

用GM(1 1)模型拟合大气腐蚀数据

唐其环

(机电部第五九研究所)

一、引言

“灰色系统”的GM(1 1)模型^[1]能对一系列数据精确地建立一个或一群数学函数,这已在许多领域得到广泛应用。而在大气腐蚀方面,目前常用的处理方法则是回归模型 $F = AT^n$ 。本文对10种钢应用GM(1 1)模型处理,并与 $F = AT^n$ 模型比较,以确定在大气腐蚀数据的拟合方面,何者更精确。同时,还初步探讨了GM(1 1)模型建模时应加以考虑的因素,以及GM(1 1)模型的预测和优化等问题。

二、处理结果及讨论

1、原始数据

表1、表2是10种钢的大气腐蚀数据,分别摘自文献[2]、[3]。

2、模型系数

对表1、表2的数据进行GM(1 1)模型处理,得 $F(k+1) = Ae^{-nk} + B$ 的系数A、B、n,见表3。表中还摘录了 $F = KT^n$ 模型的回归系数K、n。

3、GM(1 1)模型 $F(k+1) = Ae^{-nk} + B$ 和 $F = KT^n$ 模型的比较

采用表3的系数,用两种模型分别计算各种钢的残差平方和,其结果见表4。对前五种钢,计算的是1、4、7、10年的残差平方和;对后五种钢,计算的则是1、2、3、4年的残差平方和。

比较表4中GM(1 1)I模型和 $F = KT^n$

模型的值,对所有10种钢,GM(1 1)I模型的残差平方和均小于 $F = KT^n$ 模型的。因此,GM(1 1)I模型可以拟合钢的大气腐蚀数据,其精度不低于 $F = KT^n$ 模型的精度。

表1 各钢种的腐蚀失重(g)^[2]

钢 种	1 年	2 年	4 年	7 年	10 年
10MnPNbRE*	18.9	24.2	35.0	49.7	58.23
A3	21.5	30.0	44.9	74.5	92.74
09MnCuPTi	16.8	20.9	28.7	41.4	50.55
10CuPV	16.7	19.6	28.5	42.2	47.19
10CrMoAlRE	13.1	14.8	19.9	29.5	29.84

* RE表示稀土元素

表2 各钢种的腐蚀深度(μm)^[3]

钢 种	1 年	2 年	3 年	4 年
3C	58.2	95.0	111.0	113.2
16MnQ	57.3	90.8	100.5	112.8
09MnNb	68.3	92.4	120.9	122.4
12CrMnCu	58.4	101.8	100.8	121.2
06CuPCrNiMo	48.9	73.2	84.0	93.6

4、对非处理点的预测

考察方程

$$F(k+1) = Ae^{-nk} + B \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

(1)

表 3

模 型 系 数 A、B、n 及 K、n

种 钢	GM (1 1) 模型			F = KT ⁿ 模型	
	A	B	n	k	n
10MnPNbRE	-70.71	89.61	0.2702	18.0	0.50
A3	-283.89	305.39	0.0963	20.1	0.65
09MnCuPTi	-115.98	132.78	0.1146	15.8	0.49
10CuPV	-53.64	70.34	0.2813	15.4	0.48
10CrMoAlRE	-24.22	37.32	0.4075	12.2	0.40
3C	-58.69	116.89	0.9328	61.42	0.50
16MnQ	-60.77	118.07	0.7130	59.65	0.48
09MnNb	-73.26	141.56	0.4662	68.73	0.45
12CrMnCu	-60.78	119.18	0.9640	62.06	0.50
06CuPCrNiMo	-54.06	102.96	0.5559	50.20	0.46

注：推导前五种钢的GM(1 1)模型时，没有使用2年的数据

表 4 各种钢的残差平方和

钢 种	GM(1 1)	F = KT ⁿ	GM(1 1) I
10MnPNbRE	2.05	7.85	13.72
A3	17.76	50.88	62.57
09MnCuPTi	1.16	10.17	7.40
10CuPV	7.69	13.34	19.33
10Cr ₂ MoAlRE	10.22	24.49	12.11
3C	11.72	189.82	29.38
16MnQ	18.68	76.73	0.36
09MnNb	78.13	104.46	119.78
12CrMnCu	153.27	262.99	68.24
06CuPCrNiMo	3.637	27.18	1.65

$$F = Ae^{-\frac{n}{N_0}(T-T_0)} + B \quad (T \geq 0) \quad (2)$$
 式(1)显然是连续函数式(2)在 $T = T_0$ 、 $N_0 + T_0$ 、 $2N_0 + T_0$ 、 $3N_0 + T_0$ ……各点的值。因此，式(2)能预测 T_0 以后试验期内钢的腐蚀量，GM(1 1)模型的最终形式可由式(2)表示，式(2)中 N_0 为各相邻点间

隔的时间， T_0 为第一个点的时间。

例如计算10MnPNbRE、A3、09MnCuPTi、10CuPV、10Cr₂MoAlRE两年非处理点的腐蚀量，将 $T = 2$ 、 $N_0 = 3$ 、 $T_0 = 1$

