

先导课 博弈论简介

王彬, 暨南大学经济学系, binwang@jnu.edu.cn

阅读材料: 请阅读第三部分经济学诺贝尔奖委员会写的媒体稿件, 了解 8 届 18 位经济学家的学术贡献。课后完成作业 1.1、作业 1.2。

1. 博弈论的问题

博弈论是研究行为决策主体相互作用的学科。行为决策主体在决策过程中, 需要考虑其他主体的知识、信念以及决策。我们可以通过博弈论在各领域的一些问题来理解博弈论研究的范围。

- 企业定价。格力空调的市场占有率很高, 美的空调在制定价格时, 必须考虑格力空调的策略。奥克斯空调作为新进入者, 需要考虑格力和美的的策略, 格力为了阻止奥克斯不要进入空调市场, 威胁奥克斯若它进入就大幅降价, 这种策略有效吗?
- 门店选址。普遍来说, 麦当劳的附近一定有肯德基, 肯德基在选择地址时一定会考虑麦当劳的选择, 同理, 麦当劳也一定会考虑肯德基的选择。
- 拍卖。无论何种拍卖, 出价者必须考虑自己对拍卖品的评价, 以及其他拍卖者可能的出价。
- 经理提拔。董事会选择总裁, 在制定规则时, 必须考虑竞争者对不同规则的反应, 以达到利润最大化的目标。
- 生物进化。植物花朵需要授粉, 其进化方向需要考虑昆虫的选择, 如产生花蜜吸引昆虫停留。
- 国际政治。国际原子能机构要控制原子弹技术扩散, 但总有国家想获得核子保护伞, 前者会制定核查策略, 而后者需要选择自己应对核查的策略, 双方在制定决策时都要考虑对方的策略。

2. 游戏：均值的三分之二

下面我们通过一个游戏来更深刻的体会博弈论中决策者必须考虑其他行为决策者的决策。

游戏规则:

每人从 1 到 300 的整数中选取一个数字, 最接近所有人选择数字的平均数的三分之二为胜。

请搜索并关注微信公众号“你能懂的宏观经济”(老师的私人公众号), 将你的选择在上课时 3.5 日 10:30-12:10 发给此公众号。赢者会获得一只施耐德钢笔。如果有多人选择一样, 最先发给我的那个同学为赢家。

3. 三体地球博弈

接下来，我们参考刘慈欣著名的科幻小说《三体》，来探讨博弈论研究的问题。

案例 1 三体博弈：物理学家叶文洁向宇宙发射信号，被太阳系的邻星系半人马座的三体文明发现。三体文明发射智子阻止地球科学进步，并派遣星际舰队水滴进入太阳系，意欲夺取地球的资源。地球制定“面壁”计划，面壁者可以调动一切资源，制定自己的政策。四位面壁者只有中国人罗辑成功，他成功参悟了宇宙社会学，认为宇宙是黑暗森林，一定存在比三体文明更高级的文明。发射太阳系与半人马座的坐标到宇宙，更高级的文明会摧毁地球和三体文明，借此威胁三体文明不要进攻地球。

我们可以看到，小说中地球和三体在制定策略时，都需要考虑对方的策略。假设地球文明和三体文明同时作出决策，即地球和三体双方在做决策时都无法观测到对方的决策。

- 地球的策略：发射坐标、和谐共处。
- 三体的策略：进攻地球、和谐共处。

图 1 三体博弈

		三体文明	
		进攻地球	和谐共处
地球文明	发射坐标	(0, 0)	(0, 0)
	和谐共处	(0, 20)	(10, 10)

图注：地球发射坐标，同归于尽，都得 0；如果三体进攻地球，而地球选择和谐共处，那地球毁灭得 0，而三体文明得 20；如果三体和地球都不动，则双方都得 10。

在《三体》系列的第二册《黑暗森林》中，三体文明暂时相信了罗辑的威胁，担心地球人选择发射坐标而同归于尽，暂时停止了对地球的进攻；但罗辑死后，面壁人换成了程心，三体人不相信面壁人会选择同归于尽，最终三体人选择进攻地球，而面壁人也向宇宙发射了“咒语”，三体和地球文明同归于尽。

