第一次上机作业

3-1利用函数性质，证明p=0是ex-1=0在(-2π,2π)上的唯一根，并指出根的重数。

因f(x)=ex-1是单调递增函数，f(p)=f(0)=e0-1=0，故p=0是ex-1=0在(-2π,2π)上的唯一根；

f(x)’=ex，f(p)’=f(0)’=e0=1，故p=0是方程ex-1=0的一重根。

3-1实验目的：考察不动点迭代法的局部收敛性

试验内容：构造如下方程2x-ex+3=0至少采用3种不动点迭代法，迭代100次，考察收敛性，改变初值符号，再做迭代。分析收敛与发散的原因。

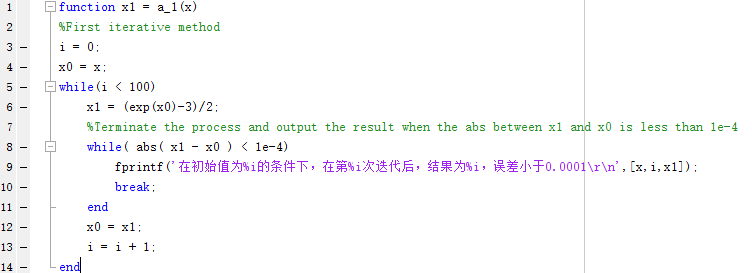
迭代方法一：

构造迭代方程：

xk+1=Ψ1(xk)

Ψ1(xk)=(ex-3)/2

程序截图

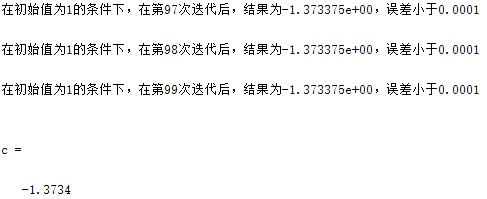


运行结果截图

当初始值x0=1

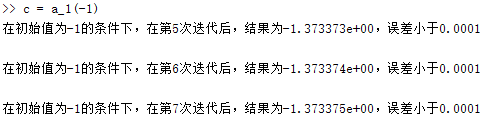


…

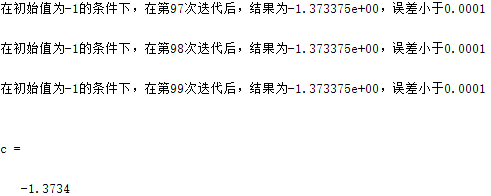


迭代9次后，结果收敛。

当x0=-1



…



迭代7次后收敛。

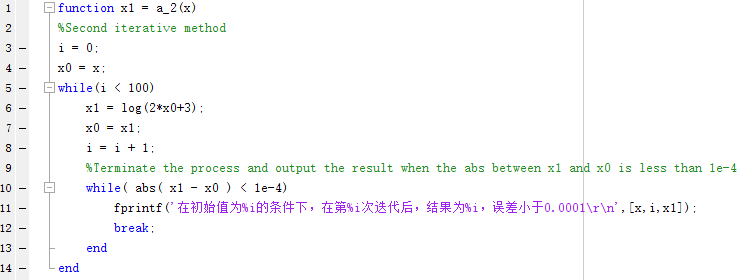
迭代方法二：

构造迭代方程：

xk+1=Ψ2(xk)

Ψ2(xk)=In(2\*xk+3)

程序截图：

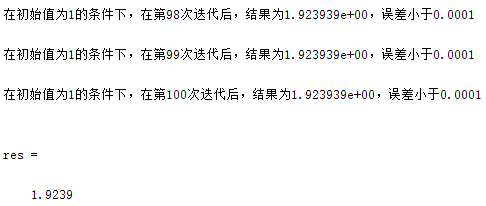


程序运行结果：

当初始值x0=1



…

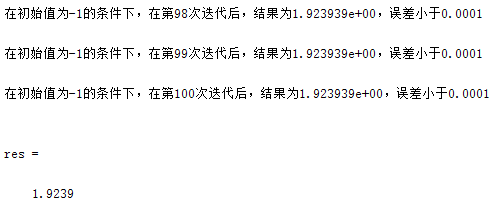


迭代13次后收敛。

当初始值x0=-1



…



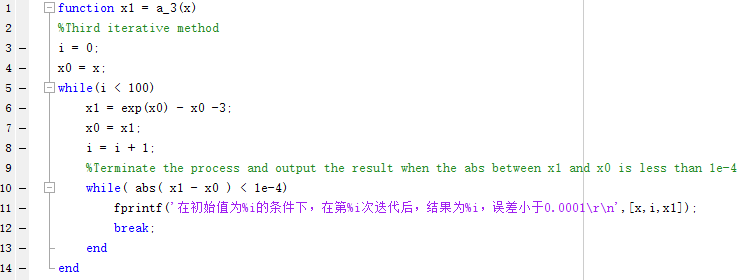
迭代方法三：

构造迭代方程：

xk+1=Ψ3(xk)

