



## Simulado – Intensivão para a OBA Gabarito

Material elaborado por **Iago Mendes**

### Observações:

- As alternativas das perguntas deste gabarito não estão na mesma ordem do simulado;
- A questão 15 foi anulada, pois seu enunciado não estava com todas as informações necessárias na prova enviada para os estudantes; assim, todas as pessoas ganharam a pontuação dessa questão. Neste gabarito, a questão 15 está corrigida.

## Questões de Astronomia

- **Questão 1) (1 ponto) [OBA 2007 adaptada]** Todas as civilizações da Antiguidade que nos deixaram registros astronômicos observaram que, além das estrelas que pareciam fixas umas em relação às outras, existiam cinco pontos luminosos que passeavam por entre as estrelas, os planetas visíveis a olho nu: Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno. Os demais planetas não eram conhecidos nesta época, pois não havia telescópios. A partir da invenção do telescópio – utilizado pela primeira vez por Galileu Galilei para estudar o céu – foram identificados os demais planetas, além de diversos outros corpos celestes não observáveis a olho nu, como satélites planetários, um grande número de asteroides e cometas de baixa luminosidade. Uma primeira estrutura foi identificada no início do século XIX, o Cinturão de Asteroides, cujos componentes foram descobertos em sequência à descoberta do maior deles, Ceres (descoberto em 1801 por Giuseppe Piazzi), que, com seus 950 km de diâmetro, apesar de esférico, era pequeno demais para ser considerado um planeta. Além disso, vários outros corpos bem menores, basicamente rochosos, foram observados tendo órbitas entre Marte e Júpiter. Hoje, os astrônomos julgam que Júpiter teria impedido a formação de um planeta entre ele e Marte dando origem a este cinturão. É importante mencionar que a formação dos corpos do Sistema Solar (Sol, planetas e demais corpos) deu-se por aglutinação de corpos menores ao longo de alguns poucos milhões de anos, partindo da condensação de uma nuvem de gás e poeira primordial. Os astrônomos atualmente também concordam que existem duas outras regiões de corpos menores no Sistema Solar e até acham que estes corpos estão lá porque foram expulsos quando os planetas já estavam formados. A primeira destas estruturas, que começa logo depois da órbita de Netuno, é o assim chamado Cinturão de Kuiper, cujos corpos estão espalhados em órbitas próximas ao plano das órbitas dos planetas. À medida que nos afastamos mais ainda do Sol, as órbitas dos corpos menores vão se espalhando por uma região cada vez mais extensa,

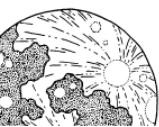


até que a cerca de 0,5 ano luz do Sol, indo até 1 ano luz, as órbitas estão tão espalhadas que encontramos corpos com órbitas em qualquer ângulo em relação ao plano das órbitas dos planetas. Esta estrutura que envolve esfericamente todo o Sistema Solar, a uma grande distância dos planetas, é chamada de Nuvem de Oort. Para se ter uma ideia do quão longe significa 0,5 ano luz de distância, Netuno está a apenas cerca de 4 horas (!) luz e Plutão a pouco mais de 5 horas luz do Sol. Os corpos constituintes do Cinturão de Kuiper e da Nuvem de Oort são, em sua grande maioria, formados de constituintes mais leves, como água, metano e, em menor quantidade elementos rochosos, ou seja, o que é chamado de gelo sujo. Acredita-se, inclusive, que a origem dos oceanos terrestres teria sido um bombardeamento por cometas. Na verdade, Jan Hendrik Oort e Gerard Peter Kuiper ao proporem, no início da década de 50 do século passado, as estruturas que terminaram por receber seus nomes, estavam pensando nesta outra classe de corpos menores, os cometas, já então com grande número de ocorrências registradas e estudadas à época. Assim, cometas de período da ordem do Cometa Halley, isto é de “curto período”, com órbitas próximas ao plano da órbita dos planetas, seriam lançados em direção ao Sol por perturbações gravitacionais nos corpos do Cinturão de Kuiper e os de longo período (às vezes de milhares de anos), como possuíam órbitas em qualquer plano, viriam da Nuvem de Oort. Mas foi somente a partir da década de 1990, com o telescópio espacial Hubble e uma nova geração de grandes telescópios, que muitos corpos menores, muito além da órbita de Netuno, foram identificados. Dentre os maiores objetos estão: Sedna, descoberto em 2002, Quaoar e 2004DW, descobertos em 2004 e, o maior de todos, Eris, maior inclusive que Plutão, descoberto em 2005. Assim, Plutão, com sua órbita um pouco fora do plano da órbita dos planetas, com seu tamanho diminuto, com sua composição mais próxima da de um cometa do que de um planeta rochoso e não sendo o único corpo a completar três voltas em torno do Sol enquanto Netuno completa duas, ficou cada vez mais diferente de corpos grandes e rochosos como Mercúrio, Vênus, Terra, Marte e dos gigantes gasosos, como Júpiter, Saturno, Urano e Netuno. Tais novas descobertas e a descoberta de planetas extra-solares (como será discutido na questão 5), colocaram como inadiável a discussão, pela União Astronômica Internacional (em inglês, IAU), sobre o que é de fato um planeta. O resultado foi amplamente divulgado no ano passado: Plutão deixou de ser classificado como planeta e junto com Ceres e Eris recebeu a classificação de “planeta anão”, que não é um planeta, sendo classificado como um objeto que seria um planeta se fosse dominante e único em sua órbita de translação.

- **Pergunta 1a) (0,3 ponto) (0,05 cada acerto)** Nas colunas abaixo, marque as propriedades de cada astro.

	Órbita o Sol diretamente.	Possui forma quase esférica.	É o astro dominante em sua órbita.	É um planeta.
Vênus	X	X	X	X
Plutão	X	X		
Ceres	X	X		
Lua		X	X	
Ganimedes		X	X	
Cometa Halley	X			

- **Pergunta 1b) (0,35 ponto)** Somente corpos grandes são aproximadamente esféricos porque neles um fator dominante de formação é grande o suficiente para atingir tal formato. Qual é esse fator?





Pequenos objetos, como por exemplo as pedras que encontramos aqui na Terra, encontram-se agregados devido à sua estrutura eletromagnética. A gravidade só começa a se tornar relevante quando começamos a lidar com grandes massas. Um exemplo disso é que encontramos asteróides ainda não muito grandes com corpos menores orbitando ao seu redor, o que prova a capacidade atrativa de sua gravidade. À medida que estes asteróides vão agregando partículas menores, e se tornando, portanto, cada vez maiores, menores tendem a ser as irregularidades do objeto, uma vez que a agregação destas partículas tende a ser em torno do centro de gravidade do corpo, devido à simetria esférica da Lei da Gravitação Universal de Newton, na qual apenas a distância entre os objetos é considerada. Além disso, existe sim o limite em que a gravidade é capaz de romper ligações químicas e, isto, na verdade, termina por limitar, por exemplo, a altura das montanhas nos planetas. Assim, a atração gravitacional faz com que, quanto mais massa o objeto tenha, mais simétrico ele seja, isto é mais próximo do esférico, dado que a esfera é o sólido que representa o lugar geométrico de todos os pontos que estão a uma mesma distância de um ponto central.

