

第3章 限定性线性表—栈和队列

3.1 栈

3.2 队列

引言

- 本章我们将学习两种重要而特殊的线性数据结构
 - 从逻辑结构角度看：它们是线性表
 - 从运算角度看：它们的基本运算是线性表运算的子集，是操作受限的线性表

本章内容：介绍栈和队列的基本概念、存储结构和基本运算的实现

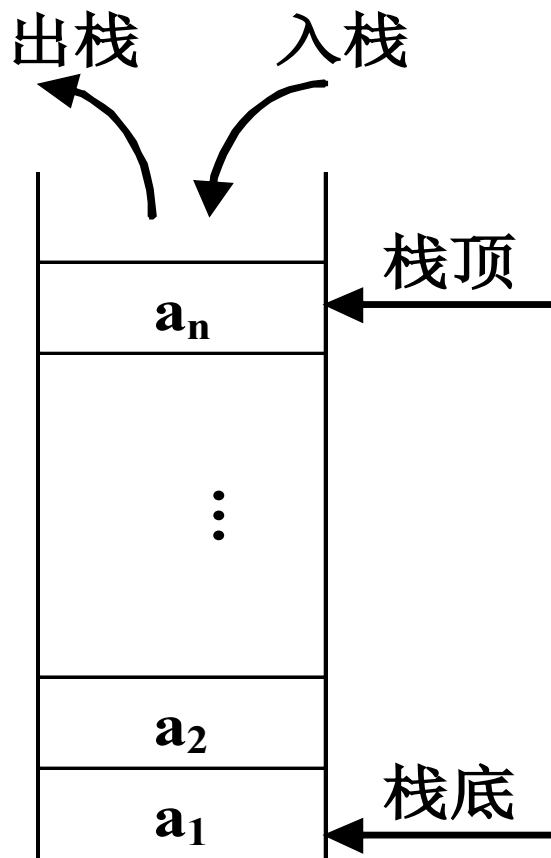
3.1 栈

1. 栈的定义

限定仅在表尾进行插入或删除操作的线性表。

$$S = (a_1, a_2, \dots, a_n)$$

- **栈底(Bottom)**: 表头端称为栈底。
- **栈顶(Top)**: 表尾端称为栈顶。
- **进栈(入栈)**: 栈的插入操作。
- **出栈(退栈)**: 删除操作。
- **空栈**: 不含元素的空表。
- **栈底元素**: a_1 ; **栈顶元素**: a_n



2. 栈的特点

“很窄的死胡同”

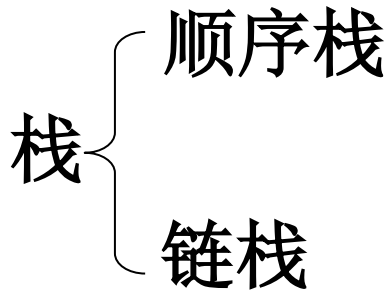
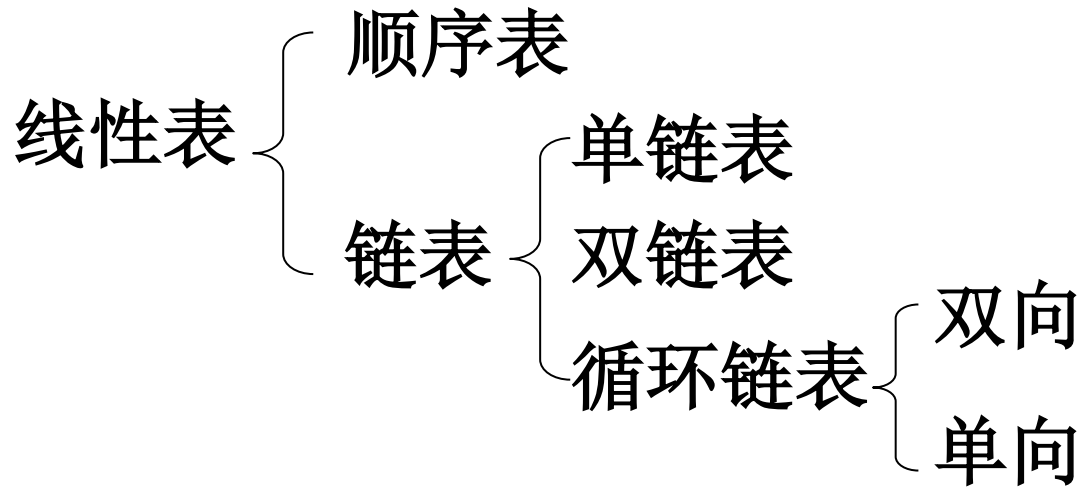
后进先出(**Last In First Out**), 简称**LIFO**结构。

栈又称后进先出线性表。

3. 栈的基本运算

- 初始化 **InitStack(&S)**。构造一个空栈
- 入栈 **Push(&S, e)**。栈S已经存在, 插入e为新的栈顶元素
- 出栈 **Pop(&S, &e)**。栈S存在且非空, 删除栈顶元素, e返回
- 读栈顶元素 **GetTop(S, &e)**。栈S存在且非空, 用e返回栈顶元素
- 判栈空 **StackEmpty(S)**。栈S存在, 若为空栈, 返回真, 否则假

4.栈的表示和实现



●顺序栈

顺序栈的类型定义

```
typedef struct{  
    SElemType *base; //栈底指针  
    SElemType *top;  //栈顶指针  
    int stacksize; //栈已分配的空间  
大小  
}SqStack; //动态分配
```

```
typedef struct{  
{  
    SElemType data[MAXSIZE];  
    int top;  
} SqStack; //静态分配
```

SqStack S;

①栈结构不存在

S.base = NULL;

②空栈

S.base = S.top;

③栈满

S.top - S.base >=

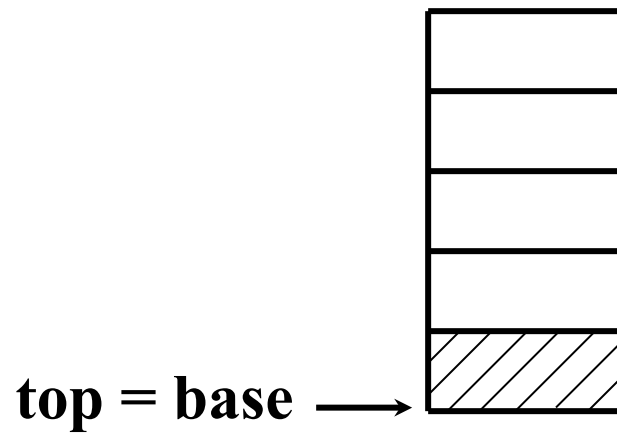
S.stacksize;

①空栈

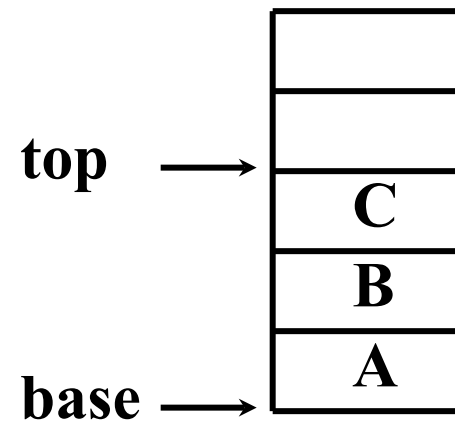
top = 0;

②栈满

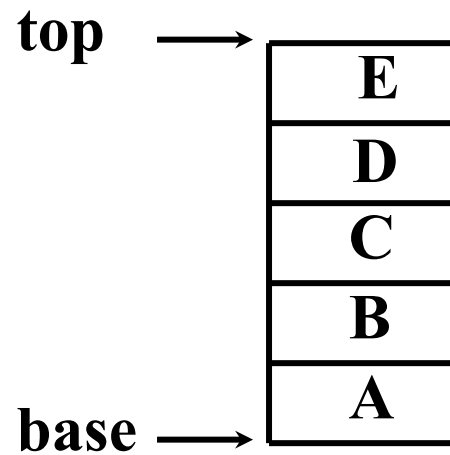
top = MAXSIZE;



