

- « Si le déterminant d'un système de trois équations à trois inconnues est nul, alors le système ne possède aucune solution. »

Le raisonnement par récurrence met encore en difficulté de nombreux candidats. En particulier, la récurrence double de la question A.I.3 du second problème a été peu réussie, beaucoup de candidats se contentant d'une récurrence simple. On constate aussi des raisonnements par récurrence dans lequel l'hypothèse de récurrence n'est pas utilisée et d'autres où l'on admet le résultat que l'on souhaite démontrer.

La gestion des indices est perfectible dans beaucoup de copies ; ainsi la partie A du premier problème a révélé de nombreuses erreurs d'écriture : par exemple, pour écrire  $L_k(a_i)$  sous forme d'un produit, il est nécessaire d'utiliser un indice muet que l'on ne peut noter ni  $i$ , ni  $k$ .

Pour finir, le calcul du maximum de la valeur absolue de  $f(x)=x(x-\pi)(x-\frac{\pi}{2})$  sur  $[0,\pi]$ , nécessaire pour répondre à la question C.I.3. du premier problème, a rarement été correctement mené. Beaucoup de candidats se contentent de chercher les points critiques de cette fonction. D'autres font le tableau de variations mais ont négligé de calculer la valeur (négative) de  $f$  en l'un des points critiques, négligeant de ce fait la valeur absolue.

Le sujet de la **deuxième épreuve** était composé de deux problèmes. Dans le premier problème, on étudiait l'évolution de la température d'un mélange de deux liquides. La première partie traitait d'une méthode de résolution approchée, la méthode d'Euler, la deuxième partie de la résolution exacte de l'équation différentielle modélisant cette évolution et la troisième partie établissait un lien entre les deux. La première partie, qui peut être une activité de classe proposée en lycée, requérait l'expression de formules à introduire dans une feuille de calcul tableur pour obtenir une valeur approchée de la température cherchée, puis l'écriture d'un algorithme permettant d'obtenir une telle valeur approchée à partir de la donnée de la valeur initiale et du nombre de subdivisions de l'intervalle d'étude. La deuxième partie demandait d'énoncer un résultat classique – solution d'une équation différentielle du premier ordre –, avant de résoudre de façon exacte le problème posé. La troisième partie proposait une étude de la convergence de la méthode d'Euler par le biais d'une suite arithmético-géométrique.

Le second problème étudiait plusieurs expériences aléatoires de tirages successifs d'une boule dans une urne selon un même protocole utilisé tout au long du problème. Dans la première partie, on demandait l'étude de deux expériences aléatoires, telle qu'elle pourrait être proposée en lycée avec les outils disponibles à ce niveau. La deuxième partie proposait une généralisation des résultats obtenus dans la première partie pour mettre en perspective des notions au programme de l'enseignement secondaire.

Ces deux problèmes ont été conçus pour permettre d'apprécier, outre les qualités scientifiques du candidat, son aptitude à se placer dans une optique professionnelle.

Le jury a prêté une attention particulière aux compétences suivantes.

- *Écrire une formule tableur*

28 % des candidats ont su écrire une formule dans une feuille de calcul tableur répondant à la question A.IV.1. du problème 1 ; 45 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète ; 27 % n'ont pas abordé la question. Ces données montrent une maîtrise insuffisante des compétences liées au tableur attendues au lycée ; l'adressage relatif avec utilisation du « dollar » est inconnu d'un nombre trop important de candidats, alors même qu'il s'agit d'une compétence attendue d'un élève de première. Une telle méconnaissance empêche ces candidats d'adopter l'attitude professionnelle que l'épreuve est censée juger.

- *Écrire un algorithme*  
28 % des candidats ont su écrire l'algorithme demandé dans la question A.V.1. du problème 1 ; 27 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète ; 45 % n'ont pas abordé la question, ce dernier taux étant identique à celui recensé pour la même compétence en 2015. Trop peu nombreux sont les candidats qui savent ensuite programmer l'algorithme sur leur calculatrice pour fournir la réponse attendue à la question A.V.2. du problème 1.
- *Modifier un algorithme*  
22 % des candidats ont su modifier l'algorithme proposé dans la partie A.III. du problème 2 pour répondre à la question A.III.2. de ce problème ; 49 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète ; 29 % n'ont pas abordé la question. Comme en 2015, on a pu relever des erreurs fréquentes lors de l'initialisation des variables, les compteurs sont rarement traités correctement, avec une place souvent fort aléatoire. Par ailleurs, le tirage au sort d'une nouvelle boule a été fréquemment placé en dehors de la boucle.
- *Rédiger un raisonnement par récurrence*  
35 % des candidats ont rédigé correctement au moins un raisonnement par récurrence – question B.I.3.b (question de cours) ou question B.II.4.a. ou encore question B.IV.3. du problème 2 – ; 18 % montrent une maîtrise insuffisante d'un tel raisonnement ; 47 % des candidats n'ont pas abordé ces questions. Trop fréquemment, le raisonnement par récurrence n'est pas initialisé au bon rang. Par ailleurs, une fois l'hérédité prouvée, les candidats omettent généralement de conclure, et s'ils concluent, ce n'est que rarement quantifié et sans tenir compte du rang de l'initialisation.
- *Restituer une question de cours*  
20 % des candidats ont présenté correctement la question de cours demandée dans la question B.I.3. du problème 2, question relative aux probabilités conditionnelles ; 50 % l'ont traitée de façon incorrecte ou incomplète ; 30 % n'ont pas abordé la question.

