LIGA OLÍMPICA DE ASTRONOMIA & Guardiões da Educação

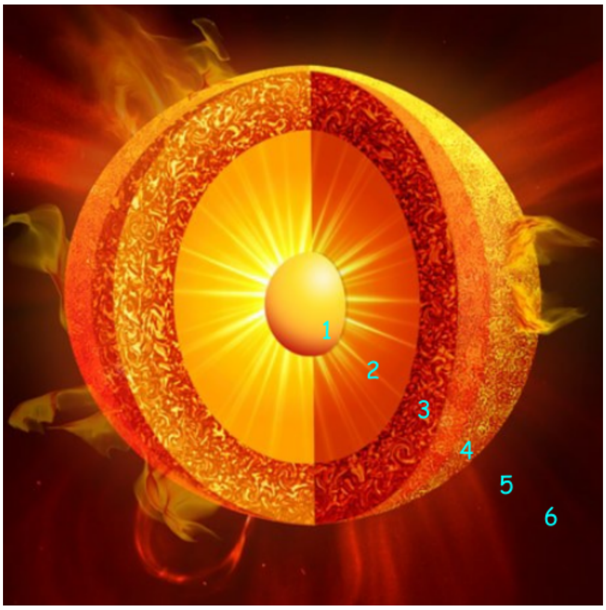
Gabarito

Listas OBA (Nível 4) – 3ª Lista

Fotometria & Estrelas

Material elaborado por **Iago Braz Mendes**

- **Questão 1) (1 ponto)** A nossa estrela – o Sol – possui 6 camadas, 3 internas e 3 externas. Observe a seguinte representação com números de 1 a 6 em cada camada solar:



  - **Pergunta 1a) (0,6 ponto) (0,1 cada acerto)** Abaixo, os 6 nomes das camadas solares estão em ordem aleatória. Insira o número correspondente ao representado na imagem.

    (3) Zona convectiva
    (6) Coroa
    (4) Fotosfera
    (1) Núcleo
    (2) Zona radiativa
    (5) Cromosfera

  - **Pergunta 1b) (0,1 ponto)** Quais as formas de transmissão de calor nas camadas 2 e 3, respectivamente?

    ( ) Condução e Radiação
    (*X*) Radiação e Convecção
    ( ) Convecção e Condução
    ( ) Convecção e Radiação

- **Pergunta 1c) (0,3 ponto)** Algo que ainda intriga vários cientistas é o fato de a camada 6 possuir uma maior temperatura do que as camadas 4 e 5. O fator responsável por essa peculiaridade mais aceito atualmente também causa irregularidades na atmosfera solar, como os ventos solares. Qual é esse fator?

  ( ) Equilíbrio entre força gravitacional e a pressão de radiação
  ( ) Escapamento de neutrinos originados pelas reações nucleares
  ( ) Movimento do Sol ao redor do baricentro do Sistema Solar
  (X) Variação dos campos magnéticos

- **Questão 2) (1 ponto)** A energia proveniente do Sol é originada por meio do ciclo p-p, o qual pode ser simplificado para a seguinte reação nuclear:

$$H_1^2 + H_1^3 \longrightarrow He_2^4 + n_0^1 + \gamma$$

em que H_1^2 (deutério) e H_1^3 (trítio) são alótropos do hidrogênio, He_2^4 é um átomo de hélio, n_0^1 é um nêutron, e γ representa a energia liberada.
As massas atômicas envolvidas nessa reação são dadas a seguir:

> $m(H_1^2) \simeq 2,014\ uma$
> $m(H_1^3) \simeq 3,016\ uma$
> $m(He_2^4) \simeq 4,003\ uma$
> $m(n_0^1) \simeq 1,009\ uma$

- **Pergunta 2a) (0,4 ponto)** Calcule a taxa de massa perdida (t), em porcentagem, usando a reação nuclear passada.
  Dica: $t = \left|\frac{m'-m_0}{m_0}\right|$, em que m_0 e m' são as massas antes e depois da reação, respectivamente.