空栈



栈中有三个元素

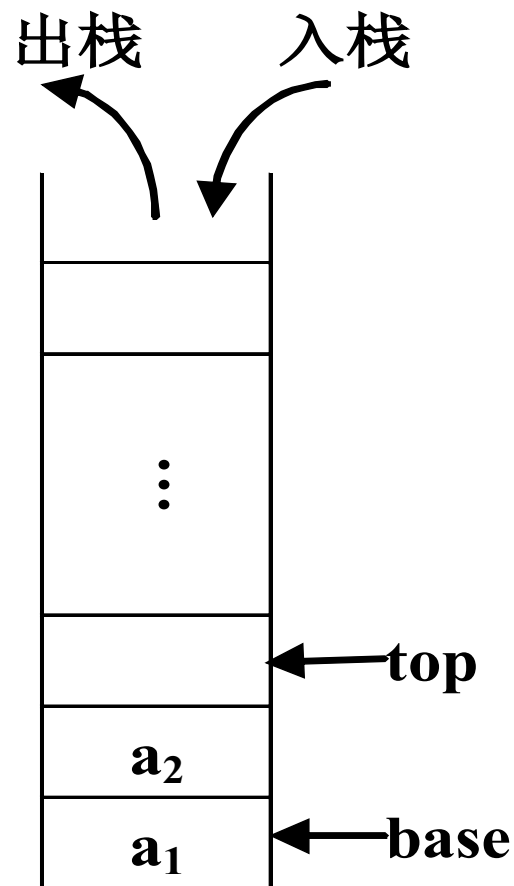


满栈

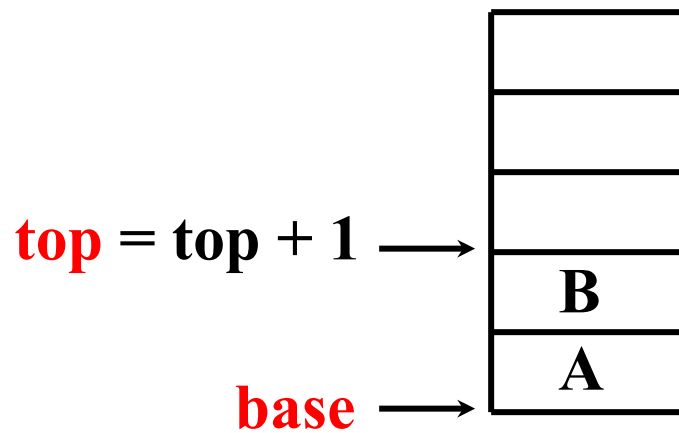
- 顺序栈中的进栈和出栈

栈仅在表的一端进行操作；

top指针始终指向栈顶元素的下一位置。

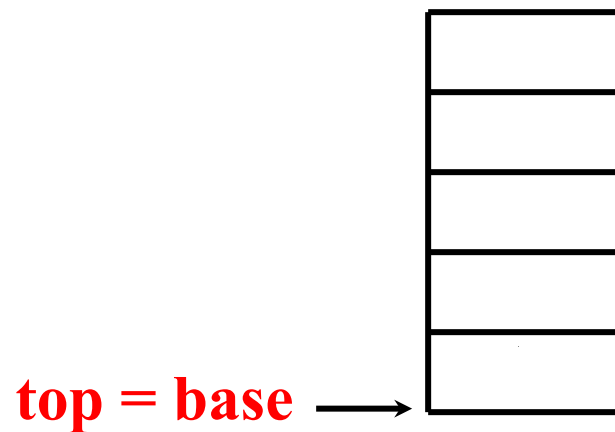


例，在栈中插入元素 **A** 和 **B**



插入 **B**

例，删除栈顶元素 **B** 和 **A**



删除 **C**

ERROR

- **初始化 InitStack(SqStack &S)**

```
{  
    S.base = S.top = (SElemType *)malloc(...);  
    if(!S.base) exit(OVERFLOW);  
    S.stacksize = STACK_INIT_SIZE;  
    return OK;  
}
```

- 读栈顶元素 **GetTop(SqStack S, SElemType&e)**

{

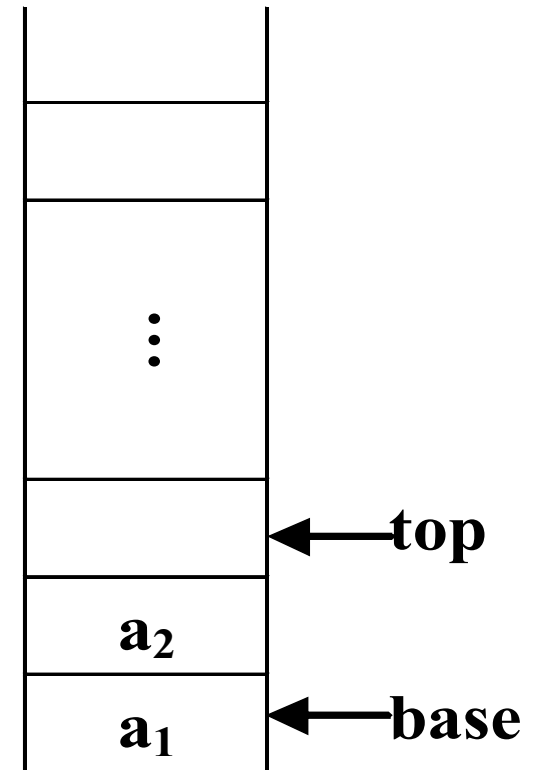
if(S.top == S.base)

return ERROR;

e = *(S.top - 1);

return OK;

}

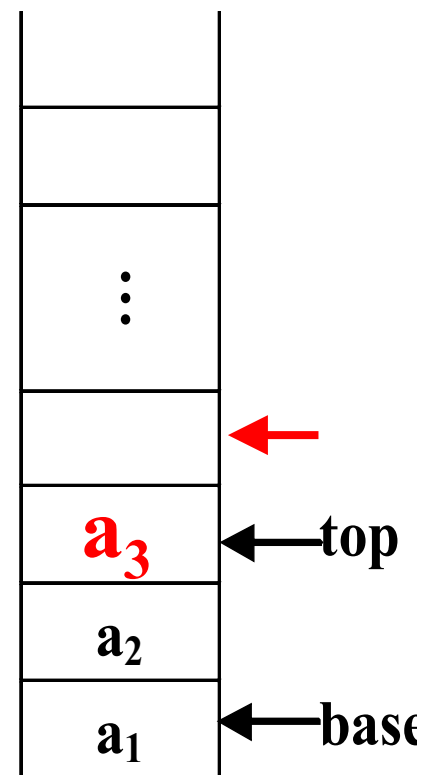


- 入栈 `Push(SqStack &S, SElemType e)`

```

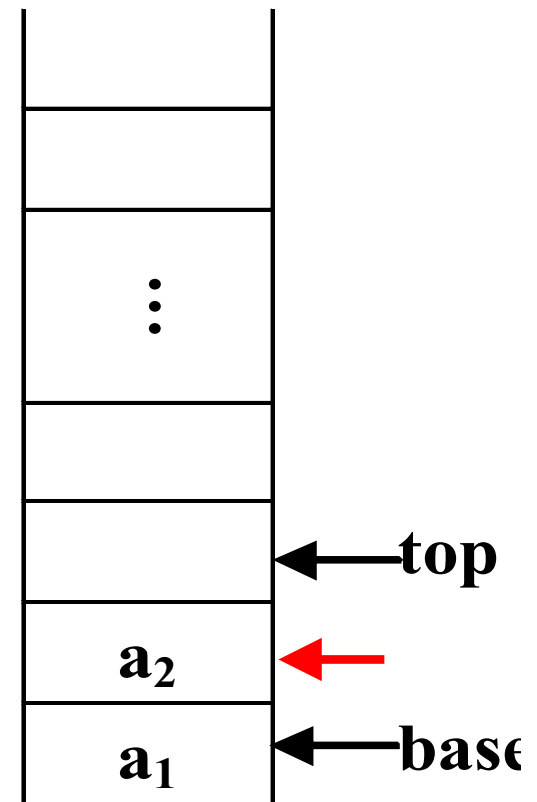
{
    if(S.top - S.base >= S.stacksize){
        S.base = (SElemType *)realloc(...);
        if(!S.base) exit(OVERFLOW);
        S.top = S.base + S.stacksize;
        S.stacksize += STACKINCREMENT;
    }
    *S.top++ = e;  /*S.top = e; S.top++;
return OK;
}

```



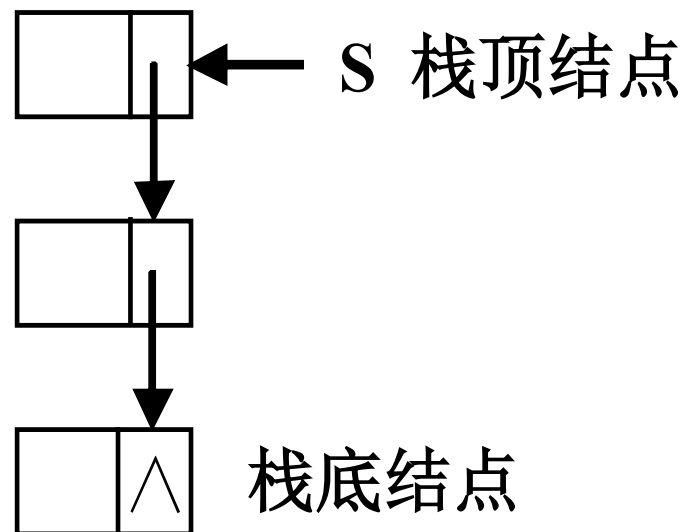
● 出栈 **Pop(SqStack &S, SElemType &e)**

```
{  
    if(S.top == S.base)  
        return ERROR;  
    e = *--S.top; //--S.top ; e = *S.top;  
    return OK;  
}
```



- 链栈

```
typedef struct STNode{  
    SElemType    data;  
    struct STNode *next;  
}STNode, *LinkStack;
```



- 栈顶结点

- 栈底结点

- 栈顶指针：链栈由栈顶指针S唯一确定

- 链栈本身无容量限制，在用户内存空间的范围内不会出现栈满情况

- 初始化 **InitStack(LinkStack &S)**

```
{
```

```
    S = NULL;
```

```
    return OK;
```

```
}
```

- 读栈顶元素 **GetTop(LinkStack S, SElemType&e)**

```
{
```

```
    if(S == NULL)
```

```
        return ERROR;
```

```
    e = S->data;
```

```
    return OK;
```

```
}
```


● 入栈 **Push(LinkStack &S, SElemType e)**

```
{  
    p = (LinkStack) malloc( sizeof( STNode));  
    if(!p)  
        exit(OVERFLOW);  
    p->data = e;  
    ① p->next = S;  
    ② S = p;  
    return OK;  
}
```

● 出栈 **Pop(LinkStack &S, SElemType &e)**

```
{  
    if(S == NULL)  
        return ERROR;  
    e = S->data;  
    ① p = S;  
    ② S = S->next;  
    free(p);  
    return OK;  
}
```

5.栈总结

- 栈是一种具有线性结构的数据结构，是操作受限的线性表；
- 栈的特点是后进先出，只能在栈顶进行插入和删除操作，分别称为入栈和出栈；
- 顺序栈中，栈空标志： $S.top = S.base$ ；
栈满标志： $S.top - S.base \geq S.stacksize$ ；
- 链栈中，不设头结点，头指针就是栈顶指针，
栈空 $S = NULL$ 。

