第四章 谓词逻辑表示与推理技术

◆命题逻辑（补充）

◆谓词逻辑表示

◆消解原理

◆与子句集求解

◆消解反演与反演求解

谓词逻辑法

- 符号与形式语言
- 自然语言不适合计算机处理
  - 例：小王不方便接电话，他方便去了
- 需要一种无歧义，方便存储和表达的形式化符号表征体系
  - 数理逻辑
    - 命题逻辑
    - 谓词逻辑

谓词逻辑法－知识补充

- 命题逻辑
- 逻辑主要研究推理过程，而推理过程必须依靠命题来表达。
- 在命题逻辑中，“命题”被看作最小单位。数理逻辑中最基本、最简单的部分。

谓词逻辑法－知识补充

- 什么是命题？
- 命题是陈述客观外界发生事情的陈述句。
- 命题是或为真或为假的陈述句。
- 特征：
- 陈述句
- 真假必居其一，且只居其一.

4

谓词逻辑法—知识补充

- 例1 下列句子是命题吗？
- 8小于10.
- 8大于10.
- 任一个大于5的偶数可表示成两个素数的和.
- 答：是

谓词逻辑法－知识补充

- 例2 下列句子是命题吗？
- 8大于10吗?
- 请勿吸烟.
- X大于Y.
- 我正在撒谎.
- —— 悖论
- 答：不是

谓词逻辑法－知识补充

- 命题的抽象
- 　　以p、q、r等表示命题。
- 　　以1表示真，0表示假。
- 则命题就抽象为：取值为0或1的p等符号。
- 　　若p取值1，则表示p为真命题；
- 　　若p取值0，则表示p为假命题；
- 真值：作为命题的陈述句所表达的判断结果称为命题的真值。真值只有真和假两种，通常记为1和0（T和F）。
- 真值为真的命题称为真命题，真值为假的命题称为假命题。

谓词逻辑法－知识补充

- “复杂命题”
- 例3：由简单命题能构造更加复杂命题
- (1)期中考试，张三没有考及格.
- (2)期中考试，张三和李四都考及格了.
- (3)期中考试，张三和李四中有人考90分.
- (4)如果张三能考90分，那么李四也能考90分.
- (5)张三能考90分当且仅当李四也能考90分.

谓词逻辑法－知识补充

- 联结词和复合命题
- 　　上述诸如“没有”、“如果… 那么…”等连词称为联结词。
- 　　由联结词和命题连接而成的更加复杂命
- 题称为复合命题；相对地，不能分解为更简单命题的命题称为简单命题。
- 　　复合命题的真假完全由构成它的简单命
- 题的真假所决定。
- 注：简单命题和复合命题的划分是相对的。

谓词逻辑法－知识补充

- 否定联结词
- 定义1：设p为一个命题，复合命题“非p”称为p的否定式，记为¬p，“¬”称为否定联结词.“¬p”为真当且仅当p为假。
-

P	¬p
0	1
1	0

- 例3中，若p代表“期中考试张三考及格了”，
- 则（1）“期中考试，张三没有考及格.”可表示为¬p.

谓词逻辑法－知识补充

- 合取联结词
- 定义2 设p、q为两个命题，复合命题“p而且q”称为p、q的合取式，记为$p \wedge q$，“$\wedge$”称作合取联结词。$p \wedge q$真当且仅当p与q同时真.

p	q	p∧q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- 例3的(2)“期中考试，张三和李四都考及格了.”可记为$p \wedge q$，其中p代表“张三考及格”，q代表“李四考及格”.

谓词逻辑法－知识补充

- 析取联结词
- 定义3 设p、q为两个命题，复合命题“p或者q”称为p、q的析取式，记为$p \vee q$，“$\vee$”称作析取联结词。$p \vee q$为真当且仅当p与q中至少有一个为真.

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- 例3的(3)“期中考试，张三和李四中有人考90分.”可记为$p \vee q$，其中p代表“张三考90分”，q代表“李四考90分”。

谓词逻辑法－知识补充

- “相容或”与“相异或”
- 日常语言中“或”有两种标准用法，例如：
- (1) 张三或者李四考了90分.
- (2) 第一节课上数学课或者上英语课.
- 差异在于：
- 当构成它们的简单命题都真时，前者为真，后
- 者却为假。
- 前者称为“相容或”，后者称为“相异或”。
- 前者（“相容或”）可表示为$p \vee q$，后者却不能。
- 注意：不能见了或就表示为$p \vee q$。

谓词逻辑法－知识补充

- 蕴涵联结词
- 定义4 设p、q为命题，复合命题“如果p，则q”称为p对q的蕴涵式，记作p →q，其中又称p为此蕴涵式的前件，称q为此蕴涵式的后件，“→”称为蕴涵联结词。“p → q”假当且仅当p真而q假.

p	q	p→q
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- p→q这样的真值规定有其合理性，也有人为因素。

谓词逻辑法－知识补充

- 等价联结词
- 定义5 设p、q为命题，复合命题“p当且仅当q”称作p、q的等价式，记作$p\leftrightarrow q$，“$\leftrightarrow$”称作等价联结词。

p	q	$p\leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- $p\leftrightarrow q$真当且仅当p、q同时为真或同时为假.

谓词逻辑法－知识补充

- 注意
- 上述五个联结词来源于日常使用的相应词汇，但并不完全一致， 在使用时要注意：
- 以上联结词组成的复合命题的真假值一定要根据它们的定义去理解， 而不能据日常语言的含义去理解。
- 不能“对号入座”， 如见到“或”就表示为“$\vee$”。
- 有些词也可表示为这五个联结词， 如“但是”也可表示为“$\wedge$”。
- 在今后我们主要关心的是命题间的真假值的关系，而不讨论命题的内容.

谓词逻辑法－知识补充

- 命题符号化
- 例4 将下列命题符号化：
- (1) 铁和氧化合，但铁和氮不化合.
- (2) 如果我下班早，就去商店看看，除非我很累.
- (3) 李四是计算机系的学生，他住在312室或313室.

谓词逻辑法－知识补充

- 例4的解
- （1）铁和氧化合，但铁和氮不化合.
- $p \wedge (\neg q)$，其中：
- p代表“铁和氧化合”，
- q代表“铁和氮化合”。
- （2）如果我下班早，就去商店看看，除非我很累.
- $(\neg P) \rightarrow (q \rightarrow r)$，其中：
- p代表“我很累”，
- q代表“我下班早”，
- r代表“我去商店看看”
- 还可表示为：$((\neg P) \wedge q) \rightarrow r$

谓词逻辑法－知识补充

- 例4的解（续）
- （3）李四是计算机系的学生，他住在312室或313室.
- $p\wedge((q\vee r)\wedge(\neg(q\wedge r)))$，其中：
- p代表“李四是计算机系学生”，
- q代表“李四住312室”，
- r代表“李四住313室”.
- 还可表示为：
- $p\wedge((q\wedge(\neg r))\vee((\neg q)\wedge r))$

谓词逻辑法—知识补充

命题公式及其解释

原子公式：单个命题变元、单个命题常元称为原子公式。

命题公式：由如下规则生成的公式称为命题公式：

1. 单个原子公式是命题公式。
2. 若A，B是命题公式，则~A，A∧B，A∨B，A→B，A↔B是公式。
3. 所有命题公式都是有限次应用1、2得到的符号串。

谓词逻辑法－知识补充

命题公式的解释：给命题公式中的每一个命题变元指定一个真假值，这一组真假值，就是命题公式的一个解释。用I表示。

例如：公式G=（A∨B）→C 的一个解释是：

$$I_1(G) = A/T,\quad B/F,\quad C/T$$

在解释$I_1(G)$下G为真。

永真公式与永假公式：如果公式在它所有的解释I下，其值都为T，则称公式G为恒真的；如果其值都为F，则称公式G为恒假的（不可满足的）。

谓词逻辑法－知识补充

命题逻辑

注意：<u>关于五个联结词的约定</u>：

*** 结合力的强弱顺序： $\neg$， $\wedge$， $\vee$， $\rightarrow$， $\leftrightarrow$**

*** 连接词相同时，从左至右运算。**

<u>解释的个数</u>：如果一个公式G中有n个不同的原子公式（或简称原子），则G有2^n个不同的解释，于是G在2^n个解释下有2^n个真值。如果将这些真值和它们的解释列成表，就是G的真值表。

谓词逻辑法

命题逻辑虽能够把客观世界的各种实事表示为逻辑命题，但具有很大局限性，即不适合表达比较复杂的问题；而谓词逻辑则允许我们表达那些无法用命题逻辑表达的事情

- **谓词逻辑法**采用**谓词合式公式**和**一阶谓词演算**把要解决的问题**变为一个有待证明的问题**，然后采用**消解原理**和**消解反演**来证明一个新语句是从已知的正确语句导出的，从而证明新语句也是正确的。

23

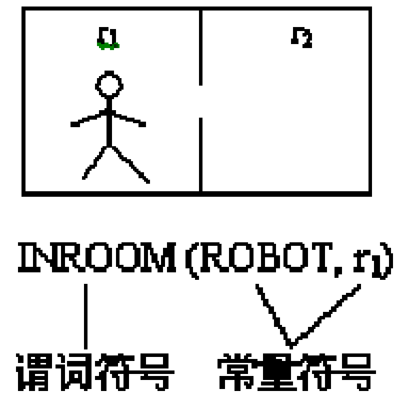
谓词逻辑法

- 逻辑语句
- 谓词演算
- 语法和语义
- 基本符号（是谓词逻辑的基本组成部分）
- 谓词符号、变量符号、函数符号、常量符号、并用括号（圆、方、花）和逗号隔开表示论域内的关系

- 个体变元的取值范围称为它的论域（个体域）。

24

常量符号、变量和函数符号用于表示项



- 原子公式，由谓词符号和项组成的谓词演算，是谓词演算基本积木块。
- 例子：要表示“机器人(ROBOT)在1号房间(r_1)”如上图. INROOM (ROBOT, r_1)

谓词符号

常量符号

常量符号

- 例子：当机器人ROBOT ROBOT移到房间r_2时，

原子公式可以表示为：INROOM (ROBOT, r_2)

谓词

- 用于刻画个体的性质、状态和个体之间关系的语言成分就是**谓词**。
- 例如：张三是研究生，李四是研究生.
- 这两个命题可以用不同的符号P、Q表示，但是P和Q的**谓语有共同的属性**：是研究生。因此引入一个符号表示"是研究生"，再引入一个方法表示个体的名称，这样就能把"某某是研究生"这个命题的**本质属性**刻画出来。

26

- 因此，可以用谓词来表示命题.
- 用P（x_1，x_2，…x_n）表示一个n元谓词公式 其中P为n元谓词，$x_1, x_2, \ldots x_n$为客体变量或变元。通常把P（$x_1, x_2, \ldots, x_n$）叫做谓词演算的原子公式.
- 对于上面的命题，可以用谓词公式分别表示为Graduate（张三）、Graduate（李四）。其中Graduate是谓词名，张三和李四都是个体，“Graduate”刻画了“张三”和“李四”是研究生这一特征。

命题逻辑与谓词逻辑

- 在命题逻辑中，每个表达式都是句子，表示事实。
- 在谓词逻辑中也有句子，但是也有项，表示对象。常量符号、变量和函数符号用于表示项，量词和谓词符号用于构造句子。

谓词逻辑的语法元素

- 谓词逻辑的语法元素表示如下：
- 个体符号或常量:A、B、张三、李四等等，通常是对象的名称。
- 变量符号：习惯上用小写字母表示，如x、y、z等。
- 函数符号：习惯上用小写英文字母或小写英文字母串表示，如plus、f、g。
- 谓词符号：习惯上用大写英文字母或（首字母）大写英文字母串表示。
- 连接词：谓词逻辑中所使用的连接词和命题逻辑中所使用的连接词一样。

函数符号：MARRIED[father(LI),mother(LI))]

谓词演算 ——

连词和量词 连词和量词

- 连词
- 与 合取 (conjunction—用符号∧将几个公式连接起来而构成的公式，其中的合取项是合取式的每个组成部分。
- 例：我喜爱音乐和绘画。
- LIKE(I, MUSIC) ∧LIKE(I ,PAINTING)

- **或 析取**(disjunction) —用连词∨把几个公式连接起来而构成的公式。析取项是析取式的每个组成部分.
- 例： 李力打篮球或踢足球.

