第7章 对称振子

7.1 对称振子上的电流分布

7.2 对称振子的远区辐射场

7.3 对称振子的方向图

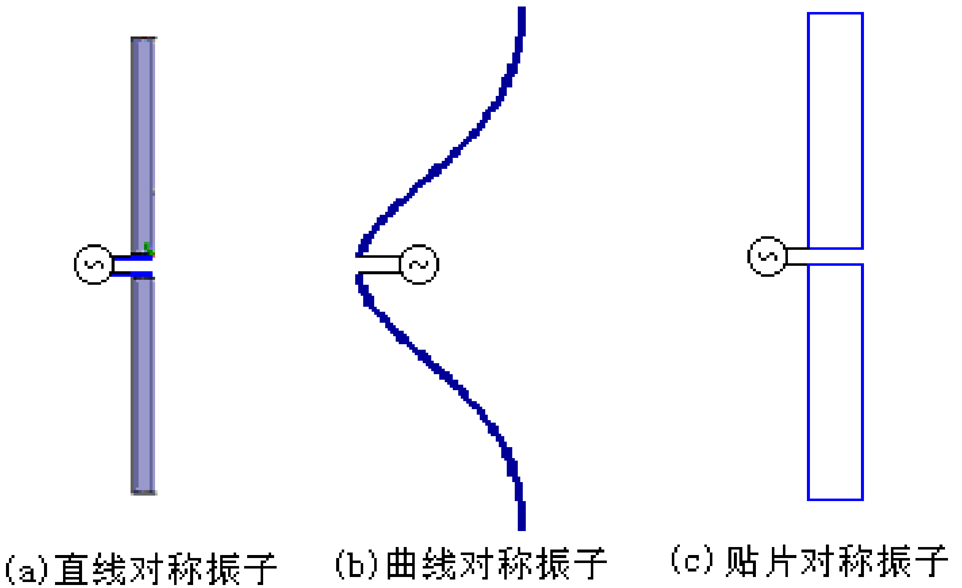
7.4 对称振子的方向性系数

7.5 对称振子的辐射电阻

7.6 对称振子的馈电

概念的引入——对称振子

对称振子，也叫偶极子，是由两根直径和长度相等的直导线组成，在中间的两个端点上由等幅反相的电压激励的天线。

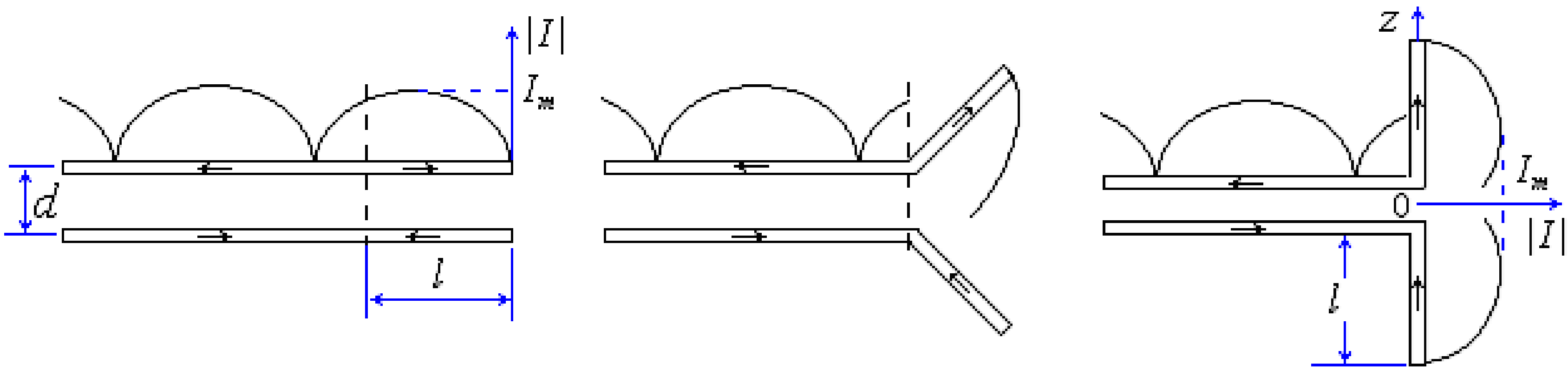


中点馈电，两臂对称的直线、曲线和贴片天线等均可叫做对称振子天线

（1）每根导线长度为*l*（总长度*2l*），称为对称振子的臂长；
（2）中间馈电间距远小于波长，可忽略；
（3）对称振子臂的直径为2a，远小于工作波长及其臂长。