案例 2 三体动态博弈：基于以上的三体地球博弈，我们假设三体文明先选择，而地球文明在观察到三体文明的行动后再选择。如果三体文明先选择和谐共处，若地球后选择发射坐标，则双方毁灭，若地球后选择和谐共处，则双方保持不变；如果三体文明先选择进攻地球，若地球文明后选择发射坐标，双方都被毁灭，若地球后选择和平共处，则三体获得两个星球的资源，而地球文明毁灭。

这个动态博弈里，因为三体文明先选择，所以三体文明有两种策略进攻地球或和谐共处；而地球文明后选择，其选择是基于观察到三体文明的选择后做出决定，其行动为发射坐标或者和谐共处。在游戏开始前，地球文明就会想，我的决策是什么呢？因为地球能观察到三体的选择，所以地球的策略也取决于三体选择的两个可能性(contingency)，其策略是，如果三体文明选择进攻地球，我选择（）；如果三体文明

选择和谐共处，我选择（）。两者结合才是一个完整的策略。这两个括号都有两个选择，即发射坐标以及和谐共处，所以后选择的地球拥有四种策略。

- 三体的策略：进攻地球、和谐共处；
- 地球的策略：
 - 若三体选择进攻地球，就选择发射坐标；若三体选择和谐共处，就发射坐标，表示成（发射坐标，发射坐标）；
 - 若三体选择进攻地球，就选择发射坐标；若三体选择和谐共处，就和谐共处，表示成（发射坐标，和谐共处）；
 - 若三体选择进攻地球，就选择和谐共处；若三体选择和谐共处，就发射坐标，表示成（和谐共处，发射坐标）；
 - 若三体选择进攻地球，就选择和谐共处；若三体选择和谐共处，就和谐共处，表示成（和谐共处，和谐共处）；

图 2 三体动态博弈

		三体文明	
		进攻地球	和谐共处
地球文明	（发射坐标，发射坐标）	(0, 0)	(0,0)
	（发射坐标，和谐共处）	(0, 0)	(10,10)
	（和谐共处，发射坐标）	(0,20)	(0,0)
	（和谐共处，和谐共处）	(0,20)	(10,10)

4. 博弈论的历史

资料来源：Paul Walker, A Chronology of Game Theory

1838 年, 安托万·奥古斯丁·古诺在其著作 “Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth” 的第七章 “On the Competetion of Producers”中提到寡头竞争的特例，并得出了其均衡解，这是纳什均衡最早的版本。

1913 年, 恩斯特·策梅洛 在策梅洛定理中论述了完美信息下两人依次行动的博弈，如果最后不是平局，那其中一人总有胜利策略。用博弈论的语言说，每一个有限的完全信息的扩展式博弈存在纳什均衡，并且总能通过后向归纳法得到均衡解。如果用围棋（国际象棋）这个例子来说，要么白方赢，要么黑方赢，要么和局。

1928 年, 约翰·冯·诺伊曼在 “Zur Theorie der Gesellschaftsspiele” （《团队游戏之理论》）中研究了零和博弈。

1944 年, 冯·诺伊曼和摩根斯坦出版书籍 “Theory of Games and Economic Behavior”，本书在博弈论中被视为博弈论的开山之作。这本书系统性的论述了两人零和博弈、合作博弈以及后来成为经济学奠基理论的效用函数理论。

1950 年, 约翰·福布斯·纳什发表论文《N 人博弈的均衡点》, 提出了非合作博弈中的均衡概念, 1994 年纳什因为对博弈论的贡献荣获诺贝尔经济学奖。

案例 3 囚徒困境:警察抓到两个盗贼嫌疑人, 但无实物证据, 需要两个人的口供定罪。警察将两人分别关在两个屋子里。如果两人都抗拒, 最后无口供, 只能按入侵私宅判一年刑罚, 如果都坦白, 都判三年。如一人抗拒, 一人坦白, 坦白从宽直接释放, 抗拒从严判四年刑罚。

