

通信原理

任光亮

本文件仅供西安<mark>gire和@mailexidian:edu:ch</mark>空院钱学森班学习使用,不得用于任何商业用途。

西安电子科技大学 通信工程学院 2020年11月





第8章 数字信号的最佳接收

西安电子科技大学

通信工程学院

本章主要内容:

- * 数字信号的最佳接收准则
- * 匹配滤波器的原理
- 本文件。确知信号的最佳接收机结构及误码性能量学
- * 随相信号的最佳接收机结构及误码性能
 - * 实际接收机与最佳接收机的性能比较

本章作业: 1, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 14



第8章 数字信号的最佳接收

西安电子科技大学

通信工程学院

最佳接收: 以接收问题作为研究对象,研究从 噪声中如何最好地提取有用信号。

本文件仅最佳接收子科技文學概念课程实验班和空院钱学森班学 习使用,不得用于任何商业用途。 数字通信中常用的最佳接收准则:

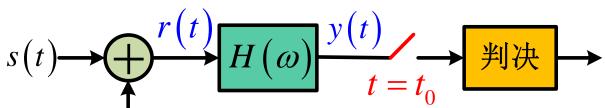
- - ①最大输出信噪比准则
 - ②最小差错概率准则



西安电子科技大学

通信工程学院

一、接收过程的等效原理图



本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学习使用,不得用于任何商业用途。

分析:滤波器应具有什么样的特性才能使输出信噪比达到最大。



西安电子科技大学

通信工程学院

二、匹配滤波器的传输函数

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

$$\coprod : y(t) = [s(t) + n(t)] * h(t) = s_o(t) + n_o(t)$$

本文件仅供西安电子科技术学通原课程实验班和空院钱学森班学习使用,不得用于包括南亚用金。 $S(\omega)$ $e^{i\omega}d\omega$

$$\therefore P_{n_o}(\omega) = \frac{n_0}{2} |H(\omega)|^2$$

$$\therefore N_o = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_{n_o}(\omega) d\omega = \frac{n_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega$$



西安电子科技大学

通信工程学院

抽样时刻 t_0

$$r_o = \frac{\left|s_o(t_0)\right|^2}{N_o} = \frac{\left|\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H(\omega)S(\omega)e^{j\omega t_0}d\omega\right|^2}{\frac{n_0}{N_o}\int_{-\infty}^{\infty}\left|H(\omega)\right|^2d\omega}$$
本文件仅供西安电子科技大学4元原象程实验班和空院钱学森班学

施瓦兹不等式:
$$\left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) Y(\omega) d\omega \right|^{2} \leq \frac{1}{4\pi^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \left| X(\omega) \right|^{2} d\omega \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left| Y(\omega) \right|^{2} d\omega$$
 当 $X(\omega) = KY^{*}(\omega)$ 时,等号成立



8.1 兀配滤波器

西安电子科技大学

通信工程学院

$$\diamondsuit X(\omega) = H(\omega), \ Y(\omega) = S(\omega)e^{j\omega t_0}$$

$$r_{o} \leq \frac{1}{4\pi^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \left| H(\omega) \right|^{2} d\omega \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left| S(\omega) e^{j\omega t_{0}} \right|^{2} d\omega$$

 $\frac{n_0}{\sqrt{2}}\int_0^\infty |H(\omega)|^2 d\omega$ 本文件仅供西安电子科技大學通原课程实验班和空院钱学森班学

习使用,不得用上肾(
$$\sigma$$
) $|\sigma|$ $|\sigma|$

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt$$
 总能量



西安电子科技大学

通信工程学院

等号成立的条件:

$$H(\omega) = KS^*(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学习使用,不得用于 $r_{omax} = \frac{2E}{n}$ 。



西安电子科技大学

通信工程学院

三、兀配滤波器的单位冲激响应

实信号:
$$S^*(\omega) = S(-\omega)$$

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

本文件仅供西安电子和水水(一一一)。 习使用,不得用 2π 任何商业用途。 $=\frac{K}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S\left(-\omega\right)e^{-j\omega(t_0-t)}d\omega$

$$=\frac{K}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S\left(-\boldsymbol{\omega}\right)\,e^{-j\omega(t_0-t)}d\omega$$

$$=\frac{K}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega')e^{j\omega'(t_0-t)}d\omega'$$

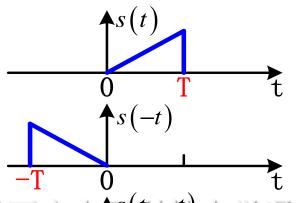
$$=Ks(t_0-t)$$

镜像加平移



西安电子科技大学

通信工程学院



对于因果系统,若s(t) 在T时刻结束,则

本文件仅供西安电子和投大学通原课程实验班和空险学学森班学

 $t_{0} = T$ $t_{0} = T$ 0 T t $t_{0} > T$ t 0 T $t_{0} > T$ 0 T $t_{0} > T$

一般取 $t_0 = T$



西安电子科技大学

通信工程学院

四、匹配滤波器的输出信号

$$s_{o}(t) = s(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau)h(\tau) d\tau$$
$$= K \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau)s \left[t_{0} - \tau \right] d\tau$$

本文件仅供西室東於太太太太太海原课。 习使用,不得用于任何商业用途。 $=KR(t-t_0)$ 相关器

$$s_o(t) = R(t - t_0)$$

$$S_o(t_0) = R(0) = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = E$$



西安电子科技大学

通信工程学院

小结: $H(\omega) = KS^*(\omega)e^{-j\omega t_0}$

$$h(t) = Ks(t_0 - t)$$
 镜像加平移

$$r_{o\,\text{max}} = \frac{2E}{n_0}$$

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt$$

$$S_o(t) = KR(t-t_0)$$
 相关器

一般取
$$K=1$$



西安电子科技大学

通信工程学院

【例】输入信号如图所示,求该信号的匹配滤波器的传输函数、输出信号波形和最大输出信噪比。

解:
$$s(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t \le \tau \\ 0 & \pm \xi \end{cases}$$
本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学 习惯用,任何商家(ω) = $\int_0^{\tau} e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} (1 - e^{-j\omega \tau})$

$$H(\omega) = S^*(\omega) e^{-j\omega t_0} = \frac{1}{j\omega} (e^{j\omega \tau} - 1) e^{-j\omega t_0}$$

$$h(t) = s(t_0 - t)$$



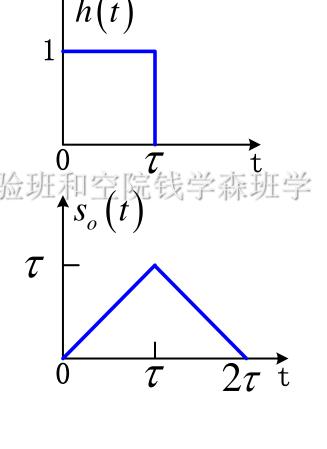
西安电子科技大学

通信工程学院

令
$$t_0 = \tau$$
 $H(\omega) = \frac{1}{j\omega} (1 - e^{-j\omega\tau})$
$$h(t) = s(\tau - t)$$

$$s_o(t) = \int_0^\infty s(x)h(t - x)dx$$
 本文件仅供西安电子科技大学通原课程实 习使用,不得用于任何商处有条式。
$$= \begin{cases} 2\tau - t, & \tau \le t \le 2\tau \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$\therefore E = \tau \qquad \therefore r_{o \max} = \frac{2E}{n_0} = \frac{2\tau}{n_0}$$