Ψ3(xk)=-xk-3

程序截图：

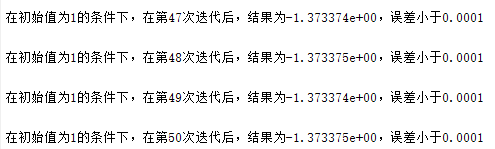


程序运行截图：

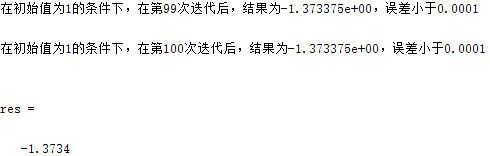
当初始值x0=1



…



…

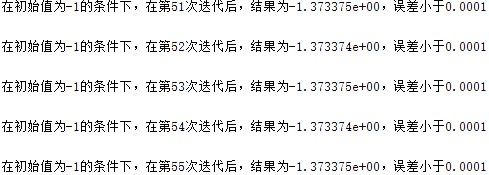


迭代50次后收敛

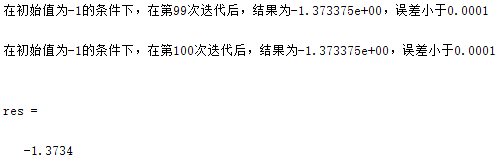
当初始值x0=-1



…



…



迭代55次后收敛

分析收敛与发散的原因：

3-2-1（1）实验目的：考察Newton法求单根的收敛速度

实验内容：应用Newton法求解实验3-1中的方程，并与实验3-1中收敛的迭代法进行比较，考察收敛速度。精确到10-4。

按照Newton法得如下推导：

f(x)=ex-2x-3

f’(x)=ex-2

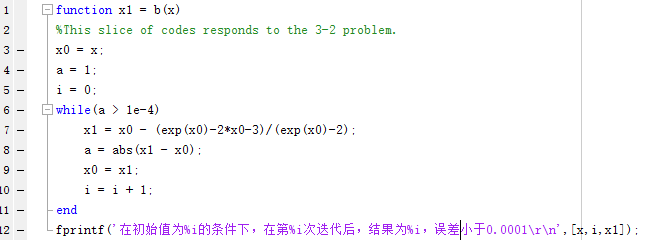
u(x)=f(x)/f’(x)

Φ(x)=x-u(x)=

迭代公式为：

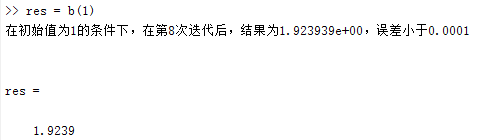
Xk+1=Φ(xk)

程序截图：



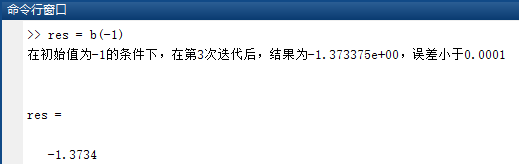
程序运行截图：

当初始值为x0=1



迭代8次后收敛

当初始值为x0=-1



迭代3次后收敛。

收敛速度明显快于3-1中的不动点迭代法

3-3实验目的：掌握求重根的方法

实验内容：分别用Newton法与不动点迭代法求解方程x-sinx=0考察收敛速度，再用求重根的两种方法求方程的根，精确到10-4。

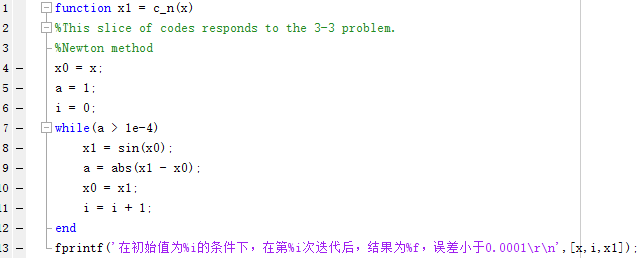
不动点迭代法求解方程：

构造迭代方程：

xk+1=Ψ(xk)

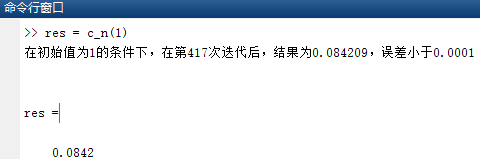
Ψ(xk)=sinxk

程序截图：



程序运行截图：

当初始值为x0=1



迭代417次后达到误差精度

Newton法求解方程

构造迭代方程：

f(x)=x-sinx

f’(x)=1-cos(x)

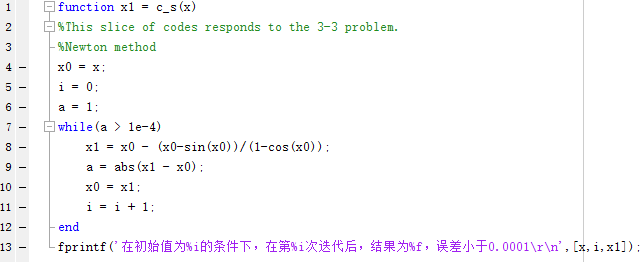
u(x)=f(x)/f’(x)

