

# 北京科技大学 2011 年

## 《科学与工程计算》

### 一、填空题(每空题 2 分, 共 20 分)

1.  $x=1.6491$  是精确值  $\sqrt{e}$  的近似值, 则其有        位有效数字.

2. 为了提高数值计算精度, 当数  $x$  非常大时, 应将  $\ln(x) - \ln(\sqrt{x^2-1})$  改写为           .

3. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ , 则  $\|A\|_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\|A\|_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 已知  $q_k(x)$  为区间  $[0,1]$  上关于权函数  $\rho(x)=1-x$  的首项系数为 1 的正交多项式族,

$q_0(x)=1$ , 则  $q_1(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 设  $f(x) = x^8 - x^4 + x + 1$ , 则差商  $f[-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4] = \underline{\hspace{2cm}}$ .  $f[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] = \underline{\hspace{2cm}}$

6. 求解初值问题  $y' = -20y - x$ ,  $y(0) = 1$  时, 若用改进欧拉方法的绝对稳定域中步长  $h$  不超过       .

7. 设  $S(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 & 0 \leq x < 1 \\ 2x^3 + ax^2 + bx - 1 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$  是  $[0, 2]$  上的三次样条函数, 那么  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

二、(10 分) 用牛顿法求  $xe^x = 1$  的近似值, 取初始值  $x_0 = 0.5$ , 要求误差  $< 10^{-5}$

三、(10 分) 使用 Doolittle 三角分解求解线性方程组

$$\begin{bmatrix} 3 & -13 & 9 \\ -6 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -24 \\ 8 \end{bmatrix}$$

四、(10 分) 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 1 & a \\ 0 & a & 1 \end{bmatrix}$  其中  $a \neq \pm 1$ , 给出求解  $Ax = b$  的 Gauss-Seidel 迭代矩阵, 并给出 Gauss-Seidel 迭代

收敛时  $a$  的范围。

五、(10 分) 找到合适的 household 矩阵  $H$ , 使得  $H \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , 其中  $c$  为某常数。

。

六、(10 分)已知函数  $f(x)$  在  $[-1,1]$  上存在连续的五阶导数，试求一个不超过 4 次多项式  $p(x)$ ，使得

$$p(-1) = -10, p(0) = -5, p(1) = 2 \text{ 和 } p'(-1) = 10, p'(1) = 18。$$

七、(10 分)已知数据表

|       |   |   |   |    |
|-------|---|---|---|----|
| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3  |
| $y_i$ | 3 | 3 | 5 | 14 |

用最小二乘法求二次拟合多项式  $y = a + bx + cx^2$ 。

八、(10 分)构造求积公式  $\int_{-1}^1 f(x)dx \approx f(x_1) + f(x_2)$ ，使其代数精度尽可能高，

(1)给出最高的代数精度 (2) 使用此公式和 Simpson 求积公式计算  $\int_{-1}^1 \cos x dx$ ，对比两者误差并分析原因。

九、(10 分)用改进的欧拉方法求解初值问题

$$\begin{cases} y' = xy^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

取步长  $h = 0.1$ ，计算  $y(0.1), y(0.2)$  的近似值并与准确值  $y = \frac{2}{2-x^2}$  比较。