计算方法上机作业

任课教师：张晓丹

学生：赵朝阳

学号：b20170427

班级：国科博17

目录

[3-1 3](#_Toc498041450)

[3-2-1 10](#_Toc498041451)

[3-3 11](#_Toc498041452)

[3-4 13](#_Toc498041453)

[3-5 15](#_Toc498041454)

[3-6 17](#_Toc498041455)

[5-1 20](#_Toc498041456)

[5-2 30](#_Toc498041457)

[6-1 35](#_Toc498041458)

[6-2 38](#_Toc498041459)

[7-2 41](#_Toc498041460)

[9-1 47](#_Toc498041461)

# 3-1

实验目的：考察不动点迭代法的局部收敛性

试验内容：构造如下方程2x-ex+3=0至少采用3种不动点迭代法，迭代100次，考察收敛性，改变初值符号，再做迭代。分析收敛与发散的原因。

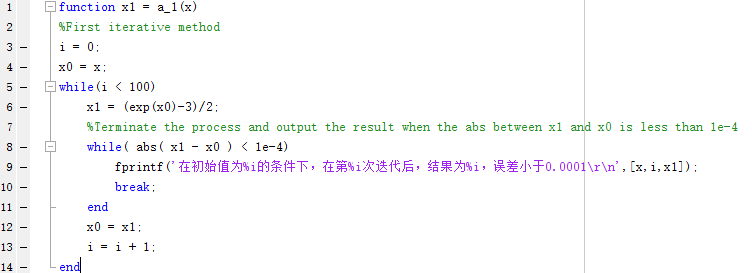
迭代方法一：

构造迭代方程：

xk+1=Ψ1(xk)

Ψ1(xk)=(ex-3)/2

程序截图

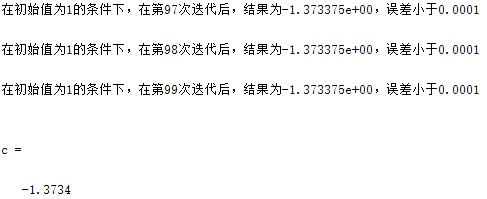


运行结果截图

当初始值x0=1

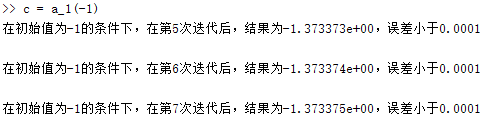


…

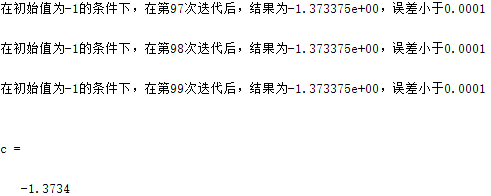


迭代9次后，结果收敛。

当x0=-1



…



迭代7次后收敛。

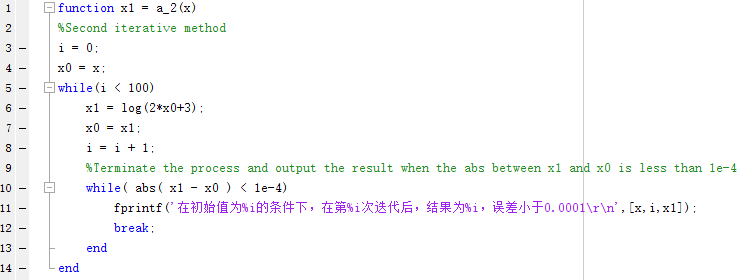
迭代方法二：

构造迭代方程：

xk+1=Ψ2(xk)

Ψ2(xk)=In(2\*xk+3)

程序截图：

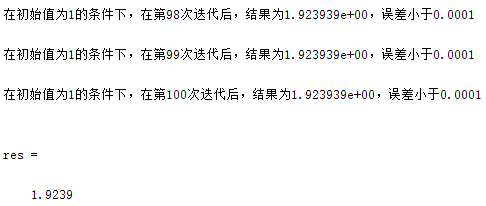


程序运行结果：

当初始值x0=1



…

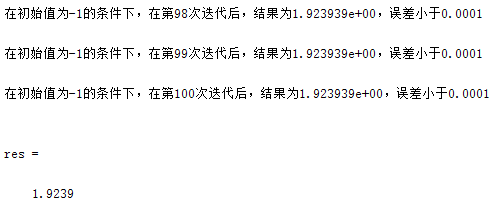


迭代13次后收敛。

当初始值x0=-1



…



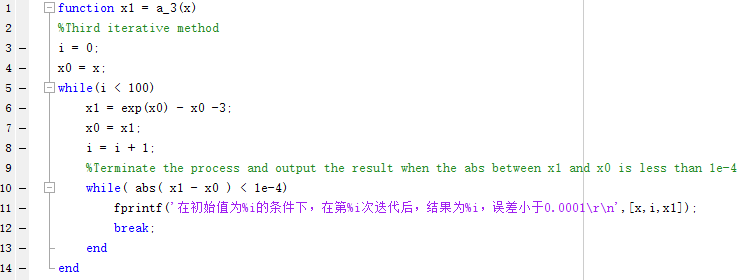
迭代方法三：

构造迭代方程：

xk+1=Ψ3(xk)

Ψ3(xk)=-xk-3

程序截图：

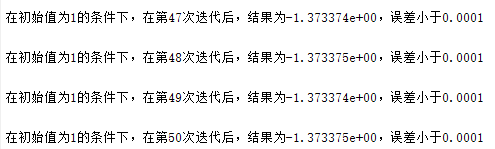


程序运行截图：

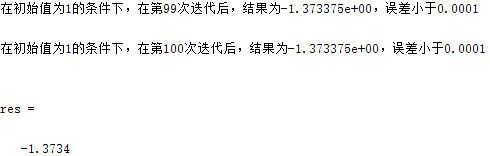
当初始值x0=1



…



…

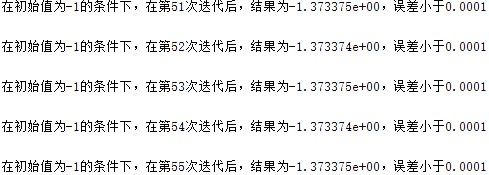


迭代50次后收敛

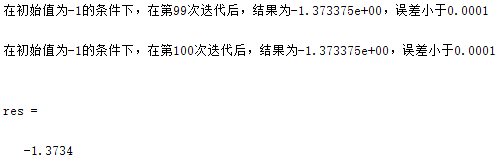
当初始值x0=-1



…



…



迭代55次后收敛

分析收敛与发散的原因：三种方法收敛依次加快，主要是其误差余项依次减小。

# 3-2-1

（1）实验目的：考察Newton法求单根的收敛速度

实验内容：应用Newton法求解实验3-1中的方程，并与实验3-1中收敛的迭代法进行比较，考察收敛速度。精确到10-4。

按照Newton法得如下推导：

f(x)=ex-2x-3

f’(x)=ex-2

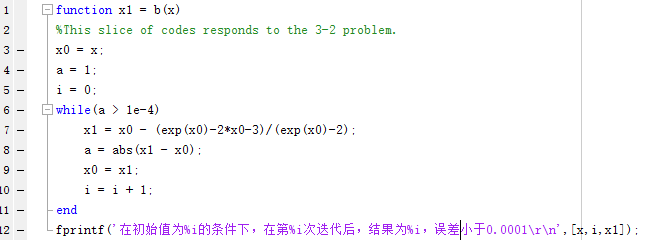
u(x)=f(x)/f’(x)

