## § 1.8 理想气体的绝热过程

一、绝热过程方程,绝热线与等温线

在绝热过程中,气体与外界没有热量交换

$$\Delta Q = 0$$

根据热力学第一定律可得

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W = -pdV = C_V dT$$

理想气体物态方程:

$$pV = nRT$$

$$\therefore pdV + Vdp = nRdT$$

消去dT可得

$$(C_V + nR) pdV + C_V V dp = 0$$

$$C_p = C_V + nR$$

可得:

$$C_p pdV + C_V V dp = 0$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

可得:

$$\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

在一般问题中,理想气体的温度在过程中变化不大,可以把 // 看作常数

两边取积分得:

$$\ln p + \gamma \ln V = 常量$$

即:  $pV^{\gamma} = 常量$ 

理想气体在准静态绝热过程中所经历的各个状态, 其压强与体积的  $\gamma$  次方的乘积是恒定不变的。

与理想气体的物态方程联立,可以求得在准静态绝热 过程中理想气体的体积与温度及压强与温度的关系:

$$TV^{\gamma-1} = 常量 \qquad \qquad \frac{p^{\gamma-1}}{T^{\gamma}} = 常量$$

热统

### 过程方程

在绝热过程中,气体与外界没有热量交换,Q=0

所以绝热过程中外界对系统作的功为:

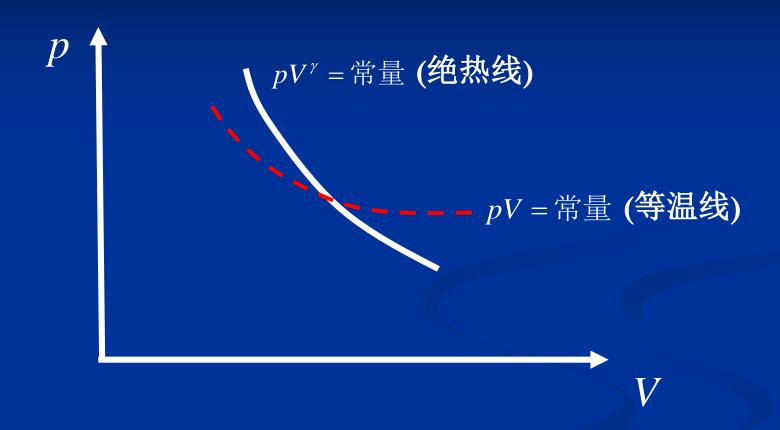
$$W = U_2 - U_1 = C_V (T_2 - T_1)$$

$$=\frac{nR}{\gamma-1}\big(T_2-T_1\big)$$

$$= \frac{1}{\gamma - 1} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

## 二、绝热线与等温线的比较:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} > 1$$



### 理想气体的绝热线要比等温线更陡些

热统

## 在同一点 $p_0, V_0$

## 绝热线的斜率的绝对值大于 等温线斜率的绝对值

绝热过程

$$p = \frac{p_0 V_0^{\gamma}}{V^{\gamma}}$$

$$\frac{dp}{dV} = -\gamma \frac{p_0 V_0^{\gamma}}{V^{\gamma+1}} = -\gamma \frac{p V^{\gamma}}{V^{\gamma+1}} = -\gamma \frac{p}{V}$$

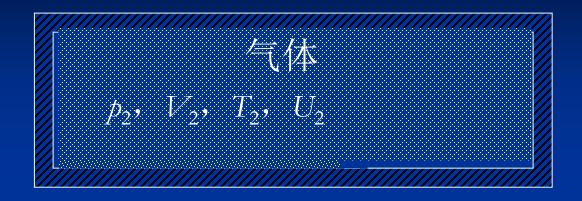
等温过程

$$p = \frac{p_0 V_0}{V}$$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{p_0 V_0}{V^2} = -\frac{p}{V}$$

热统

### 三、(一个分析) 理想气体的绝热自由膨胀过程



由于绝热过程,所以有: Q=0

由于向真空膨胀,所以有: W=0

所以由第一定律,有:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = W + Q = 0$$

这样,由
$$U_1=U_2$$
  $T_1=T_2$ 

由理想气体物态方程: pV = nRT

## 错误原因:

"(2)"只能用于"无摩擦的准静态过程", 而此处之"理想气体的自由膨胀过程"为 "无摩擦的非静态过程",

所以,"(2)"不能用于此处的过程!!

$$p_1 V_1' = p_2 V_2' \tag{2}$$

比较(1)、(2):  $V_1 = V_2$ 

错?