西安电子科技大学

通信工程学院

【例】输入信号如图所示,求该信号的匹配滤波器的传输函数、输出信号波形和最大输出信噪比。

$$s(t)$$
 $s(t) = \begin{cases} \cos \omega_0 t, & 0 \le t \le \tau \\ 0, & \pm \tau \end{cases}$ 本文的 又供四家电子科技大学通原课程实验班书空院钱学森班学习使用,不得用于任何商业用途。 $\frac{2K\pi}{\sigma_0}$



西安电子科技大学

通信工程学院

解:
$$\Leftrightarrow t_0 = \tau$$

$$h(t) = s(\tau - t) = \cos \omega_0(\tau - t) = \cos \omega_0 t = s(t)$$

 $H(\omega) = S(\omega)$ 本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学 习使用,不得用于 $\cos \omega_0 te$ 用dt

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{j(\omega - \omega_0)} + \frac{1}{j(\omega + \omega_0)} \right] \left(1 - e^{-j\omega\tau} \right)$$



西安电子科技大学

通信工程学院

$$s_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(x)h(t-x)dx = 0$$

$$\frac{t}{2}\cos\omega_0 t + \frac{1}{2\omega_0}\sin\omega_0 t, \qquad 0 \le t \le \tau$$

$$S_{o}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(x)h(t-x)dx = \begin{cases} \frac{t}{2}\cos\omega_{0}t + \frac{1}{2\omega_{0}}\sin\omega_{0}t, & 0 \le t \le \tau \\ \frac{2\tau - t}{2}\cos\omega_{0}t - \frac{1}{2\omega_{0}}\sin\omega_{0}t, & \tau \le t \le 2\tau \end{cases}$$

本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学 习使用,不得用于任何商业用途。

三月,不得用于任何商业用途。
$$\begin{cases} \frac{t}{2}\cos\omega_0t, & 0 \leq t \leq \tau \\ \frac{2\tau-t}{2}\cos\omega_0t, & \tau \leq t \leq 2\tau \\ 0, &$$
其它

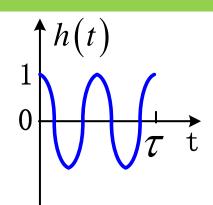


西安电子科技大学

通信工程学院

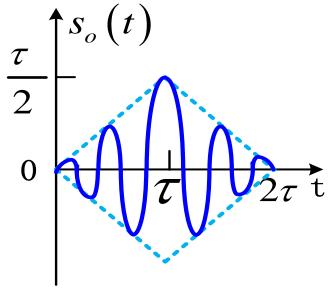
$$\therefore E = \frac{\tau}{2}$$

$$\therefore r_{o \max} = \frac{2E}{\tau} = \frac{\tau}{\tau}$$



本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学

习使用,不得用于任何商业用途。



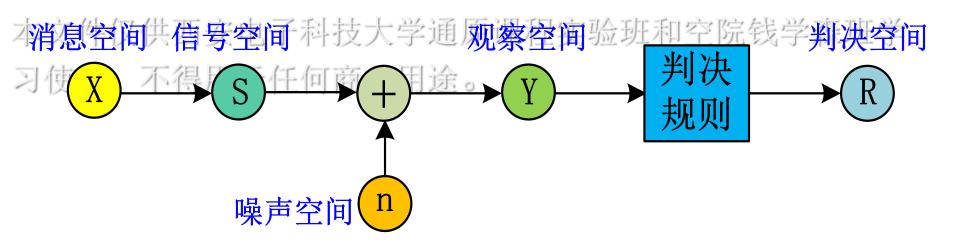


西安电子科技大学

通信工程学院

在噪声背景下数字信号的接收过程是一个统计判决过程。

一、数字信号接收的统计模型





西安电子科技大学

通信工程学院

1、消息空间X

设消息的状态集合为
$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_m \\ P(x_1) & P(x_2) & \dots & P(x_m) \end{bmatrix}$$

本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学习使用,不得用于任何备业闲途。1

2、信号空间S $x_i \rightarrow s_i$

$$S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$$

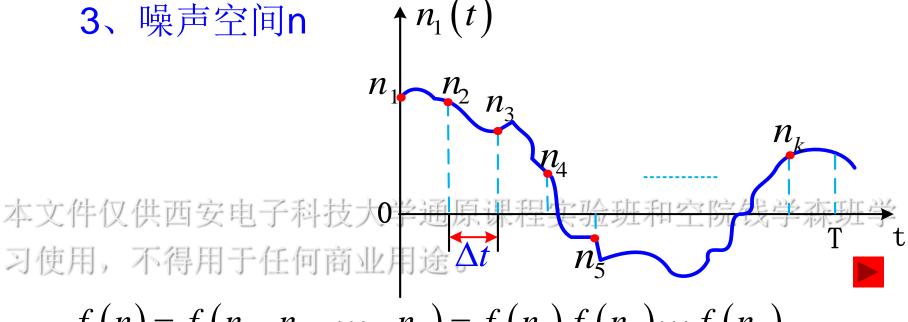
$$P(s_i) = P(x_i)$$
 $(i = 1 \sim m)$ $P(s_i)$: 先验概率



西安电子科技大学

通信工程学院





$$f(n) = f(n_1, n_2, \dots, n_k) = f(n_1) f(n_2) \dots f(n_k)$$

$$= \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_n\right)^k} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^k n_i^2\right]$$



西安电子科技大学

通信工程学院

若带限信道的截止频率为 f_H ,则 $f_s = 2f_H$

$$\Delta t = \frac{1}{2f_H}$$

$$\therefore \frac{1}{2f_H T} \sum_{i=1}^k n_i^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^k n_i^2 \Delta t = \frac{1}{T} \int_0^T n^2(t) dt$$

本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学

习使用
$$f(n)$$
量用于作品的 $\exp\left[\frac{f_H}{\sigma_n^2}\int_0^T n^2(t) dt\right]$

$$n_0 = \frac{\sigma_n^2}{f_H} \qquad f(n) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_n\right)^k} \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T n^2(t) dt\right\}$$



西安电子科技大学

通信工程学院

4、观察空间Y

$$y(t) = s_i(t) + n(t) \qquad (i = 1 \sim m)$$

$$f_s(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^T \left[y(t) - s_i(t) \right]^2 dt \right\}$$
 ($i = 1 \sim m$) 本文件仅供现家思光科技大学通常课程实验班和空院钱学森班学 习使用,不得用于任何商业用途。