练习:

1. 设一个栈的输入序列为A,B,C,D,则借助一个栈所得到的输出序列不可能是__。

(A) A,B,C,D

(B) D,C,B,A

(C) A,C,D,B

(D) D,A,B,C

答:可以简单地推算,得容易得出D,A,B,C是不可能的,因为D先出来,说明A,B,C,D均在栈中,按照入栈顺序,在栈中顺序应为D,C,B,A,出栈的顺序只能是D,C,B,A。所以本题答案为D。

练习:

2. 已知栈的输入序列为 $1, 2, 3, \dots, n$ 。输出序列为 a_1, a_2, \dots, a_n ，若 $a_1 = n$ ，问 $a_i = ?$

$$a_i = n - i + 1$$

3. I表示入栈，O表示出栈，若元素入栈顺序为1234，为了得到1342的出栈顺序，相应的I和O的操作串是什么？

$$I_1 O_1 I_2 I_3 O_3 I_4 O_4 O_2$$

4. 设 n 个元素进栈序列是 $1, 2, 3, \dots, n$, 其输出序列是 p_1, p_2, \dots, p_n , 若 $p_1 = 3$, 则 p_2 的值__。

(A) 一定是2

(B) 一定是1

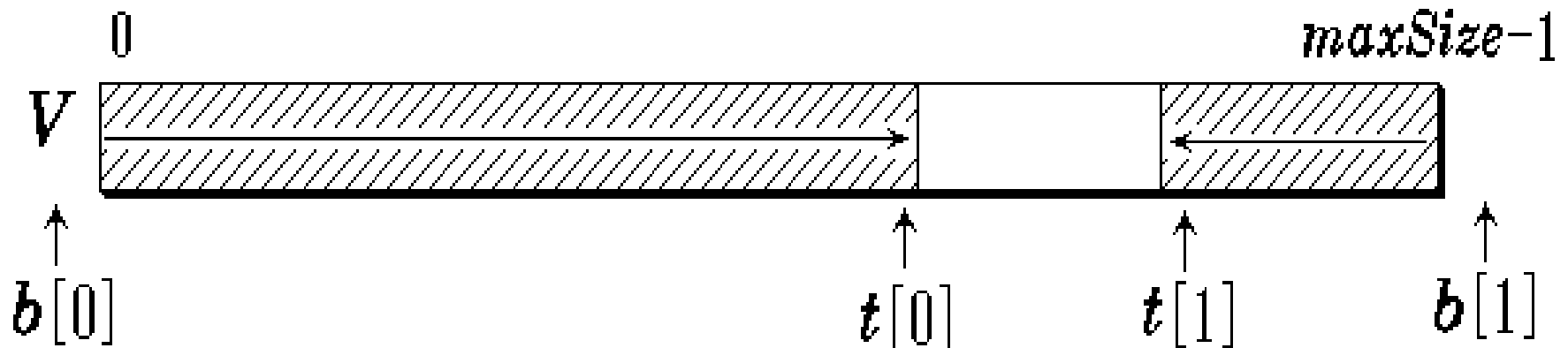
(C) 不可能是1

(D) 以上都不对

答: 当 $p_1 = 3$ 时, 说明 $1, 2, 3$ 先进栈, 立即出栈 3 , 然后可能出栈, 即为 2 , 也可能 4 或后面的元素进栈, 再出栈。因此, p_2 可能是 2 , 也可能是 $4, \dots, n$, 但一定不能是 1 。所以本题答案为C。

- 双栈共享一个栈空间

```
typedef struct{  
    SElemtype *base[2];  
    SElemtype *top[2];  
    int        stacksize;  
}DSqStack; //双向栈类型
```



●作业:

3.3

3.4

3.2 栈的应用举例

1. 数制转换

$$N = (N \text{ div } d) * d + N \text{ mod } d$$

$$(1348)_{10} = (2504)_8$$

8	13484
8	1680
8	215
8	22
	0	

```
void conversion()
```

```
{
```

```
    InitStack(S);
```

```
    scanf("%d", &N);
```

```
    while(N){
```

```
        Push(S, N%8);
```

```
        N = N/8;}
```

```
    while(!StackEmpty(S)){
```

```
        Pop(S, e);
```

```
        printf("%d", e);}
```

```
}
```

2.括号匹配的检验

假设在表达式中

([] ()) 或 [([] [])]

为正确的格式,

[(]) 或 ([()) 或 (())

均为不正确的格式。

分析可能出现的不匹配的情况:

- 到来的右括弧非是所“期待”的;
- 到来的是“不速之客”;
- 直到结束,也没有到来所“期待”的括弧;

算法的设计思想:

- 1) 凡出现**左括弧**，则**进栈**;
- 2) 凡出现**右括弧**，首先检查栈是否空
若**栈空**，则表明该“**右括弧**”**多余**
否则**和栈顶元素**比较，
若**相匹配**，则“**左括弧出栈**”
否则表明**不匹配**
- 3) **表达式检验结束时**，
若**栈空**，则表明表达式中**匹配正确**
否则表明“**左括弧**”**有余**

Status match(char *str)

2. 括号匹配的检验

```
{ InitStack(S);  
  for(p=str; *p; p++){  
    switch(*p){  
      case '(':  
      case '[':  
      case '{': Push(S, *p); break;  
      case ')': if (StackEmpty(S)) return ERROR;  
                Pop(S, e); if(e != '(') return ERROR; break;  
      case ']': if (StackEmpty(S)) return ERROR;  
                Pop(S, e); if(e != '[') return ERROR; break;  
      case '}': if (StackEmpty(S)) return ERROR;  
                Pop(S, e); if(e != '{') return ERROR;  
    }//switch  
  } //for  
  if(StackEmpty(S)) return OK;  
  else return ERROR;  
}
```

3. 行编辑程序

在用户输入一行的过程中，允许 用户输入出差错，并在发现有误时可以及时更正。

设立一个输入缓冲区，用以接受用户输入的一行字符，然后逐行存入用户数据区；并假设“#”为退格符，“@”为退行符。

假设从终端接受两行字符：

```
whli###ilr#e (s#*s)
```

```
outcha@putchar(*s=#++);
```

实际有效行为：

```
while (*s)
```

```
    putchar(*s++);
```

```
Void LineEdit()
```

```
{
```

```
    InitStack(s);
```

```
    ch=getchar();
```

```
    while (ch != EOF) { //EOF为全文结束符
```

```
        while (ch != EOF && ch != '\n') {
```

```
            switch (ch) {
```

```
                case '#' : Pop(S, c); break;
```

```
                case '@': ClearStack(S); break;
```

```
                    // 重置S为空栈
```

```
                default : Push(S, ch); break;
```

```
            }
```

```
            ch = getchar(); // 从终端接收下一个字符
```

```
        }
```

```
        将从栈底到栈顶的字符传送至调用过程的数据区;
```

```
        ClearStack(S); // 重置S为空栈
```

```
        if (ch != EOF) ch = getchar();
```

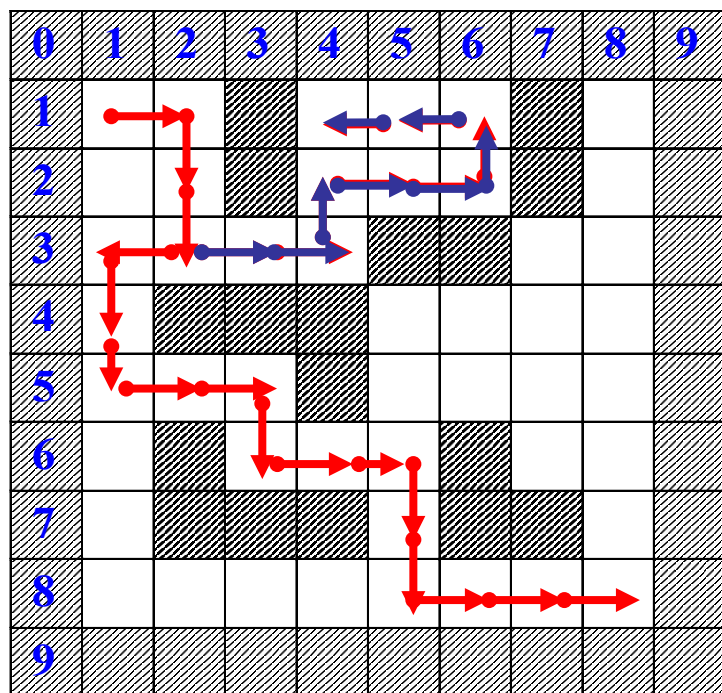
```
    }
```

```
    DestroyStack(s);
```

```
}
```

3.2 栈的应用举例

4. 迷宫求解（穷举法）

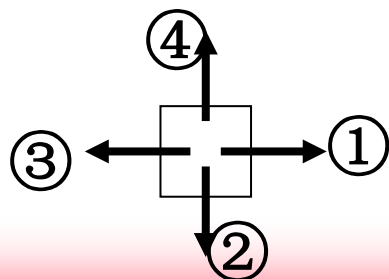


●当前位置：某一时刻所在图中某个方块位置。

●当前位置可通：未曾走到过的通道块，既要求该方块位置不在当前路径上，也不是曾经纳入过路径的通道块。

①回路不能出现，简单路径；

②防止在死胡同内转圈。



●下一位置：当前位置四周四个方向上相邻的方块。

为了表示迷宫,设置一个数组mg,其中每个元素表示一个方块的状态,为0时表示对应方块是通道,为1时表示对应方块为墙,如图3.3所示的迷宫,对应的迷宫数组mg如下:

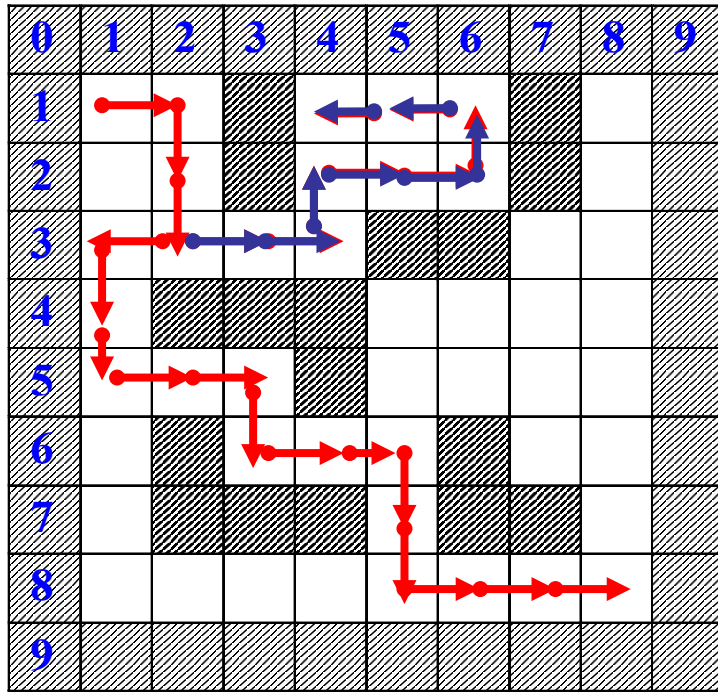
```
int mg[M+1][N+1]={ /*M=10,N=10*/  
    {1,1,1,1,1,1,1,1,1,1},  
    {1,0,0,1,0,0,0,1,0,1},  
    {1,0,0,1,0,0,0,1,0,1},  
    {1,0,0,0,0,1,1,0,0,1},  
    {1,0,1,1,1,0,0,0,0,1},  
    {1,0,0,0,1,0,0,0,0,1},  
    {1,0,1,0,0,0,1,0,0,1},  
    {1,0,1,1,1,0,1,1,0,1},  
    {1,1,0,0,0,0,0,0,0,1},  
    {1,1,1,1,1,1,1,1,1,1}};
```


- 下一位置: $\text{int movei}[4] = \{0, 1, 0, -1\};$
 $\text{int movej}[4] = \{1, 0, -1, 0\};$
设当前位置为 $e(i, j)$, 则 $e(i, j)$ 的下一位置:
 $i = e.i + \text{movei}[e.dir-1];$
 $j = e.j + \text{movej}[e.dir-1];$
- 当前通道块是否可通:
 $\text{if}(\text{maze}[i][j] == 0) \quad \text{可通};$

● 从入口到出口的路径算法

设当前位置的初值为入口位置;

```
do{  
    若当前位置可通, 则{  
        将当前位置插入栈顶;  
        若该位置为出口位置, 则结束;  
        将该位置的东邻块置为当前位置;  
    }  
    否则{  
        若栈不空且栈顶位置尚有其它方向未经探索, 则  
            设定新的当前位置为栈顶位置的下一相邻块;  
        若栈不空但栈顶位置的四周均不通, 则  
            删去栈顶位置;  
            若栈不空, 则  
                重新测试新的栈顶位置, 直至找到一个可通的  
                相邻块或至栈空;  
    }  
}while(栈不空)
```



```
typedef struct{
    int ord; //在路径上的序号
    int i, j; //坐标
    int dir; //当前位置下一方向
}SElemType;
```

ord	i	j	dir
1	(1, 1)	1	
2	(1, 2)	2	
3	(2, 2)	2	
4	(3, 2)	3	
5	(3, 3)	1	
6	(3, 4)	4	
7	(2, 4)	1	
8	(2, 5)	1	
9	(2, 6)	4	
10	(1, 6)	3	
11	(1, 5)	3	
12	(1, 4)	X	
13	(3, 1)	2	
14	(4, 1)	2	

●表达式求值（算符优先算法）

这里限定的表达式求值问题是:用户输入一个包含“+”、“-”、“*”、“/”、正整数和圆括号的合法数学表达式,计算该表达式的运算结果。

操作数（operand）、运算符（operator）、界限符（delimiter 左右括号和表达式结束符），运算符和界限符统称算符。

(7+15) * (23-28/4)

- (1) 从左算到右;
- (2) 先乘除, 后加减;
- (3) 先括号内, 后括号外。

算术表达式的求值

算术表达式中运算符(+,-,*,/等)的优先规则

- 设置两个工作栈：**OPND栈**和**OPTR栈**

运算符栈OPTR和操作数栈OPND。OPND也放表达式的运算结果。

算法思想：

1 首先置操作数栈OPND为空栈，置运算符栈OPTR的栈底为表达式的起始符#(优先级最低)。

2 依次读入表达式中的每个字符ch，直至表达式结束：

若ch是操作数,则进OPND栈；

若ch是运算符，若其优先级不高于栈顶运算符的优先级时，则取出栈OPND的栈顶和次栈顶的两个元素以及栈OPTR的栈顶运算符，进行相应的运算，并将结果放入栈OPND中；如此下去，直至ch的优先级高于栈顶运算符的优先级，将ch入OPTR栈。

$\theta_1 \backslash \theta_2$	+	-	*	/	()	#
+	>	>	<	<	<	>	>
-	>	>	<	<	<	>	>
*	>	>	>	>	<	>	>
/	>	>	>	>	<	>	>
(<	<	<	<	<	=	
)	>	>	>	>		>	>
#	<	<	<	<	<		=

- $\theta_1 < \theta_2$, 表明不能进行 θ_1 的运算, θ_2 入栈, 读下一字符。
- $\theta_1 > \theta_2$, 表明可以进行 θ_1 的运算, θ_1 退栈, 运算, 运算结果入栈。
- $\theta_1 = \theta_2$, 脱括号, 读下一字符或表达式结束。

● #3* (7-2)

步骤	OPTR栈	OPND栈	输入字符	主要操作
1	#		<u>3</u> *(7-2)#	PUSH(OPND,'3')
2	#	3	<u>*</u> (7-2)#	PUSH(OPTR,'*')
3	#*	3	<u>(</u> 7-2)#	PUSH(OPTR,'(')
4	#*(3	<u>7</u> -2)#	PUSH(OPND,'7')
5	#*(37	<u>-</u> 2)#	PUSH(OPTR,'-')
6	#*(-	37	<u>2</u>)#	PUSH(OPND,'2')
7	#*(-	372)#	operate('7','-', '2')
8	#*(35)#	POP(OPTR)
9	#*	35	#	operater('3','*', '5')
10	#	15	#	RETURN

表达式求值算法

- ElemType EvalExpression()
- {char ch,opnd[maxch],optr[maxch];//opnd是运算数栈,optr是运算符栈
- init(optr); push(optr, '#');
- init(opnd); ch=getchar();
- while(ch!='#' || gettop(optr)!='#')
- if(!in(ch,op)) {push(opnd,ch); ch=getchar();} //不是运算符就进栈
- else switch(precede(gettop(optr),ch))
- {case '<': //栈顶元素优先级低
- push(optr,ch); ch=getchar(); break;
- case '=': //脱括号并接收下一字符
- pop(optr,x); ch=getchar(); break;
- case '>': //退栈并将运算结果入栈
- pop(optr,theta);
- pop(opnd,b); pop(opnd,a);
- push(opnd,operate(a,theta,b)); break;
- } //switch
- return gettop(opnd)
- }

3.3 栈与递归的实现

1. 递归的概念：

一个过程（或子程序，函数）在完成之前又直接或间接地调用自己，则称之为递归过程（或子程序，函数）。

若直接调用自己称为直接递归，若通过其它函数并由后者反过来调用前者，称为间接递归。

2. 递归不是一种数据结构，而是一种算法设计方法。

3. 以下三种情况，常用到递归方法

- 数学函数是递归定义的

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{当 } n = 0 \text{ 时} \\ n * (n-1)!, & \text{当 } n \geq 1 \text{ 时} \end{cases}$$

求阶乘的递归算法

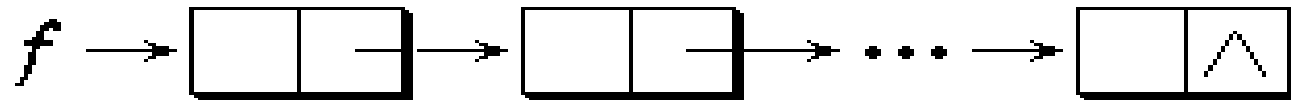
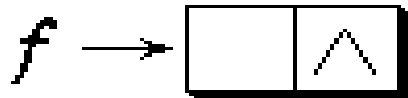
```
long Factorial ( long n ) {  
    if ( n == 0 )  
        return 1;  
    else  
        return n * Factorial (n-1);  
}
```

●求解阶乘 $n!$ 的过程



- 数据结构是递归的

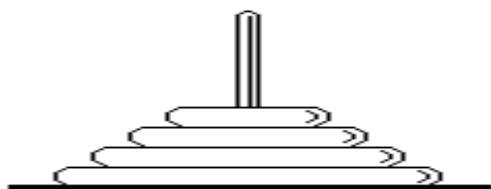
例：单链表结构



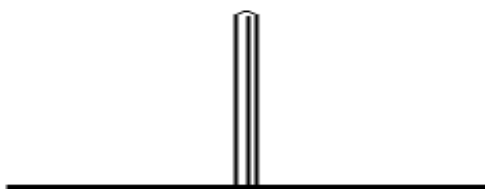
搜索链表最后一个结点并打印其数值

```
void Find ( LNode *L ) {  
    if ( L->next == NULL )  
        cout << L->data << endl;  
    else  
        Find ( L->next );  
}
```