☒ Gravidade

☐ Densidade

☐ Volume

☐ Albedo

- **Pergunta 1c) (0,35 ponto)** O cometa McNaught foi visível em janeiro de 2007 primeiro no Hemisfério Norte, com baixa luminosidade, e depois, muito mais brilhante, no Hemisfério Sul. De onde esse cometa se originou? Dica: para que isso seja possível, a órbita do cometa não pode ser paralela às órbitas no Sistema Solar. O cometa McNaught provém da Nuvem de Oort. Como explicado no comentário desta questão, objetos provenientes desta nuvem podem possuir órbitas com qualquer inclinação com relação ao plano da órbita terrestre, o que não ocorre para objetos oriundos do Cinturão de Kuiper, com órbitas sempre próximas aos planos das órbitas planetárias. Assim, como ele foi visível primeiro num hemisfério e depois no outro, significa que sua órbita estava mais próxima de ser uma órbita polar do que estar próxima do plano de translação da Terra. A resposta mais simples, na nossa concepção, se baseia em notar que, caso o cometa fosse proveniente do Cinturão de Kuiper, ele teria que ser visível ao mesmo tempo e com a mesma luminosidade nos dois hemisférios, dado que os objetos do citado cinturão encontram-se em órbitas próximas do plano de translação da Terra. É claro que, numa data qualquer, todos os planetas são observados com a mesma luminosidade em ambos os hemisférios. O mesmo ocorre com o cometa Halley, de “curto período”, originário do Cinturão de Kuiper.

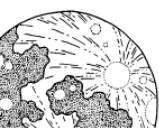
☒ Nuvem de Oort

☐ Cinturão de Kuiper

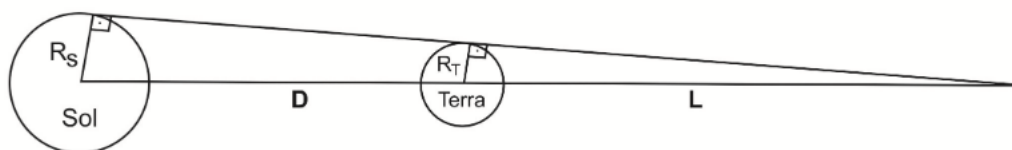
☐ Cinturão de Asteróides

☐ Centro galáctico

- **Questão 2) (1 ponto) [OBA 2012 adaptada]** O eclipse total do Sol é impressionante, pois o céu fica escuro, podemos ver as estrelas, planetas e também a fabulosa “coroa sola”. Contudo, infelizmente, o eclipse solar total tem curta duração, no máximo de alguns minutos. O da Lua, por outro lado, pode durar horas. Vejamos o porquê disso.



Abaixo está um esquema mostrando o Sol, de raio  $R_S$ , a Terra, de raio  $R_T$ , e metade do “cone de sombra” da Terra. Sabemos que  $R_S = 109 \cdot R_T$  e que a distância entre os centros do Sol e da Terra é  $D = 23.680 \cdot R_T$ .



- **Pergunta 2a) (0,5 ponto)** Calcule, em termos do raio da Terra ( $R_T$ ) qual é o comprimento ( $L$ ) da sombra da Terra, mostrado na figura acima. Observação:  $L$  é medido do vértice do cone de sombra até o centro da Terra.

\* Usando semelhança de triângulos, temos:

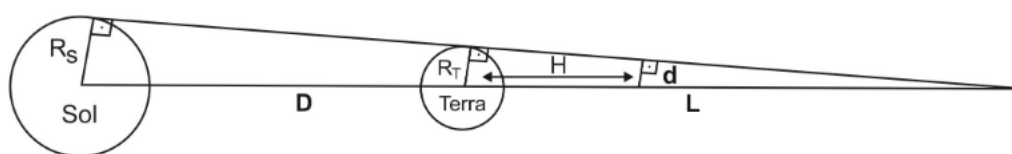
$$\frac{R_S}{R_T} = \frac{D + L}{L} \quad \therefore \quad L = \frac{D}{\left(\frac{R_S}{R_T} - 1\right)}$$

\* Substituindo os valores de  $D$  e  $R_S$  dados no enunciado, temos:

$$L = \frac{23.680 \cdot R_T}{\left(\frac{109 \cdot R_T}{R_T} - 1\right)} \approx 219,3 \cdot R_T$$

- (X)  $L = 219,3 \cdot R_T$   
 ( )  $L = 300,2 \cdot R_T$   
 ( )  $L = 150 \cdot R_T$   
 ( )  $L = 278,4 \cdot R_T$

- **Pergunta 2b) (0,3 ponto)** A Lua cruza o cone de sombra da Terra a uma distância  $H = 60 \cdot R_T$ . Calcule o raio ( $d$ ) do cone de sombra nessa distância  $H$ , medido entre os centros da Terra e da Lua (não desenhada na figura), em função do raio da Terra ( $R_T$ ).





\* Usando semelhança de triângulos, temos:

$$\frac{R_T}{d} = \frac{L}{L - H} \quad \therefore \quad d = R_T \left(1 - \frac{H}{L}\right)$$

\* Substituindo o valor dado de  $H$  e o valor calculado de  $L$ , temos:

$$d = R_T \left(1 - \frac{60 \cdot R_T}{219,3 \cdot R_T}\right) \approx 0,73 \cdot R_T$$

- (X)  $d = 0,73 \cdot R_T$   
 ( )  $d = 1,5 \cdot R_T$



( )  $d = 0,25 \cdot R_T$

( )  $d = 2,77 \cdot R_T$

- **Pergunta 2c) (0,2 ponto)** Sabendo-se que  $R_T = 3,6 \cdot R_L$ , onde  $R_L$  é o raio da Lua, calcule quantas vezes  $d$  é maior do que  $R_L$ . Isso explica o porquê do eclipse lunar ser longo.

\* Basta substituir o valor de  $R_T$  dado:

$$d = 0,73 \cdot R_T = 0,73 \cdot 3,6 \cdot R_L \approx 2,63 \cdot R_L$$

(X)  $d = 2,63 \cdot R_L$

( )  $d = 3,14 \cdot R_L$

( )  $d = 1,36 \cdot R_L$

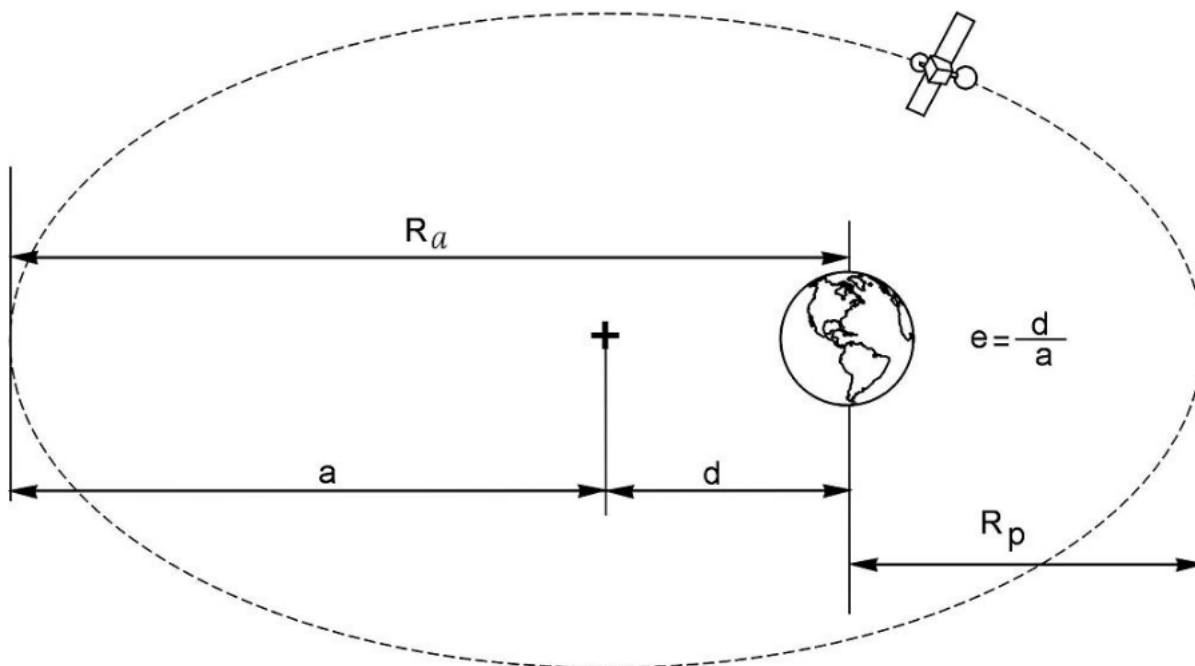
( )  $d = 2,15 \cdot R_L$

- **Questão 3) (1 ponto) [OBA 2010 adaptada]** Você deve ter ouvido falar dos satélites geoestacionários: aqueles que ficam sempre sobre o mesmo lugar na Terra (porque seu período para completar uma órbita é igual ao período de rotação da Terra). Esses satélites são muito úteis para transmitir sinais de televisão, rádio, telefonia, etc.

Entretanto, para o sistema funcionar, as órbitas dos satélites estacionários devem ser todas próximas ao Equador. Logo, esses satélites não são bons para países muito ao norte ou muito ao sul. Por isso a Rússia desenvolveu um sistema diferente de satélites, chamados de Molniya. Trata-se de três satélites com órbitas bastante alongadas, como mostra a figura abaixo.

Pelas Leis de Kepler, sabemos que a velocidade dos satélites é função da sua distância ao foco da elipse onde está a Terra. Dessa forma, próximo ao perigeu (o ponto mais próximo à Terra) o satélite vai passar rapidamente; próximo ao apogeu (o ponto mais distante da Terra), ele permanecerá por muito mais tempo. Assim, os astrônomos russos calculam a órbita para que o apogeu esteja por cima da Rússia. Além disso, eles colocam três satélites para que, a qualquer hora do dia, sempre haja pelo menos um satélite sobrevoando o território russo, para poder transmitir sinais.

Considere o satélite Molniya da figura abaixo. Seu apogeu ( $R_a$ ) está a 45.590 km do centro da Terra; seu perigeu ( $R_p$ ), a 6.920 km.



– **Pergunta 3a) (0,5 ponto)** Calcule o semi-eixo maior ( $a$ ) da órbita.

\* Da figura, conseguimos calcular o eixo maior  $e$ , portanto,  $a$ :

$$2a = R_p + R_a = 6.920 + 45.590 = 52.510 \quad \therefore \quad a = \frac{52.510}{2} = 26.255 \text{ km}$$

☒  $a = 26.255 \text{ km}$

☐  $a = 15.365 \text{ km}$

☐  $a = 32.415 \text{ km}$

☐  $a = 10.213 \text{ km}$

– **Pergunta 3b) (0,5 ponto)** Calcule a excentricidade ( $e = \frac{d}{a}$ ) da órbita.

\* Da figura, sabemos que  $d = a - R_p$ . Assim, temos:

$$e = \frac{d}{a} = \frac{a - R_p}{a} = 1 - \frac{R_p}{a} = 1 - \frac{6.920}{26.255} \approx 0,74$$

☒  $e = 0,74$

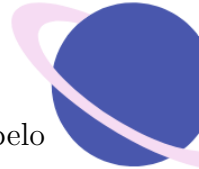
☐  $e = 0,23$

☐  $e = 0,95$

☐  $e = 1,24$

- **Questão 4) (1 ponto) [OBA 2006 adaptada]** A luminosidade (quantidade de energia emitida por unidade de tempo) é uma característica intrínseca de uma estrela, ou seja, só depende dela mesma. A estrela Betelgeuse (alfa de Órion), por exemplo, tem uma luminosidade 200 vezes maior do que Sírius, mas Sírius é a estrela mais brilhante do nosso céu noturno! O que acontece é que Sírius, apesar de não ser tão luminosa, está muitas vezes mais próxima da Terra que Betelgeuse. O mesmo ocorre, de forma muito mais acentuada, com o nosso Sol. Ele tem uma luminosidade ainda menor que a de Sírius, mas está muito, mas muito mais próximo mesmo da Terra, e por isso é praticamente a única fonte de energia do nosso planeta. Como calcular isso? É simples: a luz emitida por uma estrela sai de sua superfície igualmente em todas as direções. Ou





seja, a energia que sai da estrela vai se espalhando igualmente em todas as direções pelo espaço, conforme vai se afastando da estrela. Assim, não importa se estamos vendo a estrela de um lado ou de outro, importa apenas a distância. E você já deve ter aprendido que o lugar geométrico de todos os pontos a uma mesma distância de outro ponto desenha no espaço uma superfície esférica, uma casca esférica. Suponha então que estamos em um lugar, a uma distância qualquer (que podemos representar pela letra  $d$ , como na fórmula abaixo) de uma estrela que tenha uma luminosidade qualquer (representada aqui pela letra ele maiúscula  $L$ , na fórmula abaixo). Queremos saber quanta energia chega em uma unidade de área deste lugar, por unidade de tempo. Quando a luz da estrela chegar neste lugar, ela terá se espalhado por toda a região que esteja à mesma distância da estrela, ou seja, pela superfície de uma suposta esfera de raio  $d$ , que tem área  $4 \cdot \pi \cdot d^2$ . Assim, a energia que chega por unidade de tempo, por unidade de área, a essa distância é chamada de fluxo ( $F$ ) e é dada por  $F = \frac{L}{4\pi d^2}$ . Assim, podemos dizer que, embora Betelgeuse seja mais luminosa, Sírius está mais perto, e então o fluxo de Sírius medido na Terra é maior – o que a faz aparecer mais brilhante do que Betelgeuse.

