分枝定界法, 97 年 B 题是典型的动态规划问题, 此外 98 年 B 题体现了分治算法。这方面问题和 ACM 程序设计竞赛中的问题类似, 推荐看一下《计算机算法设计与分析》(电子工业出版社) 等与计算机算法有关的书。

2.6 最优化理论的三大非经典算法

这十几年来最优化理论有了飞速发展, 模拟退火法、神经网络、遗传算法这三类算法发展很快。近几年的赛题越来越复杂, 很多问题没有什么很好的模型可以借鉴, 于是这三类算法很多时候可以派上用场, 比如: 97 年 A 题的模拟退火算法, 00 年 B 题的神经网络分类算法, 象 01 年 B 题这种难题也可以使用神经网络, 还有美国竞赛 89 年 A 题也和 BP 算法有关系, 当时是 86 年刚提出 BP 算法, 89 年就考了, 说明赛题可能是当今前沿科技的抽象体现。03 年 B 题伽马刀问题也是目前研究的课题, 目前算法最佳的是遗传算法。

2.7 网格算法和穷举算法

网格算法和穷举法一样, 只是网格法是连续问题的穷举。比如要求在 N 个变量情况下的最优化问题, 那么对这些变量可取的空间进行采点, 比如在 $[a, b]$ 区间内取 $M+1$ 个点, 就是 $a, a+(b-a)/M, a+2\cdot(b-a)/M, \dots, b$ 那么这样循环就需要进行 $(M+1)^N$ 次运算, 所以计算量很大。

比如 97 年 A 题、99 年 B 题都可以用网格法搜索, 这种方法最好在运算速度较快的计算机中进行, 还有要用高级语言来做, 最好不要用 MATLAB 做网格, 否则会算很久的。

[†]编者注: 指 2002 年

穷举法大家都熟悉，就不说了。

2.8 一些连续数据离散化的方法

大部分物理问题的编程解决，都和这种方法有一定的联系。物理问题是反映我们生活在一个连续的世界中，计算机只能处理离散的量，所以需要对连续量进行离散处理。这种方法应用很广，而且和上面的很多算法有关。事实上，网格算法、蒙特卡罗算法、模拟退火都用了这个思想。

2.9 数值分析算法

这类算法是针对高级语言而专门设的，如果你用的是 MATLAB、Mathematica，大可不必准备，因为象数值分析中有很多函数一般的数学软件是具备的。

2.10 图象处理算法

01 年 A 题中需要你会读 BMP 图象、美国赛 98 年 A 题需要你知道三维插值计算，03 年 B 题要求更高，不但需要编程计算还要进行处理，而数模论文中也有很多图片需要展示，因此图象处理就是关键。做好这类问题，重要的是把 MATLAB 学好，特别是图象处理的部分。

参加数学建模竞赛的十大秘诀

董乘宇*

(北京邮电大学, 北京 100876)

1 诚信是最重要的

数学建模竞赛是考查学生研究能力和实践能力的一场综合性比赛, 有很多方面的知识和能力可以考查, 但其中我觉得最重要的是诚信。我感到中国在这方面的教育还远远不够, 我知道有很多同学写论文并不是实事求是地去做, 而是编造数据、修改结论, 明明自己没法编程实现却硬说自己做出来了, 还编了一些数据。这些行为也许能够骗过评委, 也许可以因“此”而获奖, 但是这对他们将来是很不利的, 希望能够引起足够的注意。

2 团队合作是能否获奖的关键

在三天的比赛中, 团队交流所占用的时间可能会超过一半。在一个小组中, 出现意见不一是非常正常的, 如果一个队意见完全一致, 我想他们肯定不会拿奖。出现分歧的时候应当如何解决是很关键的, 甚至直接决定你是否可以获奖, 我的建议是“妥协”, 这似乎是个贬义词, 但我的意思是说不要总认为自己的观点是正确的, 多听听别人的观点, 在两者之间谋求共同点。如果三个人都是自傲类型的人, 也许每个人都非常强, 但一旦合作, 分歧就无法解决, 做出来的就是一团糟, 也就是说“三个诸葛亮顶不上一个臭皮匠”。我奉劝这样的话最好别组成一队了。合作在竞赛前就应当培养, 比如一块儿做模拟题什么的, 充分利用每个人的优点, 也可以张三准备图论, 李四准备最优化方法, 然后几天后大家一块交流, 这些都是可以磨合团队之间的关系的。

3 时间和体力的问题

竞赛中时间分配也很重要, 分配不好可能完不成论文, 所以开始时要大致做一下安排。不必分的太细, 比如第一天做第一小题, 第二天做第二小题, 这样反而会有压力, 一切顺其自然。开始阶段不忙写作, 可以将一些小组讨论的要点记录下来, 不要太工整, 随便写一下, 到第三天再开始写论文也不迟的。也不要象偶去年到第三天晚上才开始, 还好自己那时体力好, 全部写完了。另外要说的就是体力要跟上, 三天一般睡眠只有不到 10 个小时, 所以没有体力是不行的, 建议是赛前熬夜编程几次, 既训练了自己的建模能力, 也达到了训练体力的目的, 赛前锻炼身体我觉得没什么用处, 多熬夜就行了, 但比赛前一天可不许熬呀, 呵呵。

4 重视摘要

摘要是一篇论文的门面, 摘要写的不好评委后面就不会去看了, 自然只能给个成功参赛奖。摘要首先不要写废话, 也不要照抄题目的一些话, 直奔主题, 要写明自己怎样分析问题, 用什么方法解决问题, 最重

*作者简介: 董乘宇, 曾任 SHUMO.COM 论坛“编程交流”版版主, 曾获 2002 年全国大学生数学建模竞赛一等奖。

要的是结论是什么要说清楚，在中国的竞赛中结论如果正确一般得奖是必然的，如果不正确的话评委可能会继续往下看，也可能会扔在一边，但不写结论的话就一定不会得奖了，这一点不比美国竞赛，所以要认真写。摘要至少需要琢磨两个小时，不要轻视了它的重要性。很有必要多看看优秀论文的摘要是如何写的，并要作为赛前准备的内容之一。

5 论文写作要正规

论文一定要大致按照摘要、问题重述、模型假设、符号说明、问题分析、(建立、分析、求解模型)、……、参考文献、附录等等的方式来写。一篇论文结构上如果失败的话，比赛也一定不会成功，一般初评会先淘汰一些结构失败的文章，如果论文没有好的结构，内容再好也没有用。论文前面的结构一般都不会变，后面可以按照实际情况来安排，省略的部分可以有结果说明、灵敏度分析、其他模型、模型扩展、优缺点分析等等，多看些优秀论文就知道还有哪些形式了。附录可以贴一些算法流程图或比较大的结果或图表等等。

6 分析问题要认真

一般竞赛题目自己肯定没有见过，而且我发现近些年的赛题都不是书上哪个模型可以直接套成功的，很多根本就没有固定的模型可以参考，比如就象去年[†]的 B 题，所以分析问题不是一个去找书本的过程，依赖书本就意味着自己的思想被束缚起来。可以完全按照自己的分析去完成，平时练习的时候学习的是一种方法，通过以前学到的方法来解决，不是套用书本来解决。01 和 02 两年的四题都是需要自己分析来解决的，这四题哪本书也不会告诉你怎么做，没有模型套怎么办，只有靠自己去做实际分析。我估计在前面说的五点也许会有三分之一的队可以做到，而且可以做的很好，但是这一点上就需要真本事了，平时多努力，比赛发挥正常，这一点做好是没有问题的。如果到现在为止所说的 1~6 点都做好了，我敢打保票一定能进全国评奖。

7 编程求解是重要手段

美国竞赛时，美国学生中的论文很多是编程数据的说明，比如 99 年 A 题行星撞地球那题，他们也能够模拟出撞击后果，这对我们来说简直是不可思议的。美国学生实践能力较强，而中国学生擅长理论分析，所以我把编程放在了分析的后面是有中国特色的。数学建模竞赛特别强调计算机编程解决实际问题的能力，最近几年尤其强调，编程方面的能力不是一朝一夕可以练成的，需要长期刻苦的训练，常用的工具有 MATLAB、Mathematica、C/C++ 等等，一个人只需要会一门语言就行了，但需要精通它。比如要画柱状图该怎么做，要用 Floyd 算法怎么办，赛前不准备是没有办法在比赛中很好运用的，因此每个常用的算法都自己去编程实现一下。我在论坛中单独地列出了十类算法和说明[‡]就是需要好好准备的。里面有很多内容，这里就不多说了。

8 模型的假设与模型的建立

评委看完摘要后紧接着就是看模型假设了，有一个万能的方法就是可以抄题目中可以作为假设的几句话，这样会给人留下好的印象，毕竟说明你审题了。但不能全抄，要加上自己的一些假设。一般假设用

[†]编者注：应该指的是 2002 年

[‡]编者注：全文见本期第 12 页

文字描述就行了，最好不要太具体了，一些重要参数不要被定死只能取某些值，否则会让人感觉论文的局限性较强。模型的建立是根据你对问题分析而来的，提出的数学符号和建立模型最好要比较接近，在同一页最好，以便评委可以对照符号来看，数学公式要严谨，推导要严密，这些都反映了参赛者的数学素质和能力，即使你推导不对，别人看到你的阵势也首先会误以为你是对的。那么多的试卷，评委不可能顺着你的公式一直推下去，但你要写得显得有数学修养才行。

9 图文表并貌可以增色

我听说一个不确切的信息是评委老师喜欢用 MATLAB 编程的论文，不知道有没有这回事，但这说明了老师需要看一个具有图或表在其中的论文，一篇如果象政治书那样写的论文估计没有人会对它感兴趣的，尤其是科技论文。MATLAB 编程之所以受到青睐是因为 MATLAB 提供的图形处理能力很强大。图表的说明性特别强，如果结论有很多数据的话，最好做成图表的形式加以说明，会令你的论文更有说服力，也更容易受到评委的好评。

10 其他

一口气写了九大点了，却不知道第十点是什么，索性列出个其他，也算是功德圆满了。其他内容还是有很多的，说也说不完，挑几个重要的讲。比如不要上网讨论，网上的人水平参差不齐，你不知道谁是对的，而且很多人想得奖，不会告诉你正确的，反而骗你说相反的，有时真理往往掌握在少数人手里，去年 B 题就是这样的。还有就是论文写作中灵敏度分析不要写太多，大致说明一下就可以了，不要喧宾夺主。最后想到的就是要使用数学公式编辑器来写论文，不要用什么上下标来表示，论文字体用小四，分标题用四号黑体等等。其他的偶也想不起来了，最后祝各位在今年的竞赛中取得好成绩。

电力市场输电阻塞管理模型*

杨双红, 刘 刚, 晏 琦
(武汉大学, 湖北 武汉 430072)

摘 要

本文对公平开放市场条件下, 独立电网的输电阻塞管理问题做了模型研究。

首先, 在局部线性化假设下, 利用多元线性回归求取线路潮流分布与机组出力分配之间的近似公式。本文对带有常数项和没有常数项的两种线性回归模型分别做了回归分析和细致的假设检验。并根据电力系统分析的背景知识, 阐明了电网潮流分布与机组出力只有统计规律性, 带有常数项的回归模型更合理。

根据阻塞调整产生的影响, 本文设计了“按损失成比例补偿”和“按市场规则确定费用”两种阻塞费用计算规则, 并做了详细地比较讨论。

根据电力市场交易规则, 兼顾计算的时间效率, 本文利用递归策略给出了简单易行的出力分配预案计算方法及其流程图。在机组数不多时简单的手工计算很容易求得分配预案。

对阻塞调整问题, 本文按电网“安全第一, 兼顾经济”的原则, 提出分阶段(共分四个阶段: 阻塞检查、调整预案、裕度输电、拉闸限电)按步骤规划的计算流程, 并对各个规划阶段分别建立了数学模型: 阻塞检查为判断一组不等式; 调整预案是求解以阻塞费用最小为目标的规划问题; 裕度输电规划先以裕度占用率最小为目标, 再在裕度占用率不增的条件下以阻塞费用最小为目标做规划; 拉闸限电规划则是在保证电网最低安全水平的条件下, 以总出力最大为目标做规划。化简后, 各阶段的规划模型, 除调整预案模型是线性约束条件下一族阶梯函数的最大最小规划外, 其余阶段规划模型均为线性规划。

出于计算效率的考虑, 结合题目特点, 本文发现以 Huffman 树作为决策树时, 阻塞管理问题的规划流程具有最高计算效率, 此时通过对几条简单的规则的判定即可确定应该进行哪一个阶段的规划, 从而不必一步步按部就班地进行。本文还对 Huffman 决策树规划流程的一些技术细节及其改进做了详细讨论。

用 MATLAB 统计和优化工具箱求解题目给出的实例数据, 简略结果如下:

1. 带有常数项的线性回归模型的回归效果非常理想, 复相关系数平方 R^2 接近等于 1, 模型的线性拟合度很高。
2. 负荷预报值为 982.4MW 时, 出力分配预案的清算价为 303 元, 阻塞检查表明该预案会引起阻塞, 调整阻塞后可以得到最优出力分配(其清算价为 495 元), 故不用考虑裕度输电和拉闸限电。
3. 负荷预报值为 1052.8MW 时, 出力分配预案的清算价为 356 元, 阻塞检查表明该预案会引起阻塞, 调整阻塞无法得到可行的出力分配, 裕度输电规划可得到最优出力分配,(其最大裕度利用率为 39.2%, 清算价为 510元), 故不用考虑拉闸限电。

详细求解结果见实例求解部分的表格。

我们还从广义函数角度对阶梯函数的数学分析性能及优化解法做了讨论, 并给出了求解以阶梯函数为目标的优化问题的求解建议及两种简单易行的启发式算法。在附录中, 本文给出了一些典型算法的流程图。

本文方法简单有效, 思路清晰。主要缺点表现在: 因专业知识匮乏, 没有结合现行的几种典型的电力市场运营模式的特点给出更合理的阻塞管理办法。

关键词: 电网阻塞管理; 多元线性回归; 递归策略; 分阶段规划流程; Huffman 决策树高效规划流程; 启发式算法

*2004 年全国大学生数学建模竞赛“高教社”杯优秀论文

1 问题重述

(略)

2 条件假设

1. 调度中心在制定当前时段电网运行的调度计划时, 不考虑该时段内电网发生故障的可能;
2. AGC 辅助服务需要实时调度, 在制定调度计划时暂不考虑 AGC 调度的实施;
3. 认为网方的调度命令瞬时完成, 不考虑调度延时;
4. 以所有机组的当前总出力作为当前时段结束时实际出力的预测;
5. 认为给定电网是独立电网, 因而与其他电网之间不存在功率传输;
6. 认为一个时段内负荷、机组出力以及潮流分布都不会有突变;
7. 对每台机组, 只有前面的段容量全部被选择时, 才能选择后面的段容量;
8. 不考虑电网的电能损耗。

3 符号说明

g_i : 第 i 台发电机组出力的调度值, 单位: MW, $i = 1, 2, \dots, 8$;
 g_{i0} : 当前段开始时刻第 i 台发电机组的实际出力, 单位: MW;
 l_j : 第 j 条线路上的有功潮流值, 单位: MW, $j = 1, 2, \dots, 6$;
 a_{ij} : 第 j 条线路上有功潮流关于第 i 台机组出力值的线性系数;
 b_j : 第 j 条线路有功潮流关于各机组出力近似公式中的常数项;
 m_j : 第 j 条线路上有功潮流值的安全限值, 单位: MW;
 r_j : 第 j 条线路上有功潮流的相对安全裕度 (百分数);
 η_j : 使用安全裕度输电时, 第 j 条线路相对安全裕度的利用率;
 v_i : 第 i 台发电机组的爬坡速率, 单位: MW / 小时;
 g_{mi} : 第 i 台发电机组可发出力的上限, 单位: MW;
 $p_i(g_i)$: 第 i 台发电机组出力为 g_i 时, 最大段序对应的段价, 单位: 元/MWh;
 p_M : 清算价, 单位: 元/MWh;
 PL : 某一时段的负荷预测值, 单位: MW;
 E : 阻塞费用, 单位: 元;
 Δt : 每一时段的时间间隔 (题中取 1/4 小时), 单位: 小时;

4 问题分析

4.1 问题背景的理解

电能传输时, 由于输电线路传输容量的限制, 有功潮流的绝对值不能超过其安全限值, 否则, 将引起输电阻塞, 危及电网安全, 此时必须对各机组的出力分配方案做调整, 以消除阻塞。这样就会使一些序内容量 (按分配预案本应取得发电权的发电容量) 不能出力, 而一些序外容量 (竞价中未取得发电权的发电容量) 被迫要在低于其报价的清算价上出力。为了解决利益冲突, 网方要因为输电阻塞而不能严格执行电网规则付出代价, 对发电商潜在的或实际的利益损失给予补偿。购电费用之外的这一部分额外费用即为阻塞费用。

电力市场以安全和经济为目标,坚持“安全第一,兼顾经济”的原则,这也是电力市场规划时应该遵守的原则。

4.2 线路潮流与机组出力的关系

由电力系统分析^[1]的知识知,输电网络的潮流分布取决于网络拓扑结构、各发电机组的出力以及负荷需求。因电力系统的负荷需求具有随机性,因此即使对给定的输电网络,机组出力与网络潮流分布在物理上也没有确定意义的函数关系,而仅仅呈现统计意义上的规律性。考虑到题目给定的 32 组各机组出力均是在各机组当前出力附近的实验值,假设一个时段(15 分钟)内潮流分布不发生突变,我们在小区域线性的假设下,利用多元线性回归求得线路潮流与机组出力的近似关系,并在一定的显著性水平下检验回归结果。

4.3 阻塞费用

出于电网安全的考虑,阻塞出现时要通过调整出力方案,尽量避免阻塞。但调整后的方案将有悖于市场规则,引起网方和厂方的利益冲突。阻塞费用作为解决或缓解这种利益冲突的关键手段,需要考虑以下方面:

1. 阻塞引起两方面的损失:使有些机组的序内容量不能出力或少出力,导致这些机组应得的利益受到损失;使有些机组的序外容量被迫以低于其报价的清算价格出力,导致其因所得利益低于期望利益而造成损失。阻塞费用要对以上两种损失给予适当的、公平的补偿。
2. 调整阻塞后得到的方案与市场规则不符,电网公司要为其违背规则付出代价,一种可行的办法是部分的或完全的履行市场规则。
3. 为了做到非歧视的对待所有市场交易者,保证市场的公平开放,阻塞费用的合理定义以及分摊尤其重要。

4.4 出力分配方案的规划流程

电力市场以安全和经济为目标,而且坚持安全第一的原则,阻塞管理时,应遵守这一原则,按以下步骤分阶段规划出力方案:

1. 计算预案。根据负荷预报、各机组的报价表、当前出力值及爬坡速率,由市场规则求得出力分配预案;若不存在可行的出力分配预案,则直接转入“拉闸限电”阶段做规划(见拉闸限电);
2. 检查阻塞。利用已经得到的潮流分布公式计算各线路潮流,判断是否发生阻塞。若不发生阻塞,则分配预案就是最优出力分配方案,而且此时阻塞费用为 0;否则,进入下一阶段规划。
3. 调整预案。若出力分配预案引起阻塞,则应首先求取不引起阻塞且经济目标最优(即阻塞费用最小)的出力分配方案;不存在这样的方案时转入下一阶段规划。
4. 裕度输电。若不存在无阻塞条件下的出力分配方案,则必须降低安全目标,利用安全裕度输电。考虑到“安全第一”原则,此时应首先求取安全目标最优(裕度利用最小)的出力方案,再以最优安全目标为约束,求取安全目标不低于该最优值的条件下,经济目标最优的出力方案。不存在安全目标最优的方案时,转入下一阶段规划。
5. 拉闸限电。若不存在满足电网最低安全要求(安全裕度不小于 0)的出力方案,此时如果按负荷全额供电则电网安全不能保证,所以必须拉闸限电。这时,应以停电故障造成的损失最小为目标,即在安全裕度不小于 0 的条件下,求可以保证的总出力最大时的出力方案。

阻塞管理过程流程图见附录图 1。

4.5 约束条件

文中可能涉及的各种约束分别表达如下:

1. 负荷需求约束

除了必须采取拉闸限电措施削减负荷的情形外, 电网要尽量保证机组总出力等于负荷预报值, 即: $\sum_{i=1}^8 g_i = PL$;

2. 机组爬坡速率约束

考虑到机组爬坡速率的限制, 所有出力分配方案, 只有当机组的爬坡值不超过单位时段内机组爬坡值的上限时, 才是可行的, 即:

$$g_{i0} - v_i \Delta t \leq g_i \leq g_{i0} + v_i \Delta t, \quad i = 1, 2, \dots, 8$$

3. 机组可用容量限制

每个机组可用容量均有一上限值 g_{mi} (所有段容量的和), 机组的实际出力不应超出此上限值, 即 $g_i \leq g_{mi}, i = 1, 2, \dots, 8$;

4. 不发生阻塞的条件

不发生阻塞时, 各线路潮流的绝对值均不超过其潮流限值, 即:

$$|l_j| - m_j < 0, \text{ 其中 } j = 1, 2, \dots, 6;$$

5. 电网的最低安全保证约束

电力市场以电网安全为第一目标, 任何出力分配方案均要保证电网安全裕度不小于 0, 这是电网的最低限度的安全保证。即:

$$|l_j| - (1 + r_j)m_j \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, 6$$

5 模型的建立

5.1 潮流分布公式

由前面的分析, 我们以题目所给的 33 组数据为样本, 利用多元线性回归求取潮流分布近似公式。回归模型有式 (1)、式 (2) 两种, 两者的区别仅在于是否带有常数项。我们对两种模型的回归结果在一定置信水平下做检验, 最后对两种模型的合理性做比较讨论。

5.1.1 回归模型

$$l_j = \sum_{i=1}^8 a_{ij} g_i + \varepsilon_j \quad (1)$$

或:

$$l_j = \sum_{i=1}^8 a_{ij} g_i + b_j + \varepsilon_j \quad (2)$$

其中: ε_j 为误差项, 多假设 $\varepsilon_j \sim N(0, \sigma_j^2)$, $j = 1, 2, \dots, 6$ 。

用最小二乘法估计参数 a_{ij} 和 b_j , 样本序号 (从 0~32) 用上标表示, 则:

对模型 (1), 记:

$$L_j = (l_j^{(0)}, l_j^{(1)}, \dots, l_j^{(32)})^T, \quad G = \begin{pmatrix} g_1^{(0)} & g_2^{(0)} & \cdots & g_8^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_1^{(32)} & g_2^{(32)} & \cdots & g_8^{(32)} \end{pmatrix}$$

$$A_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{8j})^T, \quad E_j = (\varepsilon_j^{(0)}, \varepsilon_j^{(1)}, \dots, \varepsilon_j^{(32)})^T$$

易得正规方程为:

$$G^T G A_j = G^T L_j \quad (3)$$

解 (3) 即可得 A_j 的最小二乘估计, 容易证明它也是 A_j 的无偏估计。

对模型 (2):

用增广矩阵 $\bar{G} = [N:G]$ 代替 G , (其中 $N = (1, 1, \dots, 1)_{1 \times 33}^T$ 表示全为 1 的列向量), $\bar{A}_j = [b_j, A_j]$ 代替 A_j , 则 \bar{A}_j 的求法与模型 (1) 过程完全相同。

5.1.2 回归结果的检验

为了确定 l_j 与 g_1, g_2, \dots, g_8 之间是否存在显著的线性关系, 需要根据样本值运用假设检验来判断, 以确定求得的回归方程是否有价值。

假设选定的显著性水平为 α , 对本题, 我们要对每个 j ($j = 1, 2, \dots, 6$) 做以下检验:

$$H_0: a_{1j} = a_{2j} = a_{3j} = a_{4j} = a_{5j} = a_{6j} = a_{7j} = a_{8j} = 0$$

$$H_1: \text{对 } i = 1, 2, \dots, 8 \text{ 至少存在一个 } a_{ij} \neq 0$$

常用检验方法^[2]有:

1. F 检验法:

记: 残差平方和为 Q , $Q = \sum_{k=0}^{32} (l_j^{(k)} - \hat{l}_j^{(k)})^2$, 其中 $\hat{l}_j^{(k)} = \sum_{i=1}^8 a_{ij} g_i^{(k)}$

回归平方和为 U , $U = \sum_{k=0}^{32} (\hat{l}_j^{(k)} - \bar{l}_j)^2$, 其中 $\bar{l}_j = (1/33) \sum_k l_j^{(k)}$ 。

则 $F = \frac{U/n}{Q/(m-n-1)}$, (其中 $n = 8$ 为因素数目, $m = 33$ 为样本容量), 而且 $F \sim F(n, m-n-1)$ 分布。

当显著性水平 α 选定后, H_0 的拒绝域为 $W = \{F > F_{1-\alpha}(n, m-n-1)\}$ 。即: 如果 $F > F_{1-\alpha}(n, m-n-1)$, 则拒绝 H_0 , 认为线性假设在显著性水平 α 下成立。

2. R^2 检验法:

定义复相关系数 $R = \sqrt{U/(U+Q)}$, 用 R^2 度量数据与回归模型的拟和程度。 R^2 越接近 1, 认为 l_j 与 g_1, g_2, \dots, g_8 线性相关程度好。对选定的显著性水平 α , H_0 拒绝域为:

$$W = \{R^2 > R_0^2\}, \text{ 其中 } R_0^2 = \frac{nF_{1-\alpha}(n, m-n-1)}{m-n-1+nF_{1-\alpha}(n, m-n-1)}$$

5.1.3 模型求解

我们用 MATLAB 统计工具箱对两个模型分别做了回归及假设检验, 其中显著性水平取 $\alpha = 5\%$ 。回归和检验的结果见实例求解部分表 1、表 2。显然用模型 (2) 所得结果较理想, 我们将在下文对这两个模型做一简单讨论。

5.1.4 两个回归模型的讨论

从表 1、表 2 的检验结果容易看出, 模型 (2) 的回归效果远比模型 (1) 理想。然而若以模型 (2) 为回归模型, 似乎违背了我们的假设“认为给定电网是独立电网, 与其他电网之间不存在功率传输”, 因为对独立电网, 当所有机组停机时, 该电网成为一无源网络, 而无源网络在稳态时功率的流动应该为零, 所以常数项应该为 0。下面我们试图对这一现象做出合理解释, 说明模型 (2) 的合理性, 以消除这种“顾虑”。

1. 对给定电网, 其潮流分布取决于负荷需求和机组出力分配, 即功率是“按需分配”的。因负荷需求是时变的随机变量 (随机过程), 因而机组出力与潮流分布只存在统计意义上的规律性。
2. 线性回归建立在局部线性化假设基础上, 即认为潮流分布、机组出力以及负荷需求短期内只在一个小区域内变化。线性回归相当于在该小区域内把机组出力与潮流分布的期望关系曲线用其切线近似。该期望曲线本身可能过原点, 但其某段的切线则不一定过原点, 因此, 回归模型带有常数项更合理。

鉴于上述两点, 以下计算均以带有常数项的回归方程 (模型 (2)), 作为有功潮流值与各机组出力的近似公式。不带常数项的潮流公式 (模型 (1)) 下, 计算方法完全类似, 本文不再赘述。

5.2 阻塞费用计算规则

由“问题分析”部分对阻塞费用的讨论, 我们设计了两种阻塞费用的计算规则, 考虑到规则的灵活性, 其中均有可供调整的参数。在模型的讨论部分, 我们对这两种规划的性能及其它规则作了简单的探讨。

5.2.1 按损失成比例补偿的阻塞费用计算规则

此规则考虑阻塞调整引起的损失, 并以一定的比例对受损方的损失进行补偿, 补偿的总和即为阻塞费用。

阻塞调整引起的损失主要来自两方面, 分别表达如下:

1. 序内少出力: 设按出力分配预案第 i 台机组的第 k 段出力分配值为 $g_{i,k}^{(0)}$, 段价为 $p_{i,k}^{(0)}$, 清算价为 $p_M^{(0)}$ ($p_{i,k}^{(0)} < p_M^{(0)}$), 阻塞调整后, 该段分配出力为 $g_{i,k}^{(1)}$, 且 $g_{i,k}^{(0)} > g_{i,k}^{(1)}$, 则阻塞调整引起的该机组该段利益的损失为

$$E_{i,k} = (p_M^{(0)} - p_{i,k}^{(0)})(g_{i,k}^{(0)} - g_{i,k}^{(1)})\Delta t \quad (4)$$

2. 序外多出力部分: 设按分配预案第 i 台机组的第 k 段出力为序外容量 (此时该段 $g_{i,k}^{(0)} = 0$, $p_{i,k}^{(0)} > p_M^{(0)}$), 但阻塞调整后该段出力分配值 $g_{i,k}^{(1)} > 0$ 。则阻塞调整引起该机组该段利益的损失值为

$$E_{i,k} = (p_{i,k}^{(0)} - p_M^{(0)})(g_{i,k}^{(1)} - g_{i,k}^{(0)})\Delta t = (p_M^{(0)} - p_{i,k}^{(0)})(g_{i,k}^{(0)} - g_{i,k}^{(1)})\Delta t \quad (5)$$

于是, 总损失为所有机组所有段损失值的总和: $E' = \sum_i \sum_k E'_{i,k}$

总阻塞费用由总损失乘以一个比例系数得到: $E = \gamma \cdot E'$

其中: γ 为可调参数, 取 0 到 1 间某个适当的值, 由调度部门酌情选取。下文为方便求解, 取 $\gamma = 1$ (即完全补偿损失) 进行计算。

显然 (4)、(5) 两式有完全相同的表达式, 且因阻塞调整调整前后出力没有变化的段 (这些段的特点是段序号较小且有 $g_{i,k}^{(1)} = g_{i,k}^{(0)}$) 其损失为零, 因而 E 既可以只对出力分配值在阻塞调整前后有变化的段计算也可对全段统一计算。(对全段统一计算时阻塞费用表达式更简单, 有利于下文的规划)。

5.2.2 按市场规则确定阻塞费用

此规则对阻塞调整后的出力分配方案, 求得按市场规则应付的清算价, 取该清算价与分配预案确定的清算价的折中值作为最终清算价付给购电费, 并以两次购电费之差作为阻塞费用。

设总出力为 g_t (等于负荷预测值, $g_t = PL$), 按分配预案清算价为 $p_M^{(0)}$, 阻塞调整后的清算价为 $p_M^{(1)}$, 最终清算价为 $p_M^{(2)}$, 则此规则表达如下:

$$\text{总阻塞费用 } E = \Delta t (P_M^{(2)} - P_M^{(0)}) \cdot PL$$

其中 $p_M^{(2)} = (1 - \theta)p_M^{(0)} + \theta p_M^{(1)}$, θ 为可调参数, 下文计算中取 $\theta = 1$ 。

注: 按题目所述的市场规则, 对给定出力分配方案、清算价取所有机组所有被选用段 (部分或全部) 段价的最大值。

5.2.3 阻塞费用计算规则的讨论

比较以上所述两种阻塞费用的计算规则, 我们有以下结论:

1. 第一种规则只对利益受损的机组的损失做一定的补偿, 对阻塞调整未引起出力分配变化的机组, 因阻塞调整没有对其引起损失, 因而也就没有补偿。所以第一种规则的阻塞费用一般情况下比较小, 对网方更有利。
2. 二种规则计算更简单易行, 尤其便于出力方案的规划。
3. 第一种规则下, 当清算价所对应的段的出力变化时, 因有 $p_{i,k} = p_M$, 所以 $E'_{i,k} = 0$, 将没有补偿。但实际上对发电方来说, 只要网方付给电价高于其发电成本, 即有盈利。而报价 $p_{i,k}$ 通常都高于成本, 所以当该段出力减少时实际上也有损失, 规则一对此处理不公。
4. 考虑规则一的公平性: 对因序外容量多发引起损失的机组, 可以认为其损失为发生的实际损失, 而对因序内容量少发引起损失的机组, 虽然应得的利益受到损失, 但它也因少发该部分出力而节省了燃料等发电成本。所以若已知其发电成本, 在规则一下, 其单位出力的损失应扣除发电成本。

5.3 出力分配预案

出力分配预案是在每一时段开始前根据负荷预报以及各机组的报价、当前出力和爬坡速率, 由市场交易规则所确定的。由题目所描述的交易规则, 兼顾计算的时间效率, 出力分配预案的求取方法描述如下:

Step1: 按段价由小到大的顺序选择各机组各段容量, 直至所有已选段容量的总和等于预报的负荷值 PL , (此时最末一个被选入的段容量可能只有部分被选中);

Step2: 对每台机组计算其被选取段容量的和 g_i , 比较 g_i 与当前出力 g_{i0} ,

若 $g_i - g_{i0} \geq v_i \cdot \Delta t$, 则取 $g_i = g_{i0} + v_i \cdot \Delta t$, 并令标志变量 $flag_i = -1$;

若 $g_i - g_{i0} \leq -v_i \cdot \Delta t$, 则取 $g_i = g_{i0} - v_i \cdot \Delta t$, 并令 $flag_i = 1$;

否则 g_i 不变, $flag_i = 0$ 。

Step3: 若所有 $flag_i$ 都为 0, 则此时 g_i 即为出力分配预案中第 i 台机组的出力值, 结束计算。否则, 计算经 **Step2** 调整后的总出力 $g = \sum_i g_i$ 。

Step4: 若 $g = PL$, 则此时 g_i 为出力分配预案中第 i 台机组的出力分配值, 结束计算;

若 $g > PL$ 且所有 $flag_i$ 均为 1 或 $g < PL$ 且所有 $flag_i$ 均为 -1, 则不存在可行的出力分配预案, 结束计算并直接转入拉闸限电阶段做规划;

否则, 转 **Step5**。

Step5: 若 $g < PL$, 则对 $flag_i \neq -1$ 的所有机组的未被选中段的容量 (部分或全部), 按段价由小到大逐个选取, 且每取一个即转至 **Step2**; 若 $g > PL$, 则对 $flag_i \neq -1$ 的所有机组已选的段容量, 按被选取顺序的逆序逐个去除, 且每取一个即转至 **Step2**。

对题目所给数据通过简单的手工操作很容易得到出力分配预案 (求解结果见实例求解部分), 对稍复杂的情形, 由以上算法编程不难求得结果。

5.4 阻塞管理

5.4.1 数学模型

在问题的分析部分, 我们根据电网“安全第一, 兼顾经济”的原则, 已经确定了机组出力方案规划的基本步骤, 即阻塞检查、调整预案、裕度发电、拉闸限电四个阶段的规划, 以下分别讨论。

1. 阻塞检查

在得到出力分配预案后, 首先要检查该出力分配方案是否会引起阻塞。若不发生阻塞, 则此预案即为最优的调度方案; 否则, 要转到下一阶段继续规划。

阻塞检查的方法是检查各线路潮流分布是否越限, 即检查下列不等式是否全部成立:

$$|l_j| - m_j < 0, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \quad (6)$$

$$\text{其中, } l_j = \sum_{i=1}^8 a_{ij} g_i + b_j$$

2. 调整预案

调整预案是在出力分配预案引起阻塞时, 寻找可行的出力分配方案, 使得在不发生阻塞的条件下, 阻塞费用最小, 可用以下模型表述:

$$\begin{aligned} & \min E \\ \text{s.t. } & \begin{cases} \sum_{i=1}^8 g_i = PL, \\ |l_j| - m_j < 0, \\ g_{i0} - v_i \cdot \Delta t \leq g_i \leq g_{i0} + v_i \cdot \Delta t, \\ g_i \leq g_{mi} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 8, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned} \quad (7)$$

其中, 四条约束的意义分别为: 负荷需求约束、不阻塞条件、爬坡速率限制、可发功率上限约束; 阻塞费用的表达式已在上文中给出。

若模型 7 存在最优解, 则该解即为最优的出力分配方案。否则, 若 7 的可行域为空, 则表明没有不发生阻塞的可行解, 需要转下一阶段规划。

3. 裕度输电

模型 7 的可行域为空时, 表明不存在无阻塞条件下的出力分配方案, 此时必须考虑利用安全裕度输电。

定义第 j 条线路的安全裕度利用率 η_j 为: 利用了的相对安全裕度与该线路总相对安全裕度的比值, $\eta_j = \frac{|l_j|/m_j - 1}{r_j}$ (即线路的潮流绝对值 $|l_j| = (1 + r_j \eta_j) m_j$)。考虑到各条线路总相对安全裕度数值上的差别, 我们以 η_j 作为这一阶段线路安全的评价指标。根据“安全经济”原则, 这一阶段的规划又可分为两个步骤。

(a) 先不考虑经济目标, 以安全裕度利用率最小为目标, 求取可行的最安全的 (保留裕度最大) 出力分配方案。我们以各线路最大裕度利用率最小为目标, 建立以下模型:

$$\begin{aligned} & \min \left\{ \max_j \eta_j \right\} \\ \text{s.t. } & \begin{cases} \sum_i g_i = PL \\ |l_j| - (1 + \eta_j r_j) m_j < 0 \\ g_{i0} - v_i t \leq g_i \leq g_{i0} + v_i t \\ g_i \leq g_{mi} \\ \eta_j \leq 1 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 8, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned} \quad (8)$$

若模型 (8) 存在最优解 (记该最优解对应的裕度利用率为 $\{\eta_j^*\}_{j=1}^6$)，则转到下一步进行对经济目标的优化。否则若模型 (8) 的可行域为空，则表明没有保证系统最低安全水平的可行解，此时必须拉闸限电。

- (b) 模型 (8) 存在最优解时，表明保证电网安全水平最高 (保留裕度最大) 的可行出力分配方案存在，但模型 (8) 中未考虑经济目标，所以此时应再以安全目标不降低为约束，寻找经济最优 (阻塞费用最小) 的出力分配方案。用以下模型描述：

$$\begin{aligned} & \min E \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \sum_i g_i = PL \\ |l_j| - (1 + \eta_j r_j) m_j < 0 \\ g_{i0} - v_i t \leq g_i \leq g_{i0} + v_i t \\ g_i \leq g_{mi} \\ \eta_j \leq \eta_j^* \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

模型 (9) 的最优解即为最优出力分配方案。(因模型 (8) 的最优解一定是模型 (9) 的可行解，所以若 (8) 有解则 (9) 的可行域必非空)。

4. 拉闸限电

当模型 (7) 的可行域为空时，则表明若要按负荷需求供电，则无法保证电网的安全，此时只能通过拉闸限电限制负荷。因停电故障损失很大，在该阶段我们以电网安全不低于最低限度为约束，求取使限电容量最小 (即总出力最大) 的出力分配方案，用以下模型描述：

$$\begin{aligned} & \max \sum_i g_i \\ \text{s.t.} & \begin{cases} g_{i0} - v_i t \leq g_i \leq g_{i0} + v_i t \\ g_i \leq g_{mi} \\ |l_j| - (1 + r_j) m_j \leq 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 8, j = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned} \quad (10)$$

5.4.2 模型的化简

1. 预案调整模型 (7) 的化简

我们采用问题二中阻塞费用定义的第二种规则，即

$$E = \max_i \{ (p_i(g_i) - p_M^{(0)}) \cdot PL \},$$

去掉与决策向量 G 无关的项，则可等效地取目标为： $\max_i p_i(g_i)$

另外，考虑到出力变化不大时，潮流值的正负号不会改变。而且对题目给出的数据，出力在其爬坡速率限制的范围内取值时，潮流值的正负号也确定不会改变，故只要将初始实际潮流为负的每条线路 (记为 j_*) 对应的回归方程系数全部取相反数 ($-a_{ij*} \rightarrow a_{ij*}$ $i = 1, 2, \dots, 8$)，则可去掉绝对值约束得到线性约束 (下文所有模型中 a_{ij*} 均做了这种变换，因此所有约束均为线性约束)，化简后的模型为：

$$\begin{aligned} & \min \left\{ \max_i p_i(g_i) \right\} \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \sum_{i=1}^8 g_i = PL, \\ l_j - m_j < 0, \\ g_{i0} - v_i \cdot \Delta t \leq g_i \leq g_{i0} + v_i \cdot \Delta t \\ g_i \leq g_{mi} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 8, j = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned}$$

上述模型是线性约束下阶梯函数族的最大最小问题。可以直接用 MATLAB 优化工具箱求解。然而, 考虑到阶梯函数的梯度^[3] (从广义函数角度) 是在间断点处取值的几个冲激函数的叠加 (见附录), 其他区域取值均为 0, 其优化性能很不理想。为此, 针对阶梯函数优化问题, 我们提出以下求解建议:

(a) 使用代理目标函数

寻找或构造一个优化性能良好的函数, 若它与阶梯函数具有良好一致性, 即具有这样的特点: 当该函数取最优解时, 阶梯函数取得次优解, 则取该函数为代理目标。用代理目标代替阶梯函数目标做规划, 得到代理目标的最优解, 再在该最优解的邻域内搜索阶梯目标的局部最优解作为最终的非劣解。

代理目标的一种构造方法是将阶梯函数光滑 (比如采用样条拟合)。

(b) 采用非梯度优化算法

阶梯函数目标难于优化的关键在于其梯度函数不理想。因此不适于用梯度优化算法优化。若使用非梯度算法优化, 则不需梯度函数, 因而如果方法选取适当, 应该能得到更好的解。考虑到本题各模型的约束均为线性约束, 建议对单纯形法做改进^[6], 构造非梯度算法求解。

(c) 针对具体问题设计启发式算法

- i. 考虑到本问题的目标函数为阶梯函数, 而各机组可选用段只有有限几个。因此在预案基础上, 按段价由小到大的顺序逐个列举未使用段, 做穷举搜索 (实际上是以预案为起点的邻域搜索), 也不难得到结果。
- ii. 考虑到潮流分布公式已经取得, 在对 a_{ij*} 做取反变换后, 显然, 若第 j 条线路潮流超限即 $l_j > m_j$, 则应优先考虑对 $\{a_{ij}\}$ 中取值为负的机组增加出力或对取值为正的机组减少出力, 以消除阻塞。由上一步我们设计以下启发式算法。

记分配预案为 G_0 , 其清算价为 $p_M^{(0)}$, 算法描述如下:

Step1: 对所有机组未被选入 G_0 (部分或全部) 的各个非空段 (段容量非 0), 按对应段价由小到大统一排序, 并按序逐个选取段容量 (每次选一个) 加入 G_0 , 记此时第 i 个机组已选段容量总和为 g_{i*} 。

Step2: 以不发生阻塞、满足爬坡限制以及 $g_i \leq g_{i*}$ 为约束, 以机组总出力为目标, 求解以下线性规划模型

$$\begin{aligned} & \max \sum_i g_i \\ & \text{s.t.} \begin{cases} l_j \leq m_j \\ g_{i0} - v_i t \leq g_i \leq g_{i0} + v_i t \\ g_i \leq g_{i*} \end{cases} \end{aligned}$$

Step3: 判断上述模型的解: 若 $\sum_i g_i \geq PL$, 转 **Step4**; 否则转 **Step2**。

Step4: 从最末一个被选入的段开始逆序调整出力值直至 $\sum_i g_i = PL$, 以此时出力分配方案作为最优方案, 结束计算。

我们用 MATLAB 编程对题目所给的两种负荷需求下的数据求解, 得到的结果分别如表 4、表 5 所示。

2. 裕度输电模型的化简

(a) 模型 8 的化简

模型 8 (a_{ij*} 已取其相反数, 以下同) 可化简为如下的线性规划模型

$$\begin{aligned} & \min \eta \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \sum_i g_i = PL \\ l_j - (1 + \eta_j r_j) m_j < 0 \\ g_{i0} - v_i t \leq g_i \leq g_{i0} + v_i t & i = 1, 2, \dots, 8; \quad j = 1, 2, \dots, 6 \\ g_i \leq g_{mi} \\ \eta_j \leq \eta \\ 0 \leq \eta \leq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

其中决策变量有 15 个 ($g_1, g_2, \dots, g_8, \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_6, \eta$)。

(b) 模型 9 的化简

与模型 7 化简求解方法类似, 只是此时多了一条线性约束

$$\begin{aligned} & \min \left\{ \max_i p_i(g_i) \right\} \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \sum_i g_i = PL \\ l_j - (1 + \eta_j r_j) m_j < 0 \\ g_{i0} - v_i t \leq g_i \leq g_{i0} + v_i t & i = 1, 2, \dots, 8, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \\ g_i \leq g_{mi} \\ \eta_j \leq \eta_j^* \end{cases} \end{aligned}$$

对题目所给数据的求解结果见算例求解部分。

3. 拉闸限电模型的化简

模型 10 可化为如下的线性规划模型:

$$\begin{aligned} & \max \sum_i g_i \\ \text{s.t.} & \begin{cases} g_{i0} - v_i \cdot \Delta t \leq g_i \leq g_{i0} + v_i \cdot \Delta t \\ g_i \leq g_{mi} \\ l_j - (1 + r_j) m_j \leq 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 8, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned}$$

其中决策变量有 8 个 (g_1, g_2, \dots, g_8)。

对题目所给数据的求解结果见算例求解部分。

5.5 最高效率规划流程

考察阻塞调整的 4 个规划阶段 (阻塞检查、调整预案、裕度发电、拉闸限电), 容易发现以下规律: 上一阶段规划模型的可行域是否为空, 决定了是否继续进行下一阶段的规划。考虑到经简化后所有模型的约束均为线性约束, 我们猜想是否存在一些简单的判断规则, 由这些规则可直接判断应进行哪个阶段的规划, 从而不必按部就班一步步的做规划。可以预期, 这将大大减少计算量, 提高规划效率。

5.5.1 Huffman 决策树高效规划流程

对于前述分阶段按步骤规划流程, 显然有以下结论:

1. 若出力分配预案使式 (6) (阻塞检查) 成立, 则不需考虑再做以后阶段的规划, 否则还要继续以后阶段的规划。
2. 若模型 (7) 的可行域非空, 则只需进行 1、2 阶段的规划, 否则只需考虑 3、4 阶段的规划。
3. 若模型 (8) 的可行域非空, 则只需进行 1、2、3 三个阶段的规划, 否则只需考虑第 4 阶段的规划。
4. 若模型 (10) 的可行域非空, 只需进行第 4 阶段的规划, 否则不存在可行解, 不用规划 (这种情况发生的概率很小)。

显然整个规划过程的决策树是二叉树, 比如前述按步骤规划的决策树如图 1 所示。

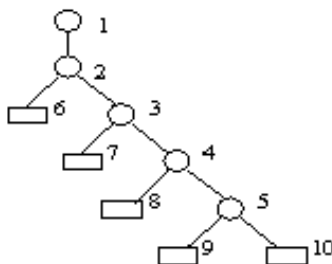


图 1: 按步骤规划出力方案的决策树

图 1 中各结点意义: 1: 求取预案; 2: 阻塞检查 (式 (6) 解集是否非空); 3: 调整预案检查 (式 (7) 解集是否非空); 4: 裕度输电检查 (式 (8) 解集是否非空); 5: 拉闸限电检查 (式 (10) 是否非空)。各结点左分支表示逻辑值“是”, 右结点表示“否”; 方框为叶子结点, 6: 因预案为最优方案计算结束; 7: 通过阻塞调整阶段的规划求得最优方案并结束计算; 8: 通过裕度输电阶段的规划求得最优方案并结束计算; 9: 通过拉闸限电阶段的规划求得最优方案并结束计算; 10: 因计算失败而结束 (发生的可能性很小)。

因出力分配规划每一时段均要进行一次, 我们考虑怎样改进规划流程的决策树, 使计算效率的期望值最优。

实际中, 某个时段的规划过程在哪个叶子结点终止, 是一个随机事件, 其概率分布值可由历史数据统计得到。假设规划过程在叶子结点 n ($n = 6, 7, \dots, 10$) 终止的概率为 P_n , 而且各内结点 (非根非叶的结点) 的计算代价相同 (都是一组线性不等式), 则取 P_n 为叶子结点 n 的代价, 显然具有最小期望计算代价的最高效率规划流程, 其决策树应该是一个 Huffman 树 [4]。由 Huffman 算法即可求得最高效率规划的决策树。

Huffman 算法:

Step0: 根据代价 $\{p_n\}_{n=6}^{10}$ 构造 5 个单结点二叉树 (只有根结点) 的集合 F ;

Step1: 从 F 中选取根结点代价最小的两棵二叉树作为左右子树, 且置新二叉树根结点的代价为其左右子树根结点代价之和, 将新二叉树加入 F , 同时删除 F 中被选出的两棵树。

Step2: 重复 Step1 直至 F 中只剩下一棵树。

因电网调度中心每天要进行大概 $24 \times 60/15 = 96$ 次出力分配方案的规划, 所以统计 P_n 是相当容易的。由 P_n 构造 Huffman 树, 以此树为决策树做规划, 可使平均计算效率大大提高。

5.5.2 改进结点定义的Huffman决策树高效规划流程

上文提到的 Huffman 决策树, 直接以判定问题“各阶段规划模型的可行域是否非空”作为内结点。考虑到模型 (6)、(7)、(8) 和 (10) 的约束中包含公共的线性约束, 因此, 各个内结点包含了大量重复计算。若重新定义结点, 使各结点之间不包含重复计算, 再在此结点定义下构造 Huffman 树, 作为决策树, 则规划效率可进一步提高。

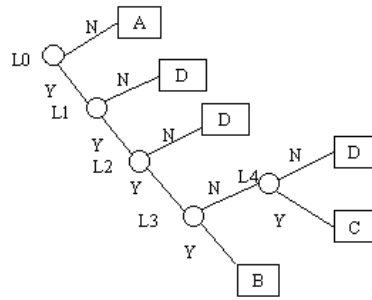


图 2:

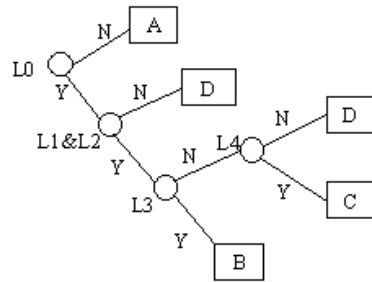


图 3:

为便于下文表述, 首先引入以下记号:

事件 A: 最优出力分配方案为分配预案, 规划过程在第 1 阶段 (阻塞检查) 结束。

事件 B: 规划过程因在第 2 阶段 (预案调整) 规划中取得最优解而结束。

事件 C: 规划过程因在第 3 阶段 (裕度发电) 规划中取得最优解而结束。

事件 D: 规划过程因在第 4 阶段 (拉闸限电) 规划中取得最优解而结束。

逻辑变量 L_0 : 判定问题“分配预案是否通过阻塞检查”的解 (Y: 是; N: 否。下同)。

逻辑变量 L_1 : 判定问题“负荷需求约束 $\sum_i g_i = PL$ 的解集是否非空”的解。

逻辑变量 L_2 : 判定问题“爬坡速率限制 $g_{i0} - v_i \Delta t \leq g_i \leq g_{i0} + v_i \Delta t$ 解集是否非空”的解。

逻辑变量 L_3 : 判定问题“不阻塞约束 $\sum_{i=1}^8 a_{ij} g_i + b_j \leq m_j$ 解集是否非空”的解。

逻辑变量 L_4 : 判定问题“电网最低安全保证条件 $\sum_{i=1}^8 a_{ij} g_i + b_j \leq (1 + r_j) m_j$ 解集非空”的解。

当阻塞检查表明分配预案引起阻塞之后, 显然有以下结论成立:

1. 若 $L_1 \& L_2 \& L_4 = N$ 取 N , 则应进行第四阶段 (拉闸限电) 规划。
2. 若 $L_1 \& L_2 \& L_4 = Y$ 且 $L_1 \& L_2 \& L_3 = N$, 则应进行第三阶段 (裕度输电) 规划。
3. 若 $L_1 \& L_2 \& L_3 = Y$, 则进行第二阶段 (阻塞调整) 的规划。

这一判定的逻辑关系如图 2, (也可以将结点 L_1, L_2 合并为结点 $L_1 \& L_2$, 则如图 3)。

我们考虑以对 L_0, L_1, L_2, L_3, L_4 的判定作为内结点, 求取 Huffman 树。假如以事件 A, B, C, D 发生的概率值为代价, 构造 Huffman 树, 以此树作为决策树, 则可使计算量进一步降低。(其中因图 2、3 中 D 结点不只一个, 因此涉及到事件 D 发生概率值的分配问题, 一种简单的方法是假定几个结点的代价值相等, 即平均分配事件 D 发生的概率)。

6 实例求解结果

6.1 对问题一的解答

6.1.1 模型 (1) (不带常数项) 的线性系数及其检验结果

表 1: 不带常数项的模型的线性系数及其检验结果

	$a_{ij}(i=1,2,\dots,8)(10^{-2})$	R^2	F	$\alpha': 10^{-10}$
1	[19.382,32.389,14.084,24.792,10.393,32.064,6.7494,13.063]	0.7307	9.6882	85053
2	[7.7276,46.115,10.453,18.548,24.079,12.39,-8.3441,25.564]	0.6213	5.8596	4196100.
3	[-17.89, -21.49,-24.34,-13.62,-0.322,-19.396,5.098,-33.156]	0.8008	14.357	240.85
4	[4.3359,9.4364,26.689,6.9081,7.905,14.548,10.693,16.917]	0.8750	24.996	8.7098
5	[13.411,58.101,4.1388,11.312,9.0764,30.982,-6.9572,15.007]	0.6036	5.4375	6979500
6	[35.901,24.627,1.823,23.298,18.844,21.738,10.674,14.494]	0.7797	12.638	7992.1

表 1 中第 j 行对应第 j 条线路。检验结果中 $1 - \alpha'$ 为可信度。

6.1.2 模型 (2) (带常数项) 的线性系数及其检验结果

表 2: 带常数项的模型的线性系数及其检验结果

	$a_{ij}(i=1,2,\dots,8)(10^{-2})$	b_j	R^2	F	α'
1	[8.2607,4.7764,5.2794,11.986,-2.5705,12.165,12.199,-0.15179]	110.48	0.99944	5376.8	0
2	[-5.4717,12.75,0.014644,3.3244,8.6667,-11.269,-1.8644, 9.8528]	131.35	0.99957	6970.2	0
3	[-6.9387,6.1985,-15.65,-0.9871,12.467,0.23561,-0.2787, -20.119]	-109	0.99986	21788	0
4	[-3.4632,-10.278,20.504,-2.0882,-1.2018,0.56932,14.522, 7.6336]	77.612	0.99988	24424	0
5	[0.03271,24.283,-6.471,-4.1202,-6.5452,7.0026,-0.38961, -0.917]	133.13	0.99953	6433.9	0
6	[23.757,-6.0693,-7.8055,9.2897,4.6634,-0.029128,16.64, 0.0388]	120.85	0.99981	16029	0

6.2 对问题二的解答

本文设计了两种阻塞费用计算规则, 并对其优劣做了详细讨论。具体细节见模型建立部分。

6.3 对问题三的解答

预报负荷需求为 982.4MW 时的分配预案如表 3。

表 3: 分配预案

机组号	1	2	3	4	5	6	7	8
初始出力 (兆瓦)	120	73	180	80	125	125	81.1	90
出力分配预案 (兆瓦)	150	79	180	99.5	125	140	95	113.9
报价 (元)	252	300	233	302	215	252	260	303
允许爬坡值 (兆瓦)	33	15	48	19.5	27	30	21	27
实际爬坡值 (兆瓦)	30	6	0	19.5	0	15	13.9	23.9
清算价 (元)	303							