Φ(x)=x-u(x)=

迭代公式为：

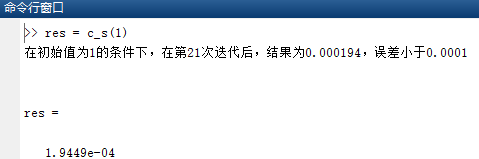
xk+1=Φ(xk)

程序截图：



程序运行截图：

当初始值为x0=1



迭代21次后达到误差精度

经比较，Newton法收敛更快。

3-4实验目的：体验Steffensen’s method加速技巧

实验内容：先用Newton法求解方程x-tanx=0

再用Steffensen’s method求解，比较迭代步数。精确到10-4。

Newton法：

f(x)=x-tanx

f’(x)=1-1/cos2x

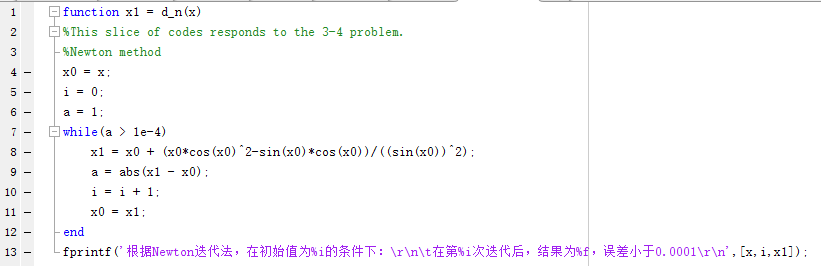
u(x)=f(x)/f’(x)

Φ(x)=x-u(x)=

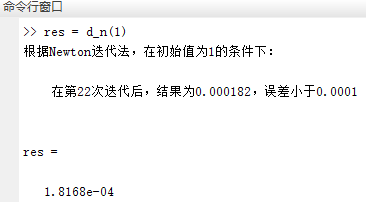
迭代公式：

xk+1=Φ(xk)

程序截图：



程序运行截图：



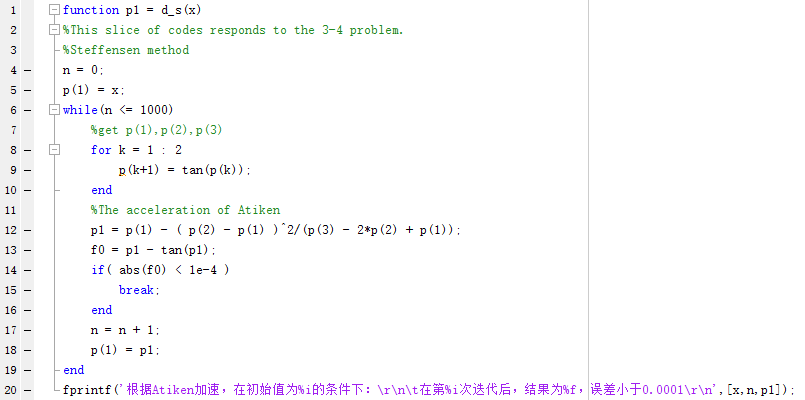
Steffensen’s method：

构造不动点迭代方程

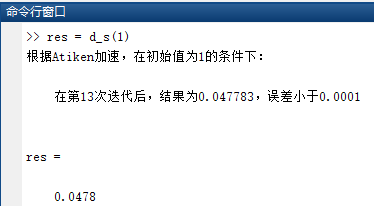
Ψ(x)=tan(x)

xk+1=Ψ(xk)

程序截图：



程序运行截图：



3-5分别用不动点迭代与Newton法求解方程3x-5x+4=0的正根与负根。

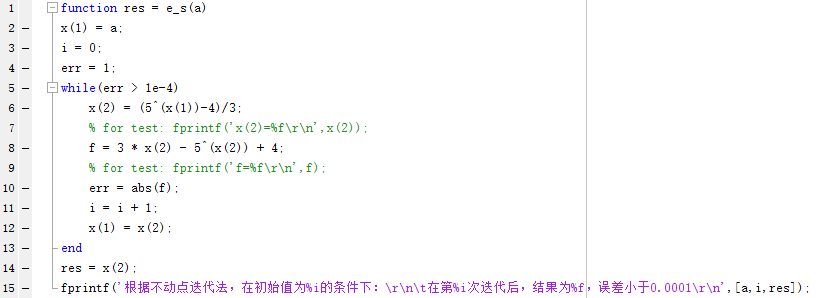
不动点迭代法：

构造不动点方程：

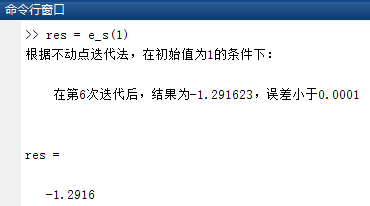
Ψ(x)=(5x-4)/3

xk+1=Ψ(xk)