7.1 对称振子上的电流分布

对于中点馈电的对称振子天线，其结构可看作是一段开路传输线张开而成，如下图所示。



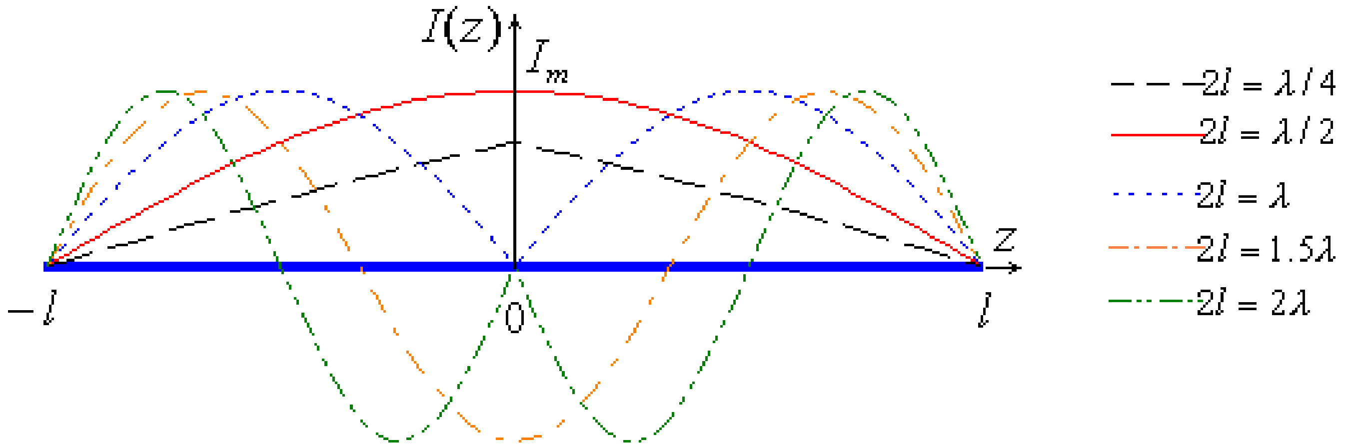
(a) 开路双线传输线　　(b) 半张开情况　　(c) 张开形成对称振子

对称振子的电流分布与末端开路线上的电流分布类似，接近于正弦驻波分布（单臂长为***l***）：

$$I(z) = I_m \sin[\beta(l - |z|)], \quad -l \le z \le l$$

由如下对称振子上的正弦电流分布表示，可绘出不同长度对称振子上的电流分布图

$$I(z)=I_m\sin[\beta(l-|z|)],\quad -l\le z\le l$$



对称振子天线全长大于一个波长时，由于方向图出现花瓣，其方向性降低。全长等于一个波长时的方向性最强，但是馈电点处的电流为零，其输入阻抗为无穷大，难以匹配。因此，实际中一般多采用半波振子天线。

7.2 对称振子的远区辐射场

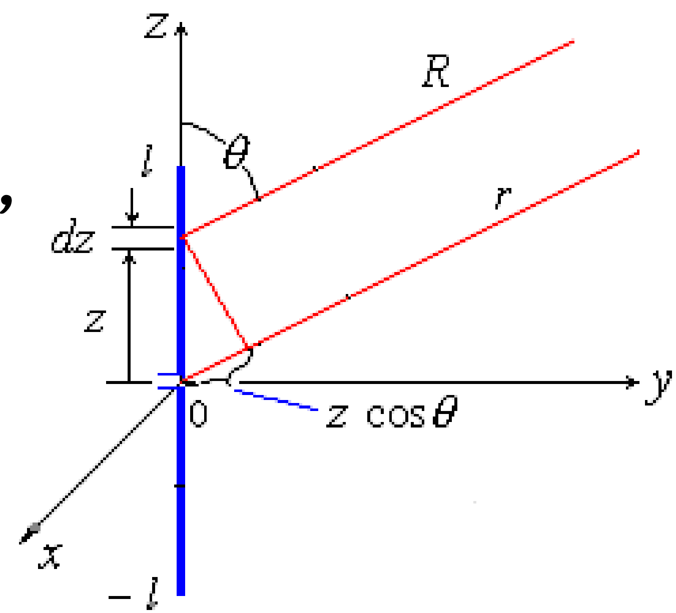
对称振子天线是最常用的天线形式之一。设对称振子的长度为$2l$，其上电流为正弦分布。怎么求远区场呢？