6.4 对问题四的解答

预报负荷需求为 982.4MW 时的分配预案 (表 3), 其阻塞检查结果及调整后的最终出力分配方案分别如表 4, 表 5 所示。

表 4: 阻塞检验结果

线路	1	2	3	4	5	6
限值	165	150	160	155	132	162
潮流分布	173.3047	141.0049	-150.9235	120.9114	136.8265	168.519
超限值	8.3047	-8.9951	-9.0765	-34.0886	4.8265	6.519

表 5: 调整后的方案

机组出力 (兆瓦)	[153,86.87, 228, 90.1124, 152, 95.3222, 60.1,117]
允许爬坡值 (兆瓦)	[33,15,48,19.5,27,30,21,27]
实际爬坡值 (兆瓦)	[33,15,48,10.11,27,-29.69,-21,27]
潮流限值 (兆瓦)	[165,150,160,155,132,162]
实际潮流分布 (兆瓦)	[165,150,155.26,124.51,131.51,159.53]
清算价 (元)	495
阻塞费用1 (元)	3183.1
阻塞费用2 (元)	47155

其中阻塞费用 1、2 分别是用阻塞费用规则一、二求得的。

6.5 问题五的求解结果

预报负荷需求为 1052.8MW 时分配预案、阻塞检验结果及最终出力分配方案分别如表6，表 7，表 8 所示。

表 6: 分配预案

机组号	1	2	3	4	5	6	7	8
初始出力	120	73	180	80	125	125	81.1	90
出力方案	150	81	218.2	99.5	135	150	102.1	117
最高报价	252	320	356	302	310	305	306	303
清算价	356							

表 7: 阻塞检验

线路	1	2	3	4	5	6
限值	165	150	160	155	132	162
潮流分布	177.24	141.17	156.15	129.74	134.83	167.06
超限值	12.24	-8.83	-3.85	-25.26	2.83	5.06

注：超限值为负表示该线路未发生阻塞。

7 总结评价

本文对公平开放市场条件下独立电网的输电阻塞管理问题做了模型研究。文章的主要优点是：

1. 在小区域线性假设下，对带有常数项和没有常数项的线性回归模型分别做了回归分析和细致的假设检验，并以回归方程作为潮流分布和出力分配的近似公式；
2. 根据电力系统分析的背景知识，阐明了电网潮流分布与机组出力只有统计规律性，因而带有常数项的回归模型更合理；
3. 出于对阻塞调整影响的两种考虑，设计了两种阻塞费用计算规则，并对其做了详细的比较说明；

表 8: 调整后的出力分配方案方案

出力方案(兆瓦)	[153,88,228,99.5,152,155,60.3,117]
最高报价(元)	[489,495,356,302,510,380,120,303]
允许爬坡值(兆瓦)	[33,15,48,19.5,27,30,21,27]
实际爬坡值(兆瓦)	[33,15,48,19.5,27,30,20.8,27]
潮流限值(兆瓦)	[165,150,160,155,132,162]
实际潮流分布(兆瓦)	[173.4093,143.5833,155.2113,124.6828,135.2969,160.4221]
相对安全裕度利用率	[39.2%,12.3%,4.25%,-85.16%,30.23%,19.29%]
清算价(元)	510
阻塞费用1(元)	1962.3
阻塞费用2(元)	40533

4. 根据市场规则, 兼顾计算的时间效率, 利用递归策略得到了简单易行的出力分配预案计算方法;
5. 在阻塞调整阶段, 按电网“安全第一, 兼顾经济”的原则, 提出分阶段(共四个阶段)按步骤规划的计算流程, 并对各个规划阶段分别建立了数学模型;
6. 对各个规划模型做了充分的化简, 并对其求解方法做了说明;
7. 出于计算效率的考虑, 提出以 Huffman 树作为决策树的高效规划流程, 并对一些技术细节做了改进;
8. 在附录中给出了一些典型计算规则的流程图, 从广义函数角度对阶梯函数的数学分析性能做了讨论, 并建议用非梯度优化方法求解阶梯函数的优化问题。

主要缺点表现在: 因专业知识匮乏, 没有结合现行的几种典型的电力市场运营模式^[7](如 Pool 模式、双边交易模式等)的特点给出更合理的阻塞管理办法;

8 附录

(略)

参考文献

- [1] 何仰赞, 温增银. 电力系统分析(第三版)[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2003.
- [2] 范金城, 梅长林. 数据分析[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [3] 郑君里, 应启珩, 杨为理. 信号与系统(第二版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [4] 严蔚敏, 吴伟民. 数据结构[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [5] 王春森. 系统设计师教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [6] 张智星等. 神经-模糊和软计算[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000.
- [7] 杨洪明, 段献忠, 何仰赞. 阻塞费用的计算何分摊方法[J]. 电力自动化设备, 2002(5): 10~12.

电力市场的输电阻塞管理模型*

初 宁, 周 严, 张 锴
(国防科技大学, 湖南 长沙 410073)

摘 要

本文建立起电力市场的输电阻塞管理模型。

针对问题一, 我们用多元线形回归分析的方法, 求解出各条线路上有用功潮流值关于个发电机组处理的近似线性表达式, 并经过统计检验, 验证了多元线形回归模型的拟合程度相当高。

针对问题二, 我们首先分析了“分时竞价——按清算价结算”的现行市场交易运行机制的不合理性, 然后明确指出, 如果严格遵守这种交易规则, 所制定的计算阻塞费用规则, 很难兼顾公平、合理性以及同时满足阻塞费用尽量小这两个方面要求。在此基础上, 我们提出的阻塞费用计算规则是: 对于序内容量, 赔偿以清算价购买时所得的一部分, 对于序外容量, 赔偿差价(序外容量的段价与清算价的差)与序外容量的乘积。并充分说明了这种计算规则的优越性。

针对问题三, 题目已经给出了非常明确的算法: 基于爬坡速率和段容量的约束, 按段价由低到高的顺序选取各机组的段容量或其部分, 直到它们之和等于预报的负荷。针对负荷为 982.4MW 的情形, 清算价为 303元/MWh, 负荷为 1052.8MW 的情形, 清算价为 356元/MWh。

在爬坡速率等约束下, 基于题给数据用单目标非线性规划模型, 可以得到不发生阻塞时负荷的上限值为 983.511MW, 不发生拉闸限电时负荷的上限值为 1094.6MW。

针对问题四, 负荷为 982.4MW 时的出力预案使输电线路发生阻塞, 由于 $982.4\text{MW} < 983.511\text{MW}$, 可以通过调整使出力预案消除阻塞。此时因调整而产生的阻塞费用为 1473.5元/(15 分钟)。

同样, 针对第五问, 由于 $1094.6\text{MW} > 1052.8\text{MW} > 983.511\text{MW}$, 所以发生阻塞但不拉闸限电, 并且不能通过调整预案避免阻塞。重复问题四, 我们提出了基于不同要求的性能指标分别为: 各条线路超过限值的百分比之和、各条线路超过限值的百分比中最大值与最小值之差、阻塞费用与按预案购电费用的比值; 并对三个指标进行加权作为目标函数, 求解非线性规划, 得到阻塞费用为 682.52元/(15 分钟)。

最后从现有的输电阻塞管理方案出发, 提出了以分段竞价为基础的市场交易规则。

本模型充分考虑了现行市场运行机制的弊端, 提出了比较公平的阻塞费用计算规则, 同时给出有效的衡量指标, 充分兼顾了安全和经济的原则, 做到了以较少的阻塞费用换取较高的安全性能。

1 问题重述和分析

(略)

2 问题的分析

结合本题的背景知识, 宏观上我们应该从以下几个方面分析阻塞管理:

1. 保证电网安全性, 即尽量减少输电阻塞, 避免拉闸限电。
2. 在输电阻塞发生情况下, 制定简明合理的阻塞费用计算规则。并公平的解决电网公司和不同发电机组, 这三方的利益冲突。

*2004 年全国大学生数学建模竞赛一等奖

3. 当电网公司需支付阻塞费用时, 应尽量用少的阻塞费用换取电网最大的安全性能并不使购电费用激增, 否则将间接导致用户用电成本的激增, 不利于经济发展。经济性与安全性是现行电力市场矛盾的两个方面, 宏观上前者服从后者, 所以有必要提出度量安全性的指标, 这一点在发生阻塞是尤为重要。

结合本电力市场的运行机制, 微观上如图 1 所示, 我们初步分析出现行市场的交易运行机制是“分时报价——按清算价结算”机制。

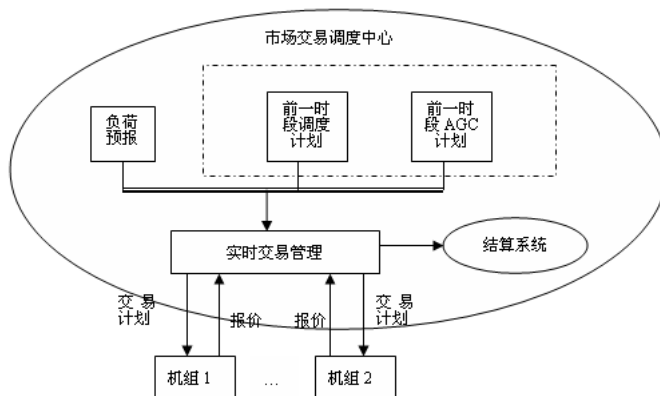


图 1: 现行市场交易机制示意图

名词解释:

1. 分时竞价: 目前各国普遍采用逐时段竞价以形成实时电价, 称为分时竞价。
2. 清算价: 一个被选入的段价 (最高段价) 称为该时段的清算价。

3 模型假设与符号说明

3.1 模型假设

1. 各机组的爬坡速率是恒定值, 不会出现在一个时段内爬坡速率随时间变化的情况。
2. 段报价不能在一个时段内再做改变。
3. 段容量不能在一个时段内再做改变。
4. 段价除计及了成本等因素外还考虑了利润因素。

3.2 符号的说明

Q	实际调度矩阵
$q_{ij}(i = 1, \dots, 8 \quad j = 1, \dots, 10)$	第 i 机组第 j 段的实际用量, 为 Q 中的元素
$d_{ij}(i = 1, \dots, 8 \quad j = 1, \dots, 10)$	预案中第 i 机组第 j 段的实际用量
$d_{ij,1}(i = 1, \dots, 8 \quad j = 1, \dots, 10)$	负载为 982.4 W 的预案
$d_{ij,2}(i = 1, \dots, 8 \quad j = 1, \dots, 10)$	负载为 1052.8 W 的预案
M	段容量矩阵
$m_{ij}(i = 1, \dots, 8 \quad j = 1, \dots, 10)$	第 i 机组第 j 段的容量, 为 M 中的元素
$w_{ij}(i = 1, \dots, 8 \quad j = 1, \dots, 10)$	第 i 机组第 j 段的报价

$V_i (i = 1, \dots, 8)$	第 i 机组的爬坡速率
$P_i (i = 1, \dots, 6)$	第 i 条线路的有功潮流
$P_{i\max} (i = 1, \dots, 6)$	第 i 条线路的有功潮流的上限值
$\eta_i (i = 1, \dots, 6)$	第 i 条线路的安全裕度值
C	电网公司购电费用
$c_{ij} (i = 1, \dots, 8 \quad j = 1, \dots, 10)$	第 i 机组第 j 段的购电费用
S	阻塞费用
w_0	清算价
$T_{ij} (i = 0, \dots, 32 \quad j = 1, \dots, 8)$	第 i 次实验数据中 j 号机组的出力

4 模型的建立和求解

4.1 问题一

4.1.1 有功潮流关于各发电机出力的近似表达式

通过对数据的分析,我们发现各机组出力试验方案 $T_k (k = 1, \dots, 32)$, 是围绕方案 T_0 给出的, $T_1 \sim T_4$ 是只改变机组 1 的出力, 而其余机组出力不变的方案; $T_5 \sim T_8$ 是只改变机组 2 的出力, 而其余机组出力不变的方案; 依次类推, $T_{29} \sim T_{32}$ 是只改变机组 8 的出力, 而其余机组出力不变的方案。这样, 可以先研究取 $T_1 \sim T_4$ 时, 机组 1 的出力与线路 1 的有功潮流值之间的关系, 如图 2。

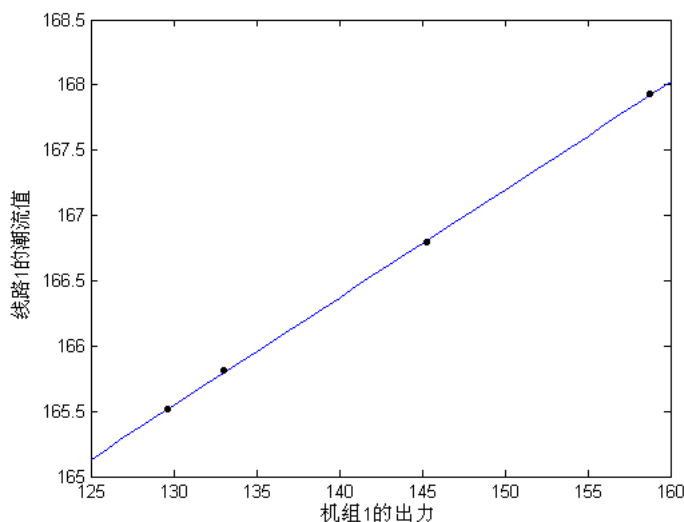


图 2: 机组 1 的出力与线路 1 的潮流值之间的关系

同理可以作出取 $T_5 \sim T_8$ 时, 机组 2 的出力与线路 1 的有功潮流值之间的关系, 如图 3。

图形分析: 依次作出其余机组的出力关于线路 1 的有功潮流值的关系图线, 结果表明均成线性关系。所以我们有理由认为线路 1 的有功潮流值关于机组 1~8 的出力成线性关系。

这样, 用多元线性回归的统计方法求出线路 1 的有功潮流值关于各机组出力之间关系的近似表达式。

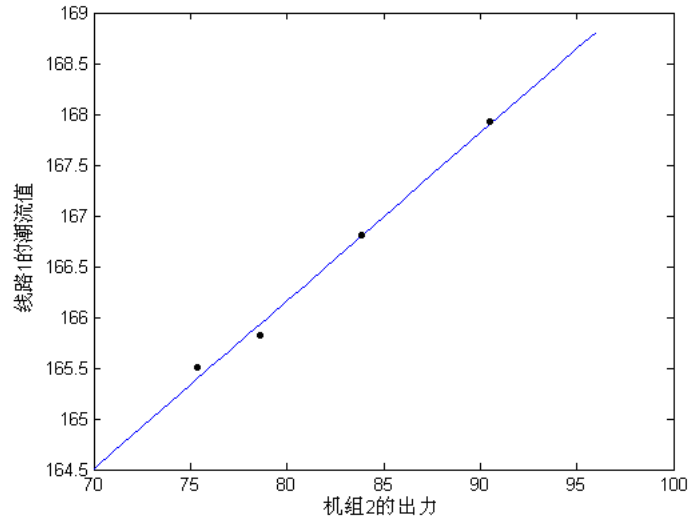


图 3: 机组 2 的出力与线路 1 的潮流值之间的关系

设 $x_i (i = 1, \dots, 8)$ 分别为八个机组对线路 1 的有功潮流的贡献 $a_{1i} (i = 1, \dots, 8)$ 为线路 1 的表达式的系数, 则其多元线性回归模型为:

$$P_1 = a_{10} + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{18}x_8 = a_{10} + \sum_{i=1}^8 a_{1i}x_i$$

即

$$P_1 = a_{10} + a_1 X,$$

其中 $X = (x_1, x_2, \dots, x_8)^T$, $a_1 = (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{18})$;

模型中各系数与常数项通常利用最小二乘法来求解, 以 95% 为显著性水平求得:

$$a_1^T = \begin{bmatrix} 0.082607 \\ 0.047764 \\ 0.052794 \\ 0.11986 \\ -0.025705 \\ 0.12165 \\ 0.12199 \\ -0.0015179 \end{bmatrix}, \quad a_{10} = 110.48$$

4.1.2 结果分析及模型检验

1. 相关参数: 相关系数平方值 R^2 为 0.99944, 说明拟合程度相当高。
2. 对多元线性回归做方差分析, F 值为 5376.8, 大于置信限 $F_{0.05}(8, 33 - 8 - 1)$, 认为回归显著, 线性相关密切。
3. 显著性概率 p 为 0.0, 小于 0.5, 因此拒绝零假设, 认为回归方程中至少有一个系数不为零, 回归方程有意义。
4. 对残差 r 的正态分布检验, 接受残差 r 服从正态分布的假设。

同理, 对线路 2~6 均可用多元线性回归模型求出其近似表达式并进行检验 (具体检验数据见附录), 发现线性回归的效果均很好。

综上, 可以看出用多元线性回归模型拟合得非常好。

因此, 不妨设各线路的有功潮流为 $P = (P_1, P_2, \dots, P_6)^T$, 则六条线路的表达式统一表示为:

$$P = b + Ax$$

其中

$$b = (a_{10}, a_{20}, \dots, a_{80})^T$$

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_6)^T$$

由计算得:

$$A = 1 \times 10^2 \begin{bmatrix} 8.2607 & 4.7764 & 5.2794 & 11.986 & -2.5705 & 12.165 & 12.199 & -0.1518 \\ -5.4717 & 12.75 & -0.0146 & 3.3224 & 8.6667 & -11.269 & -1.8644 & 9.8528 \\ -6.9387 & 6.1985 & -15.65 & -0.9871 & 12.467 & 0.2356 & -0.2787 & -20.119 \\ -3.4632 & -10.278 & 20.504 & -2.0882 & -1.2018 & 0.5693 & 14.522 & 7.6336 \\ 0.0327 & 24.283 & -6.471 & -4.1202 & -6.5452 & 7.0026 & -0.3896 & -0.9170 \\ 23.757 & -6.0693 & -7.8055 & 9.2897 & 4.6634 & -0.0291 & 16.636 & 0.0388 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 110.48 \\ 131.35 \\ -108.99 \\ 77.612 \\ 133.13 \\ 120.85 \end{bmatrix}$$

4.2 问题二: 阻塞费用计算规则

通过分析我们认为为了尽可能的公平, 应该满足如下的原则

首先, 对于得到发电权而不能发电的序内容量, 电网公司应赔偿发电厂准备发电而付出的成本 (如燃料仓储费, 误工费等), 但是因为事实上这些容量没有发电, 不需要支付发电成本 (如开机费, 磨损费, AGC 辅助服务等), 所以只赔偿以 w_0 购买序内容量的费用 s_1 的一部分 (由赔偿系数 λ 反映)。

其二, 对于因调整预案才得到发电权的序外容量, 因为其段价 $w_{ij} \geq w_0$, 如果不予赔偿序外容量, 势必将在低于自己报价的基础上出力, 这对序外容量是不公平的。因此电网公司应该给序外容量适当的赔偿费 s_2 , 以达到其期望值。

根据以上两条规则, 考虑对序外容量赔偿方式的不一样, 有如下两种合理的阻塞费用计算方案:

计算规则(1):

阻塞费用(S) = $\lambda \times$ 序内容量费用 (s_1) + 序外容量花费 (s_2)

($\lambda < 1$, 为赔偿系数, 对本题取 $\lambda = 0.1$, 后面的灵敏度分析说明对 λ 比较稳定)

$$s_1 = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^{10} (d_{ij} - q_{ij}) \times w_0, \quad d_{ij} \geq q_{ij}$$

按市场交易规则, 对于序外容量, 以差价作为赔偿价赔偿序外容量部分, 也即

$$s_2 = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^{10} (w_{ij} - w_0) \times (q_{ij} - d_{ij}), \quad w_{ij} \geq w_0, \quad q_{ij} \geq d_{ij}$$

计算规则(2):

严格遵守市场规则, 有序外容量的机组希望以自己参与发电的段的最高段价来卖自己的电, 而这个最高段价比 w_0 高, 因此机组的期望收益值就会大大提高, 序外容量的赔偿费用也就会较高。在此种意义下的阻塞计算如下:

$$\text{阻塞费用}(S') = \lambda \times \text{序内容量费用}(s'_1) + \text{序外容量花费}(s'_2)$$

(λ 定义同上)

$$s'_1 = \sum_{i=1}^8 \left(\sum_{j=1}^{10} d_{ij} - \sum_{j=1}^{10} q_{ij} \right) \times w_0, \quad \text{当 } \sum_{j=1}^{10} d_{ij} - \sum_{j=1}^{10} q_{ij} \geq 0$$

$$s'_2 = \sum_{i=1}^8 \left(\max(w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{i10}) - w_0 \right) \times \left(\sum_{j=1}^{10} q_{ij} - \sum_{j=1}^{10} d_{ij} \right), \quad \text{当 } \sum_{j=1}^{10} q_{ij} - \sum_{j=1}^{10} d_{ij} \geq 0$$

两种规则的区别在于前一种对序外容量仅需赔偿序外容量的部分即可, 而后一种要求赔偿与序外容量同在一个机组的所有出力。调节 λ 值实际上是在调整序外和序内容量的赔偿比例, 在实际中它会存在一个使得两方都觉得合理的平衡点, 这时我们认为达到了最佳的公平目标。

为了衡量到底那种计算规则更合理, 通过查阅文献 [1] 得知发电机组的成本函数是发电出力 and 时间的函数, 在实际中常用以下二次函数表示

$$\phi(q, t) = (a + bq + cq^2) t$$

其中 q 表示某机组的总出力 $\sum_{j=1}^{10} q_{ij}$, a, b, c 为发电机组的生产成本系数且均大于 0。

根据上式得到单位出力的成本为:

$$\varphi(q) = (a + bq + cq^2) / q$$

这个函数的图象是先减后增的, 也就是说机组发电时随着出力的增加单位成本先降低, 到一定程度后由于机器磨损, 管理费用等增长加快, 成本才升高, 转折点为 $\sqrt{\frac{a}{c}}$ 。

本题所述的竞价方式是分时竞价机制, 根据上面成本的先减后增性质, 由文献 [2] 知道, 现有的制度有如下缺点: (1) 报价与成本背离。电厂的成本在额定容量的 80%—90% 是递减的, 而国内外市场采取的定价规则要求电厂的报价曲线是递增的! 所以, 大多数发电厂盈利是必然的。(2) 按统一的清算价结算不能反映电能同质同价的公平原则。因为不同发电机组发电的成本和质量是不同的。

由于体制的原因在此结论的基础上要达到真正的公平是很困难的。我们认为计算规则 (1) 是更合理的, 分析如下:

如果规则 (2) 中序外容量所在段的成本小于 $\sqrt{\frac{a}{c}}$, 随着序外容量的引入, 此序外容量所在机组的成本是降低的, 如果此时仍然以序外容量的段价来买此机组所有的出力, 相当于让此机组非序外容量的段又多赚了钱, 出现了赔偿过剩, 是不合理的。

综合分析我们考虑 S 的计算规则为阻塞费用计算方案, 进行后续的计算。

4.3 问题三: 负荷需求 982.4 MW 的出力方案

对于第三问, 题目已经给出了非常明确的算法: 按段价由低到高的顺序选取各机组的段容量或其部分, 直到它们之和等于预报的负荷。但是爬坡速率和段容量引起的约束仍然存在:

$$\left| \sum_{j=1}^{10} q_{ij} - T_{0,i} \right| \leq 15 \cdot V_i \quad (i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$0 \leq q_{ij} \leq m_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, 8; j = 1, 2, \dots, 10)$$

通过简单的判断和计算可以得到下一时段负荷为 982.4 MW 时的预案矩阵 D_1 如表 1。

表 1: 982.4 MW 时的预案矩阵

机组/段	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总计
1	70	0	50	0	0	30	0	0	0	0	150
2	30	0	20	8	15	6	0	0	0	0	79
3	110	0	40	0	30	0	0	0	0	0	180
4	55	5	10	10	10	9.5	0	0	0	0	99.5
5	75	5	15	0	15	15	0	0	0	0	125
6	95	0	10	20	0	15	0	0	0	0	140
7	50	15	5	15	10	0	0	0	0	0	95
8	70	0	20	0	20	0	3.9	0	0	0	113.9
											982.4

可以看出此时的清算价为 303 元/MWh, 买电的费用为

$$C_1 = 982.4 \times 303 \times 15/60 = 74416.8(\text{元}/15\text{分钟})$$

同样的方法应用于 1052.8 MW, 得到的预案矩阵 D_2 如表 2。

表 2: 1052.8MW 时的预案矩阵

机组/段	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总计
1	70	0	50	0	0	30	0	0	0	0	150
2	30	0	20	8	15	6	2	0	0	0	81
3	110	0	40	0	30	0	20	18.2	0	0	2182
4	55	5	10	10	10	9.5	0	0	0	0	99.5
5	75	5	15	0	15	15	0	10	0	0	135
6	95	0	10	20	0	15	10	0	0	0	150
7	50	15	5	15	10	7.1	0	0	0	0	102.1
8	70	0	20	0	20	0	7	0	0	0	117
											1052.8

可以看出此时的清算价为 356 元/MWh, 买电的费用为:

$$C_2 = 1052.8 \times 356 \times 15/60 = 93699.2(\text{元}/15\text{分钟})$$

4.4 问题四: 负荷需求为 982.4MW 的阻塞费用

检查负荷为 982.4MW 时的预案, 计算六条线路上的有功潮流值:

$$P = A * \left(\sum_{j=1}^{10} d_{1j,1}, \sum_{j=1}^{10} d_{2j,1}, \dots, \sum_{j=1}^{10} d_{8j,1} \right)' + b$$

表 3: 982.4MW 时的有功潮流值

线路	1	2	3	4	5	6
限值(MW)	165	150	160	155	132	162
潮流值(MW)	173.3074	141.0023	-151.5798	120.9124	136.8228	168.5210
超过限值的百分比	0.0503	0	0	0	0.0365	0.0403

其中 P 为列向量, 其元素为 P_1, P_2, \dots, P_6 .