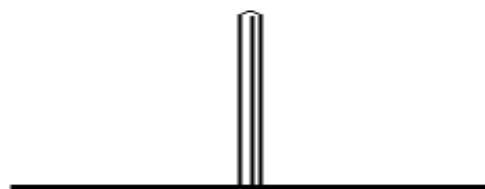
- 问题的解法是递归的
例如，汉诺塔(**Tower of Hanoi**)问题



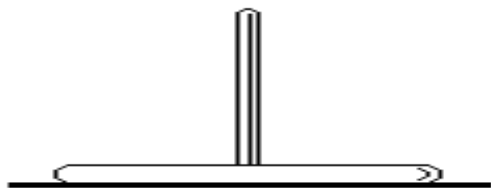
A



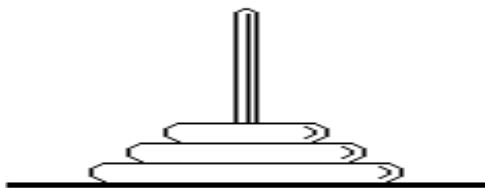
B



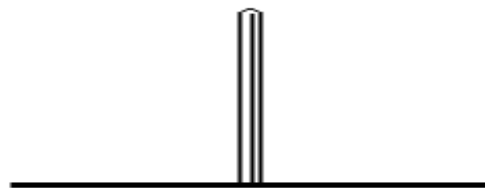
C



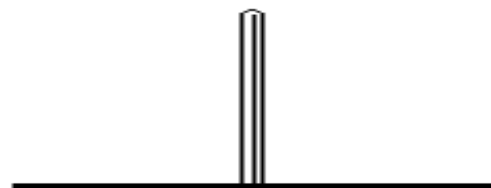
A



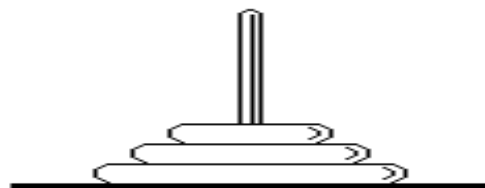
B



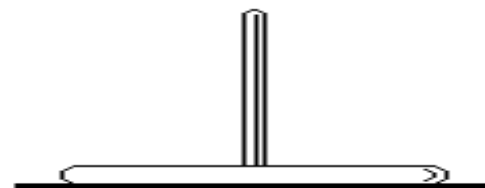
C



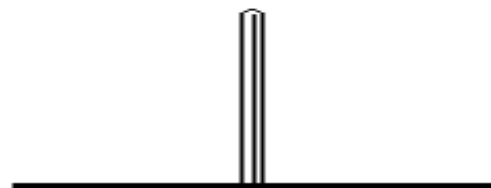
A



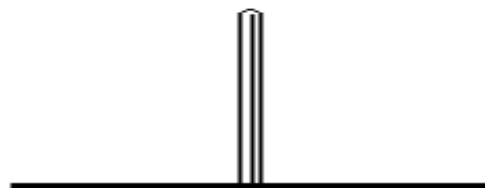
B



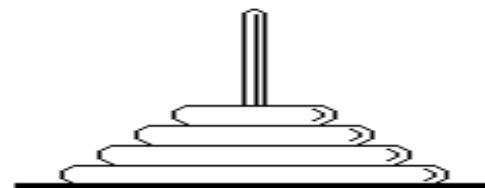
C



A



B



C

解决汉诺塔问题的算法

```
void Hanoi (int n, char A, char B, char C)
1{
2  if ( n == 1 )
3      cout << “ Move disk”<< n<<“from”<<A
        << “to ” << C << endl;
4  else {
5      Hanoi ( n-1, A, C, B );
6      cout << “Move disk”<< n<<“from”<<A
        <<“to”<< C<< endl;
7      Hanoi ( n-1, B, A, C );
8  }
9}
```

4. 递归设计

- 对原问题 $f(s)$ 进行分解，给出合理的较小问题 $f(s')$;
- 假设 $f(s')$ 是可解的，在此基础上确定 $f(s)$ 的解，给出 $f(s)$ 与 $f(s')$ 之间的关系;
- 确定一个特定情况的解，由此作为递归出口。

含一个递归调用的递归过程的一般形式

```
void p(参数)
{
    if(数据为递归出口) 操作;
    else{ 操作; p(参数); 操作; }
}
```

5.递归调用的内部实现原理

(1) 一般函数调用

运行被调用函数之前

- 实在参数，返回地址传给被调用函数保存；
- 为被调用函数的局部变量分配存储区；
- 将控制转移到被调用函数入口，转被调用函数执行。

被调用函数返回之前

- 保存被调用函数的计算结果；
- 释放被调用函数的数据区；
- 按返回地址将控制权转移到调用函数。

(2) 递归调用 调用自身代码的复制件

函数之间的信息传递和控制转移通过“栈”来实现。

递归工作栈

- 每一次递归调用时，需要为过程中使用的参数、局部变量等另外分配存储空间。
- 每层递归调用需分配的空间形成递归工作记录，按后进先出的栈组织。



多个函数嵌套调用的规则是：

后调用先返回！

此时的内存管理实行“栈式管理

例如：

```
void main( ){    void a( ){    void b( ){  
    ...          ...          ...  
    a( );        b( );  
    ...          ...  
} //main        } // a      } // b
```

Main的数据区

递归函数执行的过程可视为**同一函数**进行嵌套调用

递归工作栈：递归过程执行过程中占用的数据区。

递归工作记录：每一层的递归参数合成一个记录。

当前活动记录：栈顶记录指示当前层的执行情况。

当前环境指针：递归工作栈的栈顶指针。

- 递归算法具有两个特性：

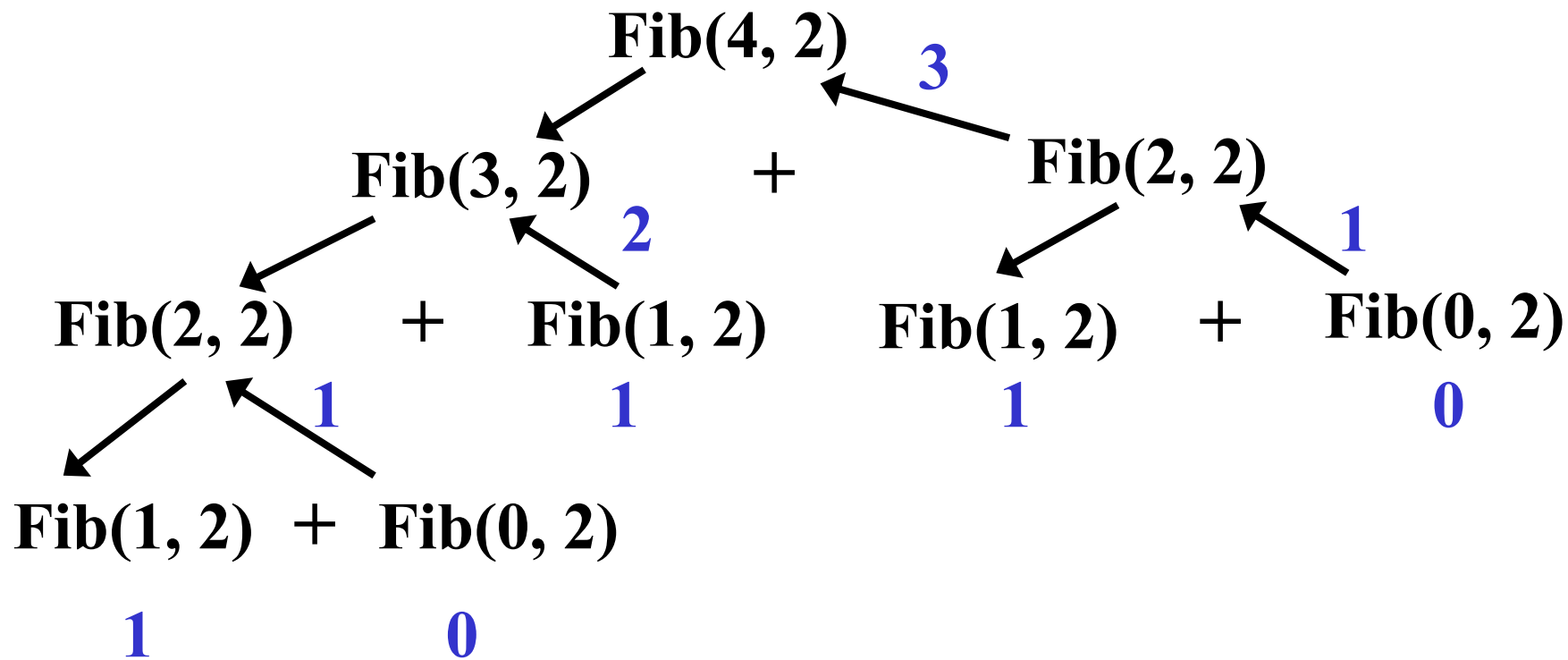
(1) 递归算法是一种分而治之、把复杂问题分解为简单问题的求解问题方法，对求解某些复杂问题，递归算法的分析方法是有效的。

(2) 递归算法的时间效率低。递归执行时需要系统提供隐式栈实现递归，效率低且费时。

- 练习：递归算法计算K阶斐波那契(Fibonacci)数列的第m项值。

```
int  Fib ( int m, int k)
{   if( k < 2 || m < 0) return -1;
    if( m < k-1) return 0;
    else if( m == k-1 ) return 1;
    else{
        sum = 0;
        for( i = 1; i <= k; i++)
            sum += Fib( m - i, k);
        return sum;
    }
}
```