程序截图：



程序运行截图：



程序计算负根时，求得根为-1.2916

程序计算正根时，程序发散

Newton：

f(x)=3x-5x+4

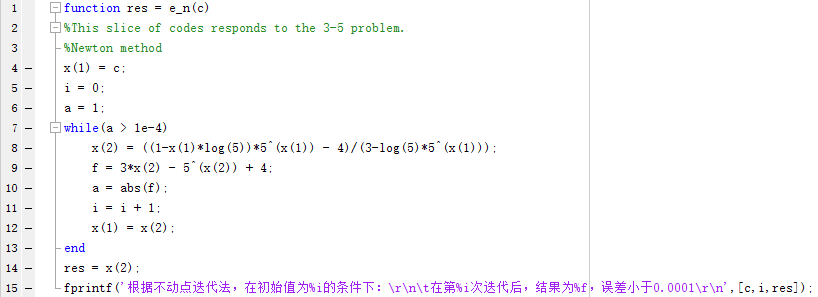
f’(x)=3-In(5)\*5x

u(x)=f(x)/f’(x)

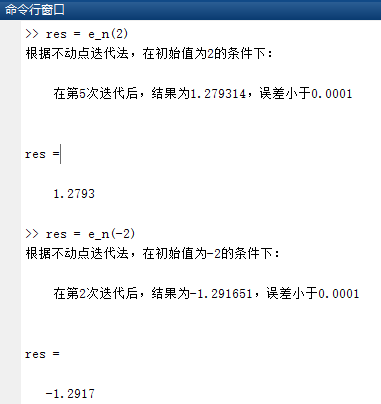
Φ(x)=x-u(x)=

xk+1=Φ(xk)

程序截图：



程序运行截图：



程序计算负根时，求得根为-1.2917

程序计算正根时，求得根为1.2793

3-6用Newton法与重根计算法求解方程x-sinx＝0的根。再用Steffensen’s method加速Newton法收敛，比较结果。

Newton:

f(x)=x-sin(x)

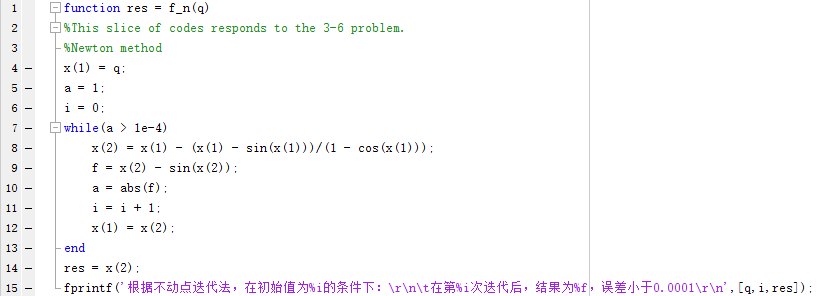
f’(x)=1-cos(x)

u(x)=f(x)/f’(x)

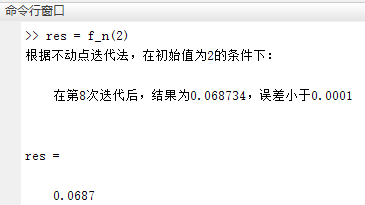
Φ(x)=x-u(x)=

xk+1=Φ(xk)

程序截图：



程序运行截图：



重根计算法:

f’’(x)=sin(x)

f’’’(x)=cos(x)

