

Une grande partie des candidats de cette option maîtrise bien les concepts de base de l'algorithmique et de la programmation abordés par les deux problèmes ainsi que la syntaxe de Python. Les candidats réussissent bien à trouver les erreurs de programmation dans un programme fourni par l'énoncé.

En revanche, les candidats montrent encore des difficultés dans la rédaction correcte des récurrences, en particulier pour les récurrences d'ordre 2. L'explicitation d'un invariant de boucle s'est révélée difficile pour la plupart des candidats : la notion ne semble parfois tout simplement pas connue. Les questions de complexité sont encore souvent source d'imprécision ou d'erreur.

On peut également s'étonner de la méconnaissance du calcul avec les nombres flottants et des questions de précision qui lui sont associées.

Le deuxième problème a globalement été mieux traité que le premier, qui requérait davantage de compétences mathématiques. Et pourtant, les deux sous-questions de la question VIII du premier problème ont globalement été correctement traitées. La question XII, sur l'algorithme d'exponentiation rapide, a découragé un grand nombre de candidats, qui ont manifestement abandonné à ce point le premier problème. Pourtant, il s'agit d'un algorithme très classique, dont on peut s'étonner qu'il ne soit pas plus familier des candidats. De la même façon, l'algorithme classique d'insertion dans une liste triée demandé dans le deuxième problème n'a pas rencontré le succès attendu.

3.3 Seconde épreuve écrite

Le sujet de la **deuxième épreuve d'admissibilité** était composé de deux problèmes indépendants.

Le premier problème envisageait l'étude d'une méthode de chiffrement d'un message, lettre à lettre, construite à partir de fonctions puissances définies comme

$$f_k: R = \llbracket 0; 28 \rrbracket \rightarrow R$$

$$x \mapsto x^k \bmod 29$$

Le problème était composé de trois parties. La partie A décrivait des premiers essais (pour $k = 3, 7, 19$) et permettait aux candidats de comprendre la méthode de chiffrement proposée. La partie B amenait les candidats à déterminer les k pour que les fonctions f_k associées permettent d'assurer le déchiffrement du message. Enfin, la partie C s'intéressait à trois méthodes de calcul de f_{19} .

Le second problème était composé de deux parties. La partie A étudiait d'abord les points constructibles à la règle et au compas dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) puis les nombres constructibles, en tant qu'abscisses dans (O, I, J) de points constructibles. Les candidats devaient démontrer la constructibilité de plusieurs autres éléments, comme la médiatrice d'un segment d'extrémités deux points constructibles, la parallèle et la perpendiculaire à une droite définie par deux points constructibles passant par un point constructible, l'opposé d'un nombre constructible, la somme, la différence, le produit et le quotient de deux nombres constructibles, la racine carrée d'un nombre constructible... La partie B était centrée sur les polygones réguliers avec l'étude des racines n -ième de l'unité, sur les conditions nécessaires et suffisantes de constructibilité des sommets d'un polygone régulier à n côtés et sur la construction effective des polygones réguliers à 3, 4 et 6 côtés. Enfin, la partie B s'achevait sur la construction à la règle et au compas du pentagone régulier.

Ces deux problèmes pouvaient permettre d'apprécier, outre les qualités scientifiques des candidats, leur aptitude à se placer dans une optique professionnelle, notamment avec des références explicites aux pratiques d'un élève de troisième (problème 1, A.III) ou à une classe de collège (problème 2, IV).

Le jury a prêté une attention particulière aux compétences suivantes.

— *Divisibilité : utilisation du lemme de Gauss.*

Pour cet item, il était demandé aux candidats de répondre correctement à l'une des deux questions B.VII.1 ou B.X.2. Environ 36,9 % des candidats ont répondu correctement à l'une des deux questions ; environ 45,9 % des candidats n'ont répondu correctement à aucune des deux questions ou de manière incomplète ; environ 17,2 % des candidats n'ont abordé aucune des deux questions.

— *Bonne utilisation du tableau (poignée de recopie).*

Pour cet item, il était demandé aux candidats de répondre correctement à l'une des questions A.III ou C.XIV.1 et C.XV.A ou C.XV.3. Environ 32,1 % des candidats ont validé cet item ; 43,2 % des candidats n'ont pas validé cet item ou de manière incomplète ; environ 24,6 % des candidats n'ont traité aucune des questions examinées.

