第四章 多目标规划

- 前面讨论的线性规划、整数规划都只有一个目标函数。
- 但实际问题中往往需要考虑多个目标，而且在诸多目标中还有主、次之分，有的相互补充，有的相互对立。
- 问题是如何处理复杂的甚至互相矛盾的多个目标，即在一定的约束条件下，要从众多的方案中选择一个或几个较好的方案，使多个目标都能达到满意的结果。
- 比如，设计一个新产品的工艺过程，希望产量高、成本低、质量好、利润大。由于需要同时考虑多个目标，这类问题比单目标问题要复杂得多。
- 多目标规划是上个世纪60年代初发展起来的运筹学的一个分支。

例4−1国家计划对n个企业进行投资，投资总额为a亿元，设当对第i个企业投资额为a_i亿元时可得收益为c_i亿元，$i=1,2,\cdots,n$. 投资的宗旨是力争投资少而收益大. 试确定最佳的投资方案.

建立数学模型：

设 $x_i=\begin{cases}1, & 对第i个企业投资\\ 0, & 对第i个企业不投资\end{cases}$

设总投资为 $f_1(X)$

总收益为 $f_2(X)$

$$\min f_1(X)=\sum_{i=1}^{n} a_i x_i$$

$$\max f_2(X)=\sum c_i x_i$$

$$s.t.\begin{cases}\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \le a\\ x_i(x_i-1)=0\\ i=1,2,\cdots,n\end{cases}$$

第四章 多目标规划

第四节 目标规划

- 目标规划方法是目前解决多目标规划问题的成功的方法之一，它是在(***LP***)基础上发展起来的。
- 这种方法的基本思想是：对每一个目标函数，预先给定一个期望值(目标值)，在现有的约束条件下，这组期望值也许能够达到，也许达不到。我们的任务是求出尽可能接近这组预定期望值的解。

第四章 多目标规划

第四节 目标规划

- 线性目标规划的数学模型
  - 单目标目标规划数学模型
  - 多目标目标规划数学模型
- 线性目标规划的求解方法
  - 序列法 ★
  - 多阶段法
  - 单纯形法 ★

一. 线性目标规划的数学模型：

例1 某家俱厂生产两种产品：桌子和椅子。售出一张桌子的利润为8百元，售出一把椅子的利润为4百元。又知桌子和椅子需经过两个加工工段：装配工段和精整工段。其中每张桌子和每把椅子所需工时，以及各工段的生产能力由下表给出：

问题：制定最优的生产计划使一天的利润最大。

	桌子	椅子	总工时/天
装配工段	4	3	30
精整工段	1	3	12
利润(百元)	8	4	

例1

	桌子	椅子	总工时/天
装配工段	4	3	30
精整工段	1	3	12
利润(百元)	8	4	

建立数学模型： 设桌子和椅子一天的产量分别为 x_1, x_2

目标： 一天的利润最大

$$\max Z = 8x_1 + 4x_2$$

$$s.t.\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 30 \\ x_1 + 3x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

第四章 多目标规划

第四节 目标规划

- 线性目标规划的数学模型
  - 单目标目标规划数学模型
  - 多目标目标规划数学模型
- 线性目标规划的求解方法
  - 序列法 ★
  - 多阶段法
  - 单纯形法 ★

1. 单目标目标规划数学模型：

(1)要求一天的利润达到200(百元)，问应如何安排生产计划？

性能指标　　目标值(期望值)

$$8x_1 + 4x_2 = 200$$

例1

	桌子	椅子	工时
装配	4	3	30
精整	1	3	12
利润	8	4	

$$\max Z = 8x_1 + 4x_2$$

$$s.t.\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 30 \\ x_1 + 3x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

