

1/ THÈME DE L'ÉPREUVE

Ce sujet proposait un exercice de probabilité avec une question de cours suivi d'une application et de la recherche d'équivalent en utilisant une somme de Riemann.

Un deuxième exercice proposait de rechercher des solutions développables en série entière d'une équation différentielle du second ordre et faisait travailler l'étudiant autour des espaces de solutions. Il terminait par une question sur les recollements.

Ensuite, un problème permettait de déterminer la valeur de la somme $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$ par différentes méthodes, utilisant notamment les intégrales de Wallis, des séries entières et des théorèmes classiques d'analyse : intégration terme à terme, continuité et dérivation des fonctions définies par une intégrale sur un intervalle.

2/ REMARQUES GÉNÉRALES

Le texte était clair, précis et assez court. Il contenait des situations classiques rencontrées tout au long des deux années de classes préparatoires. Il ne présentait pas de véritables difficultés pour un étudiant qui a travaillé régulièrement. Toutefois, on peut noter que les deux exercices ont été mal ou peu traités. La moyenne générale des notes obtenues semble décevante dans l'absolu car les deux exercices ont déçu (surtout le deuxième), mais les élèves ont travaillé "crescendo" en se montrant nettement plus compétents dans le problème.

Les hypothèses des théorèmes utilisés doivent être connues et précisées au cours de la démonstration.

- La rédaction doit être claire et rigoureuse.
- La présentation de la copie doit être soignée.
- Les résultats doivent être mis en évidence, c'est-à-dire soulignés ou encadrés.

La structure des sujets qui proposent un ou deux exercices en plus d'un problème permet aux concepteurs de mieux balayer l'ensemble du programme, aucun chapitre ne doit être oublié.

Le fil directeur est de proposer des sujets qui récompensent les candidats qui auront travaillé leur cours et refait des exercices dits « classiques ». Ainsi un candidat de niveau moyen et qui a travaillé doit pouvoir obtenir la moyenne au moins.

Suite aux deux exercices de moyenne faible, la moyenne brute de ce sujet est de 10.11 avec un écart-type important de 4.53, ce qui a permis de bien classer les candidats.

3/ REMARQUES DÉTAILLÉES PAR QUESTION

EXERCICE I

- Q1.** La limite de $nP(X > n)$ a posé souci alors qu'il s'agit d'une question de cours.
- Q2.** Loi de probabilité : assez bien traitée dans l'ensemble mais les résultats ne sont pas toujours justifiés.
- Q3.** La somme de Riemann n'est pas toujours reconnue et la mention de l'hypothèse de continuité de la fonction fait souvent défaut. Par la suite, les candidats font malheureusement l'erreur classique de soustraire des équivalents.

EXERCICE II

- Q4.** Très peu de candidats ont donné une justification correcte de la dimension.
Par ailleurs, il est étonnant de voir des équations caractéristiques alors que les coefficients ne sont pas constants.
- Q5.** Question très souvent traitée mais beaucoup d'erreurs en ce qui concerne l'identification des termes de rang 0 ou 1. Le DES de la fonction f est bien donné.
- Q6.** Trop d'erreurs. $S_I(E)$ est parfois décrit comme un espace vectoriel.
Peu de candidats pensent à chercher une base de $S_I(H)$ puis d'en déduire $S_I(E)$.
- Q7.** Résultat parfois deviné mais très rarement justifié.

PROBLÈME

- Q8.** Question en général bien traitée même si quelques-uns tentent des changements d'indice non valides.

Partie I

- Q9.** Cette question très classique concernant les intégrales de Wallis est généralement bien menée si la dérivée de $x \mapsto (\sin x)^{n+1}$ est correcte.

Q10. Beaucoup d'erreurs ici, que ce soit sur la connaissance des DSE du cours ou sur les simplifications du produit. De plus, un tel développement doit toujours être accompagné d'un domaine de validité malheureusement parfois oublié. Enfin, quelques candidats donnent les résultats sans aucune justification.

Q11. Le lien avec la question précédente a souvent été vu mais l'absence de justification a pénalisé les candidats.

Q12. Cette interversion série-intégrale a été largement maltraitée : annonce de convergence uniforme ou normale sans démonstration, majoration fallacieuse, voire, dans un nombre non négligeable de copies, interversion sans aucune vérification.

Q13. En général bien traitée quitte à avoir admis les résultats précédents. Cependant, quelques candidats réutilisent le résultat admis en Q8 au lieu de comprendre que le but était de la démontrer.

Partie II

Q14. Le DSE est su mais, comme pour la Q12, l'interversion série-intégrale a souvent posé problème.

Q15. Le théorème de continuité est dans l'ensemble connu même si on croise quelques résultats surprenants comme l'intégrabilité de $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ en 0.

Q16. Contrairement à la question précédente, le caractère C^1 a été largement maltraité : dérivée selon t , majoration qui dépend de x , majoration clairement fausse, voire oubli de l'hypothèse de domination sur la dérivée.

Des confusions entre l'intervalle $]0, 1[$ et l'intervalle d'intégration $]0, +\infty[$.

Il faut noter parfois des erreurs de calculs dans la dérivée partielle.

Q17. Des erreurs surprenantes concernant l'addition de deux fractions. Lorsqu'il est entrepris, le calcul de l'intégrale est plutôt bien réalisé même si les justifications sont parfois lacunaires.

Q18. Le calcul de $f(1)$ est bien réalisé avec des méthodes variées (primitive direct, IPP, changement de variable). En revanche, le lien avec ce qui précède a posé plus de difficultés. Peu de candidats précisent que $f(0) = 0$ pour la fin du calcul.

4/ CONCLUSION

L'attention des candidats est attirée par le fait que les sujets de mathématiques nécessitent une connaissance très précise des points fondamentaux du cours.

Sont ainsi valorisés :

- l'apprentissage du cours et en particulier les démonstrations des points importants, les exercices et exemples de base,
- les qualités de rigueur et de clarté d'exposition que l'on peut attendre d'un futur ingénieur,
- le soin apporté à la présentation de son travail.

Voici quelques conseils pour les futurs candidats :

1. Éviter d'essayer « d'escroquer » les correcteurs en « trafiquant les calculs » ; ceci indispose fortement le correcteur.
2. Chaque hypothèse d'une question doit être utilisée et le candidat doit écrire sur sa copie à quel moment cette hypothèse est utile.
3. Certaines réponses peuvent tenir en une ou deux lignes.
4. Citer TOUS les théorèmes utilisés et rappeler sur le moment toutes les hypothèses utiles, même si elles figurent quelques lignes plus haut ou à la question précédente.
5. Numéroter les copies et les rendre dans le bon ordre.
6. Commencer l'épreuve par une lecture « diagonale » du sujet ; vous pourrez ainsi mieux vous imprégner du texte.
7. C'est perdre son temps que de recopier l'énoncé avant chaque réponse.
8. Prendre le temps de bien comprendre la question avant de répondre.
9. Soigner la présentation.
10. Éviter, dans une démonstration, d'utiliser le résultat qui doit être prouvé.