利用叠加原理计算对称振子的辐射场，这是一种工程近似方法：将电流分布与外场问题分开，先确定电流分布，再由电流分布计算外场。

具体步骤如下：

1.建立坐标系，如图所示，其上电流分布为

$$I(z)=I_m\sin[\beta(l-|z|)],\quad -l\le z\le l$$



2.将对称振子分为长度为*dz*的许多小段，每个小段可看作是一个电流元，距坐标原点*z*处的电流元的辐射电场：

$$dE_\theta=\mathrm{j}\eta_0\frac{I(z)dz}{2\lambda R}\sin\theta e^{-\mathrm{j}\beta R}$$

3.作远场近似：对相位 $R\simeq r-z\cos\theta$ $e^{-\mathrm{j}\beta R}=e^{-\mathrm{j}\beta r}e^{\mathrm{j}\beta z\cos\theta}$

对幅度 $R\simeq r$

4.求总场。总场是这些元天线的辐射场在空间某点的叠加，用积分表示为

$$E_\theta = \int_{-l}^{l} dE_\theta = \mathrm{j}\eta_0 \frac{e^{-\mathrm{j}\beta r}}{2\lambda r}\sin\theta \int_{-l}^{l} I(z) e^{\mathrm{j}\beta z\cos\theta} dz$$

把正弦电流分布代入上式，并分成对两个臂的积分

$$E_\theta = \mathrm{j}\eta_0 \frac{e^{-\mathrm{j}\beta r}}{2\lambda r}\sin\theta I_m \left\{ \int_{-l}^{0} \sin[\beta(l+z)] e^{\mathrm{j}\beta z\cos\theta} dz + \int_{0}^{l} \sin[\beta(l-z)] e^{\mathrm{j}\beta z\cos\theta} dz \right\}$$

$$= \mathrm{j}\eta_0 \frac{e^{-\mathrm{j}\beta r}}{2\lambda r}\sin\theta I_m 2\int_{0}^{l} \sin[\beta(l-z)]\cos(\beta z\cos\theta) dz$$

$$= \mathrm{j}\frac{60 I_m}{r} e^{-\mathrm{j}\beta r} \frac{\cos(\beta l\cos\theta) - \cos(\beta l)}{\sin\theta}$$

$$= \mathrm{j}\frac{60 I_m}{r} e^{-\mathrm{j}\beta r} f(\theta)$$

5.求总场模值及方向图函数

模值为 $$|E_\theta| = \frac{60I_m}{r}|f(\theta)|$$

方向图函数为 $$f(\theta) = \frac{\cos(\beta l\cos\theta) - \cos(\beta l)}{\sin\theta}$$

当$l \le 0.65\lambda$时，最大辐射方向为侧向（$\theta_m = \pi/2$），最大值为

$$f_{\max} = f(\theta_m) = 1 - \cos(\beta l)$$

此时的归一化方向图函数为

$$F(\theta) = \frac{\cos(\beta l\cos\theta) - \cos(\beta l)}{f_{\max}\cdot\sin\theta}$$

■半波振子： **$2l = \lambda/2$，**

$\beta l = \pi/2$，$f_{max} = f(\theta_m) = 1$，

$$F(\theta) = f(\theta) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}$$

■全波振子：$2l=\lambda$，$\beta l=\pi$，$f_{max}=f(\theta_m)=2$，

$$F(\theta)=\frac{\cos(\pi\cos\theta)+1}{2\sin\theta}=\frac{\cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}$$

■短振子：$\beta l<<1$，把余弦函数表示成级数形式，有

$$f_{\max}=1-[1-\frac{(\beta l)^2}{2}+\cdots]\simeq\frac{(\beta l)^2}{2}$$

$$F(\theta)=\frac{[1-\frac{(\beta l\cos\theta)^2}{2}+\cdots]-[1-\frac{(\beta l)^2}{2}+\cdots]}{\frac{(\beta l)^2}{2}\sin\theta}\simeq\sin\theta$$