1. 单目标目标规划数学模型：

(1)要求一天的利润达到200(百元)，问应如何安排生产计划？

性能指标　　　目标值(期望值)

$$8x_1 + 4x_2 \ \boxed{=}\ 200 \longrightarrow 8x_1 + 4x_2 + d^- - d^+ = 200$$

建立单目标目标规划数学模型的方法：

1. 引入偏差变量将目标转化为目标约束；
2. 极小化偏差变量实现目标。

引入一对偏差变量：

负偏差变量d^- = 利润不足200百元的差额值 ≥ 0

正偏差变量d^+ = 利润超过200百元的超出值 ≥ 0

$$d^- \times d^+ = 0$$

1. 单目标目标规划数学模型：

(1) 要求一天的利润达到200(百元)，问应如何安排生产计划？

性能指标　　目标值(期望值)

$8x_1+4x_2 = 200 \longrightarrow 8x_1+4x_2+d^- - d^+ = 200$

$\downarrow$

$8x_1+4x_2=200$

建立单目标目标规划数学模型的方法：

1. 引入偏差变量将目标转化为目标约束

极小化偏差变量实现目标。

分析： $\because d^-, d^+ \geq 0 \therefore d^- + d^+ \geq 0$，若 $\min(d^- + d^+) = 0$ 则 $d^- = d^+ = 0$

$$\min(d^- + d^+)$$

$$s.t.\begin{cases} 8x_1+4x_2+d^- - d^+ = 200 & \text{目标约束} \\ 4x_1+3x_2 \leq 30 \\ x_1+3x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \quad d^-, d^+ \geq 0 \end{cases}$$

$$\max Z = 8x_1+4x_2$$

$$s.t.\begin{cases} 4x_1+3x_2 \leq 30 \\ x_1+3x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1. 单目标目标规划数学模型：

(2)要求一天的利润不少于200(百元)，问应如何安排生产计划？

性能指标　　目标值(期望值)

$$8x_1 + 4x_2 \quad \geq \quad 200 \longrightarrow 8x_1 + 4x_2 + d^- - d^+ = 200$$

分析：$\because d^- \geq 0 \ \therefore$ 希望 $\min d^- = 0$

$$8x_1 + 4x_2 - d^+ = 200$$

$$8x_1 + 4x_2 \geq 200$$

引入一对偏差变量：

d^- = 利润不足200百元的差额值 ≥ 0

d^+ = 利润超过200百元的超出值 ≥ 0

1. 引入偏差变量将目标转化为目标约束；
2. 极小化偏差变量实现目标。

1. 单目标目标规划数学模型：

(2)要求一天的利润不少于200(百元)，问应如何安排生产计划？

性能指标　　目标值(期望值)

$$8x_1+4x_2 \geq 200 \rightarrow 8x_1+4x_2+d^- - d^+ = 200$$

$$8x_1+4x_2-d^+ = 200$$

$$8x_1+4x_2 \geq 200$$

分析：$\because d^- \geq 0 \ \therefore$ 希望 $\min d^- = 0$

$$\min d^-$$

$$s.t.\begin{cases} 8x_1+4x_2+d^- - d^+ = 200 \\ 4x_1+3x_2 \leq 30 \\ x_1+3x_2 \leq 12 \\ x_1,x_2 \geq 0 \quad d^-,d^+ \geq 0 \end{cases}$$

1. 引入偏差变量将目标转化
2. 极小化偏差变量实现目标

$$\max Z = 8x_1+4x_2$$

$$s.t.\begin{cases} 4x_1+3x_2 \leq 30 \\ x_1+3x_2 \leq 12 \\ x_1,x_2 \geq 0 \end{cases}$$

线性规划4-4

1. 单目标目标规划数学模型：

(3)要求一天的利润不少于230百元， $\longrightarrow$ $8x_1+4x_2\geq 230$

装配车间的总工时不超过28工时，问应如何安排生产计划？

性能指标　　　　目标值(期望值)

$4x_1+3x_2 \quad \boxed{\leq} \quad 28 \longrightarrow 4x_1+3x_2+d^- - d^+ = 28$

$\downarrow$

$4x_1+3x_2+d^- = 28$

$\downarrow$

$4x_1+3x_2\leq 28$

分析：$\because d^+\geq 0 \;\therefore$ 希望 $\min d^+ = 0$

引入一对偏差变量：

$d^-=$ 装配车间总工时不足28工时的

$d^+=$ 装配车间总工时超过28工时的

1. 引入偏差变量将目标转

2. 极小化偏差变量实现目

$$\max Z = 8x_1+4x_2$$

$$s.t.\begin{cases}4x_1+3x_2\leq 30\\ x_1+3x_2\leq 12\\ x_1,x_2\geq 0\end{cases}$$

