

de tableau pour chercher un élément, etc. Les candidats réussissent bien à trouver les erreurs de programmation dans un programme.

En revanche, les candidats ont rencontré de grandes difficultés de raisonnement à propos de la correction ou de la complexité des algorithmes. Formuler mathématiquement et correctement des propriétés semble très difficile pour nombre des candidats. La notation de Landau  $O(f(n))$  est mal comprise, les démonstrations par récurrence ne sont pas maîtrisées et la rédaction des raisonnements est souvent confuse. Les candidats n'arrivent pas à organiser leurs preuves, en recourant par exemple à des lemmes. On relève des confusions entre hypothèses et conclusions. La complexité des traitements itératifs n'est pas maîtrisée avec, en particulier, une confusion entre les complexités des boucles imbriquées et des boucles en séquence.

Signalons qu'un grand nombre de copies se contentent de donner une réponse sans justification rigoureuse : cela n'est pas acceptable pour un concours de recrutement de professeurs de mathématiques.

Le premier problème a été plutôt mieux réussi que le deuxième. La programmation en Python est le plus souvent correcte et propre. Par contre, le jury note des difficultés récurrentes concernant la rédaction, l'orthographe et la grammaire françaises.

La deuxième partie du deuxième problème a été peu abordée. Le tri fusion n'est pas maîtrisé. Les notions de complexité et de preuve ne semblent pas comprises par beaucoup de candidats.

### 3.3 Seconde épreuve écrite

Le sujet de la **deuxième épreuve** était composé de deux problèmes indépendants.

Le premier problème envisageait successivement la méthode des rectangles, la méthode des trapèzes et la méthode de Monte-Carlo pour évaluer l'aire d'un quart de disque. Les questions relatives à la méthode des rectangles permettaient d'étudier la convergence des suites en jeu et de répondre à la conjecture formulée par un élève au regard des figures ébauchées, puis demandaient l'écriture d'un algorithme de calcul de la somme des aires des rectangles considérés pour un nombre de rectangles donné. La méthode des trapèzes visait à fournir une meilleure approximation de l'aire en question. La méthode de Monte-Carlo permettait d'obtenir une estimation de l'aire du quart de disque par le biais d'un intervalle de confiance.

Le second problème étudiait des marches aléatoires sur des graphes, avant d'explorer deux algorithmes permettant de déterminer la pertinence de chaque page du web, algorithmes connus sous le nom de PageRank. La première partie, après quelques résultats généraux, consistait en l'étude d'une marche aléatoire sur un tétraèdre, puis sur une pyramide à base tronquée. La situation de la marche aléatoire sur un tétraèdre, proposée telle qu'elle pourrait l'être en lycée, pouvait se traiter avec les outils disponibles à ce niveau. La deuxième partie du problème consistait en l'établissement de quelques résultats propres aux matrices stochastiques et aux densités de probabilité. La troisième partie étudiait un premier modèle du PageRank, la quatrième un second modèle garantissant l'existence d'une densité de probabilité limite fournissant une mesure de la pertinence des  $n$  pages considérées.

Ces deux problèmes pouvaient permettre d'apprécier, outre les qualités scientifiques du candidat, son aptitude à se placer dans une optique professionnelle.

Le jury a prêté une attention particulière aux compétences suivantes.

— *Prouver un résultat sur les suites.*

5 % des candidats ont su établir à la question III.6. du problème 1 que les suites construites dans la méthode des rectangles avec pour pas de subdivision  $\frac{1}{2^n}$  étaient adjacentes, 67 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète, 28 % n'ont pas abordé la question. Cette question a révélé une méconnaissance de la définition de *suites adjacentes*, ou du moins, dans de trop nombreuses copies, une définition mal assimilée. Le sens de variation des suites en jeu n'est pas toujours étudié, et quand il l'est, la gestion des indices s'avère souvent incorrecte.

— *Écrire un algorithme.*

38 % des candidats ont su écrire l'algorithme demandé dans la question V.2. du problème 1. 22 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète, 40 % n'ont pas abordé la question. On note des progrès significatifs par rapport au relevé similaire effectué en 2016.

— *Rédiger un raisonnement par récurrence.*

30 % des candidats ont rédigé correctement au moins un raisonnement par récurrence – question A.I.3. ou question A.II.3. du problème 2 –, 50 % montrent une maîtrise insuffisante d'un tel raisonnement, 20 % des candidats n'ont pas abordé ces questions. Trop fréquemment, la propriété à prouver est mal formulée, voire non mentionnée, le candidat se contentant d'annoncer « montrons par récurrence que *la* propriété est vraie », sans à aucun moment définir cette propriété. Quand elle est énoncée, elle ne l'est pas nécessairement correctement et trop souvent accompagnée d'un quantificateur universel, ce qui explique le moindre taux de réussite à cette session pour l'item *rédiger un raisonnement par récurrence*. Par ailleurs, comme cela a pu déjà être mentionné dans les rapports des sessions précédentes, les candidats omettent souvent de conclure, et s'ils concluent, ce n'est que rarement quantifié et sans tenir compte du rang de l'initialisation, cette dernière n'étant d'ailleurs pas toujours faite au bon rang.

