Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики
Кафедра Математических Методов Прогнозирования
Графические модели

Отчет по практическому заданию №1

Алгоритм loopy BP для LDPC - кодов

Выполнил:
студент 417 группы
Драпак Степан Николаевич

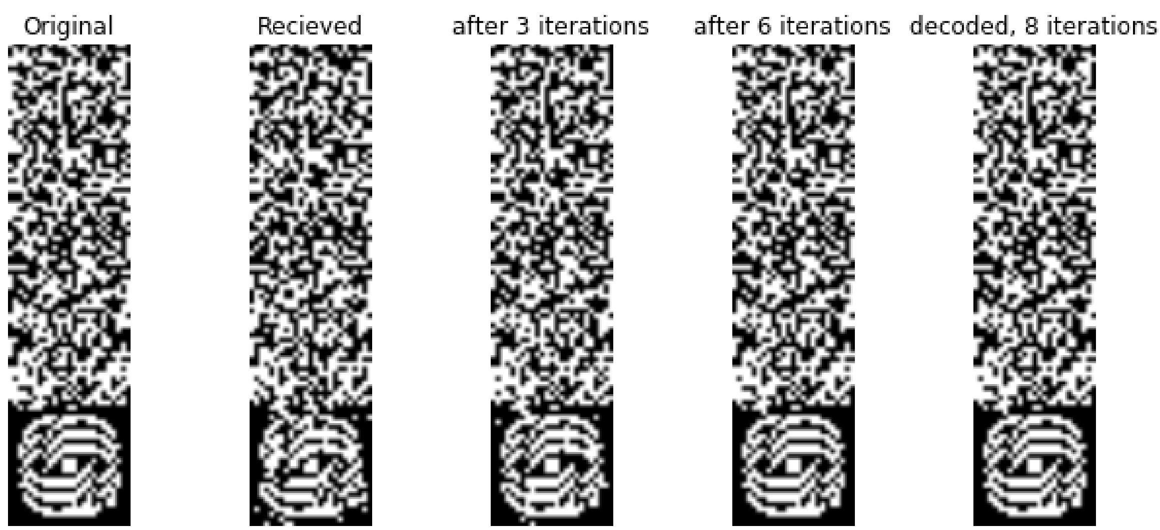
Москва, 2017

1 Постановка задачи

В данном задание было необходимо реализовать алгоритм Loopy BP для декодирования LDPC-кодов, оценить вероятность блоковой и битовой ошибки кода с помощью статистических испытаний, сравнить работу алгоритмов с разным расписанием пересчета сообщений. Проанализировать зависимость блоковой/битовой ошибки от различных параметров кода, в частности, проверить теоретические из теоремы Шенона и ее следствия. Сравнить LDPC-коды с кодами БЧХ.

2 Тесты на изображение

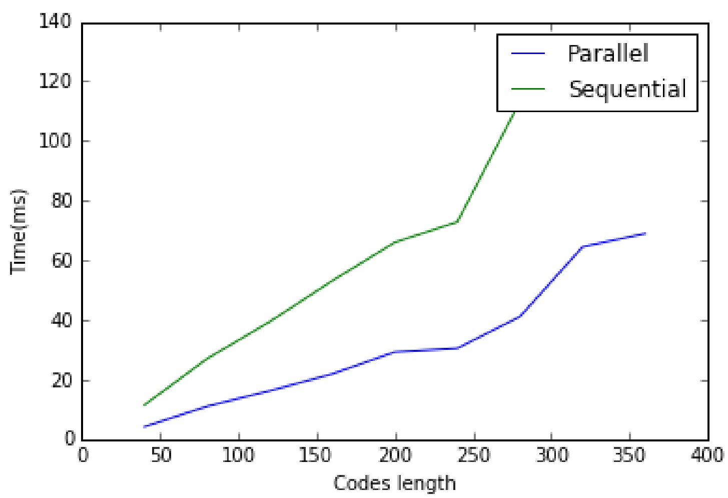
Возьмем эмблему ВМК (вообще, изначально это была эмблема ммп с сайта, но когда я ее сжал, то от ммп ничего не осталось) и посмотрим, как алгоритм отработает на ней.



