第四章 多目标规划

第四节 目标规划

- 线性目标规划的数学模型
  - 单目标目标规划数学模型
  - 多目标目标规划数学模型
- 线性目标规划的求解方法
  - 序列法 ★
  - 多阶段法
  - 单纯形法 ★

第四章 多目标规划

二. 线性目标规划的求解方法：

1. 序列法

- 序列法的基本思想和方法
- 序列法的迭代步骤
- 序列法的评价

1. 序列法

基本思想：

- 目标规划通过引入偏差变量将各级目标转化成目标约束，再极小化偏差变量来实现各级目标。当偏差变量达到极小值**0**时，该级目标被完全实现。

- **序列法**是按照优先级别去极小化各级目标的偏差变量的，即极小化该级目标偏差变量是在不破坏上级目标已经达到的最优值的前提下进行的，所以该级目标的偏差变量未必能达到极小值**0**。那么该级目标偏差变量极小化的程度就是该级目标在不破坏前级目标最优值的前提下被实现的程度。

例4-7

$$\min Z = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2 d_3^- + P_3 d_4^+ + P_4(d_1^- + 1.5 d_2^-)$$

$$x_1 \geq 30 \longleftarrow x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \longrightarrow x_1 \leq 30$$

$$x_2 \geq 15 \longleftarrow x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \longrightarrow x_2 \leq 15$$

$$s.t.\begin{cases} 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1000 \longrightarrow 8x_1 + 12x_2 \geq 1000 \\ x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 40 \longrightarrow x_1 + 2x_2 \leq 40 \\ x_1, x_2 \geq 0 \quad d_j^-, d_j^+ \geq 0 \end{cases}$$

具体方法:

序列法按照目标函数中各目标的优先级别,顺序将目标规划分解为一系列单目标的线性规划,用单纯形法逐一求解.在求解过程中确定进基变量,离基变量及主元的原则与线性规划的单纯形法相同,不同的是要以不影响较高级目标的最优值为前提求解较低级目标的最优值.如此反复迭代,直到进行到最低级目标的目标函数达到最优为止.

第四章 多目标规划

二. 线性目标规划的求解方法：

1. 序列法

- 序列法的基本思想和方法
- 序列法的迭代步骤
- 序列法的评价

例4−7

$$\min Z = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2 d_3^- + P_3 d_4^+ + P_4(d_1^- + 1.5 d_2^-)$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1000 \\ x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 40 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

迭代步骤:

(1) 建立 P_1 级目标的单目标线性规划:

$$\min Z_1 = d_1^+ + d_2^+$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

例4-7

$$\min Z_1 = d_1^+ + d_2^+$$

$$\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

(1) 建立P_1级的单目标线性规划：

用单纯形法求解：

		c_j	0	0	0	0	1	1
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_1^+	d_2^+
0	d_1^-	30	1	0	1	0	-1	0
0	d_2^-	15	0	1	0	1	0	-1
y_{0j}		0	0	0	0	0	1	1

$$y_{0j} = c_j - C_B B^{-1} p_j$$

$$y_{00} = C_B B^{-1} b$$

$\because y_{0j}$都≥ 0，$\therefore$ 对 P_1级目标而言已是最优表。

$\because \min Z_1 = d_1^+ + d_2^+ = 0$ 所以 P_1级目标已被完全实现。

例4−7 $\min Z = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2 d_3^- + P_3 d_4^+ + P_4(d_1^- + 1.5 d_2^-)$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1000 \\ x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 40 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

迭代步骤:

(2) 建立 P_2 级目标的单目标线性规划:

$$\min Z_2 = d_3^-$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1000 \\ d_1^+ + d_2^+ = 0 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

例4−7

(2) 建立 P_2 级目标的单目标线性规划：

$$\min Z_2 = d_3^-$$
$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1000 \\ d_1^+ + d_2^+ = 0 \\ x_1, x_2 \geq 0 \quad d_j^-, d_j^+ \geq 0 \end{cases} \longrightarrow$$

$$\min Z_2 = d_3^-$$
$$\begin{cases} x_1 + d_1^- = 30 \\ x_2 + d_2^- = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 10^3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \quad d_j^-, d_j^+ \geq 0 \end{cases}$$