1. 单目标目标规划数学模型：

(3)要求一天的利润不少于230百元， → $8x_1 + 4x_2 \ge 230$

装配车间的总工时不超过28工时，问应如何安排生产计划？

性能指标　　目标值(期望值)

$4x_1 + 3x_2 \quad \le \quad 28$ → $4x_1 + 3x_2 + d^- - d^+ = 28$

↓

$4x_1 + 3x_2 + d^- = 28$

↓

$4x_1 + 3x_2 \le 28$

分析：$\because d^+ \ge 0 \ \therefore$ 希望 $\min d^+ = 0$

$$\min d^+$$

$$s.t.\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + d^- - d^+ = 28 \\ 8x_1 + 4x_2 \ge 230 \\ x_1 + 3x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d^-, d^+ \ge 0 \end{cases}$$

$$\max Z = 8x_1 + 4x_2$$

$$s.t.\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 30 \\ x_1 + 3x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

1. 单目标目标规划数学模型：

将上述三种情况推广到一般：

假设性能指标 $f(X)=f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 的目标值为 f_0

引入一对偏差变量：

$d^-=$ 性能指标 $f(X)$ 不足 f_0 的差额值

$d^+=$ 性能指标 $f(X)$ 超过 f_0 的超出值

将该目标转化成目标约束： $f(X)+d^- - d^+ = f_0$

1. 引入偏差变量将目标转化

2. 极小化偏差变量实现目标

$$\max Z = 8x_1 + 4x_2$$

$$s.t.\begin{cases} 4x_1+3x_2 \le 30 \\ x_1+3x_2 \le 12 \\ x_1,x_2 \ge 0 \end{cases}$$

1. 单目标目标规划数学模型：$f(X)+d^- - d^+ = f_0$

目标规划有以下五种形式的目标函数：

1. 若要求 $f(X)=f_0$，则目标函数为 $\min (d^- + d^+)$

2. 若要求 $f(X)\geq f_0$，则目标函数为 $\min d^-$

3. 若要求 $f(X)\leq f_0$，则目标函数为 $\min d^+$

4. 若要求 $\min f(X)$，则目标函数为 $\min (d^+ - d^-)$

$$f(X)+d^- - d^+ = f_0 \longrightarrow f(X)=f_0+(d^+ - d^-)$$

1. 引入偏差变量将目标转化为目标约束；
2. 极小化偏差变量实现目标。

1. 单目标目标规划数学模型：$f(X)+d^- - d^+ = f_0$

目标规划有以下五种形式的目标函数：

1. 若要求 $f(X)=f_0$，则目标函数为 $\min(d^- + d^+)$

2. 若要求 $f(X)\geq f_0$，则目标函数为 $\min d^-$

3. 若要求 $f(X)\leq f_0$，则目标函数为 $\min d^+$

4. 若要求 $\min f(X)$，则目标函数为 $\min(d^+ - d^-)$

5. 若要求 $\max f(X)$，则目标函数为 $\min(d^- - d^+)$

$$f(X)+d^- - d^+ = f_0 \longrightarrow f(X) = f_0 - (d^- - d^+)$$

第四章 多目标规划

第四节 目标规划

- 线性目标规划的数学模型
  - 单目标目标规划数学模型
  - 多目标目标规划数学模型
- 线性目标规划的求解方法
  - 序列法 ★
  - 多阶段法
  - 单纯形法 ★

