

# 《综合训练》实验六：地磁场模型仿真实验

## 一、实验目的

1. 掌握空间地磁场模型；
2. 熟悉模型中主要参数与含义；
3. 掌握模型仿真与分析方法。

## 二、实验内容

1. 根据空间地磁场模型，利用 Matlab 软件编写计算程序，描绘地磁总强度随海拔高度变化、全球地磁场分布。
2. 分析地磁总强度/矢量随轨道变化。

## 三、实验原理

### 3.1 基础知识

地磁场作为地球的固有资源，为航空、航天、航海提供了天然的坐标，可应用于航天器、航空飞行器和舰船等载体的定位、定向及姿态控制。

如下图所示，地磁场近似于一个置于地心的磁偶极子的磁场，这个磁偶极子称为地心磁偶极子，地心磁偶极子的磁轴称为地球的磁轴，它与地轴斜交近似  $11.5^\circ$ 。磁轴与地球表面的交点称为地磁北极和地磁南极。

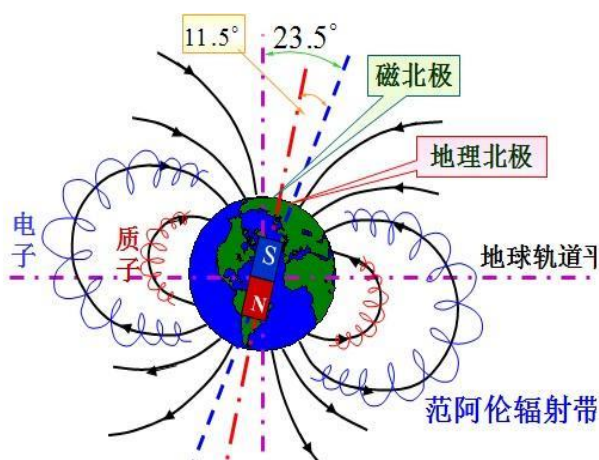


图 3 地球磁场示意图

由于太阳不断地向外辐射带电粒子，所形成的太阳风影响着地磁场的空间分布，使地磁场在向阳面与背阳面极不对称。向阳面的地磁场被局限在距离地球约 10 个地球半径的范围内，最远处强度为  $50\sim 100\text{nT}$ 。背阳面的地磁场可以延伸到很远，达到约 60 个地球半径。但是在近地空间的地磁场分布是较为规则的。地磁场是一个弱磁场，通常采用纳特(nT)为基本单位来度量地磁场强度，在地面上的平均强度约为  $5\times 10^4\text{nT}$ ，最强的两磁极处也只约为  $7\times 10^4\text{nT}$ 。

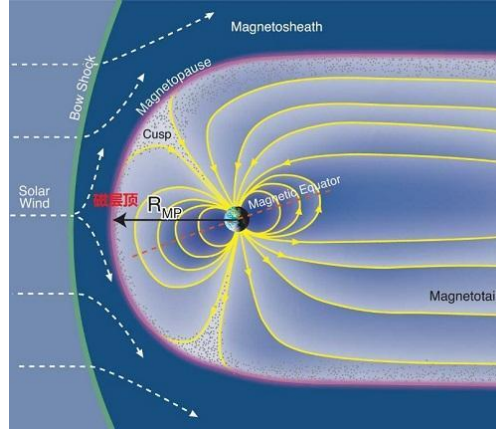


图 4 地磁场磁力线分布

地磁场是由多种不同来源磁场的叠加，但地磁场是一个相对稳定磁场：

- (1) 地球主磁场：是由处于地幔之下、地核外层的高温液态铁镍环流引起的，又称为地磁正常场。主磁场的地表处的强度为  $5 \times 10^4 \text{nT} \sim 7 \times 10^4 \text{nT}$ ，占地磁场总量 95% 以上。主磁场的时间变化周期以千年尺度计，逐渐向西漂移。
- (2) 地磁异常场：产生于磁化的地壳岩石，又称为地壳场。强度占地磁总量的 4% 以上，在地球表面呈区域分布，随地面高度的增加而衰减。
- (3) 扰动磁场：源于磁场和电离层，大小为 5-500nT，时间变化比较剧烈，与太阳活动有关。

由于全球范围的地磁分布数据采集主要来自于卫星磁测的结果，卫星的平均测量高度约 400km。卫星磁测数据中主要包含地球主磁场信息，而来源于地壳的中小尺度磁异常已被滤除掉。

### 3.2 地磁场计算模型

地磁学的基本问题之一就是数学表达式将地磁要素的地面分布表示成地理坐标的函数。1839 年 Gauss 提出了地磁场的球谐分析方法，1885 年 Schmidt 又发展了这一方法，形成了地磁学的高斯理论。国际地磁场随之建立起来，从而就有了全球统一的地磁场数学模型——球谐模型。