 $f_{s_i}(y)$: 似然函数

5、判决空间R

$$r_i \rightarrow S_i$$



西安电子科技大学

通信工程学院

二、最小差错概率准则

数字通信中最直观、最合理、最常用的最佳接收准则

1、二进制信号的最佳接收

设可能发送的两个信号为 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$,先验概率分别为 $P(s_1)$ 和 $P(s_2)$,在观察时刻的取值分别为 a_1 和 a_2 ,

习使用,不得用于任何商业用资
$$f_{s_1}(y) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_n\right)^k} \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T \left[y(t) - a_1\right]^2 dt\right\}$$

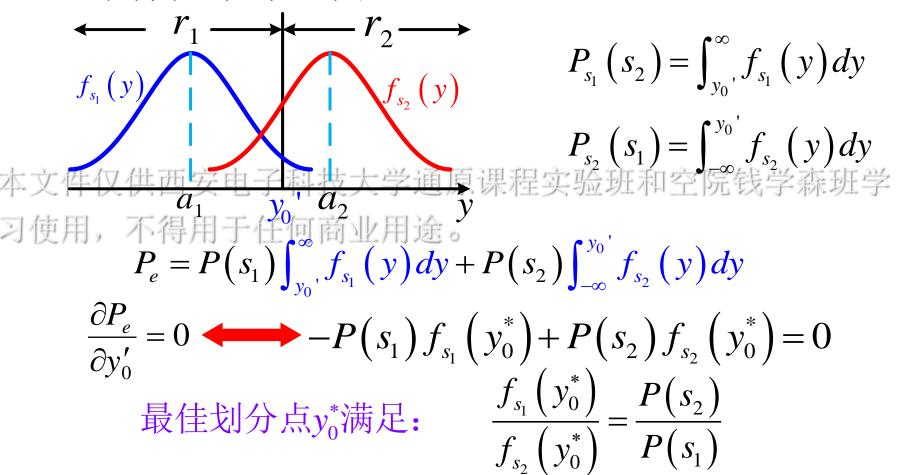
$$f_{s_2}(y) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_n\right)^k} \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T \left[y(t) - a_2\right]^2 dt\right\}$$



西安电子科技大学

通信工程学院

判决过程示意图:





西安电子科技大学

通信工程学院

似然比准则:
$$\begin{cases} \frac{f_{s_1}(y)}{f_{s_2}(y)} > \frac{P(s_2)}{P(s_1)}, & \Rightarrow r_1(即s_1) \\ \frac{f_{s_1}(y)}{f_{s_2}(y)} < \frac{P(s_2)}{P(s_1)}, & \Rightarrow r_2(即s_2) \end{cases}$$
其使其

注: 在加性高斯白噪声条件下,似然比准则与最小差错概率准则等价。



西安电子科技大学

通信工程学院

最大似然准则:
$$\begin{cases} f_{s_1}(y) > f_{s_2}(y), & \Rightarrow r_1(即 s_1) \\ f_{s_1}(y) < f_{s_2}(y), & \Rightarrow r_2(即 s_2) \end{cases}$$

习使用,不得用于任何商业用途。

2、多进制数字信号的最佳接收

设m个可能发送的信号等概出现,则

$$f_{s_i}(y) > f_{s_j}(y)$$
, 判为 $r_i(s_i)$ $(i=1 \sim m, j=1 \sim m, i \neq j)$



西安电子科技大学

通信工程学院

数字通信中,经信道传输到达接收机输入端的信号可分为两大类:

本文件人确知信号 对使用,不得用于任何商业用途。 随参信号 随机振幅信号 随机振幅相位信号(起伏信号)

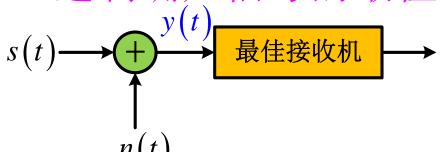
所采用的最佳准则是最小差错概率准则



西安电子科技大学

通信工程学院

一、二进制确知信号的最佳接收机结构



n(t) 少到达接收机的两个确知信号为 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$,持续时间(0, T),且等能量,即

$$E_b = \int_0^T s_1^2(t) dt = \int_0^T s_2^2(t) dt$$

n(t): 高斯白噪声,均值为0,单边功率谱密度为 n_0



西安电子科技大学

通信工程学院

1、相关器形式的最佳接收机

$$y(t) = \begin{cases} s_1(t) + n(t), & \text{$\Xi s_1(t)$} \\ s_2(t) + n(t), & \text{$\Xi s_2(t)$} \end{cases}$$



通信工程学院

$$\frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_{n}\right)^{k}}\exp\left\{-\frac{1}{n_{0}}\int_{0}^{T}\left[y(t)-s_{1}(t)\right]^{2}dt\right\}} > \frac{P(s_{2})}{P(s_{1})} \Rightarrow s_{1}$$

$$\frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_{n}\right)^{k}}\exp\left\{-\frac{1}{n_{0}}\int_{0}^{T}\left[y(t)-s_{2}(t)\right]^{2}dt\right\}} > \frac{P(s_{2})}{P(s_{1})} \Rightarrow s_{1}$$

$$\frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_{n}\right)^{k}}\exp\left\{-\frac{1}{n_{0}}\int_{0}^{T}\left[y(t)-s_{2}(t)\right]^{2}dt\right\}} > P(s_{2})\exp\left\{-\frac{1}{n_{0}}\int_{0}^{T}\left[y(t)-s_{2}(t)\right]^{2}dt\right\}$$

本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学
$$P(s_1) \exp\left\{-\frac{1}{n_0}\int_0^T \left[y(t)-s_2(t)\right]^2 dt\right\}$$
 $\Rightarrow s_1$

$$n_0 \ln \frac{1}{P(s_1)} + \int_0^T \left[y(t) - s_1(t) \right]^2 dt < n_0 \ln \frac{1}{P(s_2)} + \int_0^T \left[y(t) - s_2(t) \right]^2 dt$$

$$\Rightarrow s_1$$



西安电子科技大学

通信工程学院

判决规则:

$$U_{1} + \int_{0}^{T} y(t) s_{1}(t) dt > U_{2} + \int_{0}^{T} y(t) s_{2}(t) dt \implies s_{1}$$

$$U_{1} + \int_{0}^{T} y(t) s_{1}(t) dt < U_{2} + \int_{0}^{T} y(t) s_{2}(t) dt \implies s_{2}$$

