



第六章 控制系统的校正

6.1 控制系统的设计与校正问题

6.2 基本控制规律

6.3 串联校正

6.4 反馈(并联)校正

6.5 复合校正



6.2 基本控制规律

□ P、PI、PD 或PID 控制

- ▶ 适用于数学模型已知及大多数数学模型难以确定的控制系统或过程。
- ▶ PID 控制参数整定方便，结构灵活
- ▶ 数字PID 控制易于计算机实现

□ PID (Proportional Integral Derivative)控制：对偏差信号 $e(t)$ 进行比例、积分和微分运算变换后形成的一种基本控制规律。



6.2 基本控制规律

►P控制

$$G_c(s) = K_p$$

比例P K_p 比例系数

►PD控制

$$G_c(s) = K_p (1 + T_d s)$$

微分D T_d 微分时常数

►PI控制

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

积分I T_i 积分时常数

►PID控制

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_p}{T_i s} + K_p T_d s$$



6.2 基本控制规律

一、P（比例）控制

$$G_c(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = K_p$$

$$G_c(j\omega) = K_p$$

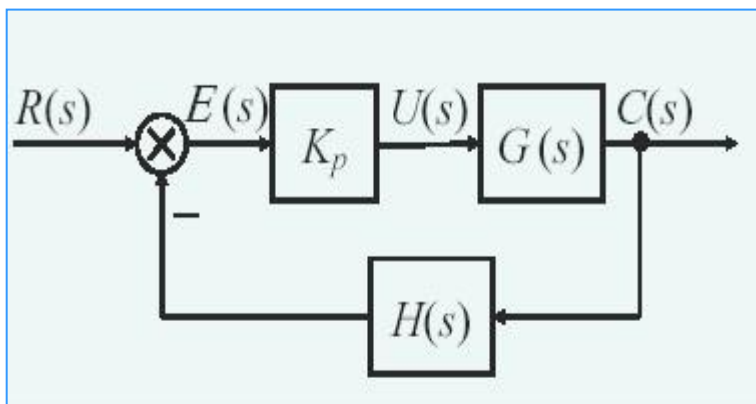
$$L_c(\omega) = 20 \lg K_p$$

$$\varphi_c(\omega) = 0$$



6.2 基本控制规律

P控制对系统性能的影响:

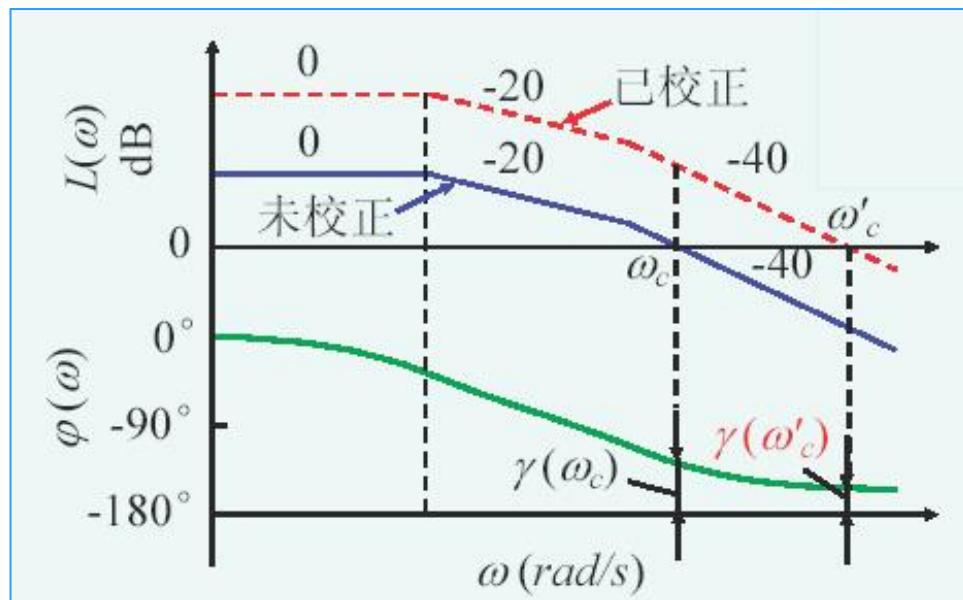


$$K_p > 1$$

开环增益加大，**稳态误差减小**；
幅值**穿越频率增大**，**响应的快速性提高**；系统稳定程度变差。

$$K_p < 1$$

对系统性能的影响正好相反。



□ 原系统稳定裕量充分大时才采用比例控制。

□ 比例控制器实质是一种增益可调的放大器



6.2 基本控制规律

例1 对一个二阶对象模型

$$G_o(s) = \frac{4}{s^2 + 3s + 4}$$

单采用比例控制，MATLAB仿真，研究不同 K_p 值下闭环系统的单位阶跃响应曲线和Bode图。

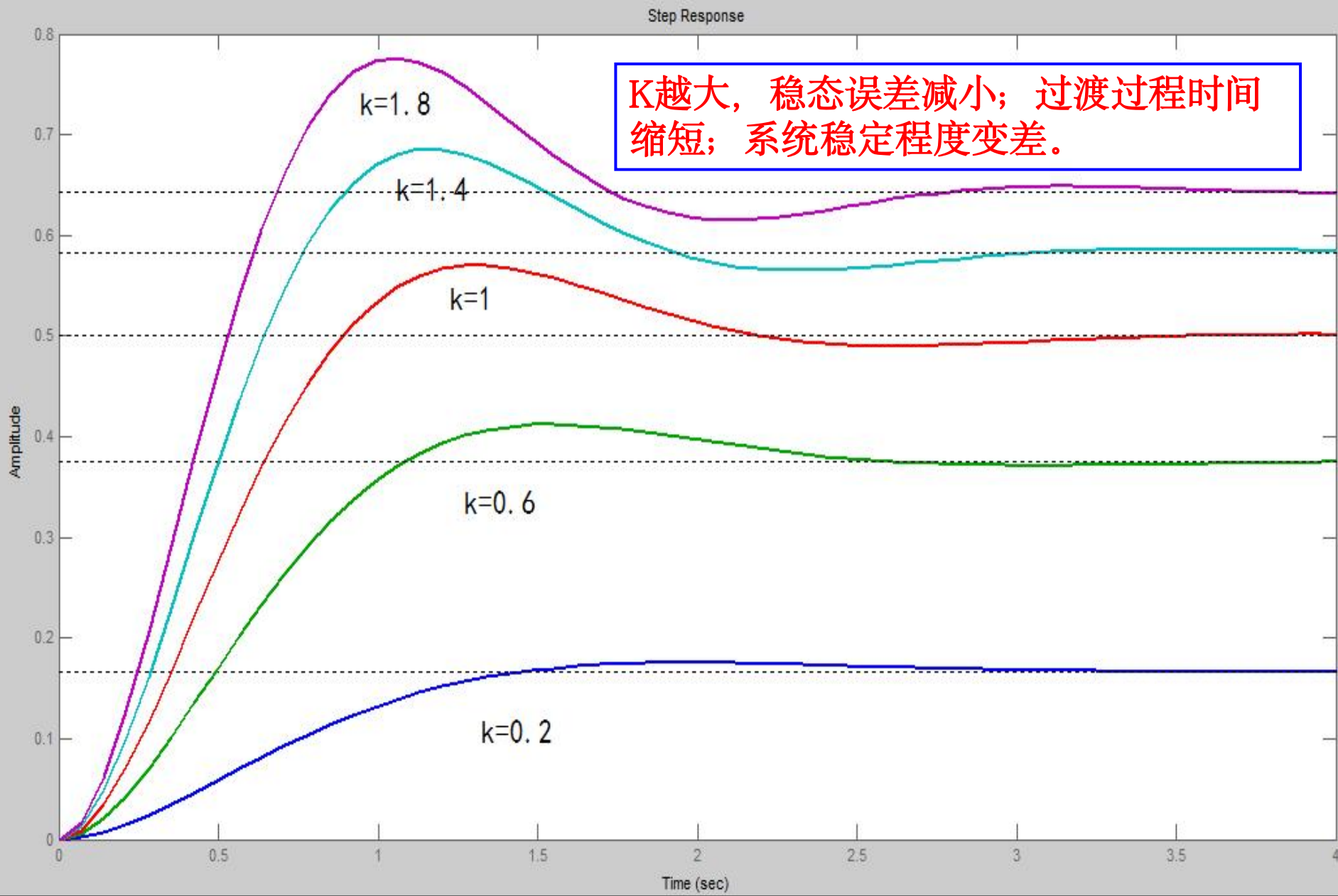
解：采用比例控制之后，系统的开环传递函数为：

$$G_c G_o(s) = K_p G_o$$

通过matlab软件仿真之后，得到不同 K 值时系统的单位阶跃响应曲线。

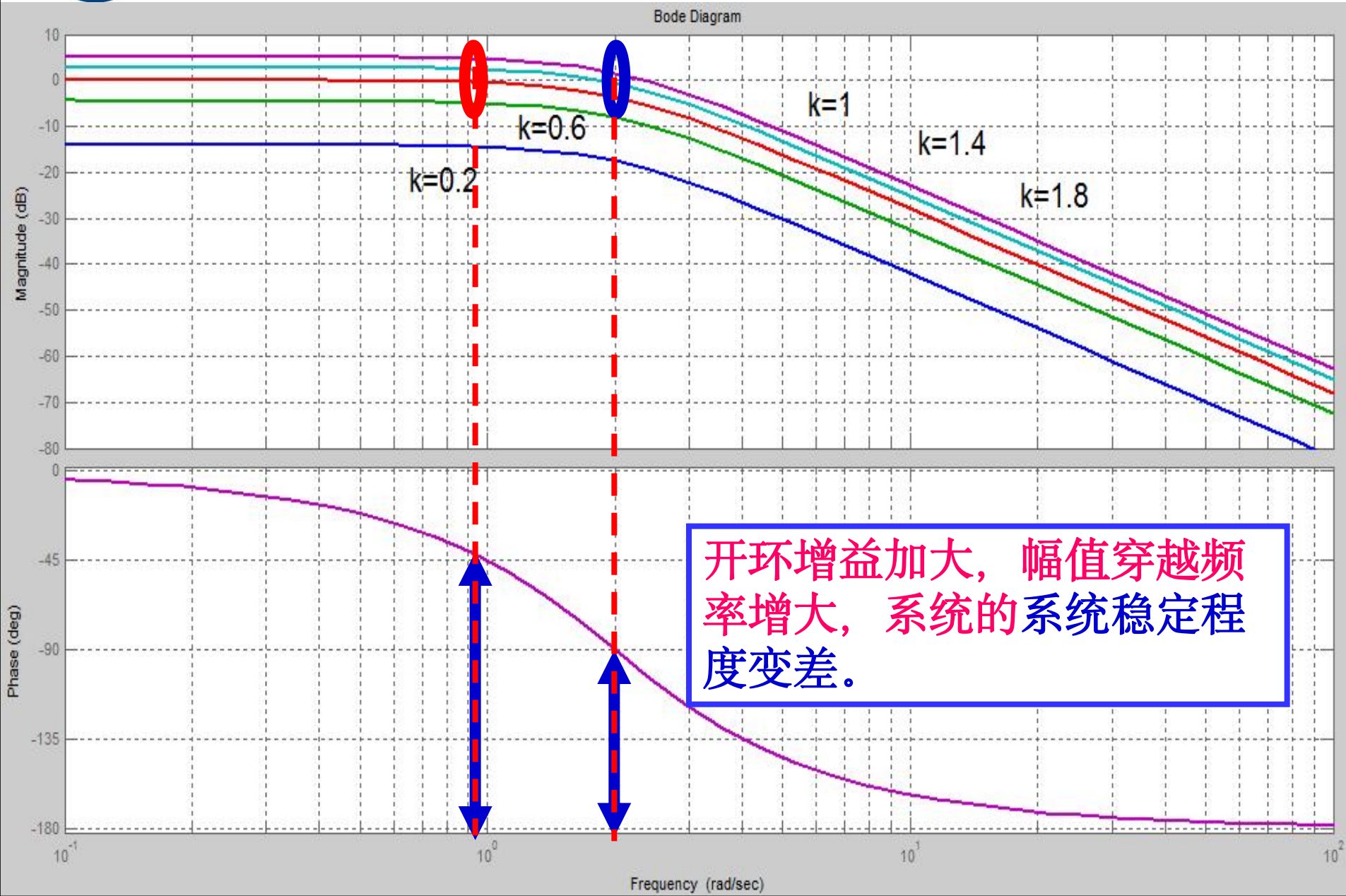


K_P 取不同值系统的单位阶跃响应曲线(含 $K=1$)





K_p 取不同值系统的Bode图(含 $K=1$)