化简：$\because d_1^+ + d_2^+ = 0 \therefore d_1^+ = d_2^+ = 0$

例4-7

$$\min Z_2 = d_3^-$$
$$\begin{cases} x_1 + d_1^- = 30 \\ x_2 + d_2^- = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 10^3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \quad d_j^-, d_j^+ \geq 0 \end{cases}$$

(2) 建立P_2级的单目标线性规划：

用单纯形法求解：

		c_j	0	0	0	0	1	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_3^+
0	d_1^-	30	1	0	1	0	0	0
0	d_2^-	15	0	1	0	1	0	0
1	d_3^-	10^3	8	12	0	0	1	-1
y_{0j}		-10^3	-8	-12	0	0	0	1

$$y_{0j} = c_j - C_B B^{-1} p_j$$
$$y_{00} = C_B B^{-1} b$$

$\because$ y_{0j}不都≥ 0，$\therefore$ 对 P_2级目标而言还未达到最优。

经过两次单纯形法的迭代，可得最优表。

例4−7

$$\min Z_2 = d_3^-$$

$$\begin{cases} x_1 + d_1^- = 30 \\ x_2 + d_2^- = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 10^3 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

(2) 建立P_2级的单目标线性规划：

最优表4-5

		c_j	0	0	0	0	1	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_3^+
0	x_1	30	1	0	1	0	0	0
0	x_2	15	0	1	0	1	0	0
1	d_3^-	580	0	0	−8	−12	1	−1
y_{0j}		−580	0	0	8	12	0	1

此时对P_2级目标而言已达到最优。$\because \min Z_2 = d_3^- = 580$

所以P_2级目标未被完全实现，还差**580**。

例4−7 $\min Z = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2 d_3^- + P_3 d_4^+ + P_4(d_1^- + 1.5 d_2^-)$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1000 \\ x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 40 \\ x_1, x_2 \geq 0 \quad d_j^-, d_j^+ \geq 0 \end{cases}$$

迭代步骤:

(3) 建立 P_3 级目标的单目标线性规划:

$$\min Z_3 = d_4^+$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1000 \\ x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 40 \\ d_1^+ + d_2^+ = 0 \quad d_3^- = 580 \\ x_1, x_2 \geq 0 \quad d_j^-, d_j^+ \geq 0 \end{cases}$$

例4-7

(3) 建立 P_3 级目标的单目标线性规划：

$$\min Z_3 = d_4^+$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1000 \\ x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 40 \\ d_1^+ + d_2^+ = 0 \quad d_3^- = 580 \\ x_1, x_2 \geq 0 \quad d_j^-, d_j^+ \geq 0 \end{cases}$$

化简： $d_1^+ + d_2^+ = 0 \rightarrow d_1^+ = d_2^+ = 0$

由 P_2 级目标的最优表4-5，

例4−7 $S_1 = S_0 + y_{0j}\theta$

$$\min Z_2 = d_3^-$$
$$\begin{cases} x_1 + d_1^- = 30 \\ x_2 + d_2^- = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 10^3 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

(2) 建立P_2级的单目标线性规划：

最优表4-5

		c_j	0	0	0	0	1	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_3^+
0	x_1	30	1	0	1	0	0	0
0	x_2	15	0	1	0	1	0	0
1	d_3^-	580	0	0	−8	−12	1	−1
y_{0j}		−580	0	0	8	12	0	1

$\min Z_2 = d_3^- = 580$

$\because d_1^-, d_2^-, d_3^+$ 的检验数分别是8, 12, 1> 0 所以如果它们进基做基变量将会使P_2级目标已得的最优值 $\min Z_2 = 580 \uparrow$

为了不使 $\min Z_2 \uparrow$， 必须令这些非基变量的取值永远为 0

即$d_1^- = d_2^- = d_3^+ = 0$

例4−7

(3) 建立P_3级的单目标线性规划：

$$\min Z_3 = d_4^+$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1000 \\ x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 40 \\ d_1^+ + d_2^+ = 0 \quad d_3^- = 580 \\ x_1, x_2 \geq 0 \quad d_j^-, d_j^+ \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ \\ d_4 \\ d_3^- = 580 \end{cases}$$