习使用,不得用于任何商业用途。

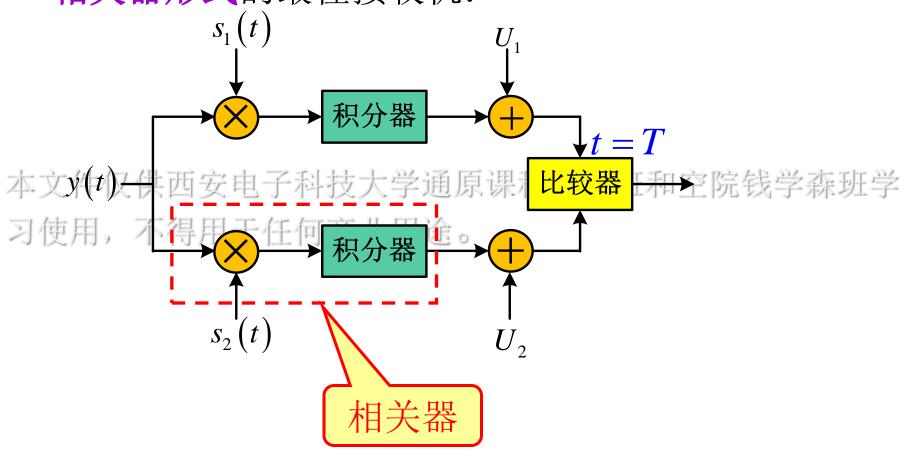
$$\begin{cases} U_1 = \frac{n_0}{2} \ln P(s_1) \\ U_2 = \frac{n_0}{2} \ln P(s_2) \end{cases}$$



西安电子科技大学

通信工程学院

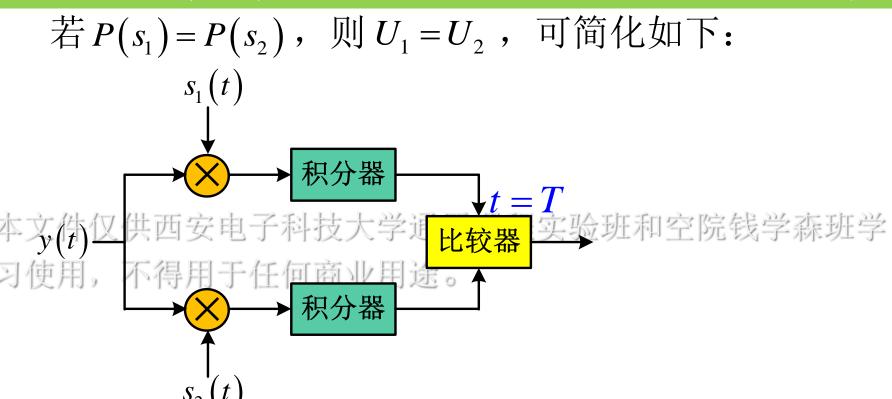
相关器形式的最佳接收机:





西安电子科技大学

通信工程学院



关键部件:相关器



西安电子科技大学

通信工程学院

2、匹配滤波器形式的最佳接收机

与信号s(t) 匹配的滤波器:

$$h(t) = s(T - t) \qquad 0 < t < T$$

 $h(t) = s(T - t) \qquad 0 < t < T \qquad s(t) \xrightarrow{y(t)} h(t) \xrightarrow{u_o(t)}$

本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和完院钱学森班学 习使用当0个得到和任何商业用途。

$$u_o(t) = \int_0^t y(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_0^t y(\tau)s(T-t+\tau)d\tau$$

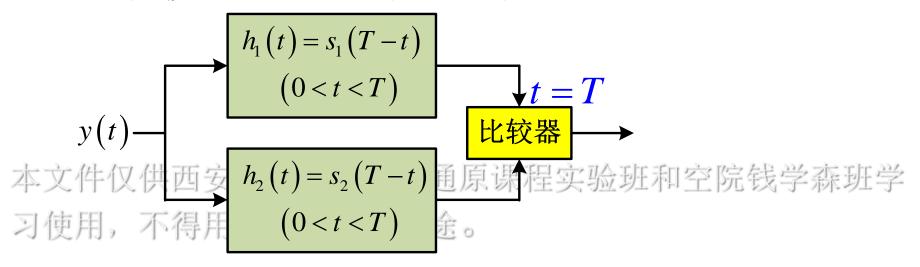
$$u_o(T) = \int_0^T y(\tau) s(\tau) d\tau$$



西安电子科技大学

通信工程学院

匹配滤波器形式的最佳接收机:



注: ①在最小差错概率准则下,两种形式的最佳接收机等价。

②判决时刻: t=T 码元结束时刻



西安电子科技大学

通信工程学院

思考: 如果 $E_1 = 0$, $E_2 = E_b \neq 0$, 如何设计最佳接收机?

本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学习使用,不得用于任何商业用途。 $n_0 \ln \frac{1}{P(s_1)} + \int_0^T y^2(t) dt < n_0 \ln \frac{1}{P(s_2)} + \int_0^T \left[y(t) - s_2(t) \right]^2 dt$ $\Rightarrow s_1$



西安电子科技大学

通信工程学院

判决规则:

$$\int_0^T y(t)s_2(t) dt < \frac{E_b}{2} + \frac{n_0}{2} \ln \frac{P(s_1)}{P(s_2)} \implies s_1$$
本文件
$$\int_0^T y(t)s_2(t) dt > \frac{E_b}{2} + \frac{n_0}{2} \ln \frac{P(s_1)}{P(s_2)} \implies s_2$$
习使用,不得用了证明问题的。



西安电子科技大学

通信工程学院

二、二进制确知信号最佳接收机的误码性能 $P_e = P(s_1)P_{s_1}(s_2) + P(s_2)P_{s_2}(s_1)$

设发送信号为 $s_1(t)$,则 $y(t) = s_1(t) + n(t)$

本文
$$(t)$$
年 (t) 第 (t) 4 (t) 4 (t) 4 (t) 5 (t) 6 (t) 6 (t) 7 (t) 8 (t) 9 (t) 8 (t) 9 (t) 9 (t) 8 (t) 9 $($

$$U_{1} + \int_{0}^{T} \left[s_{1}(t) + n(t) \right] s_{1}(t) dt < U_{2} + \int_{0}^{T} \left[s_{1}(t) + n(t) \right] s_{2}(t) dt$$

$$E_{b} = \int_{0}^{T} s_{1}^{2}(t) dt = \int_{0}^{T} s_{2}^{2}(t) dt$$

$$\begin{cases} U_{1} = \frac{n_{0}}{2} \ln P(s_{1}) \\ U_{2} = \frac{n_{0}}{2} \ln P(s_{2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_1 = \frac{n_0}{2} \ln P(s_1) \\ U_2 = \frac{n_0}{2} \ln P(s_2) \end{cases}$$



