

## COMMENTAIRES

### • Commentaires généraux

Malheureusement, et même si nous avons constaté globalement un progrès dans les copies, il me faut reprendre les remarques générales faites l'an dernier sur les copies :

- Les correcteurs ont signalé à plusieurs reprises un nombre important de copies mal ordonnées, mal présentées (la rédaction de la copie ne doit pas occasionner un jeu de piste pour l'examinateur) : **les étudiants doivent s'appliquer à présenter une copie claire et propre.**

Notons que nous avons rencontré cette année des copies quasiment illisibles et donc lourdement pénalisées.

Rappelons que l'orthographe fantaisiste donne une très mauvaise impression à la lecture de la copie.

- Il semble judicieux d'éviter d'utiliser des expressions telles que « il est trivial que », « par une récurrence immédiate », etc... : rappelons que toute proposition énoncée dans une copie se doit d'être démontrée.

- Il ne suffit pas d'écrire « je peux utiliser le théorème car ses hypothèses sont vérifiées »... , il faut les vérifier !

- Enfin, un exemple ne permet pas de démontrer un résultat général.

Les quatre exercices constituant le sujet permettaient de parcourir les parties les plus classiques du programme de deuxième année de classe préparatoire MP.

Un trop grand nombre d'étudiants ne maîtrisent pas les notions de base d'algèbre linéaire, même de première année, ainsi que les théorèmes principaux d'analyse du programme de deuxième année de MP et espèrent cependant venir à bout des questions posées en utilisant des recettes toutes faites bien souvent mal comprises.

Nous constatons aussi une grande maladresse dans les calculs (parfois très simples) qui sont trop rapidement abandonnés.

Enfin, notons une nouvelle fois que les examinateurs ne goûtent guère des arguments inventés ou fallacieux pour arriver à toute force au résultat annoncé dans l'énoncé.

**Conclusion :** Nous demandons dans la rédaction des exercices constituant du sujet de la rigueur et une justification des résultats proposés en utilisant le cours : ainsi, nous encourageons les candidats à rédiger le plus proprement, correctement et rigoureusement possible leurs copies sans forcément chercher à tout traiter de façon superficielle.

**Nous rappelons qu'il vaut mieux admettre le résultat d'une question clairement et continuer à traiter le reste de l'exercice plutôt que de donner des arguments faux qui indisposent nécessairement le correcteur.**

**Nous proposons chaque année dans ce rapport une correction détaillée du sujet et invitons vivement**

**les candidats à l'étudier attentivement.**

## • Commentaires exercice par exercice

Dans cette partie du rapport, nous avons voulu insister sur les points les plus négatifs rencontrés lors de la correction des copies, ceci afin d'aider les étudiants à ne pas faire ce genre d'erreurs, parfois grossières et souvent faciles à éviter.

### Exercice 1

**1.** Il s'agit d'une question très classique, que tout étudiant de deuxième année de MP a dû rencontrer au moins une fois dans l'année

**1.1.** La continuité et la positivité sont trop souvent oubliées.

Et malheureusement trop de résultats faux.

**1.2.** Même si la justification du caractère  $C^1$  va disparaître des programmes, il reste judicieux de s'assurer que ce que l'on écrit a un sens.

**1.3.** Dans beaucoup de copies, on trouve  $\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \left(n + \frac{1}{2}\right)!$  : l'énoncé demandait pourtant d'exprimer le résultat à l'aide de factorielles.

**2.**

**2.1.** Comme à la question **1.1.**, la continuité et la positivité sont trop souvent oubliées.

Rappelons que le fait que la limite de la fonction soit nulle n'implique pas la convergence de l'intégrale.

**2.2.** Lorsque le changement de variable est fait, il y a rarement de justification rigoureuse.

**3.**

**3.1.** Il est étonnant de constater que certains étudiants sont incapables d'écrire le développement en série entière autour de 0 de la fonction cosinus ou(et) de donner un domaine de convergence juste.

**3.2.** Trop peu de candidats vont jusqu'au bout de la question.

**4.**

**4.1.** Question globalement bien traitée.

Attention à ne pas dériver  $H(x) = \int_0^{+\infty} \cos(tx) \exp(-t^2) dt$  par rapport à la variable d'intégration  $t$ .

