

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES 1

Durée : 4 heures

## Epreuve de quatre exercices

**Il y a eu 4425 copies, dont, comme l'an passé, d'excellentes copies, avec une moyenne de 9.59 sur 20 et un écart type de 4.21**

L'épreuve était constituée de cinq exercices, de profils très différents, destinés à tester plusieurs compétences et divers types de raisonnements. Les candidats devaient utiliser des connaissances relatives à différentes parties des programmes de mathématiques et d'informatique.

L'ajout de l'algorithmique dans une épreuve de mathématiques a permis de bien classer les candidats. Cependant, trop de candidats n'ont pas bien assimilé le cours de mathématiques et manquent de rigueur dans la rédaction. Par ailleurs, il était demandé aux candidats de répartir équitablement leur travail entre les exercices proposés : le barème en a tenu compte. Il est regrettable de voir une dégradation de la maîtrise de l'orthographe dans les copies.

Le sujet comportait 58 questions ce qui a permis d'évaluer le niveau très hétérogène des candidats. Dans pratiquement toutes les copies, les dernières questions n'ont pas été ou très peu abordées excepté l'exercice d'informatique. Un certain nombre de copies montre une méconnaissance profonde du cours et, à contrario, les candidats qui le maîtrisent peuvent ainsi obtenir de très bonnes notes. Nous rappelons par ailleurs que les résultats hors programme ne peuvent servir de justifications : par exemple, l'utilisation des séries de Bertrand.

Quelques recommandations pour les candidats : travailler régulièrement le cours tout au long de l'année, justifier rigoureusement les résultats proposés (les approximations ou « arnaques » sont toujours sévèrement sanctionnées), éviter les fautes d'orthographe, numérotter convenablement les copies et respecter les numéros des questions.

### Exercice 1 : analyse sur séries.

L'exercice a été abordé dans presque toutes les copies mais souvent traité avec peu de rigueur, surtout dans la manipulation des inégalités. Les premières questions (applications directes du cours sur séries entières ou suites) ont permis aux candidats sérieux d'avoir des points. Un nombre de candidats plus important que les années passées pense que la série converge dès que le terme général converge vers 0. L'oubli de l'utilisation des valeurs absolues, ou du fait que les termes doivent être positifs pour conclure est trop fréquent hélas.

### Exercice 2 : endomorphisme dans un espace de fonctions

Les questions 1 et 2 sont des questions de base en algèbre linéaire (plutôt vues en première année). Leur traitement est très décevant dans beaucoup de copies, à part la construction de la matrice (en 2.2). Pour justifier que l'on a une base, beaucoup ne pense pas à montrer que la famille est libre. D'autres disent que la famille est échelonnée, donc libre, ce qui n'a pas de sens. La justification du fait que  $\Delta$  soit bijectif est souvent traitée de manière compliquée, l'utilisation du déterminant n'étant pas un réflexe. Les valeurs propres sont trouvées mais les vecteurs propres rarement donnés. A la question 3, la définition de  $w_n$  a été mal comprise (produit par  $x + n$  au lieu de valeur en  $x + n$ ). Les questions 4.2 et 4.3 ont été globalement bien traitées mais pas du tout la 4.1, où presque tous les théorèmes du programme ont été cités.

### Exercice 3 : algorithmique et arithmétique

L'exercice a été abordé par presque tous les candidats mais il n'y a des commentaires des codes que dans très peu de copies. La différence entre P0 et P1 a été comprise dans la moitié des cas. Pour P0, on a pu lire « P0 ne sert à rien » ou « il y a une erreur d'énoncé ». Beaucoup d'étudiants n'ont pas compris qu'un return arrête le programme et utilisent mal « while » avec des conditions souvent peu pertinentes. L'appel de P2(127) n'est réussi que dans la moitié des copies ce qui est dommage car avec un peu de concentration, il était facile de répondre. Il est regrettable que les candidats ne pensent pas à utiliser les programmes précédents et ne soient pas rigoureux dans la gestion des variables utilisées.

### Exercice 4 : algèbre linéaire (partie cours) et bilinéaire

#### Partie cours

Les questions ont globalement été bien traitées, avec les questions 2 très discriminantes. A la question 3, les étudiants ont souvent eu une des deux inégalités mais pas la seconde. Globalement seules les questions 1 et 4 ont été abordées, donc presque personne n'a de points sur les questions un tant soit peu difficiles (2,3,5,6,7). Beaucoup de candidats pensent que si deux matrices ont le même polynôme caractéristique, que si l'une est diagonalisable, alors l'autre l'est automatiquement. Les calculs sur les matrices 2x2 sont relativement bien faits, mais il subsiste dans certaines copies des fautes de calculs inexcusables. Par suite de la longueur de l'épreuve, les candidats ont vite capitulé à la lecture de l'énoncé pour aller plutôt traiter l'exercice 5.

### Exercice 5 : probabilités

Le cours a été assez bien restitué et ceux qui traitent les questions jusqu'au 4.3 ont eu facilement des points. Dans la question 1, les candidats oublient souvent de faire les graphes pour  $x < 0$  et les schémas ne sont pas toujours soignés (manque d'échelle ou de commentaires). On remarque souvent une confusion entre  $X(\Omega)$  et  $\Omega$  et la restitution de formules non explicitées :  $q$  dans la loi binomiale, par exemple.

En conclusion, l'épreuve d'exercices permet de balayer le programme de la filière PSI en mathématiques et algorithmique. Elle permet de vérifier les compétences d'adaptabilité des candidats qui doivent mettre en œuvre les compétences acquises au cours des deux années de CPGE

Chaque exercice possède une progressivité propre qui permet de classer efficacement les candidats. Les futurs candidats qui veulent réussir cette épreuve doivent s'y préparer :

- en apprenant à gérer de façon équilibrée leur temps entre les différents exercices,
- en s'appuyant sur des connaissances solides,
- en maîtrisant les techniques de calcul élémentaires.