1.4.2 Commentaires généraux

Le sujet demandait une bonne maîtrise des inégalités élémentaires et de l'intégration (intégrales généralisées, intégrales à paramètres, théorème de convergence dominée). Le sujet était tout à fait abordable et d'une longueur en rapport avec la durée de l'épreuve. Les candidats ont eu le temps de traiter l'ensemble des questions. La plupart demandaient une bonne connaissance du cours et de la rigueur dans les calculs et les inégalités.

L'étalonnement des copies est satisfaisant. Certains étudiants ont traité correctement une grande part du sujet, mais un grand nombre de copies mettent en évidence de grosses lacunes dans la manipulation des inégalités et des théorèmes du cours, ainsi qu'un manque de rigueur.

1.4.3 Conseils aux futurs candidats

Nous incitons les candidats à apprendre avec précision leur cours et à s'entraîner à la manipulation des inégalités.

D'autre part, il vaut mieux résoudre correctement et rédiger correctement moins de questions plutôt que d'aborder beaucoup de questions de manière superficielle.

Il est également important de citer précisément les numéros des questions utilisées lorsque le candidat utilise un résultat montré précédemment.

La présentation est très importante. Il faut écrire lisiblement, séparer les arguments utilisés et surtout ne pas tenter de tromper le correcteur avec des calculs truqués ou raccourcis.

1.5 Mathématiques 2 - filière PC

1.5.1 Généralités et présentation du sujet

Le problème proposé consistait en l'étude des matrices dites « de distance euclidienne », i.e. des matrices symétriques $A = (a_{i,j})$ dont les coefficients sont $a_{i,j} = \mathrm{dist}(X_i, X_j)^2$, où (X_i) est une famille de points dans un espace euclidien. En particulier, il s'agissait de construire des matrices de distance euclidienne ayant un spectre imposé.

Le sujet comportait cinq parties de difficulté variable, mais non progressive. Les parties 1 et 2, plus abordables, ont permis d'évaluer les connaissances acquises et la maîtrise des bases de l'algèbre linéaire. Quelques questions qui semblaient accessibles dans les parties suivantes ont conduit à des compositions lacunaires, les candidats partant à la recherche des questions les plus abordables.

Ainsi, le jury a constaté que, bien souvent, un grand nombre de notions fondamentales n'étaient pas maîtrisées par les candidats, et que leurs réponses (y compris aux questions les plus faciles) manquaient de justifications satisfaisantes.

Une analyse détaillée des questions est présentée dans l'annexe D.

1.5.2 Conseils aux candidats

Il est possible d'améliorer sensiblement sa performance en prêtant attention aux points suivants.

- Rédiger de façon efficace. Trop de candidats perdent beaucoup de temps en des développements qui partent d'une bonne intention, mais sont beaucoup trop longs. En outre, des pages et des pages de calculs sont très certainement signe d'erreur de départ ou de méthode inadaptée.

- Soigner la rédaction. Les correcteurs ne peuvent attribuer la totalité des points qu'aux réponses complètes et précises. Ce point n'est pas en contradiction avec le précédent : il y a là un équilibre à trouver, qui est constitutif de l'épreuve.

- Ne pas « tricher ». Les correcteurs sanctionnent inéluctablement toute tentative d'escroquerie.

- Prendre le temps de lire le sujet en entier avant de commencer à rédiger, afin de bien saisir les objectifs et l'organisation du texte. Bien comprendre ce qui vous est demandé.

1.5.3 Conclusion

Le jury a été perplexe devant le grand nombre d'erreurs de logique et le manque de maîtrise -par certains candidats- de notions fondamentales et de résultats incontournables. Même si nous avons pu nous réjouir de la présence d'un grand nombre de copies excellentes, l'existence de questions de cours (à l'image de la 5) permettant d'évaluer l'assimilation des fondamentaux, nous a permis de constater de grandes différences de niveau de préparation des candidats.

Le jury ne peut que recommander une fois encore aux candidats de s'appuyer sur une solide connaissance du cours, et de ne surtout pas négliger l'entraînement technique indispensable à toute pratique scientifique.

1.6 Mathématiques 1 - filière PSI

1.6.1 Généralités et présentation du sujet

Dans tout ce qui suit, φ désigne la fonction gaussienne $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$. Le but du problème est, pour une fonction f strictement positive de classe C^2 et à croissance lente (notion définie dans l'énoncé) vérifiant en outre la condition de normalisation,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\varphi(x)dx = 1,$$

d'introduire et de majorer l'entropie

$$Ent_{\varphi}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} ln(f(x))f(x)\varphi(x)dx,$$

en fonction de l'intégrale,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f'^2(x)}{f(x)}\varphi(x)dx.$$

Le résultat est obtenu à la question 20 du problème sous des hypothèses de croissance lente portant sur les dérivées de f.

La bonne définition de l'entropie est démontrée au début de la partie 3 avant la preuve effective du résultat final qui s'appuie de manière essentielle sur une transformation intégrale P_t à paramètre continu t.

La première partie débute par des considérations générales sur les fonctions à croissance lente (questions 1 à 3). Les questions 1 et 3 ont déjà permis à certains bons candidats de montrer leurs qualités de raisonnement. Cette partie se poursuit en étudiant, pour $t \in \mathbb{R}_+$, les propriétés de la fonction $P_t(f)$ (on montre en particulier qu'elle est à croissance lente à la question 6). Elle se termine par la preuve d'une formule intégrale faisant intervenir un opérateur différentiel.