  * Primeiramente, precisamos calcular m_0 e m':

$$m_0 = m(H_1^2) + m(H_1^3) = 2,014 + 3,016 = 5,030\ uma$$

$$m' = m(He_2^4) + m(n_0^1) = 4,003 + 1,009 = 5,012\ uma$$

  * Assim, a variação de massa é:

$$\Delta m = m' - m_0 = 5,012 - 5,030 = -0,018\ uma$$

  * Finalmente, temos:

$$t = \left|\frac{\Delta m}{m_0}\right| = \left|-\frac{0,018}{5,030}\right|$$

$$\therefore \quad t \simeq 0,004 = 0,4\%$$

  Resposta 2a): $0,4\%$

- **Pergunta 2b) (0,3 ponto)** Considerando que toda a massa do Sol seja composta por alótropos de hidrogênio e que o ciclo p-p é a única reação nuclear que ocorre até a tais alótropos se esgotarem, qual será a massa convertida em energia, em kg?
  Dados: $M_{Sol} \simeq 2 \cdot 10^{30}\ kg$

  * Basta multiplicar M_{Sol} por t:

$$m = M_{Sol} \cdot t = 2 \cdot 10^{30} \cdot 4 \cdot 10^{-3}$$

$$\therefore \quad m = 8 \cdot 10^{27}\ kg$$

  Resposta 2b): $8 \cdot 10^{27}\ kg$

– **Pergunta 2c) (0,3 ponto)** Qual a quantidade de energia gerada pela massa calculada no item anterior?
Dica: $E = mc^2$

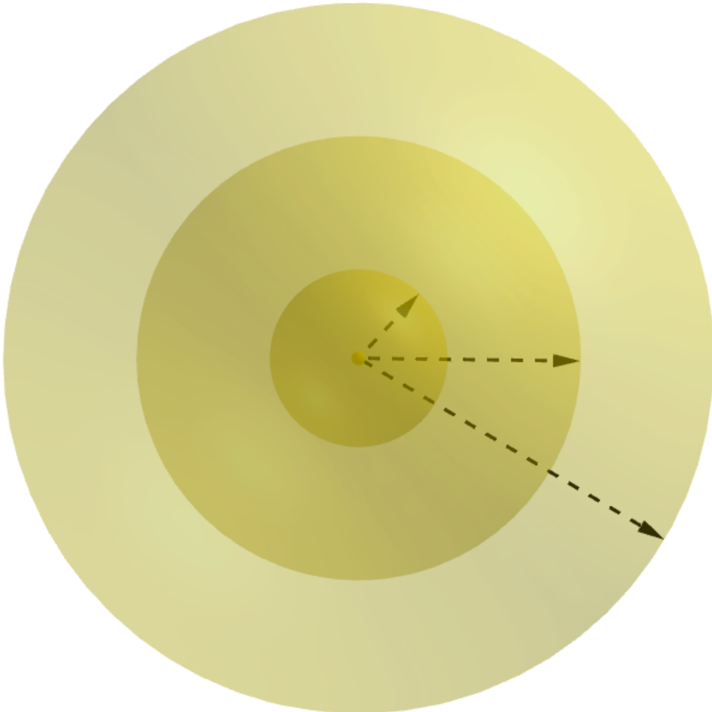
∗ Sabendo que $c = 3 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}$, temos:

$$E = m \cdot c^2 = 8 \cdot 10^{27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2$$

$$\therefore \quad E = 7,2 \cdot 10^{43} \approx 7 \cdot 10^{43} \ J$$

Resposta 2c): $7 \cdot 10^{43} \ J$

- **Questão 3) (1 ponto)** Na Astronomia, os conceitos de Luminosidade e Fluxo são frequentemente usados e, portanto, é importante saber diferenciá-los. Observe o esquema seguinte representando a emissão de energia do Sol:



Como você pode perceber, o "brilho" é reduzido à medida que a distância da fonte luminosa aumenta. Contudo, a energia emitida deve ser a mesma, visto que não se pode perder energia no universo.
Nesse contexto, precisamos fazer duas definições:

1. *Luminosidade:* é a quantidade de energia emitida a cada unidade de tempo (potência) e a sua unidade no S.I. é o watt $\left(W = \frac{J}{s}\right)$
2. *Fluxo:* é a quantidade de potência recebida a cada unidade de área e a sua unidade no S.I. é watt por metro quadrado $\left(\frac{W}{m^2}\right)$

Dito isso, é possível analisar que os melhores termos para "brilho" e "energia emitida" seriam *fluxo* e *luminosidade*, respectivamente. Como já discutimos, a luminosidade deve se manter constante na superfície da esfera luminosa emitida e o fluxo é inversamente proporcional à distância da fonte luminosa. Para encontrarmos uma fórmula que descreva essas quantidades, basta inserirmos a área superficial dessa esfera ($A = 4\pi r^2$):

$$F = \frac{L}{4\pi r^2}$$

em que F é o fluxo, L é a luminosidade, e r é a distância à fonte (raio da esfera luminosa).

– **Pergunta 3a) (0,5 ponto)** A distância entre a Terra e o Sol é $1\ UA \approx 1,5 \cdot 10^{11}\ m$. Sabendo disso e que $L_{Sol} \simeq 3,8 \cdot 10^{26}\ W$, determine o fluxo solar que recebemos.
Dica: para facilitar as contas, considere $\pi \approx 3$

  ∗ Aplicando os valores na fórmula do fluxo, temos:

$$F_{Sol} = \frac{L_{Sol}}{4\pi r^2} = \frac{3,8 \cdot 10^{26}}{4 \cdot 3 \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^2}$$

$$\therefore \quad F_{Sol} \simeq 1,4 \cdot 10^3\ \frac{W}{m^2} = 1400\ \frac{W}{m^2}$$

Resposta 3a): $1400\ \frac{W}{m^2}$

– **Pergunta 3b) (0,5 ponto)** O fluxo da estrela Sirius – alfa da constelação Cão Maior – recebido na Terra é $F_{Sirius} \simeq 1,2 \cdot 10^{-7}\ \frac{W}{m^2}$ e a sua luminosidade é $L_{Sirius} \simeq 9,7 \cdot 10^{27}$. Se a Terra estivesse a uma mesma distância do Sol e de Sirius, qual estrela possuiria o maior fluxo?

  ∗ Se as 2 estrelas estivessem a uma mesma distância do da Terra, teríamos a seguinte razão:

$$\frac{F_{Sirius}}{F_{Sol}} = \frac{L_{Sirius}}{4\pi r^2}\frac{4\pi r^2}{L_{Sol}} = \frac{L_{Sirius}}{L_{Sol}}$$

  ∗ Como $L_{Sirius} > L_{Sol}$, temos que $F_{Sirius} > F_{Sol}$.

( ) Sol
(X) Sirius
( ) As duas estrelas teriam o mesmo fluxo
( ) Impossível de determinar com as informações passadas

• **Questão 4) (1 ponto)** A luminosidade das estrelas depende tanto em seu tamanho quanto em sua temperatura. Nesse sentido, podemos usar a Lei de Stefan-Boltzmann para mostrar matematicamente essa relação:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

em que L é a luminosidade, R é o raio, T é a temperatura, e σ é a constante de Stefan-Boltzmann $\left(\sigma \simeq 5,67 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2K^4}\right)$.

Mais importante do que memorizar essa equação, é preciso entender que a luminosidade é diretamente proporcional ao raio ao quadrado e à temperatura elevada à quarta pontência. Matematicamente, temos:

$$L \propto R^2 T^4$$

Além disso, podemos determinar a cor de uma estrela a partir de sua temperatura (e vice-versa). Para tanto, precisamos utilizar a Lei de Wien:

$$\lambda T = b$$

em que λ é o comprimento de onda em que a maior quantidade de energia é emitida, T é a temperatura, e b é a constante de Wien ($b \simeq 2,90 \cdot 10^{-3}\ mK$).

