РЗДЕЛ II. АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

ТЕМА 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ АНАЛИЗА

4.1. ДИНАМИЧЕСКИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ
4.2 ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДЕЛЕЙ АНАЛИЗА.

4.1.

В ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ИНФОРМАЦИЯ ФОРМИРУЕТСЯ, КАК ПРАВИЛО, В РЕЗУЛЬТАТЕ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА ИЗУЧАЕМЫМ ОБЪЕКТОМ. ПОЭТОМУ ПОСТОЯННО СЛЕДУЕТ ИМЕТЬ В ВИДУ ВАЖНЫЕ СПЕЦИФИЧЕСКИЕ ЧЕРТЫ САМОГО ИСТОЧНИКА ДАННЫХ.

ИСХОДНАЯ СИСТЕМА ДАННЫХ В ОБЩЕМ ВИДЕ ПРЕДСТАВЛЯЕТСЯ В ВИДЕ МАТРИЦЫ:

$$(ИСД)_1 = \begin{pmatrix} x_1^{(1)}(t) & x_1^{(2)}(t) & \cdots & x_1^{(p)}(t) \\ x_2^{(1)}(t) & x_2^{(2)}(t) & \cdots & x_2^{(p)}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n^{(1)}(t) & x_n^{(2)}(t) & \cdots & x_n^{(p)}(t) \end{pmatrix}, \qquad (4.1)$$

$$t = t_1, t_2, \ldots, t_N,$$

$x_i^{(j)}(t_k)$ ЗНАЧЕНИЕ j-*го* АНАЛИЗИРУЕМОГО ПРИЗНАКА, ХАРАКТЕРИЗУЮЩЕГО СОСТОЯНИЕ i-*го* ОБЪЕКТА В МОМЕНТ ВРЕМЕНИ t_k.

ДАННЫЕ (4.1) ОБРАЗУЮТ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННУЮ ВЫБОРКУ, ПРИ ФОРМИРОВАНИИ КОТОРОЙ ОБСЛЕДОВАНИЮ ПОДВЕРГАЮТСЯ n ОБЪЕКТОВ (КАК-ТО РАЗМЕЩЕННЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ), ПРИЧЕМ НА КАЖДОМ ОБЪЕКТЕ РЕГИСТРИРУЮТСЯ p ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЕГО ПРИЗНАКОВ В N ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ МОМЕНТЫ ВРЕМЕНИ $t_1, t_2, \ldots, t_N$.

ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ХАРАКТЕРИЗУЕТСЯ РЯДОМ ОСОБЕННОСТЕЙ:

1. **НА ЭКОНОМИКУ ОКАЗЫВАЮТ ВОЗДЕЙСТВИЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ, И ОНИ ТАКЖЕ ПРИСУТСТВУЮТ ПРИ ФОРМИРВОАНИИ ВНУТРИХОЗЯЙСТВЕННЫХ СВЯЗЕЙ.**

2. **ОТСУТСТВУЕТ АПРИОРНАЯ ИНФОРМАЦИЯ О КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ, ПРИСУЩИХ ПРИЧИННО-СЛЕДСТВЕННЫМ СВЯЗЯМ МЕЖДУ ПОКАЗАТЕЛЯМИ.**
3. **ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ЯВЛЯЕТСЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ.**

ОДНОМЕРНЫЙ ДИНАМИЧЕСКИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ. В ТЕОРИИ И ПРАКТИКЕ ЭММ НАХОДЯТ ПРИМЕНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ. ЭТИ РАЗЛИЧИЯ ОБУСЛОВЛЕНЫ ДВУМЯ ОБСТОЯТЕЛЬСТВАМИ:

А) СПОСОБОМ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ - *НЕПРЕРЫВНЫМ* ИЛИ *ДИСКРЕТНЫМ.* ПО ЭТОМУ ПРИЗНАКУ РАЗЛИЧАЮТ МОДЕЛИ, ФОРМИРУЕМЫЕ СООТВЕТСТВЕННО В ВИДЕ *ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИЛИ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ;*

Б) *ФОРМОЙ СВЯЗИ* МЕЖДУ ПОКАЗАТЕЛЯМИ, ВКЛЮЧЕННЫМИ В МОДЕЛЬ - *ЛИНЕЙНОЙ ИЛИ НЕЛИНЕЙНОЙ.*

ДЛЯ ОДНОМЕРНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С ВХОДОМ $X(t)$ И С ВЫХОДОМ $Y(t)$ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ ПОРЯДКА q ИМЕЕТ ВИД

$$\alpha_q \cdot \frac{d^q Y(t)}{dt^q} + \alpha_{q-1} \cdot \frac{d^{q-1} Y(t)}{dt^{q-1}} + \cdots + \alpha_0 \cdot Y(t) = X(t). \qquad \textbf{(4.2)}$$

ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ, ОПИСЫВАЕМОГО УРАВНЕНИЕМ (4.2), ПОЛЬЗУЮТСЯ Т.Н. *ДИНАМИЧЕСКОЙ (ЧАСТОТОЙ) ХАРАКТЕРИСТИКОЙ,* ПОД КОТОРОЙ ПОНИМАЮТ ЕГО РЕАКЦИЮ НА ТО ИЛИ ИНОЕ ТИПОВОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ПРИ НУЛЕВЫХ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ. ВЫХОДНАЯ ФУНКЦИЯ, НАЗЫВАЕМАЯ В ЭТОМ СЛУЧАЕ ЕГО НОРМАЛЬНОЙ РЕАКЦИЕЙ, ОДНОЗНАЧНО ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАПАЗДЫВАНИЙ. ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИ ВСЕГДА ИМЕЕТ МЕТСО *ЛАГ*, УЧЕТ КОТОРОГО ИГРАЕТ ВАЖНУЮ РОЛЬ В АНАЛИЗЕ.

В ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЯХ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ВЫХОД $Y(t)$ МОЖЕТ БЫТЬ ПРЕДСТАВЛЕН В ВИДЕ СУПЕРПОЗИЦИИ ЕГО «ИДЕАЛЬНОГО» ЗНАЧЕНИЯ, СООТВЕТСТВУЮЩЕГО КИНЕМАТИЧЕСКОМУ («МГНОВЕННОМУ») ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЮ, ДЛЯ КОТОРОГО

$$Y(t) = \sum_i \alpha_i \cdot X_i(t)$$

СОСТАВЛЯЮЩЕЙ, ПОРОЖДАЕМОЙ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ θ (РИС. 4.1).

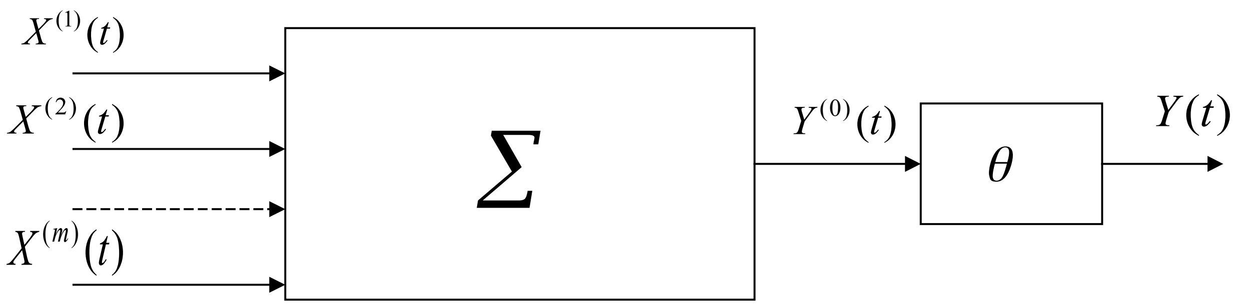


РИС. 4.1.

В КАЧЕСТВЕ ОСНОВНОГО ЭЛЕМЕНТА НЕПРЕРЫВНОЙ МОДКЕЛИ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ОБЫЧНО ВЫБИРАЮТ ДИНАМИЧЕСКОЕ ЗВЕНО ПЕРВОГО ПОРЯДКА, ОПИСЫВАЕМОГО УРАВНЕНИЕМ

$$\frac{dY(t)}{dt} = \theta^{-1}[(Y^{(0)}(t) - Y(t)]. \qquad (4.3)$$

4.2.

РАССМОТРИМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ С ОДНИМ ВЫХОДОМ И ВХОДАМИ. В МОДЕЛЯХ ПРОЦЕССА ПРОИЗВОДСТВА (ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЯХ) ВХОДАМИ СЛУЖАТ ЗАТРАТЫ РЕСУРСОВ, В МОДЕЛЯХ ПОТРЕБЛЕНИЯ - ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ИНТЕНСИВНОСТЬ ПОТРЕБЛЕНИЯ ИЛИ СПРОСА НА ДАННЫЙ ПРОДУКТ. РАССМОТРИМ СИСТЕМУ БЕЗ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ.

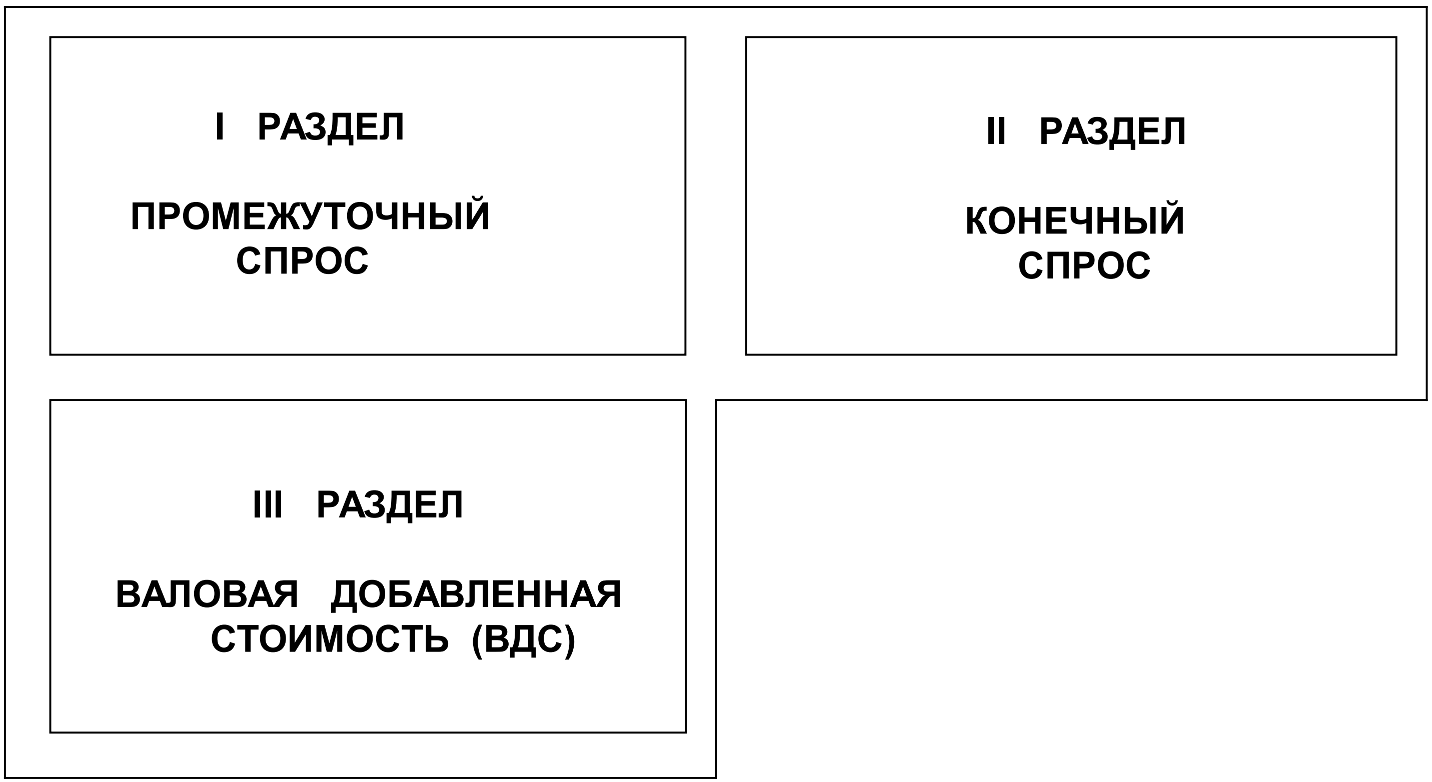
ПРИ ОПИСАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НАРЯДУ С ДИНАМИЧЕСКИМИ ПОЛЬЗУЮТСЯ *КИНЕМАТИЧЕСКИМИ* И *СТАТИЧЕСКИМИ* МОДЕЛЯМИ.

