Sprawozdanie z projektu na przedmiot Wspomaganie Decyzji w Warunkach Ryzyka

Maciej Lenard, projekt nr 19304
24.05.2019

Spis Treści

1. TREŚĆ ZADANIA

WDWR 19304

Rozważamy następujące zagadnienie planowania dystrybucji towaru:

- Przedsiębiorstwo posiada fabryki F1 i F2 oraz magazyny M1 i M2. Firma sprzedaje swoje produkty do klientów K1 i K2. Klienci mogą być zaopatrywani z magazynów lub bezpośrednio z fabryki.
- Koszty dystrybucji towaru (w zł/tonę), które w całości są ponoszone przez firmę, przedstawia poniższa tabela. Część kosztów dystrybucji określają składowe wektora losowego $\mathbf{R} = (R_1, \ldots, R_6)^T$:

	F1	F2	M1	M2
Magazyny				
M1	0,5	—		
M2	—	0,3		
Klienci				
K1	R_1	R_2	—	R_3
K2	R_4	—	R_5	R_6

- Wektor losowy $\mathbf{R}$ opisuje 6-wymiarowy rozkład t-Studenta z 4 stopniami swobody, którego wartości składowych zostały zawężone do przedziału $[0{,}2; 2]$. Parametry $\boldsymbol{\mu}$ oraz $\boldsymbol{\Sigma}$ niezawężonego rozkładu t-Studenta są następujące:

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} 0{,}8 \\ 1{,}8 \\ 1{,}2 \\ 1{,}8 \\ 0{,}9 \\ 1{,}6 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0{,}36 & -0{,}02 & -0{,}06 & -0{,}01 & 0{,}13 & -0{,}01 \\ -0{,}02 & 0{,}01 & -0{,}01 & 0 & -0{,}01 & -0{,}01 \\ -0{,}06 & -0{,}01 & 0{,}09 & 0{,}01 & 0{,}05 & 0 \\ -0{,}01 & 0 & 0{,}01 & 0{,}01 & -0{,}01 & 0 \\ 0{,}13 & -0{,}01 & 0{,}05 & -0{,}01 & 0{,}25 & -0{,}06 \\ -0{,}01 & -0{,}01 & 0 & 0 & -0{,}06 & 0{,}04 \end{pmatrix}.$$

- Fabryki mają określone miesięczne możliwości produkcyjne, które nie mogą zostać przekroczone. Są to (w tys. ton): F1 – 150, F2 – 200. Jeżeli dana fabryka produkuje poniżej 50% swoich możliwości produkcyjnych, firma ponosi miesięczny koszt stały w wysokości 50 tys. zł.
- Magazyny nie mogą przekroczyć następujących ilości obsługiwanego towaru w ciągu miesiąca (w tys. ton): M1 – 110, M2 – 150.
- Miesięczne zapotrzebowania klientów na towar kształtują się następująco (w tys. ton): K1 – 130, K2 – 90.

1. Zaproponować jednokryterialny model wyboru w warunkach ryzyka z wartością oczekiwaną jako miarą kosztu. Wyznaczyć rozwiązanie optymalne.
2. Jako rozszerzenie powyższego zaproponować dwukryterialny model kosztu i ryzyka z wartością oczekiwaną jako miarą kosztu i odchyleniem przeciętnym jako miarą ryzyka. Dla decyzji $\mathbf{x} \in Q$ odchylenie przeciętne jest definiowane jako $\delta(\mathbf{x}) = \sum_{t=1}^{T} |\mu(\mathbf{x}) - r_t(\mathbf{x})| p_t$, gdzie $\mu(\mathbf{x})$ oznacza wartość oczekiwaną, $r_t(\mathbf{x})$ realizację dla scenariusza t, p_t prawdopodobieństwo scenariusza t.

   a. Wyznaczyć obraz zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko–koszt.

   b. Wskazać rozwiązania efektywne minimalnego ryzyka i minimalnego kosztu. Jakie odpowiadają im wartości w przestrzeni ryzyko–koszt?

   c. Wybrać trzy dowolne rozwiązania efektywne. Sprawdzić czy zachodzi pomiędzy nimi relacja dominacji stochastycznej pierwszego rzędu. Wyniki skomentować, odnieść do ogólnego przypadku.

2. JEDNOKRYTERIALNY MODEL WYBORU W WARUNKACH RYZYKA Z WARTOŚCIĄ OCZEKIWANĄ JAKO MIARĄ KOSZTU

2.1. WYZNACZENIE SKŁADOWYCH KOSZTÓW DYSTRYBUCJI WEKTORA LOSOWEGO R Z ROZKŁADU T-STUDENTA (PLIK „STUDENT.R”)

Część kosztów dystrybucji towarów określają składowe wektora losowego $R = (R_1 \dots R_6)^T$. Wartości składowe zostały zawężone do przedziału [0,2; 2], co może doprowadzić do zmiany wartości oczekiwanej rozkładu, dlatego też trzeba go wyliczyć. Obliczenia te zostały wykonane za pomocą wzoru udostępnionego w materiałach uzupełniających na stronie przedmiotu WDWR.