西安电子科技大学

通信工程学院

$$\int_{0}^{T} n(t) \left[s_{1}(t) - s_{2}(t) \right] dt < \frac{n_{0}}{2} \ln \frac{P(s_{2})}{P(s_{1})} - \frac{1}{2} \int_{0}^{T} \left[s_{1}(t) - s_{2}(t) \right]^{2} dt$$

$$\xi$$

$$E[\xi] = E\left\{\int_0^T n(t) \left[s_1(t) - s_2(t)\right] dt\right\}$$
$$= \int_0^T E\left[n(t)\right] \left[s_1(t) - s_2(t)\right] dt = 0$$



西安电子科技大学

$$\sigma_{\xi}^{2} = E\left[\xi^{2}\right]$$

$$= E\left\{\int_{0}^{T} \int_{0}^{T} n(t) \left[s_{1}(t) - s_{2}(t)\right] n(t') \left[s_{1}(t') - s_{2}(t')\right] dt dt'\right\}$$

$$= \int_{0}^{T} \int_{0}^{T} E\left[n(t)n(t')\right] \left[s_{1}(t) - s_{2}(t)\right] \left[s_{1}(t') - s_{2}(t')\right] dt dt'$$
本文件仅是 第五章 起子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学 习使用,不得用于任何商业用途。
$$E\left[n(t)n(t')\right] = \frac{n_{0}}{2} \delta(t - t') = \begin{cases} \frac{n_{0}}{2} \delta(0), & t = t' \\ 0, & t \neq t' \end{cases}$$

$$\sigma_{\xi}^{2} = \frac{n_{0}}{2} \int_{0}^{T} \left[s_{1}(t) - s_{2}(t) \right]^{2} dt \qquad \therefore \xi \sim N(0, \sigma_{\xi}^{2})$$



西安电子科技大学

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\xi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_{\xi}^2}\right)$$
$$P_{s_1}(s_2) = P(\xi < a)$$

本文件仅供西安电子科技大学通常课程
$$实验班和 a$$
院钱学森班学习使用,不得用于任何将亚角途。 $2\sigma_{\xi}^2$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{b}^{\infty}e^{-\frac{z^{2}}{2}}dz$$

同理:
$$P_{s_2}(s_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{b'}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



西安电子科技大学

通信工程学院

$$P_{e} = P(s_{1}) \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{b}^{\infty} e^{-\frac{z^{2}}{2}} dz \right] + P(s_{2}) \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{b'}^{\infty} e^{-\frac{z^{2}}{2}} dz \right]$$

其中

本文的母母,
$$\frac{P(s_1)}{P(s_2)}$$
 和 $\frac{P(s_1)}{P(s_2)}$ 不文的母, $\frac{P(s_1)}{2n_0}$, $\frac{P(s_1)}{P(s_2)}$, $\frac{P(s_1)}{$

$$b' = \sqrt{\frac{1}{2n_0} \int_0^T \left[s_1(t) - s_2(t) \right]^2 dt} - \frac{\ln \frac{P(s_1)}{P(s_2)}}{2\sqrt{\frac{1}{2n_0} \int_0^T \left[s_1(t) - s_2(t) \right]^2 dt}}$$



西安电子科技大学

通信工程学院

三、二进制确知信号的最佳形式

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{1}{2n_0} \int_0^T \left[s_1(t) - s_2(t) \right]^2 dt}$$

若
$$P(s_1)=P(s_2)$$
 ,则 $b=b'=A$

本文件仅供西安电子科技、学通原课程实验现和空院钱学森班学习使用,
$$P_e$$
一程位而商业用 \mathbb{Z}_2 erfc $\sqrt{2}$

互相关系数
$$\rho = \frac{\int_0^T s_1(t) s_2(t) dt}{\sqrt{E_1 E_2}}$$
 $(E_1 \neq 0, E_2 \neq 0)$

$$E_1 = \int_0^T s_1^2(t) dt$$
 $E_2 = \int_0^T s_2^2(t) dt$



西安电子科技大学

通信工程学院

根据施瓦兹不等式

$$\left| \int_0^T s_1(t) s_2(t) dt \right|^2 \le \int_0^T s_1^2(t) dt \cdot \int_0^T s_2^2(t) dt$$

$$-1 \le \rho \le 1$$

本文件仅供西安电子科技大学通原课程~~实验班和空院~~钱学森班学习使用 (1) 若程用于任何**直**业用途。 $A = \sqrt{\frac{E_b(1-\rho)}{n_0}}$

$$P_{e} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{E_{b} (1 - \rho)}{2n_{0}}} \right]$$



西安电子科技大学

通信工程学院

当 $\rho = -1$ 时,误码率达到最小

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{n_0}} \right)$$

本文件 ρ=-1的波形是二进制确知信号的最佳波形学

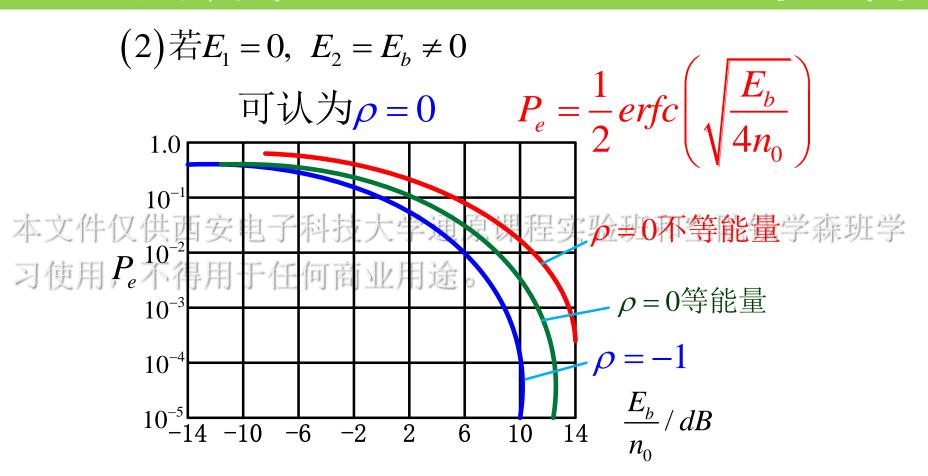
习使用,不得用于任何商业用途。
$$\rho = 0 \qquad P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2n_0}} \right)$$

正交

$$\rho = 1$$
 $P_e = \frac{1}{2}$



西安电子科技大学





西安电子科技大学

通信工程学院

基带传输系统:

双极性
$$\rho = -1$$

单极性
$$\rho = 0$$
(不等能量)

本文师被传输系统:科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学习使用,不得用于PEK商业用录。1

$$\rho = 0$$
(等能量)

$$\rho = 0$$
(不等能量)



西安电子科技大学

通信工程学院

思考: 2FSK系统中, f_1 , f_2 满足什么条件可使误 码率达到最小?