计算结果如表 3

显然预案发生了输电阻塞, 为了分析是否能够通过调整各机组分配方案使得此时的输电阻塞消除, 我们需要求当电网不出现阻塞时的最大负荷值, 得到如下的规划模型:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^{10} q_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 0 \leq q_{ij} \leq m_{ij} & (i = 1, 2, \dots, 8; j = 1, 2, \dots, 10) \\ \left| \sum_{j=1}^{10} q_{ij} - T_{0,i} \right| \leq 15V_i & (i = 1, 2, \dots, 8) \\ P_i \leq P_{i,\max} & (i = 1, 2, \dots, 6) \end{cases} \end{aligned}$$

求解此规划得到不出现阻塞时的最大负荷值为 983.511MW. 所以我们认为此时应该存在一种调整方案使得负荷为 982.4MW 时不出现阻塞。

由第二问建立的赔偿规则和第三问计算结果可以建立求解阻塞费用最小调整方案的规划模型:

$$\begin{aligned} \min \quad & S \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 0 \leq q_{ij} \leq m_{ij} & (i = 1, 2, \dots, 8; j = 1, 2, \dots, 10) \\ \left| \sum_{j=1}^{10} q_{ij} - T_{0,i} \right| \leq 15V_i & (i = 1, 2, \dots, 8) \\ P_i \leq P_{i,\max} & (i = 1, 2, \dots, 6) \\ \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^{10} q_{ij} = 982.4 \\ w_0 = 303 \end{cases} \end{aligned}$$

计算结果如表 4。

此时的目标函数值(阻塞费用)为 1473.5 元/(15 分钟), 各线路潮流值如表 5。

可见在此调整下并没有发生阻塞。

4.5 问题五: 负荷为 1052.8MW 时, 重复以上两小节

4.5.1

当负荷为 1052.8MW 时明显超出了不出现阻塞时的负载上限值 983.511MW, 所以此时的阻塞是必然的。为了判断此时是否要拉闸限电, 只需解如下规划即可:

$$\max \quad \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^{10} q_{ij}$$

表 4: 对 982.4MW 做调整使得它不阻塞的方案

机组/段	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总计
1	70	0	50	0	0	30	0	0	0	0	()150
2	30	0	20	8	15	6	2	0	0	6.7365	87.7365
3	110	0	40	0	30	0	20	28	0	0	228
4	49.887	4.75	9.7499	9.7499	9.7499	6.9918	0	0	0	0	90.8782
5	75	5	15	0	15	15	0	10	10	7	152
6	77.871	0	0	18.814	0	0	0	0	0	0	96.6853
7	15.241	15	4.8592	15	10	0	0	0	0	0	60.1000
8	70	0	20	0	20	0	7	0	0	0	117
											982.4

表 5: 对 982.4MW 做调整使得它不阻塞的方案有功潮流值

线路	1	2	3	4	5	6
限值(MW)	165	150	160	155	132	162
潮流值(MW)	164.97	149.996	-155.52	124.63	131.5	158.91
超过限值的百分比	0	0	0	0	0	0

s.t.
$$\begin{cases} 0 \leq q_{ij} \leq m_{ij} & (i = 1, 2, \dots, 8; j = 1, 2, \dots, 10) \\ \left| \sum_{j=1}^{10} q_{ij} - T_{0,i} \right| \leq 15V_i & (i = 1, 2, \dots, 8) \\ P_i \leq P_{i,\max}(1 + \eta_i) & (i = 1, 2, \dots, 6) \end{cases}$$

计算结果为 1094.6MW（不拉闸限电时负荷的最大值）。这说明负荷为 1052.8MW 时可以不用限电。为了满足安全的原则,我们定义如下的安全指标:

$$I_1 = \sum_{i=1}^6 F(P_i - P_{i,\max})/P_{i,\max}$$

$$I_2 = \max(F(P_i - P_{i,\max})/P_{i,\max}) - \min(F(P_i - P_{i,\max})/P_{i,\max})$$

其中
$$F(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

显然不发生阻塞时 I_1 值为 0，发生阻塞时 I_1 值大于 0，且 I_1 值越大说明电网中超过限值的百分比越大，也就越不合理。

I_2 反映的是超过线路限值的百分比的均衡度。显然， I_2 值越小，表示各条线路超过限值的百分比越集中，反之，可能出现一条线路严重超限值而其他线路以较小比例超过限值，这是我们不希望看到的。

为了满足经济的原则，我们可以把问题二中提出的阻塞费用与购电费用的比值作为指标：

$$L = S/C_2$$

当 L 值较小时说明阻塞费用低，反之阻塞费用高。

4.5.2

综合考虑经济和安全方面的因素, 我们选择加权比例模型为目标函数得到如下的规划模型:

$$\begin{aligned} \min \quad & \mu_1 L + \mu_2 I_1 + \mu_3 I_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 0 \leq q_{ij} \leq m_{ij} & (i = 1, 2, \dots, 8; j = 1, 2, \dots, 10) \\ \left| \sum_{j=1}^{10} q_{ij} - T_{0,i} \right| \leq 15V_i & (i = 1, 2, \dots, 8) \\ P_i \leq P_{i,\max}(1 + \eta_i) & (i = 1, 2, \dots, 6) \\ \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^{10} q_{ij} = 1052.8 \\ w_0 = 356 \\ \lambda = 0.1 \end{cases} \end{aligned}$$

其中 μ_1, μ_2, μ_3 为三者的权重系数。由于在实际中我们的着重点不一样 (比如阻塞费要尽量小或超过限值的百分比要尽量均衡等), 可能导致三者的比例不一样。调整它们的比例进行计算, 统计 I_1, I_2, L (或 S), 结果如表 6。

表 6: $\lambda = 0.1$ 时权重调整后的计算结果

$\mu_1 : \mu_2 : \mu_3$	S元/(15 分钟)	I_1 (%)	I_2 (%)
$\frac{2}{5} : \frac{2}{5} : \frac{1}{5}$	682.5200	6.15%	0
$\frac{2}{5} : \frac{1}{5} : \frac{2}{5}$	608.0199	6.78%	5.1%
$\frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$	664.6200	6.60%	4.38%

这三种情况下的具体调度方案参见附录。

改变 λ 使得 $\lambda = 0.2$ 用相同的模型计算结果如表 7。

表 7: $\lambda = 0.2$ 时权重调整后的计算结果

$\mu_1 : \mu_2 : \mu_3$	S元/(15 分钟)	I_1	I_2
$\frac{2}{5} : \frac{2}{5} : \frac{1}{5}$	853.03	6.23%	0
$\frac{2}{5} : \frac{1}{5} : \frac{2}{5}$	846.54	6.78%	5.1%
$\frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$	936.96	6.60%	4.38%

通过对 λ 取更大范围的值, 对结果进行分析发现 λ 的改变对 I_1, I_2 的影响极小, 对 S 的影响也在 5% 以内, 究其原因是因为我们进行加权的三个目标之间并不是完全对立的关系, 可能存在 S 和 I_1, I_2 都较小的情况, 所以结果的波动随 λ 值变化不大。

对结果进行分析不难得到选取 $\mu_1 : \mu_2 : \mu_3 = 1 : 1 : 0$ 时的解作为调整方案, 因为显然地它以最小的阻塞费用最大限度地降低了各线路上超过限制值的百分比和, 是最经济和安全的方式。

综合考虑个方面的均衡性, 负荷为 1052.8MW 时的阻塞费用为 682.52 元/(15 分钟), 调度方案和潮流值如表 8, 9。

5 模型检验

用第二问中提出的阻塞费用计算方法 S' 代替前面的阻塞费用计算方法 S , 用于第五问的规划求解得到了两种阻塞费用的比较如表 10, 11。

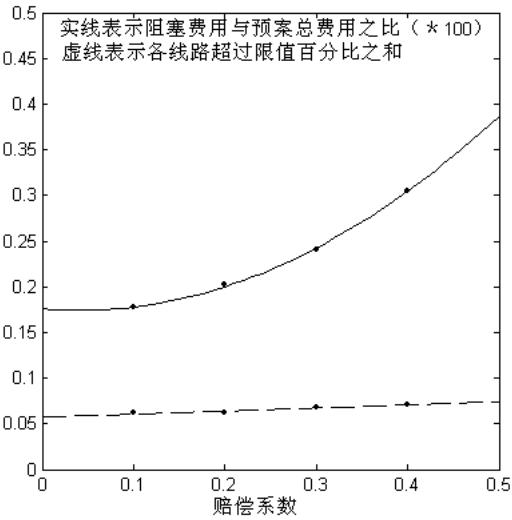


图 4: 不同赔偿系数对结果的影响

表 8: 负荷为 1052.8MW 时的调度方案

机组/段	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总计
1	70	0	33.63	0	0	30	0	0	0	0	133.63
2	30	0	13.984	8	15	6	2	0	0	0	74.9840
3	110	0	40	0	30	0	20	28	0	0	228
4	55	5	10	10	10	9.5	1e-007	0	0	0	99.5
5	75	5	15	0	15	15	0	10	10	7	152
6	95	0	10	20	0	15	10	5	0	0	155
7	50	15	2.6861	15	10	0	0	0	0	0	92.6861
8	70	0	20	0	20	0	7	1e-007	0	0	117
											1052.8

表 9: 负荷为 1052.8MW 时的线路有功潮流值

线路	1	2	3	4	5	6
限值(MW)	165	150	160	155	132	162
潮流值(MW)	175. 1412	142. 3772	-155.4914	131. 3955	131.9999	161. 98
超过限值的百分比	0. 0615	0	0	0	0	0

表 10: $\lambda = 0.1$, 改变权重比例时两种阻塞费用计算规则的比较

$\mu_1 : \mu_2 : \mu_3$	S元/(15 分钟)	S' 元/(15 分钟)
$\frac{2}{5} : \frac{2}{5} : \frac{1}{5}$	853.03	5182.4
$\frac{2}{5} : \frac{1}{5} : \frac{2}{5}$	846.54	6090.5
$\frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$	936.96	7041.7

表 11: $\lambda = 0.2$, 改变权重比例时两种阻塞费用计算规则的比较

$\mu_1 : \mu_2 : \mu_3$	S 元/(15 分钟)	S' 元/(15 分钟)
$\frac{2}{5} : \frac{2}{5} : \frac{1}{5}$	853.03	1249.5
$\frac{2}{5} : \frac{1}{5} : \frac{2}{5}$	846.54	6329.0
$\frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$	936.96	1230.7

显然, 可以看到第二种阻塞费用计算方法导致的赔偿费用是很大的, 这将直接导致用户用电费用的波动值很大, 不符合实际情况。两种阻塞费用算法对线路的优化情况并没有大的差别。所以, 我们认为这时候取第一种阻塞费用 S 的计算方法是合乎情理的。

6 模型的进一步讨论

在制定阻塞费用计算法则时, 我们分析得出, 一旦严格遵守现行“分时竞价—按清算价结算”这一市场交易规则, 是不能兼顾公平合理与阻塞费用最尽量少这两方面。因此, 不能有效利用市场——这一经济杠杆, 缓解和解除输电网络阻塞问题! 因此, 我们提出了较为理想的改进方案, 较好的解决了合理性, 公平性以及市阻塞费用最少的要求, 从阻塞管理上缓解阻塞问题。

但是为了从根本上解决阻塞问题, 我们预见性的提出, 将“分时竞价”改革为“分段竞价”, 这一新的竞价机制。

结合现有理论的研究, 下面我们介绍分段竞价电力市场的运营模式。

在分段竞价市场中, 发电厂不必像分时竞价市场那样申报 96 条报价曲线。根据发电厂是基本负荷发电厂还是调峰发电厂, 只需申报一幅报价图,

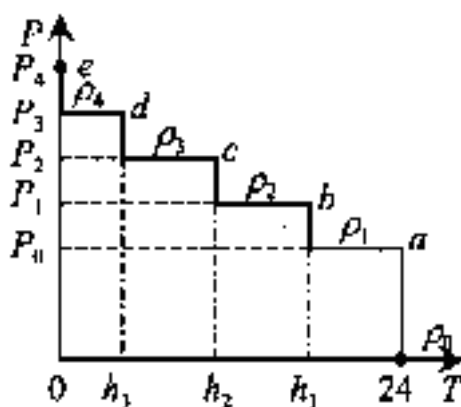


图 5: 分段竞价市场中发电厂的报价图

图 5 为分段竞价市场中发电厂的报价图。图中横坐标为运行小时数, 纵坐标为可提供的累计发电出力。图 5 中, 通过 a 点的垂线表示在运行小时大于或等于 24 小时的情况下可提供 p_0 的发电容量, 报价为 ρ_0 ; 通过 b 点的垂线表示在运行小时大于或等于 h_1 小时的情况下可提供 p_1 的发电容量, 报价为 ρ_1 等等。报价应满足以下条件: 当 $h_i > h_j$ 时, $\rho_i < \rho_j$ 。

以上报价方式显然比分时竞价市场的报价简单, 而且更符合各类机组的运行特点。实际上对一般发电厂而言, 报价的图形甚至可以维持不变, 每天的报价只需给出不同的电价 ρ_0, ρ_1, \dots , 即可。由于报价直接和发电机组的运行模式(连续运行小时数)相关, 所以发电厂商更容易根据其成本分析进行报价。

和分时竞价市场相比,分段竞价市场有以下突出特点:

1. 符合电力系统的生产和消费特性,便于发电厂商竞价及系统安排运行方式,便于解决机组启停问题;
 2. 在同样电能质量的条件下竞价,更能体现市场的公平性;
 3. 分段竞价市场购买电能的费用低于分时竞价市场,从而使用户获得更廉价的电能;
- 因此,分段竞价机制在实际电力市场运营中发挥作用,能有缓解输电网阻塞管理问题。

7 模型的评价

1. 在制定阻塞费用计算规则时考虑单位成本与出力的关系,讨论比较充分,给出的规则简明,合理,公平。
2. 给出了衡量安全的完整性能指标,能很好地反映实际情况。
3. 给出了电网不发生阻塞和拉闸限电的负载上限值,对实际生产生活具有指导意义。
4. 结果较优,做到了以较少的阻塞费用换取较高的安全性能。
5. 考虑的因素比较全面,但是模型比较单一。

8 附录:

(略)

参考文献

- [1] 马莉,文福拴.采用分段报价规则的竞价策略初探[J].电力系统自动化,2002,26(9).
- [2] 王锡凡.分段竞价的电力市场[J].中国电机工程学报,2001,21(12).
- [3] 王永福,张伯明,孙宏斌.实时电力市场运营模式[J].电力系统自动化,2002,26(11).
- [4] 张志涌.精通 MATLAB 6.5 版[M].北京:北京航空航天大学出版社,2003.3

输电阻塞管理模型*

孙 蒙, 吴慧云, 易 勋
(国防科技大学, 湖南 长沙 410073)

摘 要

本问题是一个以电力传输为背景包含数据拟合、数学规划和最优调度等内容的建模问题。问题一中, 我们通过单因子实验假设函数满足线性模型, 用最小二乘拟合出该函数, 并在结果分析中给出此多元线性回归的显著性检验及结论。问题二中, 根据市场交易规则, 本着安全、简明、合理和公平的原则设计出阻塞费用计算规则。在模型检验中给出阻塞费用对相关系数的敏感性讨论。在模型的进一步讨论中给出其他定价方式的讨论。问题三, 我们遵循电力市场交易原则, 兼顾爬坡约束和段容量约束, 对题目给的负荷要求制定出满足约束条件并且清算价最小的出力预案。问题四, 根据预案检验是否出现阻塞, 并且在发生阻塞时, 按照“先安全后经济”的原则, 建立数学规划模型, 采用“多目标迭代”法求得最优解; 并且求出两个临界状态时负荷值, 用以判断一定的负荷要求是在限值内输送或超出限值但在安全裕度内输送还是必须拉闸限电。问题五, 重复三、四的过程, 但是根据临界状态理论得到与其不同的结论。本文的主要结果是:

机组负荷		1	2	3	4	5	6	7	8
982.4MW	出力分配预案(MW)	150	79	180	99.5	125	140	95	113.9
	清算价(¥/MWh)	303							
1052.8MW	出力分配预案(MW)	150	81	218.2	99.5	135	150	102.1	117
	清算价(¥/MWh)	356							

线路负荷		1	2	3	4	5	6
982.4MW	潮流值(MW)	165.0	149.9	-155.1	124.6	131.5	158.9
	限值(MW)	165	150	160	155	132	162
	阻塞费用(¥)	15430					
	总支付费用(¥)	89846.8					
1052.8MW	潮流值(MW)	175.1	142.4	-154.8	131.2	132.0	162.0
	限值(MW)	165	150	160	155	132	162
	阻塞费用(¥)	6923.5					
	总支付费用(¥)	100622.7					

表格说明: 当负荷需求为 982.4MW 时, 各线路均在潮流限值以内输电; 当负荷需求为 1052.8MW 时, 线路 1 和线路 5 将使用安全裕度输电, 线路 1 和线路 5 的潮流值超出限值的比例所占安全裕度空间的比例分别为 41.31%、14.88%。

1 问题分析

问题一: 题目给出发电机组出力方案和输电线路潮流值的相关数据, 对数据之间关系进行分析, 采取线性拟合, 并在最小二乘下达到最优, 得到近似表达式。

*2004 年全国大学生数学建模竞赛一等奖

问题二：输电线路均有输电容量的极限，当某条输电线路的潮流值达到或超过限值时，由题意可知发生了输电阻塞。线路可用传输容量（ATC）反映在当前运行状态下线路的容量极限与当前潮流的差值。线路发生阻塞就是 ATC 为 0 的情况。电网公司在电力市场交易中以安全和购电费用最小为目标，于是不可避免的导致系统中某些报价较低的线路或电价较低的发电机的周围的线路承载较多负荷。输电阻塞损失决定着阻塞费用，遭受损失的主要是电厂（拉闸限电时还有用户），根据电力市场的各种规则，考察各市场主体的经济损失，按照简明合理公平的原则求出阻塞费用计算式。

问题三：根据已知的段容量、段价和爬坡速率数据，遵循电力市场交易规则，按段价从低到高选取各机组的段容量或其部分，可以很容易的得到所求时段的出力预案。

问题四：以经济调度为基础的实时电价理论，提出了节点电价模型交易模式，其实质就是基于集中调度的最优潮流问题。分析以阻塞费用最小为目标的调度问题，约束条件有：安全约束、爬坡约束、电量约束，可以分解成非线性规划实现；调节阻塞时，为了保证安全，另须考虑线路潮流值不超出限值或超出限值尽可能小（最多不能超过裕值）；必须拉闸限电的情况，将会造成极大损失，实际生活中不常见，但作为完整的理论，应该考虑使限电量最小，并且在分配负荷需求除去限电量的部分时，顾及以上约束，并使得阻塞费用最小。

2 模型假设

1. 机组所有出力的价格都随着出力值的增加而增加（对于出力按照所取段容对应段价计价的情况作为模型进一步讨论）；
2. 电网不出现意外损坏，例如：地震、台风、交通事故、火灾等；
3. 发电机组不会因为能源不足而达不到段容量，如水电站缺水等；
4. 电厂在运行过程中切实听从调度中心的调度；
5. 电厂、调度中心始终能坚持安全第一的原则；
6. 题中一切数据准确，每个机组所报段价不存在投机现象。

3 符号说明

$\Gamma(P)$: 以机组出力向量 P 为自变量的 8 元 1 维阻塞费用函数；

P_L^1 : 第一个临界状态的负荷；

P_L^2 : 第二个临界状态的负荷；

$P^r(t)$: t 时段的负荷需求；

$C(t)$: 预案所确定的 t 时段的清算价；

$\delta(x)$: 选择函数；

μ : 序内补偿系数；

M : 用户端每兆瓦电所能创造的效益；

Q^r : 用户端的需求电量；

Q^s : 线路实际供给用户端的电量；

t_0 : 一个时段的长度；

F_i : 第 i 条线路的潮流函数；

$F = (F_1, F_2, \dots, F_6)^T$: 6 条线路的潮流函数向量；

ω_i : 第 i 条线路的潮流函数中的常数项；

$\Omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_6)^T$: 6 线路的潮流函数中的常数项向量；

$P_k(t)$: t 时段第 k 个机组的出力值;

$P(t) = (P_1(t), P_2(t), \dots, P_8(t))^T$: t 时段 8 个机组的出力值向量;

v_k : 第 k 个机组的爬坡速率;

$v = (v_1, v_2, \dots, v_8)^T$: 8 个机组的爬坡速率向量;

ΔF_i : 第 i 条线路超过限值的潮流值;

$\Delta F = (\Delta F_1, \Delta F_2, \dots, \Delta F_6)^T$: 6 条线路超过限值的潮流值向量;

F_i^0 : 第 i 条线路潮流值的限值;

$F^0 = (F_1^0, F_2^0, \dots, F_6^0)^T$: 6 条线路潮流值的限值向量;

η_i : 第 i 条线路潮流值超过限值的百分比;

$\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_6)^T$: 6 条线路潮流值超过限值的百分比向量;

η_i^0 : 第 i 条线路相对安全裕度;

$\eta^0 = (\eta_1^0, \eta_2^0, \dots, \eta_6^0)^T$: 6 条线路相对安全裕度向量;

C_k : 第 k 个机组的电价关于出力值 $P_k(t)$ 的函数;

a_{ij} : 第 i 个机组的出力对第 j 条线路的潮流值的贡献系数;

$$A = (a_{ij})_{6 \times 8} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{18} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{28} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{61} & a_{62} & \cdots & a_{68} \end{pmatrix} : \text{机组的出力对线路的潮流值的贡献系数矩阵。}$$

4 模型建立

4.1 问题一: 有功潮流和各发电机组出力的近似表达式

通过单因子实验, 对于一个线路的潮流值是各发电机组出力的近似的线性关系 $F_j = \sum_{i=1}^8 a_{ij} * P_i + \omega_j$, 因此, 设发电机组出力向量 P 与输电线路潮流值向量 F 的关系:

$$F = A * P + \Omega$$

系数矩阵 A 的元素 A_{ij} 表示第 i 个发电机组对第 j 条线路的出力系数 ($i = 1, 2, \dots, 8$), ($j = 1, 2, \dots, 6$);

对 F_j ($j = 1, 2, \dots, 6$) 进行最小二乘拟合, 可得到系数矩阵 A 和常数向量 Ω 。

4.2 问题二: 关于阻塞定价

产生阻塞的原因是由于电能交易对输电容量的需求超过了输电线网的自身容量限制。阻塞定价及分摊方式都与电力市场交易原则和阻塞管理方法密切相关。

4.2.1 先考虑用户端所需负荷能够满足即不需要拉闸限电的情况

根据电力市场交易规则和阻塞管理规则, 同时考虑到公平的对待序内容量不出力的部分和报价高于清算价的序外容量出力的部分, 得到简明合理的阻塞费用计算式:

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$$

$$\Gamma_1 = \sum_{k=1, \Delta P_k(t) \geq 0}^8 P_k(t) * (C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t)) - C(t)) * \delta(C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t)) - C(t))$$

$$\Gamma_2 = \sum_{k=1, \Delta P_k(t) \geq 0}^8 \Delta P_k(t) * (C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t)) - C(t)) * \delta(C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t)) - C(t))$$

$$\Gamma_3 = \mu * C(t) * \sum_{k=1, \Delta P_k(t) \leq 0}^8 (-\Delta P_k(t))$$

$$\text{其中, } \delta(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

Γ_1 是存在序外出力的机组的序内出力容量按照价格差得到的补偿, 价格差是该机组此时的实际报价与清算价的差额;

Γ_2 是在低于对应报价的清算价上出力的序外容量按照对应报价与清算价的差额得到的补偿;

Γ_3 是按照清算价格和序内容量不出力部分的预出力值以一定比例对它的补偿。

模型解释:

$$\Gamma_1 = \sum_{k=1, \Delta P_k(t) \geq 0}^8 P_k(t) * (C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t)) - C(t)) * \delta(C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t)) - C(t))$$

依据: 因为序外容量要在低于对应报价的清算价上出力, 产生价格差:

$$C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t)) - C(t)$$

以此作为“补偿价格”补偿存在序外出力的机组的序内容量的出力部分 $P_k(t)$ 。

合理性: $\Delta P_k(t) \geq 0$ 和 $\delta(x)$ 函数保证了我們只选取对应报价不低于清算价格的序外容量; 若存在序外出力的机组的对应价格已经提高, 按照清算价的付费方式就造成了它们在价格差的损失, 因此要按照价格差给予补偿。

$$\Gamma_2 = \sum_{k=1, \Delta P_k(t) \geq 0}^8 \Delta P_k(t) * (C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t)) - C(t)) * \delta(C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t)) - C(t))$$

依据: 序外容量不在预案之内, 对应各机组的序外容量有不同的报价 $C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t))$, 对应报价 $C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t))$ 高于清算价 $C(t)$ 的序外容量按照相应的报价与清算价的差补偿;

合理性: $\Delta P_k(t) \geq 0$ 和 $\delta(x)$ 函数保证了我們只选取对应报价不低于清算价格的序外容量; 按照相应的价格差对序外容量补偿, 可以使得序外容量最终达到自己的价格要求。

$$\Gamma_3 = \mu * C(t) * \sum_{k=1, \Delta P_k(t) \leq 0}^8 (-\Delta P_k(t))$$

依据: 序内容量不出力部分 $\sum_{k=1, \Delta P_k(t) \leq 0}^8 (-\Delta P_k(t))$, 网方以未完成交易按照清算价对其进行补偿, 补偿系数取为 μ , 通常 μ 很小。

合理性: 此类的供电商虽然没实现交易, 但是它的成本可能随着出力的降低而降低, μ 在原来清算价下就得到较多的利润, 因此“序内补偿系数” μ 比较小。

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$$

合理性: 考虑到了阻塞所能引起的不同类机组的损失, 把它们累加就是总的阻塞费用。

对于另外一种序内容量不出力的部分补偿方法, 我们在模型进一步讨论中给出讨论。

4.2.2 必须拉闸限电的情况

若无论怎样分配机组出力都无法使每条线路上的潮流绝对值超过限值的百分比小于相对安全裕度, 由题意, 必须在用电侧拉闸限电。这将对用户和电厂都造成损失, 显然, 阻塞损失就必须从用户的效益损失和电厂的价格损失来考虑。此种情况下, 各线路都达到最大流量, 即:

$$\text{最大流量} = \text{潮流限值} + \text{潮流限值} \times \text{相对安全裕度}$$

考虑负荷要求使得各线路潮流限值恰好达到最大流量的临界情况, 此时的阻塞费用可以按照上文的方法求出, 是一个定值, 记之为 Γ_L^2 。此临界情况刚好满足用户的需求, 因此, 不造成用户的效益损失, 对于序内序外发电机组的补偿比例也可依上文求出。

负荷要求超过临界值而必须拉闸限电的情况, 阻塞费用还要加上用户的效益损失, 我们假设每兆瓦电对用户效益值为 M , 因此, 阻塞费用的计算公式:

$$\Gamma = \Gamma_L^2 + M * (Q^r - Q^s)$$

相应的也可以确定阻塞费用分配到序内容量不出力和序外容量出力部分的比例。

4.3 问题三: 出力分配预案的设计

遵循电力市场交易规则, 根据下一时段的每台机组的报价, 从低到高选取段容量或其部分, 直到它们的和等于预报的负荷, 虽然此时的清算价是最低的, 但是, 考虑到爬坡约束 (即机组各时段的耦合关系), 需要增加一个约束:

$$|P_k(t-1) - P_k(t)| \leq t_0 \times v_k$$

由于以上的约束, 最终结果的某些段容量可能只选取部分。

依照市场交易原则和模型建立中的思想, 我们给出“累加段容量”算法:

Step 1 把各机组的 (剩余) 段容量按照相应段价从低到高排序;

Step 2 若前 $n-1$ 个段容量的和小于负荷需求, 前 n 个段容量的和大于等于负荷要求, 选取前 $n-1$ 个段容量和第 n 个段容量的部分使它们的和等于负荷需求;

Step 3 求出各机组“全部选入的段容量”、“没有选入的段容量”、“部分选入的段容量”, 在段容量表格的相应位置上减去已选取的段容量或段容量的部分, 得到“剩余段容量”;

Step 4 根据各机组上一时段的出力值及爬坡速率建立爬坡约束, 检验各机组按照当前的出力是否在爬坡约束之内;

Step 5 若各机组都满足爬坡约束就以此为预案; 若存在不满足爬坡约束的机组, 找到相应的机组, 求出它们的预出力值超过爬坡所能达到的最大出力值的数值之和, 把此和作为新的负荷需求, 按照除去与这些机组有关的段容量、段价后其他满足爬坡约束的机组的“剩余段容量”和相应段价, 转到 **Step 1**, 依次进行以上操作, 直到满足爬坡约束条件。

4.4 问题四: 是否发生阻塞和发生阻塞时的阻塞费用计算

根据第一题中的结论, 利用各线路上有功潮流关于各发电机组出力的近似表达式, 求出各条线路上的有功潮流值, 用向量表示:

$$F = (F_1, F_2, \dots, F_6)^T$$

检验它是否超过该线路的限值 $F^0 = (F_1^0, F_2^0, \dots, F_6^0)^T$ 。

若没超出 ($F_k \leq F_k^0, \forall k$) 自然是最理想的方案。

对于超出 ($F > F^0, \exists k$) 的情况, 我们可以利用“多目标迭代”来求解最佳调整方案。

先确定目标函数—电厂支付的费用, 它包括: 预案中的购电费用和阻塞费用; 我们的目标就是使支付费用最小。支付费用表达式:

$$C(t) * \sum_{k=1}^8 (P_k + \Delta P_k) + \Gamma$$

实际上, $C(t) * \sum_{k=1}^8 (P_k + \Delta P_k)$ 中, $C(t)$ 是常数; 而 $\sum_{k=1}^8 (P_k + \Delta P_k) = \sum_{k=1}^8 P_k$, 故 $C(t) * \sum_{k=1}^8 (P_k + \Delta P_k)$ 是常数, 因此支付费用最少就取决于阻塞费用的最小。以下我们就以阻塞费用为目标函数规划^[1]。