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПРЕДЕЛЯЮТ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ТРАЕКТОРИЯМИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА В ПРЕДПОЛОЖЕНИИ ОТСУТСТВИЯ ЗАПАЗДЫВАНИЯ, Т.Е. «МГНОВЕННОЙ» РЕАКЦИИ ЕГО ВЫХОДА НА НА ВХОДНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ.
СТАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЫРАЖАЮТ УКАЗАННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ФИКСИРОВАННОГО МОМЕНТА ВРЕМЕНИ (ТОЧНЕЕ, УСРЕДНЕННЫЕ ДЛЯ РАССМАТРИВАЕМОГО ВРЕМЕННОГО ИНТЕРВАЛА, НАПРИМЕР ГОДА.

ПРИМЕРЫ: СТАТИЧЕСКИЕ И КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ (ПФ);
СТАТИЧЕСКИЕ И КИНЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА.

ОСНОВНОЙ РАЗДЕЛ СНС, В ТОМ ЧИСЛЕ, СРС - МЕЖОТРАСЛЕВОЙ БАЛАНС (МОБ) ПРОИЗВОДСТВА И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОДУКЦИИ, А ТАКЖЕ РЕГИОНАЛЬНЫЙ МОБ.

ПРИНЦИПИАЛЬНАЯ СХЕМА МОБ



МОБ ПРОИЗВОДСТВА И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОДУКЦИИ И ЗАНЯТОСТИ СТРАНЫ, млрд. руб.

Выпуск / Затраты	Промежуточный спрос в отраслях				Конечный спрос				Выпуск
						В том числе			
	Добыча	Готовая прод-я	Услуги	Итого	Всего	Конечное потр-е	Валовое накопл-е	Чистый Вывоз и чистый экспорт	
Добыча	4	20	6	30	15	4	2	9	45
Готовая прод-я	6	12,5	9	27,5	47,5	36	17,5	– 6	75
Услуги	10	15	2,5	27,5	22,5	18,5	3	1	50
Итого Промеж. Потр-е	20	47,5	17,5	85	85	58,5	22,5	4	170
ВДС	25	27,5	32,5	85					
Выпуск	45	75	50	170					
Занятость, млн. раб.	14,25	21,25	32	67,5					

ПРОСТЕЙШАЯ МОДЕЛЬ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА В ВЕКТОРНОЙ ЗАПИСИ:

$$X = A \cdot X + Y \tag{4. 4}$$

$X = (X_1, X_2, ... X_n)^T$ **- ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ ВАЛОВОЙ ПРОДУКЦИИ ОТРАСЛЕЙ.**

$Y = (Y_1, Y_2, ... Y_n)^T$ **- ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ КОНЕЧНОГО СПРОСА НА ПРОДУКЦИЮ ОТРАСЛЕЙ.**

$A = (a_{ij})$ **- МАТРИЦА КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРЯМЫХ МАТЕРИАЛЬНЫХ ЗАТРАТ.**

МАТРИЦА A **ПРОДУКТИВНА, ЕСЛИ СУЩЕСТВУЕТ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫЙ ВЕКТОР** X^0 **ТАКОЙ,**

ЧТО ВЫПОЛНЯЕТСЯ МАТРИЧНОЕ НЕРАВЕНСТВО: $X^0 > A \cdot X^0$

$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1$ **для всех *j* =1,2,…n.**

Если А известна и при этом продуктивна, вектор – столбец Y экзогенно задан, и $Y \geq 0$

$$X = (E - A)^{-1} \cdot Y$$

Коэффициенты матрицы В, $B = (b_{ij}) = (E - A)^{-1}$ **где Е – единичная матрица размерности n x n**

называются коэффициентами полных материальных затрат.

$$A = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}, \qquad Y = \begin{pmatrix} 25 \\ 15 \end{pmatrix} \qquad v_j : m_j = 1 : 4, \qquad j = 1; 2.$$

$$Y = \begin{pmatrix} 25 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$(E - A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 & -0.3 \\ -0.3 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$(E - A)^{-1} = \frac{1}{0.8 \cdot 0.6 - (-0.3) \cdot (-0.3)} \cdot \begin{pmatrix} 0.6 & 0.3 \\ 0.3 & 0.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.54 & 0.77 \\ 0.77 & 2.05 \end{pmatrix} \qquad X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.54 & 0.77 \\ 0.77 & 2.05 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \end{pmatrix}$$

$$x_{11} = 0.2 \cdot 50 = 10, \qquad x_{12} = 0.3 \cdot 50 = 15,$$
$$x_{21} = 0.3 \cdot 50 = 15, \qquad x_{22} = 0.4 \cdot 50 = 20.$$

$$\begin{cases} V_1 + m_1 = 50 - (10 + 15) \\ m_1 = 4 \cdot V_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 5 \\ m_1 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2 + m_2 = 50 - (15 + 20) \\ m_2 = 4 \cdot V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_2 = 3 \\ m_2 = 12 \end{cases}$$

<u>ОТРАЖЕНИЕ РЕГИОНАЛЬНЫХ СВЯЗЕЙ В СТАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ.</u> СТАТИЧЕСКИЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ МОБ (МДЕЛЬ МОЗЕСА-ЧЕНЕРИ).