$x_1 = 30,\ x_2 = 15$

$d_1^- = d_1^+ = 0$

$d_2^- = d_2^+ = 0$

$d_3^- = 580, d_3^+ = 0$

$d_4^- = 0,\ d_4^+ = 20$

$\because \min Z_3 = d_4^+ = 20$

所以P_3级目标未被完全实现。

化简：$d_1^+ + d_2^+ = 0 \rightarrow d_1^+ = d_2^+ = 0$

由P_2级目标的最优表4-5，$d_1^- = d_2^- = d_3^+ = 0$

例4-7 $\min Z = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2 d_3^- + P_3$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1 \\ x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 4 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &x_1 = 30, x_2 = 15 \\ &d_1^- = d_1^+ = 0 \\ &d_2^- = d_2^+ = 0 \\ &d_3^- = 580,\ d_3^+ = 0 \\ &d_4^- = 0,\ d_4^+ = 20 \end{aligned}$$

迭代步骤

(4) 建立 P_4 级目标的单目标线性规划：

$$\min Z_4 = d_1^- + 1.5 d_2^- = 0$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 = 30, \quad x_2 = 15 \\ d_1^- = d_1^+ = 0 \\ d_2^- = d_2^+ = 0 \\ d_3^- = 580,\ d_3^+ = 0 \\ d_4^- = 0,\ d_4^+ = 20 \end{cases}$$

所以P_4级目标已被完全实现。

例4-7

$$\min Z = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2 d_3^- + P_3 d_4^+ + P_4(d_1^- + 1.5 d_2^-)$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 & \rightarrow x_1 = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 & \rightarrow x_2 = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1000 & \rightarrow 8x_1 + 12x_2 \geq 1000 \\ x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 40 & \rightarrow x_1 + 2x_2 \leq 40 \\ x_1, x_2 \geq 0 \quad d_j^-, d_j^+ \geq 0 \end{cases}$$

最优解：

$$x_1 = 30, x_2 = 15$$
$$d_1^- = d_1^+ = 0$$
$$d_2^- = d_2^+ = 0$$
$$d_3^- = 580,\ d_3^+ = 0$$
$$d_4^- = 0,\ d_4^+ = 20$$

最优值向量：$Z^* = (0, 580, 20, 0)$

结论：

P_1, P_4级目标已被完全实现,

P_2, P_3级目标未被完全实现。

第四章 多目标规划

二. 线性目标规划的求解方法:

1. 序列法

- 序列法的基本思想和方法
- 序列法的迭代步骤
- 序列法的评价

1. 序列法

优点： 求解思路清晰，在整个求解过程中仅用到了我们所熟悉的单纯形方法.

缺点： 需要对每一级目标构造一个相应的单目标线性规划，然后去求解。对于级别较多的模型，迭代次数多，计算量大。

第四章 多目标规划

第四节 目标规划

- 线性目标规划的数学模型
  - 单目标目标规划数学模型
  - 多目标目标规划数学模型
- 线性目标规划的求解方法
  - 序列法 ★
  - 多阶段法
  - 单纯形法 ★

第四章 多目标规划

二. 线性目标规划的求解方法：

2. 单纯形法

- 单纯形法的基本思想
- 单纯形法的迭代步骤

2. 单纯形法

基本思想：

把目标中优先因子P_j理解为一种特殊意义下的正常数，用P_j取代(*LP*)中的成本系数 c_j，从而目标规划可以理解为一个标准的(*LP*)，然后用单纯形法求出它的最优解。

第四章 多目标规划

二. 线性目标规划的求解方法：

2. 单纯形法

- 单纯形法的基本思想
- 单纯形法的迭代步骤

例4–7 $\min Z = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2 d_3^- + P_3 d_4^+ + P_4(d_1^- + 1.5 d_2^-)$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 30 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ 8x_1 + 12x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1000 \\ x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 40 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad d_j^-, d_j^+ \ge 0 \end{cases}$$

c_j			0	0	P_4	$1.5P_4$	P_2	0	P_1	P_1	0	P_3
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+
P_4	d_1^-	30	1	0	1	0	0	0	-1	0	0	0
$1.5P_4$	d_2^-	15	0	1	0	1	0	0	0	-1	0	0
P_2	d_3^-	10^3	8	12	0	0	1	0	0	0	-1	0
0	d_4^-	40	1	2	0	0	0	1	0	0	0	-1