PLAYS(LILI， BASKETBALL)∨PLAYS(LILI, FOOTBALL)

- 蕴涵 (Implication—用连词⇒表示 “如果—那么” 的语句.
- 例：如果刘华跑得最快，那么他取得冠军

RUNS(LIUHUA， **FASTEST)** ⇒ **WINS(LIUHUA，** CHAMPION)

- 非 (Not 用符号~表示否定的公式（有时也用¬ 表示）
- 例：机器人不在2号房间内。

  ~INROOM(ROBOT, r2)

量词

- 全称量词 (Universal Quantifiers)
- 若一个原子公式 $P(x)$，对于所有可能变量x都具有T值，则用$(\forall x)P(x)$表示。
- 例：所有学生都穿彩色制服

$(\forall x)[Student(x) \Rightarrow Uniform(x, Color)]$

- 所有的机器人都是灰色的

$(\forall x)[Robot(x) \Rightarrow COLOR(x, GRAY)]$

量词

- **存在量词** (Existential Quantifiers)
- 若一个原子公式P(x)，至少有一个变元x可使 P(x)为T值，则用($\exists x$)P(x)表示。
- 例：1号房间内有个物体

  ($\exists x$)INROOM(x, r1)

如果一个合式公式中某个变量是经过量化的，就把这个变量叫做**约束变量**，否则称其为**自由变量**。

一阶谓词演算**不允许对谓词符号或函数符号进行量化**。

刘欢比他父亲有名。

高扬是计算机系的学生，但他不喜欢编程。

人人爱劳动。

定义如下谓词：

Famous(x, y)：x比y有名。

Computer(x)： x是计算机系的学生

Like(x, y)： x喜欢y　　Love(x, y)： x爱y　　Man(x)： x是人。

然后用谓词公式表示：

Famous(liuhuan, father(liuhuan))

Computer(gaoyang) ∧ ¬Like(gaoyang, programming)

$\forall x$ (Man(x) → Love(x, labour))

谓词公式

- 原子谓词公式
- 用P（x_1， x_2， …x_n）表示一个n元谓词公式 其中P为n元谓词 ， $x_1, x_2, \ldots x_n$为客体变量或变元。通常把P（$x_1, x_2, \ldots, x_n$）叫做谓词演算的原子公式
- 分子谓词公式
- 可以用连词把原子谓词公式组成复合谓词公式，并把它叫做分子谓词公式

合式公式(WFF,well-formed formulas)

- 合式公式的递归定义
- 合式公式的性质
- 合式公式的真值

等价 (Equivalence)

合式公式的递归定义

1. 原子谓词公式是合式公式
2. 若A为合式公式，则~A也是一个合式公式。
3. 若A和B都是合式公式，则（A∧B），（A∨B），（A⇒B）和（A<=>B）也都是合式公式。
4. 若A是合式公式，x为A中的自由变元，则（∀x）A和（∃x）A都是合式公式。
5. 只有按上述(1)至(4)规则求得的那些公式，才是合式公式

在合式公式中连词优先级分别是

~，∧，∨，⇒，<=>，但可通过括号改变优先级

合式公式的递归定义为形式化表示符号推理所需的知识提供了有效手段。

合式公式的真值

- 真值表 :P与 Q是两个合式公式，则由这两个合式公式所组成的复合表达可由下列真值表给出

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$P \Rightarrow Q$	$\sim P$
T	T	T	T	T	F
F	T	T	F	T	T
T	F	T	F	F	F
F	F	F	F	T	T

如果两个合式公式，无论如何解释，其真值表都是相同的，那么就称两合式公式是等价的。

40

合式公式的性质

- 合式公式具有强大的形式化表示功能，但由于包括了多种连词和量词以及它们的嵌套应用，会使表示形式过于复杂，不利于演绎推理系统的设计和高效运作。
- 为此，化简合式公式到某些约定的标准形式是很有意义的，合式公式的性质则为化简工作提供了依据。

41

合式公式的性质

- 否定之否定：$\sim(\sim P)$ 等价于P
- $P\vee Q$ 等价于$\sim P\Rightarrow Q$
- 狄·摩根定律：$\sim(P\vee Q)$ 等价于$\sim P\wedge\sim Q$; $\sim(P\wedge Q)$ 等价于$\sim P\vee\sim Q$
- 分配律：$P\wedge(Q\vee R)$ 等价于$(P\wedge Q)\vee(P\wedge R)$
  $P\vee(Q\wedge R)$ 等价于$(P\vee Q)\wedge(P\vee R)$
- 交换律：$P\wedge Q$ 等价于$Q\wedge P$；$P\vee Q$ 等价于$Q\vee P$
- 结合律：$(P\wedge Q)\wedge R$ 等价于$P\wedge(Q\wedge R)$；$(P\vee Q)\vee R$等价于$P\vee(Q\vee R)$
- 逆否律： $P\Rightarrow Q$等价于$\sim Q\Rightarrow\sim P$

合式公式的性质

量词否定:

- ~ (∃x)P(x)等价于(∀x)[~P(x)]; ~(∀x)P(x)等价于(∃x)[~P(x)];

量词分配:

- (∀x)[P(x)∧Q(x)]等价于(∀x)P(x)∧(∀x)Q(x)
- (∃x) [P(x)∨Q(x)]等价于(∃x)P(x)∨(∃x)Q(x)

约束变量的虚元性（约束变量名的变换不影响合式公式的真值）：

- (∀x)P(x)等价于(∀y)P(y); (∃x)P(x)等价于(∃y)P(y);

归纳及深入

- π的平方是非负的。
- 解:
- 个体： π的平方： 以 A表示
- 谓词： x是非负的： 以$Q(x)$表示
- 符号化： $Q(A)$

- 个体： π
- 函词（函数符号）： x的平方： 以$f(x)$表示
- 谓词： x是非负的： 以$Q(x)$表示
- 符号化： $Q(f(\pi))$

- 所有实数的平方都是非负的。
- 解：
- 个体：每一个实数：以x代表
- 函词：x的平方：以$f(x)$表示
- 谓词：x是非负的：以$Q(x)$表示
- 量词：所有：以$\forall$表示
- 符号化：$(\forall x)Q(f(x))$

x可以代表不同的个体，称为个体变元；相对地π等称为个体常元

- 所有实数的平方都是非负的。
- 另解：
- 个体：每一个数：以z代表
- 谓词：x是一个实数，以$R(x)$表示
- 函词：x的平方：以$f(x)$表示
- 谓词：x是非负的：以$Q(x)$表示
- 量词：所有：以$\forall$表示
- 符号化：$(\forall z)\ [R\ (z) \Rightarrow Q(f(z))]$

个体变元x和z的取值范围不同。

个体变元的取值范围称为它的论域（个体域）。

- 对不同的个体变元，用不同的论域是可以的。但有时，不同的个体变元一起讨论时，用不同的论域甚为不便。
- 于是我们设想有一个集合，它包括谓词中各个变元的所有个体域，我们称它为**全总个体域**。
- 用了**全总个体域**后，个体变元取值范围一致了，但不同的论述对象，需要不同的**特性谓词**再加以刻画。

47

- 人总是要死的。
- 有些人不怕死。
- 如果论域是全人类，用$D(x)$表示“x是要死的”，用$F(x)$表示“x是不怕死的”，则
- 人总是要死的。 $(\forall x)\ D(x)$
- 有些人不怕死。 $(\exists x)\ F(x)$
- 如果论域是全总个体域，用$M(x)$表示“x是人”，则
- 人总是要死的。$(\forall x)\ [M(x) \Rightarrow D(x)]$
- 有些人不怕死。 $(\exists x)\ [M(x) \land F(x)]$

- 如果论域是全总个体域，用$M(x)$表示“x是人”，则
- 人总是要死的。$(\forall x)\,[M(x) \Rightarrow D(x)]$
- 有些人不怕死。$(\exists x)\,[M(x) \wedge F(x)]$
- $M(x)$是**特性谓词**，用以刻画论述对象具有“人”这一特征。特性谓词的使用有以下两条规则：
- **（1）对全称量词，特性谓词作为蕴含式的前件而加入之；**
- **（2）对存在量词，特性谓词作为合取项而加入之；**

- 人总是要死的。 $(\forall x)\,[M(x) \Rightarrow D(x)]$
- 有些人不怕死。 $(\exists x)\,[M(x) \wedge F(x)]$
- （1）对全称量词，特性谓词作为蕴含式的前件而加入之；
- （2）对存在量词，特性谓词作为合取项而加入之；
- 人总是要死的。 $(\forall x)\,[M(x) \wedge D(x)]$ ？
- 上述的意义是“所有的x都是人并且都是要死的”因而这样表示不正确。

50

- 例： 凡是有理数皆可写成分数
- 解：
- x： 数
- $Q(x)$： x是有理数
- $F(x)$： x可写成分数
- $(\forall x)\ [Q(x) \Rightarrow F(x)]$

- **例：教室里有同学在说话。**
- **解：**
- **x ：同学**
- **$C(x)$ ： x在教室里**
- **$\mathrm{T}(x)$： x 在说话**
- **$(\exists x)\ [C(x) \land \mathrm{T}(x)]$**

- **例：对于任意x,y，都存在唯一的z，使$x+y=z$。**
- **解：**
- $(\forall x)(\forall y)(\exists z)[(x+y=z)\wedge(\forall u)(x+y=u \Rightarrow u=z)]$
- **注：量词的嵌套**
- **“存在唯一”的表示**

一般的谓词用设定的字母表示，常用的谓词用特定的符号表示。

- **例： 有一个整数大于其它每个整数。**
- **解：**
- x, y**:数**
- $\mathrm{Z}(\boldsymbol{x})$**:** $\boldsymbol{x}$**是整数**
- $(\exists x)\{\mathrm{Z}(x) \wedge (\forall \boldsymbol{y})[\mathrm{Z}(\boldsymbol{y}) \wedge \sim(\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}) \Rightarrow \boldsymbol{x}>\boldsymbol{y}]\}$

量词的辖域

- **定义:量词的辖域是邻接量词之后的最小子公式，故除非辖域是个原子公式，否则应在该子公式的两端有括号。**
- **例：** $(\forall x)P(x) \rightarrow Q(x)$
- $\forall x$**的辖域是**$P(x)$
- $(\exists x)\,[P(x, y) \rightarrow Q(x, y)] \vee P(y, z)$
- $\exists x$**的辖域是**$P(x, y) \rightarrow Q(x, y)$

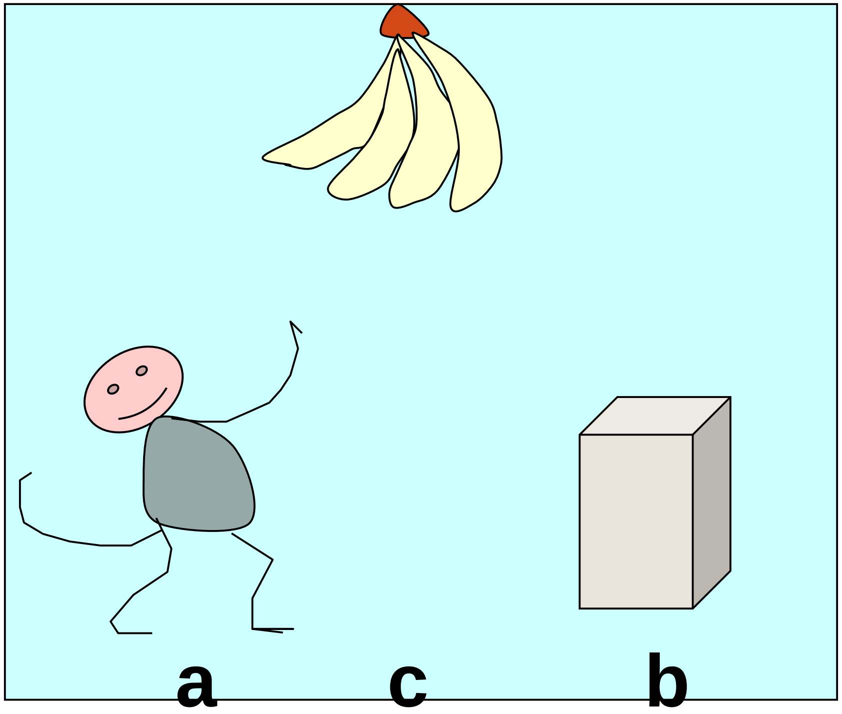
- 定义：在量词$\forall x$，$\exists x$辖域内变元x的一切出现叫约束出现，称这样的x为约束变元。
- 变元的非约束出现称为自由出现,称这样的变元为自由变元。
- 例：指出下列谓词公式中的自由变元和约束变元，并指明量词的辖域
- $(\forall x)[P(x) \wedge R(x)] \rightarrow (\forall x) P(x) \wedge Q(x)$
- 解：表达式中的$\forall x[P(x) \wedge R(x)]$中$x$的辖域是 $P(x) \wedge R(x)$,其中的x是约束出现
- $(\forall x) P(x)$中x的辖域是 $P(x)$,其中的x是约束出现
- $Q(x)$中的x是自由变元