**充** 

### 四、γ的测量

在历史上,拉普拉斯首先提出可以用测量声速的方 法来测量 ½ 的值。按照声速的牛顿公式:

$$c_S^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S$$

S代表绝热过程, $\rho$ 代表密度

拉普拉斯认为,在声波的传播中,气体的膨胀和压缩进行的很快,所以可以认为是绝热的,所以上面的偏导数应该是在绝热的情形下来计算。

定义比体积: 
$$v = \frac{1}{\rho}$$

(单位质量的体积)

$$c_S^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = -v^2 \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S$$

### 根据

$$\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

可得

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{S} = -\gamma \frac{p}{v}$$

所以

$$c_S^2 = \gamma \, p v = \gamma \, \frac{p}{\rho}$$

因此,测量声速就可以知道 / 的数值。

### 五、可逆过程和不可逆过程

卡诺循环/卡诺热机/热机效率

可逆过程/不可逆过程

卡诺定理

热二定律的 二种文字表述 克劳修斯 "等式与不等式"

引进"熵"

热二定律的"数学表述"

可逆绝热,等熵过程。

不可逆绝热, 熵增过程。

对孤立系统,熵永不减少。 (熵增加原理)

## (1) 可逆过程: 一个理想过程

描述一、对某一热力学过程(原过程), (自发进行或通过外部手段)

如果存在另一过程(逆过程), 能逆向重复该过程的每一状态, (自发进行或通过外部手段)

从而使系统恢复原态,

同时不引起外界的任何变化

热统

即:该逆过程能使系统和外界同时完全复原 (系统恢复原来状态,同时完全消除原过程对 外界的影响(后果、痕迹))

那么,这个热力学过程(原过程)为"可逆过程"。

在实际热力学过程当中,不存在"可逆过程",因为:使一个热力学系统恢复原状态很容易实现,而完全消除一个热力学过程在外界中的痕迹(后果、影响),无论采用任何手段或曲折的方法,也是不能实现的。

热统

一个热力学过程成为"可逆过程"的难点在于: 其逆过程要使外界和系统同时恢复原状态。

分析"外界是否有变化"的关键: 关注外界 "失去了什么"、"得到了什么" (仅"功"与"热量"二个方面进行分析即可!!)

热统

描述二、一个热力学过程在进行时,

如果使外界条件改变一无穷小量(虚变化,虚过程),

这个过程就可以反向进行, (逆向经过各个状态)

最终使系统和外界同时回到原状态,

那么,该热力学过程为"可逆过程"。

## (2) 不可逆过程:

对一个热力学过程,不存在使系统 和外界同时复原的逆过程, 则该过程为"不可逆过程"。

注意:不可逆过程不是不能逆向进行, 而是说当原过程逆向进行时, 原过程在外界留下的痕迹不能 被完全消除。

热统

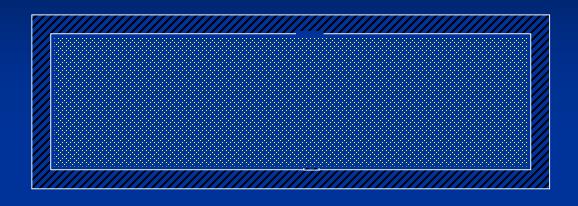
# (3) 不可逆过程举例:

例1:实际热力学过程都是不可逆过程(非静态过程都是不可逆过程)

例2: 有摩擦的准静态过程 都是不可逆过程。

热统

## 例3: 气体的绝热自由膨胀过程



因为,只有在外界的帮助(干预)下, 气体才能重新回到左半部分, 所以,该过程为"不可逆过程"。

热统

(4) 可逆过程举例:

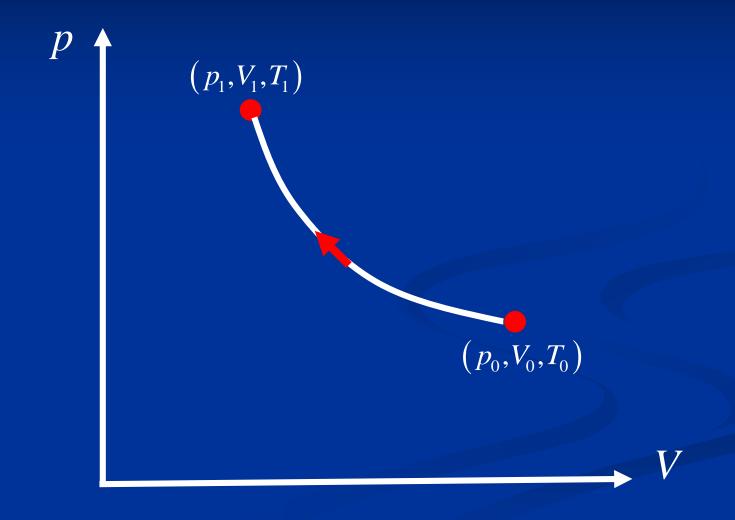
无摩擦的准静态过程,都是可逆过程。

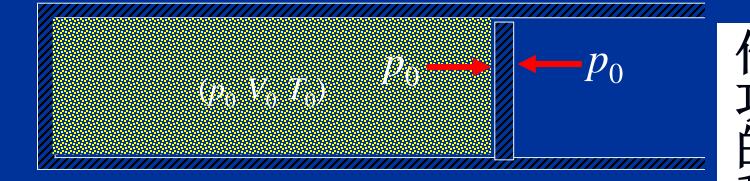
即: p-V图上的任何一条曲线,加上(满足)无摩擦条件,就是"可逆过程"。

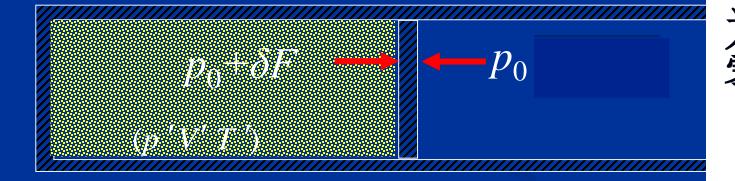
"可逆过程"是对"准静态过程"的进一步理想化。

热统

# 例:气体的无摩擦准静态绝热压缩过程







$$p_0 + \delta F + \delta F$$
  $p_0 + \delta F$ 

功界热 的在为 。过能

## 总结

有哪些过程为"不可逆过程"?

- 1、所有实际过程 (所有非静态过程);
- 2、气体(向真空)的自由膨胀过程;
- 3、有摩擦的 准静态过程:
- 4、孤立系统的所有过程;
- 5、所有自发过程;

有哪些过程为"可逆过程"?

- 1、无摩擦的 准静态过程;
- 2、*p-V*图上的过程,加上无摩擦条件;
- 3、无摩擦的 无限缓慢过程;

## § 1.9 理想气体的卡诺循环

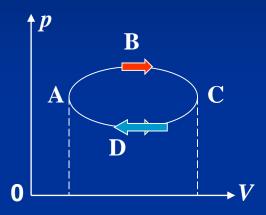
历史回顾:卡诺循环由著名的法国物理学家 N.L.Sadi Carnot在1824年提出。当时蒸汽机已经 被广泛地应用于各个行业。但是所有蒸汽机的效 率都很低。如何提高蒸汽机的效率为当时时髦的 行当。为热力学第二定律的建立起到了关键作用。