考虑到馈电点的电流为$I_{in}=I_m\sin(\beta l)\approx I_m\beta l$，得短振子的辐射场为：

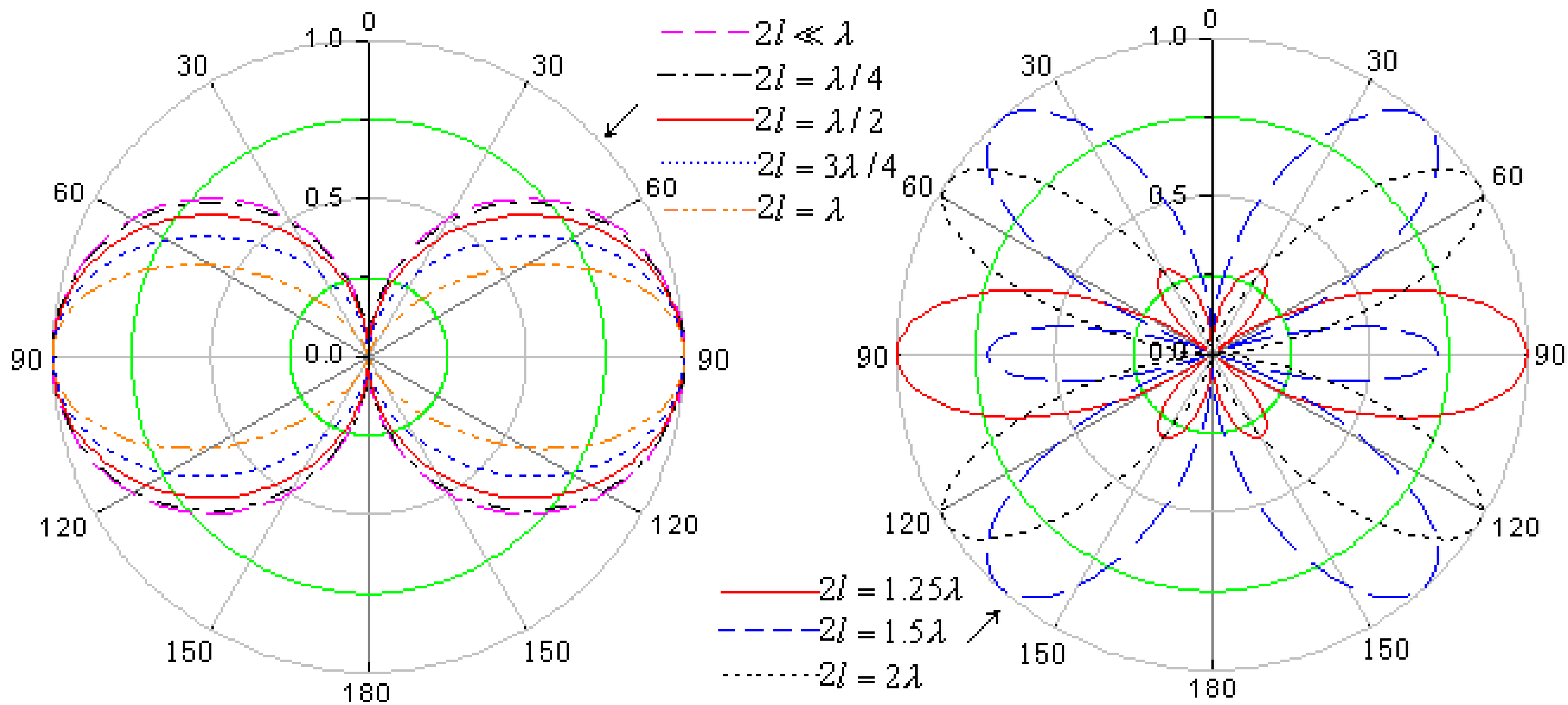
$$E_\theta = \mathrm{j}\frac{60I_m}{r}e^{-\mathrm{j}\beta r}f_{\max}F(\theta) = \mathrm{j}\frac{I_{in}l}{2\lambda r}\eta_0\sin\theta e^{-\mathrm{j}\beta r}$$

与电流元的辐射场式比较，两者形式上完全一样。这说明：一个长度为**2*l***的短振子与一个长度为*dz*=***l***的元天线**(**电基本振子**)**等效。前者电流为三角形分布，后者电流为等幅分布。

7.3 对称振子的方向图

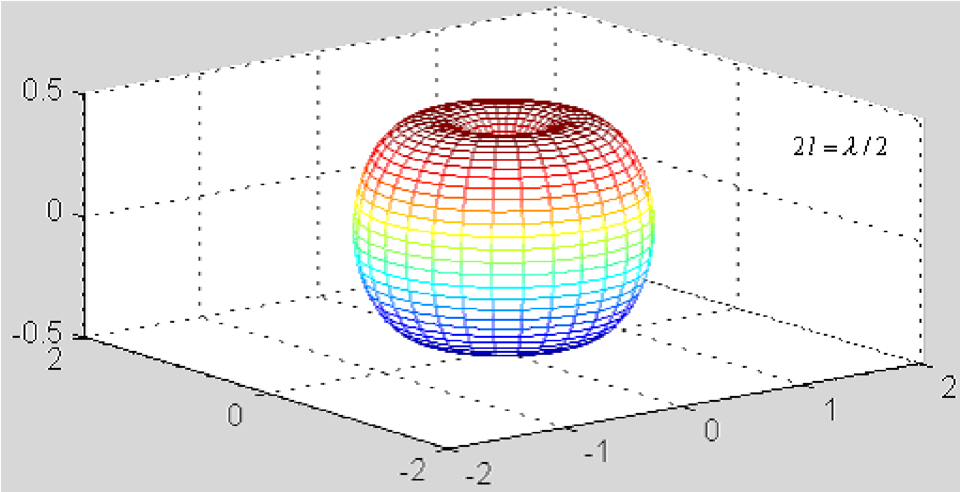
由如下归一化方向图函数可绘出不同长度对称振子的E面方向图

$$F(\theta)=\frac{\cos(\beta l\cos\theta)-\cos(\beta l)}{f_{\max}\cdot\sin\theta}$$