Φ(x)=x-u(x)=

迭代公式为：

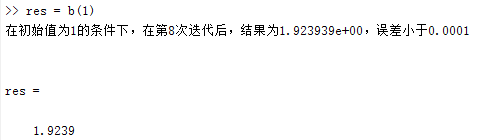
Xk+1=Φ(xk)

程序截图：



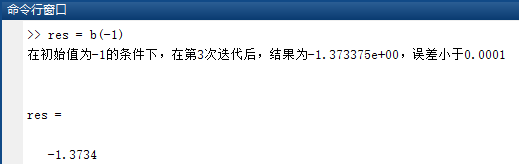
程序运行截图：

当初始值为x0=1



迭代8次后收敛

当初始值为x0=-1



迭代3次后收敛。

收敛速度明显快于3-1中的不动点迭代法

# 3-3

实验目的：掌握求重根的方法

实验内容：分别用Newton法与不动点迭代法求解方程x-sinx=0考察收敛速度，再用求重根的两种方法求方程的根，精确到10-4。

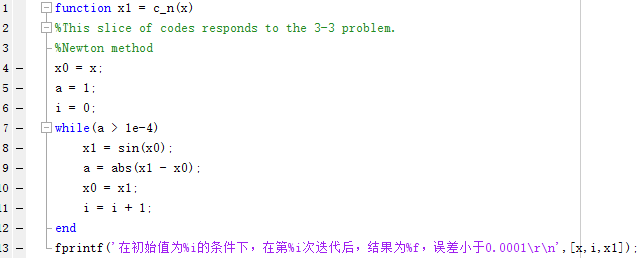
不动点迭代法求解方程：

构造迭代方程：

xk+1=Ψ(xk)

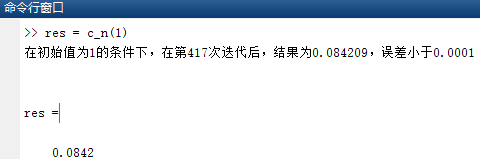
Ψ(xk)=sinxk

程序截图：



程序运行截图：

当初始值为x0=1



迭代417次后达到误差精度

Newton法求解方程

构造迭代方程：

f(x)=x-sinx

f’(x)=1-cos(x)

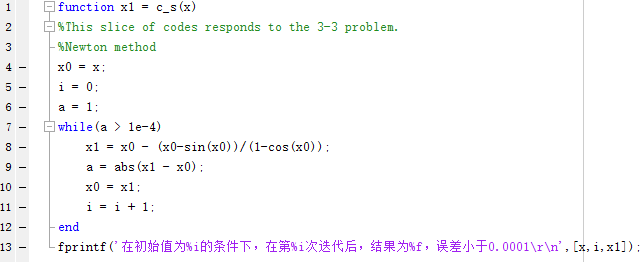
u(x)=f(x)/f’(x)

Φ(x)=x-u(x)=

迭代公式为：

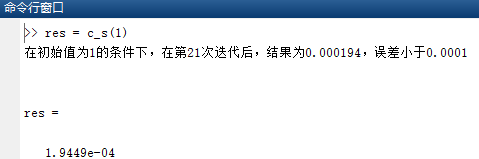
xk+1=Φ(xk)

程序截图：



程序运行截图：

当初始值为x0=1



迭代21次后达到误差精度

经比较，Newton法收敛更快。

# 3-4

实验目的：体验Steffensen’s method加速技巧

实验内容：先用Newton法求解方程x-tanx=0

再用Steffensen’s method求解，比较迭代步数。精确到10-4。

Newton法：

f(x)=x-tanx

f’(x)=1-1/cos2x

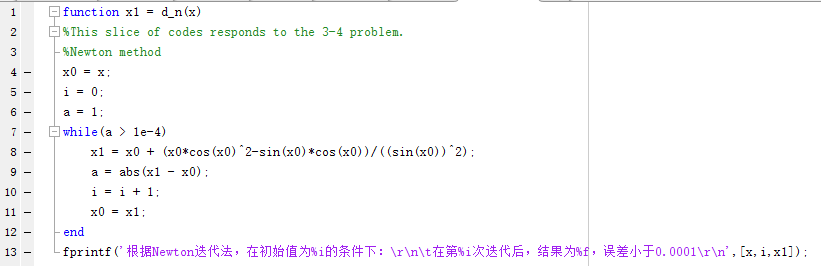
u(x)=f(x)/f’(x)

Φ(x)=x-u(x)=

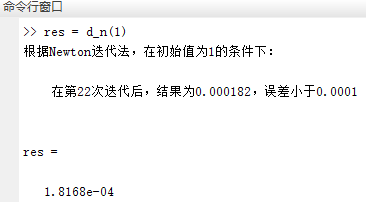
迭代公式：

xk+1=Φ(xk)

程序截图：



程序运行截图：



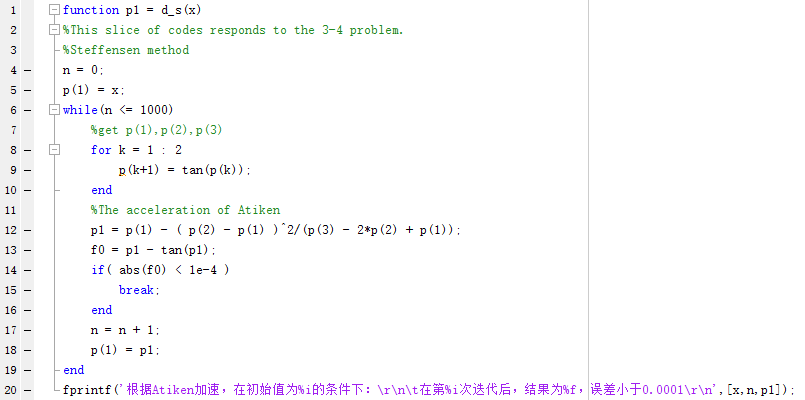
Steffensen’s method：

构造不动点迭代方程

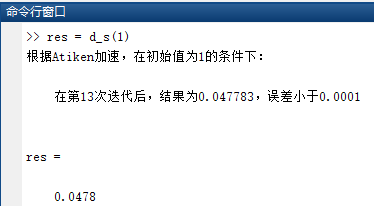
Ψ(x)=tan(x)

xk+1=Ψ(xk)