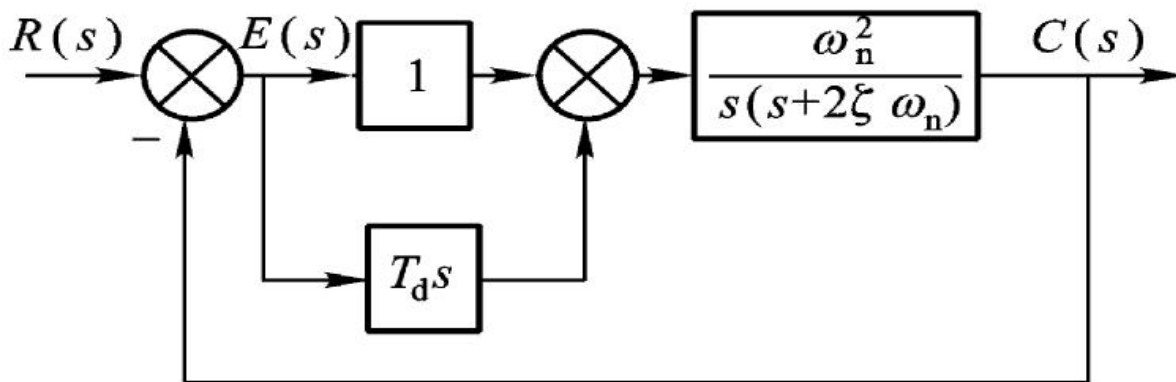


6.2 基本控制规律

二、PD（比例微分）控制

$$G_c(s) = K_p (1 + T_d s)$$

先以二阶系统为例分析微分环节的作用，**Kp=1**

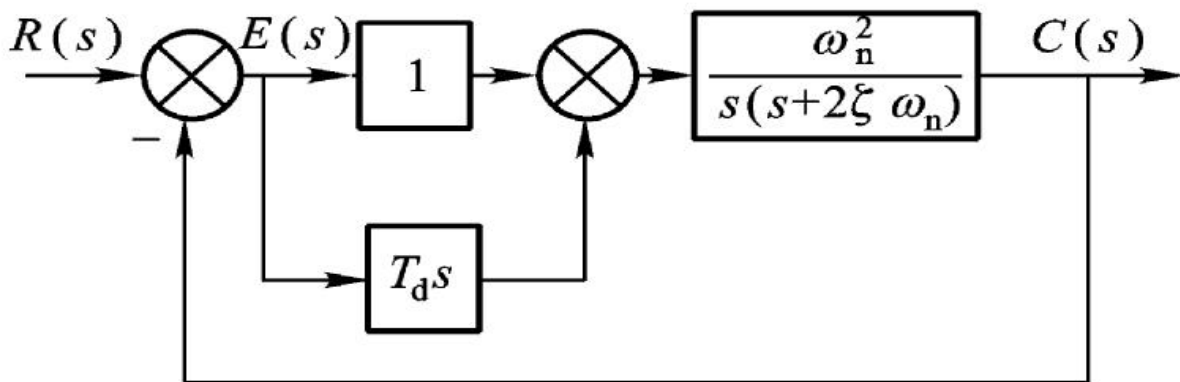


系统开环传函为：

$$G(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = \frac{\omega_n^2 (1 + T_d s)}{s(s + 2\zeta\omega_n)}$$



6.2 基本控制规律



系统的闭环传函为：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2 (1 + T_d s)}{s^2 + (2\zeta\omega_n + T_d\omega_n^2)s + \omega_n^2}$$

等效阻尼比：

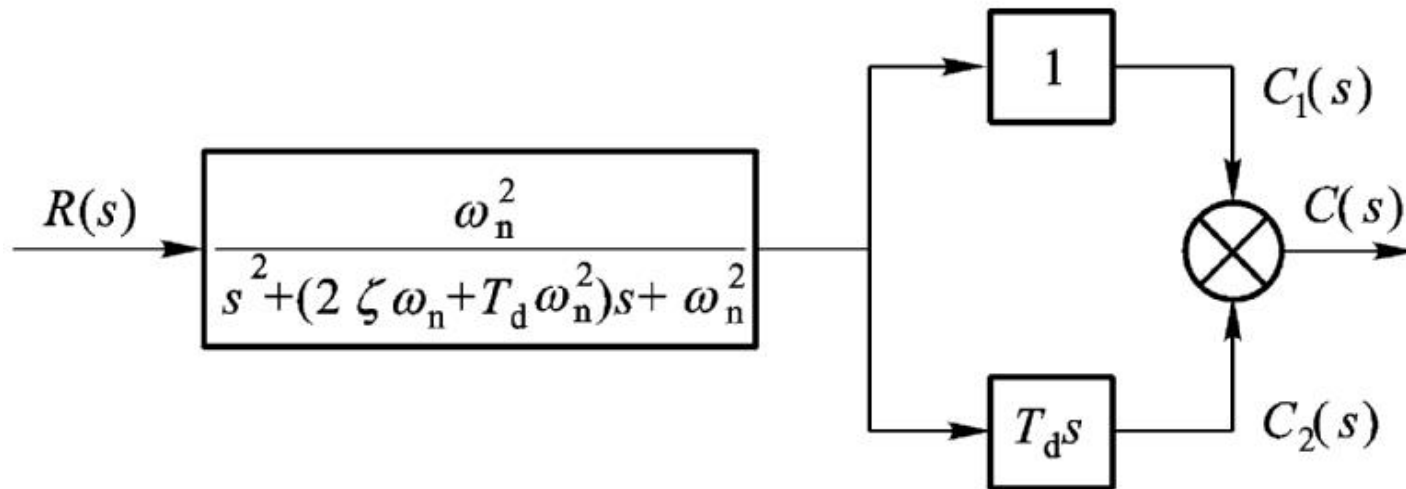
$$\zeta_d = \zeta + \frac{1}{2} T_d \omega_n$$

□ 增大了阻尼，抑制阶跃响应的超调改善系统的平稳性。



6.2 基本控制规律

前面图的相应的等效结构:



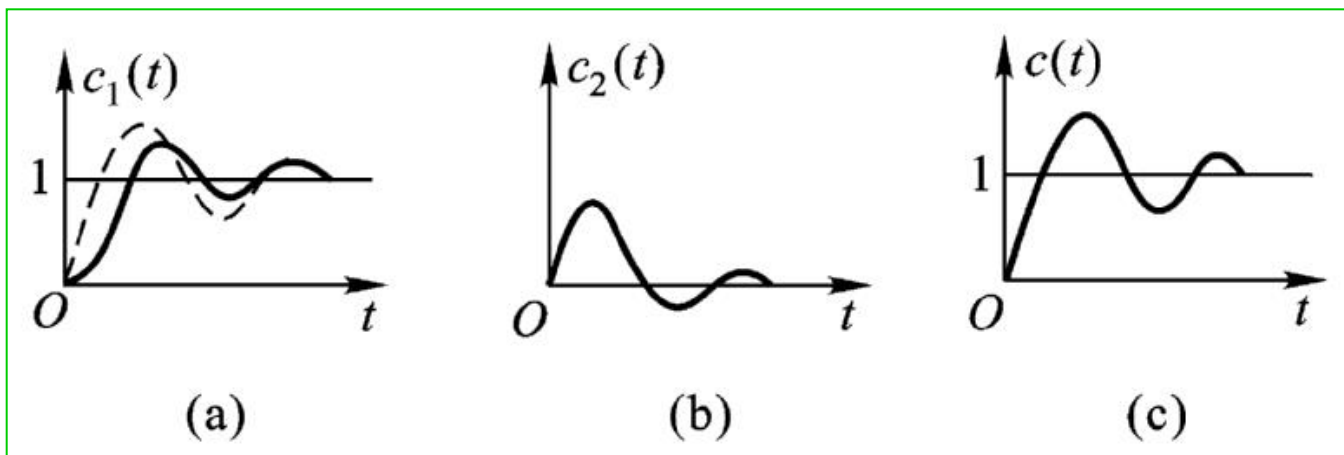
由此知道:

$$c(t) = c_1(t) + c_2(t)$$



6.2 基本控制规律

$c_1(t)$ 和 $c_2(t)$ 及 $c(t)$ 的大致形状如下



- 微分系数 T_d 增大了等效阻尼比 ζ_d ，使曲线比较平稳；
- 微分环节使输出 $c(t)$ 等于 $c_1(t)$ 加上了它的微分信号 $c_2(t)$ ，加速了 $c(t)$ 的响应速度，缩短调节时间。



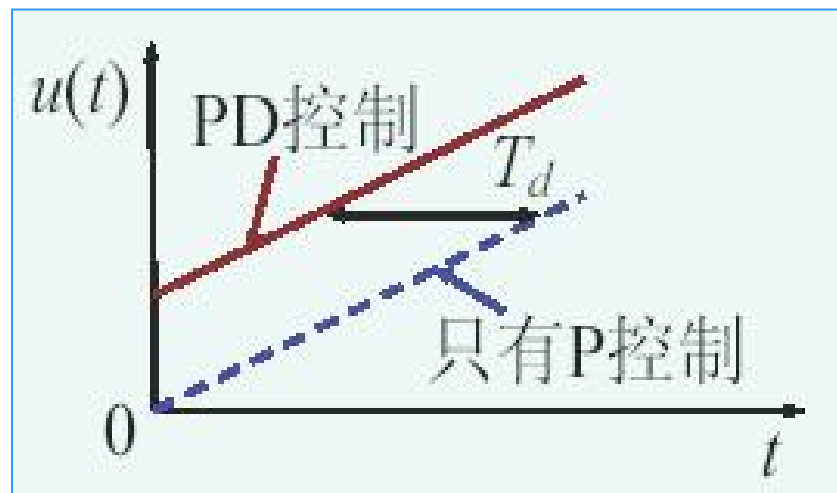
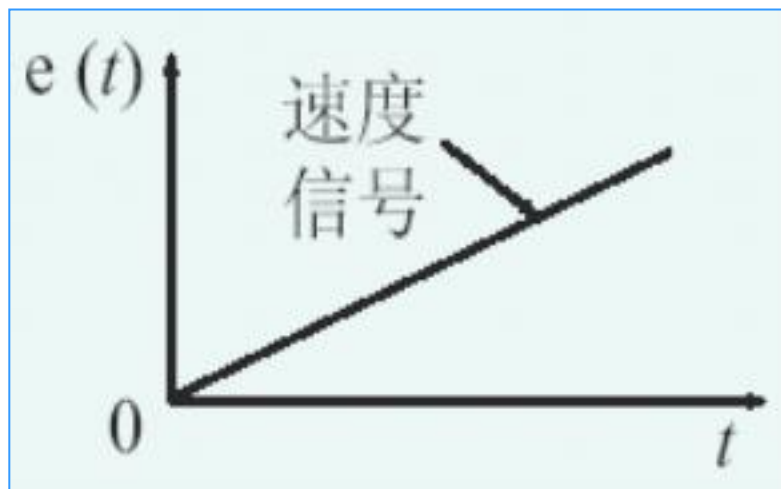
6.2 基本控制规律