代入式(2)得 $F = Ae^{-\frac{n}{3}} + B$ ，再计算各钢的腐蚀量，结果见表5。表5还附有回归模型 $F = KT^n$ 的值、实测值和GM(1 1) II模型的值。

从表5可知，GM(1 1) I模型的计算值更接近实测值。

表6是以上10种钢在 $T = 0$ 时腐蚀量的计算值。 $T = 0$ 表示样品投试的时刻，此时钢并没有受到腐蚀，可见，GM(1 1)模型在 $T = 0$ 时的计算值误差较大。笔者认为，这是由于钢的腐蚀速度第1年较后几年大得多，而且在建模时，这一信息却没有得到反映所致。在 $(0, T_0)$ 区间，上述10种钢的

表 5 各种模型两年的计算值及实测值

	10MnPNbRE	A 3	09MnCuPTi	10 CuPV	10Cr ₂ MoAlRE
实 测 值	24.2	30.0	20.9	19.6	14.8
GM(1 1) I 模型	25.0	30.5	21.1	21.5	16.2
F = RT ⁿ	25.5	31.5	22.2	21.5	16.1
GM(1 1) II 模型	24.0	27.8	13.6	15.8	10.7

表 6

T = 0 时钢腐蚀量的 GM(1 1) 计算值

钢 种	10MnPNbRE	A 3	09 MnCuPTi	10CuPV	10Cr2MoAlRE
计 算 值	12.2	12.2	12.4	11.4	9.6
钢 种	3 C	16MnQ	09MnNb	12CrMnCu	06CuPCrNiMo
计 算 值	-32.3	-5.9	24.8	-40.2	8.7

腐蚀量都没有实测值,难以确定GM(1 1)模型在此区间的预测精度,但可以肯定的是,在(0, T₀)区间的前一段,GM(1 1)模型是存在较大误差的。

5、等时值性

GM(1 1)模型要求各处理点的试验时间间隔相等。如对表1、表2的数据拟合时,分别采用了1、4、7、10年和1、2、8、4年的数据,前者间隔3年,后者间隔1年。

为什么要作如此规定呢?目的是使模型具有预测非处理点的功能。GM(1 1)模型最初得到的是 $F(k+1) = Ae^{-nk} + B$,该方程中变量k计量的是预测点的顺序号,预测时间按照其顺序号和间隔时间的长短推算,即 $T = kN_0 + T_0$ 。最后将 $k = \frac{1}{N_0}(T - T_0)$ 代入得

$F = Ae^{-\frac{n}{N_0}T} + B$,后式就可以预测试验期内任一点的腐蚀量。这就是为什么在对表1作GM(1 1)处理时,没有利用第2年数据的原因。

6、GM(1 1)模型的选取

以A3钢为例。表1中A3钢在1、4、7、10年的腐蚀失重量为:21.5、44.9、74.5、92.74。若将此数据列作为累加生成数据列,其原始数据列为21.5、23.4、29.6、18.24,可得到一个模型,记为模型I;若作为原始数据列,其累加生成数列则为:21.5、66.4、140.9、233.64,又可得到另外一个模型,记为模型II。

前面所用的GM(1 1)模型即为模型I。拟合结果:

$$\text{模型 I: } F(k+1) = -283.89e^{-0.00032k} + 305.39 \quad (3)$$

$$\text{模型 II: } F(k+1) = 126.55e^{0.3264k} - 105.05 \quad (4)$$

(3)式直接表示在k对应时间A3钢的腐蚀失重;而(4)式却表示K-1、K两个对应时间A3钢的腐蚀失重量之和,最后必须进行 $F(k+1) - F(k)$ 计算。因此,使用模型I更为方便。即将21.5、44.9、74.5、93.74直接作为累加生成数据列建立GM(1 1)模型。

下面从拟合精度继续比较这两个模型。

模型I可直接用 $F = Ae^{-\frac{n}{N_0}(T-T_0)} + B$ 计算各时刻钢的腐蚀量,而模型II需作 $F(k+1) - F(k)$ 推算,推算过程及结果为:

$$\begin{aligned} F &= F(k+1) - F(k) \\ &= Ae^{-nk}(1 - e^n) \\ &= A(1 - e^n)e^{-\frac{1}{N_0}(T-T_0)} \quad (5) \end{aligned}$$

即模型II要用(5)式来计算各时刻钢的腐蚀量。

表4是模型I、模型II对所有10种钢各处理点腐蚀量的计算值。比较两个模型,有7种钢采用模型I时误差小些,有3种钢采用模型II时误差小些。分别用两个模型计算表1中五种钢2年的腐蚀量,计算结果见表5、表中所列这五种钢,模型II的误差都比模型I大。

从上面分析可知,模型 I 使用方便,而且,其精度不在模型 II 之下,故在拟合钢的大气腐蚀数据,可以将时测得的腐蚀量作为累加生成数来构造 GM(1 1) 模型。

7、GM(1 1) 模型的优化

原始数据较多时,可构造出多组不同数据列,进而得到一系列 GM(1 1) 模型,然后计算各实测点的残差平方和,选择其值最小

的模型作为预测方程。

然而,原始数据只能作出一组数列,如何进行 GM(1 1) 模型的优化? 这里仅举 10MnPNbRE 钢为例来说明。

首先,用 GM(1 1) 模型拟合数据列 18.9、35.0、49.7、58.23, 得 $F = -70.71 e^{-0.09(T-1)} + 89.61$, 并计算 1 至 10 年的腐蚀量,见表 7。