程序截图：



程序运行截图：



# 3-5

分别用不动点迭代与Newton法求解方程3x-5x+4=0的正根与负根。

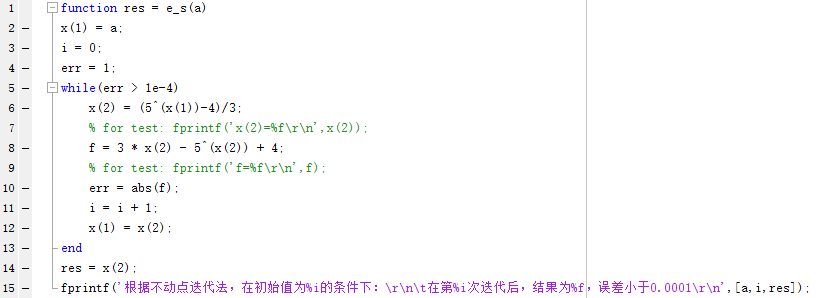
不动点迭代法：

构造不动点方程：

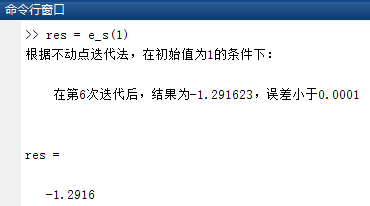
Ψ(x)=(5x-4)/3

xk+1=Ψ(xk)

程序截图：



程序运行截图：



程序计算负根时，求得根为-1.2916

程序计算正根时，程序发散

Newton：

f(x)=3x-5x+4

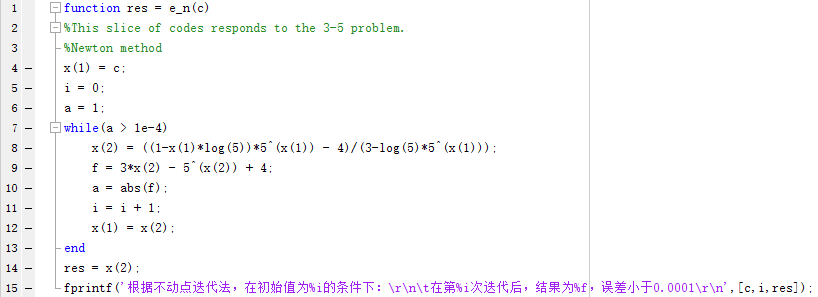
f’(x)=3-In(5)\*5x

u(x)=f(x)/f’(x)

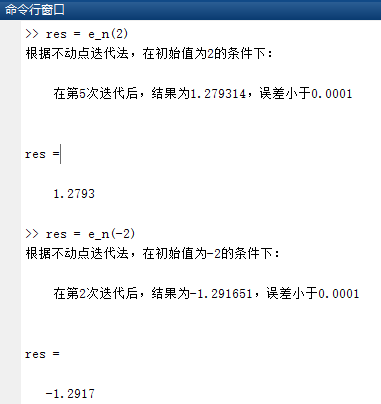
Φ(x)=x-u(x)=

xk+1=Φ(xk)

程序截图：



程序运行截图：



程序计算负根时，求得根为-1.2917

程序计算正根时，求得根为1.2793

# 3-6

用Newton法与重根计算法求解方程x-sinx＝0的根。再用Steffensen’s method加速Newton法收敛，比较结果。

Newton:

f(x)=x-sin(x)

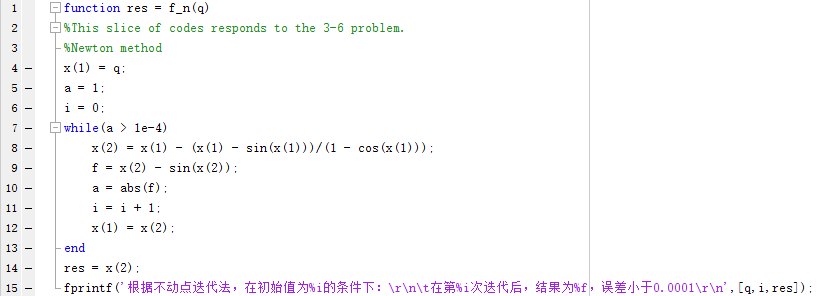
f’(x)=1-cos(x)

u(x)=f(x)/f’(x)

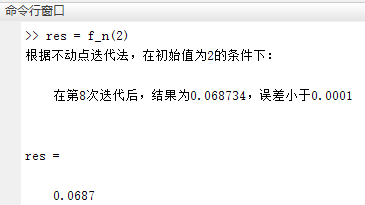
Φ(x)=x-u(x)=

xk+1=Φ(xk)

程序截图：



程序运行截图：



重根计算法:

f’’(x)=sin(x)

f’’’(x)=cos(x)

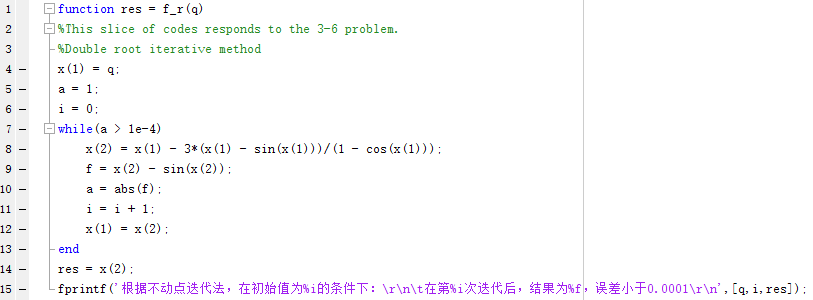
f(0)=f’(0)=f’’(0)=0 f’’’(0)=1

x=0是方程的三重根。故m=3

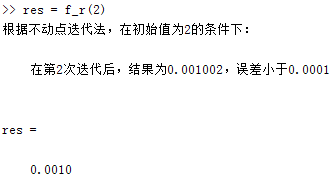
构造迭代方程：

Φ(x)=x-m\*u(x)=

程序截图：

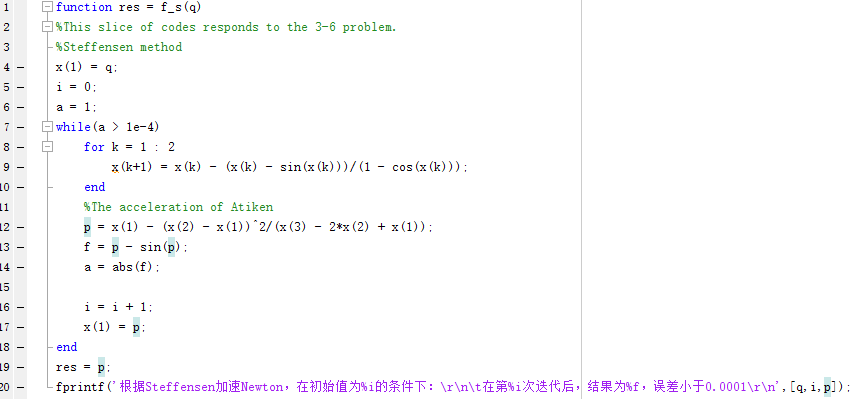


程序运行截图：

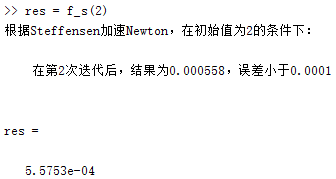


Steffensen’s method加速Newton法：

程序截图：



程序运行截图：



结果比较：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 迭代次数 | 迭代结果 |
| Newton | 8 | 0.0687 |
| 不动点迭代 | 2 | 0.001002 |
| Newton+Steffensen | 2 | 0.000558 |