本文件仅供的安电
$$\sqrt{\frac{2E_b}{N_b}}$$
 $\cos \omega_2 t$ $\cos \omega_2 t$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos \omega_2 t \qquad 0 < t < T$$



西安电子科技大学

通信工程学院

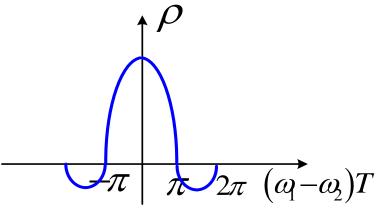
$$\rho = \frac{1}{E_b} \int_0^T \frac{2E_b}{T} \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T \left[\cos(\omega_1 + \omega_2) t + \cos(\omega_1 - \omega_2) t \right] dt$$

 $1 \left[\frac{\sin(\omega_1 + \omega_2)T}{\cos(\omega_1 + \omega_2)T} \frac{\sin(\omega_1 - \omega_2)T}{\sin(\omega_1 - \omega_2)T} \right]$ 本文件仅为 $\frac{\cos(\omega_1 + \omega_2)T}{\omega_1 + \omega_2}$ 验班和空院钱学森班学习使用于任何商业目录。

不得用于任何商业用途。
$$\approx \frac{\sin(\omega_1 - \omega_2)T}{(\omega_1 - \omega_2)T}$$

当
$$(\omega_1 - \omega_2)T = 1.5\pi$$
时
$$\rho_{\min} = -0.22$$



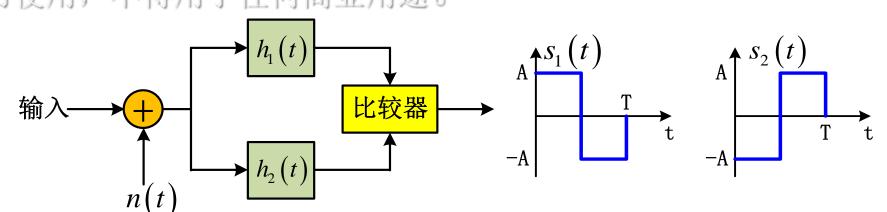


西安电子科技大学

通信工程学院

【例】某二进制数字信号最佳接收机如图所示,信 道加性高斯白噪声的双边功率谱密度为 2, 发送信 号 $s_1(t)$, $s_2(t)$ 如图。

- (1) 确定框图中 $h_1(t)$, $h_2(t)$ 的时间波形;
- 画出 $h_1(t)$ 和 $h_2(t)$ 的可能输出波形; 当 $s_1(t)$, $s_2(t)$ 等概发送时, 计算误码率。



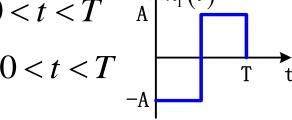


西安电子科技大学

通信工程学院

$$\text{Prior}: (1) h_1(t) = s_1(T-t) \qquad 0 < t < T \qquad A^{h_1(t)}$$

$$h_2(t) = s_2(T-t) \qquad 0 < t < T$$



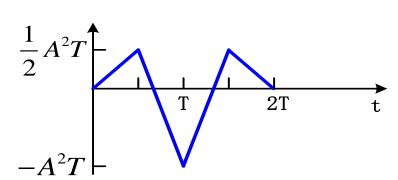
$$\begin{array}{c|c}
A & h_2(t) \\
\hline
-A & t
\end{array}$$

$$(2)s_1(t)$$
到达时:

本文件包隻頭客电子科技大為通傳選程实验习使用,不得用于任何商业用途。

$$x$$
 好和空院钱学森班学 x^2T

$$S_1(t)*h_2(t)$$





西安电子科技大学

通信工程学院

s₂(t)到达时,正好相反。

$$(3)E_1 = E_2 = E_b = A^2T$$

$$\rho = -1$$

本文件、仅供西安康於科技大学通見课程实验班和空院钱学森班学习使用,不得用于任何都业用途
$$2$$
、 n_0



西安电子科技大学

【例】
$$2FSK$$
系统:
$$\begin{cases} s_1(t) = A \sin \omega_1 t & 0 < t < T_s \\ s_2(t) = A \sin \omega_2 t & 0 < t < T_s \end{cases}$$

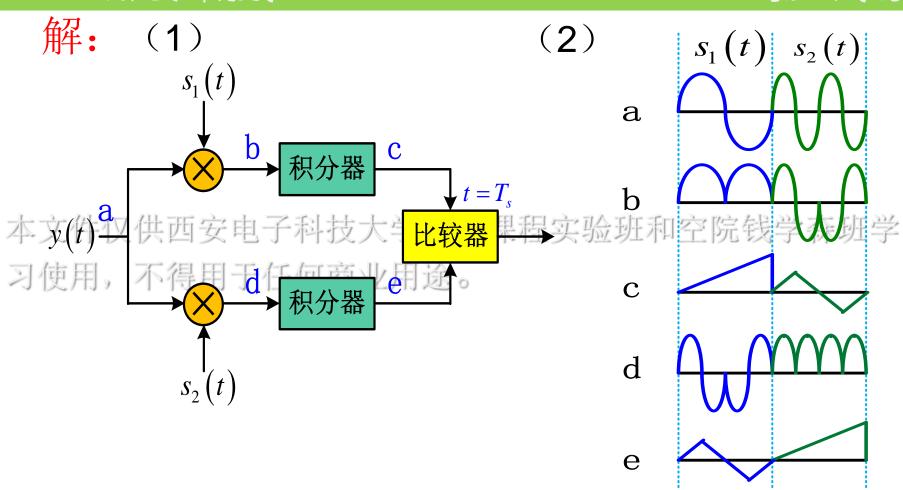
其中
$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_s}$$
, $\omega_2 = 2\omega_1$, 两信号等概发送。

本文件仅供西安电子和技术学师原课程实验班和空院钱学森班学 (1) 画出相关器形式的最佳接收机;
(2) 画出各点可能的工作波形;

- - (3) 噪声的双边功率谱密度为 $\frac{n_0}{2}$, 计算误码率。



西安电子科技大学





西安电子科技大学

(3)
$$E_1 = E_2 = E_b = \frac{A^2}{2} T_s$$
 $\rho = 0$

$$\therefore P_e = \frac{1}{2} erfc$$
 $\underbrace{\left(\frac{E_b}{2n}\right)}_{\text{本文件仅供西安电子时2nd pulse}} = \frac{1}{2} erfc$ $\underbrace{\left(\frac{A^2T_s}{4n}\right)}_{\text{4nd pulse}}$ 习使用,不得用于任何商业用途。



西安电子科技大学

通信工程学院

确知信号最佳接收是信号检测中的一种理想情况。

造成随参信号的原因很多:发射机振荡器频率不稳定,信号在随参信道中传输引起的畸变等。

本文件仅供過速制隨相信号的最佳接收机结构(2FSK)

设到达接收机的两个随相信号为

$$s_1(t, \varphi_1) = A\cos(\omega_1 t + \varphi_1) \qquad 0 < t < T$$

$$s_2(t, \varphi_2) = A\cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$
 $0 < t < T$