$$E(R) = \mu + \sigma \frac{\left(\Gamma\left(\frac{v-1}{2}\right)\left((v + a^2)^{-\frac{v-1}{2}} - (v + b^2)^{-\frac{v-1}{2}}\right)v^{\frac{v}{2}}\right)}{2\left(F_v(b) - F_v(a)\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} \text{ dla } v > 1$$

Gdzie:

- Γ(·) to funkcja gamma Eulera, dostępne w pakiecie R jako gamma
- Fv() - dostępne w pakiecie R jako pt
- (α; β) – zawężenie przedziału,
- a = (α −μ)/σ,
- b = (β −μ)/σ
- μ - wartość oczekiwana

Zawężony parametr μ po obliczeniach (plik „**student.R”**):

$$\mu = \begin{pmatrix} 0.943838101341753 \\ 1.78133314389023 \\ 1.18749703591776 \\ 1.78133314389023 \\ 0.973343413932001 \\ 1.56462547153112 \end{pmatrix}$$

2.2. ZBIORY

Zbiór	Opis
M = M1, M2	Zbiór posiadanych przez przedsiębiorstwo magazynów
F = F1, F2	Zbiór posiadanych przez przedsiębiorstwo fabryk
K = K1, K2	Zbiór klientów którym przedsiębiostwo sprzedaje towary
Z = F1, F2, M1, M2	Zbiór fabryk i magazynów - źródeł towarów
O = M1, M2, K1, K2	Zbiór magazynów i klientów - otrzymujących towar

2.3. PARAMETRY

Parametr	Opis
$koszty\_dystrybucji\_oczekiwane_{z,o}$	Koszt transportu towaru ze źródeł z do odbiorcy o
$max\_produkcja\_fabryk_f$	Maksymalna produkcja dla fabryki f
kara_malej_produkcji	Stały koszt dla fabryki f w przypadku produkcji poniżej 50% swoich możliwości
$fabpolowa\_mozliwosci\_fabryk_f$	Minimalna liczba wyprodukowanych towarów w fabryce f, dla której omijany jest koszt stały 50 tys zł
$max\_magazynow_m$	Maksymalna ilość obsługiwanego towaru dla fabryki m
$zapotrzebowanie\_klientow_k$	Ilość towaru pożądanego przez klienta k

2.4. ZMIENNE

Zmienna	Opis
$dystrybucja_{z,o}$	Dystrybucja towarów ze źródeł z do odbiorców o
koszty_kary_malej_produkcji = $\sum_{f \in F} b_f *$ kara_malej_produkcji	Koszty stałe związane z małą produkcją
b_f	Zmienna binarna pomocnicza
koszt_oczekiwany = $\sum_{z \in Z, o \in O} koszty\_dystrybucji\_oczekiwane_{z,o} * dystrybucja_{z,o} +$ koszty_malej_produkcji	Koszt oczekiwany - miara kosztu

2.5. OGRANICZENIA

Znak	Opis
f	fabryki
m	magazyny
k	klienci
z	źródła
o	odbiorcy

Nazwa ograniczenia	Ograniczenie
fabryka_magazyn_klient	dystrybucja[f, d] <= max_produkcja_fabryk[f];
limit_magazynow	dystrybucja[z, m] <= dystrybucja[m,d];
podaz	dystrybucja [z, m] <= max_magazynow[m];
zachowanie_poprawnosci_dystrybucji	zapotrzebowanie_klientow[k] <= dystrybucja[z, k];
wielkosc_produkcji_1	polowa_mozliwosci_fabryk[f] <= dystrybucja[f, d] + polowa_mozliwosci_fabryk[f]*b[f];
wielkosc_produkcji_2	polowa_mozliwosci_fabryk[f] * (1- b[f]) - dystrybucja[f, d] <= 0;

2.6. FUNKCJA CELU

Funkcją celu w zadaniu pierwszym jest <u>minimalizacja kosztu oczekiwanego</u>.

2.7. WYNIK

Po włączeniu solvera CPLEX na stworzonych plikach modelu oraz danych, program generuje następujące rozwiązanie (w tysiącach ton towaru):

```
Koszt Oczekiwany: 295.951835
dystrybucja :=
F1 K1   120
F1 K2     0
F1 M1     0
F1 M2     0
F2 K1     0
F2 K2     0
F2 M1     0
F2 M2   100
M1 K1     0
M1 K2     0
M1 M1     0
M1 M2     0
M2 K1    10
M2 K2    90
M2 M1     0
M2 M2     0
;
```