- **Pergunta 4a) (0,5 ponto)** Você deve imaginar que a luminosidade, sendo uma medida de energia por tempo, pode ser medida em unidades de potência, isto é, energia por tempo. Vamos adotar aqui, como unidade de potência, o Watt, que é a unidade do sistema internacional de unidades (SI). Um Watt representa um Joule (a unidade de energia do SI) por segundo (Watt = Joule/segundo). A luminosidade do Sol ( $L_S$ ) é de  $4 \cdot 10^{26}$  Watts. Calcule seu fluxo aqui na Terra ( $F_{S-T}$ ). Em outras palavras, quanta energia solar chega na Terra por segundo, por metro quadrado? Dados: distância Terra-Sol = 150 milhões de quilômetros =  $15 \cdot 10^{10} m$ ; use  $\pi = 3$ .

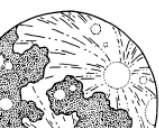
\* Basta aplicar os valores dados na fórmula:

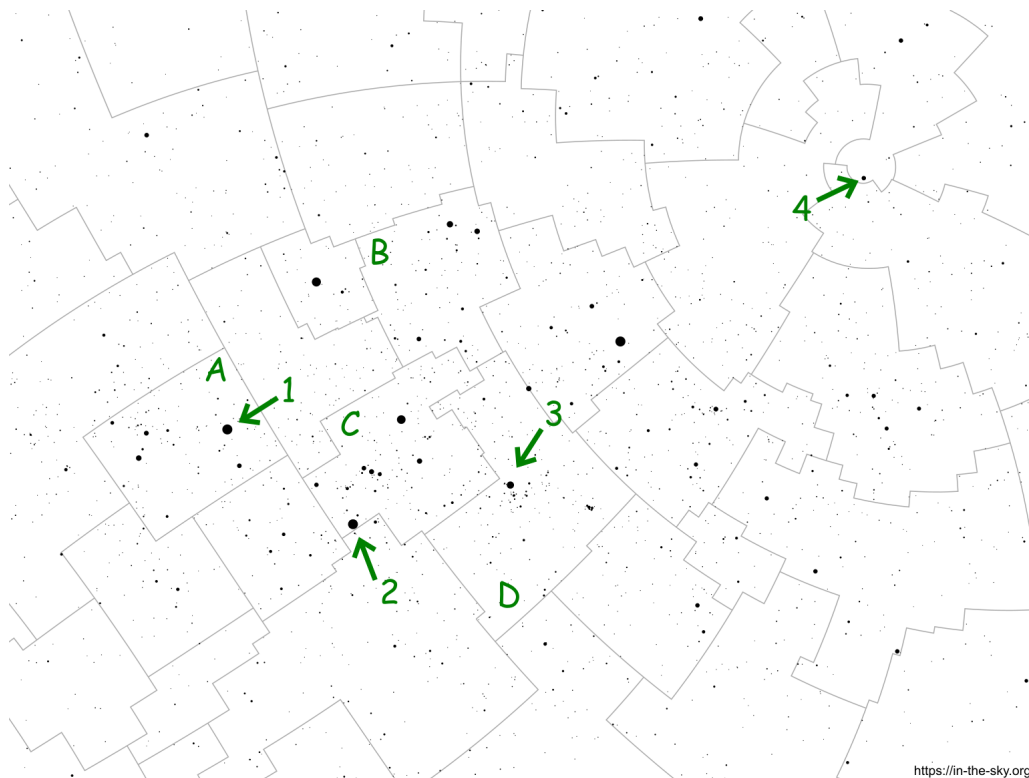
$$F_{S-T} = \frac{L_S}{4\pi d^2} = \frac{4 \cdot 10^{26}}{4 \cdot 3 \cdot (15 \cdot 10^{10})^2} \approx 1,5 \cdot 10^3 \frac{W}{m^2}$$

- (X)  $F_{S-T} = 1,510^3 \frac{W}{m^2}$
- ( )  $F_{S-T} = 3,210^3 \frac{W}{m^2}$
- ( )  $F_{S-T} = 1,510^4 \frac{W}{m^2}$
- ( )  $F_{S-T} = 3,210^4 \frac{W}{m^2}$

- **Pergunta 4b (0,5 ponto)** Se medirmos, de fato, o fluxo na superfície terrestre ( $F_{S-T}$ ), o valor será significativamente menor. Por quê?
  - (X) A atmosfera atua como um poderoso filtro da radiação solar.
  - ( ) Parte da radiação solar é perdida ao atravessar o vácuo entre o Sol e a Terra.
  - ( ) Na prática, o Sol não emite toda sua luminosidade.
  - ( ) Nossos aparelhos não são capazes de medir o valor total desse fluxo.

- **Questão 5) (1 ponto)** A carta celeste abaixo representa uma região equatorial da Esfera Celeste, em que as letras indicam constelações e os números indicam estrelas.





- **Pergunta 5a) (0,4 ponto) (0,1 cada acerto)** Indique quais são as constelações mostradas na carta celeste.

	A	B	C	D
Cão Maior	X			
Gêmeos		X		
Órion			X	
Touro				X

- **Pergunta 5b) (0,6 ponto) (0,15 cada acerto)** Indique quais são as estrelas indicadas na carta celeste.

	1	2	3	4
Sírius (alfa de Cão Maior)	X			
Rígel (alfa de Órion)		X		
Aldebarã (alfa de Touro)			X	
Polaris (alfa de Ursa Maior)				X

- **Questão 6) (1 ponto) [OBA 2004 adaptada]** As estrelas se formam a partir da fragmentação, seguida da condensação, de nuvens de gás (principalmente Hidrogênio) e poeira muito pouco densas presentes nas galáxias. E isto acontece exatamente porque esta matéria, mesmo muito difusa, se atrai segundo a Lei da Gravitação Universal. À medida que a assim chamada nuvem proto-estelar (pois ainda não é uma estrela) se contrai, sob a influência de sua própria gravitação, a sua temperatura aumenta devido à energia liberada pela contração. É como se a nuvem caindo sobre ela mesma liberasse a energia da queda. Neste estágio a proto-estrela emite radiação no infra-vermelho. Isto é, ainda não podemos ver a estrela, pois ela está emitindo energia em um comprimento de onda menor do que o comprimento da cor vermelha. Quando a temperatura central da nuvem atinge cerca de dez milhões de graus os núcleos de Hidrogênio (H) começam a sofrer fusão se transformando em núcleos de Hélio (He) na proporção de 4 H para 1 He. A energia obtida com a conversão de H em Hélio (He) é suficiente para suprir as necessidades da estrela. A contração cessa, pois agora existe uma fonte de energia





térmica que se contrapõe ao colapso gravitacional, e a estrela atinge uma situação de equilíbrio. Assim, os núcleos das estrelas como o Sol, que queimam Hidrogênio são imensos reatores termo-nucleares, isto é, produzem energia na forma de calor a partir de fusão nuclear. A estrela se mantém estável até que o H do seu núcleo seja consumido, mas isso leva muito tempo, o qual representa aproximadamente 90% da vida da estrela. É nesta fase de equilíbrio, conhecida também como sequência principal, em que o nosso Sol se encontra. A “queima” de Hidrogênio em Hélio produz energia em virtude da conversão de uma pequena quantidade de massa dos átomos de Hidrogênio em energia segundo a famosa fórmula de Albert Einstein de que uma dada quantidade de massa pode ser convertida inteiramente em energia tendo como constante de proporcionalidade o quadrado da velocidade da luz,  $E = mc^2$ . Essa constante de proporcionalidade confere uma altíssima produção de energia mesmo para quantidades muito pequenas de massa, pois a velocidade da luz é da ordem de  $300.000 \text{ km/s}$ . Assim, o átomo de He tem uma massa apenas um pouco menor do que a de 4 H. É assim que o Sol vem produzindo energia já há 4,5 bilhões de anos.