1. **ТЕРРИТОРИЯ РБ ПРЕДСТАВЛЯЕТСЯ ИЗ** m **РЕГИОНОВ;**

r - **РЕГИОН-ПРОИЗВОДИТЕЛЬ (ПОСТАВЩИК) ;**

s - **РЕГИОН-ПОТРЕБИТЕЛЬ (ПОЛУЧАТЕЛЬ) ;**

$$r,\ s = \overline{1,\ m}\ ;$$

n - **КОЛИЧЕСТВО ФУНКЦИОНИРУЮЩИХ В РЕГИОНАХ ОТРАСЛЕЙ ;**

i - **ОТРАСЛЬ-ПРОИЗВОДИТЕЛЬ ;**

j - **ОТРАСЛЬ-ПОТРЕБИТЕЛЬ ;**

$$i,\ j = \overline{1,\ n}\ ;$$

2. **МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЕ И МЕЖОТРАСЛЕВЫЕ СТРУКУТРНЫЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ПО ПРОИЗВОДСТВУ, РАСПРЕДЕЛЕНИЮ И ПОТРЕБЛЕНИЮ ПРОДУКЦИИ ОТРАСЛЕЙ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СРЕЗЕ (1-Й И 2-Й КВАДРАНТЫ) ПРЕДСТАВЛЯЮТСЯ СИСТЕМОЙ УРАВНЕНИЙ:**

$$X_i^r = \sum_{s=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^{rs} + \sum_{s=1}^{m} y_i^{rs}, \qquad r,\ s = \overline{1,\ m}\ ; \qquad i,\ j = \overline{1,\ n}\ ; \qquad \textbf{(4. 5)}$$

X_i^r - **ОБЪЕМ ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ (ВАЛОВАЯ ПРОДУКЦИЯ) ОТРАСЛИ В РЕГИОНЕ** r;

x_{ij}^{rs} - **ОБЪЕМ ПРОДУКЦИИ** $i-й$ **ОТРАСЛИ, ПОСТАВЛЯЕМОЙ ИЗ РЕГИОНА** r **В РЕГИОН** s **ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ** $j-й$ **ОТРАСЛИ ;**

y_i^{rs} - **ОБЪЕМ ПРОДУКЦИИ** $i-й$ **ОТРАСЛИ, ПОСТАВЛЯЕМОЙ ИЗ РЕГИОНА** r **В РЕГИОН** s **ДЛЯ КОНЕЧНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ .**

Регионы – потребители Регионы -производители			Регион 1		Регион 2		Конечное Использование		Валовая продукция
			отрасли		отрасли				
			1	2	1	2	Регион 1	Регион 2	
			x_{11}^{11}	x_{12}^{11}	x_{11}^{12}	x_{12}^{12}	y_1^{11}	y_1^{12}	X_1^1
Регион 1	отрасли	1	x_{21}^{11}	x_{22}^{11}	x_{21}^{12}	x_{22}^{12}	y_2^{11}	y_2^{12}	X_2^1
		2	x_{11}^{21}	x_{12}^{21}	x_{11}^{22}	x_{12}^{22}	y_1^{21}	y_1^{22}	X_1^2
Регион 2	отрасли	1	x_{21}^{21}	x_{22}^{21}	x_{21}^{22}	x_{22}^{22}	y_2^{21}	y_2^{22}	X_2^2
		2							

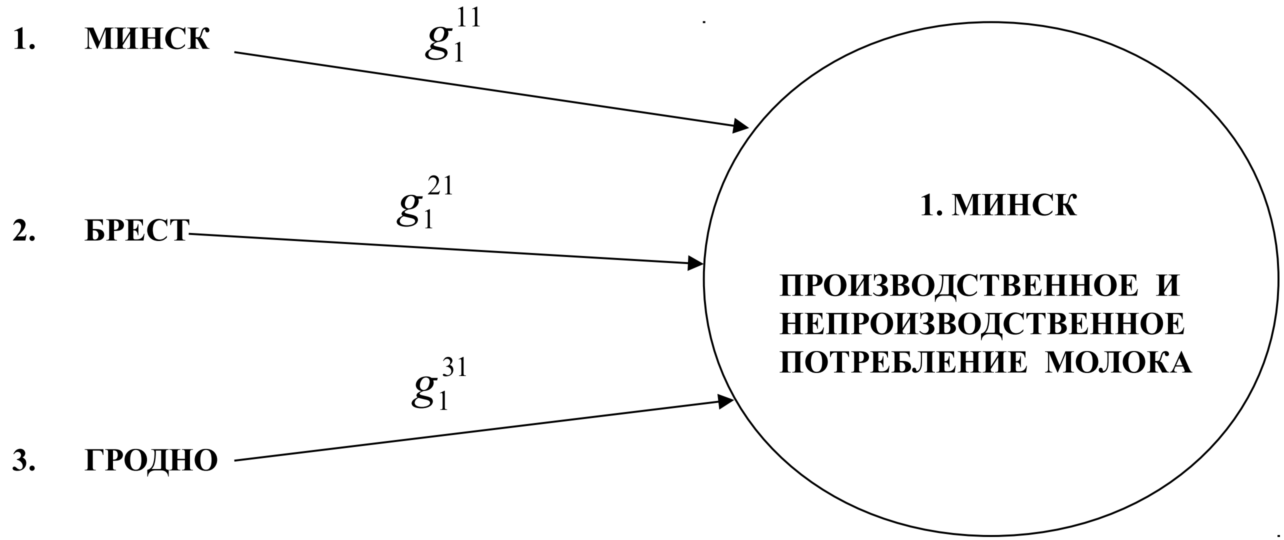
ОСНОВНОЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЕ:
<u>РЕГИОНАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ПОТРЕБЛЕНИЯ ПРОДУКЦИИ УСТОЙЧИВА</u>.