微分控制具有预测特性。能反映偏差信号的变化速率。

$$C(s) = (K_p + T_d s) \frac{1}{s^2}$$

→ $C(t) = K_p t + T_d \quad (t \geq 0)$

T_d 就是微分控制作用超前于比例控制作用效果的时间间隔。



“预先”作用 → 抑制阶跃响应的超调
缩短调节时间



6.2 基本控制规律

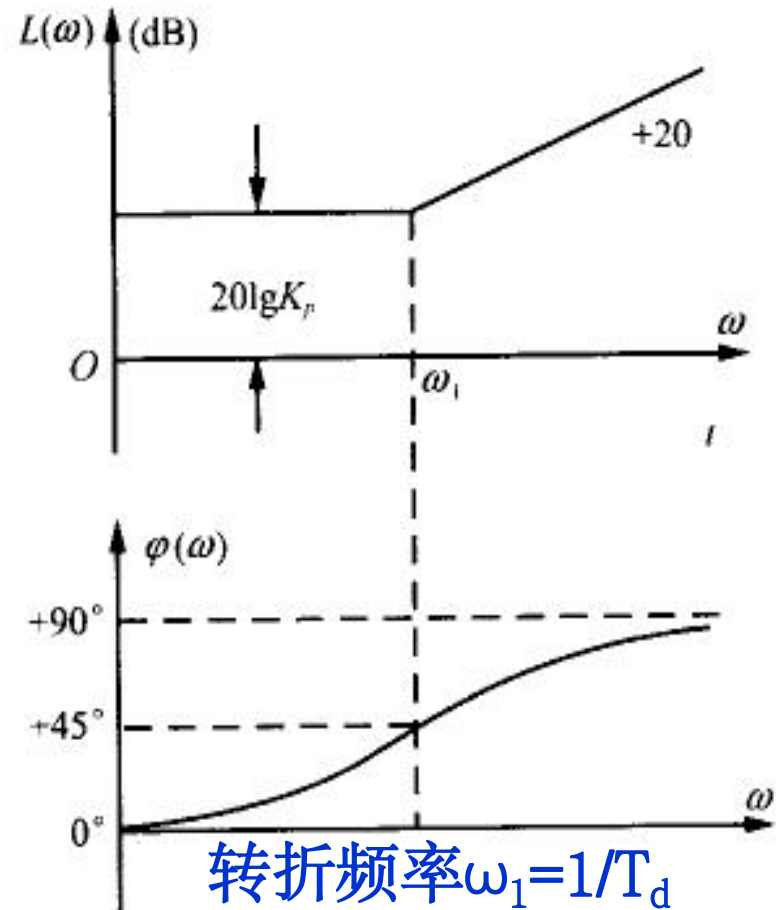
PD环节频率特性

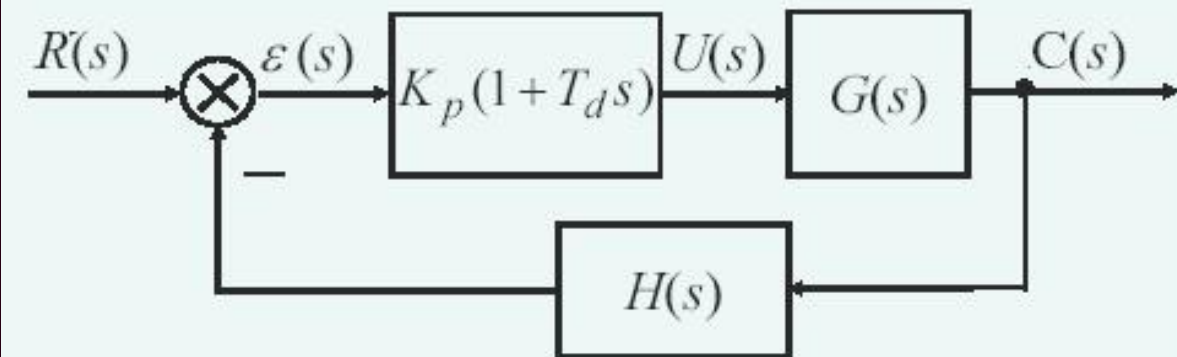
$$G_c(s) = K_p (1 + T_d s)$$

$$G_c(j\omega) = K_p (1 + jT_d \omega)$$

$$L_c(\omega) = 20\lg K_p + 20\lg \sqrt{1 + T_d^2 \omega^2}$$

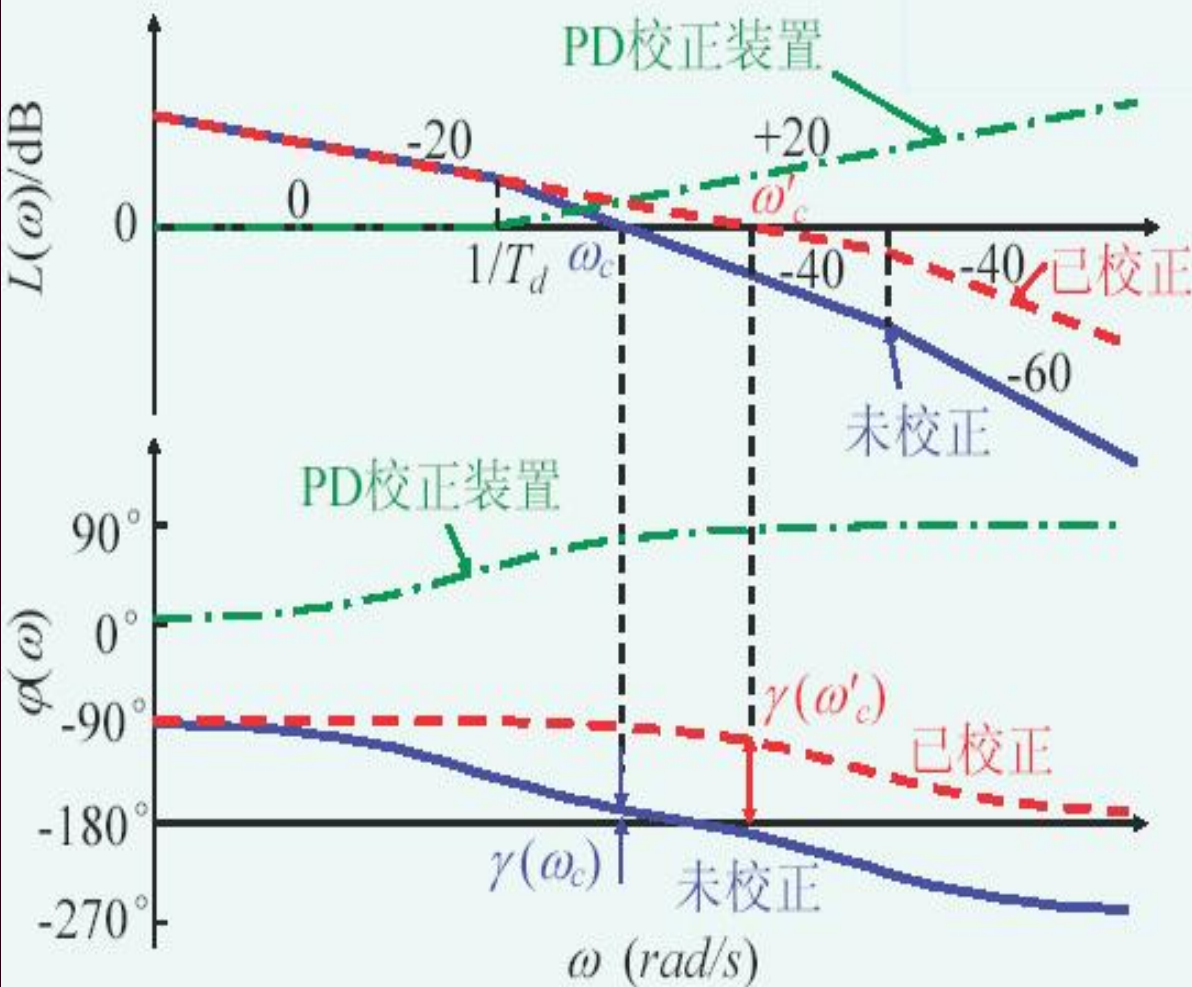
$$\varphi_c(\omega) = \arctan(T_d \omega)$$





PD环节的作用

- ▶ 高频段增益上升，降低了系统抗干扰的能力；
- ▶ ω_c 增大，快速性提高
- ▶ 相位裕量增加，稳定性提高；
- ▶ $K_p = 1$ 时，系统的稳态性能没有变化。