三种方法的迭代次数逐渐减小，精度逐渐提高。

# 5-1

实验目的：熟悉Jacobi、Seidel、Sor迭代法，了解松弛因子对收敛速度的影响。

实验内容：分别用Jacobi、Seidel、Sor(w=0.8,1.1,1.2,1.3,1.4,1.5)迭代法求解下面的方程组，并做结果分析。

初值x(0)=(0，0，0，0，0)T，精度要求：。

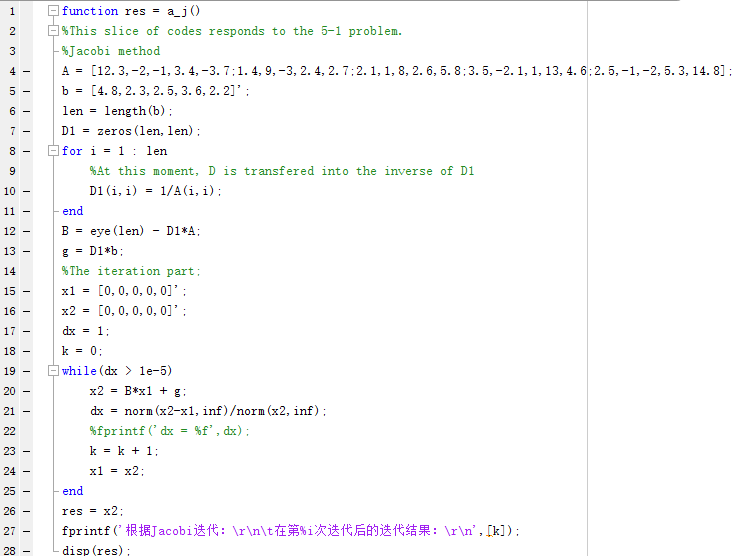
（1）

（2）

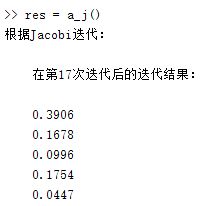
（1）

1、根据Jacobi：

程序截图：

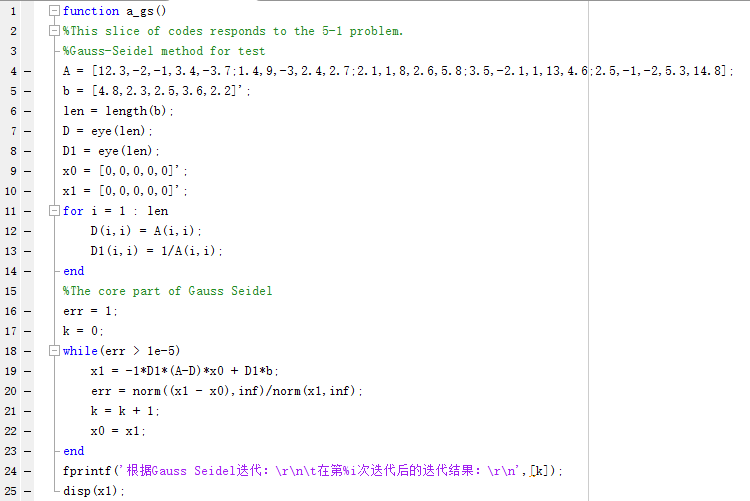


程序运行截图：

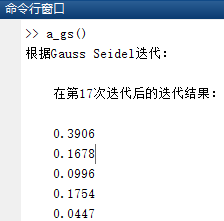


2、根据Seidel：

程序截图：

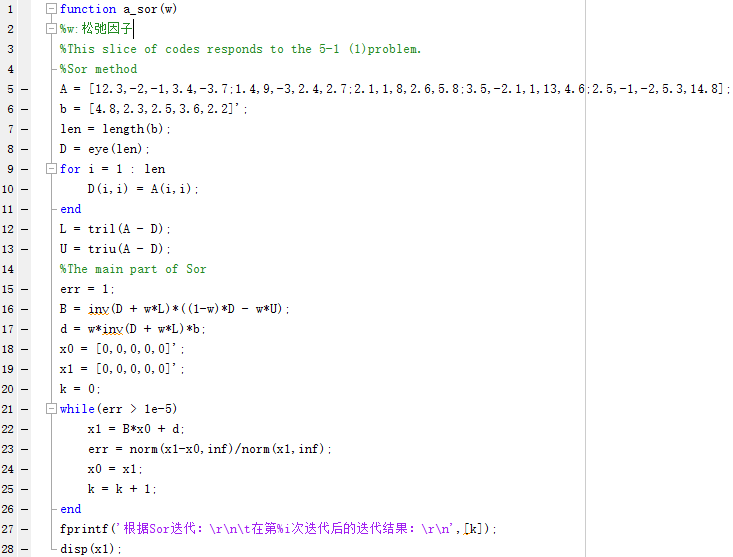


程序运行截图：



3、根据Sor

程序截图：



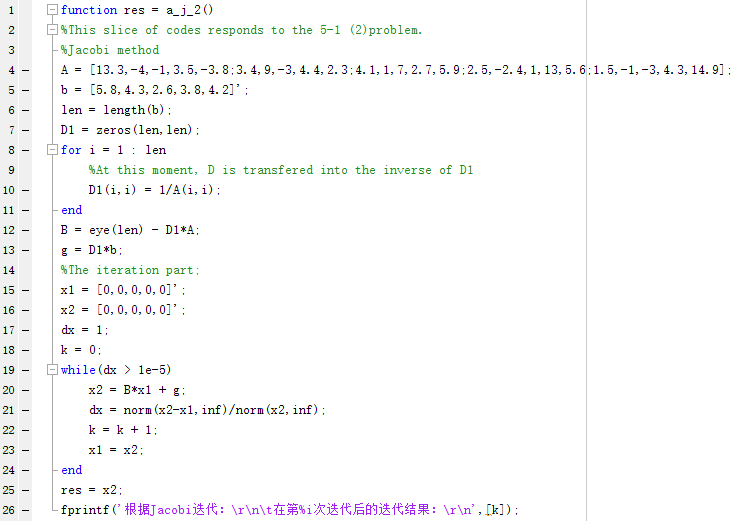
程序运行截图：

|  |  |
| --- | --- |
| w | 对应运行结果 |
| 0.8 |  |
| 1.1 |  |
| 1.2 |  |
| 1.3 |  |
| 1.4 |  |
| 1.5 |  |