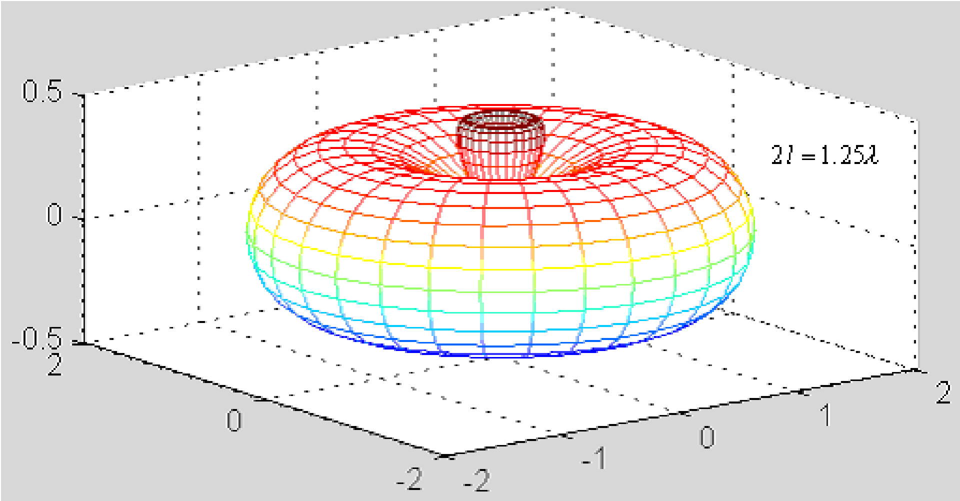


半波振子三维方向图

(2*l*＝λ/2)