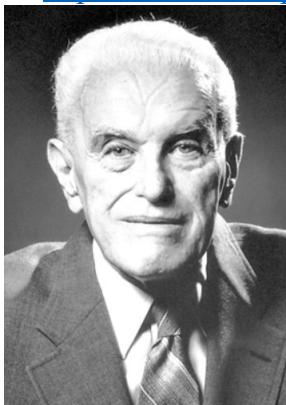
图 3 囚徒困境

		囚徒 2	
		抗拒	坦白
囚徒 1	抗拒	$(-1, -1)$	$(-4, 0)$
	坦白	$(0, -4)$	$(-3, -3)$

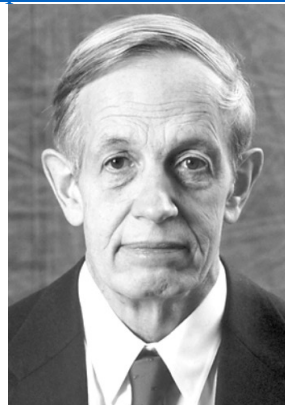
图注: 如果两人都抗拒, 最后无口供, 都判一年刑罚, 如果都坦白, 都判三年。如一人抗拒, 1 人坦白, 坦白从宽直接释放, 抗拒从严判四年刑罚。

纳什后, 博弈论理论在经济学的各个子领域如宏观、金融、劳动、贸易、能源与环境等有广泛的应用, 是经济学的基础理论。其中, 已经有 8 年 18 位博弈论经济学家获得诺贝尔经济学奖。

- 1994 年, Harsanyi, Nash, Selten
- for their pioneering analysis of equilibria in the theory of non-cooperative games
- <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1994/summary/>



John C. Harsanyi



John F. Nash Jr.



Reinhard Selten

好莱坞也曾经将纳什的故事拍成电影《美丽心灵》, 电影里有博弈论的应用。
(<https://www.bilibili.com/bangumi/play/ep257469>)

图 4 电影《美丽心灵》



- 1996 年, Mirrlees, Vickrey
- for their fundamental contributions to the economic theory of incentives under asymmetric information
- <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1996/press-release/>



James Alexander Mirrlees



William Spencer Vickrey

- 2001 年, Akerlof, Spence, Stiglitz
- for their analyses of markets with asymmetric information
- <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2001/popular-information/>



George A. Akerlof



Michael Spence



Joseph E. Stiglitz

- 2005 年, Schelling, Aumann
- for having enhanced our understanding of conflict and cooperation through game-theory analysis
- <https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/popular-economicsciences2005.pdf>

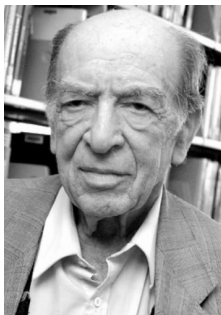


Robert J. Aumann



Thomas C. Schelling

- 2007 年, Hurwicz, Maskin, Myerson
- for having laid the foundations of mechanism design theory
- <https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/popular-economicsciences2007.pdf>



Leonid Hurwicz



Eric S. Maskin



Roger B. Myerson

- 2012 年, Roth, Shapley
- for the theory of stable allocations and the practice of market design
- <https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/popular-economicsciences2012.pdf>



Alvin E. Roth



Lloyd S. Shapley

- 2014 年, Tirole
- for his analysis of market power and regulation
- <https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/popular-economicsciences2014.pdf>



Jean Tirole

- 2016 年, Hart, Holmstrom
- for their contributions to contract theory
- <https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/popular-economicsciences2016.pdf>



Oliver Hart



Bengt Holmström

作业 1.1. 请认真阅读以上诺贝尔经济学奖委员会写的新闻稿, 从以上 18 位经济学家中选择一位, 阐述这位经济学家的贡献, 并举例说明该经济学家研究过的一个问题, 一百字以内。