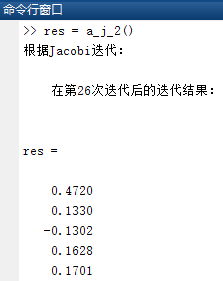
（2）

1、根据Jacobi：

程序截图：

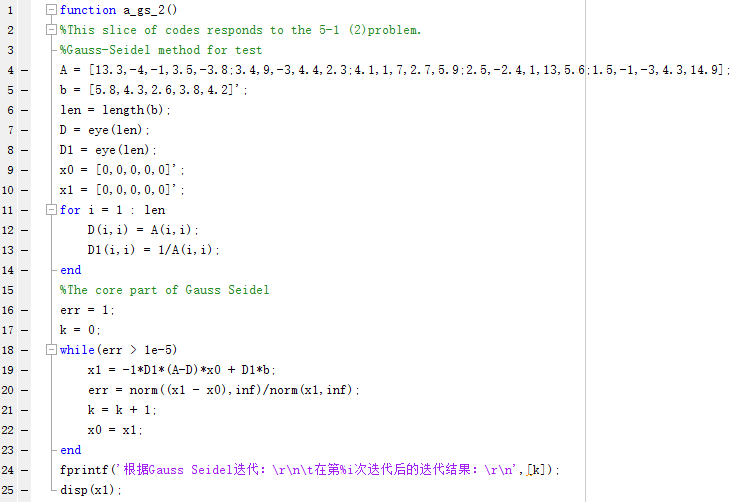


程序运行截图：

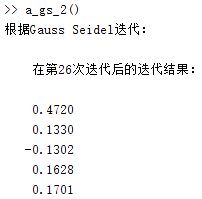


2、根据Gauss Seidel：

程序截图：

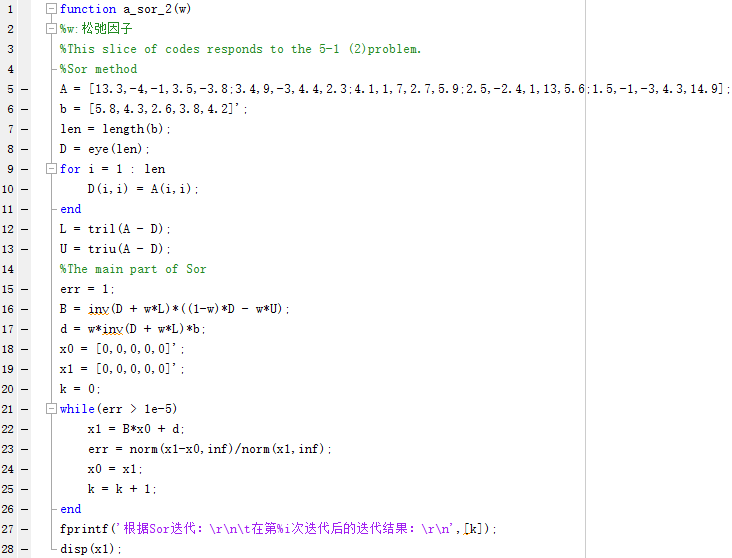


程序运行截图：



3、根据Sor

程序截图：



程序运行截图：

|  |  |
| --- | --- |
| w | 对应程序运行结果 |
| 0.8 |  |
| 1.1 |  |
| 1.2 |  |
| 1.3 |  |
| 1.4 |  |
| 1.5 |  |

# 5-2

实验目的：掌握Newton法与最速下降法求解非线性方程组，观察各自的优势。

实验内容：（1）分别用Newton法与最速下降法求解下面非线性方程组

初值x(0)=(0.1, 0.1, -0.1)T，精度要求：。

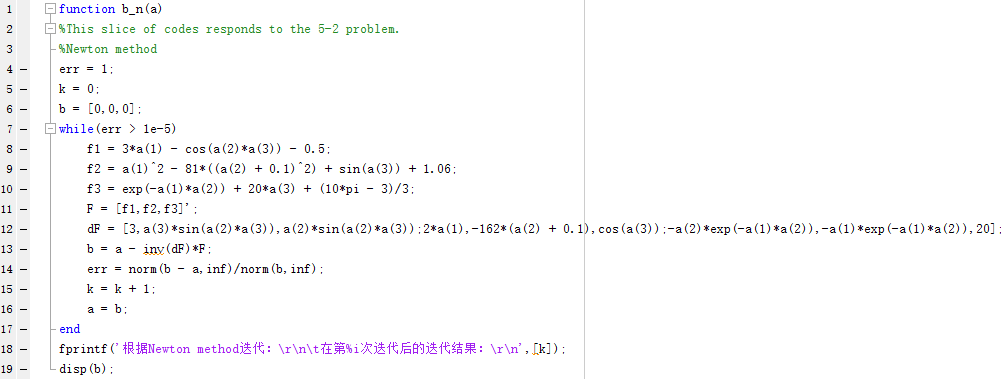
（2）改变初值x(0)=(20, 20, 20)T，再用如上两种方法求解，得到什么结果。

（3）采用初值x(0)=(20, 20, 20)T，先用最速下降法求解3步，再用Newton迭代法，得到什么结果？对以上运算结果做分析。

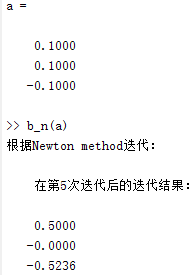
（1）

Newton:

程序截图：

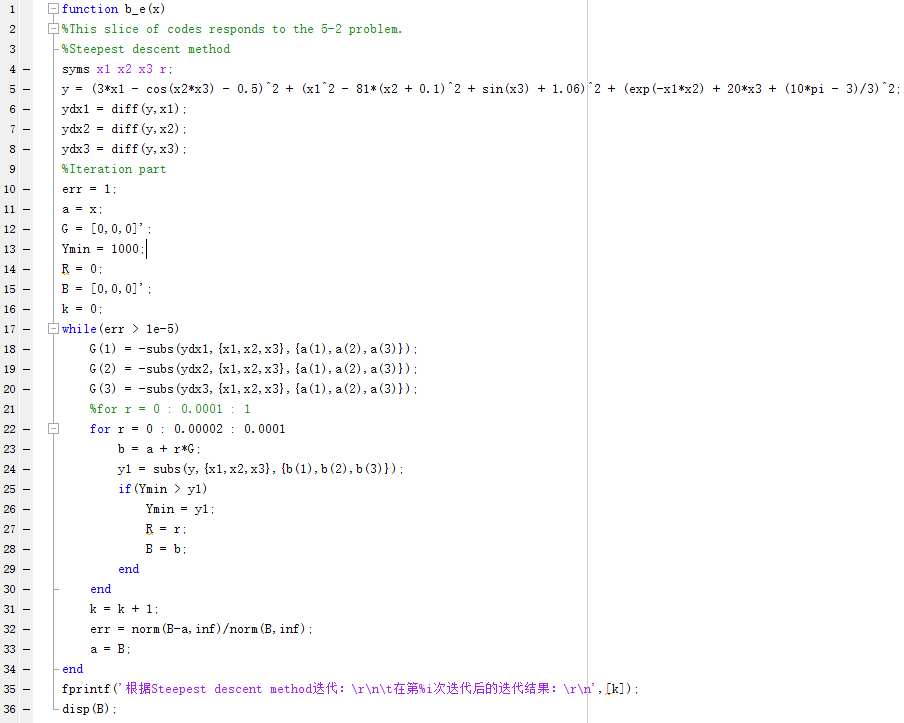


程序运行截图：

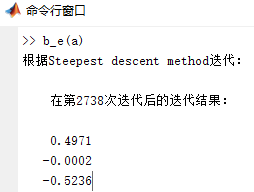


最速下降法：

程序截图：

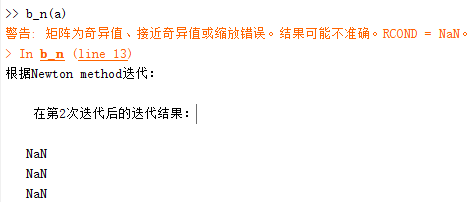


程序运行截图：

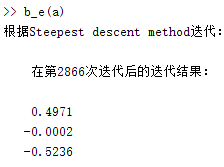


（2）将x(0)=(20, 20, 20)T带入程序，

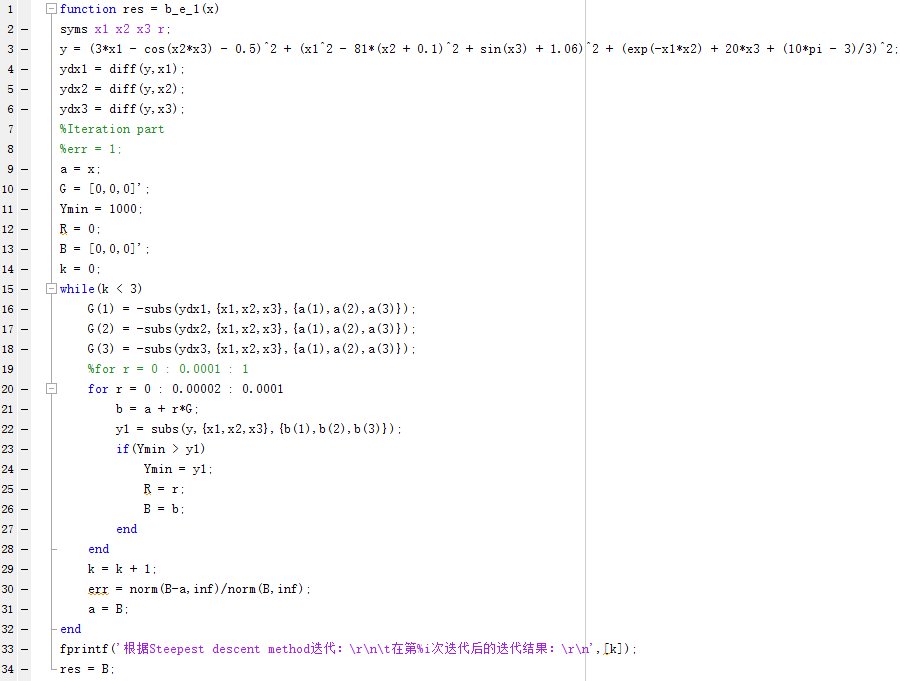
Newton法程序运行截图：



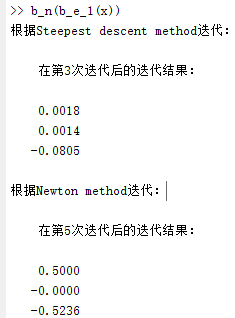
最速下降法程序运行截图：



（3）对之前的最速下降法的程序进行下幅度的修改后，程序截图：



程序运行截图：



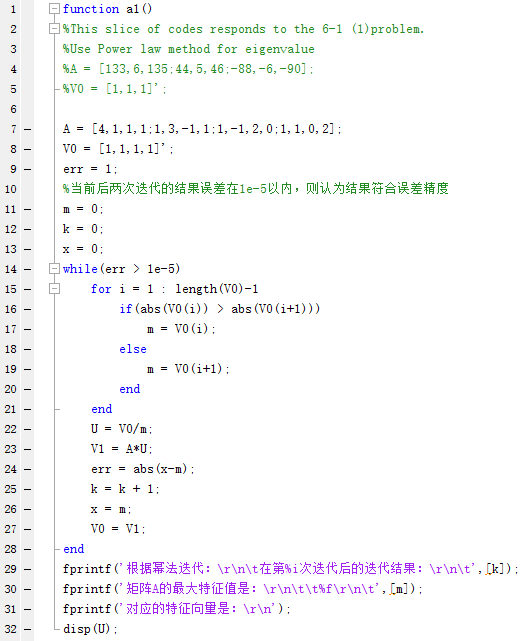
# 6-1

用规范的幂法与反幂法求矩阵A的按模最大、最小特征值与对应的特征向量。

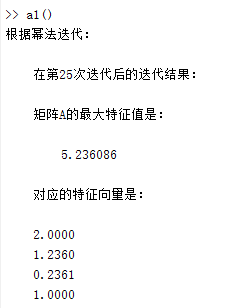
A=，。

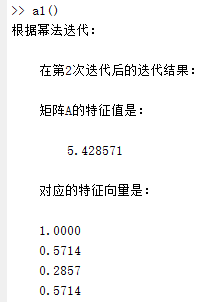
幂法：

程序截图：



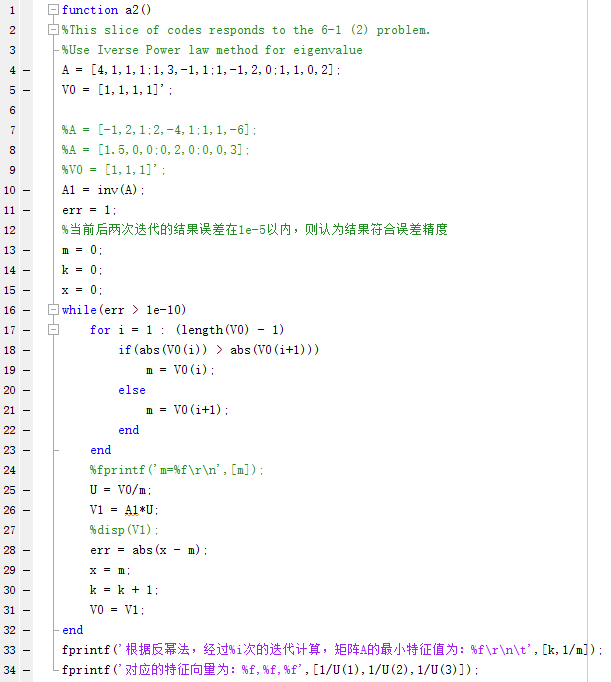
程序运行截图：



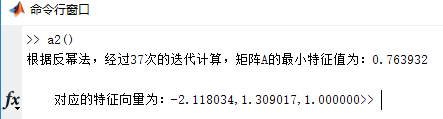


反幂法：

程序截图：



程序运行截图：

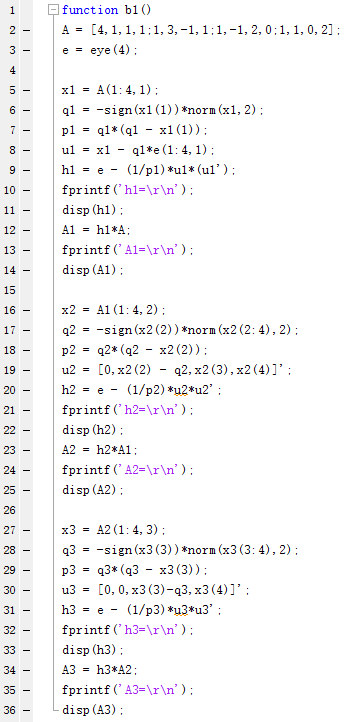


# 6-2

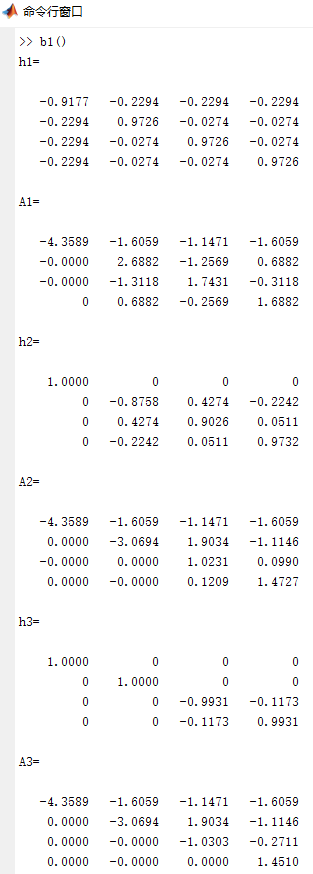
用Householder变换求矩阵A的QR方法做三次迭代。

A=。

程序截图：



程序运行截图：



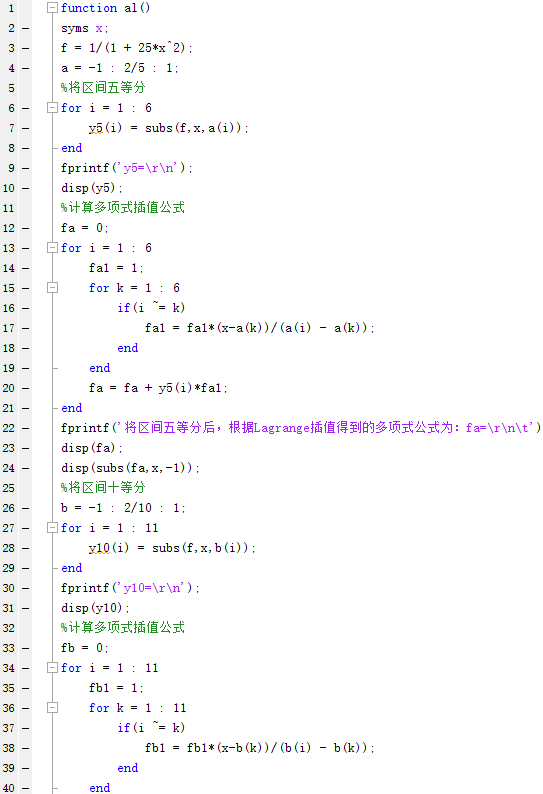
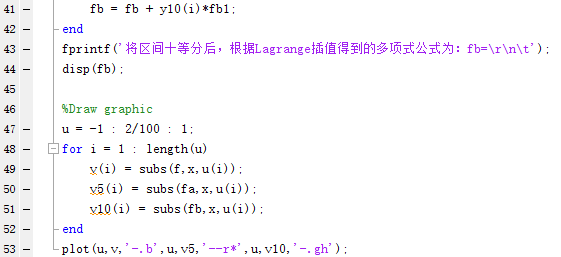
# 7-2

实验目的：观察lagrange插值的Runge现象，了解若能采用合适的节点分布，则可以避免Runge现象。熟悉三次样条插值。

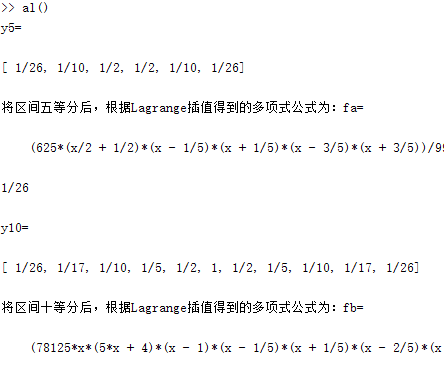
实验内容：对于函数进行lagrange插值。取不同的等分数n=5，10，将区间[-1，1]n等分，取等距节点。把f(x)和5次，10次插值多项式的曲线画在同一张图上进行比较。再取Chebyshev节点，k=0，1，…，10进行lagrange插值，把f(x)和Chebyshev节点的10次插值多项式的曲线画在同一张图上。

（1）把f(x)和5次，10次插值多项式的曲线画在同一张图上进行比较：

程序截图：

程序运行截图：



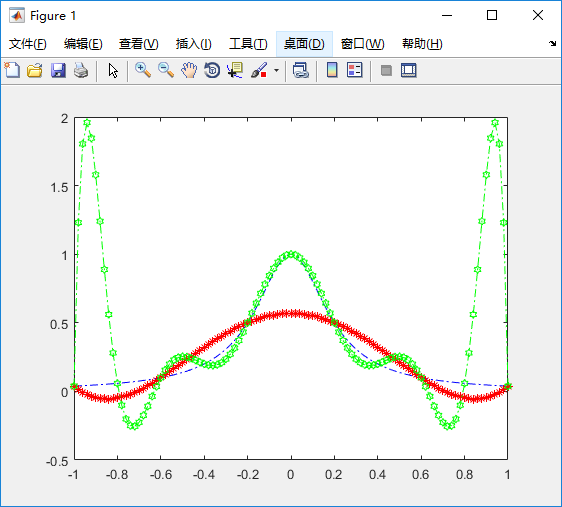
拟合公式太长：单独黏贴出来为：

五次插值多项式拟合公式：

f5(x)= (625\*(x/2 + 1/2)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5))/9984 - (125\*((5\*x)/2 + 3/2)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x - 3/5))/9984 + (125\*((5\*x)/2 + 5/2)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x - 3/5))/768 - (625\*((5\*x)/4 + 5/4)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5))/192 + (625\*((5\*x)/6 + 5/6)\*(x - 1)\*(x + 1/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5))/128 - (125\*((5\*x)/8 + 5/8)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x + 3/5))/192