例4-7

表1

c_j			0	0	P_4	$1.5P_4$	P_2	0	P_1	P_1	0	P_3
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+
P_4	$\boldsymbol{d_1^-}$	30	1	0	1	0	0	0	-1	0	0	0
$1.5P_4$	$\boldsymbol{d_2^-}$	15	0	1	0	1	0	0	0	-1	0	0
P_2	$\boldsymbol{d_3^-}$	10^3	8	12	0	0	1	0	0	0	-1	0
0	$\boldsymbol{d_4^-}$	40	1	2	0	0	0	1	0	0	0	-1
P_1		0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
P_2		-10^3	-8	-12	0	0	0	0	0	0	1	0
P_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
P_4		-52.5	-1	-1.5	0	0	0	0	1	1.5	0	0

$$\boldsymbol{y_{0j} = c_j - C_B B^{-1} p_j \quad y_{01} = c_1 - C_B p_1 = 0 - P_4 - 8P_2 = 0P_1 - P_4 - 8P_2 + 0P_3}$$

$$\boldsymbol{y_{00} = C_B B^{-1} b = 30P_4 + 15 \times 1.5P_4 + 10^3 P_2 = 52.5P_4 + 10^3 P_2}$$

例4-7　　表1

c_j			0	0	P_4	$1.5P_4$	P_2	0	P_1	P_1	0	P_3
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+
P_4	d_1^-	30	1	0	1	0	0	0	-1	0	0	0
$1.5P_4$	d_2^-	15	0	1	0	1	0	0	0	-1	0	0
P_2	d_3^-	10^3	8	12	0	0	1	0	0	0	-1	0
0	d_4^-	40	1	2	0	0	0	1	0	0	0	-1
P_1		0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
P_2		-10^3	-8	-12	0	0	0	0	0	0	1	0
P_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
P_4		-52.5	-1	-1.5	0	0	0	0	1	1.5	0	0

$\because$ P_1 行检验数都 ≥ 0 $\therefore$ 当前的基本可行解对 P_1 级目标已达最优，故检查 P_2 行检验数。$\because \min Z_1 = d_1^+ + d_2^+ = 0$

所以 P_1 级目标已被完全实现。

例4−7　　　　　　表1

c_j			0	0	P_4	$1.5P_4$	P_2	0	P_1	P_1	0	P_3
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+
P_4 / $\mathbf{0}$	d_1^- / $\boldsymbol{x_1}$	30	1	0	1	0	0	0	−1	0	0	0
$1.5P_4$	$\boldsymbol{d_2^-}$	15	0	1	0	1	0	0	0	−1	0	0
P_2	$\boldsymbol{d_3^-}$	10^3	8	12	0	0	1	0	0	0	−1	0
0	$\boldsymbol{d_4^-}$	40	1	2	0	0	0	1	0	0	0	−1
P_1		0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
P_2		-10^3	−8	−12	0	0	0	0	0	0	1	0
P_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
P_4		−52.5	−1	−1.5	0	0	0	0	1	1.5	0	0

$\because \boldsymbol{P_2}$行有检验数$<\mathbf{0}$ $\therefore$当前的基本可行解对$\boldsymbol{P_2}$级目标不是最优的。$\boldsymbol{x_1}$进基，$\boldsymbol{d_1^-}$离基。

例4-7

表2

		c_j	0	0	P_4	$1.5P_4$	P_2	0	P_1	P_1	0	P_3
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+
0	$\boldsymbol{x_1}$	30	1	0	1	0	0	0	-1	0	0	0
$1.5P_4$	$\boldsymbol{d_2^-}$	15	0	1	0	1	0	0	0	-1	0	0
P_2	$\boldsymbol{d_3^-}$	760	0	12	-8	0	1	0	8	0	-1	0
0	d_4^- $\boldsymbol{x_2}$	10	0	2	-1	0	0	1	1	0	0	-1
P_1		0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
P_2		-760	0	-12	8	0	0	0	-8	0	1	0
P_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
P_4		-22.5	0	-1.5	1	0	0	0	0	1.5	0	0

$\boldsymbol{P_2}$ 行检验数 **-12 < 0** 所以 $\boldsymbol{x_2}$ 进基，$\boldsymbol{d_4^-}$ 离基。$\boldsymbol{P_2}$行检验数 **-8 < 0** 但$\boldsymbol{P_1}$ 行相应的检验数为**1**，$\therefore$ $\boldsymbol{d_1^+}$ 的检验数为 $\boldsymbol{P_1}$**-8** $\boldsymbol{P_2}$ **> 0**