表 7 10 MnPNbRE 各年的 GM(1 1) 模型计算值

时 间 (T)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	残差平方和
计算值 (F)	18.9	25.02	30.6	35.6	40.3	44.5	48.4	52	55.2	58.17	2.7249
残 差	0	0.82		0.6			-1.3			-0.05	

其次,以表 7 中计算值构造多组数据列,本文考察的数据列有:

- 1) 18.9、25.02、30.6、35.6
- 2) 25.02、30.6、35.6、40.3
- 3) 30.6、35.6、40.3、44.5
- 4) 40.3、44.5、48.4、52.0
- 5) 44.5、48.4、51.97、55.19
- 6) 18.9、30.6、40.3、48.4
- 7) 30.6、40.3、48.4、55.2

对这 7 列数据进行 GM(1 1) 处理,有关系数见表 8。

利用这些系数,分别求出各数据列在 1、2、4、7、10 年的残差平方和,见表 9。

表中残差平方和最大为 5.32, 而 $F = KT^n$ 模型在 1、2、4、7、10 年的残差平方和为 9.4。因此,可以认为所有这些数据列的 GM(1 1) 模型都较精确,而最精确的是 2、5 两列数据的 GM(1 1) 模型,它比原模型的精度更高。

1、2 两列数据的处理,说明钢经短时间试验,用 GM(1 1) 模型处理便可较精确地预测长时间的腐蚀量。4、5 两列数据的处理,说明在整个试验期内,可根据试验后期的数据估计试验前期的腐蚀量。这两点在实际应用中有着重要的意义,值得进一步研究。

表 8 各数据列的 GM(1 1) 模型系数

数 据 列	A	B	n	N ₀	T ₀
1	-85.273	84.173	0.09843	1	1
2	-65.223	90.223	0.089	1	2
3	-81.31	91.91	0.08566	1	3
4	-56.776	97.08	0.0769	1	5
5	-42.13	88.63	0.0976	1	6
6	-69.455	88.355	0.184	2	1
7	-59.4775	90.077	0.1774	2	3

表9

各数据列的残差平方和

数据列	1	2	3	4	5	6	7
残差平方和	4.82	2.61	2.98	5.32	2.67	2.96	2.88

三、结 论

1、GM(11)模型可用于钢的大气腐蚀数据的拟合,其精度不低于现在常用的回归模型 $F = KT^n$ 。

2、应用GM(11)模型时,要求各处理点的时间间隔相等。

3、GM(11)模型可由

$$F = Ae^{-\frac{n}{N_0}(T-T_0)} + B$$

表示,它是连

续函数,能预测试验期内任一时刻的腐蚀量。

4、利用GM(11)模型拟合大气腐蚀数

据时,可将钢的腐蚀量作为累加生成数来构织模型。

5、可用原始数据或模型计算值构织GM(11)模型群,从中优选出误差最小的模型作为材料腐蚀规律的方程。

参 考 文 献

[1] 邓聚龙:《灰色系统基本方法》,华中工学院出版社,1987年

[2] 戴明安等:几种国产钢大气腐蚀数据的拟合,《腐蚀与防护》,6,292(1991)

[3] 汪学华:常用材料大气腐蚀数据积累,黑色金属,1990年

防腐蚀文摘

水速和加压振动对碳钢在水中磨损腐蚀的作用

H.Nanjo, Y.Kurata等:Corrosion, 46(10)837(1990)

采用喷射装置和加压振动水箱装置研究了水速和加压振动对碳钢在自来水中磨损腐蚀的作用。试验结果如下:(1)钢在0~0.5m/s水速下,质量损耗随水速而加大,超过0.5m/s后反而减小。水速在1.5~6.0m/s范围内的质量损耗变小,相当于在0m/s水速下的损耗。(2)在流体中发生的质量损耗与点蚀破坏面的面积呈正比。(3)在流体中,腐蚀产物氧化铁的氧化价数较在静水中小。(4)在振动压力下的质量损耗大于静态条件,且破坏形貌与静态相比显示出均匀状态。

(李文娟摘)

奥氏体不锈钢包覆金属在5NH₂SO₄+0.5N NaCl溶液中的腐蚀速率

K.N.Krishnan等Corrosion, 46(10)866(1990)

在5N H₂SO₄+0.5N NaCl溶液中对含不同铁含量的奥氏体不锈钢包覆金属的腐蚀速率进行了试验。并考察了试样在焊态和焊后热处理条件下(600、800和1000℃分别保温1、10和100小时),试验溶液对检测室应力腐蚀开裂的适用性。

试验结果表明,试样中存在铁素体或Sigma相,会增加在上述溶液中的腐蚀速率。焊后经1000℃热处理,可降低试样的腐蚀速率。结果认为,本试验溶液适用于检测焊接金属的SCC。

(李文娟摘)