

- 35. Fonctions convexes.
- 36. Primitives, équations différentielles.
- 37. Intégrales, primitives.
- 38. Exemples de calculs d'intégrales (méthodes exactes, méthodes approchées).
- 39. Exemples de résolution d'équations (méthodes exactes, méthodes approchées).
- 40. Exemples de modèles d'évolution.
- 41. Problèmes dont la résolution fait intervenir un algorithme.
- 42. Différents types de raisonnement en mathématiques.
- 43. Exemples d'approche historique de notions mathématiques enseignées au collège, au lycée.
- 44. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.

## 4. Analyse et commentaires : épreuves écrites

### 4.1 Première épreuve écrite

Le sujet de la première épreuve écrite est constitué de deux problèmes indépendants.

Le premier problème est un questionnaire de type Vrai – Faux avec *réponses argumentées*, abordant successivement six thématiques au programme du concours (*Proportionnalité, Analyse, Arithmétique, Dénombrément-Probabilités, Géométrie, Algorithmique*). Il vise à évaluer les connaissances des candidats sur des notions élémentaires et aussi leur capacité à rédiger un argumentaire convaincant.

Le second problème traite de la dynamique des populations en présentant plusieurs modèles illustrés par un exemple.

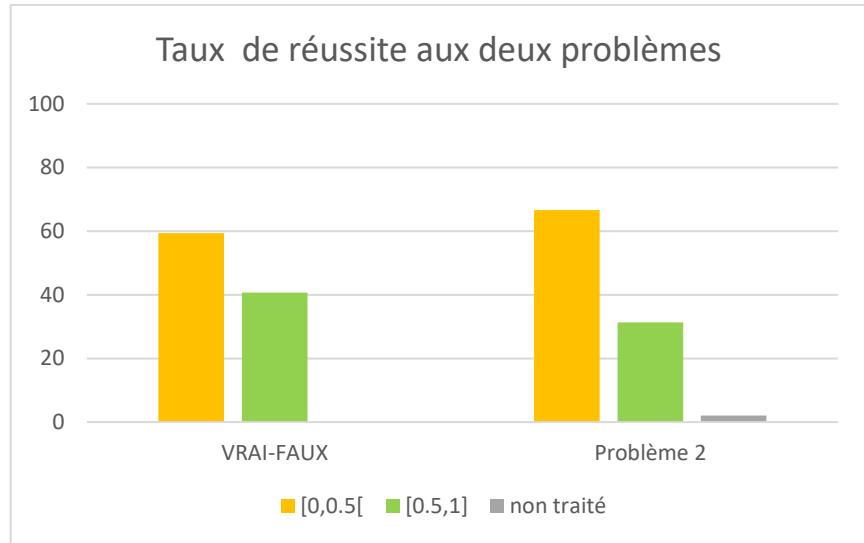
Concernant la rédaction, on constate une orthographe encore trop souvent mal maîtrisée, des phrases laconiques, contenant beaucoup d'informations implicites.

La maîtrise de la discipline se manifeste par une communication claire, argumentée et utilisant le langage mathématique dans tout son potentiel. Le jury déplore une utilisation inappropriée des symboles et des notations ou les quantificateurs sont le plus souvent absents. L'utilisation du langage mathématique et celle de la langue française devraient s'articuler selon les règles en vigueur (il convient par exemple d'éviter l'utilisation des quantificateurs en fin de phrase). La copie doit être rédigée avec soin et sans faute d'orthographe. Il ne s'agit pas de rendre un brouillon mais une copie aérée et agréable à lire.

Le manque de maîtrise du vocabulaire mathématique trahit souvent un défaut de compréhension des notions (confusion entre une fonction et l'ensemble de ses images, entre une suite et son terme général, etc.). Les relations entre les objets mathématiques sont mises à mal par certains candidats, ces derniers confondant appartenance et inclusion.

Rappelons ici, que le jury s'attend à des réponses complètes et non à des raccourcis du style « et ainsi de suite », notamment pour les démonstrations par récurrence. Les phrases du type « il est clair » ou « il est trivial » s'utilisent avec parcimonie et de manière adéquate. L'utilisation des raccourcis IPP ou TVI ou encore TFA est à proscrire. Les conditions d'application d'un théorème doivent être vérifiées.

Le graphique suivant, où les notes des candidats ont été ramenées sur 1, permet de comparer les notes obtenues aux deux problèmes.