## 一、概念:

1、循环过程(简称循环):如果一系统由某个平衡态出发,经过任意的一系列过程,最后又回到原来的平衡态,这样的过程叫做循环过程。系统经历一个循环后,其内能不变。

热统

2、正/负循环: 在*p-V*图上,准静态循环过程是一条闭合曲线。如果循环沿顺时针方向进行,称为正循环。如果循环沿逆时针方向进行,称为逆循环。



ABCD顺时针----正循环; ADCB逆时针----逆循环。

- 3、热机:利用工作物质的正循环,不断地把热量转变为功的机器。
- 4、制冷机:利用工作物质的逆循环,不断地从低温热源吸取热量,传递给高温热源的机器。

热统

#### 二、正循环热机及其效率

ABC 吸热,对外做正功; CDA 放热,对外做负功ABCD所围成的面积就是正循环所做的净功W'。

热机的效率:

$$\eta_{ ext{A}} = rac{W'}{Q_{ ext{\tiny CW}}}$$

由热力学第一定律:

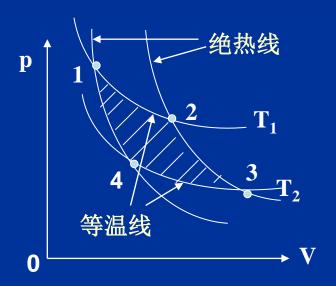
$$Q_{\scriptscriptstyle{ extit{T}\! extit{Y}}}\!-\!Q_{\scriptscriptstyle{ extit{T}\! extit{Y}}}\!=\!W'$$

$$\therefore \quad \eta = \frac{Q_{\text{m}} - Q_{\text{h}}}{Q_{\text{m}}} = 1 - \frac{Q_{\text{h}}}{Q_{\text{m}}}$$

热统

### 三、卡诺热机

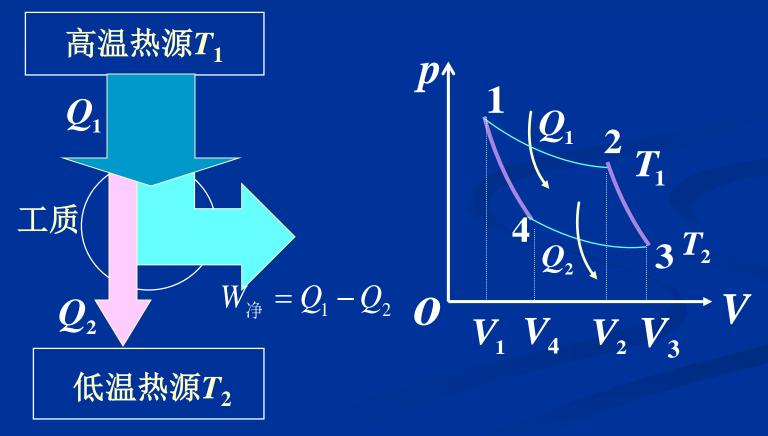
### 循环由两条等温线和两条绝热线组成



$$\eta_{+ \text{ id. M.}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

### 卡诺循环:

由两个准静态等温过程和两个准静态绝热过程所组成的循环称之为卡诺循环。



热统

### 设有1mol的理想气体,进行准静态的等温过程:

在等温过程中,理想气体的压强与体积的乘积是一个恒量: pV = RT ,当理想气体在这过程中,体积由  $V_A$  变到  $V_B$  时,外界所做的功是

$$W = -\int_{V_A}^{V_B} p dV = -RT \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = -RT \ln \frac{V_B}{V_A}$$

根据焦耳定律,在等温过程中理想气体的内能不变:

$$\Delta U = 0$$

由第一定律知,气体在过程中从热源吸收的热量Q为:

$$Q = -W = RT \ln \frac{V_B}{V_A}$$

在等温膨胀过程中,理想气体从外界(热源)吸收热量,这热量全部转化为气体对外所作的功;在等温压缩过程中,外界对气体做功,这功通过气体转化为热量而放出。

### 设有1mol的理想气体,进行准静态的绝热过程:

在准静态绝热过程中,理想气体的压强与体积满足关系:  $pV^{\gamma} = C(常量)$  ,当理想气体在这过程中,体积由  $V_{A}$  变到  $V_{B}$  时,外界所做的功是