Dados:

- > Um grama de matéria totalmente convertida em energia produz 90 trilhões de Joules ( $9 \cdot 10^{13} \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2}$ ).
- > Sabemos com certeza que o Sol converte aproximadamente 600 milhões de toneladas ( $6 \cdot 10^{11} \text{ kg}$ ) de Hidrogênio em Hélio por segundo e que apenas 1% da massa do Hidrogênio é de fato “queimada” na produção de He.
- > Um grama de Hidrogênio contém aproximadamente  $6 \cdot 10^{23}$  átomos.

– **Pergunta 6a) (0,5 ponto)** Calcule a quantidade total de energia produzida pelo Sol a cada segundo.

\* A massa de fato convertida em energia é 1% de  $6 \cdot 10^{11} \text{ kg}$ , ou seja,  $6 \cdot 10^9 \text{ kg} = 6 \cdot 10^{12} \text{ g}$ . Convertendo essa massa em energia, temos:

$$6 \cdot 10^{12} \cdot 9 \cdot 10^{13} = 5,4 \cdot 10^{26} \text{ J}$$

- (X)  $5,4 \cdot 10^{26} \text{ J}$
- ( )  $5,4 \cdot 10^{27} \text{ J}$
- ( )  $2,7 \cdot 10^{25} \text{ J}$
- ( )  $2,7 \cdot 10^{26} \text{ J}$

– **Pergunta 6b) (0,5 ponto)** Calcule quantos átomos de Hélio são produzidos pelo Sol a cada segundo.

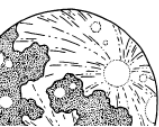
\* Como cada grama de Hidrogênio possui  $6,02 \cdot 10^{23}$  átomos e o Sol queima  $6 \cdot 10^{14} \text{ g}$  de H, ele queima:

$$6,02 \cdot 10^{23} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 36,12 \cdot 10^{37} \text{ átomos de H}$$

\* Como para cada 4 átomos de Hidrogênio é produzido um átomo de He, temos que são produzidos:

$$\frac{36,12 \cdot 10^{37}}{4} = 9,03 \cdot 10^{37} \text{ átomos de He}$$

- (X)  $9 \cdot 10^{37}$  átomos
- ( )  $9 \cdot 10^{35}$  átomos
- ( )  $5 \cdot 10^{34}$  átomos



( )  $5 \cdot 10^{36}$  átomos

• **Questão 7) (1 ponto) [OBA 2005 adaptada]**

- **Pergunta 7a) (0,3 ponto)** Considere que o Sol atinge o Zênite de um lugar num solstício. Em qual região esse lugar se situa e qual é a estação do ano nesse hemisfério?

O Sol só pode atingir o Zênite em um trópico por vez, nos solstícios. Nesse caso, a estação que se inicia é o verão sobre o hemisfério no qual se situa o trópico. A resposta, portanto é “sobre qualquer um dos trópicos”. Se houvéssimos tipificado qual solstício, teríamos determinado o trópico, por exemplo, solstício de inverno no Hemisfério Sul – o Sol estaria necessariamente sobre o Trópico de Câncer. Como pode ser visto no enunciado da pergunta, o verão se iniciaria no hemisfério daquele trópico sobre o qual o Sol está no Zênite.

- (X) Sobre qualquer um dos trópicos; verão.  
( ) Sobre qualquer um dos trópicos; inverno.  
( ) Entre os trópicos; verão.  
( ) Entre os trópicos; inverno.

- **Pergunta 7b) (0,3 ponto)** O Sol, no ponto diurno mais alto no céu de um determinado lugar, nunca atinge o Zênite. Em que região esse lugar se encontra?

Como dito anteriormente, a região de ocorrência de Sol a pino é a intertropical. Fora dessa região, o Sol nunca estará no Zênite.

- (X) Entre um trópico e o respectivo polo.  
( ) Entre os trópicos.  
( ) Sobre qualquer um dos trópicos.  
( ) Sobre o Equador.

- **Pergunta 7c) (0,4 ponto)** A maior altura que o Sol atinge em um lugar é igual à inclinação do eixo de rotação da Terra com relação à perpendicular ao plano de translação. Que lugar da Terra é esse?

Para que isso aconteça, é necessário que o Equador Celeste esteja no horizonte. Portanto, o observador deve estar sobre qualquer um dos polos.

- (X) Sobre qualquer um dos polos.  
( ) Sobre qualquer um dos trópicos.  
( ) Sobre o Equador.  
( ) Não há informações suficientes para responder esta pergunta.

## Questões de Astronáutica

- **Questão 8) (1 ponto) [OBA 2011 adaptada]** A cada ano quase cem satélites são colocados em órbita da Terra por meio de foguetes. Para que não caiam de volta à superfície da Terra, os foguetes têm que colocá-los em órbita à velocidade de cerca de 27.800 km/h. Para atingir essa velocidade os foguetes fazem uso de toneladas de propelente, nome dado ao conjunto “combustível e oxidante”. Nos automóveis há um único tanque de combustível, e o oxidante é obtido do ar atmosférico. Por voarem no vácuo do espaço os foguetes carregam o seu próprio oxidante. Diferentemente dos automóveis, os foguetes armazenam seu propelente em vários tanques, denominados estágios, em número que varia entre 3 e 4. Após a queima do propelente (combustível + oxidante) de um estágio o seu tanque vazio é descartado eliminando a necessidade de

acelerar essa “massa morta” ao espaço. O voo continua com o acionamento sucessivo e posterior descarte dos demais estágios até que o satélite seja colocado no espaço à velocidade de 27.800 km/h, ou 7.722 m/s. Há mais de um século o russo Konstantin Tsiolkovsky demonstrou que o ganho de velocidade obtido pela queima do propelente de cada estágio de um foguete é dado pela equação:

$$\Delta v = 3000 \cdot \ln \left( \frac{m_i}{m_f} \right)$$

conhecida como “equação do foguete”.  $\ln$  é a função logaritmo neperiano, ou logaritmo natural, cujos valores são dados na tabela 1 abaixo para diferentes valores de  $m_i/m_f$ . Por exemplo, para  $m_i/m_f = 9,0$ ,  $\ln(9,0) = 2,20$ . Nessa equação o valor 3.000 representa o nível de desempenho do motor,  $m_i$  é a massa inicial do foguete e  $m_f$  a massa final, obtida subtraindo-se da massa inicial do foguete a massa de propelente consumida naquele estágio. Tipicamente a massa de propelente representa 80% da massa total de um foguete. O restante, cerca de 20%, corresponde à massa estrutural do foguete, necessária não somente para armazenar e transportar o propelente, mas também para abrigar tubulações, redes elétricas, computadores e sistema de guiagem do foguete. E a massa do satélite? Bem, ela representa uma parcela inferior a 0,5% da massa total do foguete. Para obter um alto valor de  $\Delta v$  torna-se necessário obter a razão ( $m_i/m_f$ ) a mais alta possível. Isso pode ser conseguido diminuindo-se a massa estrutural do foguete, o que é limitado pelos materiais e tecnologias disponíveis. Como exemplo de aplicação da “equação do foguete” considere um foguete de dois estágios, com as massas da tabela 2 abaixo.