Rysunek 1Wynik dla minimalizacji kosztu zadania 1

2.8. PLIKI Z KODEM DLA ZADANIA 1

```
# Maciej Lenard #
# WDWR 19304    #
# zadanie 1     #

#==============#
#    Zbiory    #
#==============#
set FABRYKI;
set MAGAZYNY;
set KLIENCI;
set Z_FM;
set DO_MK;
set DYSTRYBUCJA within {Z_FM , DO_MK};
set PUSTE_POLA within {Z_FM , DO_MK};

#==============#
#  Parametry   #
#==============#
param puste_pola {PUSTE_POLA};
param koszty_dystrybucji_oczekiwane {DYSTRYBUCJA};
param max_produkcja_fabryk {FABRYKI};
param max_magazynow {MAGAZYNY};
param zapotrzebowanie_klientow {KLIENCI};
param polowa_mozliwosci_fabryk {FABRYKI};
param kara_malej_produkcji = 50;

#==============#
#    Zmienne   #
#==============#
var b {f in FABRYKI} binary;
var dystrybucja {Z_FM, DO_MK} integer >= 0;
var koszty_kary_malej_produkcji = sum {f in FABRYKI} b[f] * kara_malej_produkcji;
var koszt_oczekiwany = sum {(z, d) in DYSTRYBUCJA} (koszty_dystrybucji_oczekiwane[z,d] * dystrybucja[z,d]) + koszty_kary_malej_produkcji;

#==============#
# Ograniczenia #
#==============#
s.t. produkcja_fabryk {f in FABRYKI}: sum {d in DO_MK} dystrybucja[f, d] <= max_produkcja_fabryk[f];
s.t. fabryka_magazyn_klient {m in MAGAZYNY}: sum {z in Z_FM} dystrybucja[z, m] = sum {d in DO_MK} dystrybucja[m,d];
s.t. limit_magazynow {m in MAGAZYNY} : sum {z in Z_FM} dystrybucja [z, m] <= max_magazynow[m];
s.t. podaz {k in KLIENCI}: zapotrzebowanie_klientow[k] <= sum {z in Z_FM} dystrybucja[z, k];
s.t. zachowanie_poprawnosci_dystrybucji {(z, d) in PUSTE_POLA}: dystrybucja[z,d] <= 0;
s.t. wielkosc_produkcji_1 {f in FABRYKI}: polowa_mozliwosci_fabryk[f] <= sum {d in DO_MK} dystrybucja[f, d] + polowa_mozliwosci_fabryk[f]*b[f];
s.t. wielkosc_produkcji_2 {f in FABRYKI}: polowa_mozliwosci_fabryk[f] * (1- b[f]) - sum {d in DO_MK} dystrybucja[f, d] <= 0;

#==============#
# Funkcja Celu #
#==============#
minimize minimalizacja_kosztu : koszt_oczekiwany;
```

Rysunek 2 Model zadania 2

```r
library("tmvtnorm")
setwd("D:\\WDWR-Projekt\\")
expectedValueFun = function(mu, sigma, dof, alpha, beta){
  a = (alpha-mu)/sigma
  b = (beta-mu)/sigma
  expected = mu + sigma *((gamma((dof-1)/2) *((dof+ a^2)^(-(dof-1)/2) - (dof + b^2)^(- (dof-1)/2))  *  (dof^(dof/2))) / (2 * (pt(b, dof) - pt(a,dof)) * gamma(dof/2) * gamma(1/2)))
  return(expected)
}
mu = c(0.8, 1.8, 1.2, 1.8, 0.9, 1.6)
sigma = matrix(c( 0.36, -0.02, -0.06, -0.01,  0.13, -0.01,
                 -0.02,  0.01, -0.01,  0,    -0.01, -0.01,
                 -0.06, -0.01,  0.09,  0.01,  0.05,  0,
                 -0.01,  0,     0.01,  0.01, -0.01,  0,
                  0.13, -0.01,  0.05, -0.01,  0.25, -0.06,
                 -0.01, -0.01,  0,     0,    -0.06,  0.04), 6, 6)
scenariosAmount = 10000
dof = 4 #Degrees of freedom
dims = 6 #Dimensions
alpha = c(0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2)
beta = c(2, 2, 2, 2, 2, 2)
ER = vector("double",6)
for (i in 1:dims){
  ER[i] = expectedValueFun(mu[i], sqrt(sigma[i,i]), dof, alpha[i], beta[i])
}
scenarios = rtmvt(n=scenariosAmount, mu, sigma, dof, alpha, beta)
#scenarios = cbind(scenarios, rep(1/scenariosAmount,scenariosAmount))
write.table(scenarios, file="./scenarios.csv", sep=",", row.names=FALSE,col.names=FALSE)
```

Rysunek 3 Plik generujący koszty oczekiwane dla zadania 1, jak i poszczególne scenariusze dla zadania 2

```
set FABRYKI := F1 F2;
set MAGAZYNY := M1 M2;
set KLIENCI := K1 K2;
set Z_FM := F1 F2 M1 M2;
set DO_MK := M1 M2 K1 K2;

param: DYSTRYBUCJA: koszty_dystrybucji_oczekiwane: M1 M2 K1 K2 :=
    F1  0.5   .    0.943838101341753   1.78133314389023
    F2  .     0.3  1.78133314389023    .
    M1  .     .    .                   0.973343413932001
    M2  .     .    1.18749703591776    1.56462547153112
;

param: PUSTE_POLA: puste_pola:  M1 M2 K1 K2 :=
    F1  .    0    .    .
    F2  0    .    .    0
    M1  0    0    0    .
    M2  0    0    .    .
;

param max_produkcja_fabryk :=
    F1 150
    F2 200
;

param polowa_mozliwosci_fabryk :=
    F1 75
    F2 100
;

param max_magazynow :=
    M1 110
    M2 150
;

param zapotrzebowanie_klientow :=
    K1 130
    K2 90
;
```