西安电子科技大学

通信工程学院

① ω_1 , ω_2 满足正交

$$\int_0^T s_1(t, \varphi_1) s_2(t, \varphi_2) dt = 0$$

② φ_1 , φ_2 是随机变量

本文件仅供两家里子科技之学通原课程实验班和空院钱学泰登第 习使用,不得用于2位何商业用途。

③等能量

$$E_b = \int_0^T s_1^2 (t, \varphi_1) dt = \int_0^T s_2^2 (t, \varphi_2) dt$$



西安电子科技大学

$$y(t) = \begin{cases} s_1(t, \varphi_1) + n(t), & \text{发}s_1(t, \varphi_1) \\ s_2(t, \varphi_2) + n(t), & \text{发}s_2(t, \varphi_2) \end{cases}$$

$$\frac{f_{s_1}(y)}{s_2} > P(s_2)$$
李文件仅供 $f_{s_2}(y) < P(s_1)$
学通原课程实验班和实院。 $f_{s_2}(y)$
习使用,和学规的业用途。

$$f_{s_1}\left(y/\varphi_1\right) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_n\right)^k} \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T \left[y(t) - s_1(t, \varphi_1)\right]^2 dt\right\}$$

$$f_{s_2}\left(y/\varphi_2\right) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_n\right)^k} \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T \left[y(t) - s_2(t, \varphi_2)\right]^2 dt\right\}$$



西安电子科技大学

$$\begin{cases} f_{s_1}(y) = \int_0^{2\pi} f_{s_1}(y, \varphi_1) d\varphi_1 = \int_0^{2\pi} f(\varphi_1) f_{s_1}(y/\varphi_1) d\varphi_1 = KI_0 \left(\frac{2A}{n_0} M_1\right) \\ f_{s_2}(y) = \int_0^{2\pi} f_{s_2}(y, \varphi_2) d\varphi_2 = \int_0^{2\pi} f(\varphi_2) f_{s_2}(y/\varphi_2) d\varphi_2 = KI_0 \left(\frac{2A}{n_0} M_2\right) \\ \text{本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学} \end{cases}$$

$$M_{1} = \sqrt{X_{1}^{2} + Y_{1}^{2}} \qquad X_{1} = \int_{0}^{T} y(t) \cos \omega_{1} t dt \qquad Y_{1} = \int_{0}^{T} y(t) \sin \omega_{1} t dt$$

$$M_{2} = \sqrt{X_{2}^{2} + Y_{2}^{2}} \qquad X_{2} = \int_{0}^{T} y(t) \cos \omega_{2} t dt \qquad Y_{2} = \int_{0}^{T} y(t) \sin \omega_{2} t dt$$



西安电子科技大学

通信工程学院

判决规则:

$$\begin{cases} M_1 > M_2 & \Rightarrow s_1 \\ M_1 < M_2 & \Rightarrow s_2 \end{cases}$$

$$M_1 = \sqrt{\left[\int_0^T y(t)\cos\omega_1 t dt\right]^2 + \left[\int_0^T y(t)\sin\omega_1 t dt\right]^2}$$

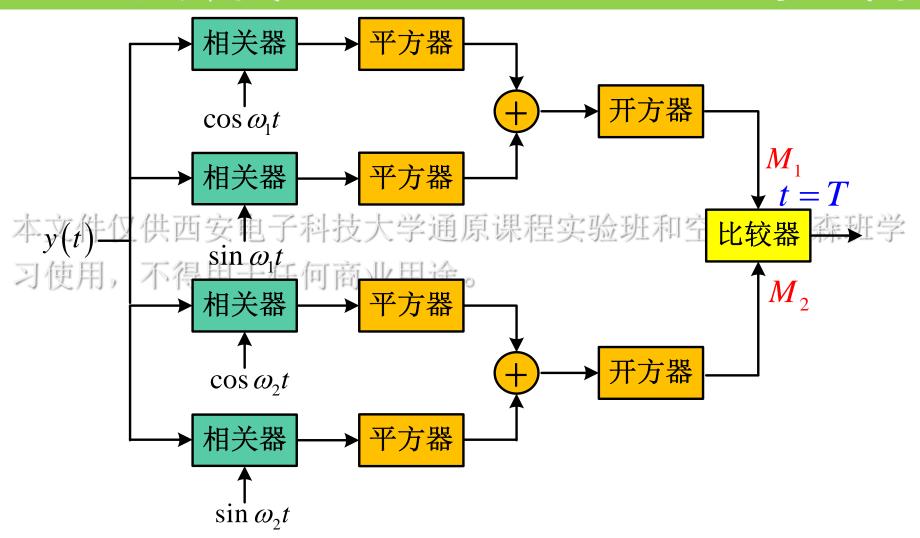
$$M_2 = \sqrt{\left[\int_0^T y(t)\cos\omega_2 t dt\right]^2 + \left[\int_0^T y(t)\sin\omega_2 t dt\right]^2}$$

本了

习值



西安电子科技大学





西安电子科技大学

通信工程学院

2、匹配滤波器形式

与 $s_1(t, \varphi_1)$ 频率相匹配的匹配滤波器:

$$h_1(t) = \cos \omega_1(T-t)$$
 $0 < t < T$

$$u(t)$$
 $=$ $\int_{0}^{t} y(t) h(t-\tau) d\tau = \int_{0}^{t} y(\tau) \cos \omega(T-t) d\tau$ 院钱学森班学

$$= \left[\int_{0}^{\tau} y(\tau) \cos \omega_{1} \tau d\tau\right] \cos \omega_{1}(T-t) - \left[\int_{0}^{t} y(\tau) \sin \omega_{1} \tau d\tau\right] \sin \omega_{1}(T-t)$$

$$= \sqrt{\left[\int_0^t y(\tau) \cos\omega_1 \tau d\tau\right]^2 + \left[\int_0^t y(\tau) \sin\omega_1 \tau d\tau\right]^2 \cos\left[\omega_1(T-t) + \theta_1\right]}$$

$$\therefore u_1(T) = M_1 \cos \theta_1$$

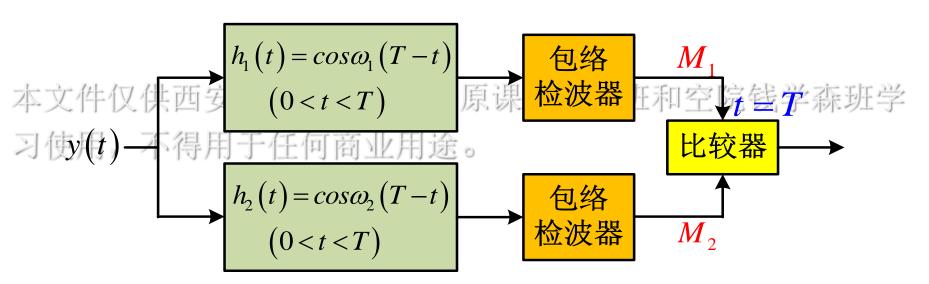


西安电子科技大学

通信工程学院

$$h_2(t) = \cos \omega_2 (T - t) \qquad 0 < t < T$$

$$u_2(T) = M_2 \cos \theta_2$$



非相干接收机



西安电子科技大学

通信工程学院

二、二进制随相信号最佳接收机的误码性能

$$P_e = P(s_1)P_{s_1}(s_2) + P(s_2)P_{s_2}(s_1)$$
 $\stackrel{\text{def}}{=} P(s_1) = P(s_2)$
 $\text{Pe} = P_{s_1}(s_2) = P_{s_2}(s_1)$

