Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Інститут фізико-технічних та комп’ютерних наук

Кафедра Математичних проблем управління і кібернетики

Лабораторна робота № 7

“Тема: Перевірка статистичних гіпотез про параметри нормально розподіленої випадкової величини”

з дисципліни

“Інтелектуальний аналіз”

Варіант - 2

Виконав:

ст. гр. 341СК Гаваньо Дмитро

Прийняв:

професор Дрінь Я. М.

Чернівці – 2025

**Мета:** Ознайомитися з методикою перевірки статистичних гіпотез





**Завдання 7.1:** Змоделюйте вибірку 100 значень нормально розподіленої випадкової величини з вказаними параметрами (див. табл. 7.1). Сформулюйте нульову гіпотезу про величину математичного сподівання (при відомій дисперсії) і перевірте для заданого рівня значущості 𝛼 = 0.1 три альтернативні гіпотези.

1. Змоделюйте описану в умові вибірку.
2. Знайдіть за вибіркою точкову оцінку математичного сподівання.
3. Знайдіть за вибіркою точкову оцінку дисперсії.
4. Сформулюйте нульову гіпотезу про значення математичного сподівання 𝐻0 : 𝑎 = 𝑎0 .
5. Обчисліть значення критерію.
6. Знайдіть межі критичної області для альтернативної гіпотези 𝐻1 : 𝑎 ≠ 𝑎0 .
7. Порівняйте значення критерію з межами критичної області і сформулюйте відповідні твердження.
8. Знайдіть межі критичної області для альтернативної гіпотези 𝐻1 : 𝑎 > 𝑎0.
9. Порівняйте значення критерію з межами критичної області і сформулюйте відповідні твердження.
10. Знайдіть границі критичної області для альтернативної гіпотези 𝐻1 : 𝑎<𝑎0.
11. Порівняйте значення критерію з границями критичної області і сформулюйте відповідні твердження

**Завдання 7.2:** Змоделюйте вибірку 100 значень нормально розподіленої випадкової величини з параметрами із завдання 7.1. Сформулюйте нульову гіпотезу про величину математичного сподівання (при невідомій дисперсії) і перевірте для заданого рівня значущості три альтернативні гіпотези (див. порядок виконання завдання 7.1).

**Завдання 7.3:** Змоделюйте вибірку 100 значень нормально розподіленої випадкової величини з параметрами із завдання 7.1. Сформулюйте нульову гіпотезу про величину дисперсії і перевірте для заданого рівня значущості три альтернативні гіпотези.

1. Змоделюйте описану вище в умові вибірку.
2. Знайдіть за вибіркою точкову оцінку математичного сподівання.
3. Знайдіть за вибіркою точкову оцінку дисперсії.
4. Сформулюйте нульову гіпотезу про значення дисперсії 𝐻0 :𝜎 = 𝜎0 .
5. Обчисліть значення критерію.
6. Знайдіть межі критичної області для альтернативної гіпотези 𝐻0 :𝜎 ≠ 𝜎0.
7. Порівняйте значення критерію з межами критичної області і сформулюйте відповідне твердження.
8. Знайдіть межі критичної області для альтернативної гіпотези 𝐻0 :𝜎 > 𝜎0.
9. Порівняйте значення критерію з межами критичної області і сформулюйте відповідне твердження.
10. Знайдіть межі критичної області для альтернативної гіпотези 𝐻0 :𝜎 < 𝜎0.
11. Порівняйте значення критерію з межами критичної області і сформулюйте відповідне твердження

**Хід роботи:**

**Завдання 1:**

Програмний код:

setwd("d:/Study/R/lab7")

set.seed(123)

alpha <- 0.1

MX <- .1

DX <- 2

n <- 100

MX\_0 <- 1

cat("Відоме стандартне відхилення DX =", DX, "\n\n")

# Генерація вибірки

selection <- rnorm(n, mean = MX, sd = DX)

dot\_mean <- mean(selection)

dot\_sd <- sd(selection)

cat("Точкове середнє =", dot\_mean, "\n")