规划 1 可以调节使得在限量范围内满足供电要求:

$$\begin{aligned} & \min \quad \Gamma \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} A * (P(t) + \Delta P(t)) + \Omega \leq F^0 \\ P(t-1) - P(t) \leq t_0 \times v \\ P(t) - P(t-1) \leq t_0 \times v \\ \sum_{k=1}^8 P_k + \Delta P_k \geq P^r(t) \\ P + \Delta P \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

此规划问题中, 约束条件已经是线性的, 对于目标函数, $C(t)$ 是预案确定的 t 时段的清算价, 是一个常数; 在各机组的特定断容量内 $C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t))$ 是常数, 它由以下规则确定。

把各机组的段容量和段价以分段函数 C_k ($k = 1, 2, \dots, 8$) 表出, 例如, 第一个机组:

$$C_1(P_1(t)) = \begin{cases} -505 & (0 \leq P_1(t) \leq 70) \\ 124 & (70 < P_1(t) \leq 120) \\ 252 & (120 < P_1(t) \leq 150) \\ 489 & (150 < P_1(t) \leq 190) \end{cases}$$

因此, 这个问题应该用非线性规划和附加程序来完成。解得 $P + \Delta P$, 它的各分量就是相应各机组的出力值, 再根据断容量按照段价由低到高确定出力方案即可。

当负荷需求超过一定值之后, 规划 1 就没有可行解, 我们称此状态为: “第一临界状态”, 此时负荷为: $P_L^1 = 983.4829\text{MW}$ 。负荷需求超过 P_L^1 , 就应该用规划 2 求解。

规划 2 在相对安全裕度内调节:

$$\begin{aligned} & \min \quad \Gamma \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} A * (P(t) + \Delta P(t)) + \Omega = F^0 + \Delta F \\ P(t-1) - P(t) \leq t_0 \times v \\ P(t) - P(t-1) \leq t_0 \times v \\ \sum_{k=1}^8 P_k + \Delta P_k \geq P^r(t) \\ P + \Delta P \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

此时, 还应注意使得超出限度的 ΔF 最小, 有两层意思, 即使得:

$$\sum_{i=1}^6 \frac{\eta_i}{\eta_i^0} \text{ 和 } \sigma = \left(\sum_{1 \leq i < j \leq 6} \left(\frac{\eta_i}{\eta_i^0} - \frac{\eta_j}{\eta_j^0} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

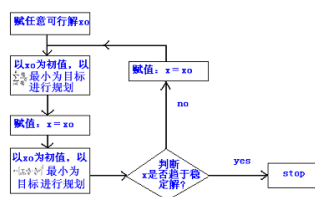


图 1: 规划 2 的算法流程图

都尽可能的小。以下给出算法流程图: 当负荷需求超过一定值之后, 规划 2 就没有可行解, 我们称此状态为: “第二临界状态”, 此时负荷值为: $P_L^2 = 1094.6 \text{ MW}$ 。负荷需求超过 P_L^2 , 就应该用规划 3 求解。

规划 3 规划 2 无解的情况就是必须拉闸限电的情况, 此时, 我们的调节已经不能够满足用户需求, 只能以电网所允许的最大容量 P_L^2 供电。这时, 最优调度是确定的, 按照规划 2 的思路, 若知道调度时段上一时段各机组的出力就可以求出调度方案。本题中并不涉及此种情况。

5 模型求解

5.1 问题一: 线性模型拟合

第 j 条线路的潮流值与各发电机组出力的函数关系:

$$F_j = \sum_{i=1}^8 a_{ij} * P_i + \omega_j$$

以向量形式表出:

$$F = A * P + \Omega$$

根据已知的 F_j , ω_j 数据, 利用最小二乘拟合, 得到以下数据:

$$A = \begin{pmatrix} 0.0826 & 0.0478 & 0.0528 & 0.1199 & -0.0257 & 0.1216 & 0.1220 & -0.0015 \\ -0.0547 & 0.1275 & -0.0001 & 0.0332 & 0.0867 & -0.1127 & -0.0186 & 0.0985 \\ -0.0694 & 0.0620 & -0.1565 & -0.0099 & 0.1247 & 0.0024 & -0.0028 & -0.2012 \\ -0.0346 & -0.1028 & 0.2050 & -0.0209 & -0.0120 & 0.0057 & 0.1452 & 0.0763 \\ 0.0003 & 0.2428 & -0.0647 & -0.0412 & -0.0655 & 0.0700 & -0.0039 & -0.0092 \\ 0.2376 & -0.0607 & -0.0781 & 0.0929 & 0.0466 & -0.0003 & 0.1664 & 0.0004 \end{pmatrix}$$

$$\Omega = (110.4775, 131.3521, -108.9928, 77.6116, 133.1334, 120.8481)^T$$

拟合均方误差^[2]为如下表:

线路	1	2	3	4	5	6
均方误差	0.0340	0.0252	0.0266	0.0251	0.0279	0.0363

可见拟合效果较好。另外, 对拟合的效果, 我们还进行了线性假设显著性检验, 检验结果在结果分析中给出。

5.2 问题二

按照前面的描述, Γ_1 、 Γ_2 有了确定的表达式。

对于 Γ_3 中的序内补偿系数 μ , 考虑到此类的供电商虽然没实现交易, 但是它的成本可能随着出力的降低而降低, 在原来清算价下就可能得到较多的利润, 因此序内补偿系数 μ 可取得比较小, 本题中取 $\mu = 5\%$, 因此, 对仅含序内容量的机组的补偿金额为:

$$\Gamma_3 = 5\% * C(t) * \sum_{k=1, \Delta P_k \leq 0}^8 (-\Delta P_k(t))$$

这样, $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$ 就有明确的计算公式了。

5.3 问题三

据爬坡速率, 以方案 0 为上一时段各机组可达到的功率区间:

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
可升到的最大功率(MW)	153	88	228	99.5	152	155	102.1	117
可降到的最小功率(MW)	87	58	132	60.5	98	95	60.1	63

当负荷需求为 982.4MW 时, 根据“累加段容量”算法, 求出下一时段的出力分配预案并给出清算价为:

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力分配预案(MW)	150	79	180	99.5	125	140	95	113.9
清算价(¥/MWh)	303							

5.4 问题四

按照出力分配预案, 利用问题一拟合出的各线路潮流值与各机组出力的函数, 可得在预案出力下各线路潮流值, 与各线路的限值比较如下表。

表 1: 线路潮流值与限值比较

线路	1	2	3	4	5	6
预案的潮流值(MW)	173.31	141.02	-150.92	120.90	136.81	168.51
限值(MW)	165	150	160	155	132	162

从上表可直观得到:

线路 1、5、6 将出现阻塞, 根据安全且经济的原则, 由于负荷需求量 $982.4 < P_L^1 = 983.4829$, 我们采用规划 1, 得到各线路完全在限值范围内输电并且阻塞费用最小的结果如下:

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力分配预案(MW)	150	79	180	99.5	125	140	95	113.9
调整后出力分配方案(MW)	150.000	87.7856	228	90.6504	152	96.8641	60.100	117
方案0的出力方案(MW)	120	73	180	80	125	125	81.1	90
实际爬坡速率(MW/m)	2	0.98	3.2	0.71	1.8	1.88	1.4	1.8
最大爬坡速率(MW/m)	2.2	1	3.2	1.3	1.8	2	1.4	1.8

上述实际爬坡速率的定义为:

第 i 个机组的实际爬坡速率 = $\frac{|\text{机组 } i \text{ 调整后出力值} - \text{方案 0 中机组 } i \text{ 的出力值}|}{\text{段时间}}$

比较各机组实际爬坡速率和最大爬坡速率的大小, 发现实际爬坡速率均不大于最大爬坡速率, 这说明: 调整后的出力方案满足爬坡速率约束。

与调整后出力分配方案相对应的各线路的潮流值如下:

线路	1	2	3	4	5	6
潮流值	165.000	149.995	-155.0613	124.6244	131.5200	158.8757
限值	165	150	160	155	132	162

由上表可得各线路的潮流值均不比相对应的限值大, 这说明: 可以在各线路的潮流限值内, 通过调整各机组出力分配方案, 使得输电阻塞消除。

此时, 按照我们的阻塞费用计算规则, 阻塞费用为: 15430(元), 支付费用为: $982.4 \times 303 \times 1/4 + 15430 = 89846.8$ (元)。

5.5 问题五

根据“累加段容量”算法, 可得, 当负荷需求为 1052.8MW 时, 出力分配预案为:

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力分配预案(MW)	150	81	218.2	99.5	135	150	102.1	117
清算价(¥/MWh)	356							

在此预案出力下求出各线路潮流值, 与各线路的限值比较列表如下:

线路	1	2	3	4	5	6
预案潮流值(MW)	177.2415	141.1811	-156.1459	129.7333	134.8112	167.0558
限值(MW)	165	150	160	155	132	162

由于 $P_L^1 < 1052.8MW < P_L^2$, 可见, 该负荷介于“第一临界状态”和“第二临界状态”之间, 通过调节不能使每条线路都在限值内输电, 但也不至于必须拉闸限电, 因此, 我们就在相对安全裕度内调节出力预案。

采用“安全第一”的原则, 使各线路潮流值超出限值的比例尽可能的小, 即该比例占相应裕度空间的份额尽量小; 另外, 考虑均衡性, 使各线路潮流值超出限值的比例所占相应裕度空间的份额尽量均衡, 即:

$$\sum_{i=1}^6 \frac{\eta_i}{\eta_i^0} \text{ 和 } \left(\sum_{1 \leq i < j \leq 6} \left(\frac{\eta_i}{\eta_i^0} - \frac{\eta_j}{\eta_j^0} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

两者都尽可能小。

根据以上原则, 我们采用规划 2, 得到各线路在裕值范围内输电并且各线路潮流值超出限值的比例所占相应裕度空间的份额尽量小。

均衡的结果如下:

比较各机组实际爬坡速率和最大爬坡速率的大小, 发现实际爬坡速率均不大于最大爬坡速率, 这说明: 调整后的出力方案满足爬坡速率约束。

调整后的出力方案所对应的各线路的潮流值以及潮流值超出限值的比例所占安全裕度空间的比例如下表:

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力分配预案(MW)	150	81	218.2	99.5	135	150	102.1	117
调整后出力分配方案(MW)	134.2667	75.1407	228	99.5	152	155	91.8926	117
方案0的出力方案(MW)	120	73	180	80	125	125	81.1	90
实际爬坡速率(MW/m)	0.95	0.14	3.2	1.3	1.8	2	0.72	1.8
最大爬坡速率(MW/m)	2.2	1	3.2	1.3	1.8	2	1.4	1.8

线路	1	2	3	4	5	6
潮流值(MW)	175.1051	142.3939	-154.7905	131.2314	132.0261	162.0000
限值(MW)	165	150	160	155	132	162
相对安全裕度	13%	18%	9%	11%	15%	14%
比例	41.31%	0	0	0	14.88%	0

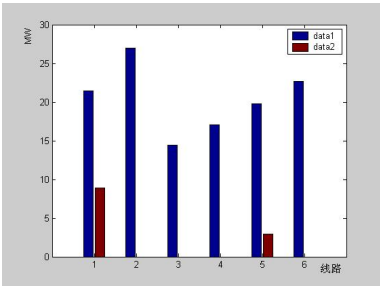


图 2: 各线路潮流值

上图中，红色柱代表各线路潮流值超出相应潮流限值的量，蓝色柱代表各线路的相对安全潮流值。我们仅有线路 1 和线路 5 使用了安全裕度输电。其中输电线路 1 的潮流值超出限值的比例所占安全裕度空间的比例为 41.31%，线路 5 的为 14.88%。

此时，按照我们的阻塞费用计算规则可得出阻塞费用为 6923.5 元；

总支付费用为： $1052.8 \times 356 \times 1/4 + 6923.5 = 100622.7$ （元）。

在算法的实现过程中，分别利用 MATLAB 软件包的非线性规划函数和 C 语言的面向过程程序设计的特点，在 MATLAB 中调用 C 语言计算段价（这是一个分段函数），又在迭代过程中使用 C 语言进行迭代终点判断，最终使用 MATLAB 和 C 语言的混合编程实现了求解。

求解说明：

下图是待规划量的误差极坐标图示，红色的轨迹代表 X 的迭代求解状态过程，各红点表示算法流程的过程，这个过程是：赋值⇒均值规划⇒赋值⇒方差规划⇒赋值⇒均值规划...（如此迭代）...

当红点在第一象限时（绿色），代表此时算法正在进行均值规划；

当红点在第三象限时（蓝色），代表此时算法正在进行方差规划；

当红点在二、四象限时（黄色），代表此时算法正在给下一轮规划赋初值。

随着算法的进行，红点的模随着红点的幅角增加而减小，最后无穷趋进于某一平衡点，表示取到此范围的较优解。

6 结果分析

1. 对函数多元线性回归显著性分析，采用 F 检验法^[3]：提出假设： H_0 各项系数为零， H_1 各项系数不为

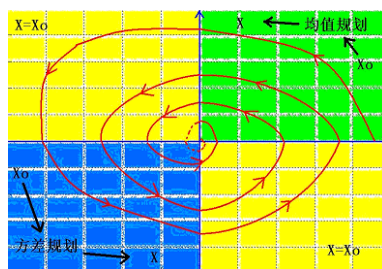


图 3: 误差极坐标示意图

零。采用 F 检验法, $F = \frac{U/k}{Q_e/(n-k-1)} \sim F(k, n-k-1)$, 其中 U 为回归平方和, Q_e 为剩余平方和, n 为采样次数, k 为自变量个数。当显著性水平 α 给定后, 由 $\alpha = P\{F > F_{1-\alpha}(k, n-k-1) | H_0 \text{ 成立}\}$ 如果 $F > F_{1-\alpha}(k, n-k-1)$, 则拒绝 H_0 , 认为存在显著的线性关系。

采用 MATLAB 系统统计工具箱, 多元线性回归命令 `regress(Y, X, α)`, 其中 α 为显著水平, 系统默认取值为 0.05, stats 是用于检验回归模型的统计量, 它有三个数值, 第一个是相关系数 r^2 , r^2 越接近于 1, 说明回归方程越显著; 第二个是检验统计量 F 值, F 越大说明回归方程越显著; 第三个是与 F 对应的概率 p , p 小于 α 时, 回归模型成立。

以线路 1 为例进行检验, 得到三个统计量的结果如下:

线路	1	2	3	4	5	6
r^2	0.9994	0.9996	0.9999	0.9999	0.9996	0.9998
F	5377	6970	26788	24424	6434	16029
P	0	0	0	0	0	0

经过查表得:

$$F_{0.95}(8, 24) = (F_{0.05}(24, 8))^{-1} = 1/3.12$$

故在给定显著性水平 $\alpha = 0.05$ 的条件下, 上述 $F \gg F_{0.95}(8, 24)$, 因而回归方程显著明显。

2. 我们检验本题中费用计算是否符合实际:

取电费 0.5 元/KWh, 以负荷为 982.4MW 为例, 在一个时段内, 网方从用户端得到:

$$0.5 \text{ 元/KWh} \times 982400 \text{ KW} \times 0.25h = 122800 \text{ 元}$$

上文中得到, 它向电厂支付的总费用为: 89846.8 元;

显然, $122800 > 89846.8$, 因为网方要取得利润以维持自身的存在和发展。

我们的费用计算规则是合理的!

7 模型检验

为分析阻塞费用表达式中, 参数的取值的合理性, 对序内补偿系数 μ 在 0.05 附近选取了不同的取值进行了阻塞费用求解, 以负荷为 982.4MW 为例, 得到如下表格:

μ 取值	0.01	0.03	0.05	0.07	0.09
阻塞费用 ¥	15166	15298	15430	15561	15693

μ 取值	0.01	0.03	0.05	0.07	0.09
阻塞费用¥	6810.3	6866.9	6923.5	6980.1	7036.7

对负荷需求量为 1052.8WM 时，同样进行上述操作的结果为：
观察上述两个表格的结果，可得：阻塞费用对 μ 取值的敏感度比较小。

8 模型进一步讨论

1. 对阻塞费用定价的第一种讨论

如果机组出力的价格不是随着出力值的增加而增加，而是按照所取段容对应段价计价，阻塞费用的计算将发生变化。
此时，序内容量都不必进行价格差的补偿，即

$$\Gamma = \Gamma_2 + \Gamma_3$$

采用上述阻塞费用计算方法，对题目两个负荷 982.4MW 和 1052.8MW 的规划目标函数进行相应的改变，得到结果如下：

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力分配预案(MW)	150.0	87.8	228.0	90.7	152.0	96.8	60.1	117.0

本时段阻塞费用：2784¥，总支付费用为：982.4 × 303 × 1/4 + 2784 = 77200.8¥

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力分配预案(MW)	134.4	75.1	228.0	99.5	152.0	155.0	91.9	117.0

本时段阻塞费用：939.2¥，总支付费用为：1052.8 × 356 × 1/4 + 939.2 = 94638.4¥

2. 对阻塞费用定价的第二种讨论

在 1 讨论的基础上，我们讨论对序内不出力部分的另一种补偿方式，即：

$$\Gamma_3 = \sum_{k=1, \Delta P_k \leq 0}^8 (C(t) - C_k(P_k(t) + \Delta P_k(t))) * (-\Delta P_k(t))$$

这样序内不出力的部分按照清算价与对应报价的差额计算阻塞费用，报价越低补偿越高；这样就可以防止供电商的投机，有一定的合理性。
阻塞费用变为：

$$\Gamma = \Gamma_2 + \Gamma_3$$

主要结论：以负荷值 982.4MW 为例：

3. 关于解决阻塞问题的方案的讨论：

- (a) 采用市场调节法。电量负荷需求呈现弹性现象，负荷需求弹性亦称负荷需求的价格弹性（Price Elasticity of Demand），指的是当电价发生变动时，电力用户需求量的变化，它反映电力消费需求对电价变动的灵敏程度。经济学中价格弹性的准确定义是以需求量变动的百分比除以价格变动的百分比。采用区域电价，调整不同地区的电费，则随着电价的上升，需求量降低，当需求量降低一定程度后，电价又开始下降，两者呈现出波动平衡。

线路	1	2	3	4	5	6
潮流值(MW)	165.00	149.33	-155.01	126.29	132.00	159.62
限值(MW)	165	150	160	155	132	162
阻塞费用(¥)	4851					
总支付费用(¥)	79275.375					

(b) 安装 FACTS 装置^[4], 即灵活交流输电控制器。采用不同接法, 串联型、并联型、综合型。采用不同的接法, 运用潮流跟踪法以及线性化模型潮流调度法, 用以调整 and 解除阻塞。

(c) 加大投资力度, 加强网络建设和管理, 提高安全可靠性和电网传送能力。

4. 关于损耗费用的讨论:

对电力系统来说, 损耗费用包括: 线路损耗、成本损耗、阻塞造成的损耗等。用户交纳的电费包含上述费用。如何使上述费用分摊公平, 是一个重要的问题。对不同规模的电厂, 可采用不同的分摊方法。

(a) 固定成本分摊, 即根据各种损耗所造成的损失, 由各节点用户按照用电量来确定所分摊的数目, 可将电力系统输出的电分为有功电和无功电, 将所有的损耗费用平均分配到每份有功电上, 再由用户所用的有功电数目决定。

(b) 采用不同定价法, 因为电力在运送过程中, 其损耗随距离的增长而增加, 因而在不同地域, 采用不同的电价, 由此来分摊费用。例如安徽电网和华东电网^[5]在淮北大口子内、涡阳、高湖、蒙城四个地区采用边界价位, 它们的价格分别为 280、340、340 和 300 ¥/kWh。

9 模型优缺点

优点:

1. 本模型中阻塞费用的计算规则简明合理, 贴切实际又不失公平性;
2. 本文模型的算法适用性强, 应用广泛;
3. 模型的参数选取合理, 稳定性好;

缺点:

1. 由于进行非线性规划, 所得结果为近似最优解;
2. 算法的实现需要多种语言混合编程, 对计算机水平要求高。

参考文献

- [1] 钱颂迪等. 运筹学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
- [2] 丁振良等. 误差理论与数据处理[M]. 哈尔滨: 哈工大出版社, 2002.
- [3] 赵静等. 数学建模与数学实践[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [4] 张炎平. FACTS 在阻塞管理中的应用[J]. 电力需求侧管理, 第 4 卷第 5 期: 16~18, 2002.
- [5] 杨素萍. 安徽电网及其与华东联网的输电定价和阻塞管理[J]. 电力系统自动化, 第 28 卷第 8 期: 32~33, 2004.

奥运会临时超市网点设计*

于旭东, 詹 浩, 梁 政
(国防科技大学, 湖南 长沙 410073)

摘 要

本文首先对三次问卷调查的结果进行统计分析, 以年龄结构、出行方式、用餐习惯以及消费水平为不同划分标准, 得出人群的分布规律以及各规律间的内在联系:

- 1. 选择不同出行方式的各类人群在消费水平方面的分布是相似的。
- 2. 选择不同用餐习惯的各类人群在消费水平方面的分布是相似的。

在对人流量分布问题的处理上, 我们根据题目给出的假设, 在保证每位观众的“最短路径”前提下, 模拟出观众的行进路线, 从而跟踪计算出各商区的人流量比例。结果见表 1。

对各商区的 MS 设置的方案设计, 是一个多目标规划问题, 目标函数为: 满足观众购物需求、分布均衡以及商业上盈利。我们首先根据基于网络的 Huff 模型, 研究了人群进入商区的购物欲望曲线, 计算出每个商区的总消费量, 从而得到每个商区需要的 MS 的大致数目。为了得到最优的设计方案, 我们定义了饱和指数指标 σ^2 , 来衡量整个商业区的 MS 分布情况, 再通过改进的模拟退火算法求出各商区间 MS 分布方差最小的设计方案, 即为所求的最优解。由于存在两种不同规模的 MS, 我们严格讨论了其性质与特征, 并根据不同情况, 在满足目标函数的前提下, 对 MS 和 LMS 在商区内的数量分布进行了设计, 结果见表 2。

最后, 我们对模型的科学性与现实性进行了阐述。根据雅典奥运体育场的构造图, 验证了各商区的 MS 个数比例是符合实际的。

表 1: 各商区的人流量分布

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
5.87%	4.05%	4.93%	5.81%	6.70%	13.8%	6.70%	5.81%	4.93%	4.05%
B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4
3.71%	3.44%	5.58%	3.44%	3.71%	6.94%	0.78%	3.35%	0.78%	5.60%

表 2: 各个商区 LMS 和 MS 的设计方案

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
LMS	3	1	2	2	3	6	3	2	2	1
MS	2	2	1	1	0	0	0	1	1	2
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4
LMS	2	2	4	2	2	3	1	3	1	4
MS	0	0	2	1	1	1	1	2	1	2

关键词: 人流量分布; 购物欲望曲线; 饱和指数指标; 模拟退火算法

*2004 年全国大学生数学建模竞赛一等奖

1 问题重述

(略)

2 问题背景

2008 年北京奥运会, 将使北京走向世界, 提升北京的国际形象, 推进北京的市政建设。目前, 奥运会的建设工作已经进入全面设计和实施阶段。

题图 1 给出了奥运会比赛主场馆的规划图, 即为实际中的奥运会中心区。北京的奥运会中心区用地宽裕, 涵盖的功能较多, 除奥体中心外, 将新建国家体育场、国家体育馆、国家网球中心、国家曲棍球场、奥林匹克公园、射箭场等, 并利用展览中心的 4 个展厅作为临时比赛场地, 同时, 把原来安排在五棵松体育中心的游泳中心也挪至中心区内, 组成“三大件”, 使北京的奥运中心区拥有 14 个场馆可进行 15 个项目的比赛^[1]。

在新建奥运会大型场馆的同时, 场馆周边的文化商业设施由于其对观众的服务作用以及蕴含的巨大商业利润, 也是开发和规划的重中之重。据统计, 奥运场馆周边的文化商业设施, 共占地面积 33 公顷, 规划建筑面积 137 万平方米, 如何能使如此大规模的商区在奥运会期间充分服务游客, 同时使开发商及经营商盈利, 这是一个亟待解决的现实问题。这就需要为其建立数学模型, 充分发挥数学的工具作用, 为相关部门对其规划和开发制定合理方案提供参考。

根据以往奥运会的经验, 提前对奥运场馆进行预演以及相应的大量问卷调查, 对于保证奥运会的成功举办是十分必要的。目前, 北京奥运的场馆建设及其周边的文化商业区域规划及招商正在紧张地进行, 争取完成“2006 年底建设推广完毕、2007 年进行测试性比赛”的建设任务。

3 问题分析

在奥运会之前, 提前进行比赛预演以及相应的大量问卷调查, 可以预测到奥运会举行期间的人流量、交通工具的需求量, 以及人们对饮食和消费的需求, 对于主办方合理建设场馆、规划商业区、调度交通工具具有重大的作用。

本题要求我们在大量的 (10600 份) 问卷调查的基础上, 归纳出观众在出行、用餐和购物等方面所反映的规律, 并基于该规律预计奥运场馆周边商业区的人流量分布, 从而给出一个关于商区 MS 网点规划的建设性方案, 具有很强的现实意义。

为使我们的方案尽可能贴近现实, 具有实用性, 我们必须首先在正确统计出观众出行、用餐和购物规律的前提下, 尽可能发现它们之间的联系; 同时, 大量合理的假设是本题的关键, 如观众上座率、MS 营业额、MS 商圈覆盖范围、大小不同规模的 MS 的具体区别等等, 对这些数据的假设, 还应注意特殊性与普遍性相结合, 保证我们建立的数学模型是现实可行的。

4 模型假设与约定

1. 假设 2008 年观看奥运会的观众, 在年龄结构、性别比例、交通方式、饮食习惯、消费水平的组成结构与本模型中问卷调查的人员结构近似相同。
2. 对同一个体育馆, 观众到每个看台观看比赛是等概率的。
3. 由于比赛的上座率决定了人流量的绝对值, 进而影响到商区 MS 的数量与布局。参照雅典奥运会上座率 62%, 同时考虑到中国观众对北京奥运会的大力支持, 我们合理假设北京奥运会的上座率为

75%。

4. 由于 MS 是由小型商亭构建的临时商业网点, 且其位于比赛场馆的周边区域, 所以我们认为其面积不可能太大, 相当于小型的便利店, 面积为 50—100 平方米之间, 故我们统一将 MS 的面积设为 50 平方米。另外, MS 的形状应为较规则的长方形或正方形, 这样便于其经营。不规则的面积很难合理地安排商品陈列, 会增加顾客选购商品的时间^[2]。
5. 参照小型便利店的商圈范围, 我们选定 MS 的商圈范围为以 MS 为中心, 半径为 20 米的圆形区域。
6. 考虑到北京奥运会时人均消费水平和场馆的大小, 我们设定每个 MS 的最大营业额为 20 万元。
7. 每个商区里的 MS 是均匀分布的。
8. 经调查得到国家体育场(鸟巢)的占地面积为 16.5 万平方米, 国家体育馆的占地面积为 7.26 万平方米, 国家游泳中心(水立方)的占地面积为 7.17 万平方米。题目将上述场馆周围划分为若干区域, 经简单计算得到各个商区的各边长为 70 米到 110 米, 简化问题, 我们假设每个商区为 80 米×80 米的正方形区域。

5 符号说明及名词定义

商圈: 在现代市场中, 零售企业进行销售活动的空间范围, 它是由消费者的购买行为和零售企业的经营能力所决定的。

商区: 题中标有 A1-A10、B1-B6、C1-C4 的区域。

商业区: A1-A10 十个商区构成商业区 A, B1-B6 六个商区构成商业区 B, C1-C4 四个商区构成商业区 C。

商区人流数: 一天内通过该商区的人次。

商区人流量: 简称人流量, 指该商区人流数占全部商区人流数的比例。

i : 年龄结构。20 岁以下 $i = 1$; 20—30 岁 $i = 2$; 30—50 岁 $i = 3$; 50 岁以上 $i = 4$ 。

j : 性别。其中, 男性 $j = 1$; 女性 $j = 2$ 。

k : 出行方式。其中, 公交南北、东西, 分别对应 $k = 1, k = 2$; 出租车, $k = 3$; 私车, $k = 4$; 地铁东、西, 分别对应 $k = 5, k = 6$ 。

s : 用餐方式。其中, 中餐, $s = 1$; 西餐, $s = 2$; 商场餐饮, $s = 3$ 。

t : 消费额。其中, 0—100, $t = 1$; 100—200, $t = 2$; 200—300, $t = 3$; 300—400, $t = 4$; 400—500, $t = 5$; 500 以上 $t = 6$ (单位: 元)。

$P(k, s)$: 出行方式为 k , 用餐方式为 s 的人群占总人数的百分比。

LMS: 相对 MS 更大型的迷你超市。

N : 总人数, 取为三个场馆总容量 20 万。

u_i : 第 i 个商区的人流量, $i = 1, 2, 3, \dots, 20$ 。

A : 每个 MS 能提供的最大消费额。

B : 每个 MS 的成本, 包括建造费用、场地费用、维护费用、销售成本等。

ω_i : 人群在各个商区的消费权重。

α : 观众的上座率。

6 模型建立与求解

6.1 问题一

经过对三次问卷调查, 共 10600 份问卷结果的统计分析, 我们得出以下规律:

- 1. 年龄结构: 年龄在 20—30 岁的人群占绝对多数, 为 58.02%; 20 岁以下的青少年、儿童与 50 岁以上老人的比例占相当少数, 分别为 11.08% 和 10.72%。
- 2. 性别比例: 男 (52. 17%) 女 (47. 83%) 比例基本持平。
- 3. 出行方式情况见表 3.