— *Établir des liens logiques.*

12 % des candidats ont traité correctement la question A.IV. du problème 2 qui demandait de relier deux propositions en utilisant les liens logiques *condition nécessaire*, *condition suffisante* ou *condition nécessaire et suffisante* ; les réponses à cette question, en fin de partie A du problème 2, reposaient sur l'étude conduite au cours de cette partie, avec notamment la production d'un contre-exemple pour prouver que la réciproque envisagée était fausse. 27 % ont traité cette question de façon incorrecte ou incomplète, 61 % n'ont pas abordé la question.

Dans l'ensemble des copies, des compétences ont été régulièrement manifestées. Les questions relatives au calcul matriciel sont relativement bien traitées. La comparaison de deux nombres en étudiant le signe de leur différence ou le principe de simplification de sommes télescopiques sont des méthodes bien mises en œuvre. Les candidats ont fait preuve de connaissances sur les graphes probabilistes. L'écriture des algorithmes demandés dans le premier problème a été globalement satisfaisante ; les structures itératives et conditionnelles ont été utilisées à bon escient.

En revanche, d'autres compétences révèlent un degré de maîtrise insuffisant, comme dans le domaine des probabilités, la compétence *modéliser* par exemple. Le vocabulaire probabiliste est insuffisamment dominé (confusion élémentaire entre *issue* et *événement* notamment) et la mise en place d'un système complet d'événements pour la formule des probabilités totales est généralement omise, ce

point ayant déjà fait l'objet de remarques dans les rapports des sessions précédentes. On relève des confusions entre *intervalle de confiance* et *intervalle de fluctuation*, et les conditions d'application ne sont qu'exceptionnellement citées.

La *méthode des trapèzes* semble inconnue d'un trop grand nombre de candidats, la définition de *suites adjacentes* est trop souvent incomplète, ou du moins mal assimilée.

Les quantificateurs sont trop souvent absents de l'énoncé des propositions mathématiques et lorsqu'ils sont utilisés, ce n'est pas toujours de manière correcte.

La différence entre ce qui relève, d'une part, d'une conjecture, éventuellement établie graphiquement, d'autre part, d'une propriété, d'un fait démontré, est tenue pour nombre de candidats, comme la réponse à l'élève dans le problème 1 a pu le montrer.

De façon générale, les candidats ont trop peu recours à un langage mathématique formalisé et vérifient trop rarement les hypothèses avant d'appliquer une propriété, comme par exemple la vérification du signe des coefficients des matrices stochastiques. Trop souvent, ils justifient leurs affirmations par des arguments de « bon sens » approximatifs, mais pas de manière mathématique et rigoureuse en citant explicitement les théorèmes utilisés (système complet d'événements, formule des probabilités totales, convergence des suites adjacentes, étude des suites récurrentes linéaires...). On note aussi des confusions entre ce qui relève de propriétés valables sur l'ensemble des nombres réels (suite géométrique, passage à la limite...) et de celles relatives aux matrices ; lorsque la convergence des suites de matrices est établie directement (c'est-à-dire sans revenir à la convergence des suites de coefficients), il n'est pas possible de s'appuyer sur des arguments réservés aux suites de nombres. Et là encore, comme lors des sessions précédentes, lorsqu'il est mentionné, le critère de convergence d'une suite géométrique s'énonce trop souvent avec la seule comparaison à 1 de sa raison.

Enfin, il conviendrait d'éviter le recours aux mots « évident », « trivial », « forcément » qui masquent trop souvent une incapacité à argumenter correctement.

La réussite aux **épreuves écrites** nécessite que la préparation des candidats prenne en compte les éléments suivants :

- maîtriser et énoncer avec précision, lorsqu'elles sont utilisées, les connaissances mathématiques de base, indispensables à la prise de recul sur les notions enseignées ;
- rédiger clairement et de manière rigoureuse une démonstration simple, ce qui sera une composante essentielle du métier de professeur de mathématiques ;
- exposer avec toute la précision voulue, en mentionnant clairement les étapes successives, les raisonnements, plus particulièrement ceux qui relèvent du collège ou du lycée.

On rappelle aussi l'importance du respect des notations, de la nécessité de conclure une argumentation, mais aussi l'intérêt de la lisibilité d'une copie.

## 4 Analyse et commentaires : épreuves orales

Les épreuves orales visent à apprécier les qualités des candidats en vue d'exercer le métier d'enseignant. Ainsi, il s'agit non seulement de faire la preuve de ses compétences mathématiques, mais également de montrer sa capacité à les transmettre, à en illustrer la portée par des exemples bien choisis et, plus généralement, à susciter l'intérêt des élèves pour la démarche scientifique. Compte tenu de la complexité du métier d'enseignant, les attentes du jury sont multiples et l'évaluation des candidats prend en compte des critères nombreux et variés. Une certaine connaissance des programmes, une bonne gestion du temps, la maîtrise des médias de communication, une élocution claire, un niveau de langue adapté et une attitude d'écoute sont des atouts essentiels. Le niveau mathématique et les qualités de