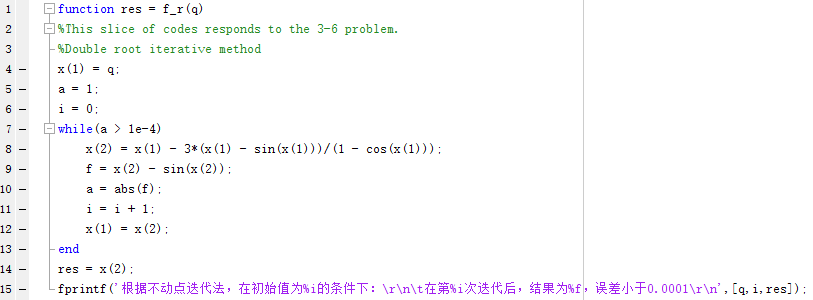
f(0)=f’(0)=f’’(0)=0 f’’’(0)=1

x=0是方程的三重根。故m=3

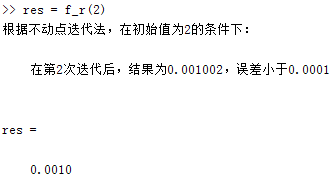
构造迭代方程：

Φ(x)=x-m\*u(x)=

程序截图：

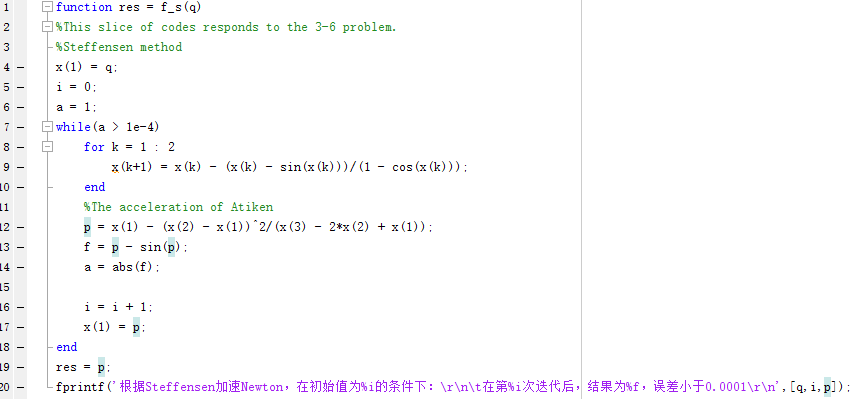


程序运行截图：

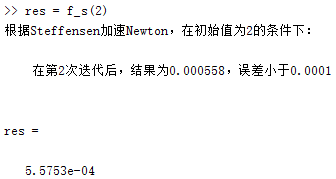


Steffensen’s method加速Newton法：

程序截图：



程序运行截图：



结果比较：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 迭代次数 | 迭代结果 |
| Newton | 8 | 0.0687 |
| 不动点迭代 | 2 | 0.001002 |
| Newton+Steffensen | 2 | 0.000558 |