— *Écrire un algorithme (boucle Tant que).*

Pour cet item, il était demandé aux candidats de répondre correctement à la question B.VIII.4. Environ 18 % des candidats ont répondu correctement à la question ; environ 22,4 % des candidats n'ont pas répondu correctement à la question ou de manière incomplète ; environ 59,7 % des candidats n'ont pas abordé la question. Environ 44,5 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

— *Racines n -ièmes de l'unité.*

Pour cet item, il était demandé aux candidats de répondre correctement à la question B.IX.1. Environ 15,3 % des candidats ont répondu correctement à la question ; environ 42,7 % des candidats n'ont pas répondu correctement à la question ou de manière incomplète ; environ 42 % des candidats n'ont pas abordé la question. Environ 26,5 % ces candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

Dans l'ensemble des copies, des compétences ont été régulièrement manifestées, comme la recherche des solutions d'une équation diophantienne (Pb1, XI.3.b), les règles de calcul élémentaire sur les congruences, la preuve d'une équivalence par double implication, l'utilisation du tableau. Les candidats abordent de nombreux types de raisonnement (sans nécessairement aboutir) notamment par l'absurde ou par contraposée.

En revanche, d'autres compétences révèlent un degré de maîtrise insuffisant, comme en témoignent les maladresses ou erreurs suivantes : l'utilisation de quantificateurs ou de symboles comme de simples abréviations sans valeur logique (symbole d'implication pour « donc », par exemple), la rédaction très incomplète de démonstrations (hypothèses partielles ou conditions d'utilisation d'un théorème non systématiquement vérifiées, omission des cas particuliers...), la définition de la bijectivité d'une fonction (souvent confondue avec la seule injectivité). Les quantificateurs sont trop souvent absents de l'énoncé des propositions mathématiques et lorsqu'ils sont utilisés, ce n'est pas toujours de manière correcte. De nombreux symboles mathématiques (comme $=, \neq, \in, \notin, \forall, \exists, \forall$) sont employés à l'intérieur d'une phrase rédigée.

De façon générale, les candidats n'exploitent pas suffisamment les résultats obtenus dans les questions précédentes. *A contrario*, beaucoup de candidats utilisent des résultats qu'il s'agit de démontrer dans les questions suivantes. Nous recommandons de bien lire le sujet de l'épreuve. En outre, les candidats ont trop peu recours à un langage mathématique formalisé et à un lexique approprié. Ils ne vérifient que trop rarement les hypothèses avant d'appliquer une propriété. Trop souvent, les candidats justifient leurs affirmations par des arguments approximatifs introduits par « il est facile de voir que... », « il est clair

que... » ou encore « forcément... », mais pas de manière mathématique et rigoureuse en citant explicitement les définitions ou les théorèmes utilisés. De nombreuses réponses apportées par les candidats sont longues et imprécises. Cela donne souvent l'impression que le candidat souhaite écrire le plus possible pour augmenter ses chances de fournir un élément attendu par le jury. En outre, de nombreuses copies montrent un niveau de langue très insuffisant (orthographe et syntaxe). Nous rappelons que la rédaction doit être argumentée, rigoureuse et claire.

Problème 1

Les candidats ont en général bien réussi le cryptage des messages.

Une partie non négligeable des candidats montre une fragilité certaine en arithmétique : confusion entre le fait de diviser et celui d'être divisible, identification de la fraction $\frac{a}{b}$ avec le quotient de la division euclidienne de a par b , confusion entre la division euclidienne de n par p avec « p divise n », utilisation de « si p divise le produit ka alors p divise a ou p divise k » sans hypothèse supplémentaire... Les calculs sur les congruences sont peu maîtrisés et très mal justifiés (en particulier, la division de deux membres d'une congruence, la confusion entre égalité et congruence).

Peu de candidats utilisent de manière pertinente l'énoncé « si une application entre deux ensembles finis de même cardinalité est injective ou surjective, alors c'est une bijection ». En outre, il y a souvent, à la lecture des copies, une confusion entre « cardinal » d'un ensemble et « dimension » d'un espace (B.X.3). Peu de candidats ont traité la question B.VIII.1. La propriété « une partie non vide de \mathbb{N} admet un plus petit élément » semble être mal connue.

Peu de candidats ont traité la question B.VIII.4 concernant l'écriture d'un algorithme ; cette question semble avoir été évitée. En outre, lorsque la question a été traitée, les candidats ont choisi une boucle « pour » plutôt qu'une boucle « tant que ».

Concernant la question B.IX, les candidats n'apportent que peu de réponses concluantes, lorsque cette question est abordée, pour montrer que $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ est un groupe cyclique et pour en trouver un générateur.

Enfin, la composition de fonctions n'est pas maîtrisée par de nombreux candidats ; beaucoup font la confusion entre le produit de fonctions et la composition (C.XV.2) avec une mauvaise écriture des puissances.