微分控制仅仅在系统的瞬态过程中起作用，一般不单独使用。



6.2 基本控制规律

例2 对一个二阶对象模型

$$G_o(s) = \frac{4}{s^2 + 3s + 4}$$

采用比例微分控制，MATLAB仿真，可研究不同 K_p 、 T_d 值下闭环系统的单位阶跃响应曲线。

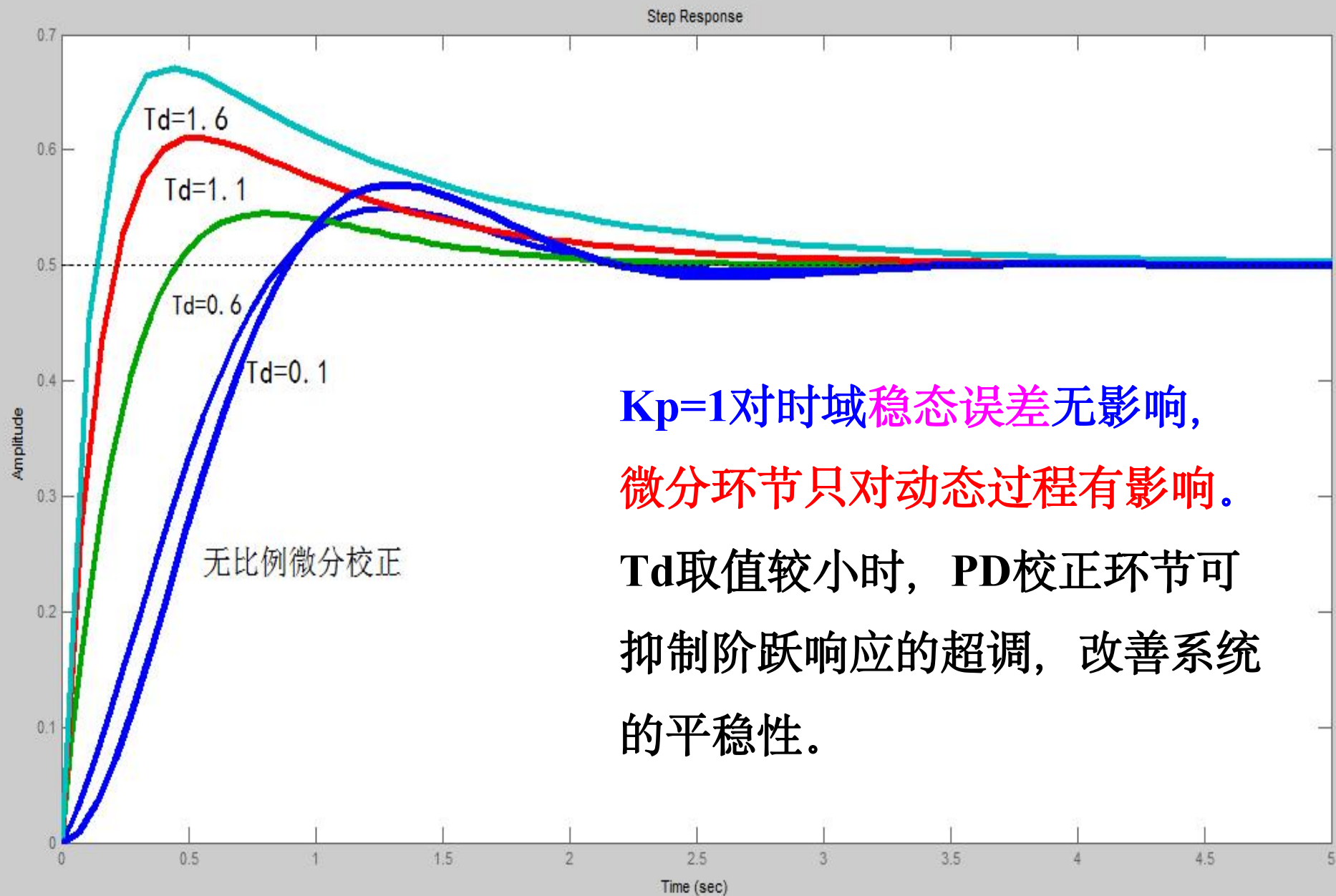
解： 设采用比例微分控制之后，系统的开环传递函数为

$$G_c G_o(s) = K_p (1 + T_d s) G_o = (1 + T_d s) G_o$$

通过matlab软件仿真之后，得到校正前后时系统的单位阶跃响应曲线。

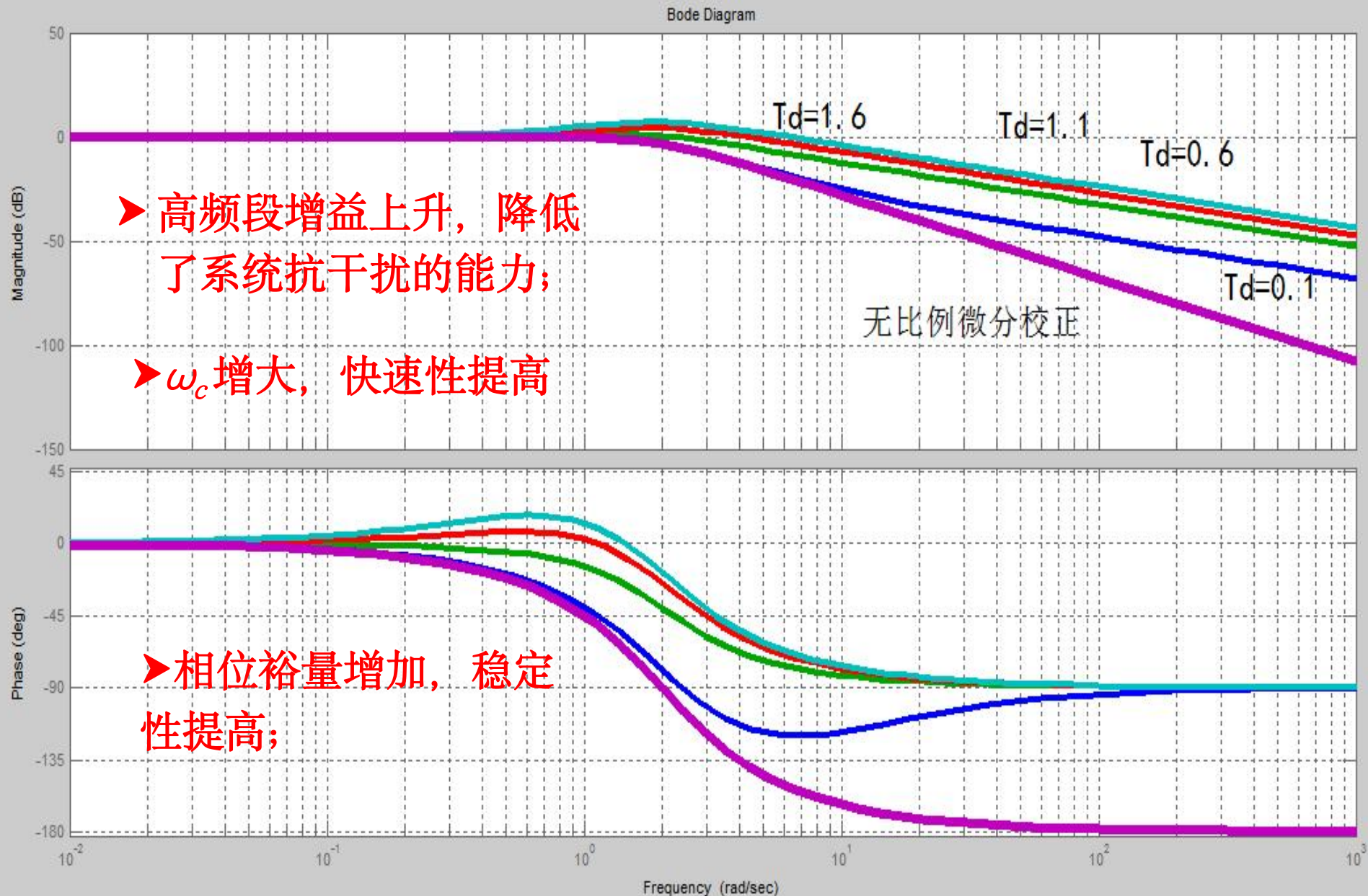


$K_p=1$, T_d 取不同值系统的单位阶跃响应图





$K_P=1$, T_d 取不同值系统的Bode图

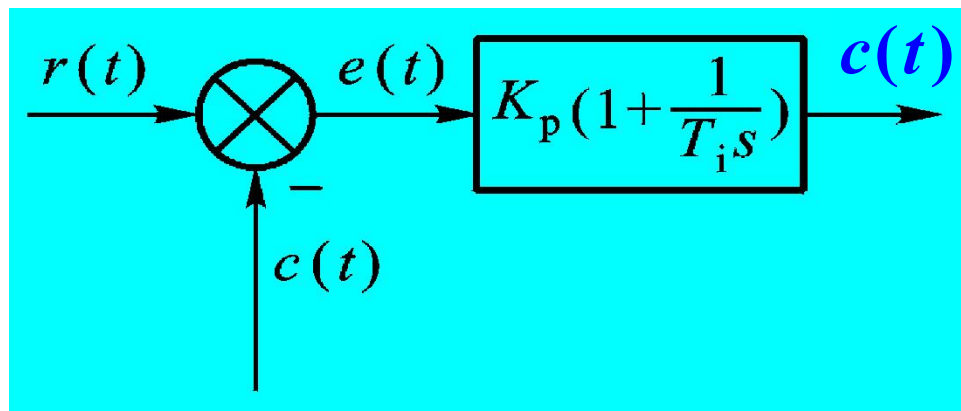




6.1 控制系统的设计与校正问题

三、PI（比例积分）控制

动态结构图



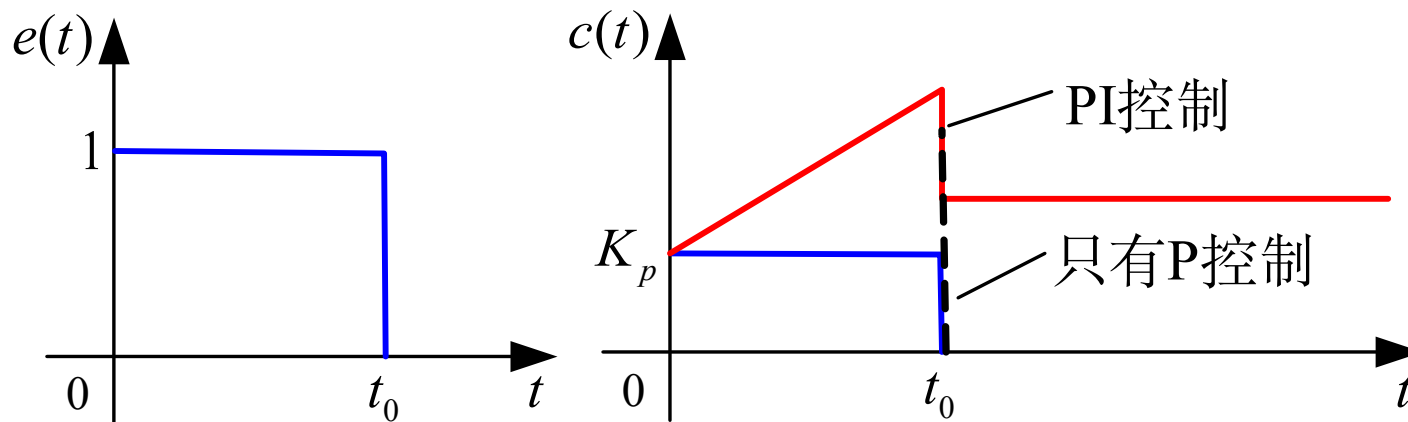
PI传递函数

$$G_c(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) = \frac{K_p (T_i s + 1)}{T_i s}$$



6.2 基本控制规律

$$G_c(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) = \frac{K_p (T_i s + 1)}{T_i s}$$



调节 T_i 影响积分控制作用；

调节 K_p 既影响控制作用的比例部分，又影响积分部分。

由于存在积分控制，PI控制器具有记忆功能。



6.2 基本控制规律

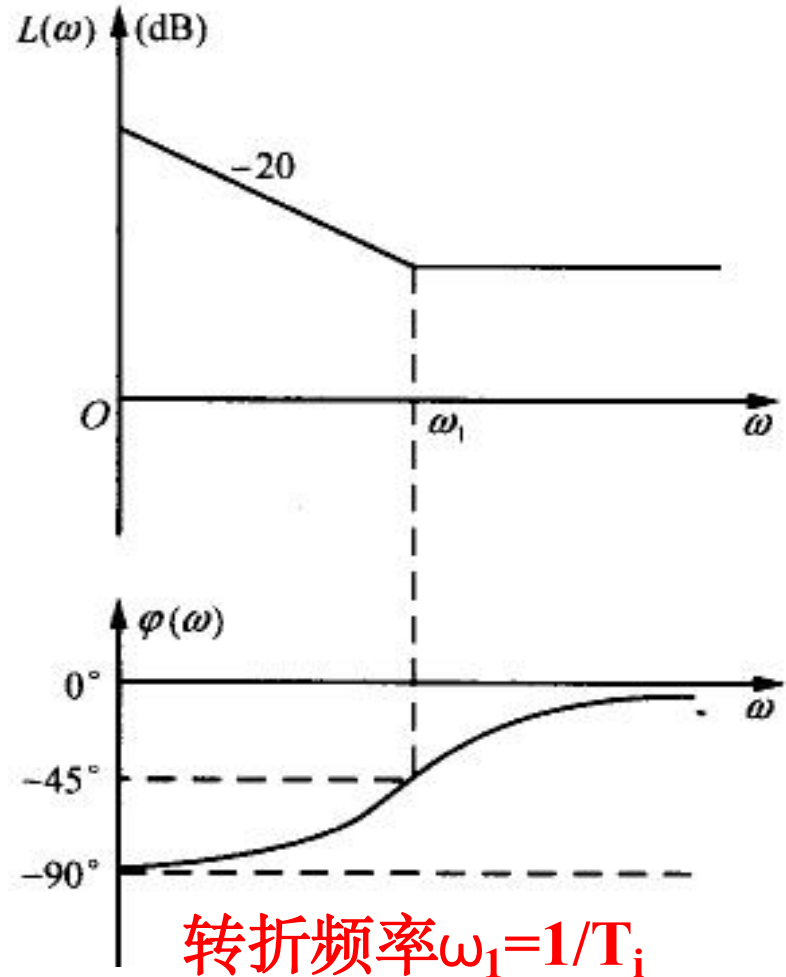
PI环节频率特性

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) = \frac{K_p (T_i s + 1)}{T_i s}$$

$$G_c(j\omega) = K_p \frac{1 + jT_i\omega}{jT_i\omega}$$

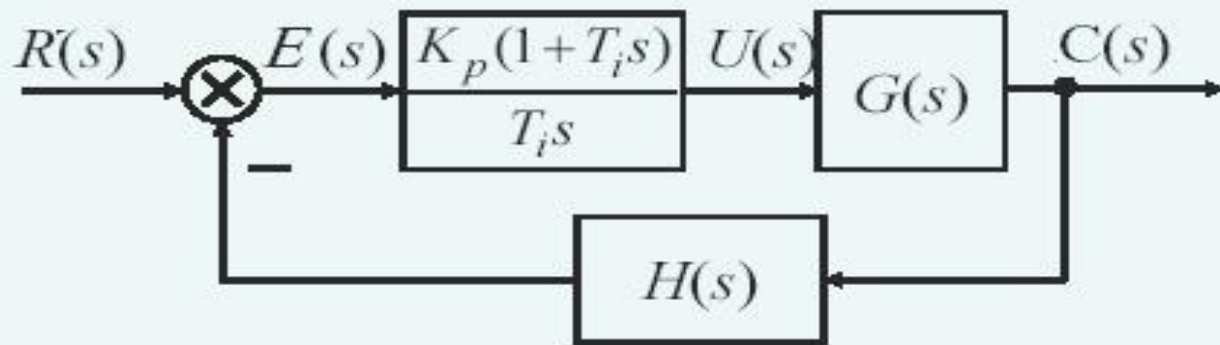
$$L_c(\omega) = 20\lg K_p + 20\lg \sqrt{1 + T_i^2 \omega^2} - 20\lg T_i \omega$$

