

3.2 Première épreuve écrite, option informatique

Le sujet de **la première épreuve d'admissibilité, option informatique**, était constitué de deux problèmes.

Le premier problème s'intéressait au problème du Sudoku. Une grille de Sudoku était représentée par une liste de 9 listes d'entiers de l'intervalle $\llbracket 0,9 \rrbracket$. Dans la première partie, quelques fonctions permettaient de procéder aux manipulations de base de cette structure. La deuxième partie proposait un algorithme naïf de résolution partielle du problème. La troisième partie proposait de résoudre dans tous les cas le problème en utilisant une procédure de *backtracking*.

Le deuxième problème s'intéressait au calcul de l'enveloppe convexe d'un nuage de points. Les premières questions permettaient de revisiter des algorithmes classiques comme la recherche d'un minimum. On passait ensuite à l'étude du tri bulle et du tri fusion. La deuxième partie proposait d'implémenter l'algorithme de Jarvis pour la recherche de l'enveloppe convexe. La troisième et dernière partie présentait l'algorithme de Graham-Andrew.

Le jury a été particulièrement attentif aux questions suivantes :

— *Question B.10 du premier problème.*

L'énoncé proposait le code Python d'une fonction, dont il s'agissait de corriger les erreurs. Environ 53 % des candidats ont traité correctement cette question, 37 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte, et 10 % n'ont pas traité la question. Environ 59 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée.

— *Question A.4 du deuxième problème.*

Il s'agissait d'écrire une fonction Python renvoyant l'index de l'élément d'une liste de points dont l'abscisse était minimale. Environ 31 % des candidats ont traité correctement cette question, 41 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte, et 27 % n'ont pas traité la question. Environ 43 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée.

— *Question A.8.a du deuxième problème.*

L'énoncé demandait le code Python d'une fonction réalisant la fusion de deux listes triées. Environ 13 % des candidats ont traité correctement cette question, 43 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte, et 44 % n'ont pas traité la question. Environ 24 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée.

— *Question A.8.c du deuxième problème.*

Il s'agissait de trouver, dans le cas le pire des cas et dans le meilleur des cas, la complexité du tri fusion sur une liste dont la taille était une puissance de 2. Environ 6 % des candidats ont traité correctement cette question, 28 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte, et 66 % n'ont pas traité la question. Environ 16 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée.

Cette épreuve a été plutôt bien réussie par les candidats. On remarque qu'une grande partie des candidats de l'option maîtrise bien les concepts de base de l'algorithmique et de la programmation abordés par les deux problèmes : gestion des conditionnelles, conception d'une fonction récursive, parcours

de tableau pour chercher un élément, etc. Les candidats réussissent bien à trouver les erreurs de programmation dans un programme.

En revanche, les candidats ont rencontré de grandes difficultés de raisonnement à propos de la correction ou de la complexité des algorithmes. Formuler mathématiquement et correctement des propriétés semble très difficile pour nombre des candidats. La notation de Landau $O(f(n))$ est mal comprise, les démonstrations par récurrence ne sont pas maîtrisées et la rédaction des raisonnements est souvent confuse. Les candidats n'arrivent pas à organiser leurs preuves, en recourant par exemple à des lemmes. On relève des confusions entre hypothèses et conclusions. La complexité des traitement itératifs n'est pas maîtrisée avec, en particulier, une confusion entre les complexités des boucles imbriquées et des boucles en séquence.

Signalons qu'un grand nombre de copies se contentent de donner une réponse sans justification rigoureuse : cela n'est pas acceptable pour un concours de recrutement de professeurs de mathématiques.

Le premier problème a été plutôt mieux réussi que le deuxième. La programmation en Python est le plus souvent correcte et propre. Par contre, le jury note des difficultés récurrentes concernant la rédaction, l'orthographe et la grammaire françaises.

La deuxième partie du deuxième problème a été peu abordée. Le tri fusion n'est pas maîtrisé. Les notions de complexité et de preuve ne semblent pas comprises par beaucoup de candidats.

3.3 Seconde épreuve écrite

Le sujet de la **deuxième épreuve** était composé de deux problèmes indépendants.

Le premier problème envisageait successivement la méthode des rectangles, la méthode des trapèzes et la méthode de Monte-Carlo pour évaluer l'aire d'un quart de disque. Les questions relatives à la méthode des rectangles permettaient d'étudier la convergence des suites en jeu et de répondre à la conjecture formulée par un élève au regard des figures ébauchées, puis demandaient l'écriture d'un algorithme de calcul de la somme des aires des rectangles considérés pour un nombre de rectangles donné. La méthode des trapèzes visait à fournir une meilleure approximation de l'aire en question. La méthode de Monte-Carlo permettait d'obtenir une estimation de l'aire du quart de disque par le biais d'un intervalle de confiance.

Le second problème étudiait des marches aléatoires sur des graphes, avant d'explorer deux algorithmes permettant de déterminer la pertinence de chaque page du web, algorithmes connus sous le nom de PageRank. La première partie, après quelques résultats généraux, consistait en l'étude d'une marche aléatoire sur un tétraèdre, puis sur une pyramide à base tronquée. La situation de la marche aléatoire sur un tétraèdre, proposée telle qu'elle pourrait l'être en lycée, pouvait se traiter avec les outils disponibles à ce niveau. La deuxième partie du problème consistait en l'établissement de quelques résultats propres aux matrices stochastiques et aux densités de probabilité. La troisième partie étudiait un premier modèle du PageRank, la quatrième un second modèle garantissant l'existence d'une densité de probabilité limite fournissant une mesure de la pertinence des n pages considérées.

Ces deux problèmes pouvaient permettre d'apprécier, outre les qualités scientifiques du candidat, son aptitude à se placer dans une optique professionnelle.