– **Pergunta 4a) (0,1 ponto)** Se o raio de uma estrela for reduzido pela metade $\left(R' = \frac{R_0}{2}\right)$ e sua temperatura for multiplicada por 2 ($T' = 2T_0$), o que acontecerá com a luminosidade?

* Usando a Lei de Stefan-Boltzmann, temos:

$$\frac{L'}{L_0} = \frac{4\pi R'^2 \sigma T'^4}{4\pi R_0^2 \sigma T_0^4} = \left(\frac{R'}{R_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{T'}{T_0}\right)^4$$

$$\therefore \quad \frac{L'}{L_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2^4 = 2^2 = 4$$

$$\therefore \quad L' = 4L_0$$

( ) $L' = L_0$
( ) $L' = 2L_0$
( ) $L' = \frac{L_0}{2}$
(X) $L' = 4L_0$
( ) $L' = \frac{L_0}{4}$

– **Pergunta 4b) (0,4 ponto)** O raio do Sol é $R_{Sol} \approx 7 \cdot 10^8\ m$ e sua temperatura é $T_{Sol} \approx 6.000\ K$. Sabendo que essas mesmas características da estrela Sírius são $R_S \approx 1 \cdot 10^9\ m$ e $T_S \approx 10.000\ K$, encontre a razão $\frac{L_S}{L_{Sol}}$.

* Usando a Lei de Stefan-Boltzmann, temos:

$$\frac{L_S}{L_{Sol}} = \frac{4\pi R_S^2 \sigma T_S^4}{4\pi R_{Sol}^2 \sigma T_{Sol}^4} = \left(\frac{R_S}{R_{Sol}}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_S}{T_{Sol}}\right)^4$$

$$\therefore \quad \frac{L_S}{L_{Sol}} = \left(\frac{1 \cdot 10^9}{7 \cdot 10^8}\right)^2 \cdot \left(\frac{1 \cdot 10^4}{6 \cdot 10^3}\right)^4 = \frac{10^6}{1.764}$$

$$\therefore \quad \frac{L_S}{L_{Sol}} \approx 6 \cdot 10^2 = 600$$

Resposta 4b): $\frac{10^6}{1.764} \approx 600$

– **Pergunta 4c) (0,5 ponto)** Usando as temperaturas T_{Sol} e T_S e com a ajuda da tabela seguinte, marque com os números 1 (para o Sol) e 2 (para Sírius) os intervalos de cores mais próximos ao pico de emissão das estrelas.
Espaço para cálculos:

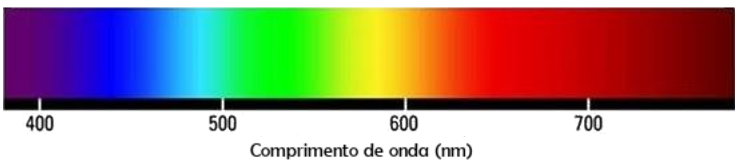
* Por meio da Lei de Wien, podemos calcular os comprimentos de onda do Sol e de Sírius:

$$\lambda_{Sol} = \frac{b}{T_{Sol}} = \frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^3} \approx 5 \cdot 10^{-7}\ m$$

$$\therefore \quad \lambda_{Sol} = 500\ nm$$

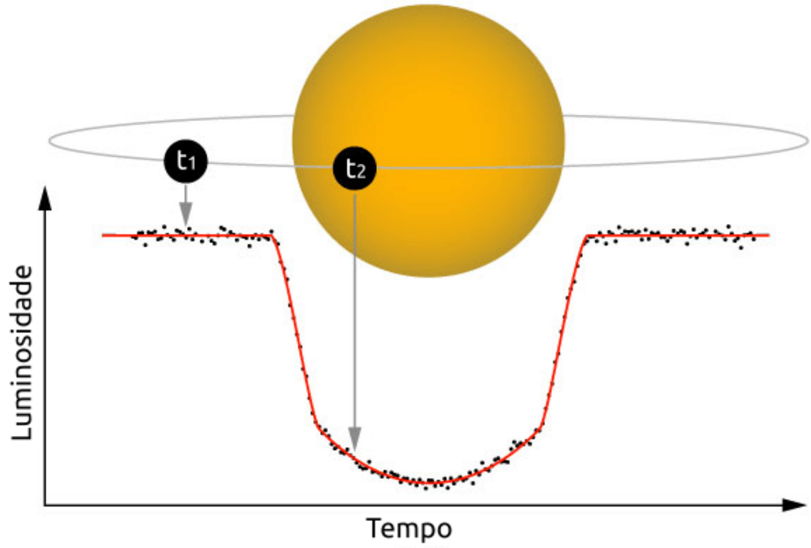
$$\lambda_S = \frac{b}{T_S} = \frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^4} \approx 3 \cdot 10^{-7}\ m$$