$$\varphi_c(\omega) = \arctan(T_i \omega) - 90^\circ$$



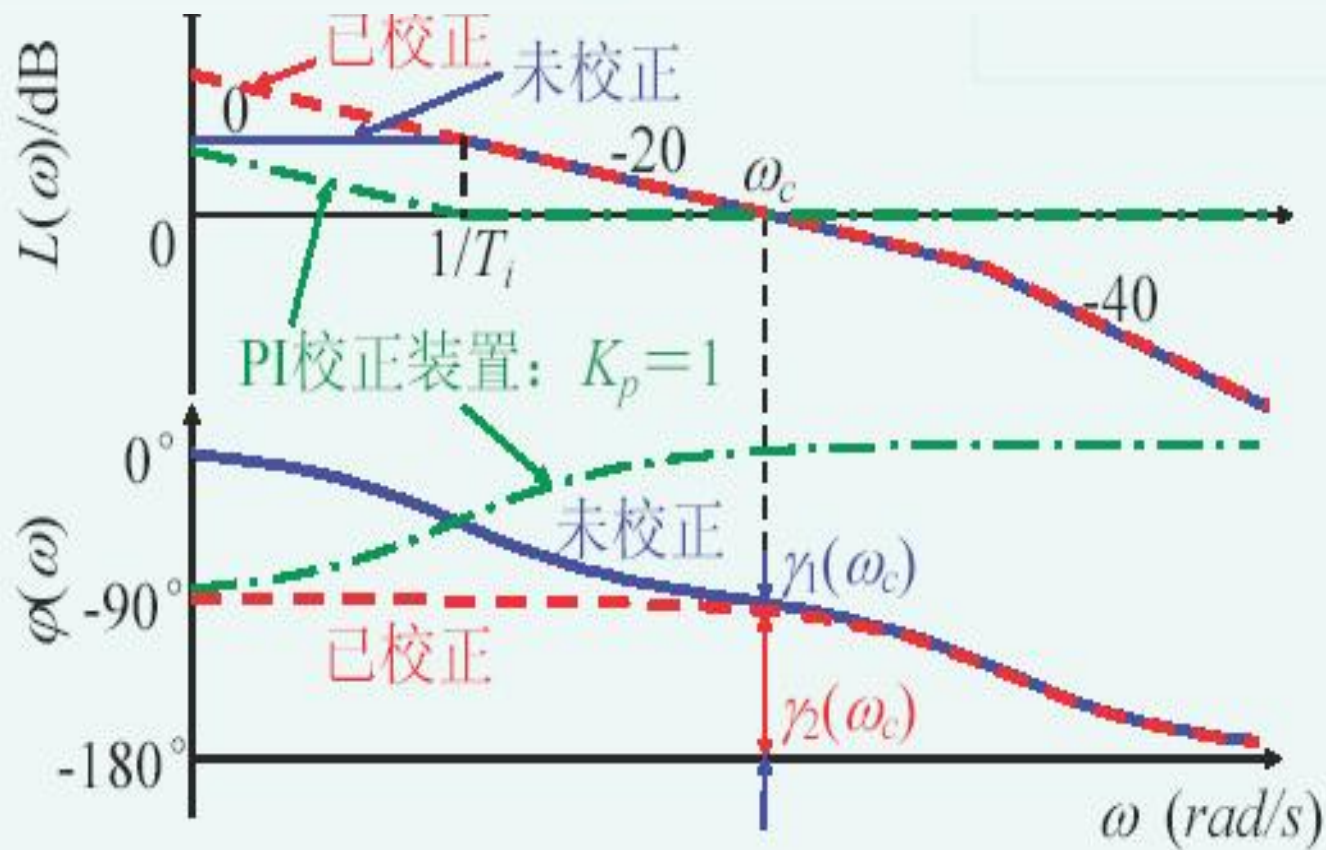


6.2 基本控制规律



$$K_p=1$$

- 系统型次提高, 稳态性能改善。
- 相位裕量减小, 稳定程度变差。





6.2 基本控制规律

例3 对一个二阶对象模型

$$G_o(s) = \frac{4}{s^2 + 3s + 4}$$

采用比例微分控制，MATLAB仿真，研究不同 K_p 、 T_i 值下闭环系统的单位阶跃响应曲线和Bode图。

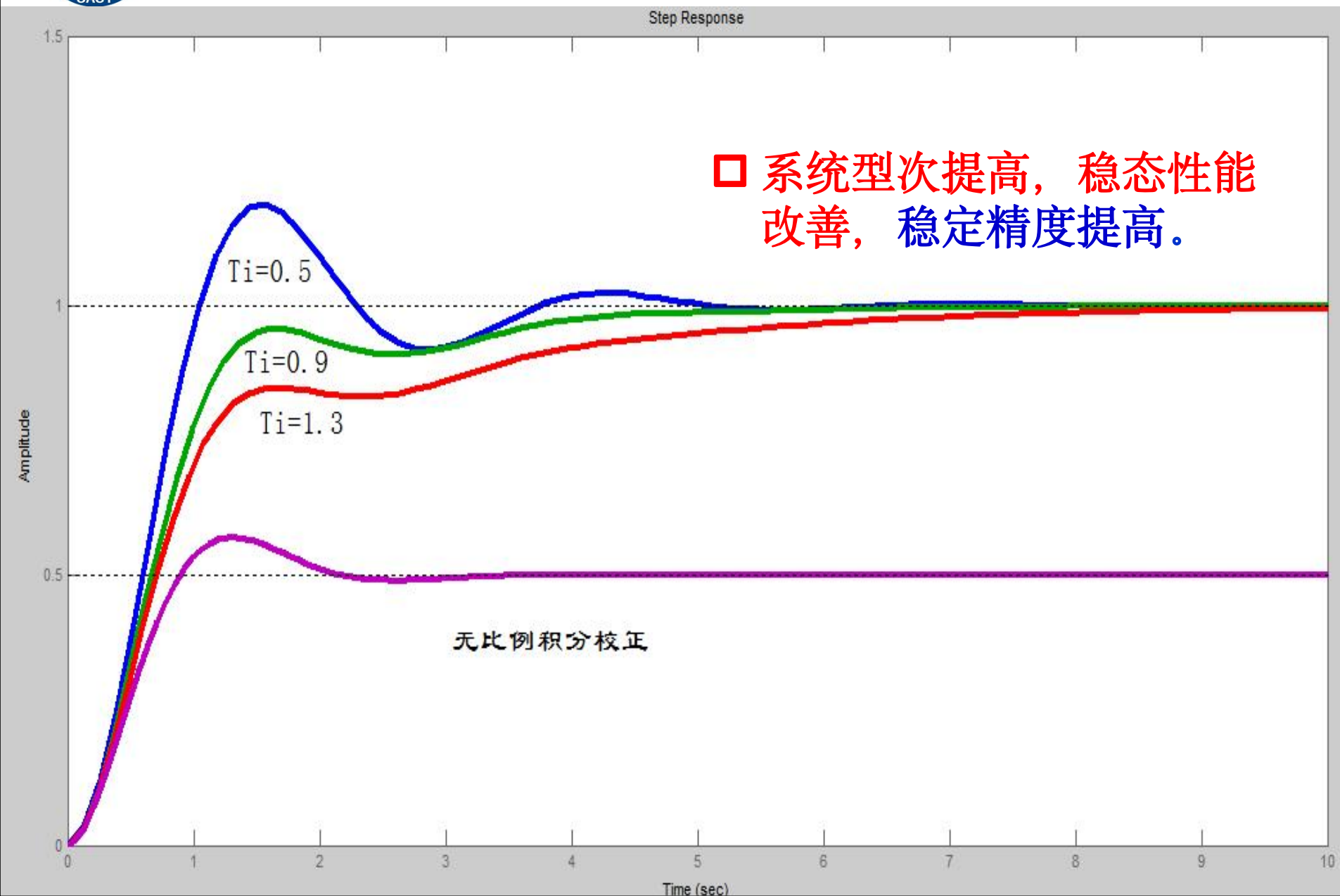
解： 设采用比例控制之后，系统的开环传递函数为

$$G_c G_o(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) G_o(s)$$

通过matlab软件仿真之后，得到校正前后时系统的单位阶跃响应曲线。

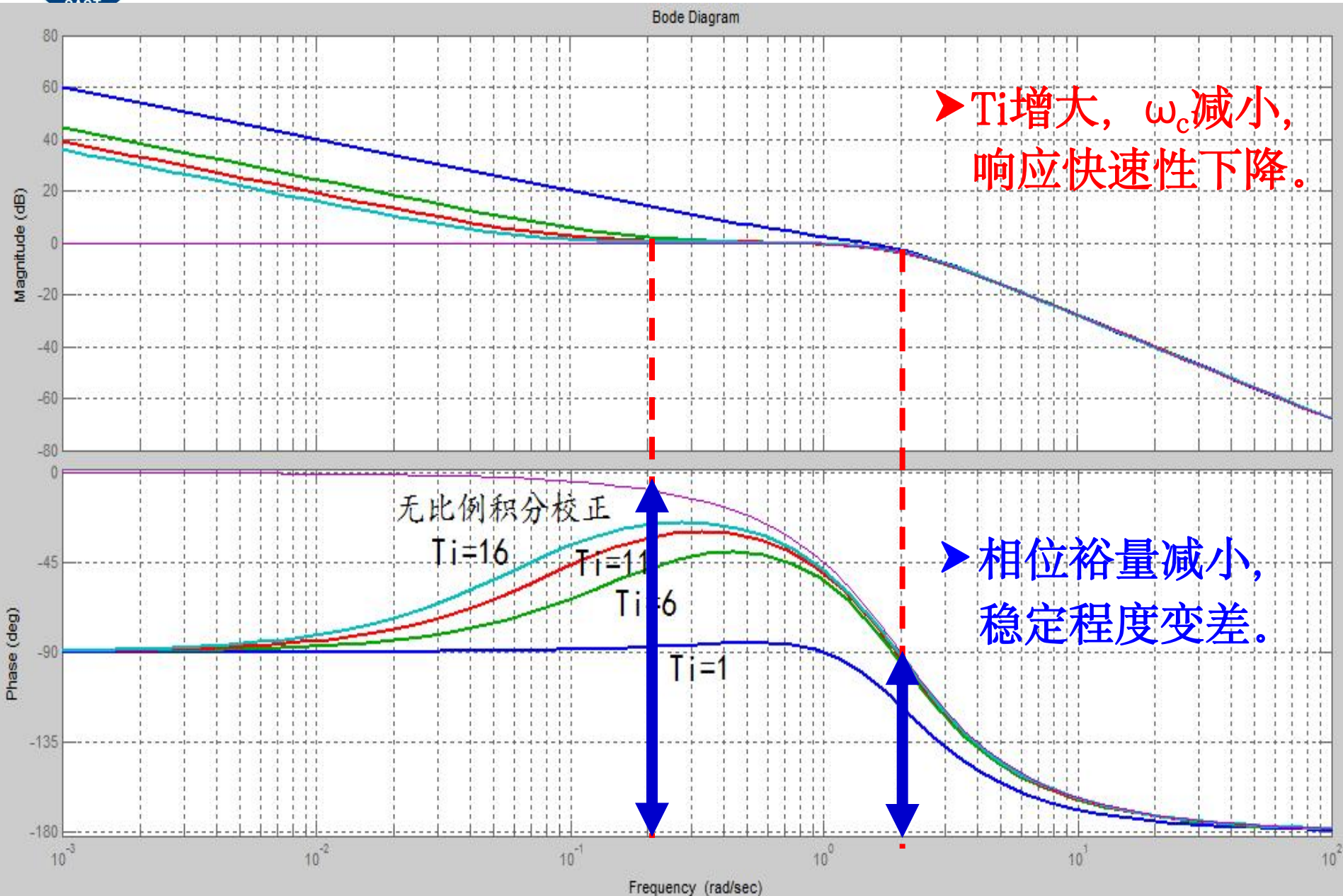


$K_P=1$, T_i 取不同值系统的单位阶跃响应图



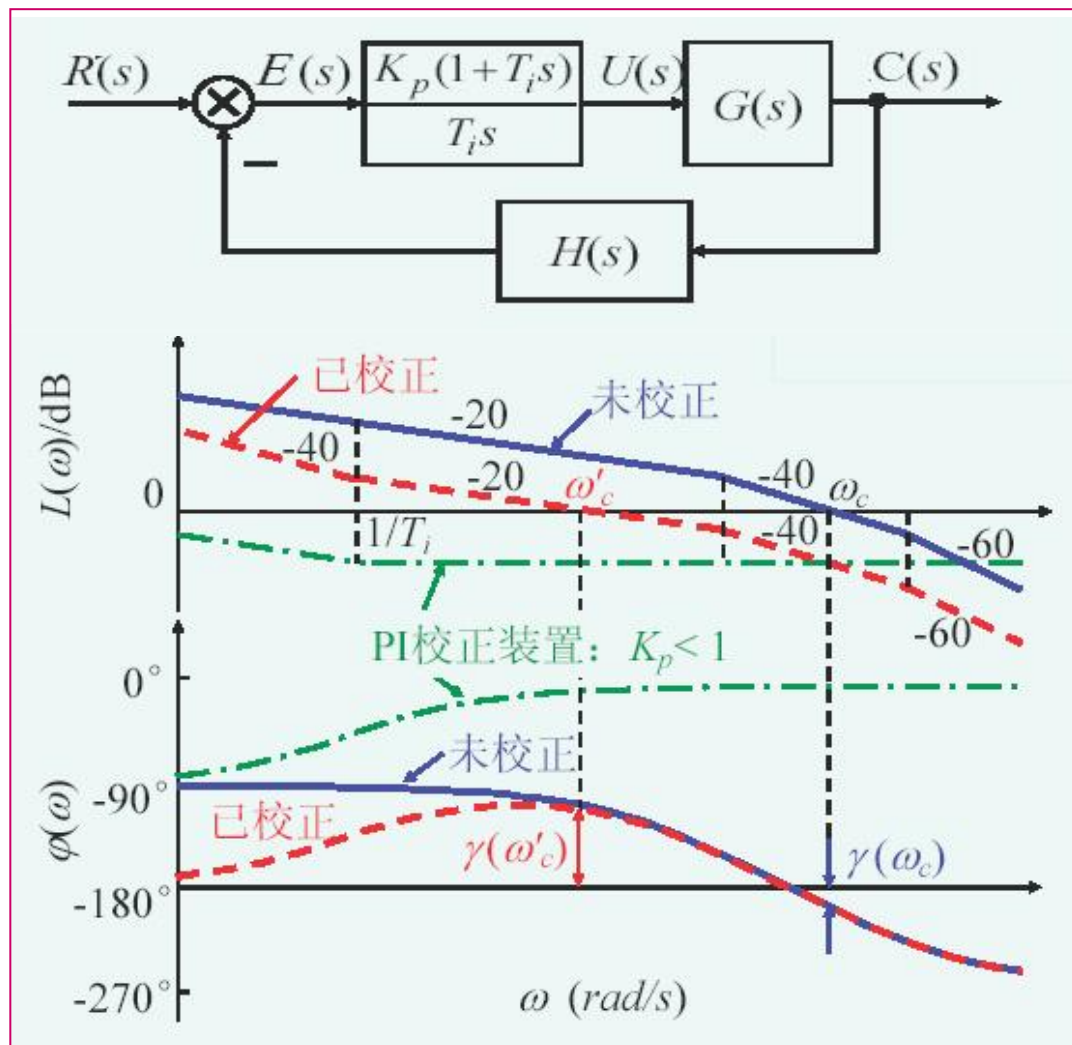


$K_P=1$ T_i 取不同值系统的Bode图





6.2 基本控制规律



$$K_p < 1$$

- ▶ 系统型次提高，稳态性能改善；
- ▶ ω_c 减小，快速性变差。
- ▶ 系统从不稳定变为稳定；
- ▶ 相位裕量增大，稳定程度变好。

□ $K_p > 1$ ， ω_c 增大，系统有可能由稳定变不稳定。



6.2 基本控制规律

由于 $\varphi_c(\omega) = \arctan(T_i\omega) - 90^\circ < 0^\circ$ 导致引入PI控制器后，系统的相位滞后增加。因此，若要通过PI控制器改善系统的稳定性，必须有 $K_p < 1$ ，以降低系统的幅值穿越频率。

- ▶ 通过引入积分控制作用以改善系统的稳态性能。
- ▶ 通过比例控制作用来调节积分作用所导致相角滞后对系统的稳定性所带来的不利影响。



6.2 基本控制规律

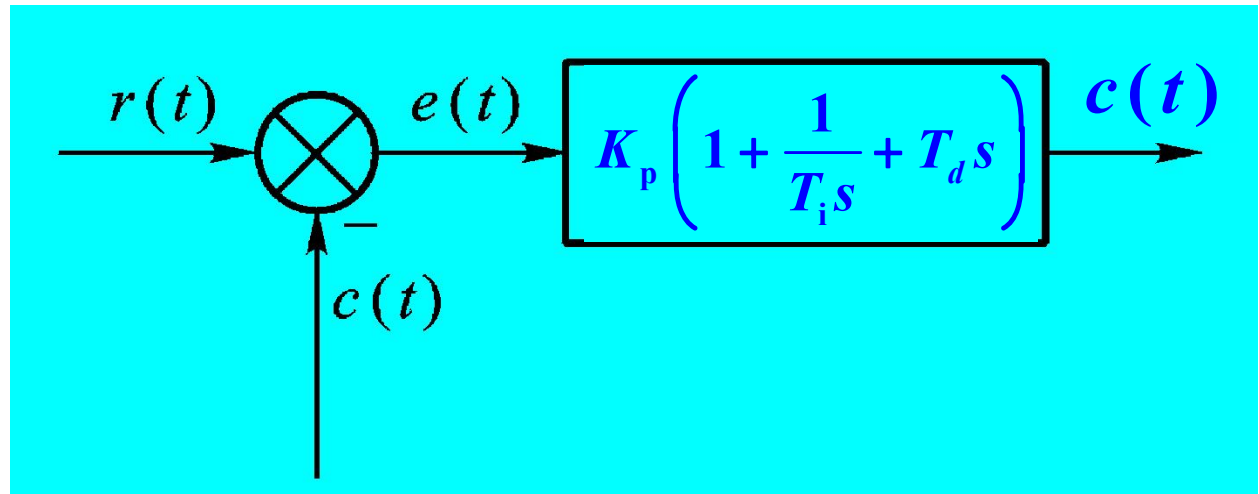
$K_p > 1$ 和 $K_p < 1$
时单位阶跃
响应和Bode
图的变化?