三种方法的迭代次数逐渐减小，精度逐渐提高。

5-1

实验目的：熟悉Jacobi、Seidel、Sor迭代法，了解松弛因子对收敛速度的影响。

实验内容：分别用Jacobi、Seidel、Sor(w=0.8,1.1,1.2,1.3,1.4,1.5)迭代法求解下面的方程组，并做结果分析。

初值x(0)=(0，0，0，0，0)T，精度要求：。

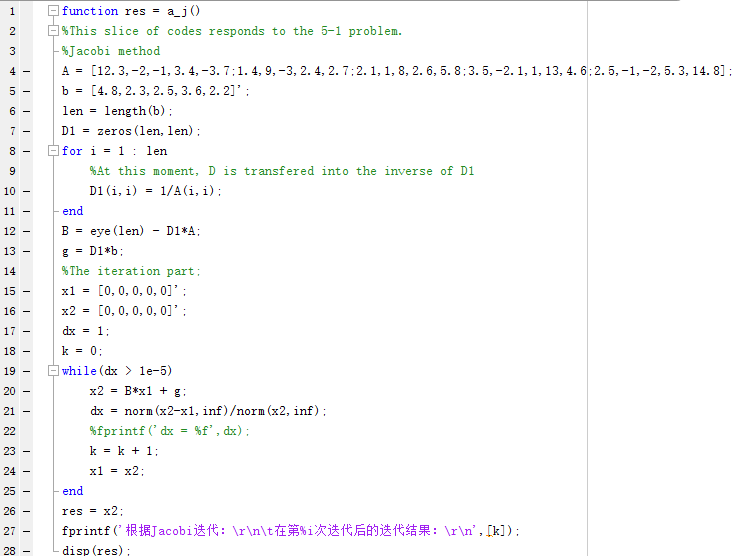
（1）

（2）

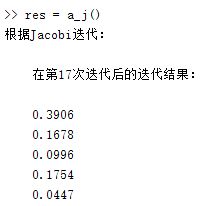
（1）

1、根据Jacobi：

程序截图：

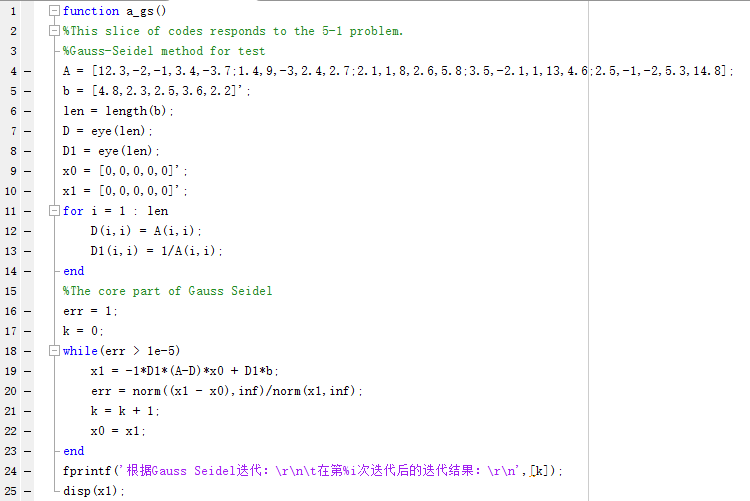


程序运行截图：

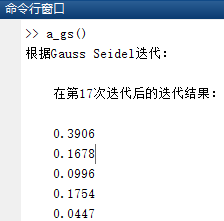


2、根据Seidel：

程序截图：

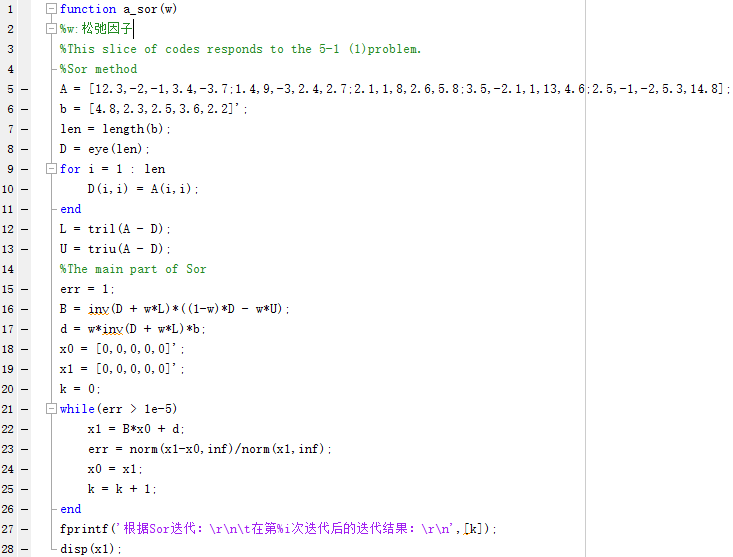


程序运行截图：



3、根据Sor

程序截图：



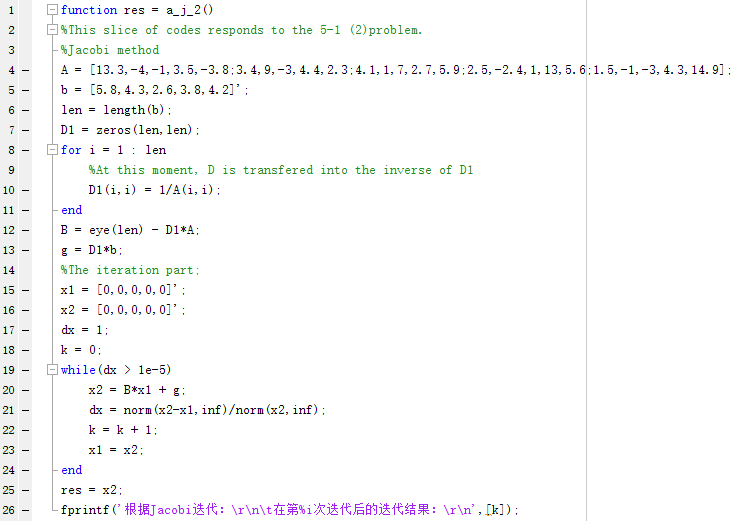
程序运行截图：

|  |  |
| --- | --- |
| w | 对应运行结果 |
| 0.8 |  |
| 1.1 |  |
| 1.2 |  |
| 1.3 |  |
| 1.4 |  |
| 1.5 |  |