Rysunek 4 plik danych dla zadania 1

3. DWUKRYTERIALNY MODEL KOSZTU I RYZYKA Z WARTOŚCIĄ OCZEKIWANĄ JAKO MIARĄ KOSZTU I ODCHYLENIEM PRZECIĘTNYM JAKO MIARĄ RYZYKA

3.1. GENEROWANIE SCENARIUSZY (PLIK „STUDENT.R”)

Za pomocą funkcji rtmvt() wygenerowane zostało 1000 scenariuszy, które w tym zadaniu posłużą do stworzenia miary ryzyka, oraz porównania rozwiązań efektywnych pod względem dominacji stochastycznej pierwszego rzędu.

3.2. NOWE ZBIORY

Zbiór	Opis
SCENARIUSZE = {1..1000}	Zbiór indeksów scenariuszy
R	Zbiór wartości wektora losowego R

3.3. NOWE PARAMETRY

Parametr	Opis
prawd_scenariusza	Prawdopodobieństwo danego scenariusza
$\text{scenariuszeR}_{s,r}$	Wartosci wektora losowego R dla scenariuszy s
waga_kosztu	Waga do obliczania zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni koszt-ryzyko
$\text{odchylenie\_przecietne}_{z,o} = \text{abs}(\text{koszty\_dystrybucji\_oczekiwane}_{z,o} - \text{dystrybucja}_{z,d}) + \text{koszty\_kary\_malej\_produkcji}$	Odchylenie przeciętne - miara ryzyka

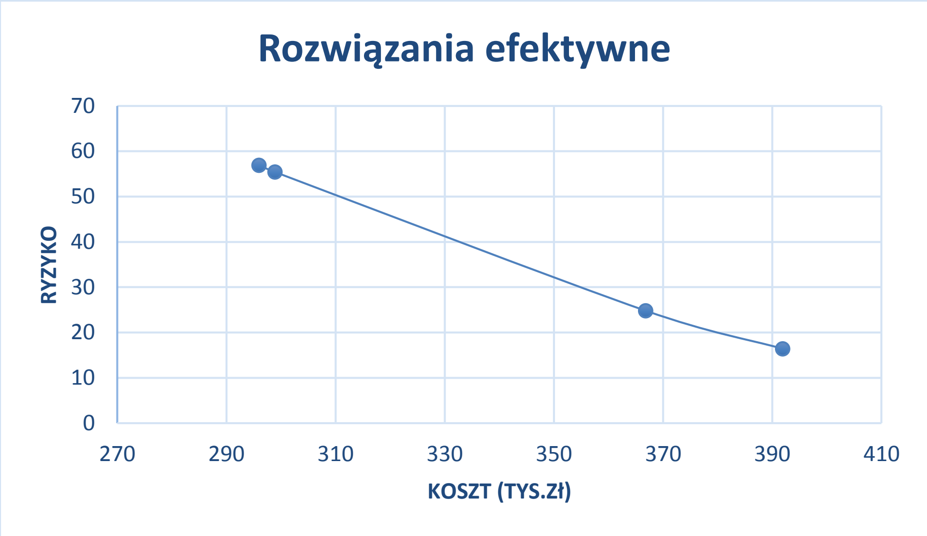
3.4. NOWE ZMIENNE

Zmienna	Opis
$\text{ryzyko} = \sum_{z \in Z, o \in O} \text{ochylenie\_przecietne}_{z,o} * \text{dystrybucja}_{z,o} + \text{koszty\_malej\_produkcji}$	Dystrybucja przemnożona przez koszt - ostateczna wartość ryzyka do optymalizacji

3.5. WYZNACZENIE OBRAZU ZBIORU ROZWIĄZAŃ EFEKTYWNYCH W PRZESTRZENI RYZYKO-KOSZT (PLIK Z2A.RUN)

Aby znaleźć zbiór rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko-koszt, zastosowana została waga dla kosztu i ryzyka, która przez 1000 iteracji przechodzi od minimalizacji ryzyka do minimalizacji kosztu. Waga ta w każdym następnym kroku zwiększa swoją wartość o 0.001 ($0 \leq waga \leq 1$) . Tą nienajlepszą metodą udało się znaleźć 4 rozwiązania efektywne.