表 3: 出行方式统计表						
k	1	2	3	4	5	6
$P(k)$	17. 49%	17. 09%	19. 43%	8. 80%	18. 43%	18. 77%

公交车和地铁是大多数人群的出行首选, 分别占总人口数的 33.98% (17. 49%+17. 09%) 和 38.00% (18. 43%+18. 77%); 其次为选乘出租车的人群, 占总人口数的 19.43%; 只有很少部分 (9.4%) 人使用私家车, 而且在使用私车的人群中, 50 岁以上的老年人所占比重较大, 占 35.82% (参见附表 1)。

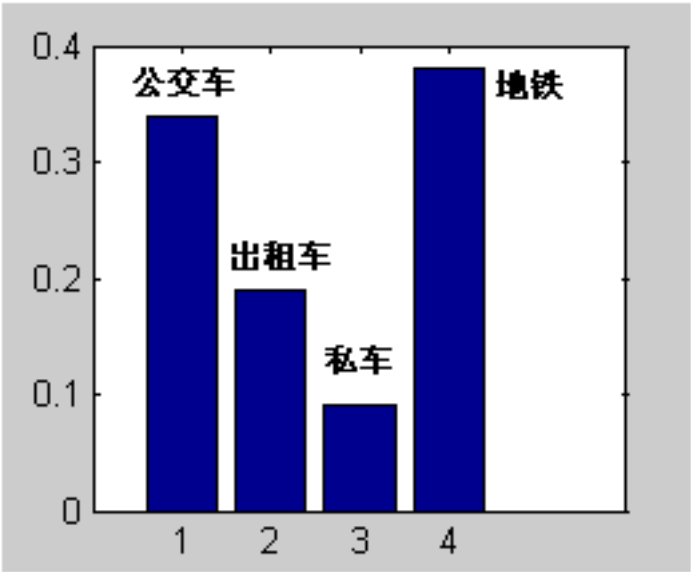


图 1: 不同交通工具的使用情况

- 4. 用餐方式情况见表 4.

表 4: 用餐方式统计表			
s	1	2	3
$P(s)$	22. 37%	52. 49%	25. 14%

绝大多数的人 (52.52%) 选择西餐, 选择中餐和商餐的人数大致相当; 另外, 30 岁以下的年轻人基本上都倾向于吃西餐, 或是在商场就餐, 而 30 岁以上人群对中餐、西餐或是商场餐饮的需求则比较平均 (参见附表 2)。

- 5. 消费额情况见表 5. 在对消费水平的调查中, 我们发现, 人群的消费额在 200—300 元间比较集中, 占总人数的 45.43%, 绝大部分人的消费额都在 300 元以下, 消费额超过 500 元的人仅占 0.97%。另

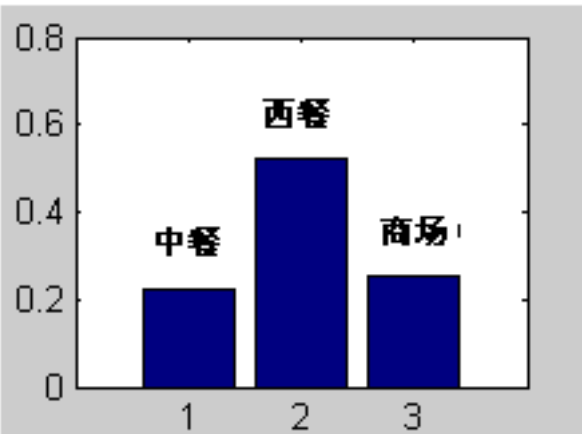


图 2: 不同用餐方式的比例

表 5: 不同消费额所占比例

t	1	2	3	4	5	6
$P(t)$	19. 51%	23. 80%	45. 43%	8. 94%	3. 14%	0. 97%

外，在研究年龄结构与消费额的关系时，我们发现，50 岁以上老年人消费额普遍较低，消费额在 300—400 元之间的人群几乎都是 20—30 岁的年轻人（参见附表 3）。

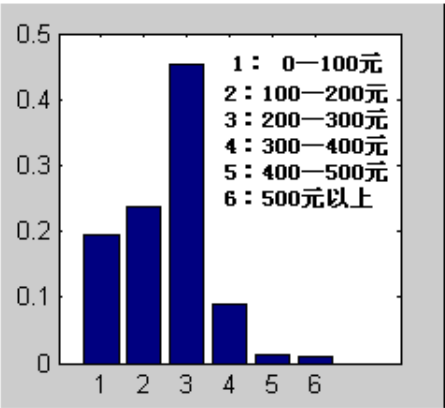


图 3: 不同消费额所占比例

6. 出行、用餐、消费额三者间的关系

- (a) 选择不同出行方式的各类人群在消费水平方面的分布是相似的。例如，选乘公交车的人群消费水平在 200-300 元间的比例与乘私家车的人群消费水平在 200-300 元间的比例是近似相等的。
图 4 可以说明以上规律：不同出行方式的各类人群的消费水平分布是接近的。同时，我们对其进行双因素试验的方差分析，分析的结果再度说明了我们规律的正确性。（参见附表 4，5，6）
- (b) 选择不同用餐习惯的各类人群在消费水平方面的分布是相似的。例如，吃中餐的人群消费水平在 200-300 元间的比例与吃西餐的人群消费水平在 200-300 元间的比例是近似相等的。

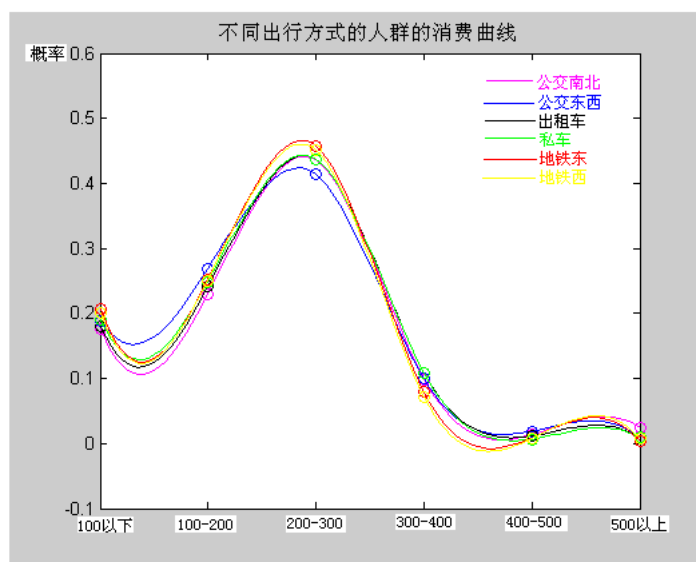


图 4: 不同出行方式人群的消费水平分布

6.2 问题二

6.2.1 最短路的确定

为保证每位观众平均出行两次，且其出行均采用最短路径，我们首先提出以下假设：

1. 公交南，公交北，为不同方向的同一公交车站，公交西、公交东也为不同方向的同一公交车站，且这两个车站是可相互通行的；地铁东、地铁西为同一条地铁线的不同两站。观众选择离自己目的地最近的车站或地铁站下车。
2. 将题图二中部分人行道进行标注，如图 5 所示。图 5 中标出距离为实际距离^[4]。



图 5: 场馆示意图

3. 我们认为在公交南，北和地铁东下车的观众全部到国家体育场（鸟巢）观看比赛。

理由：若该观众的目的地为国家体育馆或国家游泳中心（水立方），乘坐公交时可在公交东，西下车，乘坐地铁时可在地铁西下车。当观众到水立方去观看节目却在公交南，北下车，要步行近 2000 米，我们认为这样的情形是不合理的。

我们认为在公交东, 西, 地铁西下车的观众按比例到国家体育馆和国家游泳中心(水立方)观看比赛。

理由: 在公交东, 西下车的观众不到国家体育场看比赛的原因同上, 由于公交东, 西的观众到达国家体育场的距离要小于公交南, 北到国家体育馆的距离, 故我们认为在国家体育馆观看比赛的观众在公交东, 西下车。且到国家体育馆和水立方的观众比例按各体育场馆容纳的人数之比计算, 即 6:4。

我们认为乘出租车以及私车的观众按比例到三个场馆观看比赛。

理由: 出租车以及私家车仅有唯一的出租车停靠点以及私家车停靠点, 乘坐该部分车的人只能在停车场附近下车, 故其观看比赛的场馆不能由停靠点所在的位置决定。故我们将到三个场馆的观众按比例分配, 比例系数按各体育场馆容纳的人数计算, 即 10: 6: 4。

- 根据图 5, 又已知观众在奥运会某一天平均出行两次, 一次为进出场馆、一次为餐饮, 观众进出场馆并餐饮, 其顺序先后是随机的, 既可先看完比赛, 再餐饮, 亦可在餐饮后再观看比赛, 其中, 只要观众经过体育馆前商区, 我们便认为其存在消费的可能。观众往返经过商区, 其两次消费的概率是相同的。故认为观众在出行过程中的消费是单向的。
- 观众出行往返选择最短路径。例如: 观众在公交南下车, 其目的地为“鸟巢”, 且其饮食习惯为“中餐”, 那么其出行路线应为: 1→商区→“鸟巢”看比赛→2→7→中餐馆, 进餐完毕后, 该观众已完成出行两次的任务, 该观众应返回, 根据最短路径原则, 该观众必须原路返回, 再次经过商区, 至公交南。又如: 观众在私家车停靠点下车后, 欲前往“国家体育馆”, 且其饮食习惯为中餐, 那么, 其路线应为: 10→7→4→商区→体育馆, 待观看完比赛后, 经 4→7 至中餐馆, 用餐完毕后, 根据最短路径原则, 该观众只需沿 7→10 直接回到原停车点, 而不必再经过商区及体育馆。

6.2.2 计算人流量的追踪模型

以“鸟巢”中的 A8 商区为例, 图 6, 7 为经过商区 A8 的人流示意图。

图 6 是经过 A8 商区且穿过场馆 A (“鸟巢”) 的观众的流量示意图, 这些观众在看完比赛后从另一出口离开体育馆。

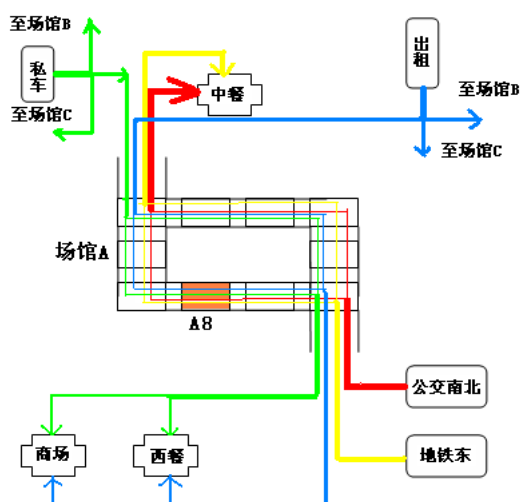


图 6: 经过 A8 商区且穿过场馆 A (“鸟巢”) 的观众的流量示意图

由图 6, 不难发现: 位于入、出口处的商区人流量为非入、出口商区人流量流量的两倍, 可得到此时 A8 商区中的人流量 u_8^1 为:

$$u_8^1 = P(1, 1) \times \frac{1}{2} + P(5, 1) \times \frac{1}{2} + [P(3, 2) + P(3, 3) + P(4, 2) + P(4, 3)] \times \frac{10}{10 + 6 + 4} \times \frac{1}{2}$$

图 7 为经过 A8 商区且不穿过场馆 A (“鸟巢”) 的观众的流量示意图。此时, 观众在看完比赛后将从其进入体育场的入口走出体育场。鉴于情形较复杂, 我们仅给出从地铁东下车的观众规律, 其余情形与此类似。

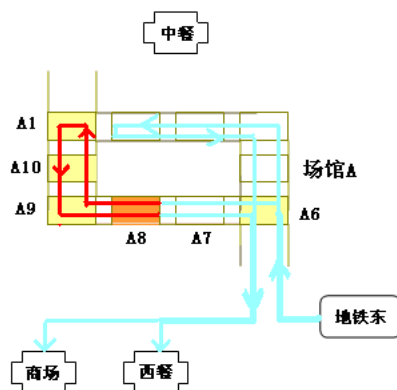


图 7: 经过 A8 商区且不穿过场馆 A (“鸟巢”) 的观众的流量示意图

此时, 若观众从 A6 进入场馆 A, 按照最短路径原则, 当且仅当该观众所在看台入口为 A1、A10、A9、A8 时, 该观众才有可能经过商区 A8, 此时的概率为 $4/10$; 若观众从 A1 进入场馆 A, 按照最短路径原则, 当且仅当该观众所在看台入口为 A8、A7、A6 该观众才有可能经过商区 A8, 且若该观众位于看台 A6 时, 他只有 $1/2$ 的概率通过商区 A8, 此时的概率为 $2/10 + 1/10 \times 1/2 = 5/20$ 。综合可得到地铁东下车的人在 A8 商区中的人流量 u_8^2 为:

$$u_8^2 = [P(5, 2) + P(5, 3)] \times \frac{4}{10} + [P(3, 1) + P(4, 1)] \times \frac{5}{20}$$

按照上述方法, 计算 A8 人流量为:

$$u_8 = 5.81\%$$

类似地, 我们可以得到其余所有商区的人流量分布:

$u_1 = 5.87\%$	$u_2 = 4.05\%$	$u_3 = 4.93\%$	$u_4 = 5.81\%$	$u_5 = 6.70\%$
$u_6 = 13.8\%$	$u_7 = 6.70\%$	$u_8 = 5.81\%$	$u_9 = 4.93\%$	$u_{10} = 4.05\%$
$u_{11} = 3.71\%$	$u_{12} = 3.44\%$	$u_{13} = 5.58\%$	$u_{14} = 3.44\%$	$u_{15} = 3.71\%$
$u_{16} = 6.94\%$	$u_{17} = 0.78\%$	$u_{18} = 3.35\%$	$u_{19} = 0.78\%$	$u_{20} = 5.60\%$

各商区人流量分布如图 8 所示。

结果分析:

由图 8 我们发现:

1. A1, A6, B3, B6, C2, C4 的人流量较大, 因为该区域是体育场馆的出入通道, 故人流量要大于周围的商区。

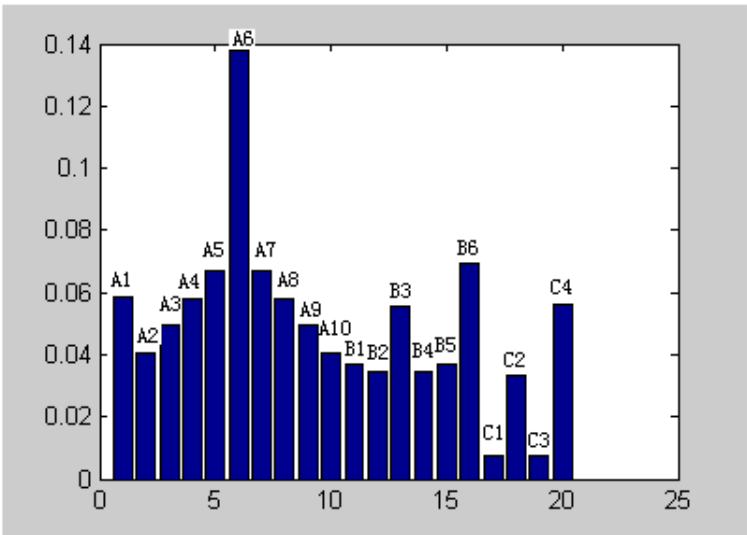


图 8: 各商区人流量分布图

- 2. $A6 > A1$, $B6 > B3$, $C4 > C2$, 这主要是受餐馆位置的影响, 西餐店和商餐店位于整个区域的下半部分, 且吃西餐的人的比率很大, 所以场馆下侧通道的人流量要大于上侧的人流量。
- 3. 受到结论 2 的影响, $A6$ 的人流量最大, 且约等于 $A5$, $A7$ 的 2 倍, 因为 $A6$ 处于节点位置, 进入 $A6$ 的人流等概率的分流到 $A5$, $A7$ 。

6.3 问题三

题目要求设计 20 个商区的 MS 网点, 三个商业区 (A, B, C 区) 相互独立, 故我们只分析 A 区, 其他区域相同。

我们认为 MS 网点的设置首先取决于各个商区的总销费额, 商区的总销费额受两个方面因素的影响, 即①经过商区的总人流量②经过商区的人群的购买欲望。我们首先拟合出经过商区的人群的购买欲望曲线, 再结合人流量算出各个商区的总销费额, 利用题目中的基本要求 (各个商区的 MS 应当满足奥运会期间的购物需求) 概略的确定各个商区的 MS 个数, 得到一个可行解, 然后利用商业上盈利和饱和指数指标进行优化, 确定各个商区的 MS 个数, 最后讨论了 MS 和 LMS 在各个商区的分配情况。

6.3.1 商区消费额的确定

1. 购买欲望曲线:

人群消费的心理是指在成交过程中发生的一系列极其复杂、极其微妙的心理活动, 包括人对商品成交的数量、价格等问题的想法及对支付条件的选择等。人群在奥运会期间, 根据自己的需求, 在商区购买消费品。其中, 不同的心理态度, 会影响自己的消费的方式及数量。我们认为以下三种心理会起主要作用, 即纪念心理, 偏好心理和仿效心理。

我们利用基于网络的 Huff 模型^[4]来研究人群进入商业区的购买欲望曲线。

Huff 模型是美国零售学者 Huff D 提出的, 他认为, 在数个商业集聚区 (或商店) 集中于一地时, 顾客利用哪一个商业集聚区 (或商店) 的概率, 是由商业集聚区 (或商店) 的规模和顾客到该区 (或商店) 的距离所决定的, 即一个商店对顾客的吸引力取决于两个因素: 商店的规模和距离。

Huff 模型的数学表达是:

$$P_{ij} = S_j \cdot F(d_{ij}) / \sum_{j=1}^m S_j \cdot F(d_{ij}) \quad i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$$

其中 $F(d_{ij}) = d_{ij}^{-\lambda}$, P_{ij} 为 i 地区消费者到 j 商店购物的概率; S_j 为 j 商店的规模 (由营业面积, 商品种类多少等决定); d_{ij} 为 i 地区消费者到 j 商店的距离; λ 为距离衰减系数。

可知: 交通时间越长, 距离越远, 消费者越不愿光顾, 购买欲望越低。

下面分析人群进入奥运场馆商业区的具体情形:

- (a) 人群进入商区 (如 A6 区) 时购买消费品的概率要大于其后到达的商区 (如 A8 区) 的概率。这一点从 Huff 模型中易得。

因此我们根据 Huff 模型, 得到反映消费概率与进入商区距离关系的购买欲望曲线。如图 9 所示。

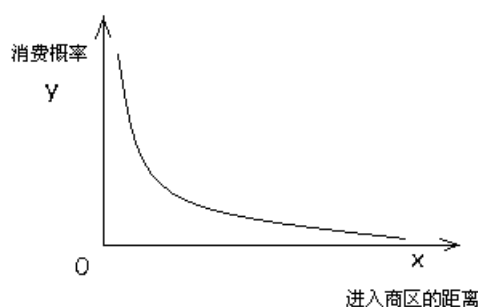


图 9: 消费概率与进入商区距离关系的购买欲望曲线

- (b) 考虑到奥运期间观看奥运比赛与购买奥运消费品的特殊关系, 特别是在入场及退场时, 观众在局部商区可能会出现消费高峰。例如某位观众在 A8 区观看比赛, 则在该商区消费的概率和数量通常要大于在其他商区消费的概率和数量。则对于该观众, 会产生图 10 所示的购买欲望曲线。

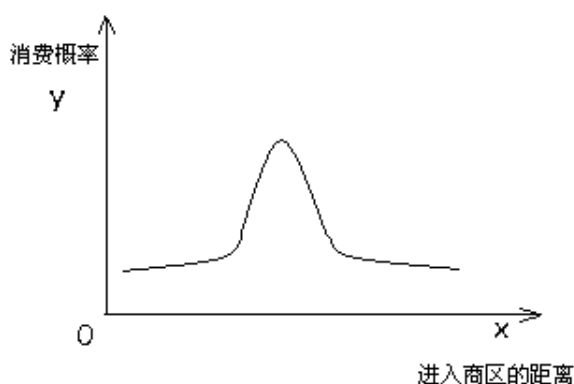


图 10: 单个观众对特定商区的购买欲望曲线

图 10 的购买欲望曲线是一个人的单次行为, 由于人群从各个商区进、出场的概率是相等的, 即人群在各个商区是均匀分布的, 当把所有观看比赛的人群作为研究对象时, 人群在各个

商区出现波峰的概率是相同的，即人群在各个商区购买欲望是相同的，则人群在各个商区的购买欲望曲线趋近于一条直线。

综合上述两种情形，我们得到人群购买欲望曲线，如图 11 所示：

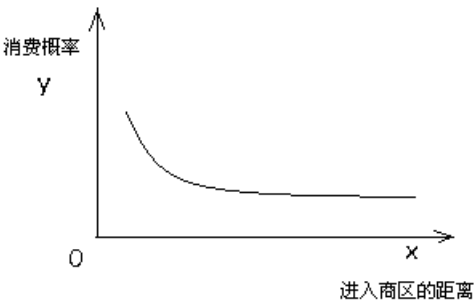


图 11: 购买欲望曲线

由图 11 通过数据拟合的方法可以得到人群在各个商区的消费权重 ω_i 。

2. 商区的消费额：

根据问题一中的规律 6：不同出行方式的人群的非餐饮消费额是近似相等的，我们可以认为每个人的非餐饮消费额是近似相同的，根据问卷调查表的数据计算，我们得到人均购买力（观众的平均消费水平）为 $C = 209.785$ 元。

则各个商区的总消费额

$$q_i = \sum_i \omega_i u_i N \alpha C \tag{1}$$

式中 ω_i —人群在各个商区的消费权重， u_i —人流量分布， N —三个比赛场馆的总人数， α —上座率。

对图 11 的曲线拟合，得到各个商区的消费权重 ω_i ，如表 6 所示。

表 6: 人群在各个商区的消费权重					
i	1	2	3	4	5
ω_i	0.1089	0. 099	0. 099	0. 099	0. 099
i	6	7	8	9	10
ω_i	0.1089	0. 099	0. 099	0. 099	0. 099
i	11	12	13	14	15
ω_i	0. 1639	0. 1639	0.1803	0. 1639	0. 1639
i	16	17	18	19	20
ω_i	0.1803	0.2439	0.2683	0.2439	0.2683

利用公式 (1) 计算得到各个商区的总消费额，如图 12 所示：

6.3.2 各个商区 MS 数量的概略确定

我们认为每个 MS 能提供的最大消费额，即每个 MS 只能提供一定的消费品，但并不一定能保证满足该商区所有的购物需求。这就要求我们在各个商区设定一定个数的 MS，我们先不考虑 LMS 与 MS 的区别，而是首先确定区域中的 MS 的个数，再讨论 LMS 与 MS 共存的情形。为了满足购物总量的需求，我们选取各个商区的 MS 的个数 $n_i = \left\lceil \frac{q_i}{A} \right\rceil + 1$ ，则每个商区的 MS 的消费额为 $x_i = \frac{q_i}{n_i}$ 。

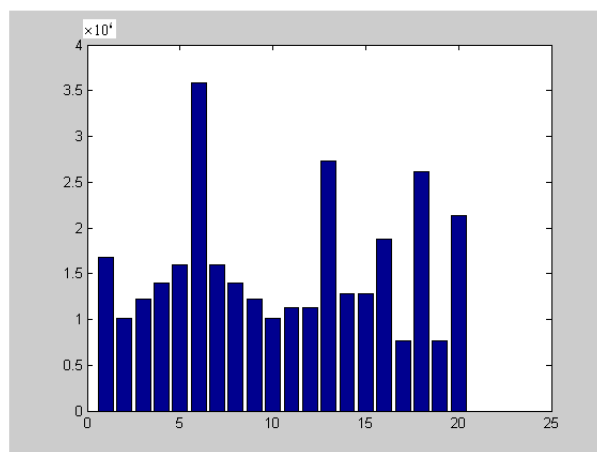


图 12: 各个商区的总消费额

各个商区 MS 数量的概略值如表 7 所示: (设计方案的一个可行解)

表 7: 各个商区 MS 数量的概略值

A_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n_i	9	6	7	7	9	18	9	7	7	6

6.3.3 各个商区 MS 数量的精确确定

上面的方法只是概略的确定各个区域的 MS 个数, 并没有考虑商区与商区之间的内在联系, 故只能保证在局部上是可行的, 且是最优的, 而不能保证在整个商业区的最优性。

饱和指数^[3]是考虑选址时的一个有用指标, 这里我们从零售商圈理论中引用一个饱和指标的概念, 用一个商区内每个 MS 的平均销售额来衡量该商区的饱和指数。饱和指数的计算公式为:

$$IRS = \frac{C \times RE}{RF}$$

式中: IRS 为该商区的饱和指数, RE 为商区内人均消费额, C 为商区内所有顾客数目, RF 为商区内的 MS 个数。

这一数字越大, 则意味着该商区内的饱和程度越低, 该数字越小, 则意味着区内的饱和程度越高。在不同的选址方案中, 应选择在饱和指数较高的地址建立 MS。

由上一节内容可知, $IRS = x_i$ 。

我们定义饱和指数指标 σ^2 , 来衡量整个商业区的 MS 分布情况。

饱和指数指标 $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \hat{x})^2$ 。

当 σ^2 较大时, 说明存在饱和指数相差较大的商区, 我们可以减少饱和程度较低的商区的 MS 的个数和增加饱和程度较高的商区的 MS 的个数, 使得整个商业区的 MS 分布达到最优。

由上分析我们得到:

定理 9.1 如果一个 MS 网的设计方法是所谓的最优非劣解, 则各个商区中 MS 饱和指数应基本相等, 即

$$x_i \approx x_j, \quad i, j = 1, \dots, n$$

证明: 假设在最优方案 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 中, 有 $x_1 < x_2$ (为简化问题, 我们只考虑 $n = 2$, 即只有两个商区时的情况),

令 $y_1 = x_1 + \Delta x$, $y_2 = x_2 - \Delta x$, 且 $\Delta x \ll x_1, x_2$, 即 $y_1 + y_2 = x_1 + x_2 = M$ (定值), 则目标函数 σ^2 变为 $1/8(x_1 - x_2 + 2\Delta x)^2$ 必小于最优解, 故有 $1/8(x_1 - x_2 + 2\Delta x)^2 \leq 1/8(x_1 - x_2)^2$.