长度为**2*l*＝5λ/4**的对称振子三维方向图



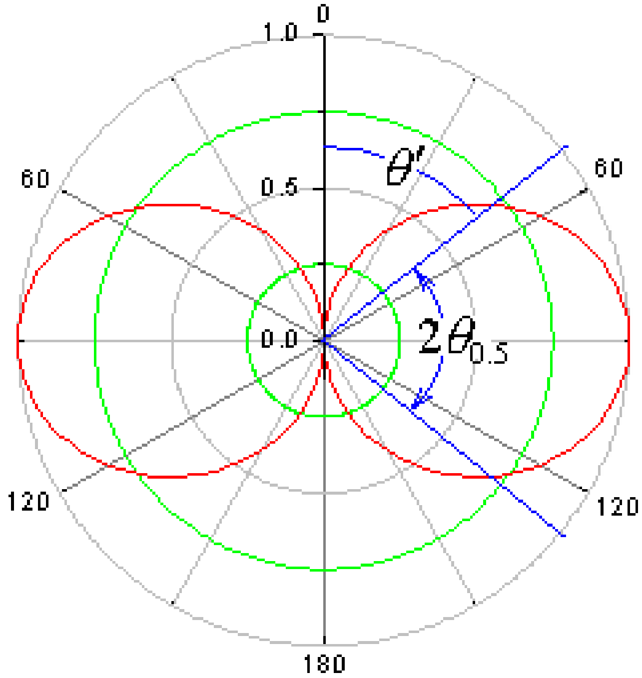
对称振子方向图随臂长变化的演示

【例1.1】求半波振子天线的主瓣宽度$2\theta_{0.5}$

解：半波振子的方向图函数为

$$F(\theta)=\frac{\cos(\pi\cos\theta/2)}{\sin\theta}$$

其方向图如图所示。



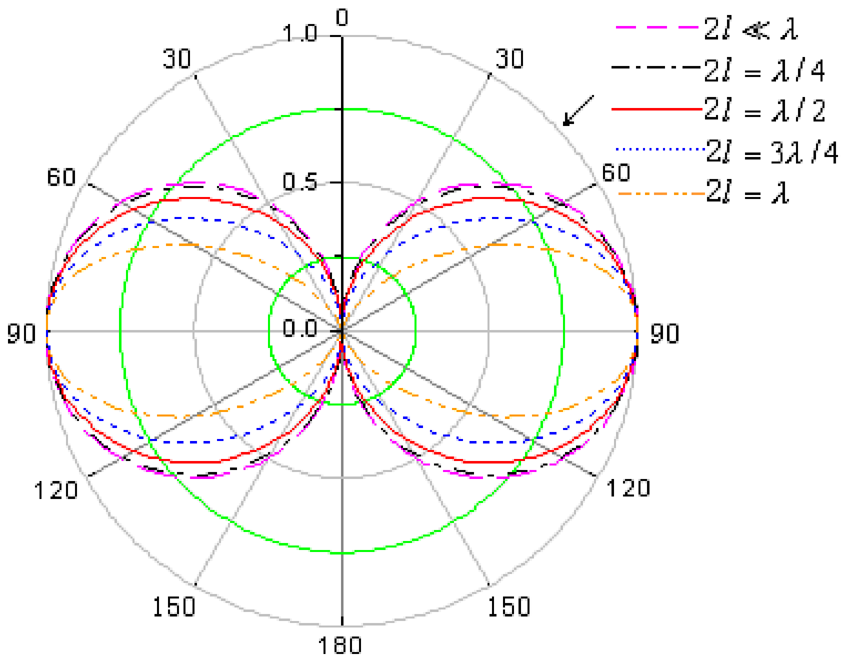
令$F(\theta')=0.707$，可得$\theta'=51^o$

最大值方向为： $\theta_m=90^o$

$$\theta_{0.5}=\theta_m-\theta'=39^o$$

得：$2\theta_{0.5}=78^o$

根据不同长度的对称振子的方向图可列出其对应的主瓣宽度，见下表。



长度 $2l$	最大值 f_{max}	$2\theta_{0.5}$
$\ll\lambda$	$2\pi^2(l/\lambda)^2$	$90°$
$\lambda/4$	0.293	$87°$
$\lambda/2$	1	$78°$
$3\lambda/4$	1.707	$64°$
λ	2	$47.8°$

在$2l<1.44\lambda$内，对称振子长度增加，主瓣宽度则变小。

半波对称振子应用：

半波对称振子应用：

7.4 对称振子的方向性系数

方向性系数*D*

$$D=\frac{2f^2(\theta_m)}{\int_0^{\pi} f^2(\theta)\sin\theta d\theta} \tag{7-1}$$

■对称振子：

$$f(\theta)=\frac{\cos(\beta l\cos\theta)-\cos(\beta l)}{\sin\theta}$$

把 $f(\theta)$代入式**(7-1)**得

$$D=2f^2(\theta_m)/Q \tag{7-2}$$

式中，$f(\theta_m)=f_{max}$，为对称振子方向图函数的最大值。

$$Q=\int_0^{\pi} f^2(\theta)\sin\theta d\theta=\int_0^{\pi}[\frac{\cos(\beta l\cos\theta)-\cos(\beta l)}{\sin\theta}]^2\sin\theta d\theta$$

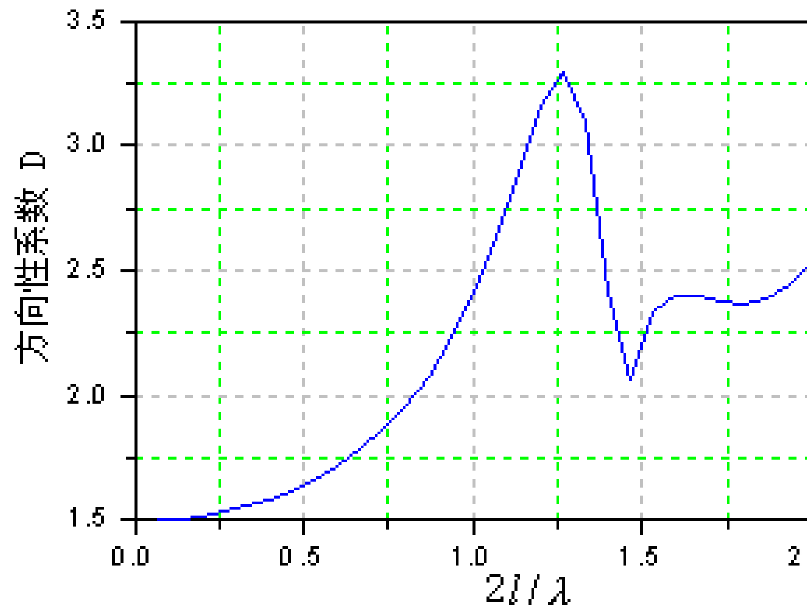
$$= C + \ln(2\beta l) - C_i(2\beta l) + \frac{1}{2}\sin(2\beta l)\left[S_i(4\beta l) - 2S_i(2\beta l)\right]$$

$$+ \frac{1}{2}\cos(2\beta l)\left[C + \ln(\beta l) + C_i(4\beta l) - 2C_i(2\beta l)\right] \qquad (7\text{-}3)$$