2. 多目标目标规划数学模型：

例1 在制定最优生产计划时考虑以下两级目标：

第一级目标： 性能指标 目标值

要求一天的利润达到200百元 $8x_1 + 4x_2 \quad = \quad 200$

第二级目标：

装配车间工时剩余的越多 $\min \; 4x_1 + 3x_2 \quad 30$

引入两对偏差变量：

$d_1^- =$ 利润不足200百元的差额值

$d_1^+ =$ 利润超过200百元的超出值

$d_2^- =$ 装配车间工时不足30工时的差

$d_2^+ =$ 装配车间工时超过30工时的超

$$\max Z = 8x_1 + 4x_2$$

$$s.t.\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 30 \\ x_1 + 3x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

2. 多目标目标规划数学模型：

例1

$$\min[(d_1^- + d_1^+) + (d_2^+ - d_2^-)]$$

第一级目标： **性能指标** **目标值**

要求一天的利润达到200百元 $8x_1 + 4x_2 = 200$

$$8x_1 + 4x_2 + d_1^- - d_1^+ = 200$$

第二级目标：

装配车间工时剩余的越多 min $4x_1 + 3x_2$ 30

$$4x_1 + 3x_2 + d_2^- - d_2^+ = 30$$

引入两对偏差变量：

$$\boxed{4x_1 + 3x_2 = 30 + d_2^+ - d_2^-}$$

d_1^- = 利润不足200百元的差额

d_1^+ = 利润超过200百元的超出值

d_2^- = 装配车间工时不足30工时的差额值

d_2^+ = 装配车间工时超过30工时的超出值

2. 多目标目标规划数学模型：

例1

$$\min[(d_1^- + d_1^+) + (d_2^+ - d_2^-)]$$

第一级目标： **性能指标** **目标值**

要求一天的利润达到200百元 $8x_1 + 4x_2 = 200$

$$8x_1 + 4x_2 + d_1^- - d_1^+ = 200$$

第二级目标：

装配车间工时剩余的越多 **min** $4x_1 + 3x_2$ 30

$$4x_1 + 3x_2 + d_2^- - d_2^+ = 30$$

$$\min[(d_1^- + d_1^+) + (d_2^+ - d_2^-)]$$

$$s.t.\begin{cases} 8x_1 + 4x_2 + d_1^- - d_1^+ = 200 \\ 4x_1 + 3x_2 + d_2^- - d_2^+ = 30 \\ x_1 + 3x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \qquad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

$$\max Z = 8x_1 + 4x_2$$

$$s.t.\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 30 \\ x_1 + 3x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

2. 多目标目标规划数学模型：

例1

	性能指标		目标值
第一级目标：			
要求一天的利润达到200百元	$8x_1+4x_2$	$=$	200
第二级目标：			
装配车间工时剩余的越多越**min**	$4x_1+3x_2$		30

$$\min[(d_1^- + d_1^+) + (d_2^+ - d_2^-)]$$

$$s.t.\begin{cases} 8x_1+4x_2+d_1^- - d_1^+ = 200 \\ 4x_1+3x_2+d_2^- - d_2^+ = 30 \\ x_1+3x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \qquad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

P_1, P_2 – 优先因子

用于区别两级目标的重要程度

要求：$P_1 >> P_2$

2. 多目标目标规划数学模型：

例1

第一级目标： **性能指标** **目标值**

要求一天的利润达到200百元 $8x_1 + 4x_2 = 200$

第二级目标：

装配车间工时剩余的越多 **min** $4x_1 + 3x_2$ 30

$$\min[P_1(d_1^- + d_1^+) + P_2(d_2^+ - d_2^-)]$$

$$s.t.\begin{cases} 8x_1 + 4x_2 + d_1^- - d_1^+ = 200 \\ 4x_1 + 3x_2 + d_2^- - d_2^+ = 30 \\ x_1 + 3x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