A velocidade ( $\Delta v$ ) final será a soma da velocidade obtida em cada estágio, ou seja,  $\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2$ . Considere que o satélite possua massa de 100 kg. Para calcular  $\Delta v_1$ , a massa inicial é a soma da massa de propelente e estrutural do 1º e 2º estágios e da massa do satélite, ou seja,  $m_i = (22.000 + 3.000) + (10.000 + 700) + 100 = 35.800 \text{ kg}$ . O valor  $m_f$  é obtido considerando-se que todo o propelente do 1º estágio tenha sido consumido, obtendo-se  $m_f = 3.000 + (10.000 + 700) + 100 = 13.800 \text{ kg}$ . Dessa forma,  $m_i/m_f = 2,6$ . A partir da tabela 1 abaixo se obtém que para  $m_i/m_f = 2,6$ ,  $\ln(2,6) = 0,96$ . Esse valor multiplicado pela velocidade característica do propulsor leva a  $\Delta v_1 = 3.000 \cdot 0,96 = 2.880 \text{ m/s}$ .

**Tabela 1**

$m_i/m_f$	1,0	1,4	1,8	2,4	2,6	3,0	7,0	9,0	10,0	12,5	13,5	14,0	15,0
$\ln(m_i/m_f)$	0,00	0,34	0,59	0,88	0,96	1,10	1,95	2,20	2,30	2,53	2,60	2,64	2,71

**Tabela 2**

Estágio	Massa de Propelente (kg)	Massa Estrutural (kg)
1º	22.000	3.000
2º	10.000	700

- **Pergunta 8a) (0,5 ponto)** É chegada a hora de você fazer suas contas para obter  $\Delta v_2$ , lembrando que, quando se inicia a ignição do 2º estágio, a estrutura do 1º já foi descartada. Dessa forma, para o cálculo de  $\Delta v_2$ ,  $m_i = 10.000 + 700 + 100$ . Calcule  $\Delta v_2$ .



- \* Primeiramente, vamos escrever as massas inicial e final com as informações dadas:

$$m_i = 10.000 + 700 + 100 = 10.800 \text{ kg}$$

$$m_f = m_i - 10.000 = 800 \text{ kg}$$

- \* Com isso, basta aplicar os valores na equação de Tsiolkovsky consultando a tabela de logaritmos naturais:

$$\Delta v_2 = 3.000 \cdot \ln \left( \frac{m_i}{m_f} \right) = 3.000 \cdot \ln(13,5) = 3.000 \cdot 2,6 = 7.800 \frac{m}{s}$$

- ☒  $\Delta v_2 = 7.800 \frac{m}{s}$
- ☐  $\Delta v_2 = 540 \frac{m}{s}$
- ☐  $\Delta v_2 = 10.680 \frac{m}{s}$
- ☐  $\Delta v_2 = 2.500 \frac{m}{s}$

- **Pergunta 8b) (0,25 ponto)** Considerando-se que a velocidade do foguete em questão ( $\Delta v$ ) é dado pela soma de  $\Delta v_1$  e  $\Delta v_2$ , calcule  $\Delta v$ . Considere que o foguete está subindo em linha reta.

- \* Basta fazer a soma:

$$\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 = 2.880 + 7.800 = 10.680 \frac{m}{s}$$

- ☒  $\Delta v = 10.680 \frac{m}{s}$
- ☐  $\Delta v = 7.800 \frac{m}{s}$
- ☐  $\Delta v = 2.500 \frac{m}{s}$
- ☐  $\Delta v = 540 \frac{m}{s}$

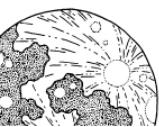
- **Pergunta 8c) (0,25 ponto)** A equação de Tsiolkovsky não considera que 25% da energia química do propelente não será convertida em velocidade do foguete, mas será usada para vencer o atrito com a atmosfera terrestre. Dessa forma, para que a velocidade final do foguete seja de  $7.772 \text{ m/s}$  ( $27.800 \text{ km/h}$ ), deve-se utilizar a equação de Tsiolkovsky visando atingir no mínimo  $10.000 \text{ m/s}$ . Baseado nessa informação, o foguete de dois estágios proposto será capaz de colocar o satélite em órbita?



Como a velocidade final atingida, obtida na pergunta 8b, foi de  $10.680 \frac{m}{s}$ , que é maior do que  $10.000 \frac{m}{s}$ , podemos afirmar que o satélite entrará em órbita.

- ☒ Sim
- ☐ Não

- **Questão 9) (1 ponto) [OBA 2010 adaptada]** Existem diferentes tipos de sensores espaciais, com diferentes aplicações.

Um dos elementos que fazem os sensores serem diferentes são as frequências de luz que eles podem detectar. Por exemplo, há sensores que podem produzir imagens na região do espectro visível, com aquela luz que nossos olhos também enxergam. Há também aqueles que captam luz infravermelha termal, podendo “fotografar o calor”, captando dados que estão relacionados à temperatura do ar e da superfície terrestre. Por fim, há os sensores de radar, que captam na faixa de micro-ondas; isso permite que estes sensores obtenham imagens da superfície da Terra mesmo que haja nuvens na frente (tempo nublado ou chuvoso).





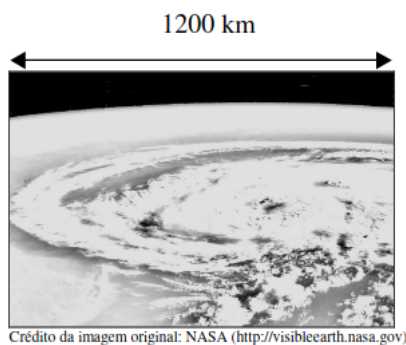
Outra característica dos sensores que pode variar são suas resoluções espacial e temporal. A resolução espacial é a capacidade do sensor de ver objetos pequenos; quanto menores os objetos que o sensor consegue identificar, maior sua resolução espacial. A resolução temporal, por outro lado, é a capacidade do detector de fotografar várias vezes o mesmo objeto ou local; quanto menor o tempo entre as imagens feitas pelo detector, maior sua resolução temporal.

Assim, sensores que possuem resolução espacial média (distinguem, no máximo, objetos de 80 a 20 metros) são bons, por exemplo, para estudar a alteração na cobertura vegetal e no uso do solo. Já os sensores com resolução espacial alta (distinguem objetos de 5 metros ou menos) são mais adequados para detectar objetos relativamente pequenos como árvores, aviões, construções, etc. Os sensores de alta resolução temporal (fotografam com frequência diária) são úteis para estudar fenômenos dinâmicos, como por exemplo os fenômenos meteorológicos.