Problème 2

Les définitions (point constructible, nombre constructible, polygone régulier) n'ont pas été bien lues et assimilées par les candidats. Lorsqu'elles semblent avoir été lues, les candidats ne les utilisent pas à bon escient. En particulier, beaucoup de candidats n'ont pas compris ce que le jury attendait d'eux : la constructibilité d'un point n'est que très rarement justifiée à partir, le cas échéant, de points déjà construits. Aussi, même si les programmes de construction sont correctement rédigés, les candidats ne démontrent que très rarement que les constructions qu'ils proposent correspondent aux objets géométriques demandés. Les constructions géométriques sont très mal réalisées ; beaucoup de candidats ne semblent pas avoir à leur disposition leur matériel de géométrie (règle, compas).

De nombreux candidats ont confondu le point de coordonnées $(x ; 0)$ et le réel x . Les notations de géométrie élémentaire ne sont pas maîtrisées : point, segment, demi-droite, droite, longueur.

Le théorème de Thalès est bien utilisé (A.IV.3).

Les calculs sur les nombres complexes sont très diversement maîtrisés. Peu de candidats se montrent capables de résoudre l'équation $z^n = 1$. Beaucoup se contentent de donner les solutions $(e^{\frac{i2k\pi}{n}})$ sans faire la résolution, ni même préciser les valeurs possibles pour k . Enfin, la somme des racines n -ième de l'unité (dans le problème, n était égal à 5) ne semble pas être un résultat connu.

La réussite aux **épreuves écrites** nécessite que la préparation des candidats prenne en compte les éléments suivants :

- maîtriser et énoncer avec précision, lorsqu'elles sont utilisées, les connaissances mathématiques de base, indispensables à la prise de recul sur les notions enseignées ;

- rédiger clairement et de manière rigoureuse une démonstration simple, ce qui est une composante essentielle du métier de professeur de mathématiques ;
- exposer avec toute la précision voulue, en mentionnant clairement les étapes successives, les raisonnements, plus particulièrement ceux qui relèvent du collège ou du lycée.

On rappelle aussi l'importance du respect des notations, de la nécessité de conclure une argumentation, mais aussi l'intérêt de la lisibilité d'une copie.

4 Analyse et commentaires : épreuves orales

Les épreuves orales visent à apprécier les qualités des candidats en vue d'exercer le métier d'enseignant. Ainsi, il s'agit non seulement de faire la preuve de ses compétences mathématiques, mais également de montrer sa capacité à les transmettre, à en illustrer la portée par des exemples bien choisis et, plus généralement, à susciter l'intérêt des élèves pour la démarche scientifique. Compte tenu de la complexité du métier d'enseignant, les attentes du jury sont multiples et l'évaluation des candidats prend en compte des critères nombreux et variés. Une certaine connaissance des programmes, une bonne gestion du temps, une élocution claire, un niveau de langue adapté et une attitude d'écoute sont des atouts essentiels. Le niveau mathématique et les qualités de communication, qui ne peuvent être considérés séparément, jouent un rôle déterminant dans la note attribuée. Lors de l'évaluation de ces épreuves orales, le jury est plus particulièrement attentif aux critères suivants :

- Maîtrise (compétences mathématiques)
- Organisation et clarté (compétences pédagogiques)
- Pertinence et niveau (compétences mathématiques et pédagogiques)
- Réactivité (compétences mathématiques et professionnelles)

Les recommandations formulées dans les rapports du jury des dernières sessions demeurent largement valables. Comme pour tout concours, une préparation soigneuse de chacune des épreuves en amont de celles-ci est indispensable et reste le meilleur gage de réussite.

4.1 Mise en situation professionnelle

La première épreuve orale d'admission est l'épreuve de mise en situation professionnelle. Le candidat choisit un sujet de leçon, parmi deux qu'il a tirés au sort. Après un temps de préparation d'une durée de deux heures et demie, le candidat a un oral d'une durée maximale d'une heure avec le jury. Cet oral débute par l'exposé d'un plan d'étude détaillé de la leçon choisie (durée maximale de vingt minutes), se poursuit avec le développement par le candidat d'une partie de ce plan choisie par le jury et s'achève par un entretien avec le jury portant sur ce développement ou tout autre aspect en lien avec le sujet traité.

Les attentes du jury sont définies par le texte de l'arrêté définissant l'épreuve d'admission qu'il convient de connaître. On cherche à évaluer la capacité du candidat à maîtriser et à organiser les notions correspondant au thème proposé par le sujet, à les exposer avec clarté dans un langage adapté, puis à prêter aux questions posées par le jury toute l'attention souhaitable et enfin à répondre à ces questions de façon convaincante, tant d'un point de vue mathématique que didactique ou pédagogique, et avec une bonne aisance, y compris en termes de communication et de clarté d'expression. La posture adoptée par le candidat doit naturellement exclure l'arrogance, la provocation et l'impatience. Une très bonne maîtrise de la langue française, tant à l'écrit qu'à l'oral, est aussi attendue. Les éléments qui viennent d'être évoqués entrent pour une part importante dans l'évaluation.