# Обчислення статистики

phi = (dot\_mean - MX\_0) / (DX / sqrt(n))

# Перевірка гіпотез

x\_la = qnorm(0.5 \* alpha)

x\_ra = -x\_la

lower = phi < x\_la

higher = phi > x\_ra

cat("Значення: x\_la =", x\_la, "phi =", phi, "| x\_ra =", x\_ra , "\n\n")

cat("--- Гіпотеза H0: MX ==", MX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(!lower && !higher, "доведена", "відкинута") ,"| x\_la", ifelse(!lower, "<", "=>(!!!)"), "phi", ifelse(!higher,"<", "=>(!!!)"), "x\_ra","\n\n")

cat("--- Гіпотеза H1: MX !=", MX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(lower || higher, "доведена", "відкинута") ,"| x\_la", ifelse(!lower, "<", "=>(!!!)"), "phi", ifelse(!higher,"<", "=>(!!!)"), "x\_ra","\n\n")

h1\_x\_ra = qnorm(1 - alpha)

h1\_higher = phi > h1\_x\_ra

cat("--- Гіпотеза H1: MX >", MX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(h1\_higher, "доведена | x\_ra < phi", "відкинута | x\_ra >(!!!) phi"),"\n\n")

h1\_x\_la = -h1\_x\_ra

h1\_lower = phi < h1\_x\_la

cat("--- Гіпотеза H1: MX <", MX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(h1\_lower, "доведена | x\_la > phi", "відкинута | x\_la <=(!!!) phi") , "\n\n")

Результат виконання:

Відоме стандартне відхилення DX = 2

Точкове середнє = 0.2808118

Значення: x\_la = -1.644854 phi = -3.595941 | x\_ra = 1.644854

--- Гіпотеза H0: MX == 1 ---

Гіпотеза відкинута | x\_la =>(!!!) phi < x\_ra

--- Гіпотеза H1: MX != 1 ---

Гіпотеза доведена | x\_la =>(!!!) phi < x\_ra

--- Гіпотеза H1: MX > 1 ---

Гіпотеза відкинута | x\_ra >(!!!) phi

--- Гіпотеза H1: MX < 1 ---

Гіпотеза доведена | x\_la > phi

**Завдання 2:**

Програмний код:

setwd("d:/Study/R/lab7")

set.seed(123)

alpha <- 0.1

MX <- .1

DX <- 2

n <- 100

MX\_0 <- 1

# Генерація вибірки

selection <- rnorm(n, mean = MX, sd = DX)

dot\_mean <- mean(selection)

dot\_sd <- sd(selection)

cat("Точкове середнє =", dot\_mean, "\n")

cat("Точкове стандартне відхилення =", dot\_sd, "\n")

# Обчислення статистики

phi = (dot\_mean - MX\_0) / (dot\_sd / sqrt(n))

# Перевірка гіпотез

x\_la = qnorm(0.5 \* alpha)

x\_ra = -x\_la

lower = phi < x\_la

higher = phi > x\_ra

cat("Значення: x\_la =", x\_la, "phi =", phi, "| x\_ra =", x\_ra , "\n\n")

cat("--- Гіпотеза H0: MX ==", MX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(!lower && !higher, "доведена", "відкинута") ,"| x\_la", ifelse(!lower, "<", "=>(!!!)"), "phi", ifelse(!higher,"<", "=>(!!!)"), "x\_ra","\n\n")

cat("--- Гіпотеза H1: MX !=", MX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(lower || higher, "доведена", "відкинута") ,"| x\_la", ifelse(!lower, "<", "=>(!!!)"), "phi", ifelse(!higher,"<", "=>(!!!)"), "x\_ra","\n\n")

h1\_x\_ra = qnorm(1 - alpha)

h1\_higher = phi > h1\_x\_ra

cat("--- Гіпотеза H1: MX >", MX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(h1\_higher, "доведена | x\_ra < phi", "відкинута | x\_ra >(!!!) phi"),"\n\n")

h1\_x\_la = -h1\_x\_ra

h1\_lower = phi < h1\_x\_la

cat("--- Гіпотеза H1: MX <", MX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(h1\_lower, "доведена | x\_la > phi", "відкинута | x\_la <=(!!!) phi") , "\n\n")