$$W = -\int_{V_A}^{V_B} p dV = -C \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V^{\gamma}} = \frac{C}{\gamma - 1} \left( \frac{1}{V_B^{\gamma - 1}} - \frac{1}{V_A^{\gamma - 1}} \right)$$

$$p_{A}V_{A}^{\gamma}=p_{B}V_{B}^{\gamma}=C$$

$$W = \frac{p_B V_B - p_A V_A}{\gamma - 1} = \frac{R(T_B - T_A)}{\gamma - 1} = C_V (T_B - T_A)$$

在绝热过程中,气体与外界没有热量交换,由热力学第一定律可知,外界对系统作的功为终态*B*和初态*A*的内能之差:

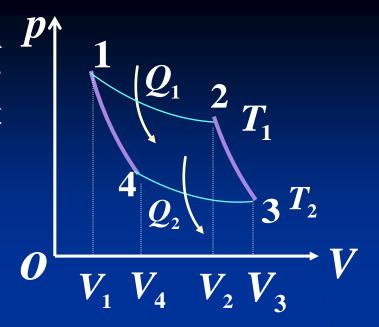
$$W = \Delta U$$

在绝热膨胀过程中,外界对气体所作的功为负值,实际上是气体对外界作功,这功由气体在过程中减少的内能转化而来的,气体的内能既然减少,其温度就下降。在绝热压缩过程中,这功全部转化为气体的内能而使气体的温度升高。

### 考虑理想气体的卡诺循环:

 $1\rightarrow 2$ : 与温度为 $T_1$ 的高温热源接触, $T_1$ 不变,体积由 $V_1$ 膨胀到 $V_2$ ,从热源吸收热量为:

$$Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$



 $2\rightarrow 3$ : 绝热膨胀,体积由 $V_2$ 变到 $V_3$ ,吸热为零。

 $3\rightarrow 4$ : 与温度为 $T_2$ 的低温热源接触, $T_2$ 不变,体积由 $V_3$ 压缩到 $V_4$ ,从热源放热为:

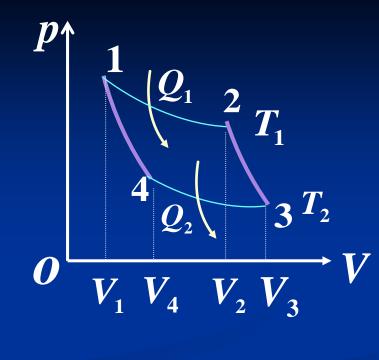
$$Q_2 = nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

 $4\rightarrow 1$ : 绝热压缩,体积由 $V_4$ 变到 $V_1$ ,吸热为零。

$$Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_2 = nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$$



### 对绝热线23和41:

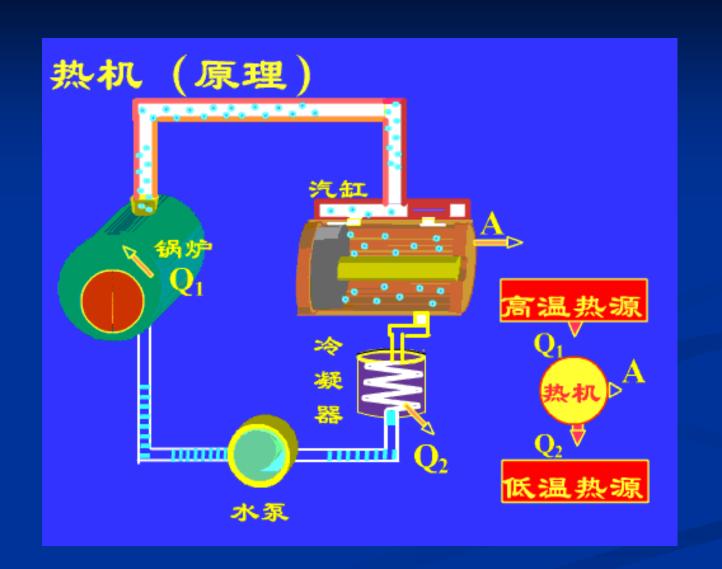
$$T_1 V_2^{\gamma - 1} = T_2 V_3^{\gamma - 1}$$
 $T_1 V_1^{\gamma - 1} = T_2 V_4^{\gamma - 1}$ 
 $\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}$ 

$$\eta_{+\ddot{\mathbf{x}}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta_{\div \ddot{\mathbf{x}}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