Koszt	Ryzyko
391,89	16,44
366,77	24,84
298,89	55,43
295,95	56,91

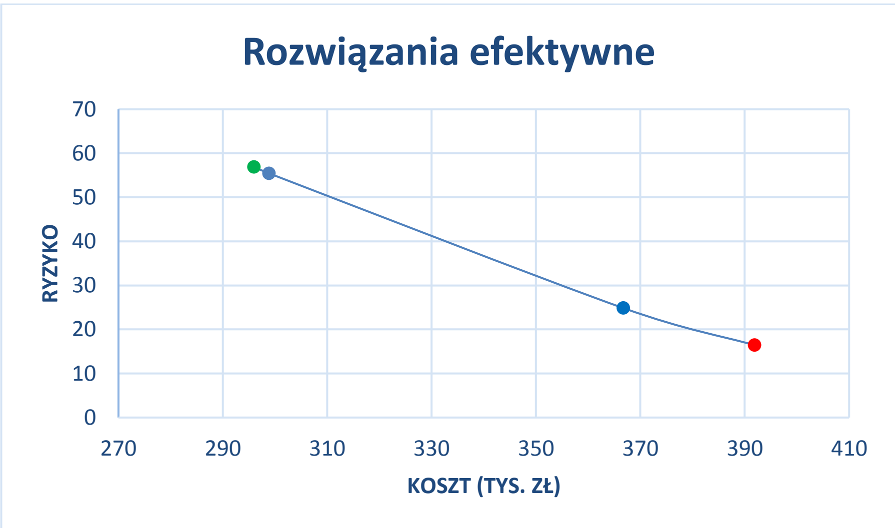


Rysunek 5 Wykres rozwiązań efektywnych ryzyko-koszt

3.6. Rozwiązania efektywne minimalnego ryzyka i minimalnego kosztu. Jakie odpowiadają im wartości w przestrzeni ryzyko-koszt? (plik z2b.run)

```
== Minimalny Koszt ==
 Koszt: 295.951835
 Ryzyko: 56.912757
======================
```

```
== Minimalne Ryzyko ==
 Koszt: 391.893292
 Ryzyko: 16.438236
======================
```



Rysunek 6 minimalny koszt i minimalne ryzyko

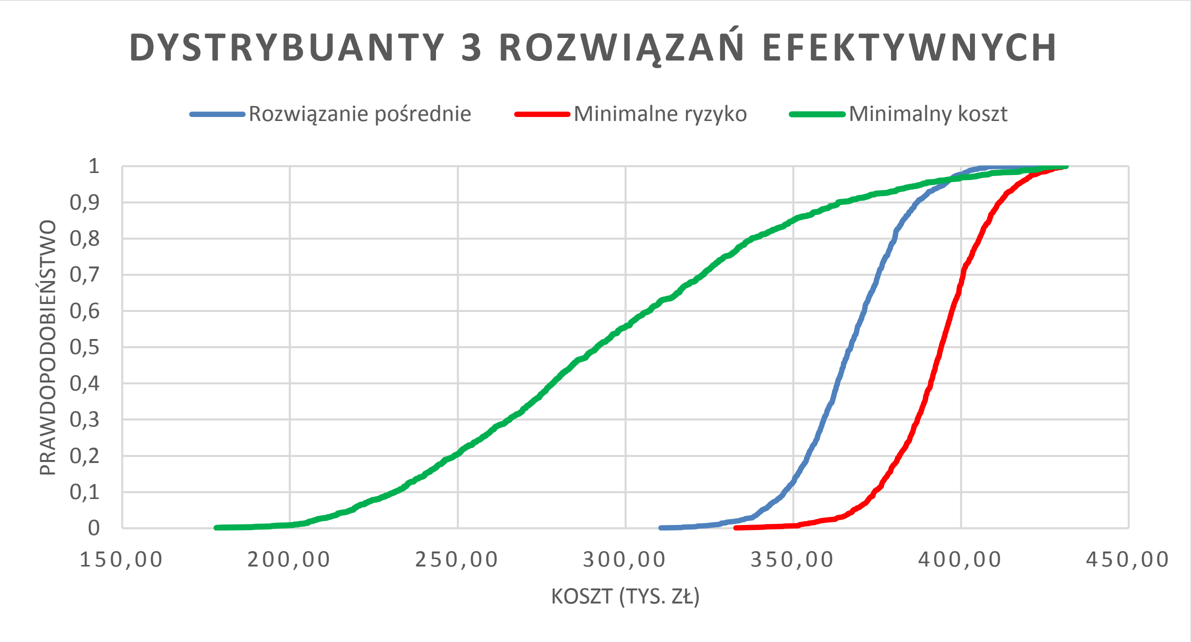
Jak widać na wykresie oba rozwiązania, zarówno minimalnego ryzyka jak i minimalnego kosztu są rozwiązaniami granicznymi. Nie ma rozwiązania lepszego od rozwiązania minimalnego kosztu, oraz rozwiązania gorszego od minimalnego ryzyka.

3.7. Porównanie trzech rozwiązań efektywnych i sprawdzenie czy zachodzi między nimi relacja dominacji stochastycznej pierwszego rzędu.

Do porównania wykorzystane zostały następujące rozwiązania:

Minimalny koszt	Minimalne ryzyko	Rozwiązanie pośrednie
F1 K1 120 F2 M2 100 M2 K1 10 M2 K2 90	F1 K2 90 F2 K1 130	F1 K1 30 F1 K2 90 F2 K1 100

Dla każdego z tych rozwiązań dystrybucja została przemnożona przez wartości kosztu dla każdego z wcześniej wygenerowanych 1000 scenariuszy. Następnie dane te posortowano od liczby najmniejszej do największej, żeby ostatecznie przypisując każdemu scenariuszowi jednakowe prawdopodobieństwo, rozrysować dystrybuanty.