**4.2.** Attention aux justifications lorsque l'on effectue une intégration par parties, au moins au niveau des limites.

**4.3.** Correctement traitée par ceux qui ont abordé cette question.

Plusieurs candidats ne relèvent pas l'incohérence du résultat obtenu à cette question avec celui qu'ils ont obtenu à la question **3.2..** C'est surprenant.

### Exercice 2

Globalement, il semble que les sommes géométriques ne soient pas toujours totalement maîtrisées.

On voit apparaître des unions de probabilités ce qui laisse penser que de nombreux candidats mélangeant événements et probabilité de ces évènements.

**1.**

**1.1.** Correctement traitée.

**1.2.** Le calcul de  $\int_0^1 x^m dx$  laisse parfois songeur...

Trop de candidats traitent le cas  $m = -1$  alors que l'énoncé précisait  $m \in \mathbb{N}$ .

**1.3.** Correctement traitée.

**2.** Correctement traitée.

**3.** La justification « évènements indépendants » est trop souvent omise.

**4.** Les candidats n'ont pas toujours compris l'ordre des questions, en particulier que cette question était générale et permettait de traiter la suivante.

**5.** Pour beaucoup de candidats, sommer des équivalents ne pose aucun problème.

**6.** La moitié des copies qui ont abordé cette question ne connaissent pas l'espérance de la loi uniforme.

Rappelons que « vérifier la cohérence d'un résultat » demande quelques explications : une réponse telle que « le résultat est cohérent » ne peut suffire.

### Exercice 3

**1.**

**1.1.** Beaucoup de manque de rigueur dans cette question de cours : disjonction de cas mal faite, positivité non explicitement exprimée, ...

**1.2.** Un raisonnement par double implication aurait permis de faire le cas facile...

**1.3.** Étonnamment beaucoup d'erreurs même dans les bonnes copies avec des résultats non homogènes.

**2.** Souvent traitée, on ne sait parfois trop comment.

**3.** Rappelons que ça n'est pas parce qu'une fonction est majorée qu'elle possède un maximum. (trop souvent rencontré, même dans les bonnes copies)

**4.** Souvent confusion entre maximum et majorant.

**5.** Question peu traitée.

**6.** Souvent traitée, on ne sait parfois trop comment.

**7.** Rarement traitée correctement. On voit même des vecteurs comme coefficients de la matrice...

**8.** Le Théorème spectral est en général bien connu.

**9.** Certains candidats obtiennent le résultat, même avec une matrice  $A$  fausse !

**10.** C'est une question classique et certains se contentent de donner le résultat sans justification ou du style  $J^2 = J \implies \text{Sp}(J) = \{0, n\}$ .

Certains candidats réussissent la question **10.1.**, trouvent les dimensions des espaces propres mais n'arrivent pas à l'exploiter dans la question **10.2.**

**11.** et **12.** Questions très peu traitées.

### Exercice 4

Malgré des questions très faciles au début de l'exercice afin de rappeler aux candidats quelques résultats simples sur les nombres complexes, ceux-ci semblent peu à l'aise avec l'ensemble  $\mathbb{C}$  et les racines  $n$ -ièmes de l'unité.

**1.** Cette question de cours très facile a visiblement perturbé beaucoup de candidats qui ont oublié que  $|z|^2 = z\bar{z}$  et se lancent dans des calculs compliqués en posant  $z = x + iy$ .

**2.** Calculs laborieux.

**3.** C'est quasiment du cours. Dans beaucoup de copies, les résultats obtenus ne sont pas simplifiés.

On constate une méconnaissance des hypothèses d'utilisation de la formule donnant la somme des termes d'une suite géométrique :  $|\omega| \leq 1$  ou  $|\omega| < 1$ ,...

**4.**

**4.1.** et **4.2.** Globalement bien traitées.

**4.3.** La simplification par  $X - 1$  ne pose aucun problème à la plupart des candidats.

**5.**

**5.1.** L'indication de l'énoncé n'est pas suivie et au lieu de bien comprendre le cas  $n = 4$ , les candidats écrivent beaucoup de sottises.

**5.2.** La liberté est souvent affirmée sans démonstration ou des arguments du type : la famille  $(I_n, F, \dots, F^{n-1})$  est libre car échelonnée. De plus, la périodicité est souvent non utilisée de façon explicite.

**5.3.** Seul le caractère annulateur est souvent vu.

**5.4.** Question bien traitée.

Les questions suivantes ne sont en général pas traitées.

**FIN**