1. **МИНСК**
2. **БРЕСТ**
3. **ГРОДНО**

1. ПРОДУКЦИЯ - МОЛОКО

g_i^{rs} **- ДОЛЯ ПРОДУКЦИИ i - $й$ ОТРАСЛИ, ПРОИЗВЕДЕННОЙ РЕГИОНОМ r В ПРОИЗВОДСТВЕННОМ И НЕПРОИЗВОДСТЕННОМ ПОТРЕБЛЕНИЕ РЕГИОНА s.**

$$g_1^{11} + g_1^{21} + g_1^{31} = 1.$$



g_1^{11} **- ДОЛЯ В ПРОИЗВОДСТВЕННОМ И НЕПРОИЗВОДСТВЕННОМ ПОТРЕБЛЕНИИ МОЛОКА В МИНСКЕ МИНСКОГО ВЫПУСКА ;**

g_1^{21} **- ДОЛЯ В ПРОИЗВЕДСТВЕННОМ И НЕПРОИЗВОДСТВЕННОМ ПОТРЕБЛЕНИИ МОЛОКА В МИНСКЕ БРЕСТСКОГО ВЫПУСКА;**

g_1^{31} **- ДОЛЯ В ПРОИЗВОДСТВЕННОМ И НЕПРОИЗВОДСТВЕННОМ ПОТРЕБЛЕНИИ МОЛОКА В МИНСКЕ ГРОДНЕНСКОГО ВЫПУСКА ;**

$$X_i^{rs} = g_i^{rs} \cdot X_i^s$$

X_i^{rs} -ПРОИЗВЕДЕННАЯ В РЕГИОНЕ r ПРОДУКЦИЯ i-$й$ ОТРАСЛИ И ОТПРАВЛЕННАЯ В РЕГИОН s ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО И НЕПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПОТРЕБЛЕНИЯ;

$$X_i^{rs} = g_i^{rs} \cdot X_i^s; \quad (4.6) \quad ГДЕ - \quad X_i^{rs} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^{rs};$$

$$X_i^s = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^s \cdot X_j^s + Y_i^s, \quad i = \overline{1,n}; \ (4.7)$$

$$y_i^{rs} = g_i^{rs} \cdot Y_i^s, \quad i = \overline{1,n}; \quad r,s = \overline{1,m}; \ (4.8)$$

С УЧЕТОМ (4.6), (4.7) И (4.8) ИЗ (4.5) ПОЛУЧИТСЯ МОДЕЛЬ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОГО МЕЖОТРАСЛЕВОГО МОБа:

$$X_i^r = \sum_{s=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} g_i^{rs} \cdot a_{ij}^s \cdot x_j^s + \sum_{s=1}^{m} g_i^{rs} \cdot y_i^s, \quad i = \overline{1,n}, \ r = \overline{1,m}; \qquad (4.9)$$

В МАТРИЧНОЙ ЗАПИСИ (4.9) ВЫГЛЯДИТ ТАК:

$$X = G \cdot A \cdot X + G \cdot Y; \qquad (4.10)$$

G, A, X, Y - БЛОЧНЫЕ МАТРИЦЫ.

ИЗ (4.10) $\longrightarrow$

$$X = \left(G^{-1} - A\right)^{-1} \cdot Y \qquad (4.11)$$

ДЛЯ СЛУЧАЯ, КОГДА $m=2,\quad r,s=1;\,2.\qquad n=2,\quad i,j=1;\,2$ **БЛОЧНЫЕ МАТРИЦЫ СТРОЯТСЯ СЛЕДУЮЩИМ ОБРАЗОМ:**

$$G=\begin{bmatrix} G^{11} & G^{12} \\ G^{21} & G^{22} \end{bmatrix} \Rightarrow \qquad G=\begin{bmatrix} g_1^{11} & 0 & | & g_1^{12} & 0 \\ 0 & g_2^{11} & | & 0 & g_2^{12} \\ - & - & | & - & - \\ g_1^{21} & 0 & | & g_1^{22} & 0 \\ 0 & g_2^{21} & | & 0 & g_2^{22} \end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix} A^1 & 0 \\ 0 & A^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \qquad A=\begin{bmatrix} a_{11}^1 & a_{12}^1 & | & 0 & 0 \\ a_{21}^1 & a_{22}^1 & | & 0 & 0 \\ - & - & | & - & - \\ 0 & 0 & | & a_{11}^2 & a_{12}^2 \\ 0 & 0 & | & a_{21}^2 & a_{22}^2 \end{bmatrix}$$

$G,\quad A,\quad X,\quad Y$

$$Y=\begin{bmatrix} Y^1 \\ Y^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \quad Y=\begin{bmatrix} y_1^1 \\ y_2^1 \\ - \\ y_1^2 \\ y_2^2 \end{bmatrix}, \qquad X=\begin{bmatrix} X^1 \\ X^2 \end{bmatrix} \Rightarrow X=\begin{bmatrix} x_1^1 \\ x_2^1 \\ - \\ x_1^2 \\ x_2^2 \end{bmatrix}.$$

$$x_{ij}^{rs}=g_i^{rs}\cdot a_{ij}^{s}\cdot X_j^{s},\quad i,j=\overline{1,n};\quad r,s=\overline{1,m};\qquad y_i^{rs}=g_i^{rs}\cdot Y_i^{s}.$$

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МОБа.

РАЗНОВИДНОСТЬЮ ПРОСТЕЙШЕЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МОБа ЯВЛЯЕТСЯ МОДЕЛЬ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ, ПРЕДСТАВЛЯЮЩУЮ СОБОЙ НЕОДНОРОДНУЮ СИСТЕМУ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВИДА (В МАТРИЧНОЙ ЗАПИСИ):

$$X(t) = A \cdot X(t) + F \cdot X'(t) + C(t), \qquad \text{(Д. 1)}$$

$X(t) = [X_j(t)]$ **- ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ ВАЛОВЫХ ВЫПУСКОВ ОТРАСЛЕЙ В МОМЕНТ ВРЕМЕНИ** t $(t \in [0, T]$, $j = \overline{1, n}$.