- 例：指出下列谓词公式中的自由变元和约束变元，并指明量词的辖域。
- $(\forall x)[P(x, y) \to (\exists y)R(x, y)]$
- 解：其中的P(*x*，y)中的y是自由变元，*x*是约束变元，R(*x*，y)中的*x*，y是约束变元。
- 注：在一个公式中，一个变元既可以约束出现，又可以自由出现。为避免混淆可用改名规则对变元改名。

谓词逻辑表示的应用

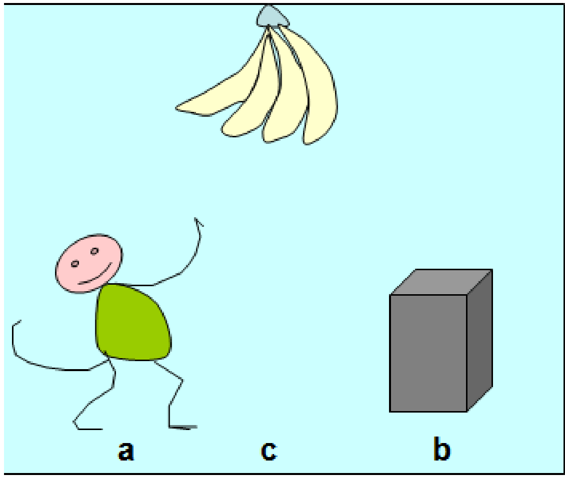
猴子摘香蕉问题(1/3)

- 描述状态的谓词：
- AT(x, y)：x在y处
- ONBOX：猴子在箱子上
- HB：猴子得到香蕉
- 个体域：
- x ：{monkey, box, banana}
- y：{a, b, c}
- 问题的初始状态
- AT(monkey, a)
- AT(box, b)
- ¬ONBOX， ¬HB
- 问题的目标状态
- AT(monkey, c)， AT(box, c)
- ONBOX， HB



谓词逻辑表示的应用

猴子摘香蕉问题(2/3)

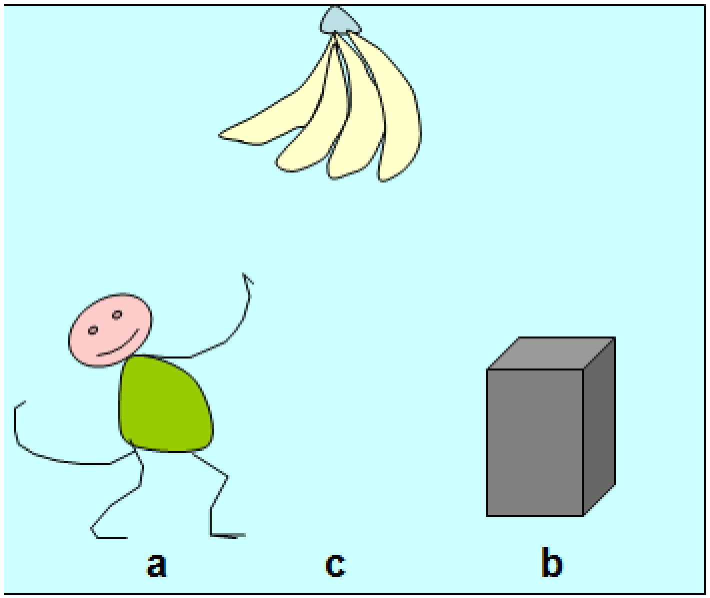


- 描述操作的谓词
- Goto(u, v)：猴子从u处走到v处
- Pushbox(v, w)：猴子推着箱子从v处移到w处
- Climbbox：猴子爬上箱子
- Grasp：猴子摘取香蕉
- 各操作的条件和动作
- Goto(u, v)
- 条件：¬ONBOX， AT(monkey, u)，
- 动作：删除：AT(monkey, u)
- 添加：AT(monkey, v)
- Pushbox(v, w)
- 条件： ¬ONBOX， AT(monkey, v)，AT(box, v)
- 动作：删除：AT(monkey, v)，AT(box, v)
- 添加：AT(monkey, w)，AT(box,w)

谓词逻辑表示的应用

猴子摘香蕉问题(3/3)

- Climbbox
- 条件： ¬ONBOX， AT(monkey, w)， AT(box,w)
- 动作：删除： ¬ONBOX
- 添加：ONBOX
- Grasp
- 条件：ONBOX，AT(box, c)
- 动作：删除： ¬HB
- 添加：HB



谓词逻辑表示的特征

- 主要优点
- 自然：一阶谓词逻辑是一种接近于自然语言的形式语言系统，谓词逻辑表示法接近于人们对问题的直观理解
- 明确：有一种标准的知识解释方法，因此用这种方法表示的知识明确、易于理解
- 精确：谓词逻辑的真值只有“真”与“假”，其表示、推理都是精确的
- 灵活：知识和处理知识的程序是分开的，无须考虑处理知识的细节
- 模块化：知识之间相对独立，这种模块性使得添加、删除、修改知识比较容易进行
- 主要缺点
- 知识表示能力差：只能表示确定性知识，而不能表示非确定性知识、过程性知识和启发式知识
- 知识库管理困难：缺乏知识的组织原则，知识库管理比较困难
- 存在组合爆炸：由于难以表示启发式知识，因此只能盲目地使用推理规则，这样当系统知识量较大时，容易发生组合爆炸
- 系统效率低：它把推理演算与知识含义截然分开，抛弃了表达内容中所含有的语义信息，往往使推理过程冗长，降低了系统效率

利用谓词公式进行知识表示的注意事项

- (1) 分析语句中表示性质和关系的谓词，分别符号化为一元和n（$n \geq 2$）元谓词。
- (2) 根据语句的实际意义选用全称量词或存在量词。
- (3) 在不同的个体域中，谓词公式符号化的形式可能不一样。如果事先没有给出个体域，都应以全总个体域为个体域。
- (4)多个量词同时出现时，不能随意颠倒它们的顺序，颠倒后会改变原来的含义。

- 利用谓词公式进行知识表示的步骤如下：
- 1 定义谓词及个体，确定其含义；
- 2 根据要表达的事物或概念，为每个谓词中的变元赋值；
- 3 根据表达的知识的含义，用适当的连接符号将各个谓词连接起来，形成谓词公式。

练习

利用谓词公式表示知识的步骤如下：

1 定义谓词及个体，确定其含义；

2根据要表达的事物或概念，为每个谓词中的变元赋值；

3根据表达的知识的含义，用适当的连接符号将各个谓词连接起来，形成谓词公式。

- **用谓词演算公式表示下列句子。**
- **（1）猫比老鼠跑得快。**
- **（2）有的猫比所有老鼠跑得快。**
- **（3）并不是所有的猫比老鼠跑得快。**
- **（4）不存在跑得同样快的两只猫。**
- **解** C（x）：x**是猫**；M（y）：y**是老鼠**；Q（x，y）：x**比**y**跑得快**；L（x，y）：x**和**y**跑得同样快。**
- **这**4**个命题分别符号化为**：
- （1）$(\forall x)(\forall y)[C(x)\wedge M(y)\Rightarrow Q(x,y)]$；
- （2）$(\exists x)[C(x)\wedge(\forall y)(M(y)\Rightarrow Q(x,y))]$；
- （3）$\sim(\forall x)(\forall y)[C(x)\wedge M(y)\Rightarrow Q(x,y)]$；
- （4）$\sim(\exists x)(\exists y)[C(x)\wedge C(y)\wedge L(x,y)]$。

练习

- 如果张三比李四大，那么李四比张三小。
- 若一个人是老实人，他就不会说谎。
- For every set *x*, there is a set *y*, such that the cardinality of *y* is greater than the cardinality of *x*.
- 并不是所有的学生选修了历史和生物。
- 所有选修人工智能课程的学生都喜欢玩游戏。
- 选修人工智能课程的学生都不喜欢玩游戏。
- 并不是所有选修人工智能课程的学生都喜欢玩游戏。

作业

- 自然数是大于零的整数。
- 历史考试中有学生不及格。
- 历史考试中只有一个学生不及格。
- 星期六，所有的学生或者去了舞会，或者去工作，但是没有两者都去的。
- 星期六，未选修人工智能课程的学生都去舞会了。
- 每个力都有一个与之大小相等的反作用力。

66

置换&合一

一个表达式的置换就是在该表达式中用**置换项**置换**变量**.

置换 (Subtitution)是形如

$$\{\ t_1/x_1,\ \ t_2/x_2,\ \ \ldots,\ \ \ t_n/x_n\}$$

的有限集合。其中，t_i是不同于x_i的项（常量、变量、函数）；x_1，x_2，…，x_n是互不相同的变量；t_i/x_i表示用t_i代换x_i。

例子：

$\{a/x,\ w/y,\ f(s)/z\}$，$\{g(x)/x\}$是置换；

$\{x/x\}$，$\{y/f(x)\}$不是置换；

置换&合一

令置换 $s=\{t_1/x_1, \cdots, t_n/x_n\}$，而E是一谓词公式，那么s作用于E，就是将E中出现的变量x_i均以t_i代入$(i=1, \cdots, n)$，结果以Es表示，并称为E的一个例

- **例** **表达式**$P[x,f(y),B]$**的**4**个置换为**

  $s1=\{z/x,w/y\}$

  $s2=\{A/y\}$

  $s3=\{q(z)/x,A/y\}$

  $s4=\{c/x,A/y\}$

于是，我们可得到$P[x,f(y),B]$**的**4**个置换的例，如下：**

$P[x,f(y),B]\ s1=P[z,f(w),B]$

$P[x,f(y),B]s2=P[x,f(A),B]$

$P[x,f(y),B]s3=P[q(z),f(A),B]$

$P[x,f(y),B]s4=P[c,f(A),B]$

- 常使用的置换间的运算是置换乘法（合成）。

若　$\theta=\{t_1/x_1,\ldots,t_n/x_n\}$

$\lambda=\{u_1/y_1,\ldots,u_m/y_m\}$

置换的乘积$\theta\cdot\lambda$是个新的置换，作用于E相当于先θ后λ对E的作用。为此可如下定义

先作置换

$\{t_1\cdot\lambda/x_1,\ldots,t_n\cdot\lambda/x_n\ ,u_1/y_1,\ldots\ ,u_m/y_m\}$

若　$y_i\in\{x_1,\ldots,x_n\}$时，先从中删除u_i/y_i

$t_i\cdot\lambda=x_i$ 时，再从中删除$t_i\cdot\lambda/x_i$

所得的置换称作θ与λ的乘积，记作$\theta\cdot\lambda$。

- 例：$\theta = \{f(y)/x, z/y\}$

  $\lambda = \{a/x,\ b/y,\ y/z\}$

  求 $\theta\cdot\lambda$。

- 先作置换 $\{f(y)\cdot\lambda/x, z\cdot\lambda/y, a/x, b/y, y/z\} = \{f(b)/x, y/y, a/x, b/y, y/z\}$

  先删除 $a/x, b/y$,再删 y/y 得

  $\theta\cdot\lambda = \{f(b)/x, y/z\}$

- 当 $E = P(x,y,z)$ 时，

  $E(\theta\cdot\lambda) = P(f(b),y,y)$

  而 $E\theta = P(f(y),z,z)$

  $(E\theta)\lambda = P(f(b),y,y) = E(\theta\cdot\lambda)$

- 置换是可结合的。用s_1s_2表示两个置换s_1和s_2的合成。L表示一表达式，则有
- $(LS_1)S_2=L(S_1S_2)$
- 以及$(S_1S_2)S_3=S_1(S_2S_3)$
- 即用s_1和s_2相继作用于表达式L是同用s_1s_2作用于L一样的。
- 一般来说，置换是不可交换的.