$m=4, k=2$



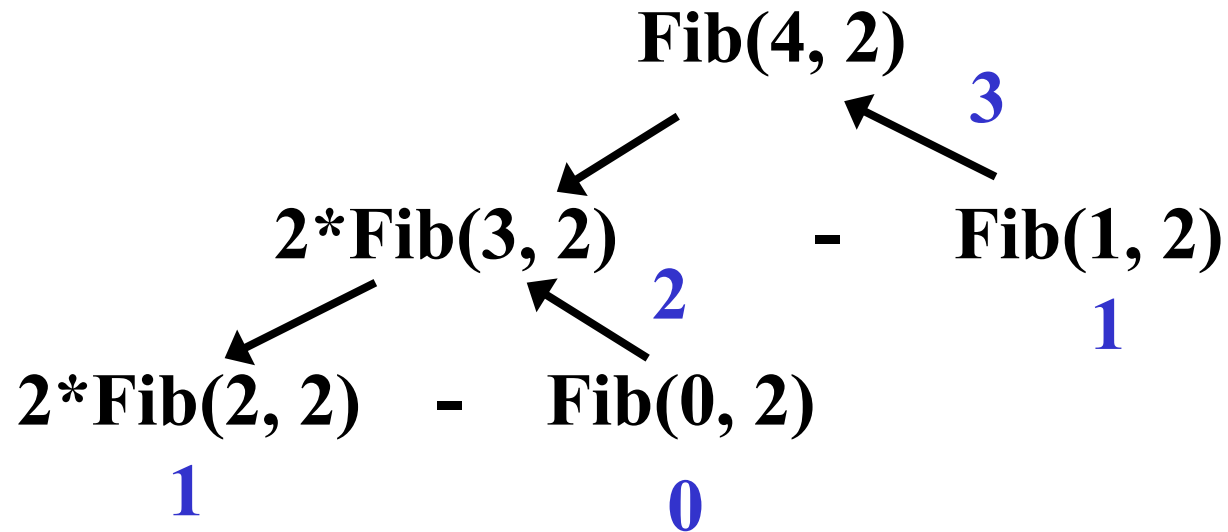
$$f_m = 2 * f_{m-1} - f_{m-(k+1)}$$

```

int Fib ( int m, int k)
{
  if( k < 2 || m < 0) return -1;
  if( m < k-1) return 0;
  else if( m == k-1 || m == k ) return 1;
  else
    return 2*Fib( m-1, k) – Fib( m-k-1, k);
}

```

m=4, k=2



●非递归算法计算K阶斐波那契(Fibonacci)数列的第m项值。

0	1	2	3	4	5	k-1
0	0	0	0	0	0	1
f_k	f_{k+1}	f_{k+2}	f_{k+3}	f_{k+4}	f_{k+5}	f_{2k-1}

```
int Fib(int k, int m)
{
    if(k<2 || m<0)  return -1;
    if(m<k-1) return 0;
    else if(m == k-1) return 1;
    else{
        temp = new int[k];
        for(i=0; i<=k-2; i++) temp[i] = 0;
        temp[k-1] = 1;
        for(i=k; i<=m; i++){
            sum = 0;
            for(j=0; j<k; j++) sum += temp[j];
            temp[i%k] = sum;
        }
        r=temp[m%k];
        delete [] temp;
        return r;
    }
}
```

```
int Fib(int k, int m)
```

```
{
```

```
    if(k<2 || m<0) return -1;
```

```
    if(m<k-1) return 0;
```

```
    else if((m == k-1) || (m == k)) return 1;
```

```
    else{
```

```
        temp = new int[k];
```

```
        for(i=1; i<=k-2; i++) temp[i] = 0;
```

```
        temp[0] = temp[k-1] = 1; s = 0;
```

```
        for(i=k+1; i<=m; i++){
```

```
            sum = 2*temp[(i-1)%k]-s;
```

```
            s = temp[i%k];
```

```
            temp[i%k] = sum;
```

```
        }
```

```
        r=temp[m%k];
```

```
        delete [] temp;
```

```
        return r;
```

```
    }
```

```
}
```

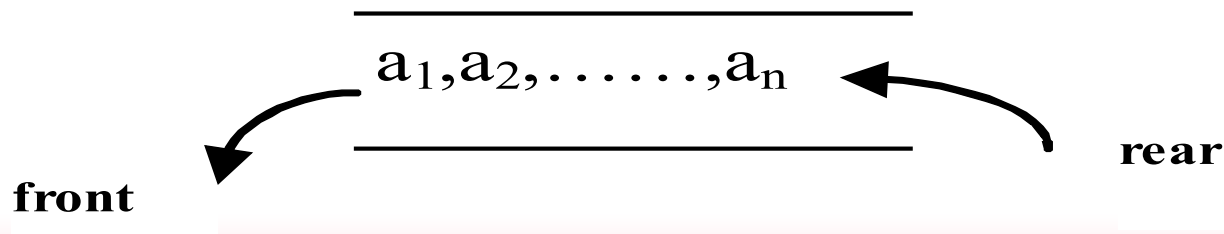
$$f_m = 2 * f_{m-1} - f_{m-(k+1)}$$

3.4 队列

1. 队列的定义：一种先进先出的线性表。

$$q = (a_1, a_2, \dots, a_n)$$

- 队尾(rear)：允许插入的一端。
- 队头(front)：允许删除的一端。
- 空队列：不含元素的空表。
- 队头元素： a_1 ； 队尾元素： a_n



2. 队列的特点

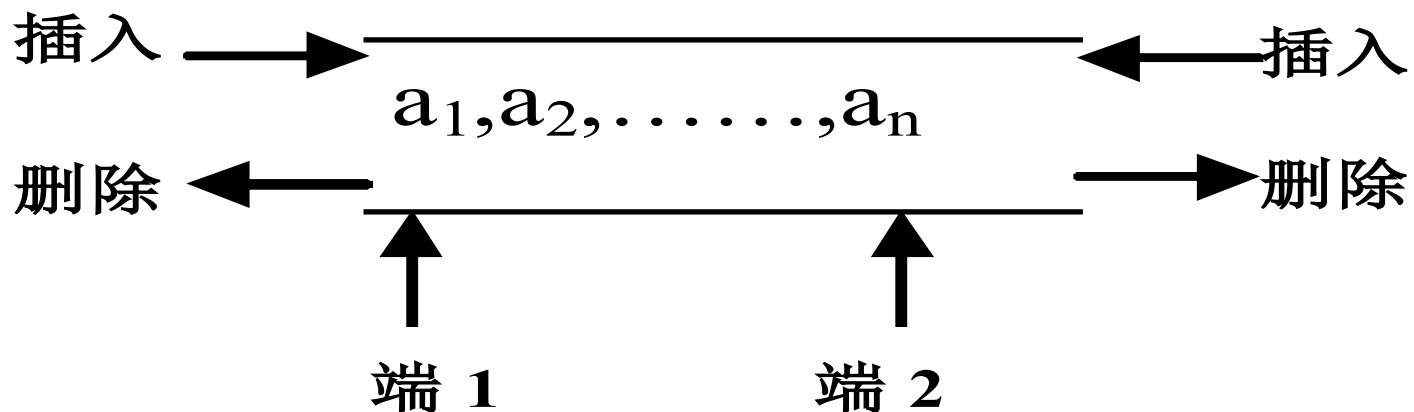
先进先出(First In First Out), 简称FIFO结构。
一种限定性数据结构。

3. 队列的基本运算

- 队列初始化 **InitQueue(&Q)**。设置一个空队列
- 入队列 **EnQueue(&Q, e)**。队列Q存在, 插入e为新的队尾元素
- 出队列 **DeQueue(&Q, &e)**。Q存在且非空, 删除队头元素
- 读队头元素 **GetHead(Q, &e)**。Q存在且非空, 用e返回队头元素
- 判队列空 **QueueEmpty(S)**。Q存在, 若为空队列, 返回真, (假)

4. 双端队列（Deque）

限定插入和删除操作在表的两端进行的线性表。



- 输出受限的双端队列：一端允许插入和删除，另一端只允许插入；
- 输入受限的双端队列：一端允许插入和删除，另一端只允许删除。

5.队列的表示和实现

队列 { 链队列：队列的链式表示和实现
循环队列：队列的顺序表示和实现

●链队列

链队列的类型定义

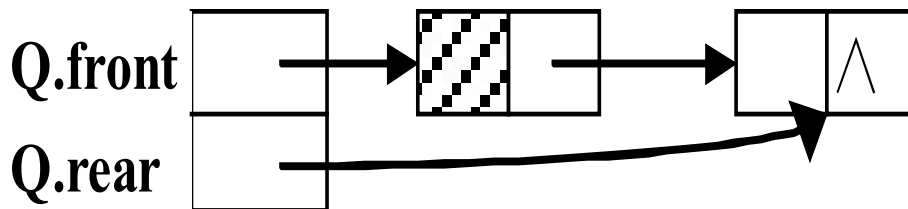
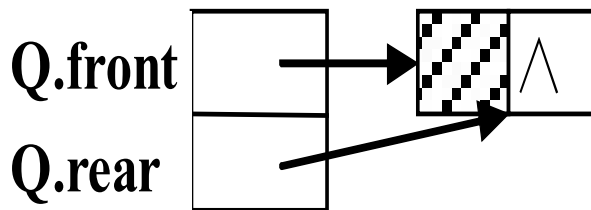
```
typedef struct QNode{  
    QElemType data;  
    struct QNode *next;  
}QNode, *QueuePtr;
```

```
typedef struct{  
    QueuePtr front; //队头指针  
    QueuePtr rear;  //队尾指针  
}LinkQueue;
```

队空的条件: $Q.front = Q.rear$; (有头结点)