P_1, P_2 – 优先因子

用于区别两级目标的重要程度

要求：$P_1 >> P_2$

例2 某厂生产两种型号的产品：产品甲和乙,产品信息如下表：

产品	工时(小时/件)	产值(元/件)	计划产量(件/周)
甲	**0.1**	**80**	**30**
乙	**0.2**	**120**	**15**

又知该厂的工作时间为**40**小时/周

在制定最优生产计划时有以下 **4** 级目标：

第一级目标 尽量达到计划产值**4000**元/周；

第二级目标 避免加班；

第三级目标 产量不要低于计划值(产品乙为新型号,更具有竞争力,故重要程度比为甲:乙=1:2)；

第四级目标 如果提前完成任务,早下班的时间也不要多于**5**小时/周。

$d_1^- =$ 产值不足4000的差额值

$d_1^+ =$ 产值超过4000的超出值

$d_2^- =$ 工作时间不足40的差额值

$d_2^+ =$ 工作时间超过40的超出值

$d_3^- =$ 甲产量不足30的差额值

$d_3^+ =$ 甲产量超过30的超出值

$d_4^- =$ 乙产量不足15的差额值

$d_4^+ =$ 乙产量超过15的超出值

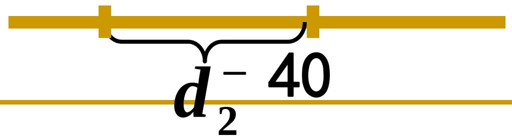
$d_5^- =$ 早下班时间不足5的差额值

$d_5^+ =$ 早下班时间超过5的超出值

第四级目标

早下班的时间不要多于

5小时/周



产品	工时	产值	计划值
甲	**0.1**	**80**	**30**
乙	**0.2**	**120**	**15**

性能指标 **目标值**

产值 $80x_1 + 120x_2 \ = \ 4000$

$$80x_1 + 120x_2 + d_1^- - d_1^+ = 4000$$

工作时间 $0.1x_1 + 0.2x_2 \ \leq \ 40$

$$0.1x_1 + 0.2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 40$$

甲产量 $x_1 \ \geq \ 30$

$$x_1 + d_3^- - d_3^+ = 30$$

乙产量 $x_2 \ \geq \ 15$

$$x_2 + d_4^- - d_4^+ = 15$$

早下班时间 $d_2^- \ \leq \ 5$

$$d_2^- + d_5^- - d_5^+ = 5$$

例2

产品	工时	产值	计划值
甲	0.1	80	30
乙	0.2	120	15

设甲乙一周的产量为 x_1, x_2

第一级目标

尽量达到计划产值**4000**元**/**周

$$80x_1 + 120x_2 + d_1^- - d_1^+ = 4000$$

第二级目标

避免加班

$$0.1x_1 + 0.2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 40$$

第三级目标

产品数量不要低于计划值

甲:乙=1:2

$$x_1 + d_3^- - d_3^+ = 30$$

第四级目标

$$x_2 + d_4^- - d_4^+ = 15$$

早下班的时间不要多于

5小时**/**周

$$d_2^- + d_5^- - d_5^+ = 5$$

例2

产品	工时	产值	计划值
甲	**0.1**	**80**	**30**
乙	**0.2**	**120**	**15**

设甲乙一周的产量为 x_1, x_2

第一级目标

尽量达到计划产值**4000**元/周

第二级目标

避免加班

第三级目标

产品数量不要低于计划值

甲:乙=1:2

第四级目标

早下班的时间不要多于

5小时/周

$$
s.t.\begin{cases}
80x_1+120x_2+d_1^- - d_1^+ = 4000\\
0.1x_1+0.2x_2+d_2^- - d_2^+ = 40\\
x_1+d_3^- - d_3^+ = 30\\
x_2+d_4^- - d_4^+ = 15\\
d_2^- + d_5^- - d_5^+ = 5\\
x_1,x_2\ge 0 \quad d_j^-,d_j^+\ge 0
\end{cases}
$$

例2

产品	工时	产值	计划值
甲	0.1	80	30
乙	0.2	120	15

四级目标的目标规划数学模型

$$\min[\, P_1(d_1^- + d_1^+) + P_2 d_2^+ + P_3(d_3^- + 2d_4^-) + P_4 d_5^+ \,]$$

$$\begin{cases} 80x_1 + 120x_2 + d_1^- - d_1^+ = 4000 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 40 \\ x_1 + d_3^- - d_3^+ = 30 \\ x_2 + d_4^- - d_4^+ = 15 \\ d_2^- + d_5^- - d_5^+ = 5 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