可得 $1/2\Delta x(x_1 - x_2 + \Delta x) \leq 0$, 即 $1/2\Delta x(x_1 - x_2) \leq 0$.

该方程在 Δx 取一切值均成立, 即 Δx 既可为正, 又可为负, 故只有 $x_1 - x_2 = 0$ 时才满足要求, 假设非真。

同理可以证明 $x_1 > x_2$ 的情形, 故有 $x_i \approx x_j$, 将两个区域推广到 n 个商区, 可证得上述定理。

这样我们认为各个商区的 MS 的饱和指数指标达到最小时 (饱和指数基本相同), 网点的分布达到最均衡。

依据题目中三个基本要求:

1. 商业上赢利
2. 分布基本均衡
3. 满足奥运会期间的购物需求

我们将满足奥运会期间的购物需求作为约束条件, 得到以下多目标规划:

$$\max : \quad \sum q_i - \sum n_i B \quad (2)$$

$$\min : \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \hat{x})^2 \quad \text{其中} \quad \hat{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad n = \sum n_i \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum n_i A \geq \sum q_i$$

说明:

2 表示商区的盈利额, 即商区的总收入减去总支出 (MS 的总成本)。由于奥运会期间, 人群的总数是一定的, 则消费总额 $\sum q_i$ 是一定的, 在满足奥运会期间的购物需求的条件下, MS 总成本越小, 则盈利越多。

3 式中 σ^2 是反映分布均衡的指标。

此目标规划是多目标非线性规划问题, 我们将多目标非线性规划问题转化为单目标规划问题。

定义效用函数 $U(n)$ 如下:

$$U(n) = \sum \lambda_i f(n_i)$$

题目中有两个目标函数, 我们取一定的权系数, 则目标函数变为:

$$\min \quad \{U(n) = \lambda_1 (\sum n_i B - \sum q_i) + \lambda_2 \sigma^2\}$$

其中

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1$$

当 λ_1 的值较大时, 是否盈利是主要考虑因素 (从商家的角度), 我们选址的原则是在满足奥运会购物需求的前提下, 尽量减少 MS 总数 (总支出减少), 且尽量减小方差, 使得分布均衡。

当 λ_2 的值较大时, MS 的分布是否均衡是主要考虑因素 (从消费者角度), 我们的选址原则使分布尽量均衡, 且尽量减少 MS 的个数, 以达到商业上的利益。

而实际情况是设计者要获取最大利益, 同时还要照顾消费人群, 我们选取 $\lambda_1 = 0.8$, $\lambda_2 = 0.2$, 应用改进的模拟退火算法寻求最优解。

改进模拟退火算法:

在 MS 的总供应量达到总需求量的条件下, 适当减少 MS 的个数, 使得成本最低。并且使得营业区各个 MS 的方差之和最小, 实质上是求各个商区中 MS 数目的最优组合, 于是我们改进经典的“模拟退火算法”来求解该最优组合。研究表明, “模拟退火算法”对大多数组合优化问题要优于局部搜索算法, 是一个效果较好的算法。“模拟退火算法”具体思想见附录。针对本题情况, 我们改进的模拟退火算法的具体步骤如下:

变量说明:

S_0 已经得到的可行解;

$MSNo(S)$ 状态 S 的 MS 个数

$C(S^*)$ 状态 S 的综合指数值

$MSNo$ 某区域里 (如鸟巢 A 区) 满足总需求量需要的最少的 MS 个数

Step 1 对已经得到的可行解 S_0 , 用模拟退火算法对 S_0 求得 S_0 的最优状态 S_0^* ;

Step 2 考虑减少 S_0^* 的 MS 个数所有情况 S_i , 假设状态共有 n 个, 则 $1 \leq i \leq n$; 在保证满足总需求量的前提下, 即 $MSNo(S_i) \geq MSNo$ ($1 \leq i \leq n$), 应用模拟退火算法对 S_i 进行组合优化, 得到 S_i^* ($1 \leq i \leq n$);

Step 3 计算 $C(S_j^*)$ ($0 \leq j \leq n$), 找出 $C(S_j^*)$ 最小是对应的状态 S_k^* , (假设 $j = k$ 时, $C(S_j^*)$ 最小); 返回 S_k^* 和 $C(S_k^*)$

算法得到各个商区 MS 个数的可行优化解如表 8 所示。

表 8: 各个商区 MS 个数的可行优化解

A_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum n_i$	σ^2
n_i	9	6	7	7	9	18	9	7	7	6	85	1.41593×10^8
	8	5	7	7	9	19	9	7	7	6	85	1.09264×10^8
	8	6	7	7	9	18	9	7	7	6	84	1.53641×10^8

算法得到各个商区 MS 个数的最优解如表 9 所示。

表 9: 各个商区 MS 个数的最优解

A_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum n_i$	σ^2
n_i	8	5	7	7	9	18	9	7	7	5	82	1.40176×10^8

结果分析:

1. 在满足奥运会期间的购物需求的前提下, 盈利大小的不同, MS 的设计方案会有所不同, 故存在一些可行解。
2. 表 8 中第二组数据在 MS 总数不变的条件下, 局部调整了各个商区的 MS 个数, 使得 σ^2 减小, 从而分布更加均衡。
3. 表 8 中第三组数据减少了 MS 的总数, 使得总成本降低, 但同时使得 σ^2 变大, 使得分布稍显不均。
4. 表 9 中给出了 MS 设计方案的最优解, 使得总成本降低, 且分布均衡。

6.3.4 LMS 和 MS 的分配情况讨论

首先, 我们假定 LMS 与 MS 在供应量、商圈覆盖面积、成本之间存在如下比例关系:

供应量之比: $G_{\text{LMS}} : G_{\text{MS}} = p : q$.

商圈覆盖面积之比: $S_{\text{LMS}} : S_{\text{MS}} = m : n$.

成本之比: $F_{\text{LMS}} : F_{\text{MS}} = c : d$.

设该商区原有 MS 的个数为 ω , 现可将其替换为 x 个 LMS 和 y 个 MS, 则可得到下列目标函数:

$$\begin{aligned} \min \quad & (x \cdot c + y \cdot d) \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x \cdot m + y \cdot n \geq \omega \cdot n \\ x \cdot p + y \cdot q \geq \omega \cdot q \end{cases} \end{aligned}$$

在已知所有商区 MS 的最优数量的前提下讨论某一商区讨论 LMS 与 MS 的配置方案, 即是在已经满足分布基本均衡要求的条件下, 讨论满足观众购物需求与商家盈利最大化的问题:

1. 此时, 分布基本均衡的要求已得到满足, 我们只需讨论 LMS 与 MS 的数量配置问题, 故我们不再考虑商圈的影响, 即不考虑 LMS 与 MS 的商圈覆盖面积的比例, 配置方案仅与它们之间的供应量以及成本之比有关。
2. 若 LMS 与 MS 的供应量之比等于成本之比, 即 $p : q = c : d$, 此时每个 LMS 就可以等价于 $\frac{p}{q}$ 个 MS。此时 LMS 与 MS 可任意比例配置在该商区, 这对观众和商家都不会造成影响。
3. 若 LMS 与 MS 的供应量之比大于成本之比, 即 $p : q > c : d$, 即在供应量相同的前提下, LMS 的成本低于 MS, 即此时选择在商区设置 LMS, 将为商家带来更大的盈利。故应该在商区设置尽可能多的 LMS, 具体设计按方案为:

$$y = \left\lfloor \frac{n_i}{p/q} \right\rfloor, \quad x = n_i - y$$

4. 若 LMS 与 MS 的供应量之比小于成本之比, 即 $p : q < c : d$, 即在供应量相同的前提下, LMS 的成本反而高于 MS, 此时, 设置 LMS 反而不利于商家的盈利, 故商区的所有选择均为 MS。

我们选取供应量之比 $G_{\text{LMS}} : G_{\text{MS}} = 3 : 1$ 成本之比: $F_{\text{LMS}} : F_{\text{MS}} = 2 : 1$, 考虑改进的模拟退火算法得到的最优解, 我们得到各个商区 LMS 和 MS 的分配方案, 如表 10 所示:

表 10: A 区各商区 LMS 和 MS 的分配方案

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
LMS	3	1	2	2	3	6	3	2	2	1
MS	2	2	1	1	0	0	0	1	1	2

同理, 我们可得到 B 区及 C 区的 LMS 和 MS 分配方案。

表 11: B、C 区各商区 LMS 和 MS 的分配方案

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4
LMS	2	2	4	2	2	3	1	3	1	4
MS	0	0	2	1	1	1	1	2	1	2

6.4 问题四

1. 方法的科学性:

(a) 对样本的分析是科学的。

我们对 10600 份调查进行统计分析, 以年龄结构、出行方式、用餐习惯以及消费水平为不同划分标准, 得出人群的分布规律, 再通过计算条件概率和双因素方差分析得到他们之间的内在规律, 故我们认为采用的方法是科学的。

(b) 计算人流量的追踪模型是科学的。

在计算各个商区的人流量时, 追踪每一条经过该商区的人流路线, 将所有可能情况全部计算在内, 真实地反映了人群在商区内的流动, 所以我们认为该模型是科学的。

(c) 对商区内 MS 网点的设计方案是科学的。

将所有指标公式化, 建立多目标规划, 利用改进的模拟退火算法寻求得到最优解, 即得出各个商区设计方案。目标明确, 涵义清晰, 充分考虑了各方面的因素, 所以我们的设计方案是科学的。

2. 结果的贴近实际性:

由概率论的知识可知, 在大样本的情况下, 样本的平均数是相应总体的无偏估计, 虽然抽样调查的运动场的分布与奥运主场馆的结构分布存在差异, 但仍然可以反映整个社会群体的行为规律, 故我们可以用在建设好的运动场的问卷调查数据来规划奥运主场馆, 是切合实际的。模型中的假设或是来自于文献资料, 或是参照了历届奥运会的信息, 或是来自于对实际情况的考虑, 故我们认为假设是真实可靠, 切合实际的。

例如: 对于问题二, 为计算奥运场馆的 20 个商区的人流量分布, 我们作了一些必要的假设, 使得人群在场馆的选择和交通工具的选择上贴近实际情况, (例如, 在公交北站下车的人都在国家体育场观看比赛), 且在人流量分布的计算过程中, 依照最小距离原则, 完全模拟真实的人流分布, 使得我们的人流方向最贴近实际情况, 从而真实的计算了 20 个商区的人流量分布, 所以我们认为人流量分布是贴近实际的。

而且在模型的设计过程中, 我们采用的算法是科学的, 因此我们得到的结果是贴切实际的。

7 模型的进一步讨论

● 对“人流量分布”的进一步讨论:

在问题二中, 我们根据题目对观众出行路径最短的要求, 合理地对观众的分布按照其出行方式进行了划分, 即考虑观众的出行是有目的、有计划的。在现实观看奥运会的观众和游客中, 总会存在一部分出行较盲目的人群, 他们的出行是随机的, 即到某个商区也是随机的, 此时, 观众的分布可直接近似为均匀分布, 这种情形是可能存在的。

● 对“消费权重”的进一步讨论:

在对问题三的合理假设中, 我们根据基于网络的 Huff 模型, 得到了顾客的购买欲望曲线, 提出了“消费权重”这一概念, 并发现, 顾客在位于入、出口处商区的消费权重要高于其他商区, 这一假设是合乎实际规律的。若对消费权重进一步细化, 那我们还可以按照观众的性别比例、年龄构成以及消费水平的不同而对其进行分类, 增加其约束的准确性。

但是, 对于奥运会这样的盛大而又特殊的场面, 观众在不同商区的消费权重区别不会很大, 在近似计算时, 可以看作近似相等, 此时可认为观众在各商区的消费符合均匀分布。

● 对“商圈”的进一步讨论:

“商圈”是指零售企业进行销售活动的空间范围覆盖范围。在问题三中, 由于仅需要对各商区的 MS 进行定量设计, 故我们仅在假设每个 MS 的商圈为半径 20 米的圆形区域的基础上, 将其作为一个计算商区内 MS 个数的限制条件, 而没有详细讨论 MS 的商圈之间的相互影响、相互竞争、相互制约的性质。若要对每个商区的 MS 的位置分布作出详细设计, 则必须考虑商圈的影响。同时, 在

进行 LMS 与 MS 的选择以及其对它们在商区的分布进行设计时，也要考虑商圈的影响。

8 模型检验

利用问题三中的算法，参照表 9 和表 10 结果，我们可以得到各个商区的 MS 的大致分布比例，参照雅典奥运会露天体育场的结构示意图 [5]，可以得到雅典奥运会体育场外各个商区的 MS 分布，我们发现比例大致相同，(图中红色折线为雅典奥运会露天体育场的 MS 分布比例，蓝色折线为我们的设计方案给出的分布比例，包括可行解和最优解)，故认为我们得到的设计方案是正确的。

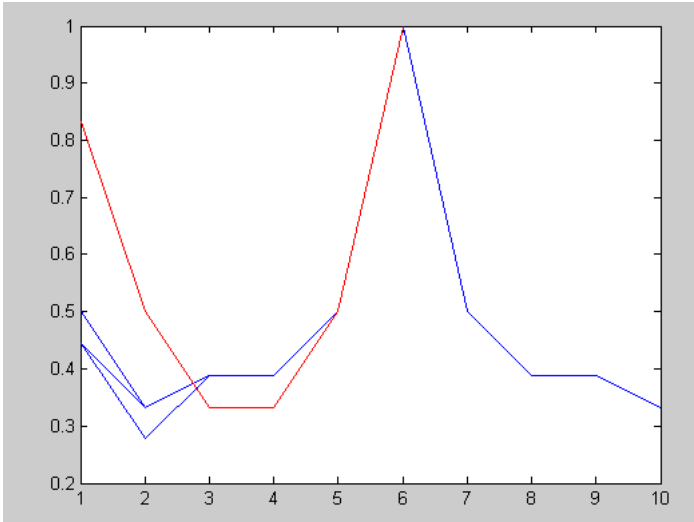


图 13: 各个商区 MS 比例分布曲线

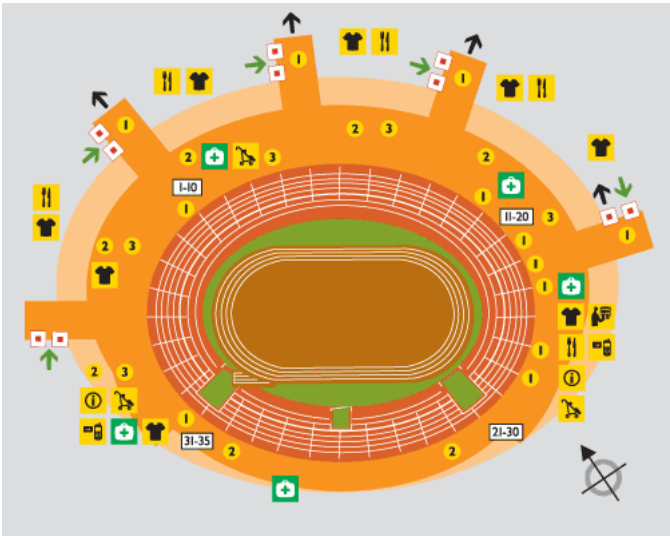


图 14: 雅典奥运会露天体育场的结构示意图

9 模型优缺点

- 优点:

1. 将所有数据公式化, 给出了判别设计方案好坏的指标, 从而当部分数据变动时, 便于计算, 具有一定的普适性。
2. 在计算人流量时, 完全追踪人流的实际情况, 使得人流的计算贴切实际。
3. MS 的分布结果能够较优的满足实际情况, 具有实际可行性。

- 缺点:

在考虑 LMS 和 MS 的分布时, 没有考虑商圈的制约因素。

10 附录

(略)

参考文献

- [1] 桂琳. 北京 2008 年奥运会场馆及设施总体规划[J]. 北京规划建设, 2001(2): 50~53.
- [2] 王德, 周宇. 上海市消费者对大型超市选择行为的特征分析[J]. 城市规划汇刊, 2002(4): 46~50.
- [3] 城市规划资料集[C]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002
- [4] 杨丽君, 朱华岚. 基于 GIS 的零售业商圈分析[J]. 遥感技术与应用, 2003(18): 144~148.
- [5] Olympic Stadium, www.athens2004.com/en, 2004.09.19.
- [6] 赫孝良等. 数学建模竞赛赛题简析与论文点评[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002.6
- [7] 王沫然. Matlab与科学计算[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.9

北京奥运会迷你超市群规划方案*

黄立波, 王 耀, 刘红军
(国防科技大学, 湖南 长沙 410073)

摘 要

本文所要讨论的问题可以归结为一个二元整数规划问题。首先, 我们根据三次预演运动会的调查结果推断出奥运会期间观众在出行方式、餐饮、消费水平三个方面的行为规律以及不同性别、年龄的人群在这三个方面的差异, 然后根据这些规律估计了奥运会期间各主要场馆周围商业区的人流分布情况。

为了更好地反映商业区的商业价值, 本文在人流分布的基础上进一步讨论了各商区的消费潜力的分布并据此设计商业区的超市群: 首先, 我们从招租方(组委会)、经营商和顾客三个不同角度讨论了大、小规模 MS 对各自利益的影响, 并分别以地租总收入、单位面积上的平均利润和安全经营率、顾客满意度等量化指标来衡量三者的各自的利益。此时, 问题转化为二元整数规划问题: 为各个商区确立大 MS 数目和小 MS 的数目, 使得模型在满足经营商和顾客的一定的利益的前提下(约束条件), 组委会获得的利益最大。通过计算, 我们求解得到了全部商区的规划设计方案, 比如在 A6 区(面积约为 $15,000 \text{ m}^2$)中需要建设 5 个大 MS(面积为 450 m^2)和 17 个小 MS(面积为 150 m^2), 该商业区内的超市的总建筑面积为 $4,800 \text{ m}^2$, 约占整个商业区面积的三分之一。

为了说明我们方案的合理性和贴近实际的特性, 我们从顾客满意度、零售单位与人口分布的一致性指数、公平竞争原则和共同盈利原则四个方面对模型的合理性进行了分析说明。

在模型的进一步讨论中, 我们讨论了经济增长、旅游人口等因素对设计方案可能产生的影响。另外, 为了使同一商区内的超市间避免盲目竞争, 同时也是为了奥运会结束后能更好地现有的临时商业点地面进行二次开发, 我们利用商圈理论对商区内超市的布局原则做了讨论并得出“大店分散, 小店聚集”的规律。

最后, 我们根据模型求解的结果给北京奥组委提出几点建议: 关注市场规模的增长、流动人口对市场的影响以及及时制定临时商业用地的二次开发方案。

关键词: 奥运经济; 超市选址规划; 饱和指数; 二元整数规划; 平均消费潜力

1 问题重述

(略)

2 问题假设

1. 假定国家体育场容量为 10 万人, 国家体育馆容量为 6 万人, 国家游泳中心容量为 4 万人。三个场馆的每个看台容量均为 1 万人, 出口对准一个商区。
2. 各商区面积相同。
3. 奥运会期间, 平均每天每位观众出行两次, 一次为进出场馆, 一次为餐饮, 并且每次出行都选择最短路径。
4. 每个观众被安排到场馆内各个看台的概率相等。
5. 2008 奥运会期间, 北京市人群结构与预演运动会时基本相同。

*2004 年全国大学生数学建模竞赛一等奖

6. 奥运会期间, 各主要场馆间的通行状况良好。

注: 上述假设是模型讨论过程中的全局性假设, 在后面的分步讨论中我们可能引入新的局部性假设。

3 全局符号说明

P_k	商区 k 内的预期销售额, 与该商区内人流量以及人群的消费水平相关
R_0	某商区内的饱和度指数, 等于该商区内的预期销售额与总营业面积之比, 反映了该商区内商业竞争的程度, 其值越小, 竞争越激烈
$\bar{P}(C_j)$	表示类别 C_j 的人群的平均消费额
MS	迷你超市

4 问题分析

超市群规划是一个多目标 (满足游客购物需要、分布均衡、商业赢利) 的规划类问题, 各个目标之间相互制约。经典的“商圈”理论指出: 商店地址和规模的选择与商圈内的人流量、群体的消费潜力和购物欲望以及该地区的交通情况等诸多因素有关。

为简化问题讨论, 假定奥运会期间各比赛场馆间的交通始终保持畅通 (通常, 在奥运会期间将实行交通管制, 以保证通行顺利), 那么商店的地址和规模主要由商圈内的人流量和购买欲望来决定。其中各场所的人流量跟观众的出行方式、餐饮习惯密切相关; 人群的购买欲望可以用平均消费水平来衡量, 它与性别、年龄存在关联关系。进一步分析可知, 出行方式、餐饮习惯和消费水平对商圈内的商业活动产生直接影响 (因为这三个因素决定了商区内的预期销售额), 而性别和年龄则通过前面三个因素间接地对商业活动产生影响。这些规律反映在各类人群的比例划分上。

得到的有关出行和餐饮方面的规律后, 我们就可以通过模拟仿真的方式求出 20 个商区内的人流分布情况。

在考虑超市规划时, 我们认为对招租方、经营商和顾客而言, 选择不同规模的 MS 各自所获得的利益是不同的。三者之间利益相互制约。我们的目标是要在满足经营商和顾客的一定利益的前提下使得招租方的利益最大。因此问题可以转化为一个规划类问题, 其中确立描述招租方、经营商和顾客利益标准的函数关系是解决问题的关键。

要评判模型的合理性, 可以从以下几个方面着手: 顾客的满意度, 超市的分布与人流量的分布是否协调, 各个商区内的商业竞争程度是否均衡以及相互间的共同盈利。

5 模型的建立与求解

5.1 观众的行为规律的分析——比例因子法

题中给出的调查结果的调查内容可以归纳为五个方面的内容: 性别、年龄、出行方式、餐饮习惯和消费水平。在问题分析中我们就曾指出, 直接影响商区内商业活动的是出行方式、餐饮习惯和消费水平三个方面的因素 (其中出行方式和餐饮习惯决定商区的人流分布, 消费水平决定人群的平均消费额, 三种因素共同决定了商区内的预期销售额), 性别和年龄间接地对商区内商业活动产生影响。因此, 为了简化问题的讨论, 我们先分别从直接因素和间接因素两个角度来考虑观众行为规律的表现, 然后综合两个角度的结果, 得到一般性结论。

5.1.1 直接因素对观众行为的影响

我们首先给出三次调查结果中各种出行方式、餐饮习惯和消费水平下人群的分布情况，如表 1，2 所示：

表 1：各直接因素下人群的分布比例

	出 行 方 式						餐 饮 习 惯		
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	E1	E2	E3
第一次调查	0.1749	0.1709	0.1943	0.0880	0.1843	0.1877	0.2237	0.5249	0.2514
第二次调查	0.1681	0.1744	0.1859	0.0919	0.1891	0.1906	0.2263	0.5225	0.2513
第三次调查	0.1600	0.1723	0.1885	0.0913	0.1938	0.1941	0.2244	0.5277	0.2479
平均值	0.1677	0.1725	0.1896	0.0909	0.1891	0.1908	0.2248	0.5250	0.2502

表 2：各直接因素下人群的分布比例（续）

	消 费 水 平					
	M1	M2	M3	M4	M5	M6
第一次调查	0.1966	0.2550	0.4350	0.0841	0.0188	0.0106
第二次调查	0.1951	0.2380	0.4549	0.0894	0.0134	0.0097
第三次调查	0.1918	0.2513	0.4323	0.1028	0.0128	0.0090
平均值	0.1945	0.2481	0.4407	0.0921	0.0150	0.0098

注：

- C1 至 C6 依次表示以下六种出行方式在总人群中所占的比例：公交（南北），公交（东西），出租车，私车，地铁（东），地铁（西）
- E1 至 E3 依次表示以下三种餐饮方式在总人群中所占的比例：中餐，西餐，商场餐饮
- M1 至 M6 依次表示以下六种消费水平总人群中所占的比例：0—100，100—200，200—300，300—400，400—500，500 以上（元）。

从表 1，3 中我们可以得到如下的规律：

1. 除乘坐私车出行的观众的比例稍小以外，以其他方式出行的观众比例基本相等。
2. 三次调查结果均表明，观众中选择中餐、西餐和商场餐饮人数比例大致为 1:2:1。
3. 观众的非餐饮消费以中低档消费（低于 300 元）为主，消费额超过 300 元的观众所占的比例较小。

5.1.2 间接因素对观众行为的影响

前面已经指出，性别、年龄是通过影响出行方式、餐饮以及消费水平来影响商区活动的，所以我们分别考察了性别、年龄与出行方式、餐饮和消费水平之间的关联关系。

1. 性别与各直接因素间的关系
 - (a) 选择以公交和地铁的方式出行的观众中的男女比例约为 2:1，而选择以出租车和私车的方式出行的观众中的男女比例约为 1:2。
 - (b) 男女在餐饮方式的选择上基本没有区别。
2. 年龄与各直接因素间的关系
 - (a) 从数据横向比较中，我们可以知道：观众的年龄结构以年青人（20—30）为主，中青年次之，中老年人和青少年所占比例较小。

表 3: 性别、年龄与出行方式、餐饮之间的关系 (比例)

		性别		年龄			
		男	女	20以下	20—30	30—50	50以上
出行方式	公交 (南北)	0.6275	0.3725	0.1552	0.5866	0.1503	0.1078
	公交 (东西)	0.6572	0.3428	0.0953	0.4850	0.2341	0.1856
	出租车	0.3397	0.6603	0.0882	0.5882	0.2250	0.0985
	私车	0.3312	0.6688	0.1331	0.5974	0.2078	0.0617
	地铁 (东)	0.5256	0.4744	0.1039	0.6016	0.2078	0.0868
	地铁 (西)	0.5738	0.4262	0.0944	0.6210	0.1948	0.0898
餐饮	中餐	0.5262	0.4738	0.0498	0.4125	0.3436	0.1941
	西餐	0.5346	0.4654	0.0985	0.6848	0.1600	0.0566
	商场餐饮	0.4909	0.5091	0.1841	0.5091	0.1682	0.1386

(b) 从数据的纵向比较中, 我们可以得到: 年龄与出行方式以及餐饮习惯之间无明显的关联关系。

由于消费水平因素中带有加权信息, 所以不能简单地通过考虑比例关系来确定它与性别、年龄之间的关系。为此, 我们定义了“平均消费潜力”来衡量这种关系, 其数学表达式如下:

$$\bar{P}(C_j) = \frac{\sum_{i=1}^6 n_i \bar{M}_i}{N(C_j)}$$

其中, $\bar{P}(C_j)$ 表示类别 C_j 的人群的平均消费潜力, \bar{M}_i 表示消费水平为 i 的人群的平均购买欲望, 通常取区间中值 (500 元以上的人群的平均购买欲望假定为 550 元), n_i 为 C_j 中消费水平为 i 的人数, $N(C_j)$ 为 C_j 中的总人数。平均消费潜力反映了一个人群的潜在消费能力, 其值越大, 说明该类人能够带来的商机越大。

通过计算, 我们得到了如下的结果:

表 4: 平均消费潜力

	性别		年龄			
	男	女	20以下	20—30	30—50	50以上
平均消费潜力 (百元)	1.8215	2.2306	1.4948	2.2940	1.9993	1.0926