$X'(t) = [X'_j(t)]$ **- ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ ПРИРОСТОВ ВАЛОВЫХ ВЫПУСКОВ ОТРАСЛЕЙ В МОМЕНТ ВРЕМЕНИ** t **(ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ ПРОИЗВОДНЫХ ФУНКЦИЙ** $X_j(t)$.

$C(t) = [C_j(t)]$ **-ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ ПОТРЕБЛЕНИЯ ПРОДУКЦИИ ОТРАСЛЕЙ (ВКЛЮЧАЯ НЕПРОИЗВОДСТВЕННОЕ ПОТРЕБЛЕНИЕ) В МОМЕНТ ВРЕМЕНИ** t.

$A = (a_{ij})$ **- МАТРИЦА КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРЯМЫХ МАТЕРИАЛЬНЫХ ЗАТРАТ.**

$F = (f_{ij})$ **- МАТРИЦА КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРИРОСТНОЙ КАПИТАЛОЕМКОСТИ ПРОДУКЦИИ ОТРАСЛЕЙ.**

НЕОДНОРОДНАЯ СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ (Д.1) ЭКВИВАЛЕНТНА СИСТЕМЕ

$$Y(t) = F \cdot (E - A)^{-1} \cdot Y'(t) + C(t), \qquad \text{(Д.2)}$$

$Y(t) = [Y_i(t)]$ **-ВЕКТОР-СТОБЕЦ КОНЕЧНОГО СПРОСА НА ПРОДУКЦИЮ ОТРАСЛЕЙ.**

$Y'(t) = [Y'_i(t)]$ **- ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ АБСОЛЮТНЫХ ПРИРОСТОВ КОНЕЧНОЙ ПРОДУКЦИИ ОТРАСЛЕЙ.**

МАТРИЦА A ПРОДУКТИВНА ИЛИ НЕРАЗЛОЖИМА (БОЛЕЕ ЖЕСТКОЕ ТРЕБОВАНИЕ);
F **- НЕВЫРОЖДЕННА.** $\Rightarrow (E-A)^{-1} > (E+A), \quad F\cdot(E-A)^{-1} > F$

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ (Д.2) ПРИ $Y'(t) \ge 0$ **В СИЛУ НЕОТРИЦАТЕЛЬНОСТИ МАТРИЦ** $(E-A)^{-1}$ **И** $F\cdot(E-A)^{-1}$ **ГАРАНТИРУЕТ** $Y(t) \ge 0,\ X(t) \ge 0,\ X'(t) \ge 0.$

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАМКНУТОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ:

$$Y(t) = F\cdot(E-A)^{-1}\cdot Y'(t), \qquad \text{(Д. 3)}$$

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ (Д.3) ХАРКТЕРИЗУЕТ ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСИ РАЗВИТИЯ ПРОИЗВОДСТВА ПРИ ЗАДАННЫХ МАТРИЦАХ A **И** F**, КОГДА ВСЕ РЕСУРСЫ ВВП НАПРАВЛЯЮТСЯ НА РАСШИРЕННОЕ ВОСПРОИЗВОДСТВО**.

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ (Д. 3) ИМЕЕТ АНАЛИТИЧЕСКИЙ ВИД:

$$Y^*(t) = \sum_{p=1}^{n} d_p \cdot K_p \cdot e^{\lambda_p t}, \qquad \text{(Д. 4)}$$

ПАРАМЕТРЫ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ (Д. 4) $\lambda_p,\ K_p,\ d_p$ **ПОЛУЧАЮТСЯ ПО АЛГОРИТМУ:**

1. λ_p **- КОРНИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ** $n-го$ **ПОРЯДКА:**

$$\left|E - \lambda\cdot\overline{F}\right| = 0, \qquad \text{(Д. 5)}$$

ГДЕ $\overline{F} = F\cdot(E-A)^{-1}.$

2. K_p **- СООТВЕТСТВУЮЩИЕ** λ_p **СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ МАТРИЦЫ** $\overline{F}$,

$$K_p = \left\lfloor K_1^{(p)}, K_2^{(p)}, \ldots, K_n^{(p)} \right\rfloor^T.$$

КОМПОНЕНТЫ ВЕКТОРА K_p ЯВЛЯЮТСЯ РЕШЕНИЯМИ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ОДНОРОДНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

$$\left(E - \lambda_p \cdot \overline{F}\right) \cdot K_p = 0. \qquad \text{(Д. 6)}$$

3. d_p - ПОСТОЯННЫЕ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ ИЗ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ:

$$\sum_{p=1}^{n} d_p \cdot K_p = Y(0). \qquad \text{(Д. 7)}$$

$Y(0)$ -ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ КОНЕЧНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОДУКЦИИ ОТРАСЛЕЙ В НЕКТОРЫЙ НАЧАЛЬНЫЙ МОМЕНТ ВРЕМЕНИ.

В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ РЕШЕНИЕ (Д .7) СОДЕРЖИТ НЕСКОЛЬКО ОТЛИЧНЫХ НУЛЯ КОМПОНЕНТ d_p. ПОЭТОМУ ЕДИНСТВЕННАЯ ТРАЕКТОРИЯ СИСТЕМЫ (Д. 3), ВЫХОДЯЩАЯ ИЗ НАЧАЛЬНОЙ ТОЧКИ $Y(0)$, ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ КОМБИНАЦИЮ ЭКСПОНЕНТ, РАСТУЩИХ С РАЗЛИЧНЫМИ ТЕМПАМИ.

ДЛЯ МАТРИЦЫ $\overline{F}$ СПРАВЕДЛИВА ТЕОРЕМА <u>ПЕРРОНА.</u>

ТЕОРЕМА.