性能指标		目标值
值 $80x_1 + 120x_2$	$=$	4000
作时间 $0.1x_1 + 0.2x_2$	$\le$	40
甲产量 x_1	$\ge$	30
乙产量 x_2	$\ge$	15
早下班时间 d_2^-	$\le$	5

例2

四级目标的目标规划数学模型

$$\min[\,P_1(d_1^- + d_1^+) + P_2 d_2^+ + P_3(d_3^- + 2d_4^-) + P_4 d_5^+\,]$$

$$\begin{cases} 80x_1 + 120x_2 + d_1^- - d_1^+ = 4000 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 40 \\ x_1 + d_3^- - d_3^+ = 30 \\ x_2 + d_4^- - d_4^+ = 15 \\ d_2^- + d_5^- - d_5^+ = 5 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

注释:

若各级目标的偏差变量能达到极小值0, 则各级目标被完全实现. 但多目标规划中, 由于各级目标之间可能是互补的, 也可能是矛盾的. 所以在现有的约束条件下各级目标也许能达到, 也许不能达到. 我们的任务是使各级目标的偏差变量达到最小. 各级目标偏差变量的极小化程度反映了各级目标被实现的程度.

例4-11

已知三个工厂生产的产品供应四个用户的需要, 各工厂的产量, 用户的需求量及从各工厂到各用户单位产品的运价如下表:

用户 / 工厂	1	2	3	4	产量
1	5 x_{11}	2 x_{12}	6 x_{13}	7 x_{14}	300
2	3 x_{21}	5 x_{22}	4 x_{23}	6 x_{24}	200
3	4 x_{31}	5 x_{32}	2 x_{33}	3 x_{34}	400
销量	200	100	450	250	

总产量=900 < 总需求量=1000

最优调运方案

	1	2	3	4	
1	200	100			300
2			200		200
3			250	150	400
4				100	100
	200	100	450	250	

$\min S = 2950$元

上述方案只考虑了总运费最小.但在实际问题中,在制定最优调运方案时,所追求的目标及受到的客观限制往往是多方面的。例如考虑以下7个目标:

工厂＼用户	1	2	3	4	产量
1	5 x_{11}	2 x_{12}	6 x_{13}	7 x_{14}	300
2	3 x_{21}	5 x_{22}	4 x_{23}	6 x_{24}	200
3	4 x_{31}	5 x_{32}	2 x_{33}	3 x_{34}	400
销量	200	100	450	250	
80%	160	80	360	200	

	性能指标		目标值
目标1 用户**4**是重要部门,需求量必须满足	$x_{14}+x_{24}+x_{34}$	$=$	250
目标2 供应用户**1**的产量中,工厂**3**的产量不少于**100**	x_{31}	$\geq$	100
目标3 为兼顾一般,每个用户需求量的满足率不低于**80%**	$x_{11}+x_{21}+x_{31}$	$\geq$	160
	$x_{12}+x_{22}+x_{32}$	$\geq$	80
	$x_{13}+x_{23}+x_{33}$	$\geq$	360
	$x_{14}+x_{24}+x_{34}$	$\geq$	200

用户 / 工厂	1	2	3	4	产量
1	5 x_{11}	2 x_{12}	6 x_{13}	7 x_{14}	300
2	3 x_{21}	5 x_{22}	4 x_{23}	6 x_{24}	200
3	4 x_{31}	5 x_{32}	2 x_{33}	3 x_{34}	400
销量	200	100	450	250	

$$\frac{x_{11}+x_{21}+x_{31}}{200} = \frac{x_{13}+x_{23}+x_{33}}{450}$$

$$2950 \times 110\% = 3245$$

	性能指标		目标值
目标4 新方案总运费不超过原方案的**10%**	$\sum\sum c_{ij}x_{ij}$	$\leq$	3245
目标5 因道路限制,从工厂**2**到用户**4**的路线应尽量避免运输任务	x_{24}	$=$	0
目标6 用户**1**和用户**3**的需求量满足率尽量保持平衡	$\frac{x_{11}+x_{21}+x_{31}}{200} - \frac{x_{13}+x_{23}+x_{33}}{450}$	$=$	0

