dans des explications interminables en Français, souvent parsemées de « on montre facilement que », « de façon immédiate », « on a donc », mais qui ne contiennent finalement aucun argument sérieux. Dans certains cas, le correcteur a dû renoncer à essayer de comprendre ce que le candidat voulait dire. Dans d'autres questions, au contraire, on voit quelques lignes de calcul non expliquées, sans introduction, ni conclusion, ni même une seule phrase en Français. C'est particulièrement le cas dans les questions de probabilités. Que les candidats sachent que toute réponse non justifiée, même juste, a en général obtenu la note 0 : on ne donne pas de points au bénéfice du doute.

Une analyse détaillée des questions est présentée dans l'annexe B.

1.3.3 Conclusion

Il est important que les futurs candidats sachent que l'on attend d'eux un document structuré, agréable à lire, où l'on trouve des argumentations claires, concises et rédigées dans un Français correct. On attend aussi de la rigueur et de l'honnêteté : si un signe, ou le sens d'une inégalité, ne convient pas, par exemple, inutile de vouloir berner le correcteur en le changeant plus ou moins discrètement, le candidat ferait mieux dans ce cas là de relire ce qu'il a écrit avant. De même, si un résultat n'est pas cohérent, ou n'est pas tout à fait celui souhaité, inutile de faire comme si de rien n'était et d'écrire « donc on trouve que » suivi du résultat donné dans l'énoncé. Il vaut mieux être honnête ; certains candidats, trop rares, n'hésitent pas à mentionner que leur résultat est erroné, mais qu'ils n'ont pas trouvé l'erreur. Si la démarche était correcte, le correcteur peut alors attribuer des points.

1.4 Mathématiques 1 - filière PC

1.4.1 Présentation du sujet

Le problème a pour but d'établir que si f est une fonction strictement positive continue et à croissance lente telle que :

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\mathbb{R}} f(x)e^{-\frac{x^2}{2}} = 1$$

alors :

$$\int_{\mathbb{R}} \ln(f(x))f(x)e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx \leq \frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}} \frac{f'^2(x)}{f(x)}e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$

Cette inégalité est en fait une inégalité de Sobolev logarithmique (Gross 1975) qui sont des inégalités de la forme :

$$Ent_\mu(f^2) \leq cE_\mu Q(f)$$

où μ est une mesure de probabilité (ici μ est la mesure canonique de Gauss), $E_\mu(g)$ représente la moyenne de g sous μ (son espérance) et $Ent_\mu(f) = E_\mu(f\ln f) - E_\mu(f)\ln(E_\mu(f))$ (dans notre cas le deuxième terme est nul) et Q une forme quadratique. Ces inégalités viennent en complément des inégalités plus classiques de Poincaré qui sont du type :

$$Var_\mu(f) \leq cE_\mu(Q(f)).$$

La première partie du problème introduit les fonctions à croissance lente et permet de montrer qu'elles sont dans $L^1(\mu)$ et forment un espace vectoriel.

La deuxième partie introduit une fonction intermédiaire dépendant d'un paramètre t dont l'étude de l'entropie en fonction de t va permettre dans la dernière partie du problème de montrer l'inégalité recherchée.

Une analyse détaillée des questions est présentée dans l'annexe C.

1.4.2 Commentaires généraux

Le sujet demandait une bonne maîtrise des inégalités élémentaires et de l'intégration (intégrales généralisées, intégrales à paramètres, théorème de convergence dominée). Le sujet était tout à fait abordable et d'une longueur en rapport avec la durée de l'épreuve. Les candidats ont eu le temps de traiter l'ensemble des questions. La plupart demandaient une bonne connaissance du cours et de la rigueur dans les calculs et les inégalités.

L'étalonnement des copies est satisfaisant. Certains étudiants ont traité correctement une grande part du sujet, mais un grand nombre de copies mettent en évidence de grosses lacunes dans la manipulation des inégalités et des théorèmes du cours, ainsi qu'un manque de rigueur.

1.4.3 Conseils aux futurs candidats

Nous incitons les candidats à apprendre avec précision leur cours et à s'entraîner à la manipulation des inégalités.

D'autre part, il vaut mieux résoudre correctement et rédiger correctement moins de questions plutôt que d'aborder beaucoup de questions de manière superficielle.

Il est également important de citer précisément les numéros des questions utilisées lorsque le candidat utilise un résultat montré précédemment.

La présentation est très importante. Il faut écrire lisiblement, séparer les arguments utilisés et surtout ne pas tenter de tromper le correcteur avec des calculs truqués ou raccourcis.

1.5 Mathématiques 2 - filière PC

1.5.1 Généralités et présentation du sujet

Le problème proposé consistait en l'étude des matrices dites « de distance euclidienne », i.e. des matrices symétriques $A = (a_{i,j})$ dont les coefficients sont $a_{i,j} = \mathrm{dist}(X_i, X_j)^2$, où (X_i) est une famille de points dans un espace euclidien. En particulier, il s'agissait de construire des matrices de distance euclidienne ayant un spectre imposé.

Le sujet comportait cinq parties de difficulté variable, mais non progressive. Les parties 1 et 2, plus abordables, ont permis d'évaluer les connaissances acquises et la maîtrise des bases de l'algèbre linéaire. Quelques questions qui semblaient accessibles dans les parties suivantes ont conduit à des compositions lacunaires, les candidats partant à la recherche des questions les plus abordables.

Ainsi, le jury a constaté que, bien souvent, un grand nombre de notions fondamentales n'étaient pas maîtrisées par les candidats, et que leurs réponses (y compris aux questions les plus faciles) manquaient de justifications satisfaisantes.

Une analyse détaillée des questions est présentée dans l'annexe D.

1.5.2 Conseils aux candidats

Il est possible d'améliorer sensiblement sa performance en prêtant attention aux points suivants.

- Rédiger de façon efficace. Trop de candidats perdent beaucoup de temps en des développements qui partent d'une bonne intention, mais sont beaucoup trop longs. En outre, des pages et des pages de calculs sont très certainement signe d'erreur de départ ou de méthode inadaptée.