а) МАТРИЦА $\overline{F}$ ИМЕЕТ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЕ СОБСТВЕННОЕ ЧИСЛО $\hat{S}$, КОТОРОЕ ПРЕВОСХОДИТ ВСЕХ ОСТАЛЬНЫХ СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ, ВЗЯТЫХ В ОТДЕЛЬНОСТИ;

б) ДЛЯ $\hat{S}$, НАЗЫВАЕМОГО КОРНЕМ ФРОБЕНИУСА-ПЕРРОНА, ВЫПОЛНЯЮТСЯ УСЛОВИЯ:

$$\min_j \sum_{i=1}^{n} \overline{f_{ij}} \le \hat{S} \le \max_j \sum_{i=1}^{n} \overline{f_{ij}}; \qquad \text{(Д. 8)}$$

в) СОБСТВЕННОМУ ЧИСЛУ $\hat{S}$ СООТВЕТСТВУЕТ ЕДИНСТВЕННЫЙ СОБСТВЕННЫЙ ВЕКТОР $\hat{K} = (\hat{K}_1, \hat{K}_2, ..., \hat{K}_n)$, ВСЕ КООРДИНАТЫ КОТОРОГО СТРОГО ПОЛОЖИТЕЛЬНЫ И

$$\hat{K}_1 + \hat{K}_2 + ... + \hat{K}_n = 1.$$

ТАК КАК $\lambda_p = 1/S_p, (p = \overline{1,n})$, $\hat{\lambda} = 1/\hat{S}$ - **СООТВЕТСТВУЕТ ВЕКТОР** $\hat{K}$.

ЗНАЧЕНИЕ $\hat{\lambda}$ **В МЕЖОТРАСЛЕВОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НАХОДИТ ОБЪЯСНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ТЕМПА ПРИРОСТА ВВП, А ВЕКТОР** $\hat{K} = (\hat{K}_1, \hat{K}_2, \ldots, \hat{K}_n)$ - **ОТРАСЛЕВОЙ СТРУКТУРЫ ЭКОНОМИКИ.**

СТАТИЧЕСКИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ (ПФ)

1) ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ПФ.
2) НЕОКЛАССИЧЕСКАЯ ПФ И ЕЕ ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА.
3) РАЗНОВИДНОСТИ ОДНОРОДНЫХ И ЛИНЕЙНЫХ ПФ.
4) ПОСТРОЕНИЕ ДВУХФАКТОРНОЙ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ МОДЕЛИ ПФ.
5) ПРИМЕНЕНИЕ ДВУХФАКТОРНОЙ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ МОДЕЛИ ПФ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИИ.

2)

В ОБЩЕМ ВИДЕ НЕОКЛАССИЧЕСКАЯ ПФ ВЫГЛЯДИТ ТАК:

$$X = F(K, L) \qquad (2.1)$$

X - **РЕЗУЛЬТАТ ПРОИЗВОДСТВА (ВЫПУСК ПРОДУКЦИИ);**

K - **ИНТЕНСИВНОСТЬ ЗАТРАТ КАПИТАЛА (ОСНОВНОЙ КАПИТАЛ, ОПФ);**

L - **ИНТЕНСИВНОСТЬ ЗАТРАТ ТРУДА.**

ПФ (5.1) – НАЗЫВАЕТСЯ НЕОКЛАССИЧЕСКОЙ, ЕСЛИ ОНА ГЛАДКАЯ И УДОВЛЕТВОРЯЕТ СЛЕДУЮЩИМ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ УСЛОВИЯМ:

а) $F(K, 0) = F(0, K) = 0$ **-ПРИ ОСТУТСТВИИ ОДНОГО ИЗ РЕСУРСОВ ПРОИЗВОДСТВО -НЕВОЗМОЖНО.**

б) $\partial F / \partial K > 0, \quad \partial F / \partial L > 0$ **С РОСТОМ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ЗАТРАТ РЕСУРСОВ ВЫПУСК РАСТЕТ;**

в) $\partial^2 F / \partial^2 K < 0, \quad \partial^2 F / \partial^2 L < 0$ **- С УСКОРЕНИЕМ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ЗАТРАТ РЕСУРСОВ ВЫПУСК ПРОДУКЦИИ ЗАМЕДЛЯЕТСЯ;**

$F(\infty, L) = F(K, \infty) = \infty$ **ПРИ НЕОГРАНИЧЕННОМ УВЕЛИЧЕНИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОДНОГО ИЗ РЕСУРСОВ ВЫПУКС ПРОДУКЦИИ НЕОГРАНИЧЕННО РАСТЕТ.**

3). **В ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ РАЗЛИЧНЫХ УРОВНЕЙ НАЦИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ СТРАН ШИРОКОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОЛУЧИЛИ ОДНОРОДНЫЕ ПФ ВИДА:**

$$Z = \alpha_0 \cdot \prod_{j=1}^{n} Y_j^{\alpha_j} \qquad (2.2)$$

ОДНОРОДНАЯ ПФ (5.2) ЛИНЕЙНАЯ В ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ШКАЛЕ

$$\lg Z = \lg \alpha_0 + \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \cdot \lg Y_j . \qquad (2.3)$$

К НЕОКЛАССИЧЕСКОЙ ПФ (5.1) ОТНОСИТСЯ МУЛЬТИПЛИКАТИВНАЯ ПФ ВИДА:

$$X = A \cdot K^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2} . \qquad (\alpha_1, \alpha_2) \in (0;1). \qquad (2.4)$$

ЧАСТНЫМ СЛУЧАЕМ (2.4) ЯВЛЯЕТСЯ ПФ КОББА-ДУГЛАСА $X = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}$ **(2.5)**

ПРИМЕРНЫЙ ВИД ПОВЕРХНОСТИ (2.5) ПРИВЕДЕН НА РИС. 2.1.