Видим, что финальное изображение фактически совпадает с исходным.

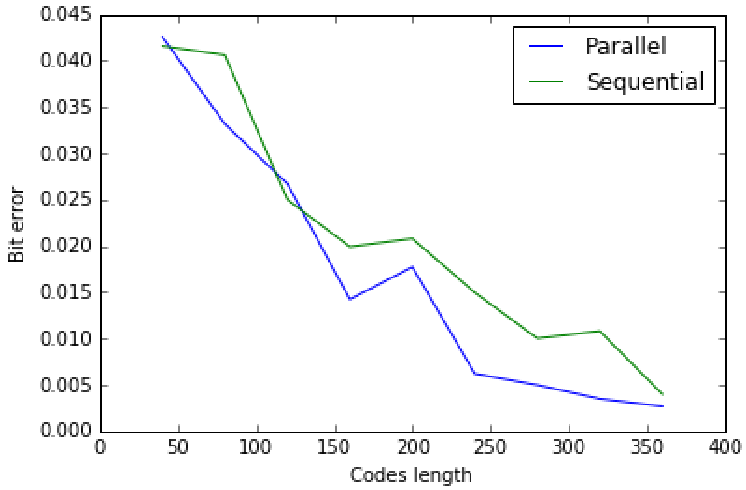
3 Расписание пересчета, теорема Шенона

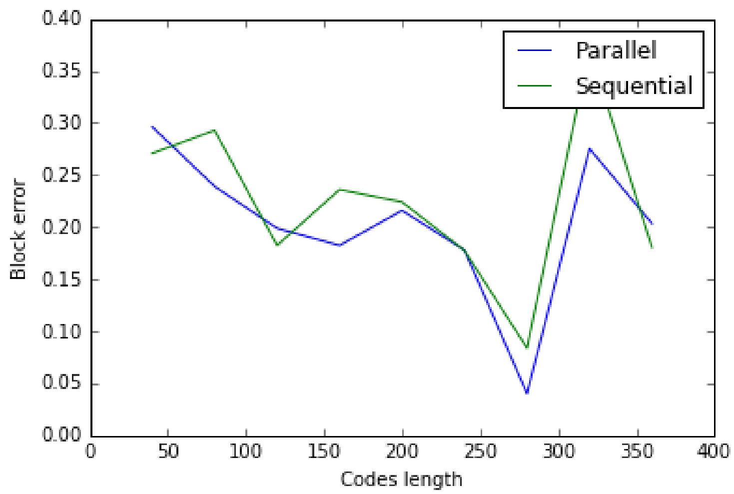
Для начала оценим время работы. Возьмем 200 синдромов и будем декодировать сообщения разной длины.



Как и ожидалось, параллельное декодирование работает немного быстрее для малых размеров кода, однако, как всегда, актуальность таких экспериментов вызывает много вопросов, поскольку сильно зависит от реализации, алгоритмов хеширования и так далее.

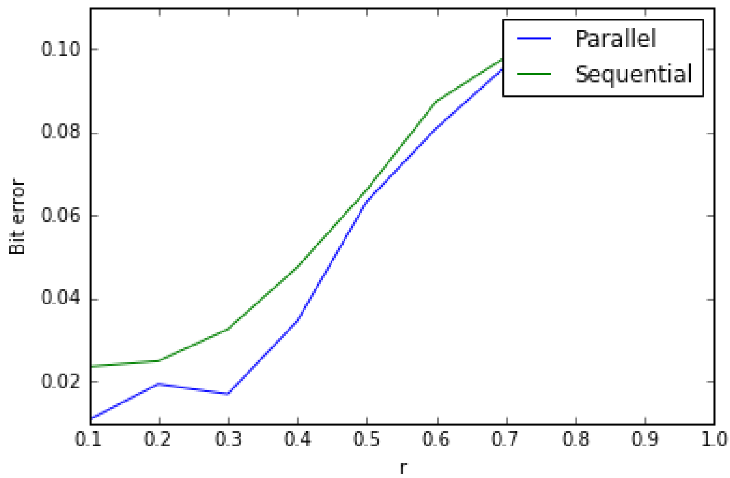
Зафиксируем $r = k/n = 0.2$ – скорость кода (отношение длины исходного сообщения к общей длине) и посмотрим на качество декодирования при разных n. При этом зашумленность $q = 0.1$, средние число единиц в столбцах проверочной матрицы, $j = 7$.