72

置换&合一

- 合一 (Unification)

合一：寻找项对变量的置换，以使两表达式一致。

置换&合一

- 如果一个置换s作用于表达式集$\{E_i\}$的每个元素，则我们用$\{E_i\}s$来表示置换例的集。
- 称表达式集$\{E_i\}$是**可合一**的。如果存在一个置换s，使得：

$$E_1s= E_2s= E_3s=\ldots$$

- 那么我们称此s为$\{E_i\}$的合一者，因为s的作用是使集合$\{E_i\}$成为单一形式。

置换&合一

- **例2** 表达式集{P[x,f(y),B],P[x,f(B),B]}的合一者为
- s={A/x,B/y}
- 因为

$$P[x,\ f(y),B]s=P[x,f(B),B]s$$
$$=P[A,f(B),B]$$

- 即s使表达式成为单一形式
- P[A,f(B),B]

置换&合一

- s={A/x,B/y}是P[x,f(y),B],P[x,f(B),B]}的一个合一者,但它不是最简单的合一者;
- 最简单的合一者应为: g={B/y}
- 通过置换最少的变量以使表达式一致，这个置换就叫最一般合一者,记为mgu

消解原理

上一章讨论过谓词公式、合式公式性质以及置换、合一等概念。在此基础上,进一步介绍消解原理.

- 消解原理又称为归结原理。该原理是Robinson提出的一种基于逻辑的、采用反证法的推理方法。

- 由于其理论上的完备性，归结原理成为机器定理证明的主要方法。

消解法基本原理

消解法的基本原理是采用反证法或者称为反演推理方法，将待证明的表达式（定理）转换成为逻辑公式（谓词公式），然后再进行归结，归结能够顺利完成，则证明原公式（定理）是正确性的。

消解原理

- 证明的基本思想是：

  设F_1、…、F_n、G为公式，G为F_1、…、F_n的逻辑推论，当且仅当公式（$(F_1 \wedge \cdots \wedge F_n) \rightarrow G$）是有效的

- 也可以采用反证法的思想：

  设F_1、…、F_n、G为公式，G为F_1、…、F_n的逻辑推论，当且仅当公式（$F_1 \wedge \cdots \wedge F_n \wedge \neg G$）是不可满足的

- 归结法的本质上就是一种反证法，它是在归结推理规则的基础上实现的：

  为了证明一个命题P恒真，它证明其反命题¬P恒假，即不存在使得¬P为真的解释

基本概念

文字：一个原子公式和原子公式的否定都叫做文字，如：

$P(x)$， $\neg P(x,f(x))$， $Q(x, g(x))$

子句：由文字的析取组成的公式，如：

$P(x) \vee Q(x)$， $\neg P(x,f(x)) \vee Q(x,g(x))$

空子句：不包含任何文字的子句。

子句集：由子句构成的集合。

例：$\{P(x) \vee Q(x), \sim P(x, f(x)) \vee Q(x,g(x))\}$

基本概念

(1) 合取范式：$C_1 \wedge C_2 \wedge C_3 \ldots \wedge C_n$

(2) 子句集：　$S=\{C_1, C_2, C_3 \ldots, C_n\}$

(3)任何谓词公式F都可通过等价关系及推理规则化为相应的子句集S。

◇消解，当消解可使用时，消解过程被应用于母体子句对，以便产生一个导出子句。

◇例如，如果存在某个公理E1∨E2和另一公理～E2∨E3，那么E1∨E3在逻辑上成立．这就是消解，而称E1∨E3为E1∨E2和～E2∨E3的消解式（resolvent）

子句集的求取

- 任一谓词演算公式可以化成一个子句集。其变换过程由下列九个步骤组成：
- (1) 消去蕴涵符号
- 只应用$\vee$和~符号，以~$A \vee B$替换$A \Rightarrow B$。
- (2) 减少否定符号的辖域
- 每个否定符号~最多只用到一个谓词符号上，并反复应用狄·摩根定律。例如：
- 以~$A \vee$~B代替~$(A \wedge B)$
- 以~$A \wedge$~B代替~$(A \vee B)$
- 以$(\exists x)\{$~$A\}$代替~$(\forall x)A$
- 以$(\forall x)\{$~$A\}$代替~$(\exists x)A$
- 以A代替~(~A)

子句集的求取

- (3) 对变量标准化
- 在任一量词辖域内，受该量词约束的变量为一哑元（虚构变量），它可以在该辖域内处处统一地被另一个没有出现过的任意变量所代替，而不改变公式的真值。合式公式中变量的标准化，意味着对哑元改名以保证每个量词有其自己唯一的哑元。例如，把
- $$(\forall x)\{P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)\}$$
- 标准化而得到：
- $$(\forall x)\{P(x) \Rightarrow (\exists y)Q(y)\}$$

子句集的求取

- (4) 消去存在量词
- (a) 如果要消去的存在量词在某些全称量词的辖域内
- Skolem函数：在公式$(\forall y)[(\exists x)P(x,y)]$中，存在量词是在全称量词的辖域内，我们允许所存在的x可能依赖于y值。令这种依赖关系明显地由函数$g(y)$所定义，它把每个y值映射到存在的那个x。这种函数叫做Skolem函数。如果用Skolem函数代替存在的x，我们就可以消去全部存在量词，并写成：
- $$(\forall y)P(g(y),y)$$
- 一个公式消去一个存在量词的一般规则是以一个Skolem函数代替每个出现的存在量词的量化变量，而这个Skolem函数的变量就是由那些全称量词所约束的全称量词量化变量，这些全称量词的辖域包括要被消去的存在量词的辖域在内。
- Skolem函数所使用的函数符号必须是新的，即不允许是公式中已经出现过的函数符号。

子句集的求取

- (4) 消去存在量词
-

  (b) 如果要消去的存在量词不在任何一个全称量词的辖域内，那么就使用不含变量的Skolem函数即常量。
- 例如，$(\exists x)P(x)$化为$P(A)$，其中常量符号A用来表示我们知道的存在实体。A必须是个新的常量符号，它未曾在公式中其它地方使用过。

子句集的求取

- (5) 化为前束形

　　到这一步，已不留下任何存在量词，而且每个全称量词都有自己的变量。把所有全称量词移到公式的左边，并使每个量词的辖域包括这个量词后面公式的整个部分。所得公式称为前束形。前束形公式由前缀和母式组成，前缀由全称量词串组成，母式由没有量词的公式组成，即

前束形 ＝（前缀）（母　式）

全称量词串　无量词公式

子句集的求取

- (6) 把母式化为合取范式
- 任何母式都可写成由一些谓词公式和(或)谓词公式的否定的析取的有限集组成的合取。这种母式叫做合取范式。我们可以反复应用分配律。把任一母式化成合取范式。例如，我们把$A \vee \{B \wedge C\}$化为$\{A \vee B\} \wedge \{A \vee C\}$

子句集的求取

- (7) 消去全称量词

　　到了这一步，所有余下的量词均被全称量词量化了。同时，全称量词的次序也不重要了。因此，我们可以消去前缀，即消去明显出现的全称量词。

- (8) 消去连词符号$\wedge$
- 　　用$\{(A \vee B), (A \vee C)\}$代替$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$，以消去明显的符号$\wedge$。反复代替的结果，最后得到一个有限集，其中每个公式是文字的析取。任一个只由文字的析取构成的合式公式叫做一个子句。

子句集的求取

- (9) 更换变量名称

　　可以更换变量符号的名称，使一个变量符号不出现在一个以上的子句中。例如，对于子集$\{\sim P(x) \vee \sim P(y) \vee P[f(x, y)]$,

- $\sim P(x) \vee Q[x, g(x)]$，$\sim P(x) \vee \sim P[g(x)]\}$，在更改变量名后，可以得到子句集：

- $\{\sim P(x1) \vee \sim P(y) \vee P[f(x1, y)]$,

- $\sim P(x2) \vee Q[x2, g(x2)]$，$\sim P(x3) \vee \sim P[g(x3)]$

- 子句集的求取
- 例子，将下列谓词演算公式化为一个子句集
-

$$(\forall x)\left\{P(x) \Rightarrow \left\{(\forall y)\left[P(y) \Rightarrow P\left(f(x,y)\right)\right] \wedge \sim (\forall y)\left[Q(x,y) \Rightarrow P(y)\right]\right\}\right\}$$

子句集的求取过程

$$(\forall x)\{P(x)\Rightarrow\{(\forall y)[P(y)\Rightarrow P(f(x,y))]\wedge\sim(\forall y)[Q(x,y)\Rightarrow P(y)]\}\}$$

开始：

1. 消去蕴涵符号

只应用∨和~符号，以~A∨B替换A→B。

$$(\forall x)\{\sim P(x)\vee\{(\forall y)[\sim P(y)\vee P(f(x,y))]\wedge\sim(\forall y)[\sim Q(x,y)\vee P(y)]\}\}$$

2. 减少否定符号的辖域

每个否定符号~最多只是用到一个谓词符号上，并反复应用狄•摩根定律。

$$(\forall x)\{\sim P(x)\vee\{(\forall y)[\sim P(y)\vee P(f(x,y))]\wedge(\exists y)[Q(x,y)\wedge\sim P(y)]\}\}$$

子句集的求取过程

$$(\forall x)\{\sim P(x)\vee\{(\forall y)[\sim P(y)\vee P(f(x,y))]\wedge(\exists y)[Q(x,y)\wedge\sim P(y)]\}\}$$

3. 对变量标准化

对哑元（虚构变量）改名，以保证每个量词有其自己唯一的哑元。

$$(\forall x)\{\sim P(x)\vee\{(\forall y)[\sim P(y)\vee P(f(x,y))]\wedge(\exists w)[Q(x,w)\wedge\sim P(w)]\}\}$$

4. 消去存在量词

以Skolem函数代替存在量词内的约束变量，然后消去存在量词

$$(\forall x)\{\sim P(x)\vee\{(\forall y)[\sim P(y)\vee P(f(x,y))]\wedge[Q(x,g(x))\wedge\sim P(g(x))]\}\}$$

式中，$w=g(x)$为一Skolem函数。

子句集的求取过程

$$(\forall x)\{\sim P(x)\vee\{(\forall y)[\sim P(y)\vee P(f(x,y))]\wedge[Q(x,g(x))\wedge\sim P(g(x))]\}\}$$

式中，$w=g(x)$为一Skolem函数。

5. 化为前束形

把所有全称量词移到公式的左边，并使每个量词的辖域包括这个量词后面公式的整个部分。

前束形={前缀} {母式}

全称量词串 无量词公式

$$(\forall x)(\forall y)\{\sim P(x)\vee\{[\sim P(y)\vee P(f(x,y))]\wedge[Q(x,g(x))\wedge\sim P(g(x))]\}\}$$

6. 把母式化为合取范式

任何母式都可写成由一些谓词公式和（或）谓词公式的否定的析取的有限集组成的合取。

$$(\forall x)(\forall y)\{[\sim P(x)\vee\sim P(y)\vee P(f(x,y))]\wedge[\sim P(x)\vee Q(x,g(x))]\wedge[\sim P(x)\vee\sim P(g(x))]\}$$

子句集的求取过程

$\{[\sim P(x) \vee \sim P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge [\sim P(x) \vee Q(x,g(x))] \wedge [\sim P(x) \vee \sim P(g(x))]\}$