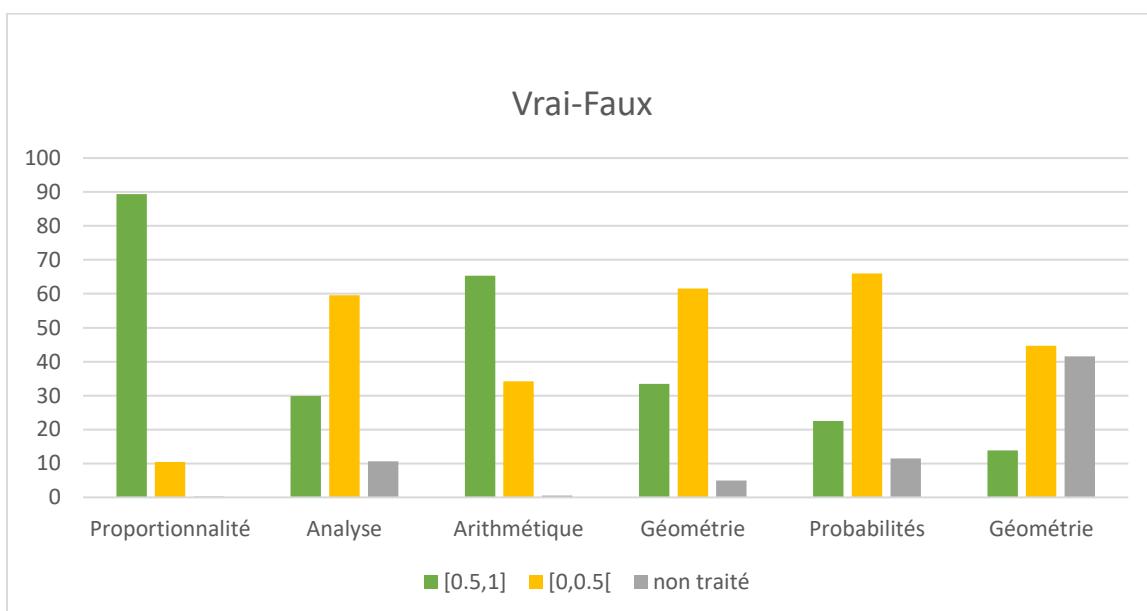
### PROBLEME 1 (Vrai-Faux)

Dans ce problème, il s'agit de répondre et d'argumenter la réponse donnée. Dans le cas contraire aucun point n'est attribué à la question.

Dans l'argumentation il convient d'utiliser les contre-exemples à bon escient, ce qui est en général le cas. Rappelons qu'un exemple même bien choisi ne saurait tenir lieu de démonstration. Toute erreur de logique est pénalisée. Par exemple, confondre contraposée et réciproque n'est pas acceptable.

La connaissance des nombres, indispensable à tout enseignant de mathématiques, n'est parfois pas à la hauteur des attendus. Ne pas connaître la définition d'un nombre décimal ou confondre nombre complexe et nombre irrationnel est naturellement sanctionné.