本文**设发送含** 为科 (t, \mathcal{P}) 通原课程实验班和空院钱学森班学习使用,不 $(t, \tilde{\varphi}_1)$ 早 $\hat{n}(t)$

$$= A\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + n(t)$$

$$\therefore P_{s_1}(s_2) = P(M_1 < M_2)$$



西安电子科技大学

$$X_{1} = \int_{0}^{T} y(t) \cos \omega_{1} t dt = \int_{0}^{T} n(t) \cos \omega_{1} t dt + \frac{AT}{2} \cos \varphi_{1}$$
假定 φ_{1} 是确定值 $X_{1} \sim N\left(\frac{AT}{2} \cos \varphi_{1}, \frac{n_{0}T}{4}\right)$

$$Y_1 \sim N\left(-\frac{AT}{2}\sin\varphi_1, \frac{n_0T}{4}\right)$$

$$\therefore M_1$$
 广义瑞利 $f(M_1)$



西安电子科技大学

$$\therefore f(M_1) = \frac{M_1}{\sigma_M^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_M^2} \left[M_1^2 + \left(\frac{AT}{2}\right)^2\right]\right\} I_0\left(\frac{ATM}{2\sigma_M^2}\right) \qquad M_1 \ge 0$$

$$\not \parallel \psi \quad \sigma_M^2 = \frac{n_0 T}{4}$$

本文件分供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森城等
$$X_2 = \int_0^t y(t) \cos \omega_t dt = \int_0^t n(t) \cos \omega_2 t dt = X_2 \sim N \begin{pmatrix} 0, \frac{\pi}{4} \end{pmatrix}$$

$$Y_2 = \int_0^T y(t) \sin \omega_2 t dt = \int_0^T n(t) \sin \omega_2 t dt \qquad Y_2 \sim N\left(0, \frac{n_0 T}{4}\right)$$

$$\therefore M_2$$
 瑞利 $f(M_2)$



西安电子科技大学

通信工程学院

实验班和空院钱学森班学

$$P_{s_1}(s_2) = \int_0^\infty f(M_1) \left[\int_{M_1}^\infty f(M_2) dM_2 \right] dM_1 = \frac{1}{2} e^{-\frac{E_b}{2n_0}}$$

二进制随相信号最佳接收机的误码率为:

本文件仅供西安电司

习使用,不得用于作 $P_e = \frac{1}{2}e^{-\frac{E_b}{2n_0}}$

适用条件: 等概, 等能量, 正交



西安电子科技大学

接收方式	实际接收机 P_e	最佳接收机 P_e
相干2PSK	$\frac{1}{2}$ erfc (\sqrt{r})	$rac{1}{2} erfc \left(\sqrt{rac{E_b}{n_0}} ight)$
相干2FSK	$\frac{1}{2}$ erfc $\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$	$rac{1}{2}$ erfc $\left(\sqrt{rac{E_b}{2n_0}} ight)$
相干2ASK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{r}{4}}\right)$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{4n_0}} \right)$
非相干2FSK	$\frac{1}{2}e^{-\frac{r}{2}}$	$\frac{1}{2}e^{-\frac{E_b}{2n_0}}$



西安电子科技大学

$$r = \frac{S}{N}$$
 (信噪比) ~ $\frac{E_b}{n_0}$ (信噪比)

$$r > \frac{E_b}{n_0}$$
 \longrightarrow $P_{eg} < P_{et}$ 实际接收机性能优于最佳接收机本文件仅供西安电子科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学习使用 E_b 不得用 P_{eg} 字。实际接收机性能差于最佳接收机

$$r = \frac{E_b}{n_0}$$
 \longrightarrow $P_{eg} = P_{ef}$ 实际接收机性能等于最佳接收机



西安电子科技大学

通信工程学院

设接收机输入信号功率为 S , 持续时间为 $\left(0,T\right)$, 噪声单边功率谱密度为 n_0

实际接收机:
$$r = \frac{S}{N} = \frac{S}{n_o}$$

本文件仅供西安电子科技大学通**河**课程实验班和空院钱学森班学习使用,任持用子性何商 n_0

$$\therefore B > \frac{1}{T} \qquad \therefore r < \frac{E_b}{n_0}$$

最佳接收机性能一定优于实际接收机。



西安电子科技大学

- 设2PSK信号的最佳接收机与实际接收机具有相同的信噪比 $\frac{E_b}{n_0}$
- 若 $E_b/n_0=10dB$,实际接收机带通滤波器的带宽为6/T(Hz),T 为码元宽度。
- 则两种接收机的性能相差多少?
- 本•文解:仅最佳接收机科技大学通原课程实验班和空院钱学森班学习使用,不得用于任何产业用途 $fc(\sqrt{\frac{E_b}{n_0}})$
 - 在大信噪比条件下

$$P_e \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi \frac{E_b}{n_0}}} \exp(-\frac{E_b}{n_0}) = 4.0 \times 10^{-6}$$



西安电子科技大学

通信工程学院

- 实际接收机:
- 带通滤波器输出信噪比:

$$r = \frac{S}{N} = \frac{S}{n_0 B} = \frac{S}{6} = \frac{ST}{6n_0} = \frac{1}{6} \frac{E_b}{n_0}$$

 $r = \frac{S}{N} = \frac{S}{n_0 B} = \frac{ST}{6} = \frac{1}{6} \frac{E_b}{n_0}$ 本文件仅供西安电子科技大学**返**原课程实验班和空院钱学森班学 习使用,不得用于任何商业用途。

$$P_e = \frac{1}{2} erfc(\sqrt{r}) = \frac{1}{2} erfc(\frac{E_b}{6n_0}) = 3.4 \times 10^{-2}$$



8.6 最佳基带传输系统

西安电子科技大学

通信工程学院

本节将发送、信道和接收作为一个整体,研究整个 通信系统的最佳化。

最佳基带传输系统: 能消除码间干扰,又具有 最佳抗噪声性能的基带传输系统。

习使用,不得用于任何商业用途。 对理想信道 $C(\omega)=1$,最佳基带传输系统应满足

$$\begin{cases} \sum_{i} H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_{s}}\right) = const & |\omega| \le \frac{\pi}{T_{s}} \\ G_{T}(\omega) = G_{R}(\omega) = \sqrt{H(\omega)} \end{cases}$$