使用国际地磁和高空物理协会 (IAGA) 推荐的国际地磁场 (IGRF) 球谐系数，并借助于高斯级数表达式，就可以计算出地心球坐标系下的地磁三分量  $X, Y$  和  $Z$ 。IGRF 三分量  $X, Y$  和  $Z$  的高斯级数表达式：

$$X = \sum_{n=1}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^n \left( \frac{R}{r} \right)^{n+2} \left( g_n^m \cos(m\lambda) + h_n^m \sin(m\lambda) \right) \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta}$$

$$Y = \sum_{n=1}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^n \left( \frac{R}{r} \right)^{n+2} \left( g_n^m \sin(m\lambda) - h_n^m \cos(m\lambda) \right) \frac{mP_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta}$$

$$Z = - \sum_{n=1}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^n (n+1) \left( \frac{R}{r} \right)^{n+2} \left( g_n^m \cos(m\lambda) + h_n^m \sin(m\lambda) \right) P_n^m(\cos \theta)$$

式中,  $R$  为地球半径(6371.2km),  $r$  为地心到计算点的径向距离(km),  $\theta$  为地心余纬(即  $\theta=90^\circ-\varphi$ ),  $\varphi$  为地心纬度,  $\lambda$  为地心或地理经度,  $P_n^m(\cos \theta)$  为Schmidt-Legendre函数,  $g_n^m$  和  $h_n^m$  为球谐系数(nT)。

### (1) 球谐系数

$$g_n^m = g_n^m(y_{ear}) + Sv_{g_n^m}(t - y_{ear})$$

$$h_n^m = h_n^m(y_{ear}) + Sv_{h_n^m}(t - y_{ear})$$

式中,  $g_n^m(y_{ear})$  和  $h_n^m(y_{ear})$  是  $y_{ear}$  年的球谐系数(nT),  $Sv_{g_n^m}$  和  $Sv_{h_n^m}$  是球谐系数的年变率(nT/年),  $g_n^m$  和  $h_n^m$  是  $t$  年的球谐系数(nT)。

### (2) 大地坐标和地心球坐标的坐标转换

由于IGRF的球谐系数是在半径为6371.2km的参考球中推导出来的, 实际上, 地球并非是理想的球体, 而是椭球体。为了提高地磁计算的精度, 需要考虑地球的扁率。

假设地球某一测点的大地坐标为  $(\phi, \lambda, h)$ , 其中  $\phi$  为大地(地理)纬度、 $\lambda$  为经度、 $h$  为海拔高度; 则该点的地心坐标为  $(\varphi, \lambda, r)$ , 其中  $\varphi$  为地心纬度、 $\lambda$  为地心经度、 $r$  为测点离开地心的距离。则大地坐标和地心球坐标有如下关系:

$$(N + h) \cos \phi \cos \lambda = r \cos \varphi \cos \lambda$$

$$(N + h) \cos \phi \sin \lambda = r \cos \varphi \sin \lambda$$

$$\left( \frac{b^2}{a^2} N + h \right) \sin \phi = r \sin \varphi$$

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}}$$

可推导得到:

$$r^2 = h \left( h + 2\sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi} \right) + \frac{a^4 \cos^2 \phi + b^4 \sin^2 \phi}{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}$$

$$\cos \sigma = \frac{h + \sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}}{r}$$

$$\sin \sigma = \frac{(a^2 - b^2) \cos \phi \sin \phi}{r \sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}}$$

$$\varphi = \phi - \sigma$$

上式中,  $a$  为地球长半轴(6378.137km),  $b$  为地球短半轴6356.7523km。

### (3) Schmidt-Legendre (勒让德) 函数求解

根据定义

$$P_{n,m}(\cos \theta) = (\sin \theta)^m \frac{d^m P_n(\cos \theta)}{d(\cos \theta)^m}$$

$$P_n^m(\cos \theta) = \sqrt{\frac{k(n-m)!}{(n+m)!}} P_{n,m}(\cos \theta), k = \begin{cases} 1 & m = 0 \\ 2 & m \neq 0 \end{cases}$$

可推导得到  $P_n^m(\cos \theta)$  和  $\frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta}$  的递推关系:

$$P_0^0(\cos \theta) = 1$$

$$P_0^1(\cos \theta) = 0$$

$$P_1^0(\cos \theta) = \cos \theta$$

$$P_1^1(\cos \theta) = \sin \theta$$

$$P_n^m(\cos \theta) = \frac{2n-1}{\sqrt{n^2-m^2}} \cos \theta P_{n-1}^m(\cos \theta) - \sqrt{\frac{(n-1)^2-m^2}{n^2-m^2}} P_{n-2}^m(\cos \theta), m \neq n, n > 1$$

$$P_n^m(\cos \theta) = \frac{2n-1}{\sqrt{(n+m)(n+m-1)}} \sin \theta P_{n-1}^{m-1}(\cos \theta), m = n > 1$$

$$\frac{dP_0^0(\cos \theta)}{d\theta} = 0$$

$$\frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} = \frac{n \cos \theta}{\sin \theta} P_n^m(\cos \theta) - \frac{\sqrt{n^2-m^2}}{\sin \theta} P_{n-1}^m(\cos \theta)$$