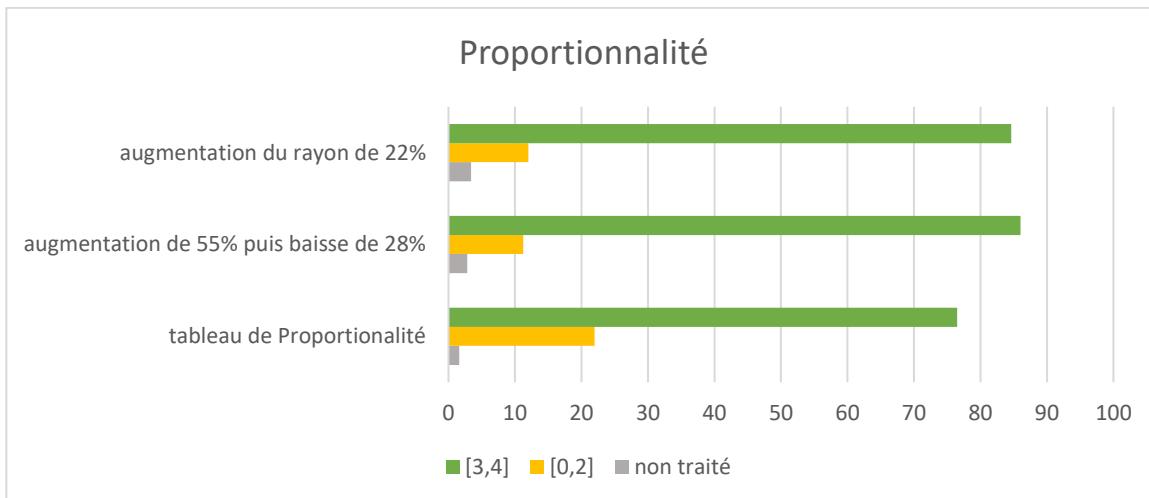
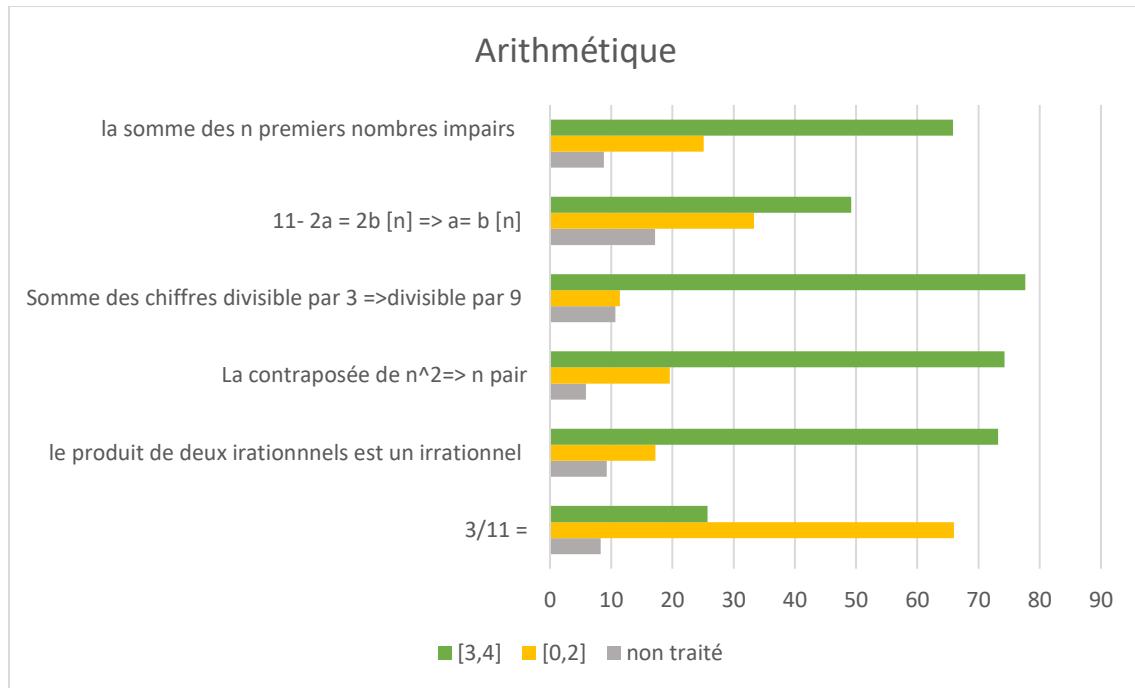
En ramenant les notes de chacune des parties du problème sur 1 on obtient les taux de réussite ci-dessous.



Les parties *Arithmétique* et *Proportionnalité* ont été abordées par presque tous les candidats et sont les mieux réussies malgré des erreurs de logique dans les réponses (confusions entre condition nécessaire et condition suffisante) et de mauvaises réponses sur les fractions (des affirmations fausses comme *une fraction est toujours un nombre décimal*). Le jury note que trouver la négation d'une affirmation est souvent délicat.

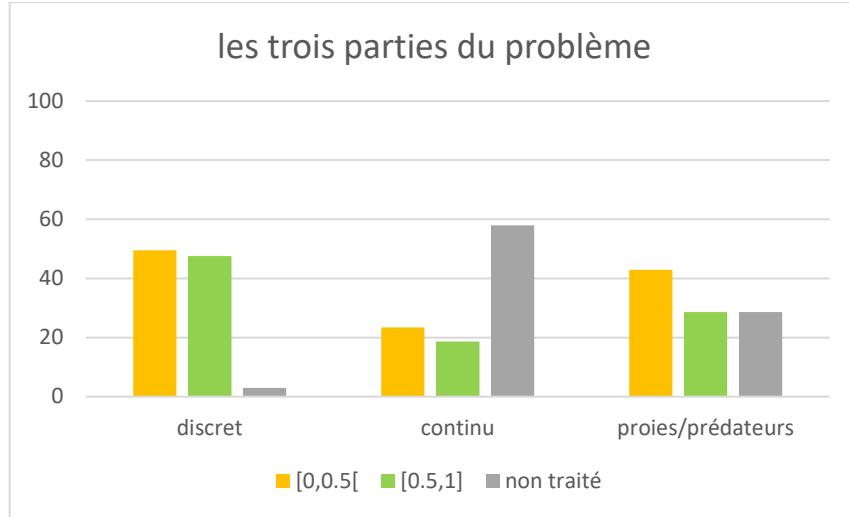
Les questions calculatoires sont les mieux réussies et des méthodes comme celle de l'intégration par parties semblent maîtrisées.