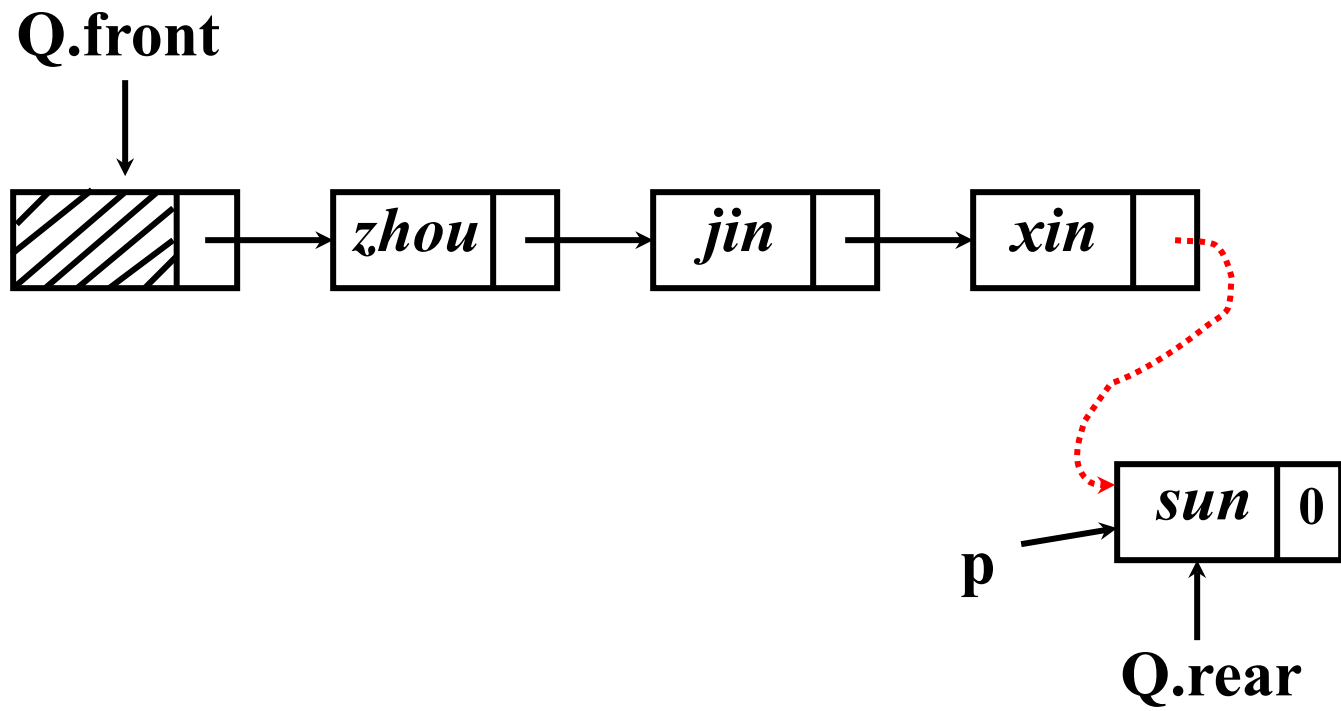
$Q.front = NULL$; (无头结点)

LinkQueue Q;



- 初始化 **InitQueue(LinkQueue &Q)**

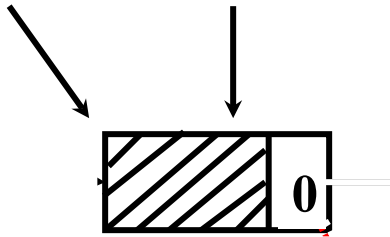
```
{  
    Q.front = Q.rear = new QNode;  
    if(!Q.front) exit(OVERFLOW);  
    Q.front->next = NULL;  
    return OK;  
}
```



● 入队列 **EnQueue(LinkQueue &Q, QElemType e)**

```
{  
    p = new QNode;  
    if(!p) exit(OVERFLOW);  
    p->data = e;  
    p->next = NULL;  
    ①Q.rear->next = p;  
    ②Q.rear = p;  
    return OK;  
}
```

Q.front **Q.rear**



$e = p \rightarrow data = \textit{xin}$

- 出队列DeQueue(LinkQueue &Q, QElemType &e)
{
 if(Q.front == Q.rear) return ERROR;
 p = Q.front->next;
 e = p->data;
 ①Q.front->next = p->next;(Q.front->next->next)
 ②if(Q.rear == p) Q.rear = Q.front;
 delete p;
 return OK;
}

循环队列—顺序存储结构

```
● typedef struct{  
    QElemType *base;  
    int front;  
    int rear;  
}SqQueue;
```

约定：空队列 $Q.front = Q.rear$;

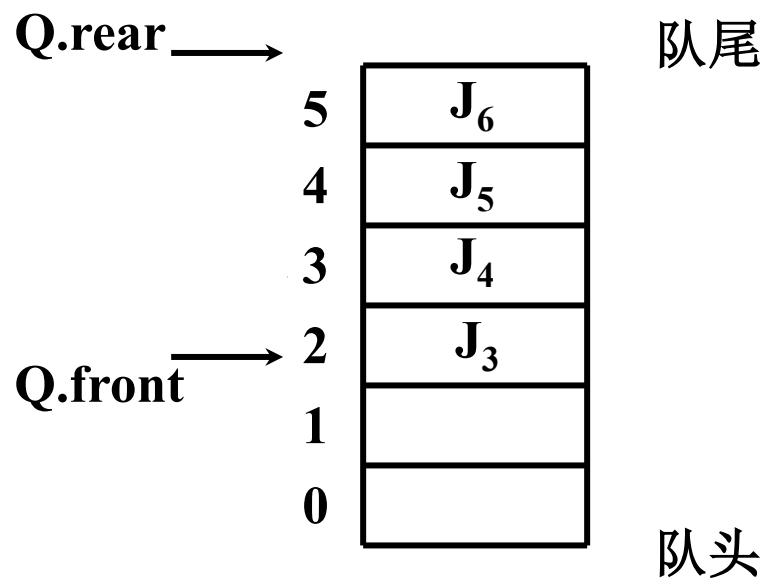
入队列（插入元素） $Q.rear++$;

出队列（删除元素） $Q.front++$;

非空队列，**front**指针始终指向队头元素，

rear指针始终指向队尾元素的下一位置。

插入、删除操作



插入元素 J₁;

插入元素 J₂、J₃;

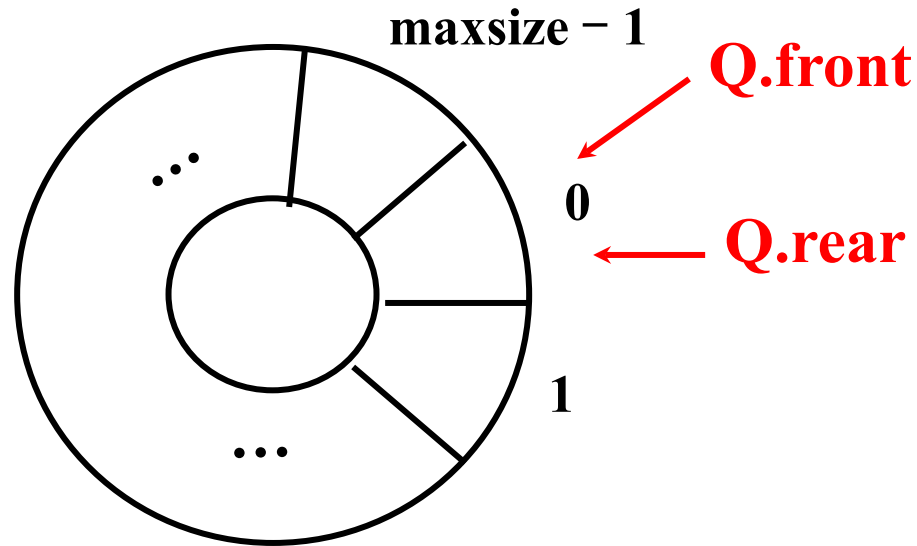
删除元素 J₁、J₂;

插入元素 J₄、J₅、J₆;

