

## **5. ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ (ПФ)**

**5.1. ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ПФ.**

**5.2. НЕОКЛАССИЧЕСКАЯ ПФ И ЕЕ ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА.**

**5.3. РАЗНОВИДНОСТИ ОДНОРОДНЫХ И ЛИНЕЙНЫХ ПФ.**

**5.4. ПОСТРОЕНИЕ ДВУХФАКТОРНОЙ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ МОДЕЛИ ПФ.**

**5.5. ПРИМЕНЕНИЕ ДВУХФАКТОРНОЙ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ МОДЕЛИ ПФ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИИ.**

### **5.2.**

**В ОБЩЕМ ВИДЕ НЕОКЛАССИЧЕСКАЯ ПФ ВЫГЛЯДИТ ТАК:**

$$X = F(K, L) \quad (5.1)$$

**$X$  - РЕЗУЛЬТАТ ПРОИЗВОДСТВА (ВЫПУСК ПРОДУКЦИИ);**

**$K$  - ИНТЕНСИВНОСТЬ ЗАТРАТ КАПИТАЛА (ОСНОВНОЙ КАПИТАЛ, ОПФ);**

**$L$  - ИНТЕНСИВНОСТЬ ЗАТРАТ ТРУДА.**

**ПФ (5.1) – НАЗЫВАЕТСЯ НЕОКЛАССИЧЕСКОЙ, ЕСЛИ ОНА ГЛАДКАЯ И УДОВЛЕТВОРЯЕТ СЛЕДУЮЩИМ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ УСЛОВИЯМ:**

**а)  $F(K, 0) = F(0, K) = 0$  -ПРИ ОТСУТСТВИИ ОДНОГО ИЗ РЕСУРСОВ ПРОИЗВОДСТВО НЕВОЗМОЖНО.**

**б)  $\partial F / \partial K > 0, \partial F / \partial L > 0$  с РОСТОМ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ЗАТРАТ РЕСУРСОВ ВЫПУСК РАСТЕТ;**

**в)  $\partial^2 F / \partial^2 K < 0, \partial^2 F / \partial^2 L < 0$  - с УСКОРЕНИЕМ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ЗАТРАТ РЕСУРСОВ ВЫПУСК ПРОДУКЦИИ ЗАМЕДЛЯЕТСЯ;**

**$F(\infty, L) = F(K, \infty) = \infty$  ПРИ НЕОГРАНИЧЕННОМ УВЕЛИЧЕНИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОДНОГО ИЗ РЕСУРСОВ ВЫПУСК ПРОДУКЦИИ НЕОГРАНИЧЕННО РАСТЕТ.**

**5.3. В ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ РАЗЛИЧНЫХ УРОВНЕЙ НАЦИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ СТРАН ШИРОКОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОЛУЧИЛИ ОДНОРОДНЫЕ ПФ ВИДА:**

$$Z = \alpha_0 \cdot \prod_{j=1}^n Y_j^{\alpha_j} \quad (5.2)$$

ОДНОРОДНАЯ ПФ (5.2) ЛИНЕЙНАЯ В ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ШКАЛЕ

$$\lg Z = \lg \alpha_0 + \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot \lg Y_j. \quad (5.3)$$

К НЕОКЛАССИЧЕСКОЙ ПФ (5.1) ОТНОСИТСЯ МУЛЬТИПЛИКАТИВНАЯ ПФ ВИДА:

$$X = A \cdot K^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2}. \quad (\alpha_1, \alpha_2) \in (0;1). \quad (5.4)$$

ЧАСТНЫМ СЛУЧАЕМ (5.4) ЯВЛЯЕТСЯ ПФ КОББА-ДУГЛАСА  $X = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}$  (5.5)

ПРИМЕРНЫЙ ВИД ПОВЕРХНОСТИ (5.5) ПРИВЕДЕН НА РИС. 5.1.

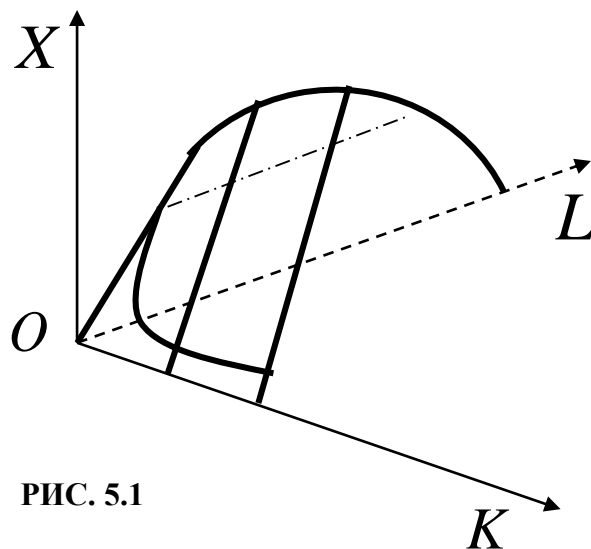


РИС. 5.1

$$\frac{\partial X}{\partial K} = \alpha_1 \cdot K^{\alpha_1-1} \cdot A \cdot L^{\alpha_2} = \alpha_1 \cdot \frac{A \cdot K^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2}}{K} = \alpha_1 \cdot \frac{X}{K} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\partial X}{\partial K} \cdot \frac{K}{X}$$

$$\frac{\partial X}{\partial L} = A \cdot K^{\alpha_1} \cdot \alpha_2 \cdot L^{\alpha_2-1} = \alpha_2 \cdot \frac{A \cdot K^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2}}{L} = \alpha_2 \cdot \frac{X}{L} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\partial X}{\partial L} \cdot \frac{L}{X}$$

