

# Rapport sur l'épreuve de Mathématiques PC1 (exercices) 2016

## Présentation du sujet

Le sujet est composé de trois exercices indépendants sur des thématiques du programme différentes : espaces euclidiens, systèmes linéaires, probabilités . Les programmes des deux années sont abordés.

### Commentaire général de l'épreuve.

L'épreuve a été traitée par 2702 candidats. Les notes se sont étalées entre 0 et 20 avec une moyenne de 9,94 et un écart-type de 3,77. Les exercices étaient longs et il était possible d'obtenir une très bonne note avec un investissement significatif dans seulement deux des exercices, mais beaucoup de candidats ont préféré picorer dans chacun des exercices, avec une certaine tendance au grappillage. Les copies sont dans l'ensemble bien présentées et il en est tenu compte dans la notation pour les distinguer de celles écrites sans soin ou rédigées de façon désinvolte. Sont en particulier pénalisés l'accumulation de fautes d'orthographe ou les abus d'abréviation.

### Analyse par exercice:

- Exercice 1 :

Il s'agissait d'un exercice d'algèbre linéaire dans les espaces euclidiens construit autour des matrices de Gram et leurs puissances de Hadamard. On utilisait l'inégalité de Cauchy-Schwarz qui faisait l'objet du début de l'exercice, puis une partie élémentaire sur le cas particulier des matrices  $(2, 2)$ , un cas particulier de matrices  $(3, 3)$  et enfin un le cas des matrices de Cauchy en dimension quelconque. Dans l'ensemble, l'exercice a été peu réussi. L'inégalité de Cauchy-Schwarz pourtant rappelée n'est pas connue de nombreux candidats et prend des formes fantaisistes. Dans la partie B, l'équivalence finale n'est trop souvent pas comprise, faute d'une compréhension du sens du quantificateur. Dans la partie C, beaucoup de candidats appliquent aux matrices  $(3, 3)$  ce qui vient d'être démontré uniquement pour des matrices  $(2, 2)$ . La partie D n'est correctement abordée que dans les très bonnes copies. Le changement de variables de la question 11 est très souvent incorrect.

- Exercice 2 :

Il s'agissait d'un exercice d'algèbre linéaire dont le but est de proposer un algorithme de construction de l'interpolation d'une fonction par une fonction de classe  $\mathcal{C}^\infty$  polynomiale de degré au plus 2 par morceaux (spline quadratique). La construction était basée sur la résolution de systèmes linéaires et on utilisait cette situation pour déterminer la dimension de l'espace de solutions. C'est l'exercice le moins réussi. Seules les questions très faciles sont traitées, et même celles-ci donnent trop souvent lieu à des réponses fausses par désinvolture

dans l'argumentation : on démontre que la fonction de la question A est continue, puis on affirme que par les mêmes arguments elle est dérivable puis deux fois dérivable, ce qui est faux, une application linéaire dont on demande le noyau est “forcément” injective (elle ne l’était pas) , les systèmes linéaires dont le nombre d’inconnues et le nombre d’équations coïncident n’ont qu’une solution (ce n’était pas le cas)…

- Exercice 3 :

C'est l'exercice le plus investi et le plus réussi. On étudie un jeu (le jeu de Penney) qui semble a priori équitable, mais les calculs démontrent le contraire ( à moins d'utiliser une pièce non équilibrée).

L'étude de la suite récurrente dans la partie A est souvent correctement menée, environ un dixième des copies font même l'effort de l'application numérique de la question (d). La question de programmation est abordée dans un nombre non négligeable de copies. L'énoncé demandait explicitement des nombres rationnels de façon à encourager les candidats à utiliser le relation de récurrence plutôt que l'expression développée 3(a) peu efficace et non exacte, en vain. Il n'a pas été tenu compte de l'efficacité du programme mais de la cohérence du calcul de complexité avec le programme proposé. La notion de complexité et l'utilisation des  $O$  est loin d'être maîtrisé, même chez les candidats qui proposent un programme correct. Le reste de l'exercice était des probabilités et comportait de nombreuses questions de calcul. Elles ont souvent été traitées. Si les calculs sont menés, il n'en est pas de même pour l'argumentation et les candidats peinent le plus souvent à exprimer précisément pourquoi des événements sont indépendants (question 6) ou pourquoi certains événements en enchaînent d'autres (questions 7(c) ou 9(a)). Peu de candidats ont dépassé la question 8(a).

### Conseil aux futurs candidats

- Lisez bien l'énoncé.
- Dans les calculs, justifiez vos égalités une par une. Relisez-vous pour éviter les erreurs de recopie d'une ligne sur l'autre.
- Les questions se résolvent souvent par application des théorèmes de cours. Il faut donc les connaître précisément et s'interroger sur le respect des hypothèses avant d'en utiliser un.
- Dans les questions ouvertes, c'est votre argumentation qui doit guider votre conclusion. Une réponse donnée au hasard a peu de chance d'être correcte.