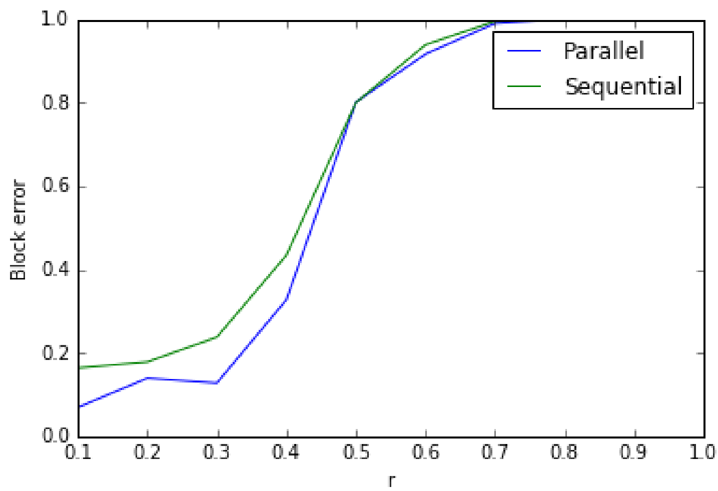




Видим, что при росте длины, битовая ошибка сокращается. Это согласуется с теоремой Шенона. Что касается блоковой ошибки, то здесь четкой зависимости не видно.

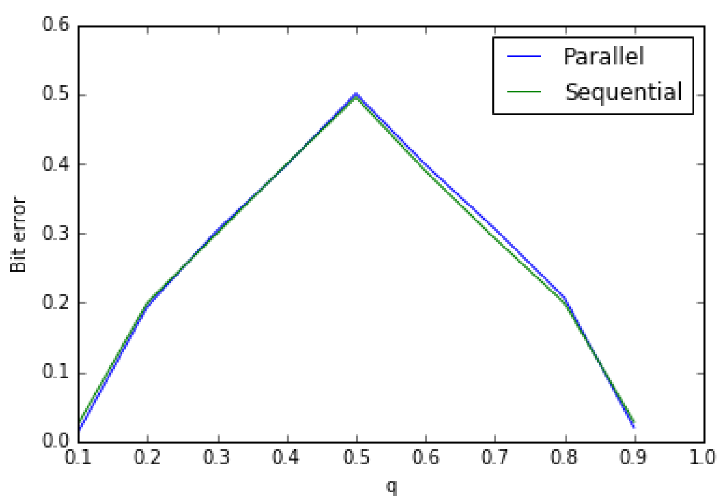
Далее фиксируем параметры: $n = 100$, $j = 7$, $q = 0.1$ и рассмотрим точность кода в зависимости от скорости.

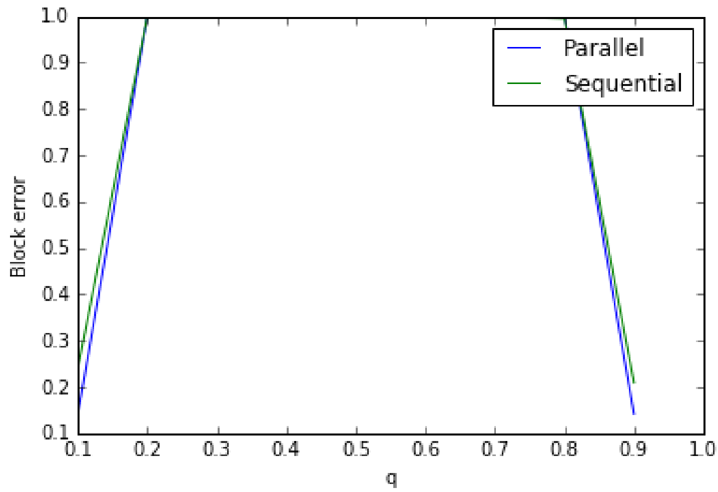




Видим, что здесь результаты полностью согласуются с теоремой Шенона, при росте скорости кода ошибка увеличивается.