5.4.

$$(X_t, K_t, L_t) \longrightarrow X_t = \delta_t \cdot A \cdot K_t^{\alpha_1} \cdot L_t^{\alpha_2}$$

$$\ln X_t = \ln A + \alpha_1 \cdot \ln K_t + \alpha_2 \cdot \ln L_t + \ln \delta_t.$$

$$\ln X_t = Y_t, \quad \ln K_t = Z_{1t}, \quad \ln L_t = Z_{2t}, \quad \ln A = b, \quad \ln \delta_t = \varepsilon_t,$$

$$Y_t = b + \alpha_1 \cdot Z_{1t} + \alpha_2 \cdot Z_{2t} + \varepsilon_t.$$

### 5.5.

$$x = \frac{X}{X_0}, \quad k = \frac{K}{K_0}, \quad l = \frac{L}{L_0},$$

$X_0, K_0, L_0$  - ЗНАЧЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В БАЗИСНЫЙ ГОД.

ПФ В ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЯХ ЗАПИШЕТСЯ ТАК:

$$x = k^{\alpha_1} \cdot l^{\alpha_2} \quad (5.6)$$

$\frac{x}{k} = E_k$  - ФОНДООТДАЧА;  $\frac{x}{l} = E_l$  - ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ ТРУДА.

ОБОЩАЮЩИЙ ПОКАЗАТЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОИЗВОДСТВА  $E$ , ЯВЛЯЮЩИЙСЯ ОЦЕНКОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ:

$$E = E_k^{\alpha} \cdot E_l^{1-\alpha} \quad (5.7)$$

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad 1 - \alpha = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

ПОКАЗАТЕЛЬ МАСШТАБА ПРОИЗВОДСТВА  $M$  ХАРАКТЕРИЗУЕТ ЭКСТЕНСИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ

$$M = k^{\alpha} \cdot l^{1-\alpha}, \quad (5.8)$$

ИЗ (5.7) И (5.8)  $\longrightarrow x = E \cdot M.$

$$b = 5.948853 \Rightarrow A = e^b \Rightarrow A = 383.3134,$$

$$\alpha_1 = 0.305283; \quad \alpha_2 = 0.407868$$

$$X = 383.3134 \cdot K^{0.305283} \cdot L^{0.407868}$$

$$t(\alpha_1) = 3 > 2.31; \quad t(\alpha_2) = 7.138 > 2.31; \quad F_{расч} = 290.456$$

$$d = 0.9847; \quad \sigma^2 = 0.028805; \quad t_p(n-k) = t_{0.05}(8) = t_{табл} = 2.31;$$

$$F_{табл} = 4.74.$$

$$\alpha = \alpha_1 / (\alpha_1 + \alpha_2) \Rightarrow \alpha = 0.428; \quad 1 - \alpha = 0.572;$$

$$x = X_{2009} / X_{2000} = 1.9328,$$

$$E_k = x/k = 1.005; \quad E_l = x/l = 0.574;$$

$$k = K_{2009} / K_{2000} = 1.924,$$

$$E = E_k^\alpha \cdot E_l^{1-\alpha} \Rightarrow E = 1.005^{0.428} \cdot 0.574^{0.572} = 0.7295;$$

$$l = L_{2009} / L_{2000} = 3.6668,$$

$$M = k^\alpha \cdot l^{1-\alpha} \Rightarrow M = 1.924^{0.428} \cdot 3.6668^{0.572} = 2.6497;$$

$$x = E \cdot M \Rightarrow 1.9328 = 0.7295 \cdot 2.6497.$$

$$K_{2010} = 30500700 \cdot 1.1 = 33550770;$$

$$L_{2010} = 5220720 \cdot 1.15 = 6003828$$

$$X_{2010} = 383.3134 \cdot 33550770^{0.305283} \cdot 6003828^{0.407868} = 44231015$$

$$x_{npoz} = X_{2010} / X_{2009} = 1.13$$

$$k = 1.1; \quad l = 1.15; \quad E_k = 1.13/1.1 = 1.03 \quad E_l = 1.13/1.15 = 0.98;$$

$$E = 1.03^{0.428} \cdot 0.98^{0.572} = 1.0011;$$

$$M = 1.1^{0.428} \cdot 1.15^{0.572} = 1.1283;$$

$$x = 1.0011 \cdot 1.1283 = 1.13.$$