#### (4) 地磁分量变换

为了描述地磁向量场的空间分布特征,经常将地磁场  $\mathbf{F}$  在北—东—地地理坐标系中表示为7个地磁要素 ( $F, H, X_{\text{大地}}, Y_{\text{大地}}, Z_{\text{大地}}, D, I$ )。下图给出了地理坐标系中各要素的定义和符号,其中  $XOY$  面为水平面,  $OZ$  为向下的铅锤方向,  $HOZ$  为当地磁子午面,  $XOZ$  为当地地理子午面,  $F$  为地磁场总强度,  $H$  为地磁场水平强度,  $X_{\text{大地}}$  为地磁场北向分量,  $Y_{\text{大地}}$  为地磁场东向分量,  $Z_{\text{大地}}$  为地磁场垂直分量,  $D$  为磁偏角,  $I$  为磁倾角。

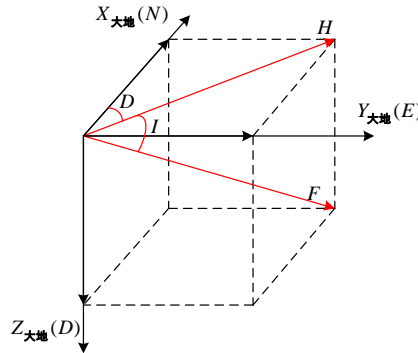


图5 地理坐标系中地磁各要素

地心坐标系中的地磁分量转换为大地坐标系中的地磁分量

$$X_{\text{大地}} = X \cos \sigma + Z \sin \sigma$$

$$Y_{\text{大地}} = Y$$

$$Z_{\text{大地}} = -X \sin \sigma + Z \cos \sigma$$

#### 四、实验内容

##### (1) 编写地磁场参数计算程序

在[https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf\\_old\\_models.html](https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf_old_models.html) 下载IGRF-12模型数据<https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/IGRF12coeffs.xls>，按照下图流程采用Matlab软件编写地磁场参数计算程序。

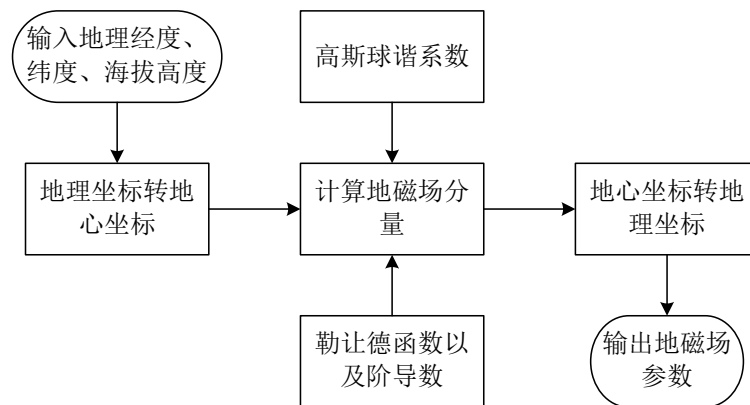


图6 地磁场参数计算流程

程序要求：

##### 1) 输入

输入参数包括地理经度、地理纬度、海拔高度、年、月、日。

##### 2) 输出

输出包括地磁场北向分量、东向分量、垂直分量、总强度、水平强度、磁偏角、磁倾角。

##### 3) 计算结果比对

计算结果与参考程序（Matlab自带程序igrfmagm.m）进行比较和分析，对20种不同输入列表比较。

##### (2) 地磁总强度随海拔高度变化分析

自由选定某一地理经纬度（如西安、北京、海南岛等地），画出海拔在[0,36000km]范围内地磁总强度曲线，分析变化趋势。

### （3）全球地磁总强度二维图绘制与分析

按照纬度 $[-80^{\circ}, 80^{\circ}]$ ，经度 $[-180^{\circ}, 180^{\circ}]$ ，间隔 $0.5^{\circ}$ ，选择 $[300\text{km}-3000\text{km}]$ 中任一轨道高度，选择2015.1.1至当前任一时刻点，绘制全球地磁总强度二维分布图，同时绘制等强度地磁图。寻找磁场异常区，查阅关于南大西洋磁场异常区资料并进行简要描述，该区域对低轨道航天器飞行会造成什么影响。

### （4）地磁总强度/矢量随轨道变化分析

选择某一卫星TLE数据，选择2015.1.1至当前任一时刻为起点，描绘该时刻起至之后90分钟内地磁总强度/矢量随轨道变化曲线，探讨卫星如何利用地磁场进行导航，设计一种卫星地磁导航方案。

## 五、报告要求

- （1）报告整洁、明了；
- （2）简要描述实验原理，细化实验步骤；
- （3）粘贴核心主要程序，对此说明；
- （4）粘贴主要仿真数据和图像，对此说明和分析；
- （5）所有图表有标注和排号；
- （6）报告有总结。