Na podstawie wykresu, widać że każda wartość rozwiązania minimalnego kosztu jest zawsze niższa od wartości rozwiązania minimalnego ryzyka. Oznacza to iż rozwiązanie minimalnego kosztu dominuje w sensie dominacji stochastycznej pierwszego rzędu rozwiązanie minimalnego ryzyka. Nie można tego powiedzieć o rozwiązaniu pośrednim, gdyż przecina się z rozwiązaniem minimalnego kosztu, co oznacza że nie ma jednoznacznej pewności iż zawsze minimalizacja kosztu da najlepszy rezultat.

3.8. PLIKI Z KODEM DLA ZADANIA 2

```
# Maciej Lenard #
# WDWR 19304    #
# zadanie 2     #
#==============#
#    Zbiory    #
#==============#
set FABRYKI;
set MAGAZYNY;
set KLIENCI;
set Z_FM;
set DO_MK;
set DYSTRYBUCJA within {Z_FM , DO_MK};
set PUSTE_POLA within {Z_FM , DO_MK};
set SCENARIUSZE = {1..1000};
set R;
#==============#
#  Parametry   #
#==============#
param puste_pola {PUSTE_POLA};
param koszty_dystrybucji_oczekiwane {DYSTRYBUCJA};
param koszty_dystrybucji_scenariusze {DYSTRYBUCJA, SCENARIUSZE};
param max_produkcja_fabryk {FABRYKI};
param max_magazynow {MAGAZYNY};
param zapotrzebowanie_klientow {KLIENCI};
param polowa_mozliwosci_fabryk {FABRYKI};
param kara_malej_produkcji;
param prawd_scenariusza;
param scenariuszeR {SCENARIUSZE, R};
param waga_kosztu;
param odchylenie_przecietne {(z,d) in DYSTRYBUCJA} = sum {s in SCENARIUSZE} abs(koszty_dystrybucji_oczekiwane[z,d] - koszty_dystrybucji_scenariusze[z,d,s])*prawd_scenariusza;
#==============#
#    Zmienne   #
#==============#
var b {f in FABRYKI} binary;
var dystrybucja {Z_FM, DO_MK} integer >= 0;
var koszty_kary_malej_produkcji = sum {f in FABRYKI} b[f] * kara_malej_produkcji;
var koszt_oczekiwany = sum {(z, d) in DYSTRYBUCJA} (koszty_dystrybucji_oczekiwane[z,d] * dystrybucja[z,d]) + koszty_kary_malej_produkcji;
var ryzyko = sum {(z,d) in DYSTRYBUCJA} (odchylenie_przecietne[z,d] * dystrybucja[z,d] + koszty_kary_malej_produkcji);
#==============#
# Ograniczenia #
#==============#
s.t. produkcja_fabryk {f in FABRYKI}: sum {d in DO_MK} dystrybucja[f, d] <= max_produkcja_fabryk[f];
s.t. fabryka_magazyn_klient {m in MAGAZYNY}: sum {z in Z_FM} dystrybucja[z, m] = sum {d in DO_MK} dystrybucja[m,d];
s.t. limit_magazynow {m in MAGAZYNY} : sum {z in Z_FM} dystrybucja [z, m] <= max_magazynow[m];
s.t. podaz {k in KLIENCI}: zapotrzebowanie_klientow[k] <= sum {z in Z_FM} dystrybucja[z, k];
s.t. zachowanie_poprawnosci_dystrybucji {(z, d) in PUSTE_POLA}: dystrybucja[z,d] <= 0;
```

Rysunek 7 model zadanie 2

```
set FABRYKI := F1 F2;
set MAGAZYNY := M1 M2;
set KLIENCI := K1 K2;
set Z_FM := F1 F2 M1 M2;
set DO_MK := M1 M2 K1 K2;

param: DYSTRYBUCJA: koszty_dystrybucji_oczekiwane: M1 M2 K1 K2 :=
    F1  0.5  .    0.943838101341753   1.78133314389023
    F2  .    0.3  1.78133314389023    .
    M1  .    .    .                   0.973343413932001
    M2  .    .    1.18749703591776    1.56462547153112
;

param: PUSTE_POLA: puste_pola:  M1 M2 K1 K2 :=
    F1  .    0    .    .
    F2  0    .    .    0
    M1  0    0    0    .
    M2  0    0    .    .
;

param max_produkcja_fabryk :=
    F1 150
    F2 200
;

param polowa_mozliwosci_fabryk :=
    F1 75
    F2 100
;

param max_magazynow :=
    M1 110
    M2 150
;

param zapotrzebowanie_klientow :=
    K1 130
    K2 90
;

param kara_malej_produkcji = 50;
param prawd_scenariusza = 0.001;

for{s in SCENARIUSZE}{
    let koszty_dystrybucji_scenariusze["F1", "M1", s] := 0.5;
    let koszty_dystrybucji_scenariusze["F1", "K1", s] := scenariuszeR[s, "R1"];
    let koszty_dystrybucji_scenariusze["F1", "K2", s] := scenariuszeR[s, "R4"];
    let koszty_dystrybucji_scenariusze["F2", "M2", s] := 0.3;
    let koszty_dystrybucji_scenariusze["F2", "K1", s] := scenariuszeR[s, "R2"];
    let koszty_dystrybucji_scenariusze["M1", "K2", s] := scenariuszeR[s, "R5"];
    let koszty_dystrybucji_scenariusze["M2", "K1", s] := scenariuszeR[s, "R3"];
    let koszty_dystrybucji_scenariusze["M2", "K2", s] := scenariuszeR[s, "R6"];
};
```