Результат виконання:

Точкове середнє = 0.2808118

Точкове стандартне відхилення = 1.825632

Значення: x\_la = -1.644854 phi = -3.939393 | x\_ra = 1.644854

--- Гіпотеза H0: MX == 1 ---

Гіпотеза відкинута | x\_la =>(!!!) phi < x\_ra

--- Гіпотеза H1: MX != 1 ---

Гіпотеза доведена | x\_la =>(!!!) phi < x\_ra

--- Гіпотеза H1: MX > 1 ---

Гіпотеза відкинута | x\_ra >(!!!) phi

--- Гіпотеза H1: MX < 1 ---

Гіпотеза доведена | x\_la > phi

**Завдання 3:**

Програмний код:

setwd("d:/Study/R/lab7")

set.seed(123)

alpha <- 0.1

MX <- 0.1

DX <- 2

DX\_0 <- 2

n <- 100

D\_0 <- DX\_0^2

df <- n - 1

# Генерація вибірки

selection <- rnorm(n, mean = MX, sd = DX)

dot\_mean <- mean(selection)

dot\_dx\_sq <- var(selection)

cat("Точкове середнє =", dot\_mean, "\n")

cat("Точкова квадратна дисперсія =", dot\_dx\_sq, "\n")

# Обчислення статистики

chi\_sq\_stat <- (n - 1) \* dot\_dx\_sq / D\_0

# Перевірка гіпотез

chi\_sq\_la <- qchisq(0.5 \* alpha, df = df)

chi\_sq\_ra <- qchisq(1 - 0.5 \* alpha, df = df)

lower = chi\_sq\_stat < chi\_sq\_la

higher = chi\_sq\_stat > chi\_sq\_ra

cat("Значення: x\_la =", chi\_sq\_la, "chi =", chi\_sq\_stat, "| x\_ra =", chi\_sq\_ra , "\n\n")

cat("--- Гіпотеза H0: DX ==", DX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(!lower && !higher, "доведена", "відкинута") ,"| x\_la", ifelse(!lower, "<", "=>(!!!)"), "chi", ifelse(!higher,"<", "=>(!!!)"), "x\_ra","\n\n")

cat("--- Гіпотеза H1: DX !=", DX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(lower || higher, "доведена", "відкинута") ,"| x\_la", ifelse(!lower, "<", "=>(!!!)"), "chi", ifelse(!higher,"<", "=>(!!!)"), "x\_ra","\n\n")

h1\_sq\_ra = qchisq(1-alpha, df = df)

h1\_higher = phi > h1\_x\_ra

cat("--- Гіпотеза H1: DX >", DX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(h1\_higher, "доведена | x\_ra < chi", "відкинута | x\_ra >(!!!) chi"),"\n\n")

chi\_sq\_la <- qchisq(alpha, df = df)

h1\_lower = phi < h1\_chi\_sq\_la

cat("--- Гіпотеза H1: DX <", DX\_0, "--- \n")

cat("Гіпотеза", ifelse(h1\_lower, "доведена | x\_la > chi", "відкинута | x\_la <=(!!!) chi") , "\n\n")

Результат виконання:

Точкове середнє = 0.2808118

Точкова квадратна дисперсія = 3.332931

Значення: x\_la = 77.04633 chi = 82.49005 | x\_ra = 123.2252

--- Гіпотеза H0: DX == 2 ---

Гіпотеза доведена | x\_la < chi < x\_ra

--- Гіпотеза H1: DX != 2 ---

Гіпотеза відкинута | x\_la < chi < x\_ra

--- Гіпотеза H1: DX > 2 ---

Гіпотеза відкинута | x\_ra >(!!!) chi

--- Гіпотеза H1: DX < 2 ---

Гіпотеза відкинута | x\_la <=(!!!) chi

**Висновок:** яознайомився з методикою перевірки статистичних гіпотез