式中，**C=0.5772** 为欧拉常数，$C_i(x)$和$S_i(x)$分别为余弦积分和正弦积分

$$\begin{cases} C_i(x) = -\int_x^{\infty} \frac{\cos t}{t} dt \\ S_i(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt \end{cases} \qquad (7\text{-}4)$$

由式**(7-2)~(7-4)**编程计算可得到不同长度的对称振子的方向性系数，如图所示。



【例1.2】求半波振子天线的方向性系数。

解：对半波振子(2*l*＝λ/2)，其方向图函数为

$$F(\theta)=\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}$$

由式(7-3)，Q可简化为

$$Q=\int_0^{\pi}\frac{\cos^2(\pi\cos\theta/2)}{\sin\theta}d\theta=-\int_0^{\pi}\frac{1+\cos(\pi\cos\theta)}{2(1-\cos^2\theta)}d(\cos\theta)$$

$$= \frac{1}{4}\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{1+\cos\theta}+\frac{1}{1-\cos\theta}\right)[1+\cos(\pi\cos\theta)]\,d(\cos\theta)$$

$$= \frac{1}{4}\int_0^{\pi}\left[\frac{1+\cos(\pi\cos\theta)}{1+\cos\theta}+\frac{1+\cos(\pi\cos\theta)}{1-\cos\theta}\right]d(\cos\theta)$$

$$= \frac{1}{4}\int_0^{\pi}\frac{1-\cos[\pi(1+\cos\theta)]}{1+\cos\theta}+\frac{1-\cos[\pi(1-\cos\theta)]}{1-\cos\theta}\,d(\cos\theta)$$

$$= \frac{1}{4}\int_0^{\pi}\frac{1-\cos[\pi(1+\cos\theta)]}{\pi(1+\cos\theta)}\,d[\pi(1+\cos\theta)]$$

$$+\frac{1}{4}\int_0^{\pi}\frac{1-\cos[\pi(1-\cos\theta)]}{\pi(1-\cos\theta)}\,d[\pi(1-\cos\theta)]$$

$$= 2 \times \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos t}{t} dt = \frac{1}{2}\left[C + \ln(2\pi) - Ci(2\pi)\right] = 1.2175$$

且$f(\boldsymbol{\theta}_m)=f_{\max}=1$，由式**(7-2)**即 $D=2f^2(\boldsymbol{\theta}_m)/Q$ 得方向性系数为

$$D = \frac{2}{1.2175} \simeq 1.64$$ 或 $D=2.15\ dB$

7.5 对称振子的辐射电阻

辐射电阻R_r

可由公式：$R_r=2P_r/I^2_m$ 来计算。辐射功率P_r的计算过程为:

辐射场E_θ , $H_\varphi= E_\theta/\eta_0$ ➡ 坡印亭矢量W ➡ 辐射功率P_r

对称振子的辐射电场为 $$E_\theta = \mathrm{j}\frac{60I_m}{r}e^{-\mathrm{j}\beta r}f(\theta)$$

辐射功率为 $$P_r = \frac{1}{2}\oiint_s \mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\cdot\hat{r}ds$$

$$= \frac{60^2}{2\eta_0} I_m^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} f^2(\theta)\sin\theta d\theta$$

$$= \frac{60^2\pi}{\eta_0} I_m^2 \int_0^{\pi} [\frac{\cos(\beta l\cos\theta)-\cos(\beta l/2)}{\sin\theta}]^2 \sin\theta d\theta$$

