

# COMMENTAIRES

## • Commentaires généraux

- Une première remarque importante : les correcteurs ont signalé à plusieurs reprises un nombre important de copies mal ordonnées, mal présentées (la rédaction de la copie ne doit pas occasionner un jeu de piste pour l'examinateur), **les étudiants doivent s'appliquer à présenter une copie claire et propre.**

- Il semble judicieux d'éviter d'utiliser des expressions telles que "il est trivial que ", " par une récurrence immédiate ", etc... rappelons que toute proposition énoncée dans une copie se doit d'être démontrée.

- Les quatre exercices constituant le sujet permettaient de parcourir les parties les plus classiques du programme de deuxième année de classe préparatoire MP.

Nous avons été déçus par le trop grand nombre d'étudiants qui ne maîtrisent pas les notions de base d'algèbre linéaire, d'analyse et qui espèrent venir à bout du sujet grâce à des recettes toutes faites.

Nous constatons aussi une grande maladresse dans les calculs (parfois très simples) qui sont très rapidement abandonnés.

- Enfin, notons une nouvelle fois que les examinateurs ne goûtent guère des arguments bidons ou fallacieux pour arriver à toute force au résultat annoncé dans l'énoncé.

## • Commentaires exercice par exercice

### Exercice 1

**1.** Le problème en 0 est souvent mal identifié ou mal réglé : la continuité en 0 n'entraîne pas la continuité sur  $[0, 1]$ , puisque  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ , on peut prolonger  $f$  par continuité en 0, etc...

**2.** Beaucoup de candidats voient ici une série alternée en affirmant que «  $x \ln(x) > 0$  pour tout  $x \in [0, 1]$  », d'autres s'intéressent à la convergence de la suite de fonctions  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  au lieu de celle de la série de fonctions.

Les croissances comparées ne sont pas maîtrisées par un trop grand nombre de candidats.

**3.** Question simple, pas toujours proprement traitée. L'énoncé de la définition de  $\varphi$  en tant que fonction continue est rarement bien compris.

**4.** Souvent, la représentation graphique est fausse, il semble que les étudiants ne sachent plus effectuer correctement le tracé d'une courbe représentative d'une fonction avec ses tangentes : l'interprétation de  $\lim_{t \rightarrow 0} \varphi'(t) = -\infty$  est souvent erronée.

**5.** De nombreuses confusions entre convergence normale et uniforme. Le lien entre la question 3.

et cette question n'est pas toujours clairement mentionnée. On voit trop souvent des normes infinies nulles ou négatives...

**6.** Cette question est très classique, nous regrettons qu'elle soit souvent mal rédigée tant pour l'ensemble de définition de la fonction  $\Gamma$  que pour le calcul de  $\Gamma(n + 1)$  : oubli que la continuité de la fonction à intégrer est un préalable à tout travail ultérieur, problème pour étudier la convergence en 0, théorème d'intégration par parties sur un intervalle très peu cité correctement. Trop de candidats obtiennent que  $\Gamma(n + 1) = n \Gamma(n)$  et s'arrêtent là.

**7.** Les hypothèses du changement de variable sont ignorées et le calcul est rarement mené à son terme. Il est dommage que les étudiants négligent une telle question qui, avec des calculs menés correctement, devrait donner à tous les points impartis.

**8.** Les étudiants parlent du théorème d'intégration terme à terme, alors qu'il y en a deux dans le cours : au correcteur de choisir celui qui s'applique...et pourtant, l'énoncé avait bien préparé l'utilisation de celui du cours sur les séries de fonctions continues sur un segment.

**9.** Question presque jamais traitée...

## Exercice 2

**1.**

**1.1.** Ce théorème très classique est trop souvent mal cité, avec des hypothèses incomplètes ou farfelues. Là encore, il est dommage que plus de la moitié des candidats n'ont qu'une vague idée de ce théorème.

**1.2.** Question rarement bien traitée : nous avons trop souvent vu :  $f \in \mathcal{L}(E)$  et donc  $f(0) = 0$  et par suite, 0 est valeur propre de  $f$ .

**1.3.** Confusion entre "être en somme directe" et "être supplémentaire". L'implication "orthogonaux  $\implies$  somme directe" ne semble pas automatique.

**1.4. et 1.5.** Certains pensent traiter la question sans jamais évoquer que les espaces propres sont orthogonaux entre eux. Il y a beaucoup de confusion liée au fait que  $k$  est différent de  $n$  : trop de candidats supposent implicitement que  $f$  possède  $n$  valeurs propres simples.

**1.6 et 1.7** Questions souvent rédigées de façon peu rigoureuse.

**2.**

**2.1.** Les candidats doivent réfléchir à ce qu'ils écrivent : par exemple,  $f(p_i)$  n'a aucun sens...

Sinon, l'équivalence est en général bien traitée.

**2.2.** Le théorème de projection orthogonale ou le fait que la distance n'est atteinte qu'en un unique point ne sont que très rarement évoqués. Le mot "théorème" serait-il tabou ?

**3.**

**3.1.** Trop de candidats oublient de mentionner que leurs arguments sont valables uniquement parce que l'on se trouve dans une base orthonormale.

**3.2. et 3.3.** Pour ceux qui ont calculé le polynôme caractéristique de la matrice  $A$  rappelons que celui-ci est de degré  $n$  lorsque  $A$  est de taille  $n \times n$  et que tous les calculs pour l'obtenir doivent figurer sur la copie.

**3.4.** Pas de problème.

**3.5.** Beaucoup d'étudiants ont confondu  $E_2$  et  $E_1$  : l'énoncé disait pourtant clairement que l'on notait  $E_j$  le sous-espace propre associé à la valeur propre  $\lambda_j$ .

**3.6. 3.7. et 4.** Questions peu traitées.

### Exercice 3

**1.** Les correcteurs souhaitaient un DSE de  $t \mapsto G_X(t)$  pour  $t \in \dots$  : ils ont été très décus.

Comme dit un correcteur : le fait qu'une formule nécessite des hypothèses semble un mystère.

**2.** C'est du cours et en général su.

**3.** Pas de problème.

**4.** L'unicité n'est que très rarement justifiée (ou "par identification" !) et certains candidats trouvent même pour la variable aléatoire  $Y$  des probabilités négatives !

**5.** Question peu traitée, sans penser à  $G_S$ .

**6.** La loi géométrique est en général trouvée mais la variance reste méconnue. La encore des variances négatives sont obtenues sans remarque des candidats.

### Exercice 4

**1.** De trop nombreux candidats n'arrivent pas à déterminer le nombre d'éléments de la famille  $\mathcal{B}$  et ne connaissent pas la dimension de  $\mathbb{R}_n[X]$ .

**2.**

**2.1.** Sans problème.

**2.2.** Souvent la dimension du noyau est fausse. Certains candidats parlent d'hyperplan en oubliant que la forme linéaire doit être non nulle.

**3.**

**3.1.** Rédaction souvent très approximative.

**3.2.** On remarque que la propriété  $\text{Im}(\varphi) = \text{Vect}(\varphi(1), \varphi(X), \dots, \varphi(X^n))$  est très peu connue de la majorité des candidats.

**3.3. et 3.4.** très peu traités et souvent avec un grand manque de rigueur.

**4.**

**4.1.** Même si la réponse à cette question est donnée dans la question suivante, le candidat se doit de donner une justification de tout ce qu'il écrit sur sa copie.

**4.2. et 4.3.** Questions rarement traitées.