Dans l'ensemble des copies, des compétences ont été régulièrement manifestées. Les outils probabilistes des programmes du lycée sont mis en œuvre avec pertinence – établir un arbre pondéré, déterminer une loi de probabilité, calculer une espérance –, l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev est relativement connue, les suites arithmético-géométriques sont manipulées avec aisance, la solution attendue pour le problème de Cauchy est correctement exhibée. Compréhension et interprétation d'un algorithme sont également des compétences régulièrement repérées.

On peut cependant regretter que la question de cours figurant dans le problème 2 ait rarement été bien traitée, la condition d'existence des probabilités conditionnelles étant généralement omise. On note des confusions fréquentes entre expérience aléatoire et événement, événement et variable aléatoire, événement et probabilité. Si la formule des probabilités totales semble connue, elle est appliquée de façon implicite ; la mise en place d'un système complet d'événements est généralement omise. L'interprétation de l'espérance demandée dans la partie A du problème 2 s'est avérée souvent farfelue, très fréquemment erronée, ou peu explicitée en fonction de l'expérience aléatoire en jeu, la notion même de moyenne ne semblant pas parfaitement acquise.

On peut aussi s'étonner de la difficulté pour nombre de candidats d'exhiber l'équation réduite de la droite  $D_k$  dans la partie A du problème 1, avec une formalisation souvent incorrecte.

Dans les conduites de calculs, on note une maîtrise trop sommaire des quantificateurs, voire une absence de quantificateurs, et des problèmes récurrents dans la gestion des indices, notamment lorsque des changements sont à opérer dans les sommes : on ne peut se satisfaire, dans une conclusion, des premier et dernier termes séparés par des pointillés.

Par ailleurs, dans le problème 1, les candidats concluent souvent à une égalité avec des valeurs approchées, quand d'autres semblent composer sans disposer d'une calculatrice. Dans le problème 2, les calculs un peu longs sont rarement menés à leur terme.

De façon générale, les candidats vérifient trop rarement les hypothèses avant d'appliquer une propriété et si les calculs de limites sont relativement bien réussis, à l'exception de la limite de  $(1 - 0,12/n)^n$  en  $+\infty$  – expression trop souvent traitée comme le terme général d'une suite géométrique –, en revanche l'existence de ces limites est très mal justifiée, voire pas du tout évoquée. Lorsqu'il est mentionné, le critère de convergence d'une suite géométrique s'énonce de façon quasi-systématique avec la seule comparaison à 1 de la raison.

Des démonstrations attendues dans le cas général sont fréquemment conduites dans des cas particuliers.

Enfin, la compétence *communiquer* ne se résume pas à « s'exprimer avec clarté et précision à l'oral et à l'écrit ». Le candidat doit veiller à communiquer ce qu'il a fait, ce qu'il fait, ce qu'il va faire, dans quel but... autant dans la conduite d'un calcul que d'un raisonnement.

La réussite aux **épreuves écrites** nécessite que la préparation des candidats prenne en compte les éléments suivants :

- maîtriser et énoncer avec précision, lorsqu'elles sont utilisées, les connaissances mathématiques de base, indispensables à la prise de recul sur les notions enseignées ;
- rédiger clairement et de manière rigoureuse une démonstration simple, qui sera une composante essentielle du métier de professeur de mathématiques ;
- exposer avec toute la précision voulue, en mentionnant clairement les étapes successives, les raisonnements, plus particulièrement ceux qui relèvent du collège ou du lycée.

On rappelle aussi l'importance du respect des notations, de la nécessité de conclure une argumentation, mais aussi l'intérêt de la lisibilité d'une copie.

### 3.2 Épreuves orales

Les épreuves orales visent à apprécier les qualités des candidats en vue d'exercer le métier d'enseignant. Ainsi, il s'agit non seulement de faire la preuve de ses compétences mathématiques, mais également de montrer sa capacité à les faire partager, à en illustrer la portée par des exemples bien choisis et, plus généralement, à susciter l'intérêt des élèves pour la démarche scientifique.

Compte tenu de la complexité du métier d'enseignant, les attentes du jury sont multiples et l'évaluation des candidats prend en compte des critères nombreux et variés. Une certaine connaissance des programmes, une bonne gestion du temps, la maîtrise des médias de communication, une élocution claire, un niveau de langue adapté et une attitude d'écoute sont des atouts essentiels. Le niveau mathématique et les qualités de communication, qui ne peuvent être considérés séparément, jouent un rôle déterminant dans la note attribuée. Lors de l'évaluation de ces épreuves orales, le jury est plus particulièrement attentif aux critères suivants :

- Maîtrise (compétences mathématiques)
- Organisation et clarté (compétences pédagogiques)
- Pertinence-Niveau (compétences mathématiques et pédagogiques)
- Réactivité (compétences mathématiques et professionnelles)