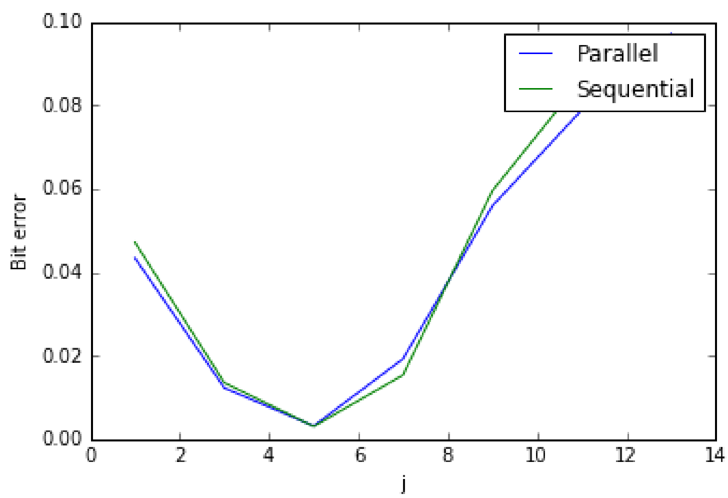
Далее посмотрим на точность кода в зависимости от q. Зафиксируем n = 100, k = 20, j = 7.

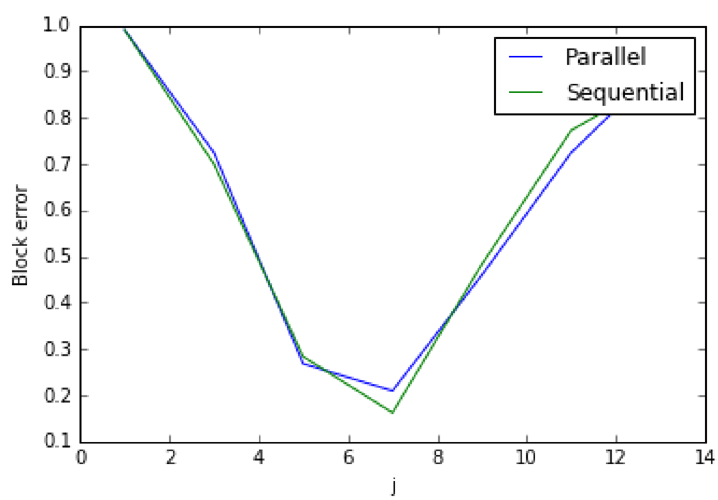




Все разумно, самая большая битовая ошибка достигается при равновероятном инвертирование битов, именно в такой ситуации энтропия максимальна. Что касается блоковой ошибки, то при $0.1 < q < 0.9$ все становится плохо. Т.е. алгоритм с трудом декодирует сообщения с таким уровнем шума.

Осталось проверить плотность кода, которая выражается средним числом единиц в столбцах проверочной матрицы:





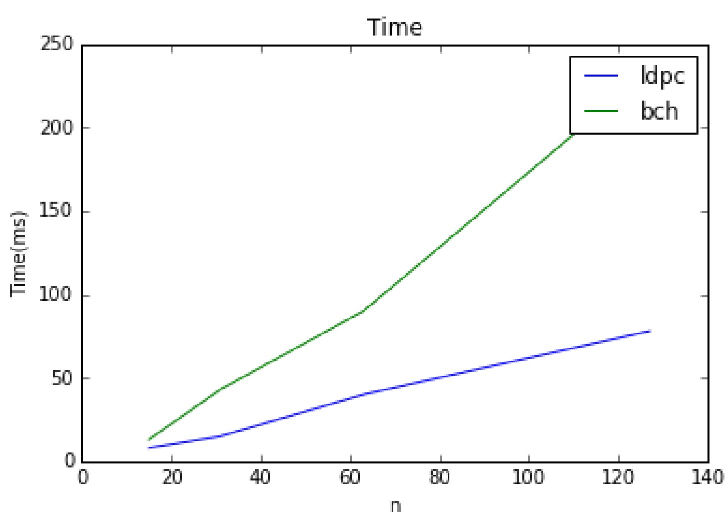
Тут наблюдается интересный эффект. Видимо, не зря в задание явно прописано, что необходимо начинать исследование с j = 3. Если забыть про это значение, то можно сказать, что имеется явная корреляция доли ошибок с плотностью. Очевидно, что LDPC-кодирование предполагает низкую плотность, а значит малое число единиц в столбцах проверочной матрицы, поэтому точность понижается. По сути, здесь проблема в том, что в фактор-графе появляется большое число циклов, что мешает сходимости Loopy BP. Понятно, на этом участке теорема Шенона не выполняется, и дело здесь не в том, что в ней проблема, а в особенностях алгоритма декодирования. Что касается участка от 1 до 5, то по всей видимости там, теорема Шенона в каком-то смысле "Доминирует"над ростом числа циклов в алгоритме графе и качество декодирования улучшается.

Если сравнивать параллельный и последовательный алгоритм, то можно сказать, что параллельный алгоритм отрабатывает немного лучше, например, это видно на графике с зависимостью точности от скорости и длины кода. Учитывая при этом, что он быстрее, то вероятно, есть смысл пользоваться им.

4 Сравнение с кодами БЧХ

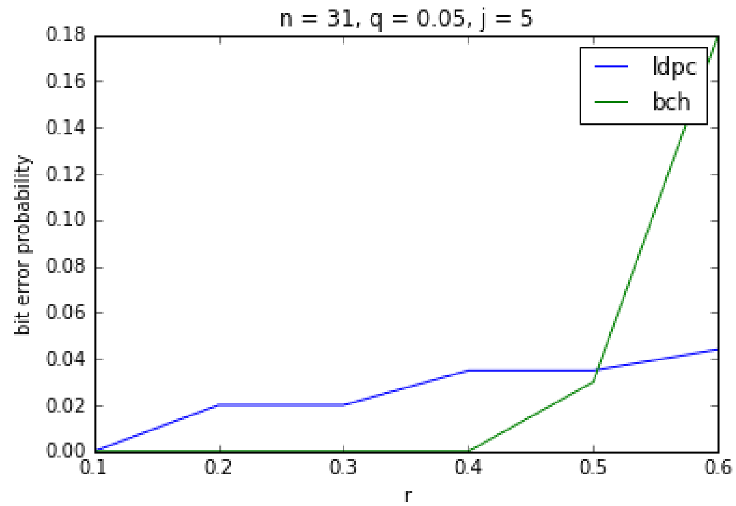
Будем считать, что канал характеризует вероятность ошибки q = 0.05. Рассмотрим сообщения длиной n = 31, 511 бит. Плотность кода зафиксируем j = 5. Для фиксированного БЧХ кода мы можем подобрать соответствующий ему LDPC код, подбирая по параметрам n, и числу исправляемых ошибок БЧХ кода параметр k. Отказы декодирования будем считать ошибками.