Rysunek 8 plik danych zadanie 2

```
set R := R1 R2 R3 R4 R5 R6;
 param scenariuszeR : R1 R2 R3 R4 R5 R6 :=
 1    1.41712235292362 1.78325053694482 1.53098386192234 1.9775758175901 1.52423966079253 1.44310104125741
 2    0.473401945035491 1.8677789805007 0.883342204264189 1.83575271129622 0.415238932494682 1.61011116201275
 3    1.13687203180351 1.80563824262665 1.09433814874574 1.74025227381684 1.26125939946818 1.54170598309209
 4    0.84093551384186 1.81978240892431 1.05714150484208 1.68804574947514 1.42410308520134 1.5563846587864
 5    0.21408153844659 1.86486380726891 1.49787847874498 1.66041164986252 1.34209793523371 1.39129485208658
 6    0.927013809015119 1.80900083759777 1.35804737690046 1.52790056574007 1.7914054653757 1.28689165822811
 7    0.823415985014292 1.7709630391137 1.52442030942865 1.65203388561725 1.45842781860049 1.6017465622135
 8    1.21526337449281 1.72211752211967 1.1595391998986 1.83255267641906 1.04368075289329 1.68201891604297
 9    1.29732603002513 1.82510840545315 1.16394003321586 1.7458624810336 1.07359181549139 1.55455708720415
 10    0.636181118637216 1.77857193718299 1.30525128059329 1.8354062395551 0.744959230559873 1.65378561665599
 11    0.889534363955911 1.71833413645049 1.40945852999265 1.84170100389263 0.642071618894461 1.82803136157762
 12    0.967612551589148 1.86924518496244 0.97817632723778 1.43599533302245 1.28567347881851 1.61669002116577
 13    1.79018962744688 1.8387253248054 0.730306418846059 1.8604286074641 1.30512726792534 1.41186516103114
 14    0.614624450624443 1.75733409246961 1.0176862597137 1.83402833635092 0.266648881742273 1.88375854752358
 15    1.56469674431629 1.72953458309183 1.06032461416159 1.71960356726221 1.89498894451786 1.35451315477749
 16    1.18512746065227 1.95435801067219 0.72243244056004 1.8195880645309 0.648994888969514 1.44622851198944
 17    0.75047889609286 1.89757950820639 1.06878935474397 1.69594878273957 1.10405898804186 1.56481299617218
 18    0.631784739601265 1.81842260332202 1.62826744879875 1.76583882220941 1.40587163204177 1.46821379544699
 19    0.666968111632999 1.77602858110608 1.37686753992434 1.78800530936276 1.20933727307129 1.61676523732331
 20    0.746272913555425 1.90339836091009 0.755920254781075 1.66332354463145 0.479302234885332 1.7506894440861
 21    0.34029437504606 1.77121169326793 1.37250644987966 1.84332335325358 0.619725363210097 1.83963381597814
 22    1.39169394303945 1.89569356725059 0.579336704723611 1.65873832532645 0.987357423608962 1.42746363111694
 23    0.240311227858027 1.95471093530318 1.0406949261954 1.68139626709766 1.04202599055841 1.38457921823947
 24    1.94008837745969 1.64642962968757 0.870942985650359 1.60462597149649 1.4686629629286 1.77474149559684
 25    0.919692110725871 1.81905870526564 1.26578556326955 1.79396116164305 0.66751503689188 1.86878312655767
 26    1.17661169322089 1.69350960513502 1.24759404716356 1.75637122833018 0.893210205958907 1.73818199531112
 27    0.309744980468766 1.74282718892652 1.78031155566809 1.89317257473957 1.5094169744479 1.44353018523409
 28    0.836586323045111 1.84036413037281 1.27656585007721 1.91925470868371 0.718259103587987 1.50464596305068
 29    1.03753301622074 1.81028484946887 0.794889721085461 1.82661186605241 0.530079346756532 1.61150171841686
```