6.2 基本控制规律

四、PID（比例积分微分）控制

动态结构图



传递函数

$$G_c(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

□ PID具有PD和PI双重作用，能够较全面地提高系统的控制性能。



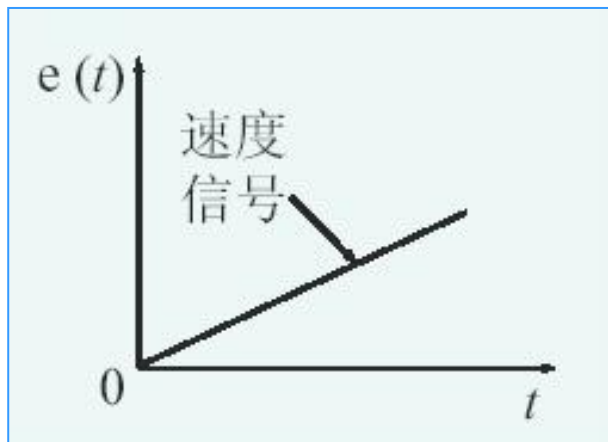
6.2 基本控制规律

$$G_c(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = K_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s = \frac{(\frac{1}{T_1} s + 1)(\frac{1}{T_2} s + 1)}{T_2 s}$$

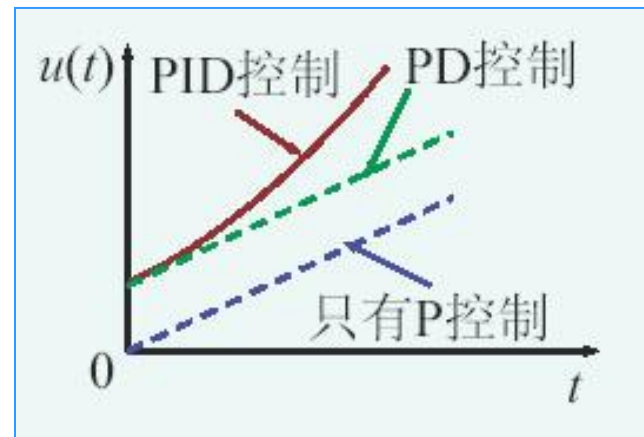
$$T_{1,2} = \frac{1}{2T_d} \left[K_p \pm \sqrt{K_p^2 - \frac{4T_d}{T_i}} \right]$$

一个零极点

提高系统型别和稳态精度



两个负实部零点



提高动态性能



6.2 基本控制规律

$K_p = 1$ 时

$$G_c(j\omega) = 1 + \frac{1}{jT_i\omega} + jT_d\omega = \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_i} - \frac{\omega^2}{\omega_i\omega_d}}{j\frac{\omega}{\omega_i}}$$

$$\omega_i = \frac{1}{T_i},$$

$$\omega_d = \frac{1}{T_d}$$

$$L_c(\omega) = 20\lg \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_i\omega_d}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_i^2}} - 20\lg \frac{\omega}{\omega_i}$$

$$\varphi_c(\omega) = \arctan \left(\frac{\frac{\omega}{\omega_i}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_i\omega_d}} \right) - 90^\circ$$



6.2 基本控制规律

$$L_c(\omega) = 20\lg \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_i \omega_d}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_i^2}} - 20\lg \frac{\omega}{\omega_i}$$

近似有：

$$L_c(\omega) = \begin{cases} -20\lg \frac{\omega}{\omega_i}, (\omega \ll \omega_i) \\ 0, (\omega_i < \omega < \omega_d) \\ 20\lg \frac{\omega}{\omega_d}, (\omega \gg \omega_d) \end{cases}$$



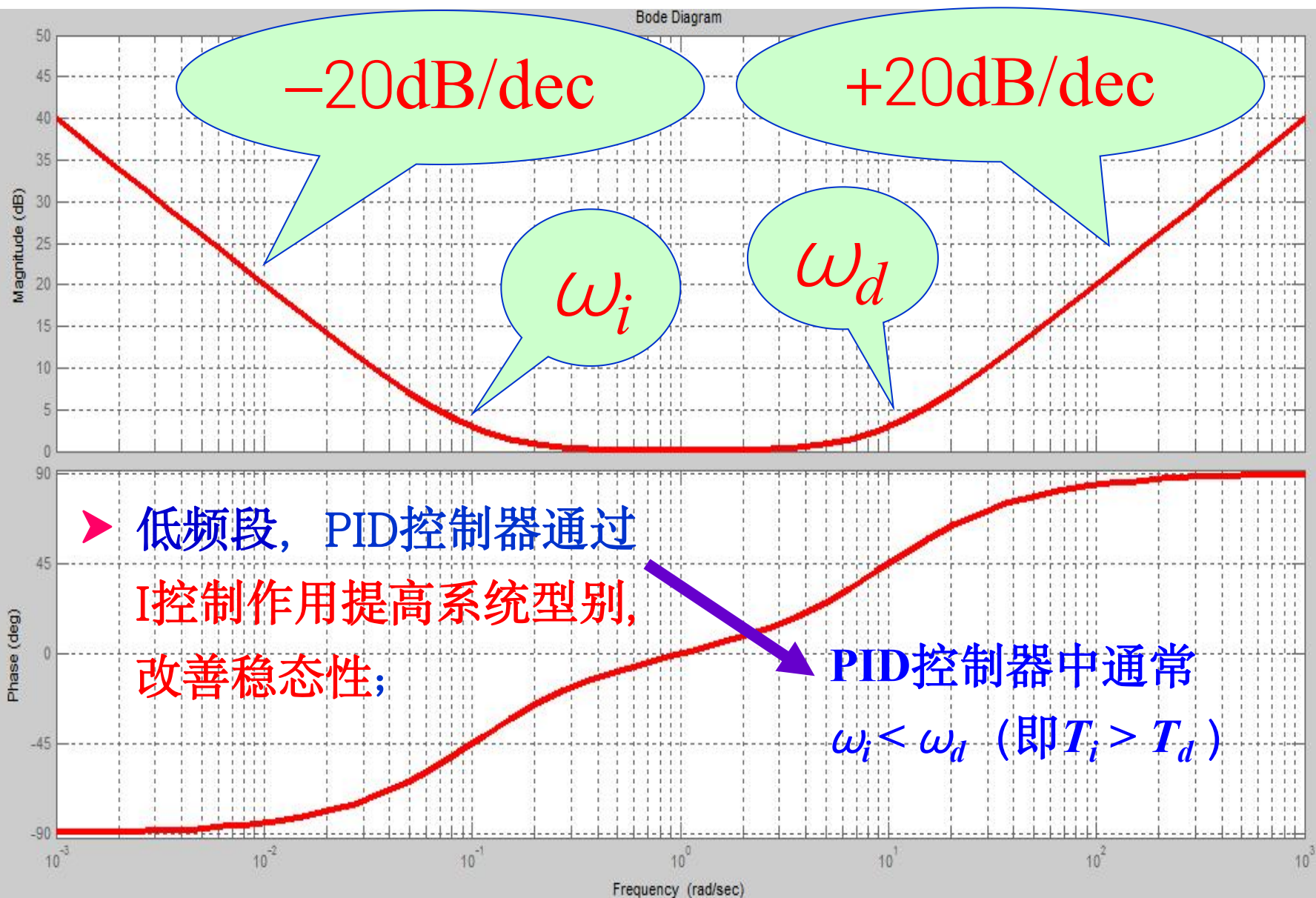
6.2 基本控制规律

$$\varphi_c(\omega) = \arctan \left(\frac{\frac{\omega}{\omega_i}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_i \omega_d}} \right) - 90^\circ$$

近似有：

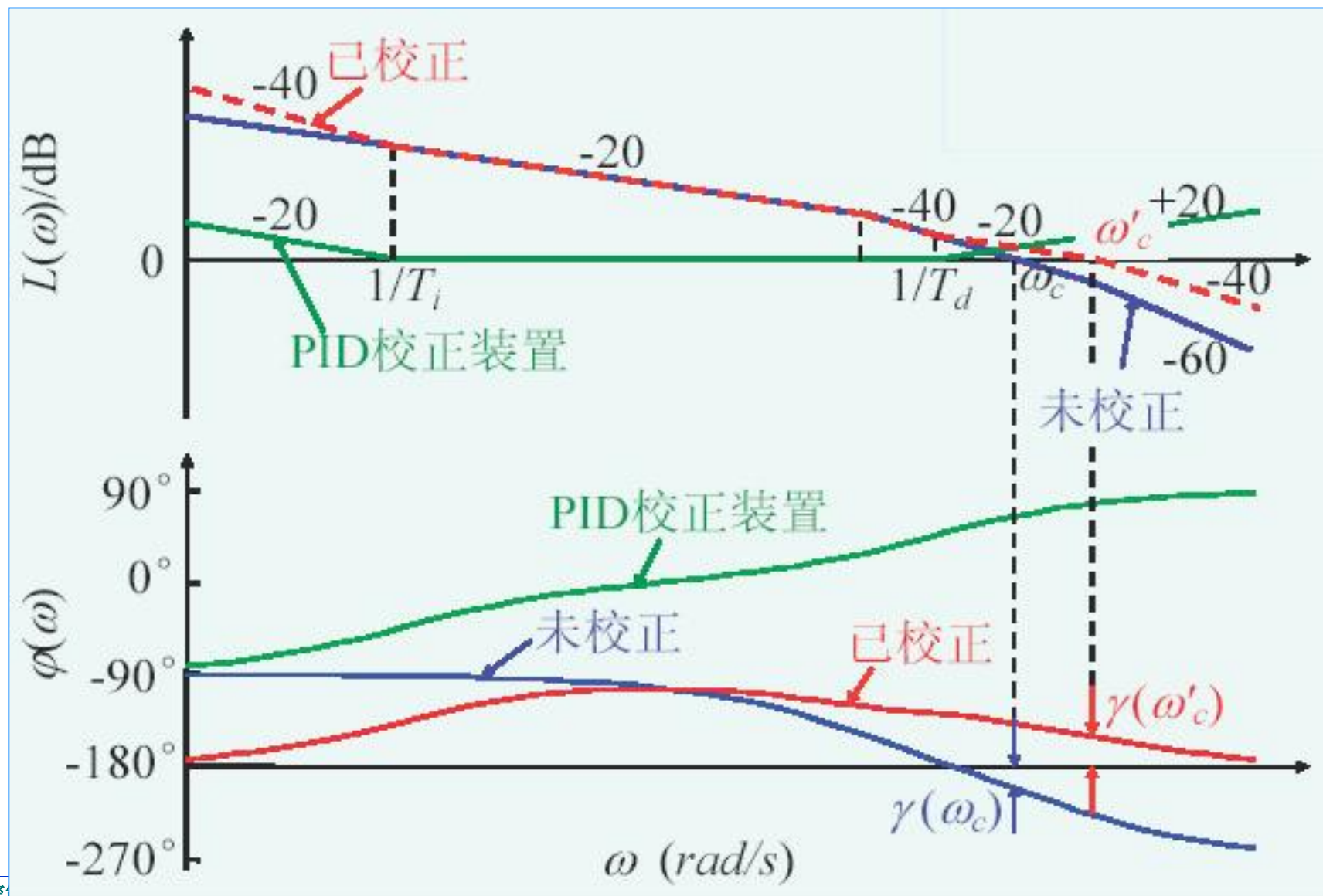
$$\varphi_c(\omega) = \begin{cases} -90^\circ, (\omega \rightarrow 0) \\ 0^\circ, (\omega = \sqrt{\omega_i \omega_d}) \\ +90^\circ, (\omega \rightarrow \infty) \end{cases}$$