7. **消去全称量词**

所有余下的量词均被全称量词量化了。消去前缀，即消去明显出现的全称量词

$\sim P(x) \vee \sim P(y) \vee P(f(x,y))$

$\sim P(x) \vee Q(x,g(x))$

$\sim P(x) \vee \sim P(g(x))$

8. **消去连词符号$\wedge$**

用{A, B}代替(A $\wedge$B)，消去符号$\wedge$. 最后得到一个有限集，其中每个公式是文字的析取。

子句集的求取过程

9. 更换变量名称

可以更换变量符号的名称，使一个变量符号不出现在一个以上的子句中

$\sim P(x1) \lor \sim P(y) \lor P[f(x1, y)]$

$\sim P(x2) \lor Q[x2, g(x2)]$

$\sim P(x3) \lor \sim P[g(x3)]$

例2

$$(\forall x)\{[(\forall y)P(x,y)]\to\neg(\forall y)[Q(x,y)\to R(x,y)]\}$$

1. $(\forall x)\{\neg[(\forall y)P(x,y)]\vee[\neg(\forall y)(\neg Q(x,y)\vee R(x,y))]\}$
2. $(\forall x)\{[(\exists y)\neg P(x,y)]\vee[(\exists y)(Q(x,y)\wedge\neg R(x,y))]\}$
3. $(\forall x)\{[(\exists y)\neg P(x,y)]\vee[(\exists z)(Q(x,z)\wedge\neg R(x,z))]\}$
4. 上式中存在量词(∃y)及(∃z)都位于(∀x)的辖域内，所以需要用Skolem函数替换，设替换y和z的Skolem函数分别是f(x)和g(x)，则替换后得到

$$(\forall x)\{\neg P(x,f(x))\vee[Q(x,g(x))\wedge\neg R(x,g(x))]\}$$

5. 化为前束形

举例

6. $(\forall x)\{[(\neg P(x,f(x))\vee Q(x,g(x))]\wedge[\neg P(x,f(x))\vee\neg R(x,g(x))]\}$

7. $(\neg P(x,f(x))\vee Q(x,g(x)))\wedge(\neg P(x,f(x))\vee\neg R(x,g(x)))$

8. $(\neg P(x,f(x))\vee Q(x,g(x)))\wedge(\neg P(y,f(y))\vee\neg R(y,g(y)))$

9. $\neg P(x,f(x))\vee Q(x,g(x))$
$\neg P(y,f(y))\vee\neg R(y,g(y))$

练习

- 将下列谓词公式化为子句集：
- (1) $(\forall x)\{P(x) \to P(x)\}$
- (2) $\forall x \forall y(On(x,y) \to Above(x,y))$
- (3) $\forall x \forall y \forall z(Above(x,y) \wedge Above(y,z) \to Above(x,z))$
- (4)补充：$(\forall x)(\forall y)(\exists z)(P(x,y) \to Q(x,y) \vee R(x,z))$

练习

- （1）$(\forall x)(\exists y)\{P(x,y)\vee[Q(x,y)\to R(x,y)]\}$
- （2）$(\exists x)(\forall y)\{[S(x)\vee T(x,y)]\to R(x)\}$
- （3）$F=\forall x[\exists y(U(x,y)\wedge I(y))\to\exists u(P(u)\wedge Q(x,u))]$
- （4）$\boldsymbol{G}=\neg\left[\exists \boldsymbol{u}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{u})\to\forall \boldsymbol{x}\forall \boldsymbol{y}\left(\boldsymbol{I}(\boldsymbol{y})\to\sim \boldsymbol{U}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\right)\right]$

消解反演

- 定理证明的任务：
  - 由前提$A1 \wedge A2 \wedge ... \wedge An$
  - 推出结论B
  - 即证明：$A1 \wedge A2 \wedge ... \wedge An \rightarrow B$ 永真
- 转化为证明：
  - $A1 \wedge A2 \wedge ... \wedge An \wedge \neg B$为永假式
- 归结推理就是：从$A1 \wedge A2 \wedge ... \wedge An \wedge \neg B$出发，使用归结推理规则来找出矛盾，最后证明定理$A1 \wedge A2 \wedge ... \wedge An \rightarrow B$的成立

消解反演

- 归结方法是一种机械化的，可在计算机上加以实现的推理方法
- 可认为是一种反向推理形式
- 提供了一种自动定理证明的方法

消解反演

- 一般过程：
  1) 建立子句集S
  2) 从子句集S出发，仅对S的子句间使用归结推理规则
  3) 如果得出空子句，则结束；否则转下一步
  4) 将所得归结式仍放入S中
  5) 对新的子句集使用归结推理规则
  6) 转(3)
- 空子句不含有文字，它不能被任何解释满足，所以空子句是永假的，不可满足的。
- 归结过程出现空子句，说明出现互补文字，说明S中有矛盾，因此S是不可满足的。

消解反演

- 如欲证明Q为$P_1,P_2,\ldots,P_n$的逻辑结论，只需证

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n) \wedge \neg Q$$

是不可满足的，或证明其子句集是不可满足的。而子句集的不可满足性可用归结原理来证明。

- 应用归结原理证明定理的过程称为归结（消解）反演。
- 设F为已知前提的公式集，Q为目标公式(结论)，用归结反演进行证明的步骤是：

1. 否定Q，得到¬Q；
2. 把¬Q并入到公式集F中，得到{F, ¬Q}；
3. 把公式集{F, ¬Q}化为子句集S；
4. 应用消解推理规则对子句集S中的子句进行归结，并把每次归结得到的归结式都并入S中。如此反复进行，若出现了空子句，则停止归结。

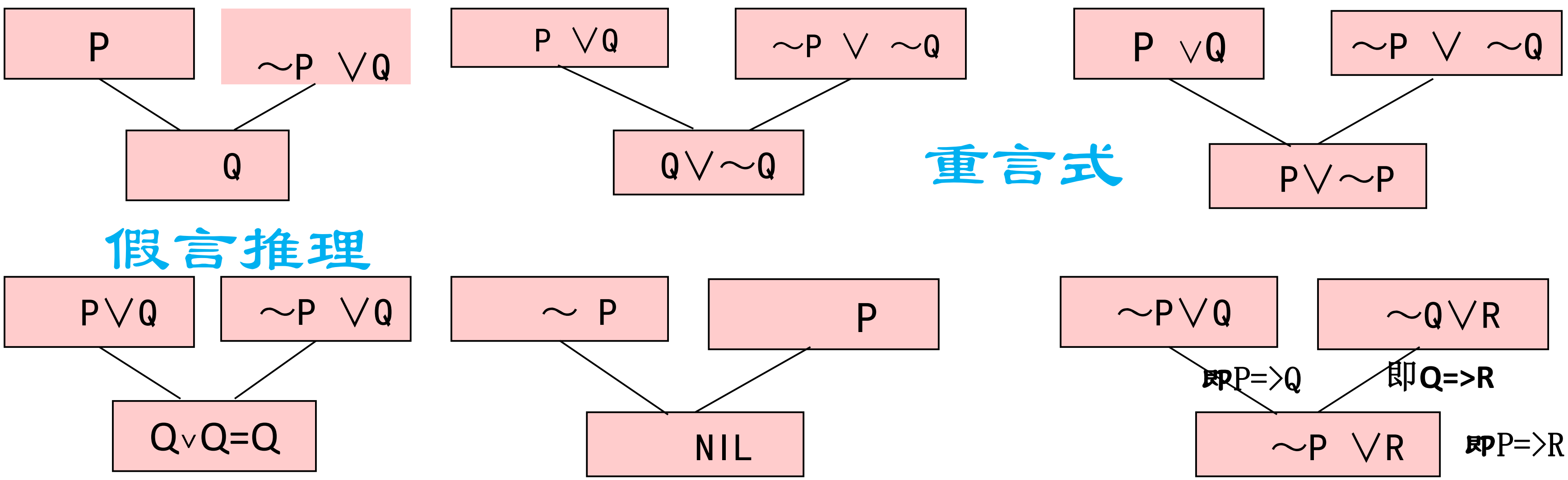
消解推理规则

重言式对应于所有指派，命题公式均取值真

消解的定义

- 令L_1, L_2为两任意原子公式：L_1和L_2具有相同的谓词符号，但一般具有不同的变量，已知两个子句$L_1 \vee \alpha$和$\sim L_2 \vee \beta$，如果L_1和L_2具有最一般合一σ，那么通过消解可以从两个父辈子句推导出一个新子句$(\alpha \vee \beta)\sigma$。这个新子句叫做消解式。

消解式求法

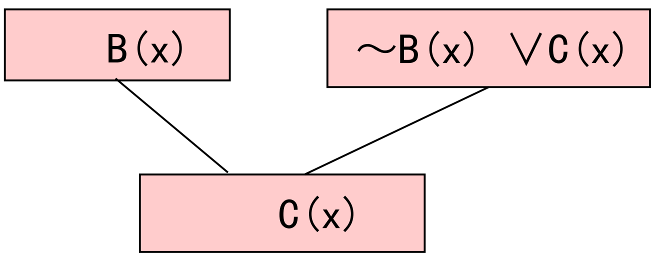


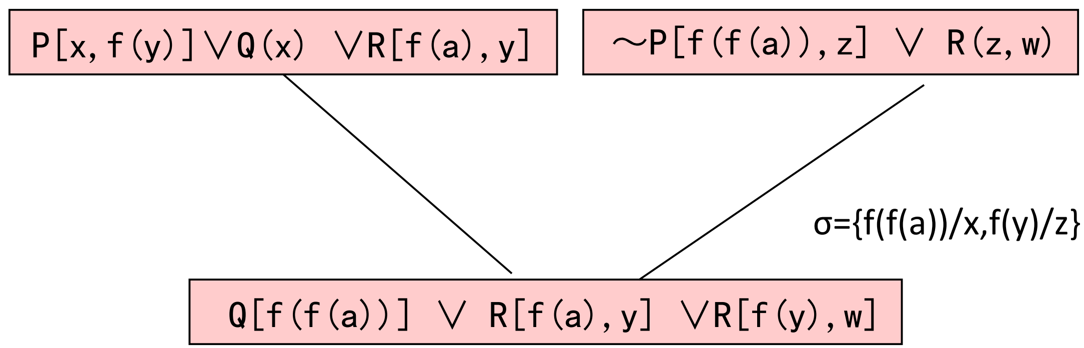
合并　　空子句（矛盾）　　链式（三段论）

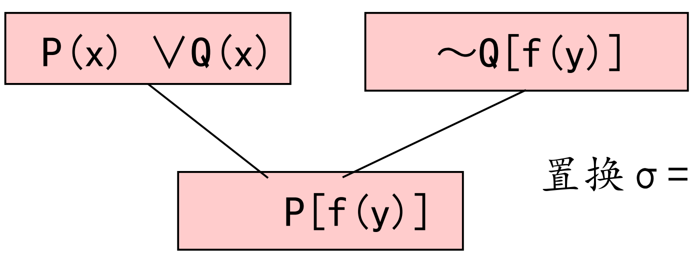
含有变量的消解式

含有变量的子句之消解式

- 要把消解推理规则推广到含有变量的子句，必须找到一个作用于父辈子句的置换，使父辈子句含有互补文字。







置换σ={f(y)/x}

消解推理的常用规则

父 辈 子 句	消 解 式
P和～P∨Q即(P=>Q)	Q
P∨Q和～P∨Q	Q
P∨Q和～P∨～Q	Q∨～Q和P∨～P
～P∨P	NIL
～P∨Q(即P=>Q)和～Q∨R(即Q=>R)	～P∨R(即P=>R)
B(x)和～B(x) ∨C(x)	C(x)
P(x)∨Q(x)和～Q(f(y))	P(f(y))， σ={f(y)/x}
P(x,f(y)) ∨Q(x) ∨R(f(a),y)和 ～P(f(f(a)),z) ∨R(z,w)	Q(f(f(a))) ∨R(f(a),y) ∨R(f(y),w)， σ={f(f(a))/x,f(y)/z}

消解反演

- 例1:证明
- 前提：$(P \rightarrow Q) \wedge \sim Q$， 结论： $\sim P$
- 证明：首先建立子句集:

  $S=\{\sim P \vee Q,\ \sim Q\ ,\ P\}$
- 对S作归结:

  (1) $\sim P \vee Q$

  (2) $\sim Q$

  (3) P

  (4) $\sim P$ (1)(2)归结

  (5) NIL (3)(4)归结

消解反演的例子

例2 已知

$$F:\ (\forall x)[(\exists y)(A(x,y)\wedge B(y))\rightarrow(\exists y)(C(y)\wedge D(x,y))]$$
$$G:\ \neg(\exists x)C(x)\rightarrow(\forall x)(\forall y)(A(x,y)\rightarrow\neg B(y))$$

