

Racines carrées

1. Écrire chacun des nombres sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers et b le plus petit possible.

$$\sqrt{20} ; \sqrt{27} ; \sqrt{45} ; \sqrt{160} ; \sqrt{275} ; \sqrt{\frac{18}{25}} ; \sqrt{\frac{99}{891}} ; \sqrt{\frac{495}{44}}$$

2. Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous la forme où $a\sqrt{b}$ b est un nombre entier le plus petit possible :

$$2\sqrt{20} + \sqrt{5} - \sqrt{45} \quad \sqrt{40} - \sqrt{160} + 2\sqrt{250} \quad 3\sqrt{6} - 2\sqrt{24} + 3\sqrt{96} \quad 5\sqrt{45} - \sqrt{80} + 2\sqrt{180} \quad 5\sqrt{48} - 4\sqrt{75} + 3\sqrt{27}$$

$$2\sqrt{5} + \sqrt{125} - 6\sqrt{45} \quad \sqrt{108} - (3\sqrt{192} - 2\sqrt{243}) \quad \sqrt{48} - 15\sqrt{27} + 2\sqrt{675} \quad \sqrt{108} - \sqrt{243} + 2\sqrt{147}$$

3. Simplifier les produits suivants :

$$\sqrt{14} \times \sqrt{56} \quad \sqrt{80} \times \sqrt{180} ; \quad \sqrt{2^3} \times \sqrt{2^7} ; \quad \sqrt{2 \times 3^2} \times \sqrt{2^3 \times 3^4 \times 5} ; \quad \sqrt{8} \times \sqrt{225} \times \sqrt{72} ; \quad \sqrt{7,5} \times \sqrt{2,7} \times \sqrt{0,04}$$

$$\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{8}{9}} \quad 3\sqrt{\frac{1}{75}} \times 3\sqrt{\frac{3}{4}} \quad \sqrt{\frac{8}{27}} \times \sqrt{\frac{3}{50}} \quad \sqrt{45} \times \sqrt{\frac{22}{20}} \times \sqrt{\frac{18}{11}} \quad \frac{\sqrt{2^3 \times 3^6}}{\sqrt{9 \times \sqrt{32}}} \quad \frac{\sqrt{4,9 \times 10^3}}{\sqrt{3 \times 10^2} \times \sqrt{12 \times 10^6}} \quad \frac{\sqrt{5^5} \times \sqrt{2^3 \times 7^3}}{\sqrt{50} \times \sqrt{28}}$$

4. Effectuer les produits suivants, puis réduire

$$(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 \quad (2 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \quad (2\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 \quad (2\sqrt{5} + \sqrt{3})(4\sqrt{5} - \sqrt{3}) \quad (2\sqrt{7} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{7} - 3\sqrt{5})$$

$$\sqrt{5}(\sqrt{5} - \sqrt{2})(3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}) \quad (3\sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{18})(3 - \sqrt{12} + \sqrt{27}) \quad (3\sqrt{6} - \sqrt{150})(5\sqrt{24} - 2\sqrt{54})$$

5. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses et justifier votre réponse.

3 est la moitié de $3\sqrt{2}$

$(2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1)$ est un nombre entier

$$\sqrt{8} + \sqrt{50} = \sqrt{98}$$

6. Inverse ou pas inverse ?

Rappel définition : on dit qu'un nombre b (différent de zéro) est l'inverse d'un nombre a (différent de zéro) si et seulement si $a \times b = 1$ et aucun des deux nombres n'est nul

On note également : $a = \frac{1}{b}$ ou $b = \frac{1}{a}$.

Ainsi $\sqrt{2}$ et $\frac{1}{\sqrt{2}}$ sont des inverses, $\sqrt{2}$ et $\frac{\sqrt{2}}{2}$ aussi parce que $\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$ et que $\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$

En vous servant de la définition ci-dessus, répondre aux questions (en justifiant) :

L'inverse de $\sqrt{2} + 1$ est-il $\sqrt{2} - 1$?

$$\frac{1}{\sqrt{8} - \sqrt{3}} \text{ et } \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5} \text{ sont-ils égaux ?}$$

7. Résoudre des équations

a) Résoudre chacune des équations suivantes où x, y, z sont des nombres positifs :

$$3x^2 = 69,12$$

$$3y^2 = 30,72$$

$$3z^2 = 7,68$$

b) On considère maintenant l'expression suivante :

$$A = \sqrt{69,12} - \sqrt{30,72} - \sqrt{7,68}$$

Déduire du a) la valeur exacte de A, en indiquant les étapes successives.