Les deux graphiques suivants permettent d'apprécier la réussite aux questions des parties *Arithmétique* et *Proportionnalité* (notes sur 4 points).



## PROBLEME 2 (des modèles de dynamique des populations)

2% des candidats n'ont pas du tout abordé ce problème.



Une grande majorité de candidats a abordé la première partie « le modèle discret dynamique » (3% ne l'abordent pas du tout).

La taille de la population étudiée est modélisée par une suite récurrente d'une population dont le comportement et la nature dépendent d'un paramètre réel.

Une première série de questions (questions 1 à 8) consiste en l'étude d'une famille de fonctions polynômes du second degré, dépendant d'un paramètre réel ( $0 < a < 1$ ). Celle-ci a été réussie par 60% des candidats qui ont bien compris l'enjeu de cette approche.

Dans la deuxième série de questions (questions 9 à 19) la valeur du paramètre est fixée ( $a = 5/2$ ). Seulement 40% des candidats traitent cette série jusqu'à la question 19.

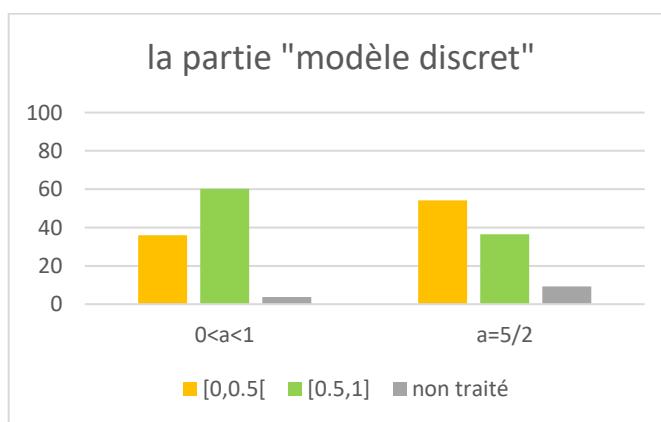
Les questions les moins bien traitées sont celle demandant une représentation graphique des premiers termes de la suite et celle d'algorithmique qui consiste à écrire une boucle.

Savoir utiliser les éléments de base de l'algorithmique est pourtant bien un attendu du concours.

On déplore que certains candidats confondent les points du plan et les valeurs de la suite.

La question 13 de cette première partie consiste à développer et à factoriser une expression. Parmi les 72% des candidats qui ont débuté la question seuls 45% d'entre eux la traitent correctement.

Le graphique suivant, où le nombre de points a été ramené à 1, synthétise la réussite sur la partie « modèle discret ».



La partie « modèle logistique continu » concerne la résolution d'une équation différentielle du premier ordre non linéaire. Cette partie a été traitée par 42% des candidats et seulement 12% des candidats comprennent la problématique de cette partie en répondant à la question sur la prédiction du modèle.

La dernière partie aborde le modèle « proie-prédateur » en faisant appel à des notions d'algèbre linéaire. Elle a été abordée par un peu plus de 70% des candidats et plus de la moitié des candidats qui l'ont traitée réussissent à obtenir plus de la moitié des points dédiés à cette partie.

Dans l'ensemble du problème, la technique de démonstration par récurrence est attendue à trois reprises dans des cadres différents : On y retrouve les erreurs classiques de rédaction (position erronée du « *pour tout n* » dans la démonstration ; l'implication *pour tout k*,  $P(k) \Rightarrow P(k+1)$ , non montrée pour tout  $k$ ). Le jury note une progression dans la maîtrise de cette technique de démonstration puisque que parmi les candidats ayant débuté la première question sur la récurrence (question 2) 80% y répondent correctement.

Ce pourcentage diminue pour les deux autres questions (24b et 28) mais reste au-dessus de 60% des candidats ayant répondu à la question.