5. 博弈的定义以及要素

博弈(Game), 是描述参与人策略性互动的模型, 包括参与人可采取的策略, 以及参与人的收益函数, 但并不具体描述参与人最终采取的策略(均衡)。

博弈的基本要素包括参与人(player)、策略空间(strategy space)以及收益函数(payoff function)。

- 参与人是指博弈中选择策略以最大化个体收益的决策主体。不仅个人可成为参与人, 一个机构、一个群体都可以成为博弈的参与人。
- 策略描述参与人在博弈中采取的行动规则, 该行动规则描述参与人的行动取决于其他参与人的行动。在静态博弈中, 参与人无法观测到对方的选择, 因此策略与行动一致; 而在动态博弈中, 滞后选择的参与人能观测到首先选择参与人的行动, 因此后选择的参与人的策略就是一个行动规则: 若首先选择的参与人选择(), 后选择的参与人选择()。
- 策略空间是参与人所有策略的集合。
- 策略组合是所有参与人所采取的策略的一个组合。
- 收益函数描述的是参与人在不同策略组合下获得的收益水平, 其不仅取决于参与人自己的策略, 也是其他所有参与人策略的函数。

另外, 博弈还有一些相关的概念。

- 行动(action or move), 是指参与人的选择, 在静态模型中, 策略与行动等价。
- 信息(information), 是参与人对收益函数的知识。完全信息是指参与人的收益函数是共同知识。而不完全信息是指某些参与人拥有私人信息。
- 均衡(equilibrium), 是稳定的策略组合。
- 结果(outcome), 是稳定的策略组合中行动的集合。在静态博弈中, 均衡与结果等价。

我们可以在案例 1 三体博弈中理解这些基本概念, 参与人为{三体文明、地球文明} (这是一个集合, 用花括号表示), 因为双方都无法观测到对方的选择, 因此三体文明的两个选择都是其策略, 而地球文明的两个选择也是其策略, 所以三体文明的策略空间为{攻击地球、和谐共处}, 地球文明的策略空间为{发射坐标, 和谐共处}。策略组合是双方所采取的策略的一个组合, 因为三体和地球都有两个策略, 所以三体博弈的策略组合有四个, 分别是

- (1) (攻击地球, 发射坐标); (这是一个二维的向量, 用圆括号表示, 第一个元素表示三体的策略, 第二个元素表示地球的策略)
- (2) (攻击地球, 和谐共处);
- (3) (和谐共处, 发射坐标);
- (4) (和谐共处, 和谐共处)。

收益函数是参与人在不同策略组合下所获得的收益。在三体博弈中, 三体在策略组合(1)、(2)、(3)、(4)的收益分别为 0、20、0、10, 而地球在四种策略组合下的收益为 0、0、0、10。

因为三体博弈是静态的一次博弈，所以参与人的策略与行动等同，而信息是指三体和地球对双方的收益函数都了如指掌，并且也知道对方知道收益函数的结构等等。

均衡就是稳定的策略组合，即双方都没有动力偏离这个组合，在以后的学习中，我们会知道（1）、（2）两个策略组合是稳定的组合，即均衡，也是本博弈的结果。

作业 1.2. 请列出三体动态博弈案例 2 的参与人、策略空间以及所有的策略组合。

6. 博弈的分类

- 按是否有协议约束参与人来区分，可分为合作博弈与非合作博弈。合作博弈研究的是参与人遵守某种外在的协议，而非合作博弈并不存在外在协议的约束。本课程介绍非合作博弈，合作博弈不是本课程的范畴。
- 按博弈中参与人行动的次序来区分，可分为静态（同时行动）博弈与动态（依次行动）博弈。
- 按收益函数的信息是否是共同知识来区分，可分为完全信息博弈与非完全信息博弈。

根据行动的次序和信息，我们可以把非合作博弈分成四类：

表 1 博弈的分类

	静态	动态
完全信息	完全信息的静态博弈 纳什均衡	完全信息的动态博弈 子博弈精炼纳什均衡
不完全信息	不完全信息的静态博弈 贝叶斯纳什均衡	不完全信息的动态均衡 精炼贝叶斯纳什均衡