此时，**队满**，无法再插入新的元素，但实际队列中的可用空间并未真的被占满。

3. 循环队列—顺序存储结构

将顺序队列改造为一个环状的空间。



指针 **front**、**rear** 分别指示队头和队尾下一个元素。

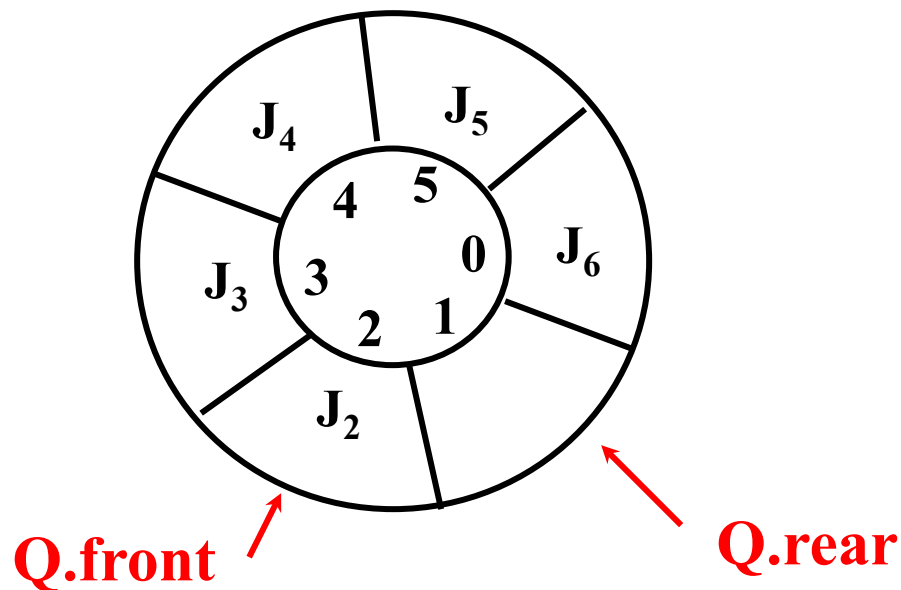
令 **front = rear = 0** 表示空队列。

每**插入**一新元素, $\text{rear} = (\text{rear} + 1) \% \text{maxsize}$,

每**删除**一元素, $\text{front} = (\text{front} + 1) \% \text{maxsize}$ 。 // % : 求余

插入、删除操作

maxsize = 6



初始， $Q.front = Q.rear = 0$ ，空队列。

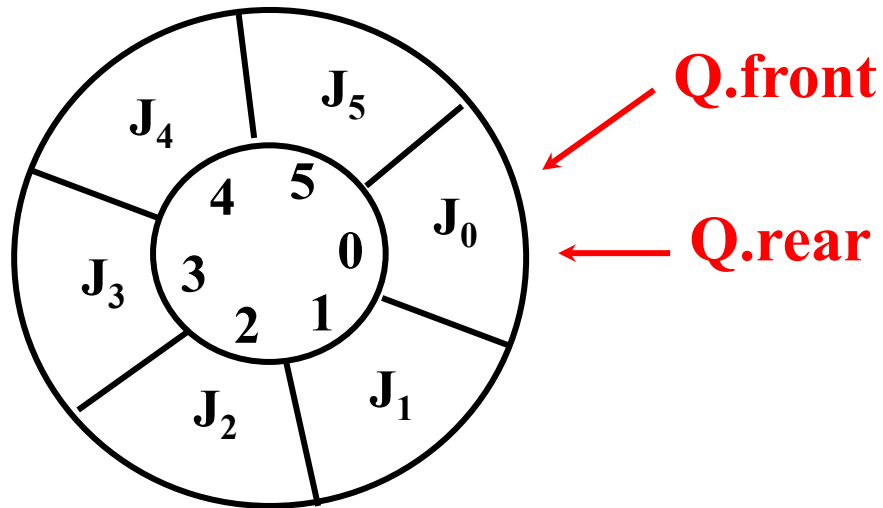
插入元素 J_0 、 J_1 、 J_2 、 J_3 、 J_4 ；

删除元素 J_0 、 J_1 ；

插入元素 J_5 、 J_6 ；

问题:

maxsize = 6



初始, **Q.front = Q.rear = 0** , 空队列。

插入元素 J_0 、 J_1 、 J_2 、 J_3 、 J_4 、 J_5 ;

Q.front = Q.rear = 0 , 满队列。

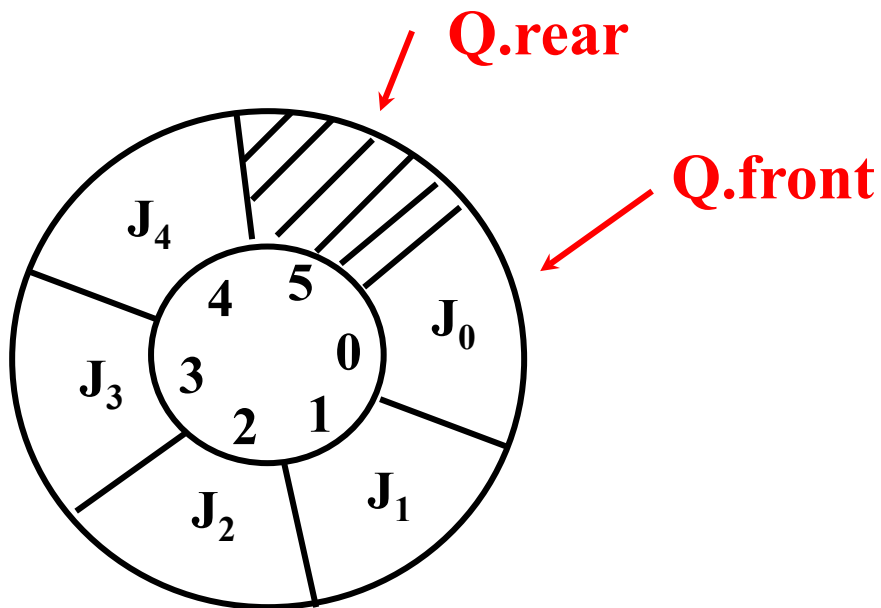
故无法通过 $\text{front} = \text{rear} = 0$ 来分辨队空或队满。

解决方案:

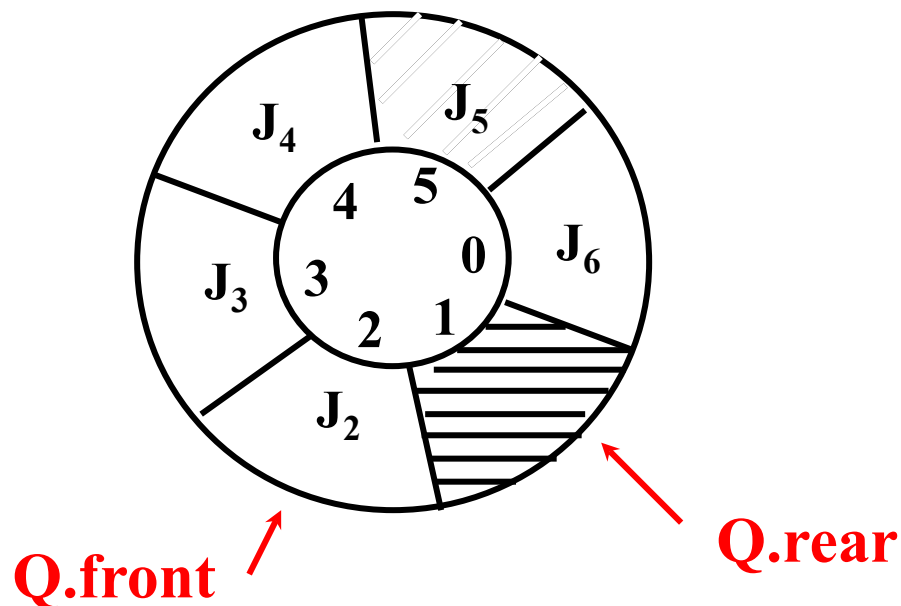
特殊空间, 规定 **front** 与 **rear** 之间总空出一个空间。

队空: $\text{Q.front} == \text{Q.rear}$

队满: $\text{Q.front} == (\text{Q.rear} + 1) \% \text{maxsize}$



$\text{maxsize} = 6$



初始, **Q.front = Q.rear = 0**, 空队列。

插入元素 J_0, J_1, J_2, J_3, J_4 ;

Q.front == (Q.rear + 1) % maxsize 队满

删除元素 J_0, J_1 ;

插入元素 J_5, J_6 ;

Q.front == (Q.rear + 1) % maxsize 队满

⑤循环队列中元素的个数

$$\text{元素个数} = \begin{cases} 0; & \text{若 } Q.\text{front} = Q.\text{rear} \text{ 队列空} \\ Q.\text{rear} - Q.\text{front}; & \text{若 } Q.\text{rear} > Q.\text{front} \\ Q.\text{rear} - Q.\text{front} + \text{MAXQSIZE}; & \\ & \text{若 } Q.\text{rear} < Q.\text{front} \\ \text{MAXQSIZE} - 1. & \text{若队满} \end{cases}$$

$$\text{元素个数} = (Q.\text{rear} - Q.\text{front} + \text{MAXQSIZE}) \% \text{MAXQSIZE}$$

- 初始化 **InitQueue(SqQueue &Q)**

```
{  
    Q.base = (QElemType *) malloc(.....);  
    if(!Q.base) exit(OVERFLOW);  
    Q.front = Q.rear = 0;  
    return OK;  
}
```

- 队列长度 **QueueLength(SqQueue Q)**

```
{  
    return (Q.rear - Q.front + MAXQSIZE)% MAXQSIZE;  
}
```

- 入队列 **EnQueue(SqQueue &Q, QElemType e)**
{
 if((Q.rear+1)%MAXQSIZE)==Q.front)
 return ERROR;
 Q.base[Q.rear] = e;
 Q.rear = (Q.rear+1) %MAXQSIZE;
 return OK;
}

- 出队列 DeQueue(SqQueue &Q, QElemType &e)
{
 if(Q.front == Q.rear)
 return ERROR;
 e = Q.base[Q.front];
 Q.front = (Q.front+1)%MAXQSIZE;
 return OK;
}

6.队列总结

- 队列是一种具有线性结构的数据结构，是操作受限的线性表；
- 队列的特点是先进先出，只能在队尾插入元素和队头删除元素，称为入队列和出队列；
- 循环队列中，队空标志： $Q.front == Q.rear$
队满标志： $(Q.rear+1)\%MAXQSIZE == Q.front$;
- 链队列中， $Q.front = Q.rear$ ，
在用户空间范围内不会出现队满的情况。

●作业：
3.13

练习:

设A是一个栈，栈中共有 n 个元素 $a_1a_2\dots a_n$ ， a_n 为栈顶元素，B是一个队列，队列中有 n 个元素 $b_1b_2\dots b_n$ ， b_1 为队头元素， b_n 为队尾元素，A，B采用顺序存储结构且空间足够大，现将栈中元素全部移到队列中，使得队列中元素与栈中元素交替排列，即B中元素为 $b_1a_1b_2a_2\dots b_na_n$ ，问至少多少次基本操作才能完成上述工作。（除A，B外使用的其它附加存储量为1）。

- ①先将栈中元素依次入队列，栈空；
- ②将 $b_1b_2\dots b_n$ 依次出队列，入队列；
- ③将 $a_na_{n-1}\dots a_1$ 出队列，入栈；
- ④顺次 b_i 出队列，入队列， a_i 出栈，入队列。

$2n+2n+2n+4n = 10n$ 个基本操作

2.19 删除元素递增排列的链表L中值>mink且<maxk的所有元素

```
void Delete_Between(Linklist &L,int mink,int maxk)
{
    p=L;
    while(p->next && p->next->data<=mink)
        p=p->next; //p是最后一个不大于mink的元素
    q=p->next;
    while(q && q->data<maxk){
        s = q; q=q->next; free(s);
    }
    p->next=q;
}
```