工厂 \ 用户	1	2	3	4	产量
1	5 x_{11}	2 x_{12}	6 x_{13}	7 x_{14}	300
2	3 x_{21}	5 x_{22}	4 x_{23}	6 x_{24}	200
3	4 x_{31}	5 x_{32}	2 x_{33}	3 x_{34}	400
销量	200	100	450	250	

目标7

	性能指标	目标值
力求减少新方案的总费用	$\min \sum\sum c_{ij}x_{ij}$	2950

性能指标		目标值	
目标1 $x_{14}+x_{24}+x_{34}$	$=$	250	$x_{14}+x_{24}+x_{34}+d_4^- - d_4^+ = 250$
目标2 x_{31}	$\geq$	100	
目标3 $x_{11}+x_{21}+x_{31}$	$\geq$	160	
$x_{12}+x_{22}+x_{32}$	$\geq$	80	
$x_{13}+x_{23}+x_{33}$	$\geq$	360	
$x_{14}+x_{24}+x_{34}$	$\geq$	200	
目标4 $\sum\sum c_{ij}x_{ij}$	$\leq$	3245	
目标5 x_{24}	$=$	0	
目标6 $\dfrac{x_{11}+x_{21}+x_{31}}{200}-\dfrac{x_{13}+x_{23}+x_{33}}{450}$	$=$	0	
目标7 $\min \sum\sum c_{ij}x_{ij}$		2950	

用户 / 工厂	1	2	3	4	产量
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	300
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	200
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	400
销量	200	100	450	250	

目标7	**性能指标**	**目标值**
力求减少新方案的总费用	$\min \sum\sum c_{ij}x_{ij}$	2950

	性能指标		目标值	
目标1	$x_{14}+x_{24}+x_{34}$	$=$	250	$x_{14}+x_{24}+x_{34}+d_4^- - \overset{0}{d_4^+} = 250$
目标2	x_{31}	$\geq$	100	$x_{31}+d_5^- - d_5^+ = 100$
目标3	$x_{11}+x_{21}+x_{31}$	$\geq$	160	$x_{11}+x_{21}+x_{31}+d_6^- - d_6^+ = 160$
	$x_{12}+x_{22}+x_{32}$	$\geq$	80	$x_{12}+x_{22}+x_{32}+d_7^- - d_7^+ = 80$
	$x_{13}+x_{23}+x_{33}$	$\geq$	360	$x_{13}+x_{23}+x_{33}+d_8^- - d_8^+ = 360$
	$x_{14}+x_{24}+x_{34}$	$\geq$	200	$x_{14}+x_{24}+x_{34}+d_9^- - d_9^+ = 200$
目标4	$\sum\sum c_{ij}x_{ij}$	$\leq$	3245	$\sum\sum c_{ij}x_{ij}+\underset{0}{d_{10}^-} - d_{10}^+ = 3245$
目标5	x_{24}	$=$	0	$x_{24}+d_{11}^- - d_{11}^+ = 0$
目标6	$\dfrac{x_{11}+x_{21}+x_{31}}{200} - \dfrac{x_{13}+x_{23}+x_{33}}{450}$	$=$	0	$\dfrac{x_{11}+x_{21}+x_{31}}{200} - \dfrac{x_{13}+x_{23}+x_{33}}{450} + d_{12}^- - d_{12}^+ = 0$
目标7	$\min \sum\sum c_{ij}x_{ij}$		2950	$\sum\sum c_{ij}x_{ij}+\overset{0}{d_{13}^-} - d_{13}^+ = 2950$

