

## 4.2 Seconde épreuve écrite

Le sujet était constitué de deux problèmes.

### Problème 1

Le problème 1 portait sur l'étude de suites récurrentes linéaires d'ordre 3.

#### Partie A

**Question I.** Le symbole \$ est très souvent oublié ou apparaît parfois inutilement devant la lettre de la colonne.

**Question II.** Il était particulièrement maladroit de choisir la lettre  $a$  pour désigner la valeur constante de la suite.

Certains raisonnements sont ambigus, au point qu'il est difficile de deviner la pensée du candidat, par exemple lorsque celui-ci entreprend de montrer que si la suite est constante et vérifie la relation alors elle est constante...

#### Partie B

**Question III.1.** Cette question s'est révélée discriminante quant à la maîtrise des quantificateurs et à la distinction entre condition nécessaire et condition suffisante.

Alors que ce mode de raisonnement ne peut s'appliquer ici on a rencontré des tentatives de récurrence.

**Question III.2.** La recherche de  $\lambda$  a souvent abouti à des absurdités ou a dérouté les candidats qui se sont perdus dans leur calcul. D'autres partent des relations données puis tournent en rond sans raisonner par équivalences.

**Question III.3.** Cette question a été très mal réussie, beaucoup de candidats n'ayant pas compris le lien entre  $u_n$  et  $v_n$ . Le système de deux équations à deux inconnues n'a pas souvent été identifié.

#### Question III.4

Certains candidats font appel à l'équation caractéristique d'une relation de récurrence d'ordre 2, qui pouvait permettre de conclure.

L'hypothèse de récurrence forte est rarement bien rédigée.

**Question III.5.** Certaines écritures amènent à s'interroger sur la compréhension du concept de *combinaison linéaire*.

**Question IV.** Là encore, certains candidats partent de l'égalité à démontrer.

**Question V.1.** Il convient de distinguer la suite  $(u_n)$  de son terme général  $u_n$  en évitant de confondre ces deux notations. Certains candidats contournent la difficulté en rédigeant en français plutôt qu'en langage symbolique.

#### Question V.2

Cette question a été très peu traitée. La réponse « analyse synthèse » apparaît essentiellement dans les bonnes copies. Le raisonnement par équivalence est souvent invoqué.

#### Partie C

**Question VI.1.** Un nombre important de candidats se contentent d'écrire la relation sans la justifier.

**Question VI.2.** Il est ici souvent question, de façon abusive, de suite géométrique.

**Question VI.3.** Des candidats utilisent la règle de Sarrus pour calculer le déterminant de la matrice  $P$  plutôt que de développer selon une ligne ou une colonne.

L'utilisation de la calculatrice pour le calcul du déterminant et de l'inverse de  $P$  a permis à des candidats de gagner du temps.

**Question VI.4.** L'usage des pointillés en lieu et place d'un raisonnement par récurrence est assez fréquent.

**Question VI.5.** Dans beaucoup de copies, cette question a été finalisée dans le cadre de la question suivante.

**Question VI.6.** La plupart des candidats font des calculs sans penser à exploiter  $P^{-1}$  calculée précédemment.

**Question VII.** Cette question a été plutôt bien réussie.

**Question VIII.** La réponse a été rarement justifiée.

**Question IX.** Cette question était liée à la question VI.6.

**Question X.** Cette question du niveau terminale exigeait de lever une forme indéterminée en justifiant la limite obtenue de façon suffisamment rigoureuse.

**Question XI.** Lorsqu'elle est traitée cette question est plutôt réussie à quelques détails techniques près.

**Question XII.** Les arguments donnés sont souvent insuffisants.

#### Partie D

**Question XIII.1.** Il convenait de préciser le corps des scalaires de cet espace vectoriel.

**Question XIII.2.** Il fallait s'assurer que  $E_a$  est bien inclus dans l'ensemble des suites réelles.

**Question XIV.1.** Certains candidats se contentent d'écrire la définition d'une application linéaire.

**Question XIV.2.** La notion d'injectivité paraît mieux connue que celle de surjectivité. Cependant peu de candidats semblent avoir compris que de telles suites sont complètement déterminées par la donnée des trois premiers termes.

Certains candidats évoquent la bijection réciproque sans donner les justifications nécessaires. D'autres affirment qu'une application linéaire injective est surjective et donc bijective sans évoquer la dimension finie.

**Question XIV.3.** Il était indispensable de mentionner les caractères linéaire et bijectif de l'application.

**Question XV.** La justification reposait sur le fait que dans un espace vectoriel de dimension 3 une famille génératrice de 3 éléments est nécessairement une base.

#### Problème 2

Le problème 2 prenait appui sur une description de la radioactivité d'un noyau atomique à l'aide d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.

#### Partie A

**Question I.** Cette question a été bien réussie dans l'ensemble.

**Question II.** La demande d'une interprétation consiste à faire le lien entre le modèle mathématique et la situation étudiée. Cette question révèle des contresens et une mauvaise compréhension de l'énoncé.

**Question III.** Cette question est souvent bien traitée, même si certains candidats s'arrangent visiblement pour tomber sur le résultat attendu sans utiliser la définition d'une probabilité conditionnelle.

**Question IV.** Encore une fois, l'objet même de l'interprétation ne semble pas bien saisi.

**Question V.** La bonne compréhension de l'expression « sans mémoire » exige d'avoir remarqué que la probabilité conditionnelle étudiée est indépendante du temps  $t$ .

**Questions VI et VII.** Les définitions de l'espérance, de la variance et de l'écart-type sont connues. Les intégrations par parties sont relativement réussies mais beaucoup de candidats utilisent sans aucune précaution  $+\infty$  comme borne dans l'intégration par parties.

Les convergences sont souvent mal justifiées. Il convenait de mentionner que les fonctions sont de classe  $C^1$ .

#### Partie B

**Question VIII.1.** Il s'agissait de faire référence à la loi faible des grands nombres, mais cette question n'a pas toujours été bien comprise.

**Question VIII.3.** Cette question a donné lieu à des réponses diverses et variées, avec des confusions entre radioactivité et désintégration. Le terme « modélisation » est très peu employé.

**Questions IX.1 et IX.2.** La modélisation de la demi-vie et son calcul ont été fréquemment réussies.

**Question IX.3.** Même si l'énoncé fait apparaître des nombres entiers de jours, il ne fallait pas perdre de vue que l'on a toujours affaire à une loi continue.

**Question X.1.** Il s'agissait bien ici de refaire une démonstration du cours de terminale reposant sur la valeur en 0 de la dérivée de la fonction exponentielle.

Rappelons que l'expression ambiguë  $(\exp(0))'$  est à proscrire.

**Question X.2.** Cette question a été peu traitée.

Calculer une limite en faisant intervenir des équivalents exige une certaine rigueur.

**Question XI.1.** Cette question a été réussie dès l'instant où le candidat a utilisé que  $U$  suit la loi uniforme.

**Questions XI.2, XI.3.a, X1.3.b.** Ces questions peu traitées ont été assez bien réussies lorsqu'elles ont été abordées.

Les diagrammes suivants décrivent la réussite des candidats aux différentes questions de ce sujet.

