1. **推导方程：。**

控制方程：

假设，速度，速度u、υ同一量级，得：

， ，，.

无量纲化为：，

则，，

所以：，

，

,

由 ，得 ，

则：

将上式带入控制方程，得：

，

。

1. **Matlab编程，使用龙格-库塔法+打靶法求解方程：。**

function W=W(x,Y)%定义问题函数

y=Y(1);

dydx=Y(2);

d2ydx2=Y(3);

W=[Y(2);Y(3);-0.5\*y\*d2ydx2];

end

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

t=1;%定义打靶法的初值

a=0;b=15;%定义龙格库塔法的区间

y0=[0;0;t];%定义龙格库塔法的初值y，y’，y’’

while 1>0.01 %进入循环

[x,y]=ode45('W',[a,b],y0);%用龙格库塔法求解

e=y(end,2); %打靶法的中靶参考值y’(15)

if abs(e-1)>0.01 %判断精度

t=1/e\*t; %精度不满足时调整打靶初值

y0=[0;0;t]; %重新赋予龙格库塔法初值

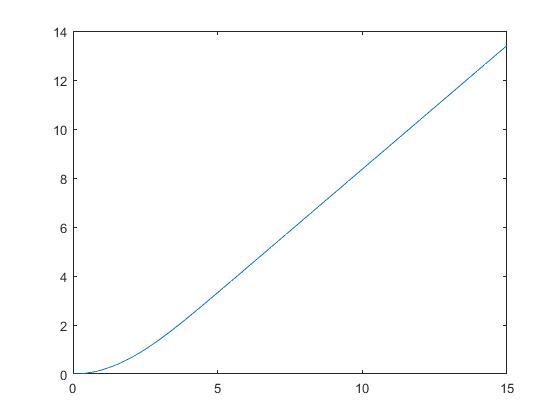
else

break %精度满足时跳出循环

end

end

plot(x,y(:,1)); %输出数值解的图像



1. **无量纲变换**

抛射问题：在地球表面以初速度*v*竖直向上发射火箭，地球半径为*r*，忽略空气阻力，讨论运行高度x随时间*t*的变化规律。

可表示为，即发射高度x是以r、v、g为参数的时间t的函数。

以长度和时间量纲L、T为基本量纲，则：

.

对于变量x和t分别构造具有相同量纲的参数组合xc和tc，

使新变量 （特征尺度）为无量纲量。

特征尺度xc和tc由参数r、v、g构成，与x和t由相同的量纲，

即 。

参数r、v、g的量纲矩阵，

xc的量纲向量为，记为，

求线性方程组，得通解

取，得。

tc的量纲向量为，记为，

求线性方程组，得通解，

取，得。

则 ，。

1. **Matlab编程，使用龙格-库塔法+打靶法求解方程：**

**，**

**，。**

function W=W(x,Y)%定义问题函数

y=Y(1);

dydx=Y(2);

d2ydx2=Y(3);

W=[Y(2);Y(3);-0.5\*y\*d2ydx2];

end

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

t=1; %定义打靶法的初值

a=0;b=15; %定义龙格库塔法的区间

y0=[0;0;t]; %定义龙格库塔法的初值y，y’，y’’

while 1>0.01 %进入循环

[x,y]=ode45('W',[a,b],y0); %用龙格库塔法求解

e=y(end,2); %打靶法的中靶参考值y’(15)

if abs(e-1)>0.01 %判断精度

t=1/e\*t; %精度不满足时调整打靶初值

y0=[0;0;t]; %重新赋予龙格库塔法初值

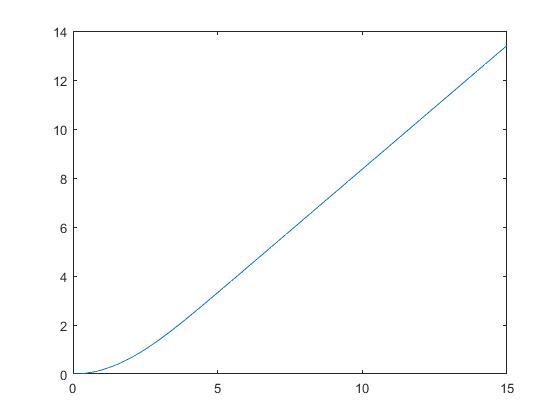
else

break %精度满足时跳出循环

end

end

plot(x,y(:,1)); %输出数值解的图像



根据函数表达式：

存在一个使得，此时代入

则有，

那么，，

则，

将代入求解，得

。