	性能指标	目标值	
目标1	$x_{14}+x_{24}+x_{34}$ =	250	$x_{14}+x_{24}+x_{34}+d_4^- - \overset{0}{d_4^+} = 250$
目标2	x_{31} ≥	100	$x_{31}+d_5^- - d_5^+ = 100$
目标3	$x_{11}+x_{21}+x_{31}$ ≥	160	$x_{11}+x_{21}+x_{31}+d_6^- - d_6^+ = 160$
	$x_{12}+x_{22}+x_{32}$ ≥	80	$x_{12}+x_{22}+x_{32}+d_7^- - d_7^+ = 80$
	$x_{13}+x_{23}+x_{33}$ ≥	360	$x_{13}+x_{23}+x_{33}+d_8^- - d_8^+ = 360$
	$x_{14}+x_{24}+x_{34}$ ≥	200	$x_{14}+x_{24}+x_{34}+d_9^- - d_9^+ = 200$
目标6	$\frac{x_{11}+x_{21}+x_{31}}{200} - \frac{x_{13}+x_{23}+x_{33}}{450}$ =	0	$\frac{\quad}{200} - \frac{\quad}{450} + d_{12}^- - d_{12}^+ = 0$
目标7	min $\sum\sum c_{ij}x_{ij}$	2950	$\sum\sum c_{ij}x_{ij} + \overset{0}{d_{13}^-} - d_{13}^+ = 2950$

$$\min Z = P_1 d_4^- + P_2 d_5^- + P_3(d_6^- + d_7^- + d_8^- + d_9^-)$$

线性规划4-4

	性能指标		目标值	
目标1	$x_{14}+x_{24}+x_{34}$	$=$	250	$x_{14}+x_{24}+x_{34}+d_4^- - \overset{0}{d_4^+} = 250$
目标2	x_{31}	$\geq$	100	$x_{31}+d_5^- - d_5^+ = 100$
	$(x_{11}+x_{21}+x_{31}$	$\geq$	160	$x_{11}+x_{21}+x_{31}+d_6^- - d_6^+ = 160$
目标4	$\sum\sum c_{ij}x_{ij}$	$\leq$	3245	$\sum\sum c_{ij}x_{ij}+d_{10}^- - d_{10}^+ = 3245$
目标5	x_{24}	$=$	0	$x_{24}+\overset{0}{d_{11}^-} - d_{11}^+ = 0$
目标6	$\frac{x_{11}+x_{21}+x_{31}}{200} - \frac{x_{13}+x_{23}+x_{33}}{450}$	$=$	0	$\frac{x_{11}+x_{21}+x_{31}}{200} - \frac{x_{13}+x_{23}+x_{33}}{450} + d_{12}^- - d_{12}^+ = 0$
目标7	$\min \sum\sum c_{ij}x_{ij}$		2950	$\sum\sum c_{ij}x_{ij}+\overset{0}{d_{13}^-} - d_{13}^+ = 2950$

$$\min Z = P_1 d_4^- + P_2 d_5^- + P_3(d_6^- + d_7^- + d_8^- + d_9^-) + P_4 d_{10}^+ + P_5 d_{11}^+ + P_6(d_{12}^- + d_{12}^+) + P_7 d_{13}^+$$

$$\min Z = P_1 d_4^- + P_2 d_5^- + P_3(d_6^- + d_7^- + d_8^- + d_9^-) + P_4 d_{10}^+ + P_5 d_{11}^+ + P_6(d_{12}^- + d_{12}^+) + P_7 d_{13}^+$$

0

$$\begin{cases} x_{14} + x_{24} + x_{34} + d_4^- - d_4^+ = 250 \\ x_{31} + d_5^- - d_5^+ = 100 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} + d_6^- - d_6^+ = 160 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + d_7^- - d_7^+ = 80 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + d_8^- - d_8^+ = 360 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + d_9^- - d_9^+ = 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 300 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 200 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 400 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} \le 200 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} \le 100 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} \le 450 \\ x_{ij} \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

	1	2	3	4	产量
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	300
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	200
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	400
销量	200	100	450	250	

${}_{2} - d_{12}^+ = 0$

第四章 多目标规划

第四节 目标规划

- 线性目标规划的数学模型
  - 单目标目标规划数学模型
  - 多目标目标规划数学模型
- 线性目标规划的求解方法
  - 序列法 ★
  - 多阶段法
  - 单纯形法 ★

作业：P295 7 8

作业：P241 7 8