求证：G是F的逻辑结论。

证明：首先把F和¬G化为子句集：

$$F=\{\neg A(x,y)\vee\neg B(y)\vee C(f(x)),\ \neg A(x,y)\vee\neg B(y)\vee D(x,f(x))\}$$
$$\neg G=\{\neg C(z),\ A(a,b),\ B(b)\}$$

然后进行归结：

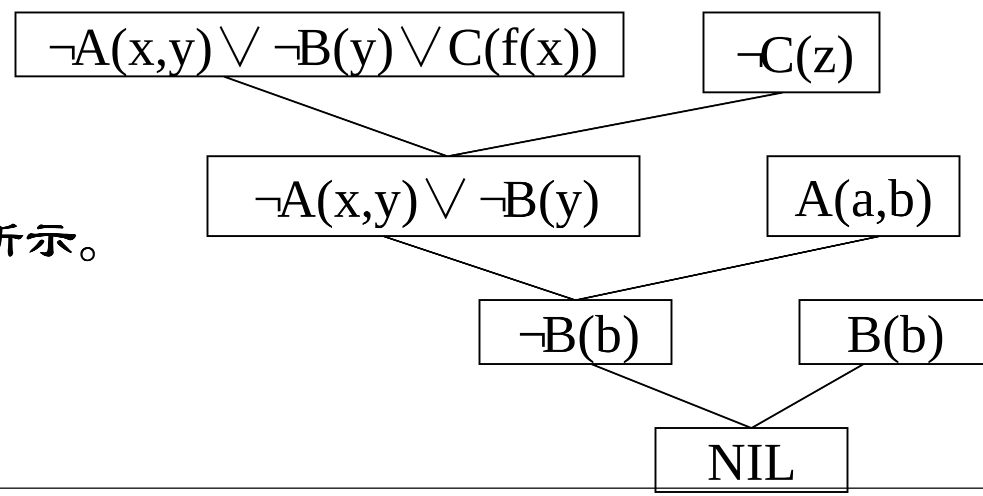
(6)¬A(x,y)∨¬B(y)　　由(1)与(3)归结，{f(x)/z}

(7)¬B(b)　　由(4)与(6)归结，{a/x,b/y}

(8)NIL　　由(5)与(7)归结

所以G是F的逻辑结论。

上述归结过程如右图归结树所示。



消解反演

- 例3：
- 某公司招聘工作人员，A、B、C三人应试，经面试后公司表示如下想法：
- （1）三人中至少录取一人。
- （2）如果录取A而不录取B，则一定录取C。
- （3）如果录取B，则一定录取C。
- 求证：公司一定录取C。

应用消解原理进行消解：

(5) $P(B) \vee P(C)$　　(1)与(2)消解

(6) $P(C)$　　(3)与(5)消解

(7) nil　　(4)与(6)消解

所以 公司一定录取C

(1) 三人中至少录取一人。

(2) 如果录取A而不录取B，则一定录取C。

(3) 如果录取B，则一定录取C。

求证：公司一定录取C。

- 例3
- 证明：设用P(x)表示录取x。
- 把公司的想法用谓词公式表示
- (1) $P(A) \vee P(B) \vee P(C)$
- (2) $P(A) \wedge \sim P(B) => P(C)$
- (3) $P(B) => P(C)$
- 把要求证的问题否定，并用谓词公式表示出来：
- (4) $\sim P(C)$

化为子句集

(1) $P(A) \vee P(B) \vee P(C)$

(2) $\sim P(A) \vee P(B) \vee P(C)$

(3) $\sim P(B) \vee P(C)$

(4) $\sim P(C)$

消解反演

- 例4：
- 前提：每个储蓄钱的人都获得利息。
  结论：如果没有利息，那么就没有人去储蓄钱。

- 证明：令S(x, y)表示"x储蓄y"
- M(x)表示"x是钱"
  I(x)表示"x是利息"
  E(x，y)表示"x获得y"

消解反演

- 前提：每个储蓄钱的人都获得利息。
  结论：如果没有利息，那么就没有人去储蓄钱。
  S(x, y)表示"x储蓄y"；M(x)表示"x是钱"；
  I(x)表示"x是利息"；E(x, y)表示"x获得y"。
- 于是上述命题写成下列形式：

$$(\forall x)[(\exists y)(S(x,y)\wedge M(y))\Rightarrow(\exists y)(I(y)\wedge E(x,y))]$$

$$\neg(\exists x)I(x)\Rightarrow(\forall x)(\forall y)(M(y)\Rightarrow\neg S(x,y))$$

证明：

化为子句形

把前提化为子句形：

（1） $\sim S(x,y) \vee \sim M(y) \vee I(f(x))$

（2） $\sim S(x,y) \vee \sim M(y) \vee E(x,f(x))$

把结论化为子句形：

(3) $\sim I(z)$

（4） $s(a,b)$

（5） $M(b)$

消解反演求NIL

子句 （1） 子句 （3）

$f(x)/z$

子句 (6) $\sim S(x, y) \vee \sim M(y)$

子句 （4）

$\{a/x, b/y\}$

子句 （7） $\sim M(b)$

子句 (5)

NIL

储蓄问题反演树

反演求解过程

- **反演求解过程**
- 从反演树求取答案步骤：
- (1) 把由目标公式的否定产生的每个子句添加到目标公式否定之否定的子句中去。
- (2) 按照反演树，执行和以前相同的消解，直至在根部得到某个子句止
- (3) 用根部的子句作为一个回答语句

- **实质**
- 把一棵根部有NIL的反演树变换为根部带有回答语句的一棵证明树

反演求解过程

- 例：

  "如果无论约翰(John)到哪里去，菲多(Fido)也就去那里，那么如果约翰在学校里，菲多在哪里呢?"

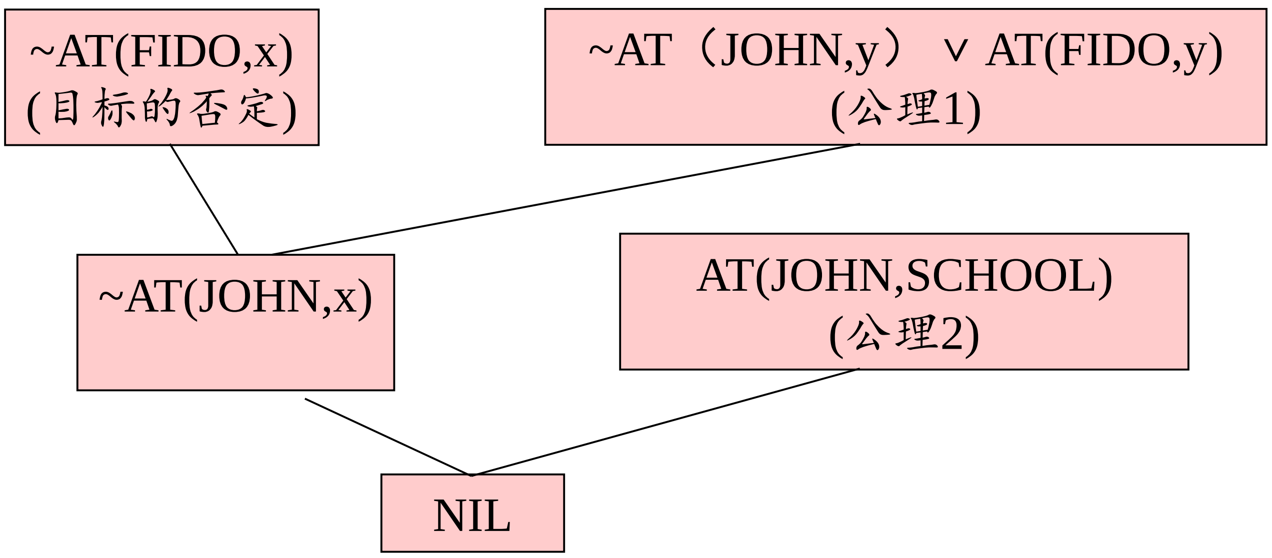
- 公式集S：
- $(\forall x)[AT(JOHN, x) \Rightarrow AT(FIDO, x)]$
- AT(JOHN,SCHOOL)

反演求解过程

- 如果我们首先证明公式$(\exists x)AT(FIDO, x)$在逻辑上遵循S，然后寻求一个存在x的例，那么就能解决“菲多在哪里”的问题。
- 关键想法是把问题化为一个包含某个存在量词的目标公式，使得此存在量词量化变量表示对该问题的一个解答。如果问题可以从给出的事实得到答案，那么按这种方法建立的目标函数在逻辑上遵循S。在得到一个证明之后，我们就试图求取存在量词量化变量的一个例，作为一个回答。

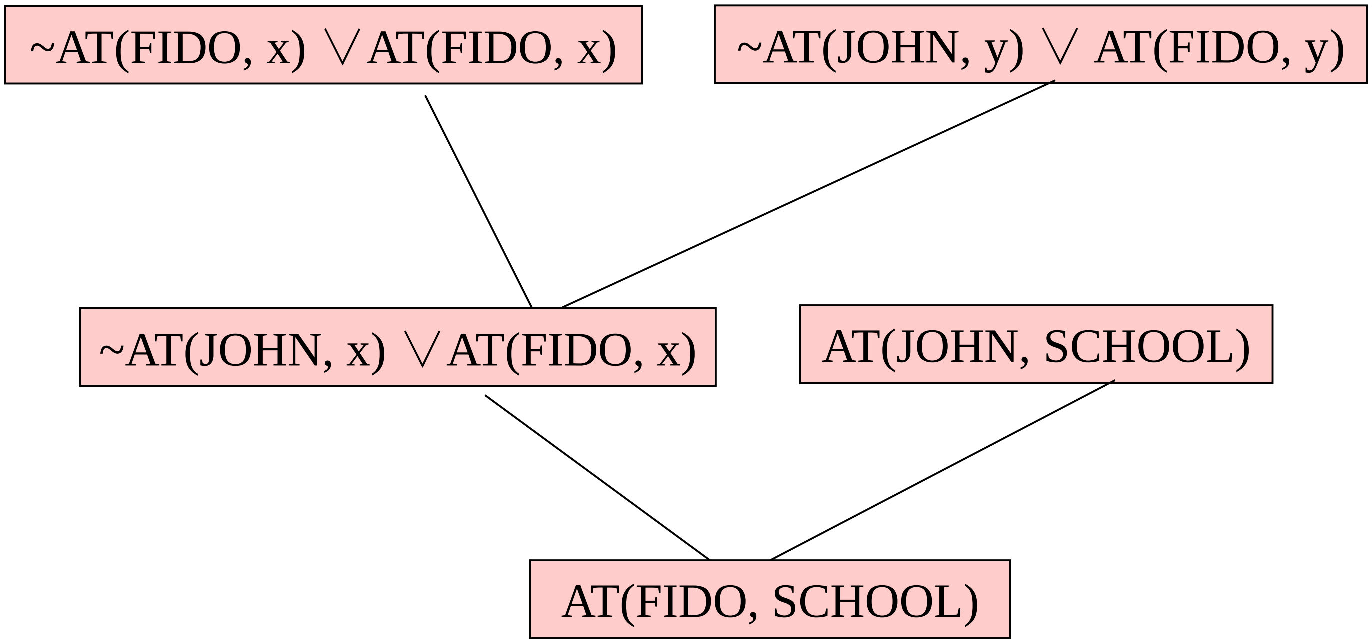
反演求解过程

- 目标公式(∃x)AT(FIDO,X)的否定产生：
- (∀x)[～AT(FIDO,x)]
- 其子句形式为：～AT(FIDO,x)



"菲多在哪里"例题的反演树

反演求解过程



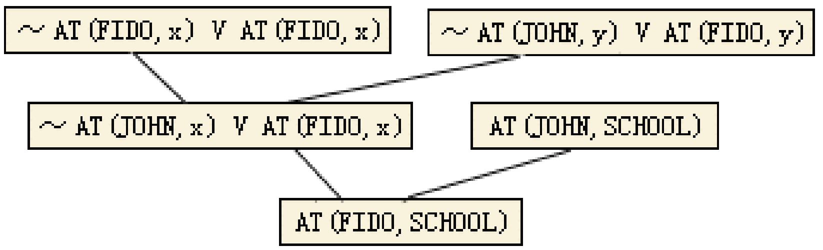
从消解求取答案例题的证明树

反演求解过程

- 答案求取涉及到把一棵根部有NIL的**反演树**变换为在根部带有可用作答案的某个语句的一颗**证明树**。
- 由于变换关系涉及到把由目标公式的否定产生的每个子句变换为一个**重言式**，所以被变换的证明树就是一棵消解的证明树，其在根部的语句在逻辑上遵循公理加上重言式，因而也单独地遵循公理。因此**被变换的证明树本身就证明了求取办法是正确的**。

反演求解过程

- (1) 目标公式否定的子句形式为 ：～AT(FIDO,x) 把它添加至目标公式的否定之否定的子句中去，得重言式 ～AT(FIDO,x)∨AT(FIDO,x)
- (2) 用反演树进行消解， 并在根部得到子句：
  AT (FIDO， SCHOOL)
- (3) 从根部求得答案AT(FIDO， SCHOOL)， 用此子句作为回答语句。
- 因此， 子句AT (FIDO， SCHOOL)就是这个问题的合适答案



反演求解过程

例2：

已知：

$(\forall x)\ (\forall y)\ (\forall z)\ [Father(z,x)\ \wedge\ Brother(x,y) \Rightarrow Father(z,y)]$

Brother(John,Bob)

Father(Jim,John)

问：谁是Bob的父亲？

Father(u,Bob), u=?