十次插值多项式拟合公式：

f10(x)=(78125\*x\*(5\*x + 4)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x - 2/5)\*(x + 2/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5)\*(x - 4/5))/3773952 - (390625\*x\*(5\*x + 5)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x - 2/5)\*(x + 2/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5)\*(x - 4/5))/1233792 + (390625\*x\*(x/2 + 1/2)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x - 2/5)\*(x + 2/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5)\*(x - 4/5)\*(x + 4/5))/1886976 + (78125\*x\*((5\*x)/2 + 5/2)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x - 2/5)\*(x + 2/5)\*(x - 3/5)\*(x - 4/5)\*(x + 4/5))/16128 - (78125\*x\*((5\*x)/3 + 5/3)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x - 2/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5)\*(x - 4/5)\*(x + 4/5))/2016 + (390625\*x\*((5\*x)/4 + 5/4)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x - 2/5)\*(x + 2/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5)\*(x - 4/5)\*(x + 4/5))/1728 + (390625\*x\*((5\*x)/6 + 5/6)\*(x - 1)\*(x + 1/5)\*(x - 2/5)\*(x + 2/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5)\*(x - 4/5)\*(x + 4/5))/1152 - (78125\*x\*((5\*x)/7 + 5/7)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x + 2/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5)\*(x - 4/5)\*(x + 4/5))/864 + (78125\*x\*((5\*x)/8 + 5/8)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x - 2/5)\*(x + 2/5)\*(x + 3/5)\*(x - 4/5)\*(x + 4/5))/4032 - (390625\*x\*((5\*x)/9 + 5/9)\*(x - 1)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x - 2/5)\*(x + 2/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5)\*(x + 4/5))/137088 - (390625\*(x - 1)\*(x + 1)\*(x - 1/5)\*(x + 1/5)\*(x - 2/5)\*(x + 2/5)\*(x - 3/5)\*(x + 3/5)\*(x - 4/5)\*(x + 4/5))/576



