

北京科技大学 2011 年

《科学与工程计算》

一、填空题(每空题 2 分, 共 20 分)

1. $x=1.6491$ 是精确值 \sqrt{e} 的近似值, 则其有 位有效数字.

2. 为了提高数值计算精度, 当数 x 非常大时, 应将 $\ln(x) - \ln(\sqrt{x^2-1})$ 改写为 .

3. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $\|A\|_1 =$, $\|A\|_2 =$.

4. 已知 $q_k(x)$ 为区间 $[0,1]$ 上关于权函数 $\rho(x)=1-x$ 的首项系数为 1 的正交多项式族,

$q_0(x)=1$, 则 $q_1(x)=$.

5. 设 $f(x) = x^8 - x^4 + x + 1$, 则差商 $f[-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4] =$. $f[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] =$.

6. 求解初值问题 $y' = -20y - x, y(0) = 1$ 时, 若用改进欧拉方法的绝对稳定域中步长 h 不超过 .

7. 设 $S(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 & 0 \leq x < 1 \\ 2x^3 + ax^2 + bx - 1 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ 是 $[0, 2]$ 上的三次样条函数, 那么 $a =$, $b =$.

二、(10 分) 用牛顿法求 $xe^x = 1$ 的近似值, 取初始值 $x_0 = 0.5$, 要求误差 $< 10^{-5}$

三、(10 分) 使用 Doolittle 三角分解求解线性方程组

$$\begin{bmatrix} 3 & -13 & 9 \\ -6 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -24 \\ 8 \end{bmatrix}$$

四、(10 分) 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 1 & a \\ 0 & a & 1 \end{bmatrix}$ 其中 $a \neq \pm 1$, 给出求解 $Ax = b$ 的 Gauss-Seidel 迭代矩阵, 并给出 Gauss-Seidel 迭代

收敛时 a 的范围。

五、(10 分) 找到合适的 household 矩阵 H , 使得 $H \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, 其中 c 为某常数。

。

六、(10 分)已知函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上存在连续的五阶导数，试求一个不超过 4 次多项式 $p(x)$ ，使得

$$p(-1) = -10, p(0) = -5, p(1) = 2 \text{ 和 } p'(-1) = 10, p'(1) = 18。$$

七、(10 分)已知数据表

x_i	0	1	2	3
y_i	3	3	5	14

用最小二乘法求二次拟合多项式 $y = a + bx + cx^2$ 。

八、(10 分)构造求积公式 $\int_{-1}^1 f(x)dx \approx f(x_1) + f(x_2)$ ，使其代数精度尽可能高，

(1)给出最高的代数精度 (2) 使用此公式和 Simpson 求积公式计算 $\int_{-1}^1 \cos x dx$ ，对比两者误差并分析原因。

九、(10 分)用改进的欧拉方法求解初值问题

$$\begin{cases} y' = xy^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

取步长 $h = 0.1$ ，计算 $y(0.1), y(0.2)$ 的近似值并与准确值 $y = \frac{2}{2-x^2}$ 比较。