$\because$ $\boldsymbol{P_1 >> P_2}$ $\therefore$ $\boldsymbol{d_1^+}$ 不能进基。

例4-7 　　表3

c_j			0	0	P_4	$1.5P_4$	P_2	0	P_1	P_1	0	P_3
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+
0	$\boldsymbol{x_1}$	30	1	0	1	0	0	0	-1	0	0	0
$1.5P_4$ P_3	$\boldsymbol{d_2^+}$ $\boldsymbol{d_4^+}$	10	0	0	0.5	1	0	-0.5	-0.5	-1	0	0.5
P_2	$\boldsymbol{d_3^-}$	700	0	0	-2	0	1	-6	2	0	-1	6
0	$\boldsymbol{x_2}$	5	0	1	-0.5	0	0	0.5	0.5	0	0	-0.5
P_1		0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
P_2		-700	0	0	2	0	0	6	-2	0	1	-6
P_3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
P_4		-15	0	0	0.25	0	0	0.75	0.75	1.5	0	-0.75

$\boldsymbol{P_2}$ 行检验数 **-2 < 0**，但$\boldsymbol{P_1}$ 行相应的检验数为**1**，$\therefore$ $\boldsymbol{d_1^+}$ 不能进基。

$\boldsymbol{P_2}$ 行检验数 **-6 < 0**，$\therefore$ $\boldsymbol{d_4^+}$ 进基，$\boldsymbol{d_2^-}$ 离基。

例4-7　　　　**表4 → 最优表**

c_j			0	0	P_4	$1.5P_4$	P_2	0	P_1	P_1	0	P_3
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+
0	$\boldsymbol{x_1}$	30	1	0	1	0	0	0	−1	0	0	0
$\boldsymbol{P_3}$	$\boldsymbol{d_4^+}$	20	0	0	1	2	0	−1	−1	−2	0	1
P_2	$\boldsymbol{d_3^-}$	580	0	0	−8	−12	1	0	8	12	−1	0
0	$\boldsymbol{x_2}$	15	0	1	0	1	0	0	0	−1	0	0
P_1		0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
P_2		−580	0	0	8	12	0	0	−8	−12	1	0
P_3		−20	0	0	−1	−2	0	1	1	2	0	0
P_4		0	0	0	1	1.5	0	0	0	0	0	0

当前基本可行解对 $\boldsymbol{P_2}$，$\boldsymbol{P_3}$，$\boldsymbol{P_4}$ 级目标都已达到最优，所以是最优解。

例4-7 $\min Z = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2 d_3^- + P_3 d_4^+ + P_4(d_1^- + 1.5d_2^-)$

c_j			0	0	P_4	$1.5P_4$	P_2	0	P_1	P_1	0	P_3
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+
0	$\boldsymbol{x_1}$	30	1	0	1	0	0	0	−1	0	0	0
$\boldsymbol{P_3}$	$\boldsymbol{d_4^+}$	20	0	0	1	2	0	−1	−1	−2	0	1
P_2	$\boldsymbol{d_3^-}$	580	0	0	−8	−12	1	0	8	12	−1	0
0	$\boldsymbol{x_2}$	15	0	1	0	1	0	0	0	−1	0	0
P_1		0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
P_2		−580	0	0	8	12	0	0	−8	−12	1	0
P_3		−20	0	0	−1	−2	0	1	1	2	0	0
P_4		0	0	0	1	1.5	0	0	0	0	0	0

最优解： $x_1 = 30 \quad d_1^- = 0 \quad d_2^- = 0 \quad d_3^- = 580 \quad d_4^- = 0$

$x_2 = 15 \quad d_1^+ = 0 \quad d_2^+ = 0 \quad d_3^+ = 0 \quad d_4^+ = 20$

最优目标值向量： $Z^* = (0, 580, 20, 0)$

第四章 多目标规划

二. 线性目标规划的求解方法：

2. 单纯形法

- 单纯形法的基本思想
- 单纯形法的迭代步骤

第四章 多目标规划

第四节 目标规划

- 线性目标规划的数学模型
  - 单目标目标规划数学模型
  - 多目标目标规划数学模型
- 线性目标规划的求解方法
  - 序列法 ★
  - 多阶段法
  - 单纯形法 ★

作业：P296 9(2)

作业：P242 9(2)