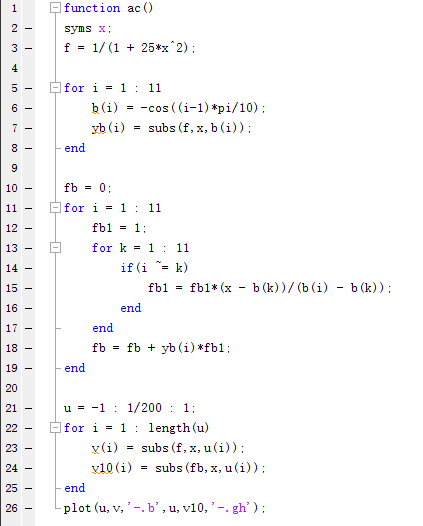
原始函数

五次插值

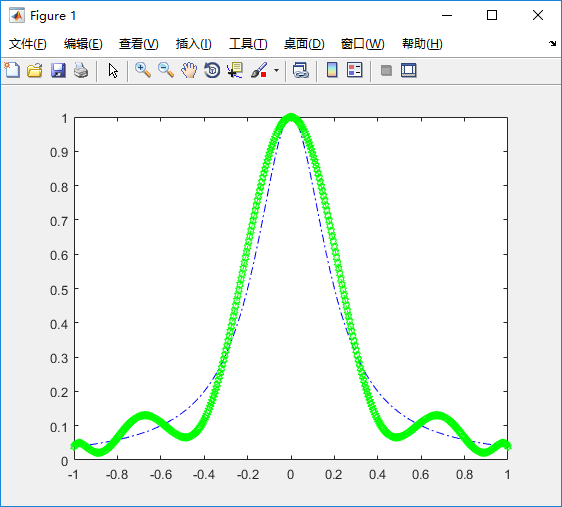
十次插值

（2）再取Chebyshev节点，k=0，1，…，10进行lagrange插值，把f(x)和Chebyshev节点的10次插值多项式的曲线画在同一张图上

程序截图：



程序运行截图：



原始函数

10次插值拟合曲线

# 9-1

实验目的：熟悉数值积分公式，掌握数值计算定积分的方法

实验内容：采用不同方法数值计算积分

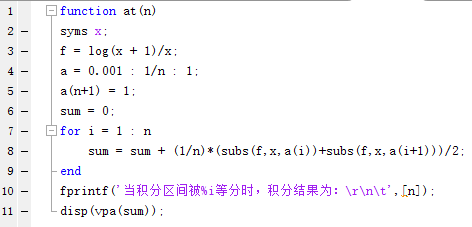
（1）编写复化梯形公式和复化Simpson公式通用子程序，分别采用4，8，16，32，64等分区间计算。

（2）使用Romberg求积公式。

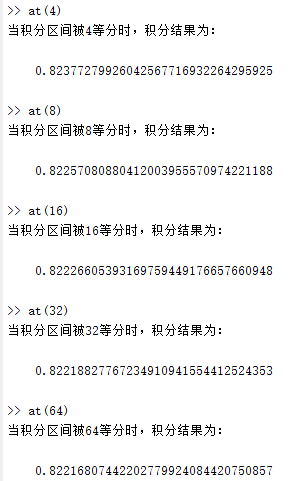
（3）使用高斯-勒让德求积公式(n=2，4，8)。

（1）复化梯形公式：

程序截图：

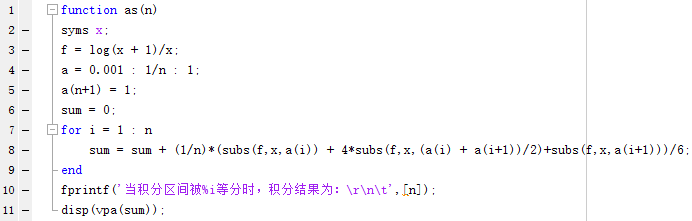


程序运行截图：

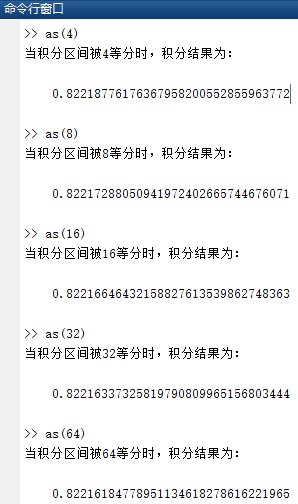


复化Simpson公式：

程序截图：

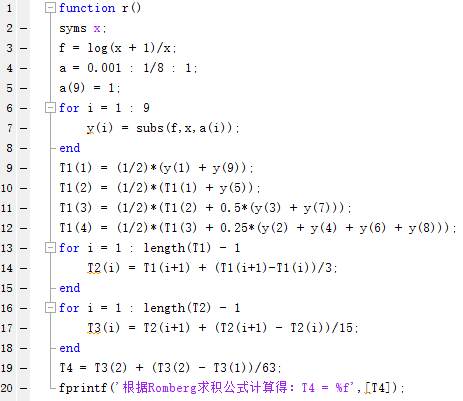


程序运行截图：



（2）Romberg求积：

程序截图：

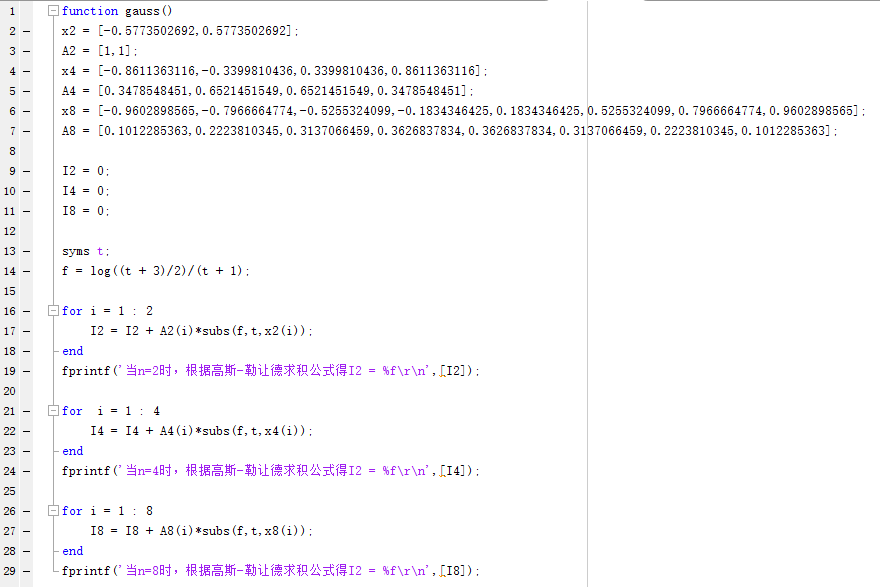


程序运行截图：



（3）高斯-勒让德求积公式(n=2，4，8)

程序截图：



程序运行截图：