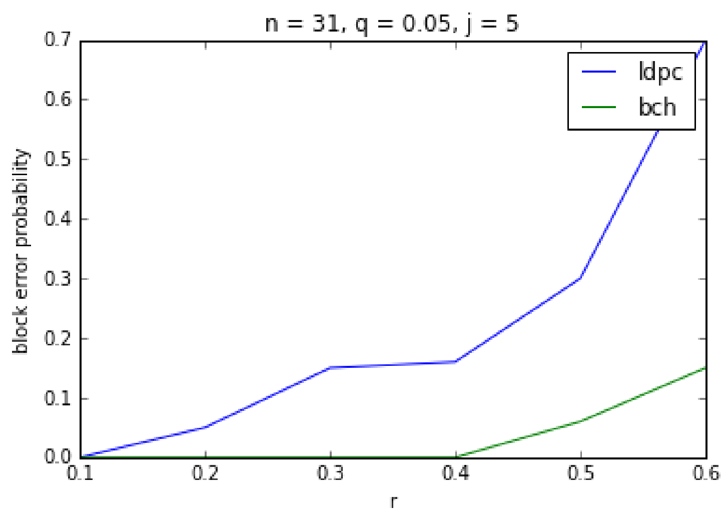
Сравним, для начала, время работы.



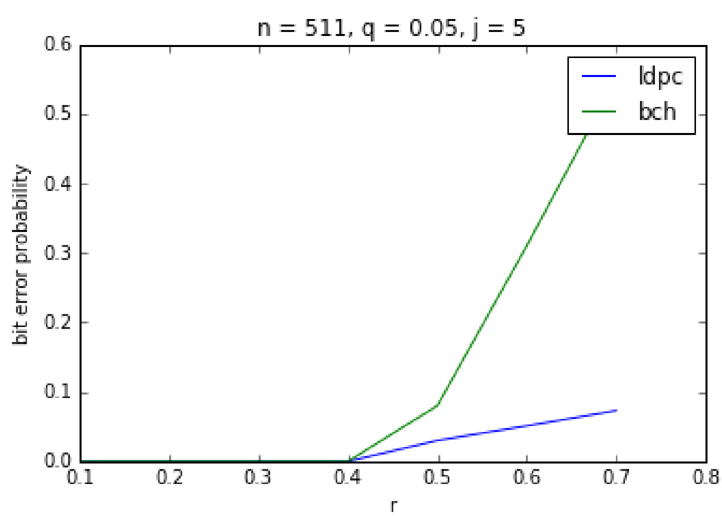
Видим, что тут LDPC коды выигрывают.

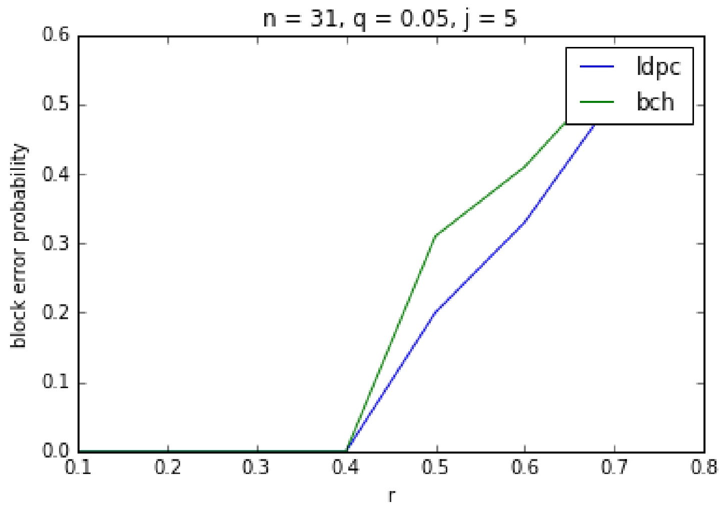
Далее, будем сравнивать качество декодирования, в зависимости от скорости кода (r).





Видим, что при n = 31, качество LDPC кода ниже.





При этом, для n = 511, качество LDPC выше качества БЧХ.

Так же, на графиках видно, что БЧХ коды достаточно долго сохраняют нулевую ошибку, видимо, это связано с тем, что они гарантировано исправляют фиксированное число ошибок.

5 Выводы

БЧХ коды удобно использовать в случиях, если есть четкое предположение о числе ошибок или есть необходимость передавать сообщения с теоретической гарантией надежности. Так же БЧХ хорошо работают на коротких сообщениях. С другой стороны, LDPC декодирование работает быстрее, а для кодов больших размеров еще и качественней БЧХ. Таким образом, выбирая конкретный алгоритм, стоит ориентироваться на конкретную задачу.