构造：

$\neg Father(u,\ Bob) \vee Father(u,\ Bob)$

化为子句集:

1 $\neg$Father(z,x) ∨ $\neg$Brother(x,y) ∨ Father(z,y)

2 Brother(John,Bob)

3 Father(Jim,John)

4 $\neg$Father(u, Bob) ∨ Father(u, Bob)

$\neg$Father(z,x) ∨ $\neg$Brother(x,y) ∨ Father(z,y)

Brother(John,Bob)

John/x, Bob/y

Father(Jim,John)

$\neg$Father(z,John) ∨ Father(z,Bob)

Jim/z

$\neg$Father(u, Bob) ∨ Father(u, Bob)

Father(Jim,Bob)

Jim/u

Father(Jim, Bob)

补充作业1

- 判断以下子句集是否为不可满足
-
- $\{P(x)\vee Q(x)\vee R(x), \neg P(y)\vee R(y), \neg Q(a), \neg R(b)\}$

补充作业2：

已知 规则1：任何人的兄弟不是女性。

规则2：任何人的姐妹必是女性。

事实：Mary是Bill的姐妹。

求证：用消解反演方法证明Mary不是Tom的兄弟。

请依次完成以下三问，从而使问题得证。

（1）定义谓词。将待证明的问题的前提条件和逻辑结论用谓词公式表示出来。

（2）将上述规则与事实及求证目标的否定化成子句集。

（3）利用消解原理对上面的子句集中的子句进行消解。

提示：定义谓词。

Brother（x, y）：表示x是y的兄弟。

Sister（x, y）：表示x是y的姐妹。

Women（x）：表示x是女性。

$$(\forall x)(\forall y)[Brother(x,y) \rightarrow \neg Woman(x)]$$

$$(\forall x)(\forall y)[Sister(x,y) \rightarrow Woman(x)]$$

补充作业3

- 已知规则：对于任意的x，y，z，若x是y的父亲且z是x的父亲，则z是y的祖父，即 $(\forall x)(\forall y)(\forall z)[F(z,x) \wedge F(x,y)] \Rightarrow G(z,y)$。
- 已知事实1：John是Bob的父亲，即F(John, Bob)。
- 已知事实2：Jim是John的父亲，即F(Jim, John)。
- 用消解反演方法求解：谁是Bob的祖父？

语义网络法

（Semantic Network Representation）

- 语义网络是1968年Quilian在研究人类联想记忆时提出的心理学模型，认为记忆是由概念间的联系来实现的。1972年Simmons首先将语义网络表示法用于自然语言理解系统

126

语义网络法

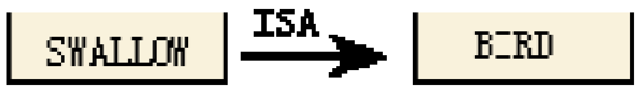
- 定义：
- 语义网络是知识的一种结构化图解表示，它由节点和弧线组成。
- 节点用于表示实体、概念和情况等，节点之间的弧线用于表示节点间的关系。

127

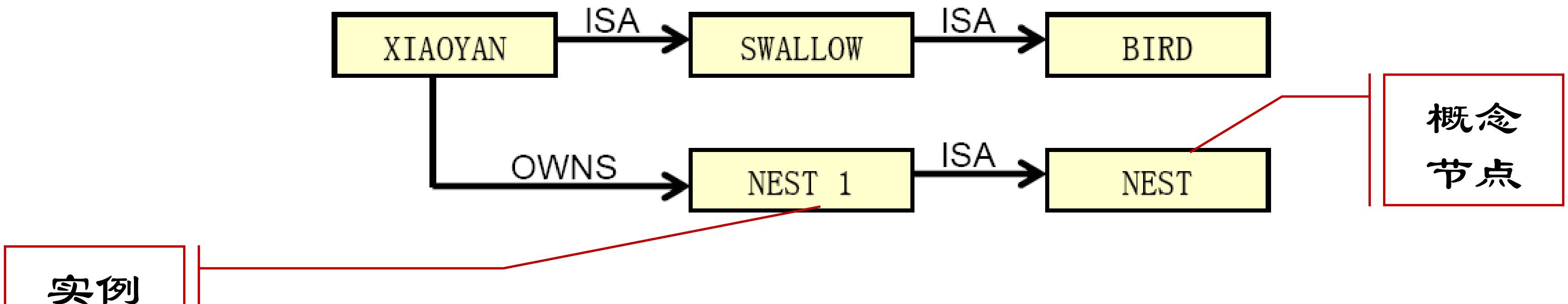
- 语义网络的特点：
- 1 以联想方式实现对系统的解释。
- 2 概念易于受访和学习。
- 3 表现问题直观，易于理解。
- 4 推理不能保证如谓词逻辑法那样有效。
- 5 知识存储和检索可能比较复杂。

二元语义网络的表示

- 1 **表示简单的事实**



- 2 **表示占有关系和其它情况**

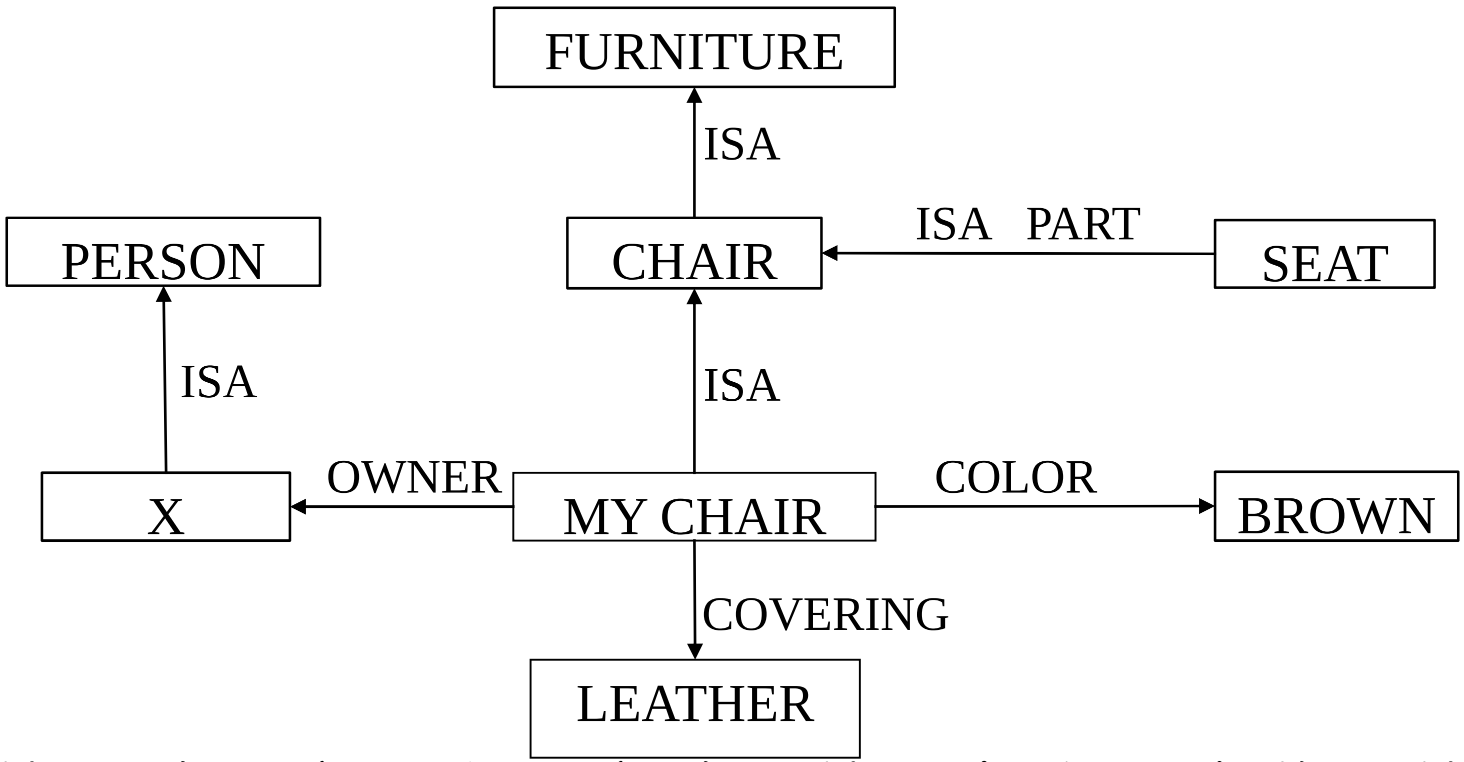


小燕是一只燕子，燕子是鸟；巢-1是小燕的巢，巢-1是巢中的一个.

129

二元语义网络的表示

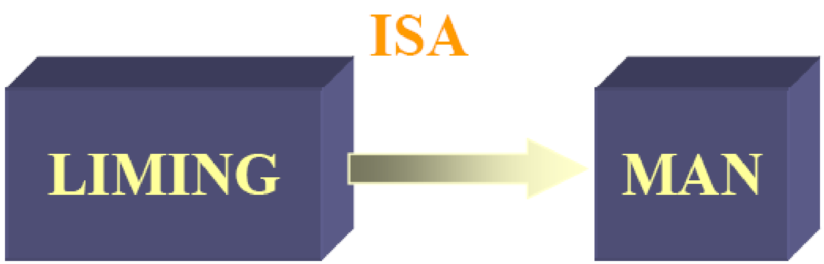
3 试图用一组基元来表示知识，以便简化表示，并可用简单的知识来表示更复杂的知识。



我椅子的颜色是咖啡色的；椅子包套是皮革；椅子是一种家具；座位是椅子的一部分；椅子的所有者是X；X是个人

多元语义网络的表示

- 谓词逻辑与语义网络等效



（语义网络）

ISA（LIMING，MAN）或 MAN（LIMING）

（谓词逻辑）

以上说明语义网络可以毫无困难地表示一元关系

131

- 语义网络是一种网络结构。节点之间以链相连。从本质上讲，节点之间的连接是二元关系。但如果所要表示的事实是多元关系，则把这个多元关系转化成一组二元关系的组合，或二元关系的合取

