

1/ CONSIGNES GÉNÉRALES

L'attention des candidats est attirée sur le fait que les textes des sujets de mathématiques nécessitent une connaissance très précise des points fondamentaux du cours.

Sont ainsi valorisés :

- L'apprentissage du cours et en particulier les démonstrations des points importants, les exercices et exemples de base.
- Les qualités de rigueur et de clarté d'exposition que l'on peut attendre d'un futur ingénieur.
- Le soin apporté à la présentation de son travail.

Un candidat de niveau moyen et qui a travaillé doit pouvoir obtenir, a minima, la moyenne.

2/ REMARQUES GÉNÉRALES

THÈME

Le sujet est composé de deux exercices et d'un problème, tous indépendants.

Un premier exercice d'informatique qui utilise Python suivi d'un exercice utilisant des propriétés assez basiques des espaces euclidiens.

Le problème a pour but de proposer différentes méthodes pour prouver la similitude de deux matrices suivie de quelques applications.

OBSERVATIONS GÉNÉRALES

Le problème, simple mais efficace, couvrait une grande partie de l'algèbre linéaire avec des exercices proches du cours et quelques questions permettant aux candidats de prendre des initiatives au travers de questions ouvertes ou encore d'exemples et de contre-exemples à trouver.

Il était bien construit, intéressant et de longueur raisonnable. Globalement, les copies ont été agréables à corriger et le sujet a bien classé les candidats. Une poignée de candidats ont traité le sujet en entier et on rencontre quelques excellentes copies.

La moyenne est de 10.61 et l'écart-type de 4.32

3/ REMARQUES SPÉCIFIQUES

- Q1.** Oubli fréquent de traiter le cas $n=1$. Par ailleurs, beaucoup de candidats pensent que le nombre 1 est premier.
- Q2.** Problème du range : bien ajuster les bornes ; utiliser range (1,n) ne répond pas à la question.
- Q3.** Question bien traitée, mis à part les confusions entre $n\%p$ et $n//p$.
- Q4.** La récursivité n'a pas eu assez de succès.
- Q5.** Oubli fréquent de stocker les nombres premiers à valuation strictement positive (et pas tous les nombres premiers).
- Q6.** Un grand nombre de candidats a répondu « oui ». Pour ceux qui ont répondu « non », la rotation d'angle $\pi/2$ est apparue quasiment systématiquement.
Un certain nombre de candidats évoque à tort les endomorphismes orthogonaux (au lieu des endomorphismes antisymétriques) comme contre-exemples, sûrement à cause de la condition d'orthogonalité imposée entre un vecteur et son image.
- Q7.** Les candidats se trompent en Q6, pensant que seul l'endomorphisme nul vérifie la relation, ont eu tendance à se tromper en Q7, en utilisant ce faux argument pour démontrer (ii) \Rightarrow (i) ou directement (iii) \Rightarrow (i). Ils ont donc été doublement sanctionnés.
- Q8.** Beaucoup écrivent $\text{Tr}(ABC) = \text{Tr}(BAC)$ ou encore $\text{tr}(MN) = \text{tr}(M)\text{tr}(N)$!
- Q9.** Dans beaucoup de cas, le polynôme minimal est une notion non maîtrisée. Les étudiants ne savent pas trop ce que c'est.
- Q10.** Par changement de bases : beaucoup de candidats n'expriment pas les images des vecteurs de la base proposée dans la base elle-même mais dans la base initiale.
Par les racines du polynôme caractéristique : un nombre important de candidats ne pense pas à étudier la fonction afin de localiser les racines à l'aide d'un tableau de variations et croit, à tort, pouvoir s'en sortir en utilisant les relations coefficients-racines.
- Q11.** Peu de candidats réussissent correctement cette question : beaucoup pensent que le noyau et l'image de la matrice sont toujours supplémentaires.
- Q12.** Certains candidats n'utilisent jamais l'hypothèse $u \circ u = 0$!
- Q13.** Question peu abordée et souvent mal comprise : certains candidats ont cherché une matrice complexe dont le polynôme caractéristique n'est pas scindé sur \mathbb{R} .
- Q14.** Bien traitée dans la plupart des copies. On trouve parfois des calculs de polynômes caractéristiques (consigne mal lue). Les valeurs propres étant annoncées, certains candidats « bluffent » dans leur calcul du polynôme caractéristique pour arriver au bon résultat.
- Q15.** On retrouve là encore beaucoup d'erreurs dans le changement de base et beaucoup d'arguments confus.

Q16. Question bien traitée.

Q17. Un certain nombre de candidats se contentent de recopier l'énoncé. Question délicate pas très souvent réussie. Assez peu de candidats ont bien l'argument essentiel sur le nombre fini de racines d'un polynôme non nul.

Q18. Question bien traitée.

Q19. Ceux qui ont abordé la question l'ont faite correctement.

Q20. Si le principe général est souvent compris, la discussion précise n'est pas toujours menée correctement.

Q21. Question très rarement traitée. En particulier, on attendait une justification du côté non semblable.

4/ CONCLUSION

Voici quelques conseils pour les futurs candidats.

1. Éviter d'essayer « d'escroquer » les correcteurs en « trafiquant les calculs » ; ceci indispose fortement le correcteur.
2. Chaque hypothèse d'une question doit être utilisée et le candidat doit écrire sur sa copie à quel moment cette hypothèse est utile.
3. Certaines réponses peuvent tenir en une ou deux lignes.
4. Citer TOUS les théorèmes utilisés et rappeler sur le moment toutes les hypothèses utiles mêmes si elles figurent quelques lignes plus haut ou à la question précédente.
5. Numéroter les copies et les rendre dans le bon ordre.
6. Commencer l'épreuve par une lecture « diagonale » du sujet ; vous pourrez ainsi mieux vous imprégner du texte.
7. C'est perdre son temps que de recopier l'énoncé avant chaque réponse.
8. Prendre le temps de bien comprendre la question avant de répondre.
9. Soigner la présentation.
10. Éviter, dans une démonstration, d'utiliser le résultat qui doit être prouvé.