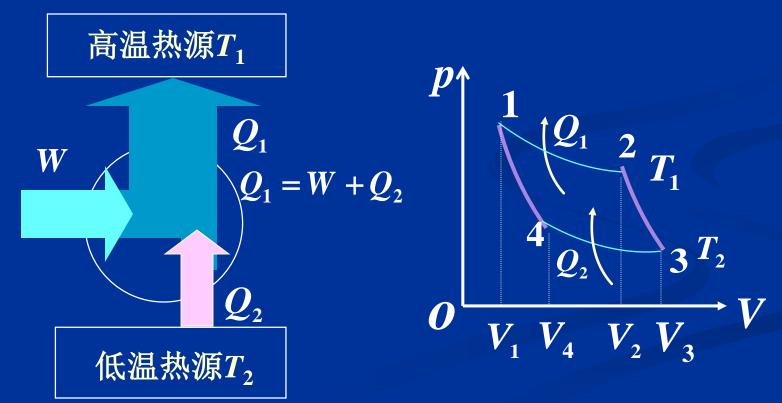
#### 说明:

- (1) 完成一次卡诺循环必须有温度一定的高温 和低温热源
- (2) 卡诺循环的效率只与两个热源温度有关
- (3) 卡诺循环效率总小于1
- (4) 在相同高温热源和低温热源之间的工作的 一切热机中,卡诺循环的效率最高。
- (5) 气体只把它从高温热源所吸取的热量的一部分转化为机械功,其余的热量在低温热源放出去了。



四、卡诺制冷机 逆向卡诺循环反映了制冷机的工作原理,其能流图如图所示。

工质把从低温热源吸收的热量 $Q_2$ 和外界对它所作的功W以热量的形式传给高温热源 $Q_1$ 。



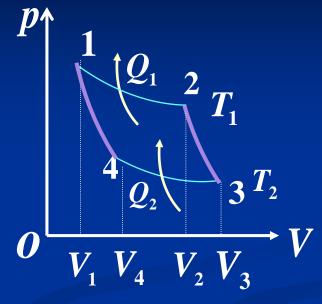
热统

$$Q_2 = nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}$$

这个逆循环是理想制冷机的工作循环,其作用是把热量从低温物体送到高温物体去。可以看出,在逆卡诺循环中,气体在把它从低温热源所吸取的热





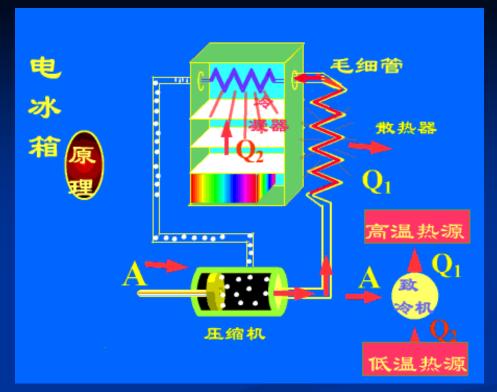
量送到高温热源的同时,把外界对它所作的功也转化为热量送到高温热源去了。如果从低温热源吸取一定的热量 $Q_2$ ,所需外界的功愈小,制冷机的性能就愈好。

致冷系数

$$\eta' = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

$$\eta' = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

### 五、实际制冷机



原理: 电动压缩泵将致冷剂(氟里昂)压缩成高温高压气体,送至冷凝器,向空气(高温热源)中放热。经过毛细管减压膨胀,进入蒸发器吸收冰箱(低温热源)的热量,之后变为低压气体再一次循环......

热统