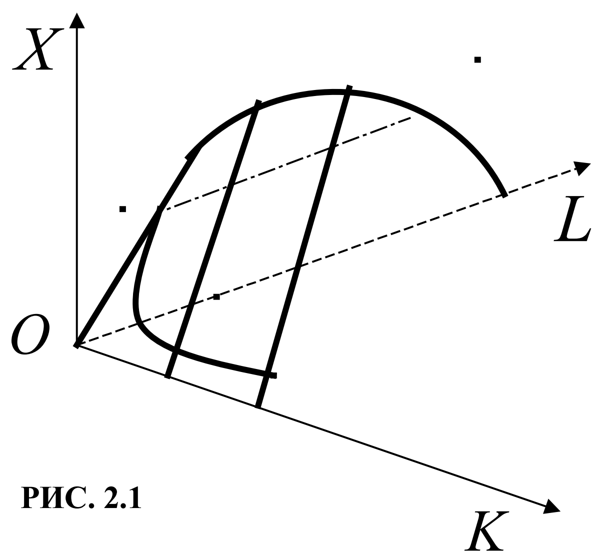


РИС. 2.1

$$\frac{\partial X}{\partial K} = \alpha_1 \cdot K^{\alpha_1 - 1} \cdot A \cdot L^{\alpha_2} = \alpha_1 \cdot \frac{A \cdot K^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2}}{K} = \alpha_1 \cdot \frac{X}{K} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\partial X}{\partial K} \cdot \frac{K}{X}$$

$$\frac{\partial X}{\partial L} = A \cdot K^{\alpha_1} \cdot \alpha_2 \cdot L^{\alpha_2 - 1} = \alpha_2 \cdot \frac{A \cdot K^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2}}{L} = \alpha_2 \cdot \frac{X}{L} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\partial X}{\partial L} \cdot \frac{L}{X}$$

4).

$$(X_t, K_t, L_t) \longrightarrow X_t = \delta_t \cdot A \cdot K_t^{\alpha_1} \cdot L_t^{\alpha_2}$$

$$\ln X_t = \ln A + \alpha_1 \cdot \ln K_t + \alpha_2 \cdot \ln L_t + \ln \delta_t .$$

$$\ln X_t = Y_t, \quad \ln K_t = Z_{1t}, \quad \ln L_t = Z_{2t}, \quad \ln A = b, \quad \ln \delta_t = \varepsilon_t,$$

$$Y_t = b + \alpha_1 \cdot Z_{1t} + \alpha_2 \cdot Z_{2t} + \varepsilon_t .$$

5).

$$x = \frac{X}{X_0}, \quad k = \frac{K}{K_0}, \quad l = \frac{L}{L_0},$$

$X_0, \; K_0, \; L_0$ - ЗНАЧЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В БАЗИСНЫЙ ГОД.

ПФ В ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЯХ ЗАПИШЕТСЯ ТАК:

$$x = k^{\alpha_1} \cdot l^{\alpha_2} \qquad (5.6)$$

$\frac{x}{k} = E_k$ - ФОНДООТДАЧА; $\frac{x}{l} = E_l$ - ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ ТРУДА.

ОБОБЩАЮЩИЙ ПОКАЗАТЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОИЗВОДСТВА E, ЯВЛЯЮЩИЙСЯ ОЦЕНКОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ:

$$E = E_k^{\alpha} \cdot E_l^{1-\alpha} \qquad (5.7)$$

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad 1 - \alpha = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

ПОКАЗАТЕЛЬ МАСШТАБА ПРОИЗВОДСТВА M ХАРАКТЕРИЗУЕТ ЭКСТЕНСИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ

$$M = k^{\alpha} \cdot l^{1-\alpha}, \qquad (5.8)$$

ИЗ (5.7) И (5.8) $\longrightarrow$ $x = E \cdot M.$

$$b = 5.948853 \quad \Rightarrow \quad A = e^{b} \quad \Rightarrow \quad A = 383.3134,$$

$$\alpha_1 = 0.305283; \quad \alpha_2 = 0.407868$$

$$X = 383.3134 \cdot K^{0.305283} \cdot L^{0.407868}$$

$$t(\alpha_1) = 3 > 2.31; \quad t(\alpha_2) = 7.138 > 2.31; \quad F_{расч} = 290.456$$

$$d = 0.9847; \quad \sigma^2 = 0.028805; \quad t_p(n-k) = t_{0.05}(8) = t_{табл} = 2.31;$$

$$F_{табл} = 4.74.$$

$$x = X_{2009}/X_{2000} = 1.9328,$$
$$k = K_{2009}/K_{2000} = 1.924,$$
$$l = L_{2009}/L_{2000} = 3.6668,$$

$$\alpha = \alpha_1/(\alpha_1 + \alpha_2) \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0.428; \quad 1 - \alpha = 0.572;$$

$$E_k = x/k = 1.005; \quad E_l = x/l = 0.574;$$

$$E = E_k^{\alpha} \cdot E_l^{1-\alpha} \quad \Rightarrow \quad E = 1.005^{0.428} \cdot 0.574^{0.572} = 0.7295;$$

$$M = k^{\alpha} \cdot l^{1-\alpha} \quad \Rightarrow \quad M = 1.924^{0.428} \cdot 3.6668^{0.572} = 2.6497;$$

$$x = E \cdot M \quad \Rightarrow \quad 1.9328 = 0.7295 \cdot 2.6497.$$

$$K_{2010} = 30500700 \cdot 1.1 = 33550770;$$
$$L_{2010} = 5220720 \cdot 1.15 = 6003828$$
$$X_{2010} = 383.3134 \cdot 33550770^{0.305283} \cdot 6003828^{0.407868} = 44231015$$

$$x_{прог} = X_{2010} / X_{2009} = 1.13$$

$$k = 1.1; \quad l = 1.15; \quad E_k = 1.13/1.1 = 1.03 \quad E_l = 1.13/1.15 = 0.98;$$
$$E = 1.03^{0.428} \cdot 0{,}98^{0.572} = 1.0011;$$
$$M = 1.1^{0.428} \cdot 1.15^{0.572} = 1.1283;$$
$$x = 1.0011 \cdot 1.1283 = 1.13.$$