多元语义网络表示的实质

- 把多元关系转化为一组二元关系的组合，或二元关系的合取。

$$R(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

可转换为

$$R_{12}(X_1, X_2) \wedge R_{13}(X_1, X_3) \wedge \ldots \wedge R_{1n}(X_1, X_n)$$

$$\ldots\ldots$$

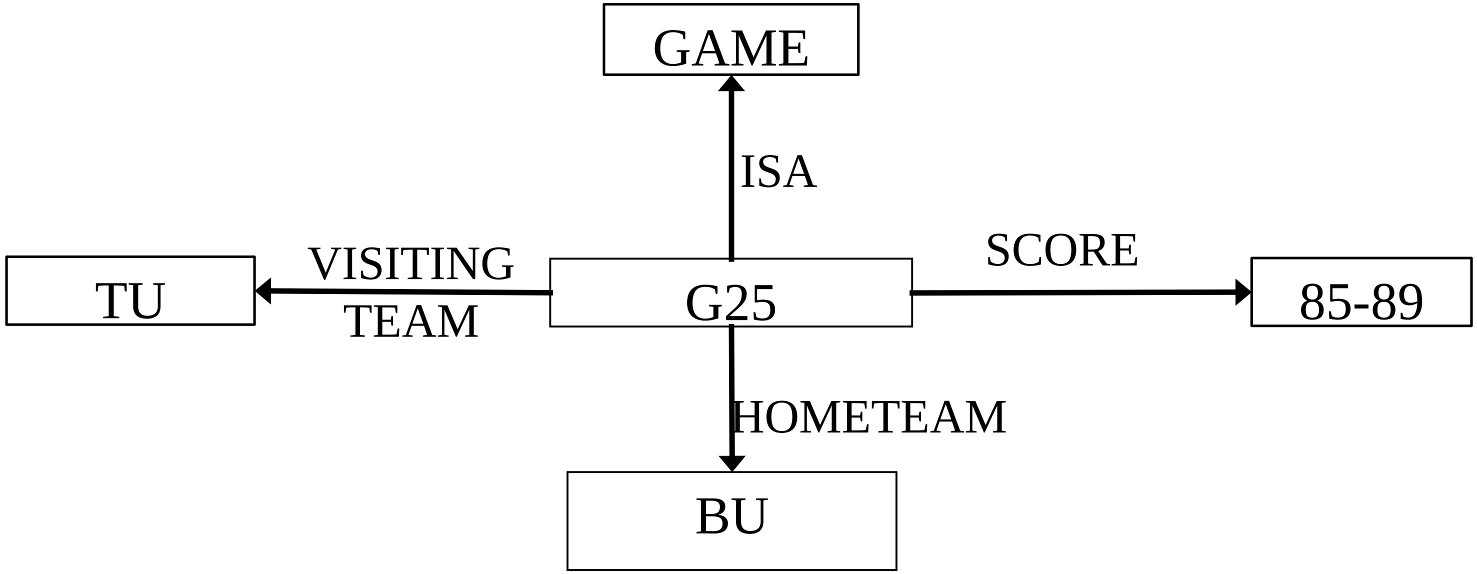
$$R_{n-1\ n}(X_{n-1}, X_n)$$

133

多元语义网络的表示

- 例如，要表达北京大学(BEIJING University,简称BU)和清华大学(TSINGHUA University,简称TU)两校篮球队在北大进行的一场比赛的比分是85比89。若用谓词逻辑可表示为SCORE(BU，TU，(85-89))。这个表示式中包含3项，而语义网络从本质上来说，只能表示二元关系

多元语义网络表示



我们引入附加节点G25来表示这场特定的球赛。

135

其他方法－框架表示

- １９７５年美国麻省理工学院明斯机提出了框架理论作为理解视觉，自然语言对话以及其他复杂行为．他指出：当一个人遇到新情况时，他会从记忆中选择一种结构即框架；
- 例如，**当我们走进教室时，可以预见在教室里可以看到椅子、黑板等。我们无法把过去的经验一一都存在脑子里，而只能以一个通用的数据结构的形式存储以往的经验。这样的数据结构称为框架。**
- 框架提供了一种结构，在它里面新的数据将用过去获得的概念来解释．知识的这种组织化，使人们面临新情况时能从旧经验中进行预测，引起对有关事项的注意回忆以及推理．

框架表示

框架是一种**结构化表示法**，通常采用语义网络中的节点-槽-值表示结构。

137

框架

〈框架名〉
〈槽名1〉〈槽值1〉| 〈侧面名11〉〈侧面值111，侧面值112，…〉
〈侧面名12〉〈侧面值121，侧面值122，…〉

〈槽名2〉〈槽值2〉|〈侧面名21〉〈侧面值211，侧面值212，…〉
〈侧面名22〉〈侧面值221，侧面值222，…〉

… …

…
〈槽名k〉〈槽值k〉| 〈侧面名k1〉〈侧面值k11，侧面值k12，…〉
〈侧面名k2〉〈侧面值k21，侧面值k22，…〉

138

表2.3 简单框架示例 JOHN的描述框架

JOHN		
isa	:	PERSON
profession	:	PROGRAMMER
height	:	1.8m
weight	:	79kg

框架表示

- 框架的主要特征
- a) 有一个框架名（可带有参数）
- b) 有一组属性，每个属性称为一个槽，里面可存放属性值
- c) 每个属性对值有要求，不同属性的类型可不同
- d) 有些属性值可为子框架调用（可带参数）
- e) 有些属性值是预先确定，有些属性值需在生成实例时代入
- f) 有些属性值在代入时需满足一定条件，有时，在不同属性的属性值之间还有一些条件需要满足

- 例下面是描述一个具体教师的框架:
- 框架名:〈教师-1〉
- 类属:〈大学教师〉
- 姓名:李明
- 性别:男
- 年龄:30
- 职业:教师
- 职称:讲师
- 专业:计算机应用
- 部门:计算机系软件教研室
- 工作:
- 参加工作时间:2019年8月
- 工龄:当前年份-参加工作年份
- 工资:〈工资单〉

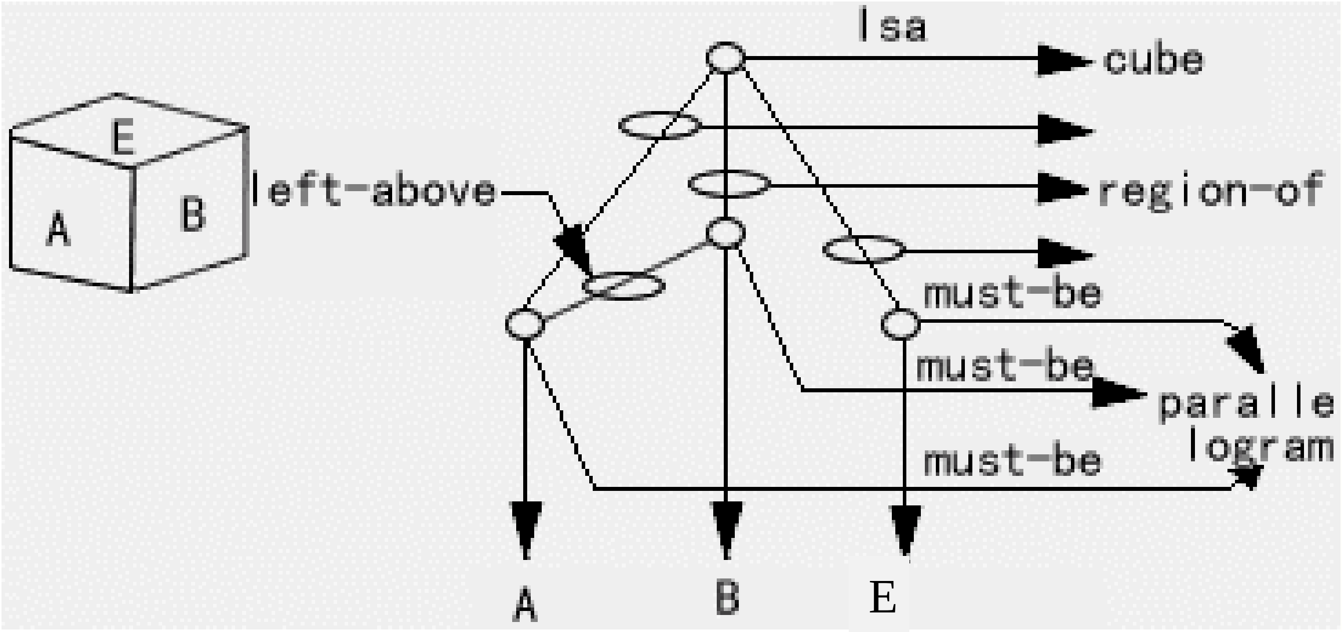
141

例如，产生式

- 如果头痛且发烧，则患感冒。
- 用框架表示可为：
- 框架名：〈诊断1〉
- 前提：条件1：头痛
- 条件2：发烧
- 结论：患感冒

一个框架系统实例

- 下图所示为表示**立方体**的一个视图的框架。图中，最高层的框架，用isa槽说明它是一个立方体，并由region槽指示出它所拥有的3个可见面A、B、E。而A、B、E又分别用3个框架来具体描述。用must be槽指示出它们必须是一个平行四边形。



一个立体视图的框架表示

剧本（Script ）表示

- 剧本**是框架的一种特殊形式**，它用一组槽来描述某些事件的发生序列.
- 剧本的构成

  一个剧本一般由以下各部分组成：
- (1) **开场条件**　给出在剧本中描述的事件发生的前提条件。
- (2) **角色**　用来表示在剧本所描述的事件中可能出现的有关人物的一些槽。
- (3) **道具**　这是用来表示在剧本所描述的事件中可能出现的有关物体的一些槽。

  (4) **场景**　描述事件发生的真实顺序，可以由多个场景组成，每个场景又可以是其它的剧本。

  (5) **结果**　给出在剧本所描述的事件发生以后通常所产生的结果。

下面以餐厅剧本为例说明剧本各个部分的组成

(1) 开场条件
(a) 顾客饿了，需要进餐 (b) 顾客有足够的钱
(2) 角色
顾客，服务员，厨师，老板
(3) 道具
食品，桌子，菜单，钱
(4) 场景

场景1 进入餐厅
(a) 顾客走入餐厅 (b) 寻找桌子
(c) 在桌子旁坐下
场景2 点菜
(a) 服务员给顾客菜单 (b) 顾客点菜
(c) 顾客把菜单还给服务员 (d) 顾客等待服务员送菜
场景3 等待
(a) 服务员把顾客所点的菜告诉厨师 (b) 厨师做菜
场景4 吃菜
(a) 厨师把做好的菜给服务员 (b) 服务员给顾客送菜
(c) 顾客吃菜
场景5 离开
(a) 服务员拿来账单 (b) 顾客付钱给服务员
(c) 顾客离开餐厅

(5) 结果
(a) 顾客吃了饭，不饿了 (b) 顾客花了钱
(c) 老板挣了钱 (d) 餐厅食品少了

剧本的推理

- 在现实世界中事件发生的某种模式来自事件之间的因果关系。剧本中所描述的事件形成一个巨大的因果链，链的起点是一组开场条件，满足这些开场条件，剧本中的事件才能产生。链的终点是一组结果，有了这组结果，以后的事件或事件序列(可能用其他的剧本来描述)才能发生。在这个链内一件事情和前后的事情都相互联系。
- 剧本结构，比起框架这样的一些通用结构来，要呆板得多，知识表达的范围也很窄，因此不适用于表达各种知识，但对于表达预先构思好的特定知识，如理解故事情节等，是非常有效的。我们看两个例子。

146

一旦剧本被**启用**，则可以应用它来进行推理。其中最重要的是运用剧本可以预测没有明显提及的事件的发生。

例1，对于以下情节：

“昨晚，约翰到了餐厅。他订了牛排。当他要付款时发现钱已用光。因为开始下雨了，所以他赶紧回家了。”

如果有人提问：“昨晚，约翰吃饭了吗？”

虽然在上面的情节中并没有提到约翰吃没吃饭的问题，但借助于餐厅剧本，可以回答：“他吃了。”这是因为启用了餐厅剧本，情节中的所有事件与剧本中所预测的事件序列相对应，因而可以推断出整个事件正常进行时所得出的结果。

147

但是，一旦一个典型的事件被中断，也就是给定情节中的某个事件与剧本中的事件不能对应时，则剧本便不能预测被中断以后的事件了。

例2，如下情节：

“约翰走进餐厅。他被带到餐桌旁。订了一大块牛排之后，他坐在那儿等了许久。于是，他生气走了。”

该情节中，因为要久等，所以约翰走了，这一事件改变了餐厅脚本中所预测的事件序列，因而被中断了，这时就不能推断约翰是否付了帐等情节，但仍然可以推断出他看了菜单，这是因为看菜单事件发生在中断之前

本章小结

- 谓词逻辑表示法

  联结词、量词……

- 消解原理
- 与子句集求解

  九个步骤

- 消解反演证明与消解反演求解

思考题

- 1. 如何完成谓词公式的表示？
- 2. 求取子句集应遵循哪些步骤，试结合例子加以应用.
- 3. 如何通过消解反演求取问题答案？