Rysunek 9 Plik ze scenariuszami

```
options solver cplex;
model zad2.mod;
data scenariusze.dat;
data zad2.dat;

minimize cel: waga_koszt_ryzyko*koszt_oczekiwany + (1-waga_koszt_ryzyko)*ryzyko;

param n = 1000;
set WYNIKI = {0..n};
set WARTOSCI = {"KOSZT", "RYZYKO", "CEL"};
param wyniki {WYNIKI, WARTOSCI};


for {i in WYNIKI} {
    let waga_koszt_ryzyko := i*0.001;
    solve cel;

    let wyniki[i, "KOSZT"] := koszt_oczekiwany;
    let wyniki[i, "RYZYKO"] := ryzyko;
    let wyniki[i, "CEL"] := cel;
    printf "\n=====================\n Iteracja %d \n=====================\n", i;
};

for {i in WYNIKI} {
    printf "%f \n", wyniki[i, "KOSZT"] > koszt.txt;
    printf "%f \n", wyniki[i, "RYZYKO"] > ryzyko.txt;
    printf "%f \n", wyniki[i, "CEL"] > cel.txt;
}

display wyniki > wyniki.txt;
```

Rysunek 10 Skrypt uruchomieniowy zadanie 2a

```
# minimalny koszt #
options solver cplex;
model zad2.mod;
data scenariusze.dat;
data zad2.dat;

set WARTOSCI = {"KOSZT", "RYZYKO"};
param wyniki {WARTOSCI};

minimize min_koszt: koszt_oczekiwany;
solve;

let wyniki["KOSZT"] := koszt_oczekiwany;
let wyniki["RYZYKO"] := ryzyko;

printf "\n== Minimalny Koszt ==\n Koszt: %f \n Ryzyko: %f\n======================\n", koszt_oczekiwany, ryzyko;
printf "\n== Minimalny Koszt ==\n Koszt: %f \n Ryzyko: %f\n======================\n", koszt_oczekiwany, ryzyko > minimalny_koszt.txt;

reset;

# minimalne ryzyko #
options solver cplex;
model zad2.mod;
data scenariusze.dat;
data zad2.dat;

set WARTOSCI = {"KOSZT", "RYZYKO"};
param wyniki {WARTOSCI};

minimize min_ryzyko: ryzyko;
solve;

let wyniki["KOSZT"] := koszt_oczekiwany;
let wyniki["RYZYKO"] := ryzyko;

printf "\n== Minimalne Ryzyko ==\n Koszt: %f \n Ryzyko: %f\n======================\n", koszt_oczekiwany, ryzyko;
printf "\n== Minimalne Ryzyko ==\n Koszt: %f \n Ryzyko: %f\n======================\n", koszt_oczekiwany, ryzyko > minimalne_ryzyko.txt;
```

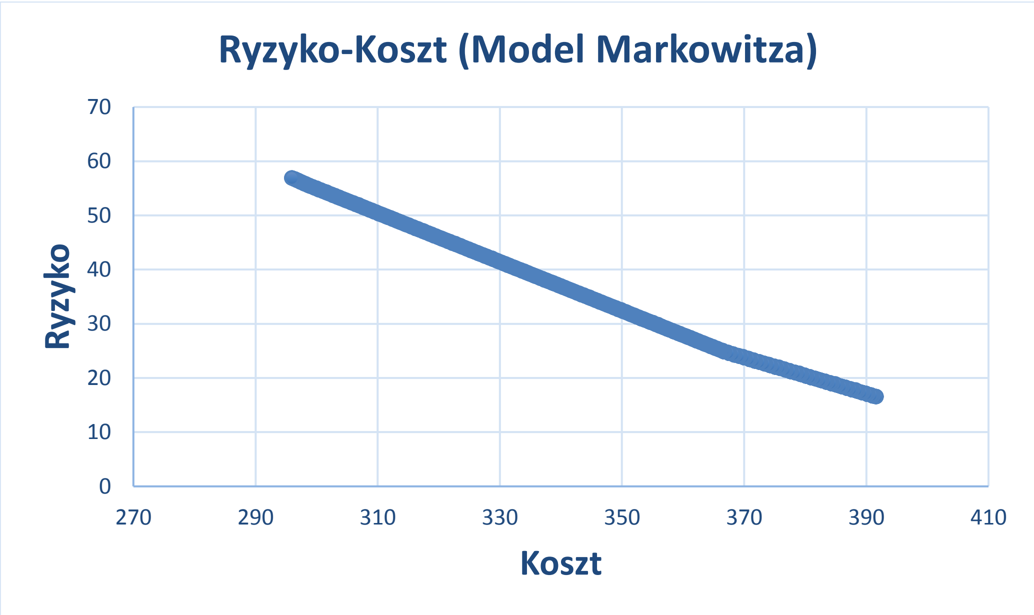
Rysunek 11 Skrypt uruchomieniowy zadanie 2b

4 WNIOSKI

Wyznaczony obraz zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko-koszt został wykonany za pomocą metody która nie należy do najlepszych. Można otrzymać znacznie więcej rozwiązań efektywnych używając innego sposobu, takiego jak Model Markowitza, gdzie wykorzystuje się wymagany poziom średniej wartości oczekiwanej i minimalizuje się miarę ryzyka.

$$\min\{\rho(x): \mu(x) \geq \mu_0, x \in Q\}$$

Stosując te metodę dla 1000 różnych wartości średnich wykres rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko-koszt jest znacznie pełniejszy:



Rysunek 12 wykres Ryzyko-Kosz wygenerowany dzięki modelowi Markowitza

5 SPIS ILUSTRACJI