$K_p = 1$ $T_i = 10$ $T_d = 0.1$ 时 PID控制器的Bode图





► 中频段，PID控制器通过D控制作用提高系统的动态性能。





6.2 基本控制规律

例4 对一个二阶对象模型

$$G_o(s) = \frac{4}{s^2 + 3s + 4}$$

采用PID控制，MATLAB仿真，可研究校正前后闭环系统的单位阶跃响应曲线和Bode图。

解： 设采用PID控制之后，系统的开环传递函数为

$$G_c G_o(s) = \left(K_p + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right) G_o(s) = \left(3 + 0.5s + \frac{1}{10s} \right) G_o(s)$$

通过matlab软件仿真之后，得到校正前后时系统的单位阶跃响应曲线。

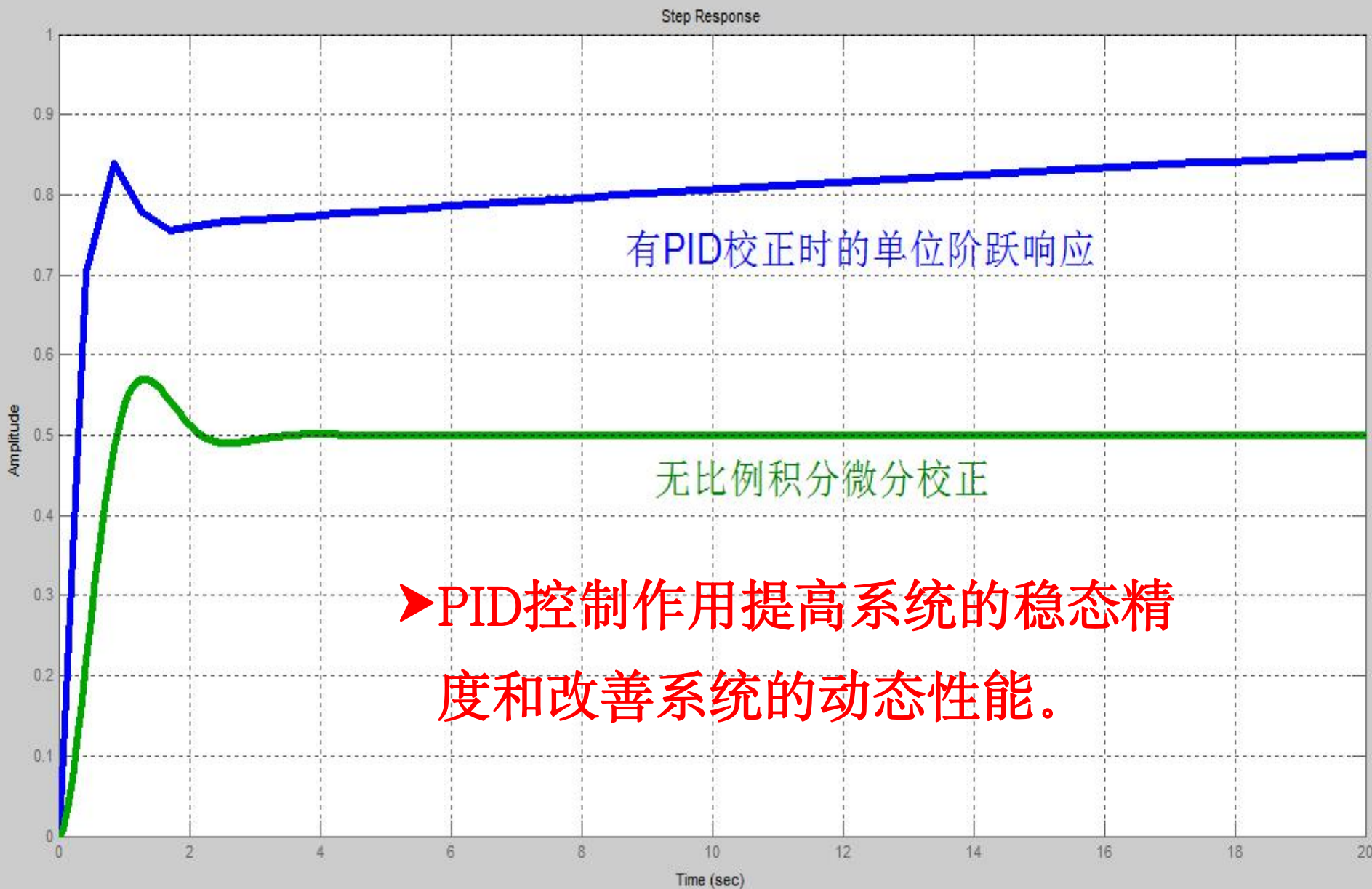


$$K_p=3$$

$$T_d=0.5$$

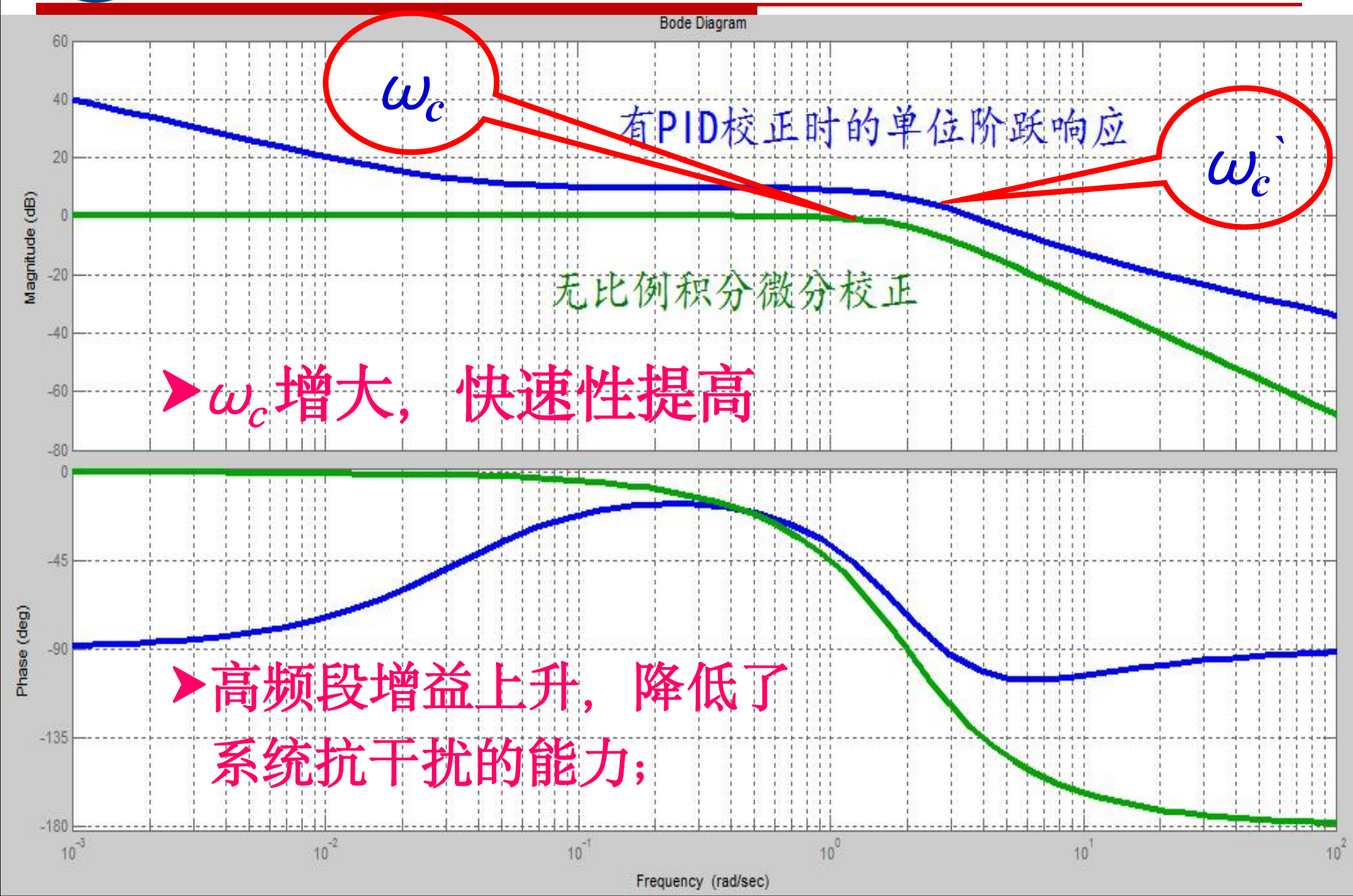
$$T_i=10$$

时系统的单位阶跃响应图





$K_p=3$ $T_d=0.5$ $T_i=10$ 时系统的Bode图





6.2 基本控制规律

例5 控制系统如图所示 $G(s) = 1 / Js^2$

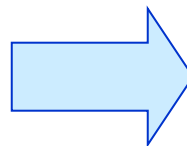


PD控制器 $G_c(s) = K_p + T_d s$

试分析PD控制器对系统性能的影响。

解：引入PD控制器之前，系统的闭环传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{1}{Js^2 + 1}$$



系统临界稳定



6.2 基本控制规律

引入**PD**控制器之后，系统的闭环传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{\frac{K_p}{J} (1 + \frac{T_d}{K_p} s)}{s^2 + \frac{T_d}{J} s + \frac{K_p}{J}} \quad \Rightarrow \quad \zeta = \frac{T_d}{2\sqrt{K_p J}} > 0$$

- ▶ 加入**PD**控制器后，系统由临界稳定变为稳定；
- ▶ 阻尼程度可由**Td**和**Kp**调节；
- ▶ 微分环节只对动态过程起作用。



6.2 基本控制规律

例6 控制系统如图所示 $G(s) = \frac{K_0}{s(Ts + 1)}$

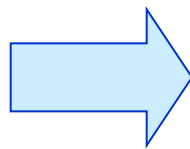


PI控制器 $G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$

试分析PI控制器对系统性能的影响。

解：引入PI控制器前，系统的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{K_0}{s(Ts + 1)}$$



系统为I型

$$K_v = K_0$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{K_0}$$

输入单位
斜坡信号
误差



6.2 基本控制规律

引入**PI**控制器之后，系统的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{K_0 K_p (T_i s + 1)}{T_i s^2 (Ts + 1)}$$



系统为II型

$$K_v = \infty$$

输入单位
斜坡信号误
差为：

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = 0$$

- ▶ 加入**PI**控制器后，系统的型别提高、**稳态精度提高**；
- ▶ 可调节**Ti**和**Kp**满足不同设计要求。



6.2 基本控制规律

假定: $G(s) = \frac{K_0}{s(Ts + 1)} = \frac{1}{s(0.3s + 1)}$

$$T = 0.3 \quad T_i = 0.5$$

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = 1 + \frac{1}{0.5s}$$

$$K_p = 1 \quad K_0 = 1$$

引入**PI**控制器前:

```
num=1
```

```
den=conv([1 0],[0.3 1])
```

```
g=tf(num,den)
```

```
Bode(g);
```

```
grid
```

引入**PI**控制器后:

```
num =[0.1 1]
```

```
den=conv([0.1 0 0],[0.3 1])
```

```
g=tf(num,den)
```