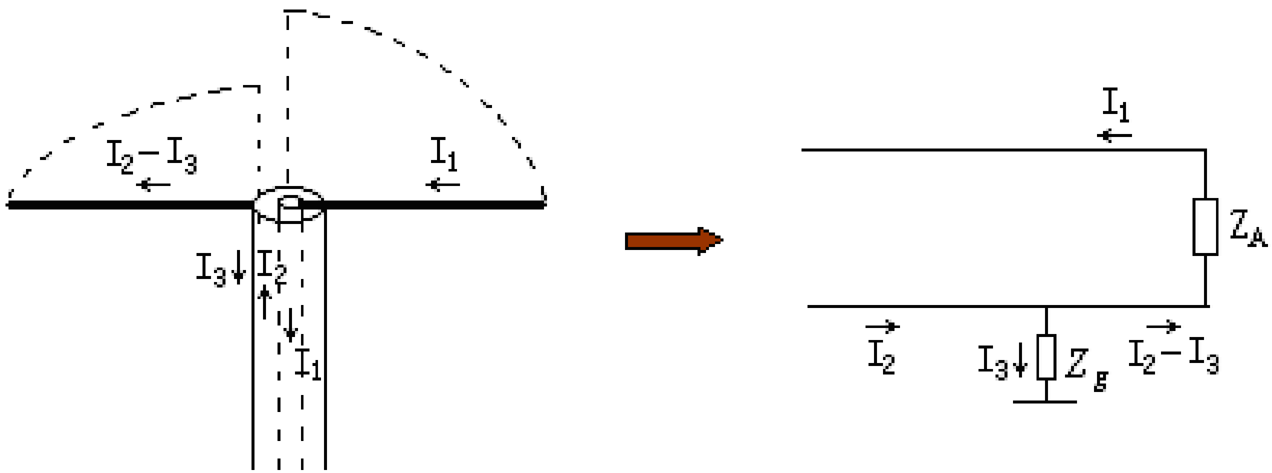
$$= \frac{60^2\pi}{\eta_0} I_m^2 Q$$

辐射电阻为 $R_r = \frac{2P_r}{I_m^2} = \frac{2\times 60^2\pi}{\eta_0} Q = 60Q$

对半波振子：Q**=1.2175**，R_r**=60×1.2175＝73.1 Ω**。

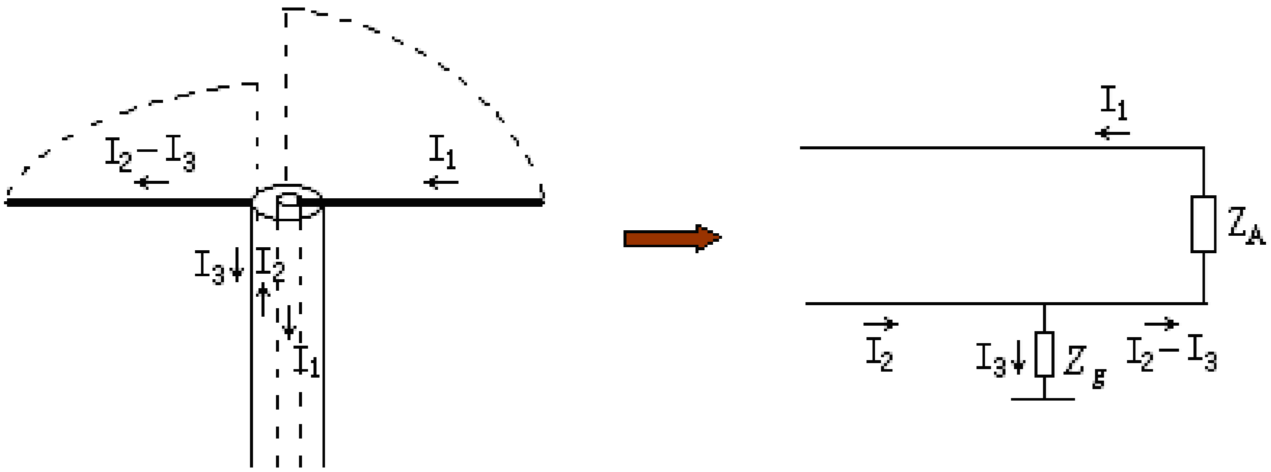
7.6 对称振子的馈电

采用同轴电缆馈电，（同轴线内外导体分别接上对称振子的两个臂），则将使振子两个臂的电流分布不对称，即为不平衡，如下图所示。



(a) 连接结构　　(b) 等效电路

电流分布不平衡的结果将使天线的方向图发生畸变，并影响其输入阻抗。这种情况是我们不希望的，应当设法避免。



(a) 连接结构　　(b) 等效电路

见上图**(a)**，假如馈电能达到平衡，则同轴线内外导体上电流应等幅反相，$I_2=-I_1$。然而，当接上对称振子后，有部分电流I_3将从外导体外侧流回，致使天线两臂上对称点的电流不等。回流电流的大小主要由外导体与地之间的接地阻抗Z_g决定，见上图**(b)**等效电路。

如果采用一种装置能使Z_g很大，则可大大减少I_3，从而使馈电达到平衡。这种用来阻塞和抑制同轴线外导体外表面电流的装置叫平衡变换器，或称作对称变换器。

现在广泛应用于相控阵的贴片对称振子天线如下图所示。其平衡变换器称作“巴仑”(Balun)是“平衡与非平衡”英文词组的缩写。这种天线的巴仑为对称振子背面的耦合微带结构，其带宽较宽。