从表 4 我们可以看出: 女士比男士的消费潜力更大, 年轻人和中青年人群的消费潜力比其他年龄段的人群的消费潜力要大许多。

5.1.3 总结性规律及其对商业活动的指导性作用

1. 观众出行主要以公共交通工具为主, 因此靠近各公共交通工具停靠点的地区人流量大, 是开设商店的理想位置, 尤其是进出各大主要场馆要道上的商区, 人流量极大, 为商业黄金地段。
2. 一半以上的观众喜欢选择吃西餐, 因此在通往西餐店的路径上的商区中的人流量将比通往中餐店和商场的路径上的商区中的人流量要大一些, 其商业潜力更大。
3. 观众非餐饮消费以中低档消费为主, 因此超市应当以经营物美价廉的实惠型商品为主, 以便能够吸引大多数的观众的注意力。

- 4. 由于中、青年人群的消费潜力较大，因此商场要侧重于满足这部分人群的需要，兼顾其他人群的需要。
- 5. 女性的消费潜力要大于男性，因此商场策略要适当的向女性倾斜。

5.2 商区人流量的估计——仿真模型

5.2.1 观众行为规律的可类比性说明

前面得到有关观众行为的规律是预演运动会的调查结果，它们是否适用于北京奥运会，我们做了如下的探讨。

首先，我们将两次运动会期间的地形图作了一些简化，表示如图 1，2

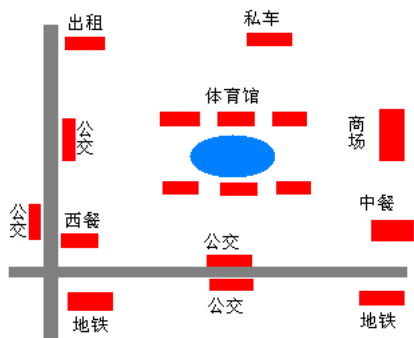


图 1: 预演运动会简化模型

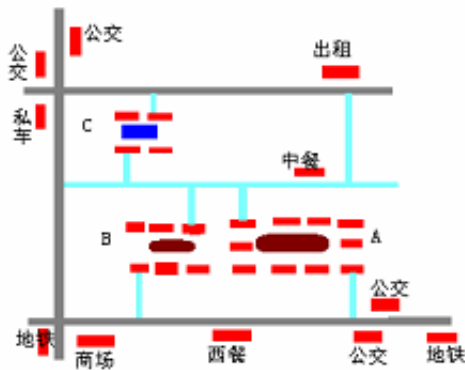


图 2: 奥运会运动会简化模型

比较两个运动会场馆的简化模型，我们可以得到如下的结论：

- 1. 二者的交通停靠点基本接近：公交车都分成南北向和东西向，地铁站均位于主场馆的南方，出租车和私车停车场位于主场馆的北方，二者交通布局基本相同。
- 2. 在图 1 中，主场馆距商场、中餐店、西餐店的距离基本相同，然而选择吃西餐的观众的人数比其他两种餐饮方式的人数要多一倍，由此可见，餐饮方式的选择是由观众的个人习惯决定的，而不受距场馆的远近的约束，所以可以肯定，在人群结构不发生大的改变的情况下，2008 年奥运会期间观众的餐饮习惯将不会发生大的改变，西餐将仍然是观众就餐的首选。

由此我们可以得出结论: 根据预演运动会期间调查结构分析的到的有关观众出行方式和餐饮习惯方面的行为规律在 2008 年奥运会期间基本适用。

5.2.2 商区人流量分布的测算

题设中已给出, 奥运会期间, 每个观众每天平均出行两次, 一次为进出馆, 一次为餐饮, 并且每次出行都选择最短路径。另外, 每个观众被安排到场馆内各个看台的概率相等, 并且观众在各交通工具停靠点以及前往三大餐饮场所的分布概率在前一部分中已经计算出来了, 所以可以按照如下的步骤设计模拟程序来测算人流分布情况:

1. 找出各交通工具停靠点和餐饮点至各个场馆上各个看台的最短路径, 建立路径信息表;
2. 以各交通工具停靠点的观众分布为初始状态, 模拟观众前往看台观看比赛时在各商区的人流量分布情况;
3. 以各看台上的观众分布情况为初始状态, 模拟观众外出餐饮时在各商区的人流量分布情况;
4. 根据前两步计算得到的结果, 计算各商区人流总分布比例。

对模拟流程的几点说明:

1. 观众的出行路线可能不是唯一的, 例如从公交南站前往 A1 看台的观众就存在两条距离相等的路径 (我们称之为等效路径): 一条途经 A4, 另一条途经 A9。我们对此的处理方法是使人流量在所有等效路径上均匀分布。
2. 每位观众平均每天要有四次机会经过商区 (进、出场馆, 餐饮来回), 但是在不违背“观众出行选取最短路径”的假设前途下, 可进一步假设: 观众进、出场馆和餐饮来、回所选取的路径不发生改变, 所以模拟程序中只计算了进馆的人流分布和去餐饮的人流分布, 这样处理不会影响到最终的比例结果。

根据模拟程序计算得到的人流分布情况结果如表 5。

表 5: 各商区人流分布百分比

商区	A6	B6	A1	A5	A7	A4	A8	B3	A3	A9
比例	11.98%	8.51%	7.28%	5.99%	5.99%	5.48%	5.48%	5.28%	4.95%	4.95%
商区	A2	A10	B1	B5	C4	B2	B4	C3	C2	C1
比例	4.43%	4.43%	3.97%	3.97%	3.78%	3.45%	3.25%	2.42%	2.38%	2.00%

注: 各商区人流量的总和为 250.936 (万人次/天)

5.3 商区设计方案

5.3.1 关于衡量商区潜在商业价值的标准的讨论

在前一部分中, 我们计算得到了各商区的人流量分布信息。通过对观众行为规律的分析我们知道, 不同性别、年龄阶段的人群的潜在消费能力是不相同的, 因此简单地使用人流分布并不能完全反映出商区的潜在商业价值。为了体现出这种差异, 我们倾向于使用经过商区的人流的消费潜力在所有的人群中总消费潜力中所占的百分比来衡量商区的商业价值, 这样更加具有参考价值。通过程序模拟计算, 各商区的消费潜力百分比见表 6。

注: 各商区消费潜力的总和为 40.3429 (百万元/天)

比较表 5 和表 6 所得到的结果, 我们发现商业区 B3 与 A4、A8 之间的相对位置前后发生了变化, 而其余的商区的只在比例关系的相对值大小方面发生了变化。

表 6: 各商区消费潜力分布百分比

商区	A6	B6	A1	A5	A7	B3	A4	A8	A3	A9
比例	12.14%	8.65%	6.72%	6.02%	6.02%	5.47%	5.41%	5.41%	4.81%	4.81%
商区	A2	A10	B1	B5	C4	B2	B4	C3	C2	C1
比例	4.21%	4.21%	4.14%	4.14%	3.93%	3.54%	3.40%	2.48%	2.30%	1.99%

对此合理的解释是：在 C 馆观看比赛的观众，如果选择吃西餐，那么他在来、回餐馆的路上必须往返 B3，而选择吃中餐和商场餐饮的 C 馆观众均不经过 B3，所以经过 B3 的人流中吃西餐的人所占的比例要比 A4 和 A8 中的要高。同时，选择不同餐饮习惯的人群的平均消费额有如表 7 的关系。

表 7: 餐饮习惯与平均消费额的关系

餐饮习惯	中餐	西餐	商场餐饮
平均消费额（百元）	1.8474	2.0847	2.0272

可见吃西餐人群的消费水平要比吃中餐的人群的消费水平高。在总人流量基本相当（5.48% 对 5.28%）、吃西餐的观众在总人群中的比例较高（平均为 52.50%）的前提下，B3 区的总消费潜力确实要高于 A4 和 A8 区。此外，各个商区的人群结构不同，所以它们各自的平均消费潜力不同，自然会导致它们之间相对的比例关系发生改变。

综上所述，使用消费潜力百分比将比使用人流量百分比更加具有指导意义，所以在下面的计算过程中，我们采用消费潜力百分比而不是人流量百分比。

5.3.2 建立模型所需的相关参数的假定及说明

- 1. 商业区的面积的估计：据“搜狐房产”报道，北京奥林匹克公园的地上商业用地面积为 33 公顷^[1]。如果粗略地扣除空地等部分，我们假定全部商业用地面积为 30 公顷，每块商区的占地面积为 1.5 公顷（15,000 m²）。
- 2. 一般零售超市的毛利润为 18%，小型超市（便利店）的毛利润为 25%^[2]，因此假定北京奥运期间所建的大型 MS 的利润不低于 18%，小型 MS 的利润不低于 25%。
- 3. 资料表明，小型超市（含便利店）的营业面积为 120 ~ 400 m²^[3]，考虑到奥运会期间经济规律的特殊性，我们假定大型 MS 的营业面积不超过 500 m²，小型 MS 的营业面积不小于 50 m²。大 MS 的面积过大，出租方所能获得的平均地租会减小，小 MS 的面积过小，商家的信誉度难以保障，甚至可能损坏国家形象。

5.3.3 模型的建立—二元整数规划法

由于大型 MS 单位面积的修建成本要低于小型 MS 的单位面积的修建成本，所以大 MS 单位面积的地租将要比小 MS 的单位面积地租小。因此，选择修建大型的 MS 还是小型的 MS 对招租方、经营方和消费者三者的利益的影响是不相同的：对招租方而言，由于小 MS 单位面积收取的租金多，所以招租方倾向于修建小 MS；对经营方而言，大 MS 便于集中管理，并且其地租比小 MS 要少，所以大 MS 能够以更低的价格吸引更多的消费者，最终使单位面积上活得的利润更高，由此经营者倾向于修建大 MS；对消费者而言，大 MS 的商品价格较低，购物环境好（发生拥挤的概率小），所以顾客也倾向于修建大 MS。在满足经营方盈利和一定的顾客满意度的前提下，应当使所有商业区收取的地租之和最大。因此可以按照如下的步骤建立规划方程：

1. 目标函数—所有商业区的地租之和最大

设大 MS 的营业面积为 S_1 , 小 MS 的营业面积为 S_2 , 且 $\xi_1 = k_s S_2$, 其中 k_s 为规模比例系数, 为了简化问题求解, 我们只讨论 $k_s \in N$ 的情况。

再假设某商区内建有 x 个小 MS, y 个大 MS, 那么目标函数可以表示为:

$$f(x) = \max(xR_0S_1 \cdot \alpha + yR_0S_2 \cdot \beta) \quad (1)$$

其中: $R_0 = \frac{P_k}{xS_1 + yS_2}$, 称作商业区 k 的饱和指数, P_k 为该商业区上的消费额总和。它表示商业区 k 单位面积上的预期销售额, R_0 越小, 说明该商区内竞争越激烈, 商家投资的风险也就越大; α, β 分别为大、小 MS 单位面积上地租在总销售额中所占的比例, 根据前面的分析容易推断: $k_f = \frac{\alpha}{\beta} < 1$, 通常取 $k_f = 0.95$ 。

2. 由商家追求利润最大化所决定的约束条件

商家永远追求利润的最大化, 因此可以用单位面积上能够获得平均利润作为衡量经营商利益的指标。

$$g(x) = \max\left(\frac{xS_1 \cdot C_1 k_{p1} + yS_2 \cdot C_2 k_{p2}}{S_1 + S_2}\right) \quad (2)$$

其中, C_1 为大 MS 单位面积上的销售额, C_2 为小 MS 单位面积上的销售额, k_{p1} 为大 MS 的平均毛利率, k_{p2} 为小 MS 的平均毛利率, 这两个值均为常量。根据前面的分析可知, $C_1 k_{p1} > C_2 k_{p2} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} > \frac{k_{p2}}{k_{p1}} = \frac{25\%}{18\%} \approx 1.3890$ 。由于我们优先考虑组委会的利益, 所以(2)是在满足(1)取得最大值的前提下尽可能取大值。

3. 由商家经营风险所决定的约束条件

对商家而言, 其经营是需要承担一定风险的。我们不能盲目地追求利润的最大化而忽视了投资的风险。通常, 将商家支出与收益相等时的点称为损益平衡点, 达到损益平衡时的销售额称为损益平衡销售额^[2]。损益平衡销售额可以根据如下的公式计算:

$$\text{损益平衡销售额} = \frac{\text{固定费用}}{\text{毛利率} - \text{变动费用率}} \approx \frac{\text{固定费用}}{\text{毛利率}}$$

它表明商家收回成本所要达到的最小销售额。

在此基础上, 我们进一步引入经营安全率, 其定义如下:

$$\text{经营安全率: } \alpha_s = 1 - \frac{\text{损益平衡销售额}}{\text{预期销售额}}$$

通常根据 α_s 的大小, 可以将经营风险分为以下四类: 30% 以上的为优秀店, 20%-30% 的为良好店, 10%-20% 的为一般店, 10% 以下的为不良店^[2]。为了维护北京奥运会优良的投资环境, 假定组委会要求所有商店的经营安全率达到优秀, 则有 $\alpha_s \geq 0.3$ 。

在奥运会的特定背景下, 可以推断所要修建的超市的固定费用主要就是租赁场地所需要缴纳的地租, 其他的固定费用(比如工资、水电费、管理费等)相对地租而言可以忽略不计。而地租又可以看作是招租方与经营商共同分配利润的方式, 所以有:

$$\alpha_s = 1 - \frac{\text{固定费用}}{\text{预期销售额} \times \text{毛利率}} = 1 - \frac{\text{实际销售额} \times \text{利润率} \times \gamma}{\text{预期销售额} \times \text{毛利率}} = 1 - \frac{R_0(0.18xS_1 + 0.25yS_2)\gamma}{P_k \times 18\%}$$

即:

$$\alpha_s 1 - \frac{R_0(0.18xS_1 + 0.25yS_2)\gamma}{0.18P_k} \geq 0.3 \quad (3)$$

其中 γ 为招租方在经营商的营销利润中的提成比例。

4. 由顾客满意程度所确定的约束条件

前面的分析结果已经指出, 顾客倾向于选择大 MS, 小 MS 将使顾客的消费欲望降低。因此假定所建的超市全部为大超市时刚好全部满足顾客的购物需求, 此时顾客的满意程度为 1, 那么可以按照如下的方式定义用户的满意程度:

$$\text{满意度: } c = \frac{\text{实际销售额}}{\text{该商业区内预期总销售额}} = \frac{C_1 R_0 \cdot x S_1 + C_2 R_0 \cdot y S_2}{P_k} \geq k_c \quad (4)$$

其中 k_c 为顾客满意度的下限, C_1, C_2 的定义与(1)式相同。由满意度为 1 时等号的成立条件可以估计 C_1 的大小。(令 $C_1 = k_o C_2, k_o > 1.3890$)

5. 均衡性指标约束

如果一个商区内商店分布是均匀的, 那么单位面积上商店所提供的销售额应当与单位面积上的人流分布的差异最小。所以, 某个场馆周围的商店分布均衡性指标可定义为:

$$\Delta\chi = 1 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left| \frac{C_1 R_0 \cdot x_i S_1 + C_2 R_0 \cdot y_i S_2}{\sum_{j=1}^n C_1 R_0 \cdot x_i S_1 + C_2 R_0 \cdot y_i S_2} - \frac{Q_i}{Q} \right| \geq k_x \quad (5)$$

其中: $C_1 R_0 \cdot x_i S_1 + C_2 R_0 \cdot y_i S_2$ 为某个场馆周围一个商区的实际销售额, $\sum_{j=1}^n C_1 R_0 \cdot x_i S_1 + C_2 R_0 \cdot y_i S_2$ 为该场馆周围所有商区的实际总销售额, Q_i 为第 i 区的人流量, Q 为某场馆周围所有商区的总人流量, k_x 为阈值。 $\Delta\chi$ 越大, 说明均衡性越好[5]。

6. 其他约束条件

除了上述的目标函数和约束条件外, 问题还应满足:

$$x S_1 + y S_2 \leq k_s S_0 \quad (6)$$

其中 S_0 为全部的商区面积, k_s 为规划用于建设超市群的商区在总面积所占的最大比例, 如果不限制超市群的建筑面积, 那么 $k_s = 1$ 。

综上所述, 整个问题的求解就是求解如下的二元整数规划问题:

$$\begin{cases} f(x) = \max(x R_0 S_1 \cdot \alpha + y R_0 S_2 \cdot \beta) & (1) \\ g(x) = \max\left(\frac{x S_1 \cdot C_1 k_{p1} + y S_2 \cdot C_2 k_{p2}}{S_1 + S_2}\right) & (2) \\ \alpha_s = 1 - \frac{R_0(0.18x S_1 + 0.25y S_2)\gamma}{0.18P_k} \geq 0.3 & (3) \\ c = \frac{C_1 R_0 \cdot x S_1 + C_2 R_0 \cdot y S_2}{P_k} \geq k_c & (4) \\ \Delta\chi = 1 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left| \frac{C_1 R_0 \cdot x_i S_1 + C_2 R_0 \cdot y_i S_2}{\sum_{j=1}^n C_1 R_0 \cdot x_i S_1 + C_2 R_0 \cdot y_i S_2} - \frac{Q_i}{Q} \right| \geq k_x & (5) \\ x S_1 + y S_2 \leq k_s S_0 & (6) \end{cases}$$

5.3.4 模型求解和求解结果

这是一个二元整数规划问题, 取:

$$S_1 = 450, S_2 = 150, \alpha = 0.95, \beta = 1, \gamma = 0.5, k_c = 0.9, k_s = 1, k_x = 0.9$$

求得结果如下:

表 8: 超市规划方案

商区	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
大MS	3	2	2	3	3	5	3	3	2	2
小MS	9	5	7	6	7	17	7	6	7	5
R_0	1033.66	1028.90	995.23	970.53	1011.13	1020.19	1011.13	970.53	995.226	1028.90
商区	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4
大MS	2	2	3	2	2	4	1	1	1	2
小MS	5	3	6	3	5	12	2	3	3	4
R_0	1013.19	1058.35	982.36	1017.24	1013.19	991.68	1069.94	1029.4	1109.47	1056.80

6 模型性能分析和合理性说明

6.1 模型的结果分析

根据模型求解结果, 我们可以分析得到以下的结果:

20 个商业区中一共有 48 个大 MS, 122 个小 MS, 总共的营业面积为 3.99 公顷, 占总商业区的 13.3%; 其中超市营业面积最大的一个商业区为 A6 区, 它里面设有 5 个大 MS, 17 个小 MS, 总营业面积为 4800m², 占该商业区总面积的 32%, 我们认为这个值基本在一个商业区能够承受的范围之内, 商业区内基本上仍有足够的空间修建道路和其他配套设施而不会发生拥挤、堵塞现象。

6.2 模型的合理性说明

模型的合理性可以从以下三个方面着手: 满足奥运会期间的购物需求、分布基本均衡和商业上赢利。一个合理的模型, 应当具备如下的性质: 能够较好地满足顾客的购物需求, 分布平衡, 各商区的竞争机会均等以及招租方和经营商实现双赢。

根据这些原则, 我们对模型做了如下的分析:

1. 顾客满意度

这个方面很好满足, 因为模型中的约束条件(4)就是对顾客满意度的约束, 这个指标可以根据实际情况的变化进行调整。

2. 均衡性指标—零售单位与人口分布的一致性指数

模型中的约束条件(5)又称为零售单位与人口分布的一致性指数。商店的分布均衡就是指在一个大的区域内(如 A 区—“鸟巢”), 商店所能容纳的购物需求在 A 区内的分布密度同入流量密度的一致性。通过计算, 得到三个主场馆周围商区的均衡性指标为: A 区为 0.9803, B 区为 0.9720, C 区为 0.9695。

从结果来看, 三个体育馆周围商区的 MS 的分布的均衡性都比较好。

3. 竞争公平性原则

从整体规划性来看, 各个商区内的商业竞争程度应当趋于一致, 否则市场规律将使资本流向商业竞争较小的商区。在定义饱和指数 R_0 时就指出, 它反映了商区内的竞争激烈程度。根据模型求解的结果, 将 20 个商区的 R_0 值做成图表, 如图 3 所示。

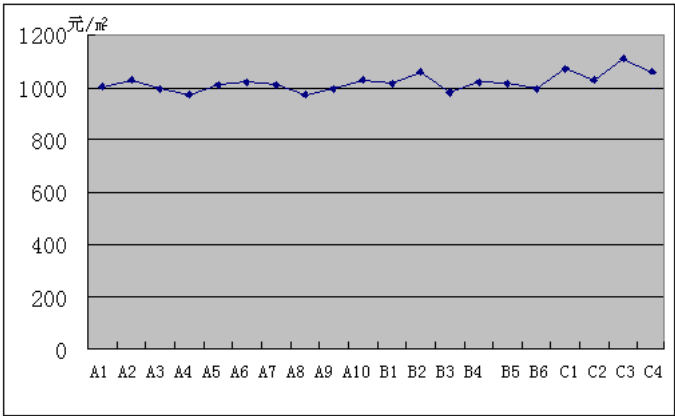


图 3: 各商区 R_0 关系图

从图中可以看出，各个商区的 R_0 值比较一致，所以可以认为各商区内的竞争程度基本上是一致的。

4. 共同盈利

在方案设计中我们曾指出，招租方以地租的方式从经营商的销售利润中提成，也就是说在满足一定的前提条件的基础上（顾客满意、分布均衡），招租方和经营商有着明显的共同利益。所以，二者可以实现共同盈利。

7 模型的进一步讨论

7.1 消费水平动态变化对模型的影响

在前面的模型讨论中，我们都没有考虑消费水平的动态增长，以及人群结构可能发生的改变。实际上，这些因素都可能发生变化。

1. 经济增长率对模型的影响

中国近年来的经济增长率一直保持在 7% 以上，如果不出现特殊情况，可以假定今后 4 年内中国经济增长率依然保持在 7% 左右，居民的消费水平以相同的速率递增。那么到 2008 年，居民的人均消费水平应当为现在的 $(1 + 7\%)^4 \approx 1.3108$ 倍。因此需要将每个商区的总消费额乘以这个消费水平增长系数，得到修正后的总消费额。

2. 旅游人口对模型的影响

预演运动会与奥运会一个显著的差别就是，奥运会是一个国际性的体育盛会，所以在观众中将有较多的外国观众。假定外国观众在奥运会观众中所占的比例为 10%，平均每人每天消费 100 美元，且按美元对人民币的汇率为 1:8 计算，那么外国观众将使得人均消费水平提高 $(100 \times 8 - 201.7185 \times 1.3108) \times 0.1 = 53.5587$ （元）。

综合以上两个因素，可知 2008 年奥运会时，观众的人均消费水平为现在的 1.5763 倍，修正模型中的总消费额，得到各商区的超市设计方案如表 9 所示。

修正参数之后，20 个商业区中一共有 72 个大 MS，209 个小 MS，总营业面积为 6.375 公顷，占全部商区面积的 21.25%；其中超市营业面积最大的一个商业区为 A6 区，它里面设有 8 个大 MS，28 个小 MS，总营业面积为 7800m²，占该商业区总面积的 52%，我们认为这个值接近该商区内所能容纳的超市

表 9: 参数修正后的超市规划方案

商区	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
大MS	5	3	3	4	4	8	4	4	3	3
小MS	14	9	10	11	14	28	14	11	10	9
商区	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4
大MS	3	3	4	3	3	6	2	2	2	3
小MS	9	6	12	5	9	20	2	4	4	8

营业面积的饱和值, 该商区内可能由于没有足够的空间用于修建道路和其他配套设施, 从而导致该商区内发生阻塞等现象。解决的办法是牺牲部分经济利益, 限制每个商区内的营业面积所占的比例, 以保证奥运会期间良好的会场秩序。

7.2 商业区内的超市分布规则

根据商圈理论, 商业网点之间的规模和距离会影响到各商家的利润分配。为了增强临时商业网点规划实施操作的可行性, 我们可以使用商圈分析方法提出具体实施时的一些实用原则。另外, 奥运会结束之后, 临时超市将被拆除, 所留下的空地的利用问题也是一个十分值得考虑的问题(这个问题也越来越受到各奥运会举办城市的关注)。一个显而易见的原则就是: 留下的空地的面积越大, 对这些地面的二次商业开发越有利。因此, 我们对商业区内超市的分布原则做了如下讨论。

从前面所的结果可以看出, 各个商区的饱和指数基本上相等, 为经营商提供了均等公平机会, 因此规划方在一个商区内布局时只需考虑商区内商店的规模和距离的影响。

根据雷利法则, 我们可以界定两个竞争商店的商圈分界线。其计算公式为:

$$D_1 = \frac{d}{1 + \sqrt{\frac{P_1}{P_2}}}$$

D_1 为商店 1 到商圈分界点的距离, d 为两个商店之间的距离, P_1, P_2 分别为两个商店的规模。一般而言, 对两个规模基本相当的商家而言, 最适宜的密度是两家商店之间的距离保持在边缘商圈相交到次级商业圈(圈内能够吸引 70%-95% 的顾客)相切的水平上为佳。如果边缘商业圈相距过远, 则对手打入的机会太大, 如果分店之间使次级商业圈相交, 则两家商店会彼此争夺业务, 引起恶性竞争, 造成“几败俱伤”的局面。对于规模相差一个等级的商店, 小商店应当环绕分布在大商店的周围, 依托大商店的人气形成互补效益(详细的理论论述可参见文献[4])。这种聚集原则使得在奥运会结束后留下的空闲地相对集中, 符合奥运会结束后的二次商业开发的需要, 所以商业区内 MS 的分布原则是: 大规模 MS 之间应当尽量分散, 避免商圈重叠; 小规模 MS 应当聚集在大 MS 周围, 对大 MS 形成补充。

8 给北京奥组委的若干建议

通过前面的分析, 我们认为 2008 年北京奥运会在商业运作上, 应当在以下几个方面做进一步的调查:

1. 应当充分考虑奥运期间所开辟的商业用地在奥运会结束后的开发方案, 特别是对于这种临时性商业网点, 在方案设计的时候就应充分考虑到其二次商业开发方案。悉尼奥运会之后大量奥运场馆、用地被闲置就是我们很好的教训。

2. 对奥运会期间由于流动人口、经济增长等因素造成的市场规模的改变应当做充分的估计。我们在本文的上一节中做了简单的讨论,但是由于缺乏关键的数据,我们的预估是不充分的。建议成立专门的小组收集这方面的资料,重新建立模型对此做出评估。
3. 在发掘奥运经济潜力的同时,应当要考虑到奥运会在交通、饮食、卫生、安全等方面所带来的压力。最后,我们衷心预祝 2008 年北京奥运会取得圆满成功!

参考文献

- [1] 张家齐. 北京奥运商业地块策划案有望十一面世. <http://house.sohu.com>, 2004-9-17
- [2] 励志人生网. 店址调查及其评估方法. <http://www.lzrs.net>, 2004-9-17
- [3] 北方食品在线. 超市开店选址. <http://bfsp.cn>, 2004-9-17
- [4] 零售企业的博弈分析. 商业经济与管理[J], 2004(7)
- [5] 张文忠. 经济区位论[M]. 北京: 科学出版社, 2000
- [6] Berry B.J.L. Geography of Market Centers and Retail Distribution[M]. N.J. Prentice Hall, 1967

2004 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛成绩揭晓

全国大学生数学建模竞赛组委会消息,2004 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛获奖名单已于 2004 年 11 月 19 日正式公布。今年共有 5304 个队参加甲组竞赛,评出全国一等奖 172 个,全国二等奖 404 个,共有 1577 个队参加乙组竞赛,评出全国一等奖 56 个,全国二等奖 137 个。“高教社”杯得主为武汉大学杨双红、刘刚、晏琦和解放军信息工程大学魏然、顾礼、冉庆礼。

详细获奖名单,可到全国大学生数学建模竞赛组委会网站(<http://mcm.edu.cn>)查询。

另,2004 年全国大学生数学建模竞赛颁奖会,将于 11 月 27 日至 30 日在广西桂林召开。