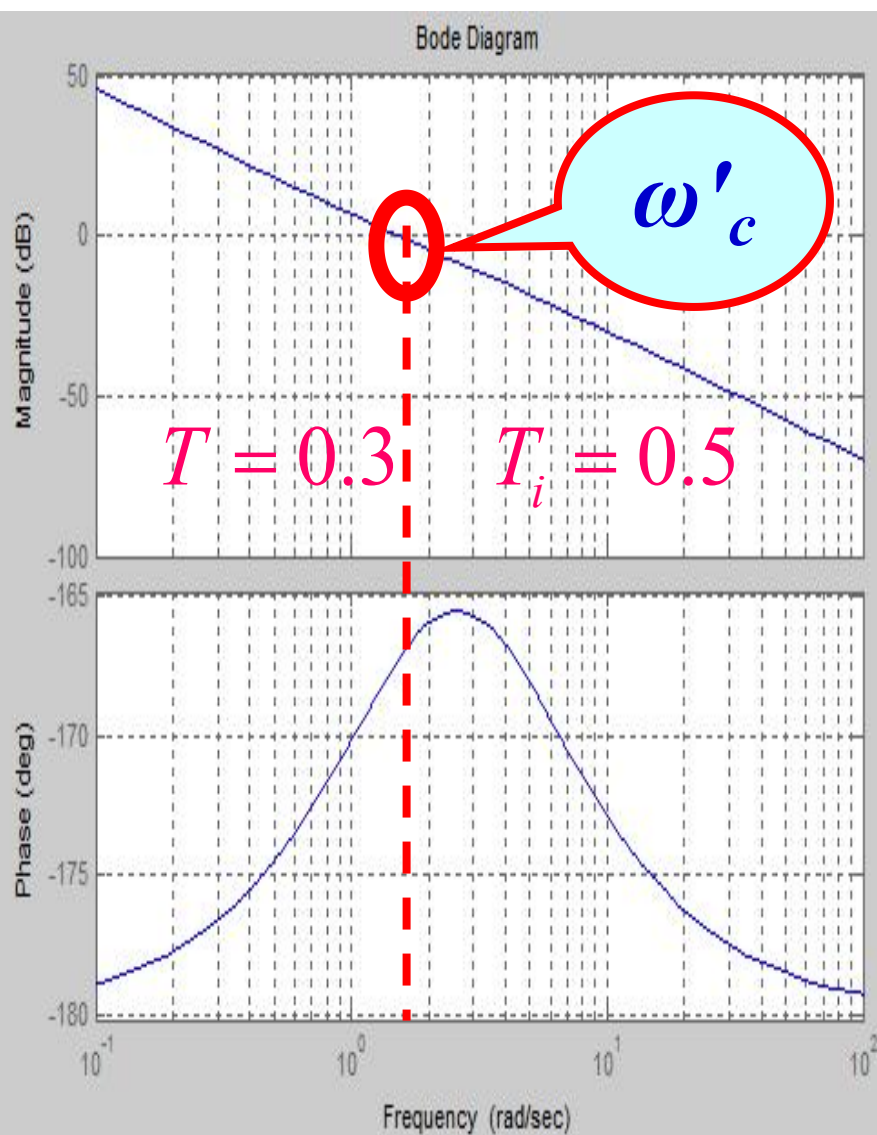
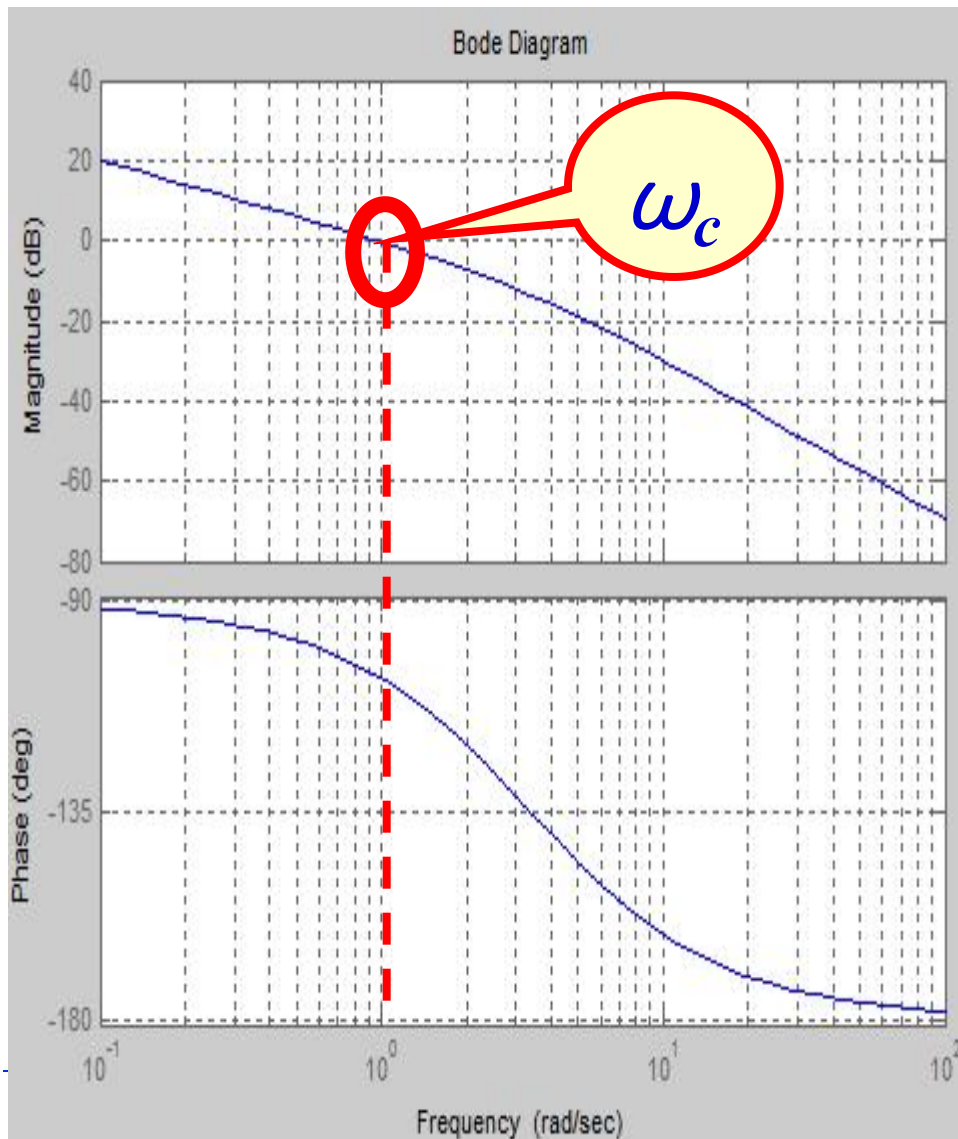
```
Bode(g);
```

```
grid
```



6.2 基本控制规律

分别作出引入PI控制器前后系统的Bode图:





6.2 基本控制规律

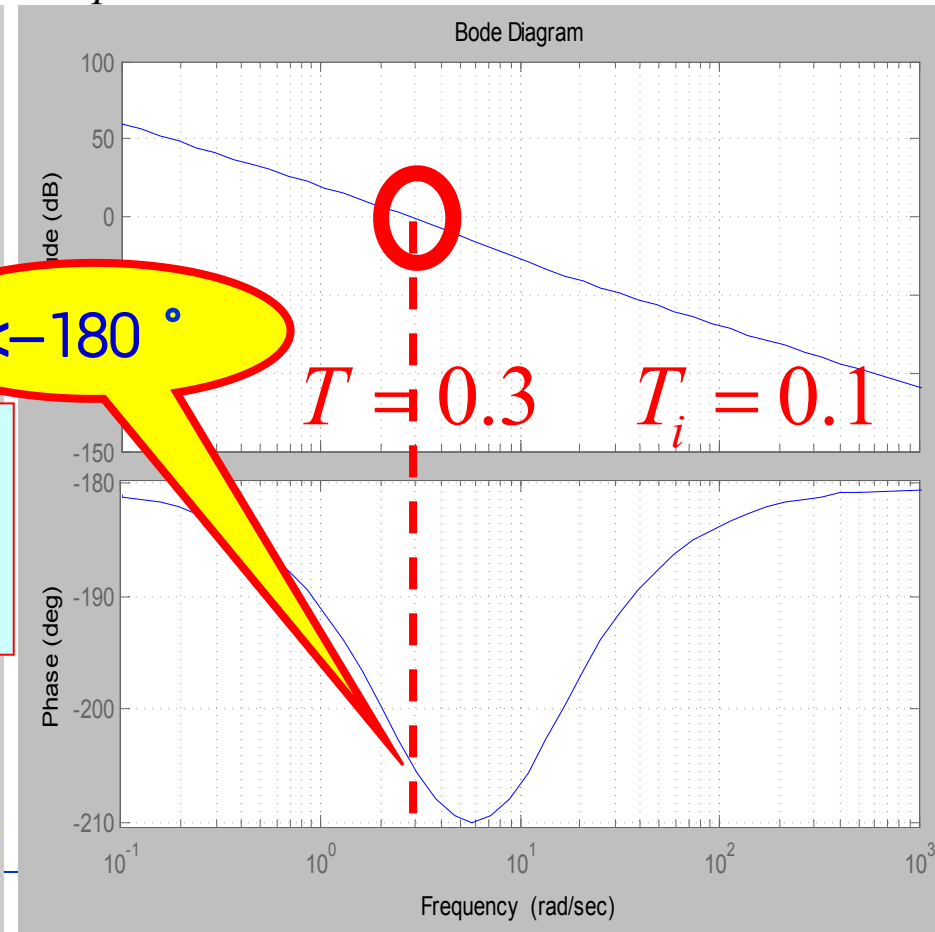
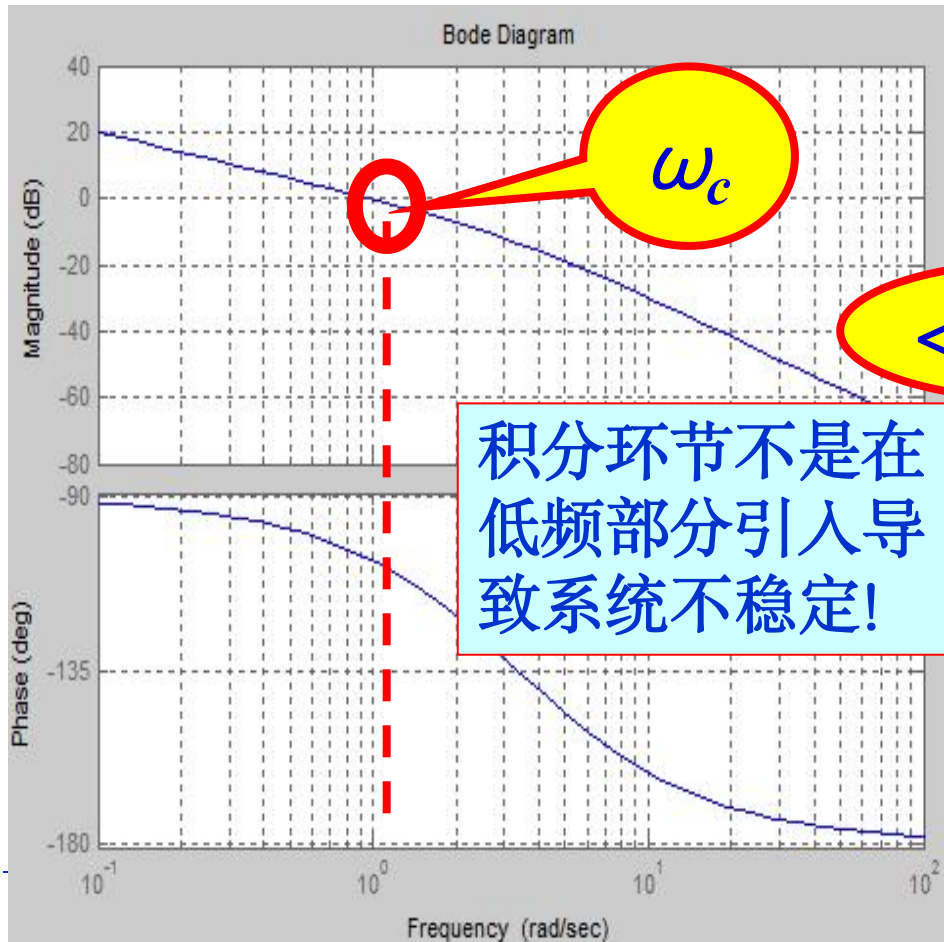
假定:

$$G(s) = \frac{K_0}{s(Ts + 1)}$$

$$T = 0.3 \quad T_i = 0.1$$

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

$$K_p = 1 \quad K_0 = 1$$





知识回顾

- 系统的分析与综合的基本概念
- 系统的性能指标与设计的一般步骤

① 系统的性能指标

$$\sigma\% = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \times 100\%$$

$$t_s = \frac{3-4}{\zeta\omega_n}$$

$$\gamma = \varphi(\omega_c) + 180^\circ$$

$$L_g = -L(\omega_g)$$

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}$$

$$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$



6.2 基本控制规律

② 系统设计与校正常用的性能指标经验值或经验公式

$$\omega_b = \omega_c \quad \omega_b = (5 \sim 10)\omega_M \quad t_s = (6 \sim 8)\frac{1}{\omega_c}$$

系统闭环带宽与系统开环截止频率和输入信号频率必须满足这样的近似关系

$$M_r = \frac{1}{\sin \gamma} \quad \sigma \% = \begin{cases} 100(M_r - 1)\% & \text{当 } M_r \leq 1.25 \\ 50\sqrt{(M_r - 1)}\% & \text{当 } M_r > 1.25 \end{cases}$$

$$\gamma \geq 40^\circ \quad L_g \geq 6dB$$



6.2 基本控制规律

► 基本控制规律

微分环节具有超前作用

① P环节

- ◆ 增大比例系数 K_p 可减少系统的稳态误差以提高稳态精度;
- ◆ 增加 K_p 可增大系统的开环穿越频率, 改善系统的快速性;
- ◆ 提高 K_p 会降低系统的相对稳定性。

② PD环节 (在 K_p 固定时讨论微分系数 T_d 的影响)

- ◆ 增大 T_d 可抑制系统阶跃响应的超调量, 改善系统的平稳性;
- ◆ 增大 T_d 可增大系统的开环穿越频率, 改善系统的快速性;
- ◆ 增大 T_d 会增大系统的相频截止频率, 改善系统稳定裕度;
- ◆ 增大 T_d 会增大Bode图中高频段的增益, 抗干扰能力下降。



6.2 基本控制规律

③ PI环节 (在 K_p 固定时讨论积分系数 T_i 的影响)

- ◆ 无论 T_i 取何值, 系统型次提高, 稳定精度提高; 但是积分环节可能导致系统不稳定;
- ◆ 增大 T_i 会减小系统的开环穿越频率, 降低系统的快速性; 积分系数 T_i 越小, 系统的快速性越好。

④ PID环节 (在 K_p 固定时讨论 T_d 、 T_i 的影响)

- ◆ 低频段, PID控制器通过I控制作用提高系统型别,改善稳态性能;
- ◆ PID控制器中通常 $\omega_i < \omega_d$ (即 $T_i > T_d$)
- ◆ ω_c 增大, 快速性提高, 改善系统的动态性能。
- ◆ 高频段增益上升, 降低了系统抗干扰的能力;



第六章 控制系统的校正

Thank You !