$$\therefore \quad \lambda_S = 300 nm$$



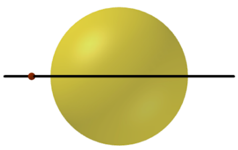
(2) Viotela – Azul (1) Ciano – Verde ( ) Amarelo – Vermelho

- **Questão 5) (1 ponto)** Exoplanetas podem ser encontrados de 5 formas, mas o mais eficaz até o momento é o *Método de Trânsito*. De maneira simplificada, esse método consiste em detectar a diminuição da luminosidade de uma estrela causada pela passagem do exoplaneta. Para entender melhor como isso acontece, observe o esquema seguinte:

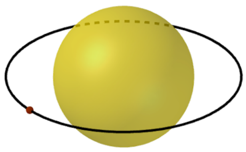


  – **Pergunta 5a) (0,5 ponto)** Um problema do *Método de Trânsito* é que a sua eficácia depende da órbita do planeta visualizada. Nesse sentido, marque o(s) exoplaneta(s) abaixo que poderiam ser descobertos por meio desse método.

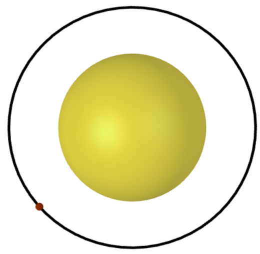
    ∗ Para que um exoplaneta possa ser descoberto pelo *Método de Trânsito*, sua órbita precisa passar em frente a sua estrela.



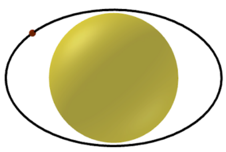
(*X*)



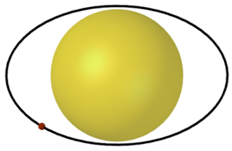
(*X*)



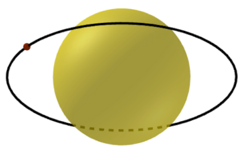
( )



( )



( )



(*X*)

  – **Pergunta 5b) (0,5 ponto)** Sabendo que R_e e R_p são respectivamente os raios da estrela e do exoplaneta, qual a razão das luminosidades L_2 (medida em t_2) e L_1

(medida em t_1)?

Dica: neste caso, podemos usar que a luminosidade é proporcional à área da seção transversal.

Espaço para cálculos:

* A área da seção transversão em t_1, é dada por:

$$At_1 = \pi R_e^2$$

* A área da seção transversão em t_2, é dada por:

$$At_2 = \pi(R_e^2 - R_p^2)$$

(basta subtrair a área transversal correspondente ao exoplaneta, $A = \pi R_p^2$, da área transversal correspondente à estrela, $A = A_1 = \pi R_e^2$)

* Como $L \propto A$, temos:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi(R_e^2 - R_p^2)}{\pi R_e^2}$$

$$\therefore \quad \frac{L_2}{L_1} = \frac{R_e^2 - R_p^2}{R_e^2}$$

( ) $\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{R_p}{R_e}\right)^2$

(X) $\frac{L_2}{L_1} = \frac{R_e^2 - R_p^2}{R_e^2}$

( ) $\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2$

( ) $\frac{L_2}{L_1} = \frac{R_p^2 - R_e^2}{R_p^2}$

Bons estudos!