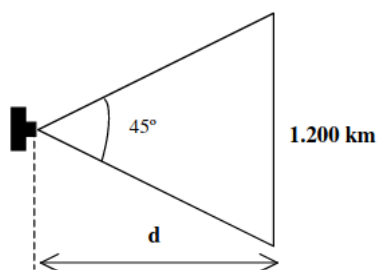
- **Pergunta 9) (1 ponto) (0,2 cada acerto)** Com base nas informações do enunciado, associe as aplicações de sensoriamento remoto com as respectivos tipos de imagens.
1. O clima das grandes cidades apresenta diferenças significativas de temperatura entre a área central (temperaturas mais altas) e sua periferia (temperaturas mais baixas). Isso faz com que se formem as chamadas ilhas de calor nas regiões centrais das cidades. As queimadas, por sua vez, também representam fontes de calor localizadas. Portanto, tanto as ilhas de calor quanto as queimadas são identificadas com imagens no infravermelho termal.
  2. Os fenômenos meteorológicos são bastante dinâmicos e, por isto, requerem a análise de dados de alta resolução temporal.
  3. Os alvos urbanos são de extensão relativamente pequena (da ordem de metros) e, por isto, requerem dados de alta resolução espacial para o seu estudo.
  4. Em áreas encobertas por nuvens, não há disponibilidade de dados ópticos. Por isso, os sensores do tipo radar são os mais apropriados para essa situação.
  5. Para monitorar as alterações na cobertura vegetal como o desmatamento, principalmente de grandes regiões como na Amazônia, as imagens de média e baixa resolução espacial são adequadas para esta finalidade.

	Imagens de alta resolução espacial	Imagens de média resolução espacial	Imagens de radar	Imagens do infravermelho termal	Imagens de alta resolução temporal
Detectar ilhas de calor e queimadas				X	
Prever o tempo					X
Estudar objetos urbanos	X				
Mapear áreas encobertas por nuvens			X		
Monitorar desmatamento da Amazônia (área superior a $900\text{ m}^2 = 30 \cdot 30\text{ m}$ )		X			

- Questão 10) (1 ponto) [OBA 2008 adaptada]** Uma empresa privada dos EUA está desenvolvendo um avião espacial (SpaceShipTwo) no qual turistas viajarão ao espaço em um voo suborbital de 15 a 20 minutos. Durante a fase do voo fora da atmosfera da Terra os turistas conseguirão ver a Terra da mesma forma que os astronautas a veem em seus voos orbitais e da Estação Espacial Internacional. Conforme mostrado na imagem abaixo, obtida do espaço, é possível ver claramente a curvatura da Terra. Analisando a imagem e usando a geometria e trigonometria que você aprendeu na escola é possível estimar a altitude da qual ela foi tirada. Neste caso, o comprimento estimado para o campo de visão horizontal é de  $1.200\text{ km}$ .



- Pergunta 10a) (0,5 ponto)** Com o uso da trigonometria podemos determinar outras informações a partir da imagem. Sabendo-se que o ângulo de visão da câmara fotográfica é de  $45^\circ$  na horizontal, determine a distância  $d$  do astronauta que tirou a foto até o horizonte da Terra. Dados:  $\text{tg}(45^\circ) = 1,0$ ;  $\text{tg}\left(\frac{45^\circ}{2}\right) = 0,4$ .







\* Da trigonometria, temos:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{45^\circ}{2}\right) = \frac{\frac{1.200 \text{ km}}{2}}{d} \quad \therefore d = \frac{\frac{1.200 \text{ km}}{2}}{\operatorname{tg}\left(\frac{45^\circ}{2}\right)}$$
$$d = \frac{600}{0,4} = 1.500 \text{ km}$$

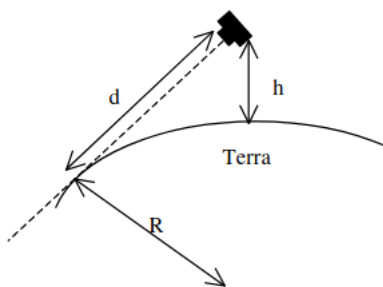
(X)  $d = 1500 \text{ km}$

( )  $d = 3000 \text{ km}$

( )  $d = 500 \text{ km}$

( )  $d = 4500 \text{ km}$

- **Pergunta 10b) (0,5 ponto)** A distância  $d$  de um ponto qualquer acima da superfície da Terra até o horizonte é dada por  $d^2 = 2Rh + h^2$ , onde  $R$  é o raio da Terra (igual a  $6.370 \text{ km}$ ) e  $h$  é altura de onde foi feita a imagem. Veja a figura ao lado. Determine a altura  $h$  da órbita de onde foi feita a imagem acima. Use a distância  $d$  obtida no item anterior. Para a solução deste problema a tabela abaixo lhe será útil.



Número	Raiz Quadrada
10.000.000	3.162
130.307.600	11.415
162.307.600	12.740
171.307.600	13.088
187.307.600	13.686
244.307.600	15.630

\* Reescrevendo a equação dada e substituindo os valores, temos:

$$h^2 + 2Rh - d^2 = 0 \quad \therefore h^2 + 2 \cdot 2.370 \cdot h - 1.500^2 = h^2 + 12.740h - 2.250.000 = 0$$

\* Resolvendo essa equação do 2º grau e com a ajuda da tabela acima, temos:

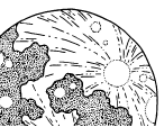
$$h = \frac{-12.740 \pm \sqrt{12.740^2 + 4 \cdot 2.250.000}}{2} \quad \therefore h \in \{-12.714 \text{ km}, 174 \text{ km}\}$$
$$\therefore h = 174 \text{ km}$$

(X)  $h = 174 \text{ km}$

( )  $h = 348 \text{ km}$

( )  $h = 87 \text{ km}$

( )  $h = 522 \text{ km}$



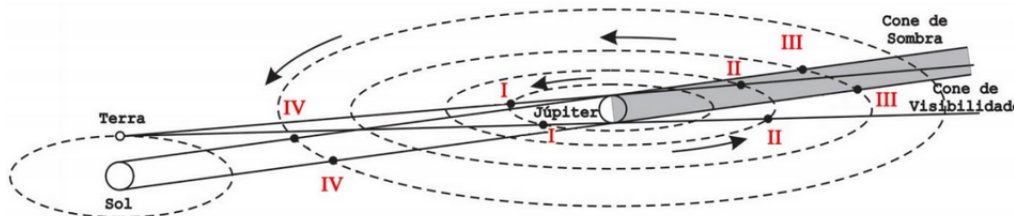
## Questões avançadas

- **Questão 11) (1 ponto) [Seletiva OBA Online 2018-19 adaptada]** A figura abaixo traz o esquema das configurações (fora de escala) dos fenômenos dos satélites galileanos do ponto de vista da Terra (fenômenos geocêntricos). Para os satélites temos os seguintes símbolos:

I – Io  
II – Europa  
III – Ganimedes  
IV – Calisto

Os fenômenos podem ser:

- > o Eclipse do satélite pela sombra do disco do planeta (Desaparecimento e Reaparecimento)
- > o Trânsito da sombra do satélite pelo disco do planeta (Imersão/Entrada e Emersão/Saída)
- > o Trânsito do satélite pelo disco do planeta (Imersão/Entrada e Emersão/Saída)
- > a Ocultação do satélite pelo disco do planeta (Desaparecimento e Reaparecimento)



- **Pergunta 11) (1 ponto)** Assinale a opção que identifica corretamente os fenômenos geocêntricos dos satélites de Júpiter que estão acontecendo na figura.  
O satélite I está passando na frente do disco de Júpiter. O satélite II está entrando atrás do disco de Júpiter (na primeira posição). O satélite III está saindo da sombra de Júpiter (na segunda posição). O satélite IV está projetando sua sombra no disco de Júpiter.
- (X) Trânsito de Io, Ocultação de Europa (desaparecimento), Eclipse de Ganimedes (reaparecimento) e Trânsito da sombra de Calisto.
- ( ) Trânsito de Io, Eclipse de Europa (desaparecimento), Ocultação de Ganimedes, (desaparecimento) e Trânsito da sombra de Calisto.
- ( ) Trânsito da sombra de Io, Ocultação de Europa (desaparecimento), Eclipse de Ganimedes (reaparecimento) e Trânsito de Calisto.
- ( ) Eclipse de Io, Trânsito de Europa (imersão), Trânsito da sombra de Ganimedes (emersão) e Eclipse de Calisto.

- **Questão 12) (1 ponto) [USAAO 2019 adaptada]**

- **Pergunta 12) (1 ponto)** Eltanin, a estrela mais brilhante na constelação Dragão, possui as seguintes coordenadas aproximadamente: ascensão reta = 17h 56m; declinação = +51,5°. Sabendo que a latitude do observador é +50° e que a estrela está em sua culminação superior, qual a altura de Eltanin?

\* Como a estrela está em sua culminação superior, temos a seguinte distância zenital:

$$z = |\phi| - |\delta| = 51,5^\circ - 50^\circ = 1,5^\circ$$

\* Com isso, podemos encontrar sua altura:

$$h = 90^\circ - z = 90^\circ - 1,5^\circ = 88,5^\circ$$

- (X)  $88,5^\circ$   
( )  $44,25^\circ$   
( )  $26^\circ$   
( ) A estrela está abaixo do horizonte

• **Questão 13) (1 ponto) [Seletiva OBA Online 2018-19 adaptada]**

- **Pergunta 13) (1 ponto)** Encontre a magnificação, ou ampliação, de um telescópio 8" Schmidt-Cassegrain f/10 quando usado com uma ocular de 20 mm ( $1'' \approx 25,4 \text{ mm}$ ).

\* Primeiramente, vamos calcular o diâmetro do espelho:

$$D = 8'' = 8 \cdot 25,4 = 203,2 \text{ mm}$$

\* Agora, usando a razão focal, podemos encontrar a distância focal do telescópio:

$$\frac{f}{10} = D \quad \therefore \quad f = 10 \cdot D = 10 \cdot 203,2 = 2.032 \text{ mm}$$

\* Por fim, podemos calcular a ampliação:

$$A = \frac{f}{f_o} = \frac{2.032}{20} \approx 100$$

- (X)  $\approx 100 X$   
( )  $\approx 20 X$   
( )  $\approx 80 X$   
( )  $\approx 254 X$

• **Questão 14) (1 ponto) [Seletiva OBA Presencial 2016-17 adaptada]** A paralaxe heliocêntrica de Canopus, segundo os dados do satélite Hipparcos, vale 10,42 milissegundos de arco (mas).

Dado: magnitude aparente de Canopus =  $-0,72$

- **Pergunta 14a) (0,5 ponto)** Utilize essa informação e o módulo da distância para calcular a magnitude absoluta de Canopus.



\* Usando a paralaxe, podemos calcular a distância de Canopus:

$$\pi = \frac{1}{r} \quad \therefore \quad r = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{10,42 \cdot 10^{-3}} \approx 95,97 \text{ pc}$$

\* Agora, com o módulo de distância, temos:

$$m - M = 5 \log r - 5 \quad \therefore \quad M = 5 \log r - 5 - m = 5 \cdot \log(95,97) - 5 - 0,72 \approx -5,63$$

- (X)  $M = -5,63$   
( )  $M = -0,72$   
( )  $M = -1,44$


$$( ) M = -2,82$$

- **Pergunta 14b) (0,5 ponto)** Aproximadamente, quantas vezes ela é mais luminosa do que o Sol?

Dado: magnitude absoluta do Sol = +4,80

\* Usando a relação de Pórgson com as magnitudes absolutas, temos:

$$M_S - M_C = 2,5 \log \left( \frac{L_C}{L_S} \right) \quad \therefore \quad \frac{L_C}{L_S} = 10^{\frac{M_S - M_C}{2,5}}$$
$$\therefore \quad \frac{L_C}{L_S} \approx 1,5 \cdot 10^4 = 15.000$$

(X)  $\approx 15$  mil vezes

( )  $\approx 30$  mil vezes

( )  $\approx 5$  mil vezes

( )  $\approx 50$  mil vezes

- **Questão 15) (1 ponto) [USAAO 2020 adaptada]** Considere os seguintes dados para responder a pergunta desta questão:

- > Massa do Sol:  $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- > Massa de Júpiter:  $2 \cdot 10^{27} \text{ kg}$
- > Distância Júpiter-Sol:  $5.2 \text{ UA} = 7,8 \cdot 10^{11} \text{ m}$
- > Período orbital de Júpiter: 12 anos  $\approx 3.8 \cdot 10^8 \text{ s}$

- **Pergunta 15) (1 ponto)** Calcule a velocidade do Sol ao redor do centro de massa devido à presença de Júpiter.

\* Inicialmente, precisamos encontrar a distância de cada componente ao centro de massa, o que pode ser feito usando a relação das massas e a distância entre as componentes:

$$\begin{cases} m_S \cdot r_S = m_J \cdot r_J \\ r_{J-S} = r_S + r_J \end{cases} \quad \therefore \quad r_S = \frac{r_{J-S}}{1 + \frac{m_S}{m_J}}$$

\* Sabendo que o período orbital das componentes em um sistema binário deve ser o mesmo, temos:

$$T_S = T_J \approx 3.8 \cdot 10^8 \text{ s}$$

\* Por fim, basta calcular a velocidade do Sol (aproximando sua órbita para uma circunferência):

$$v_S = \frac{2\pi r_S}{T_S} = \frac{2\pi r_{J-S}}{T_J \left(1 + \frac{m_S}{m_J}\right)} = \frac{2\pi \cdot 7,8 \cdot 10^{11}}{3.8 \cdot 10^8 \left(1 + \frac{2 \cdot 10^{30}}{2 \cdot 10^{27}}\right)} \approx 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(X)  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

( )  $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

( )  $600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

( )  $1200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Bons estudos!