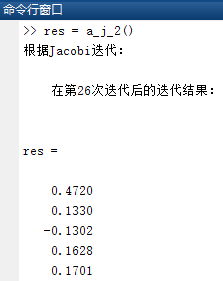
（2）

1、根据Jacobi：

程序截图：

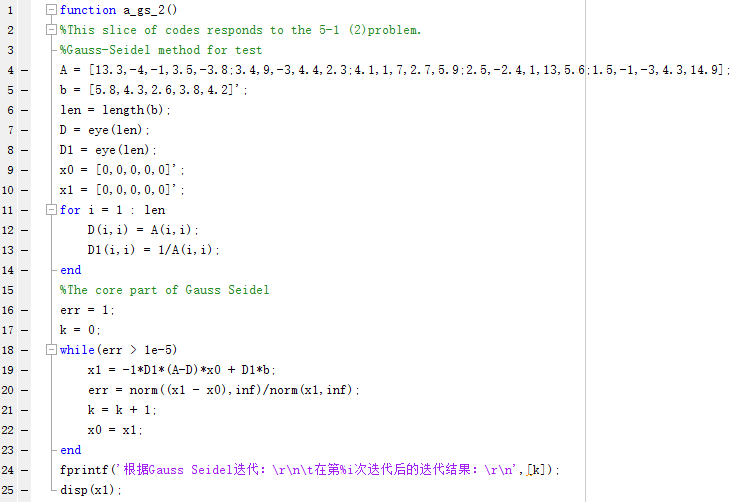


程序运行截图：

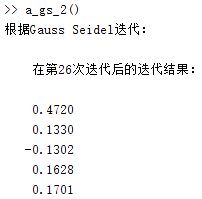


2、根据Gauss Seidel：

程序截图：

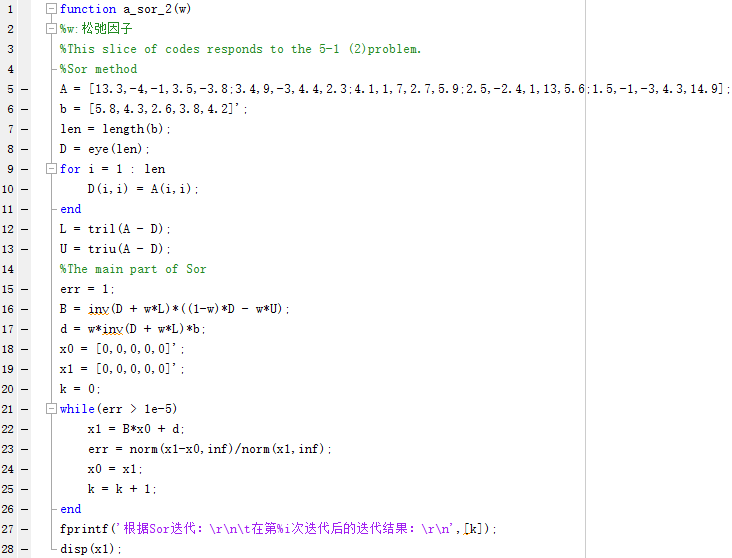


程序运行截图：



3、根据Sor

程序截图：



程序运行截图：

|  |  |
| --- | --- |
| w | 对应程序运行结果 |
| 0.8 |  |
| 1.1 |  |
| 1.2 |  |
| 1.3 |  |
| 1.4 |  |
| 1.5 |  |

5-2

实验目的：掌握Newton法与最速下降法求解非线性方程组，观察各自的优势。

实验内容：（1）分别用Newton法与最速下降法求解下面非线性方程组

初值x(0)=(0.1, 0.1, -0.1)T，精度要求：。

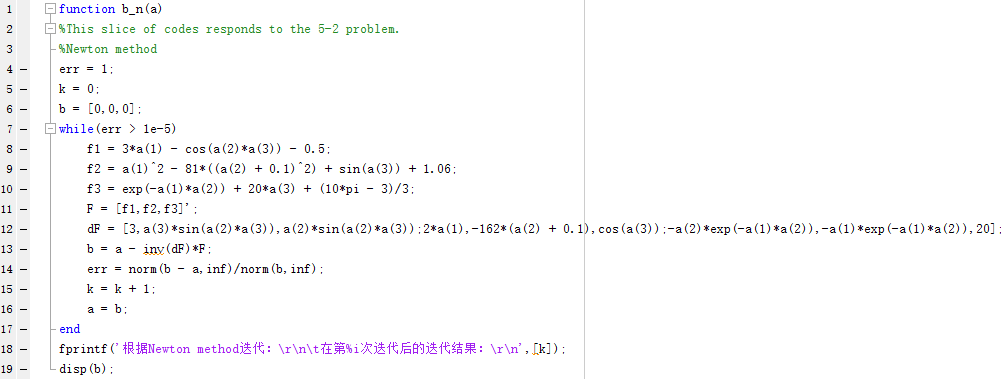
（2）改变初值x(0)=(20, 20, 20)T，再用如上两种方法求解，得到什么结果。

（3）采用初值x(0)=(20, 20, 20)T，先用最速下降法求解3步，再用Newton迭代法，得到什么结果？对以上运算结果做分析。

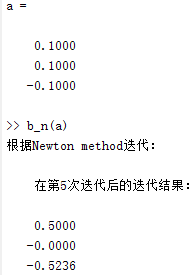
（1）

Newton:

程序截图：

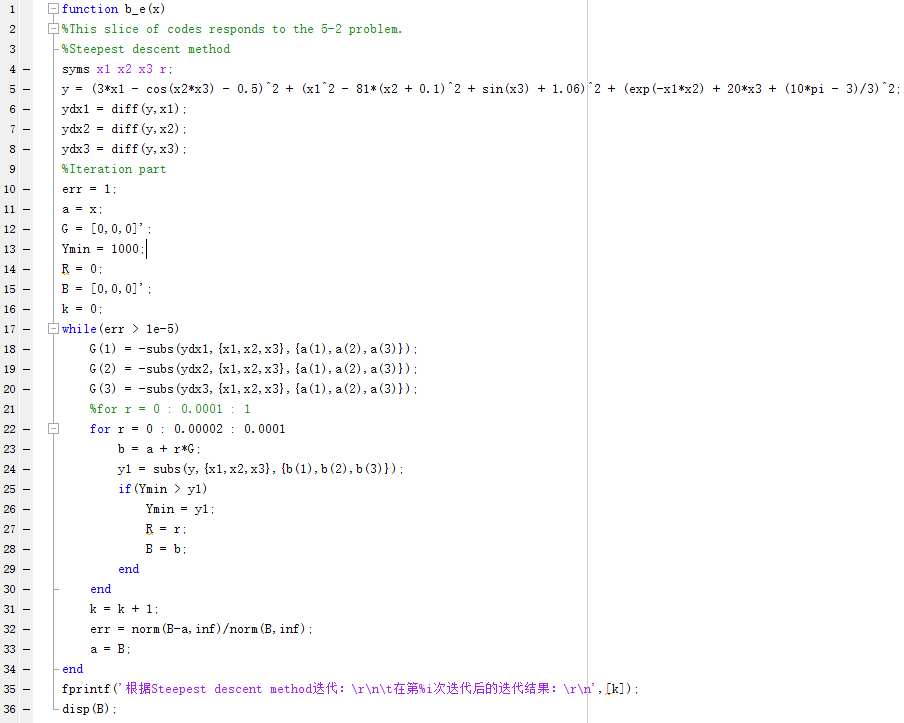


程序运行截图：

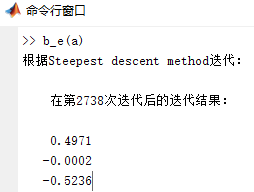


最速下降法：

程序截图：

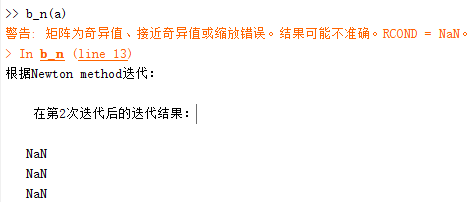


程序运行截图：

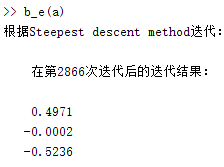


（2）将x(0)=(20, 20, 20)T带入程序，

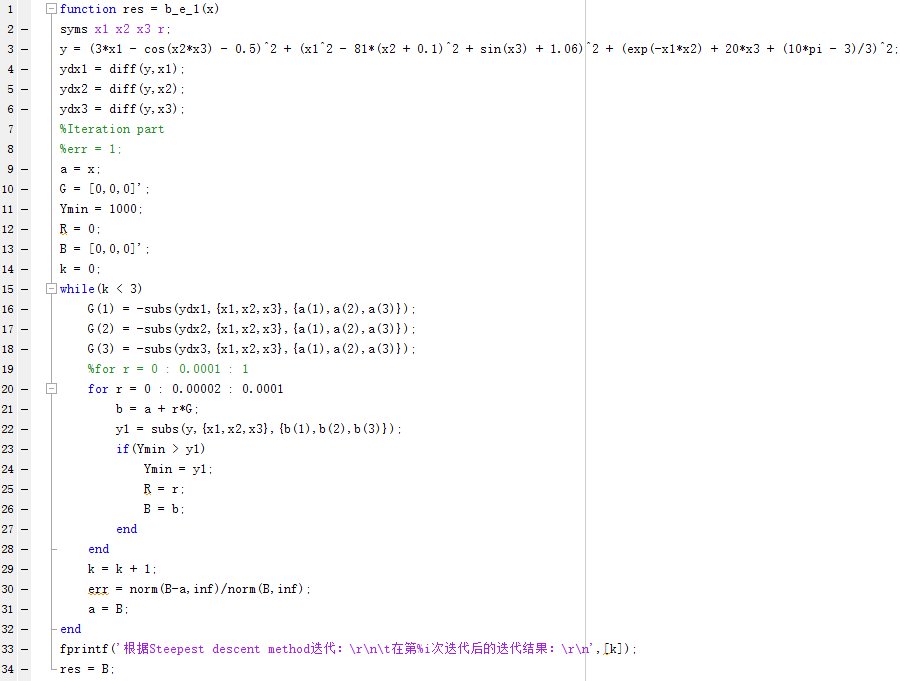
Newton法程序运行截图：



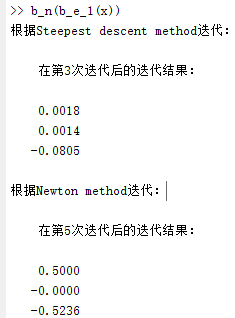
最速下降法程序运行截图：



（3）对之前的最速下降法的程序进行下幅度的修改后，程序截图：



程序运行截图：



6-1用规范的幂法与反幂法求矩阵A的按模最大、最小特征值与对应的特征向量。

A=，。

6-2用Householder变换求矩阵A的QR方法做三次迭代。

A=。

7-2

实验目的：观察lagrange插值的Runge现象，了解若能采用合适的节点分布，则可以避免Runge现象。熟悉三次样条插值。

实验内容：对于函数进行lagrange插值。取不同的等分数n=5，10，将区间[-1，1]n等分，取等距节点。把f(x)和5次，10次插值多项式的曲线画在同一张图上进行比较。再取Chebyshev节点，k=0，1，…，10进行lagrange插值，把f(x)和Chebyshev节点的10次插值多项式的曲线画在同一张图上。