数字信号处理

任课教师：许录平　余航

单位：空间科学与技术学院

Email：hyu@xidian.edu.cn

第5章 时域离散系统的网络结构

5.1 引言

时域离散系统（网络）描述形式：

差分方程、单位脉冲响应、系统函数

如果系统输入输出服从N阶差分方程

$$y(n)=\sum_{i=0}^{M}b_i x(n-i)-\sum_{i=1}^{N}a_i y(n-i)$$

则系统函数***H*(*z*)**为

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\sum_{i=0}^{M}b_i z^{-i}}{1+\sum_{i=1}^{N}a_i z^{-i}}$$

单位脉冲响应***h*(*n*)**：

$$h(n)=IZT[H(z)]$$

给定一个系统函数，有多种不同的算法：

$$H_1(z)=\frac{1}{1-0.8z^{-1}+0.15z^{-2}}$$

$$H_2(z)=\frac{-1.5}{1-0.3z^{-1}}+\frac{2.5}{1-0.5z^{-1}}$$

$$H_3(z)=\frac{1}{1-0.3z^{-1}}\cdot\frac{1}{1-0.5z^{-1}}$$

研究算法的意义在于不同的算法直接影响系统的：

运算误差、运算速度、系统的复杂程度和成本

用网络结构表示具体的算法，网络结构就是运算结构

第5章 时域离散系统的网络结构

5.2 用信号流图表示网络结构

$$y(n)=\sum_{i=0}^{M}b_i x(n-i)-\sum_{i=1}^{N}a_i y(n-i)$$

数字信号处理中有三种基本算法：

乘法、加法、单位延迟

网络结构两种表示方法：

运算框图法、信号流图法

两种表示方法等效，只是符号上有差异

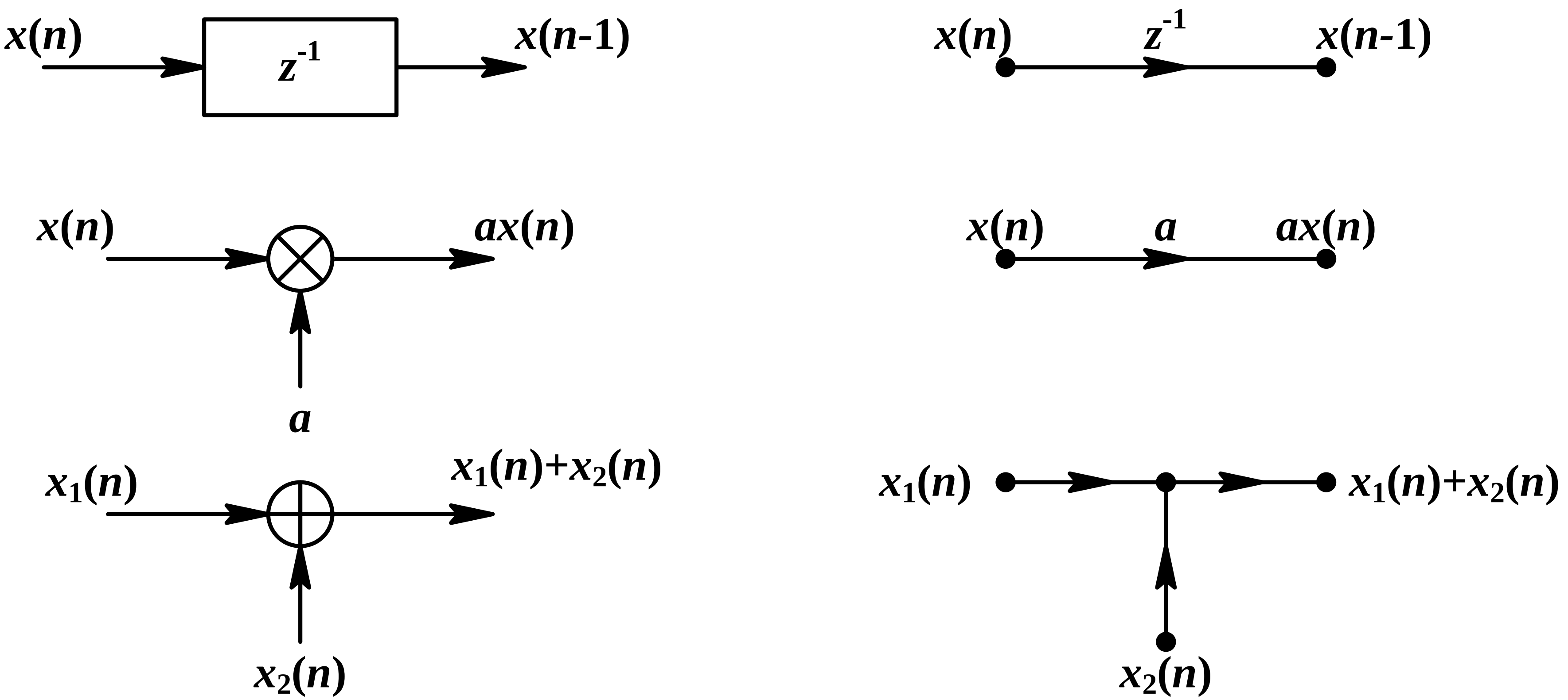
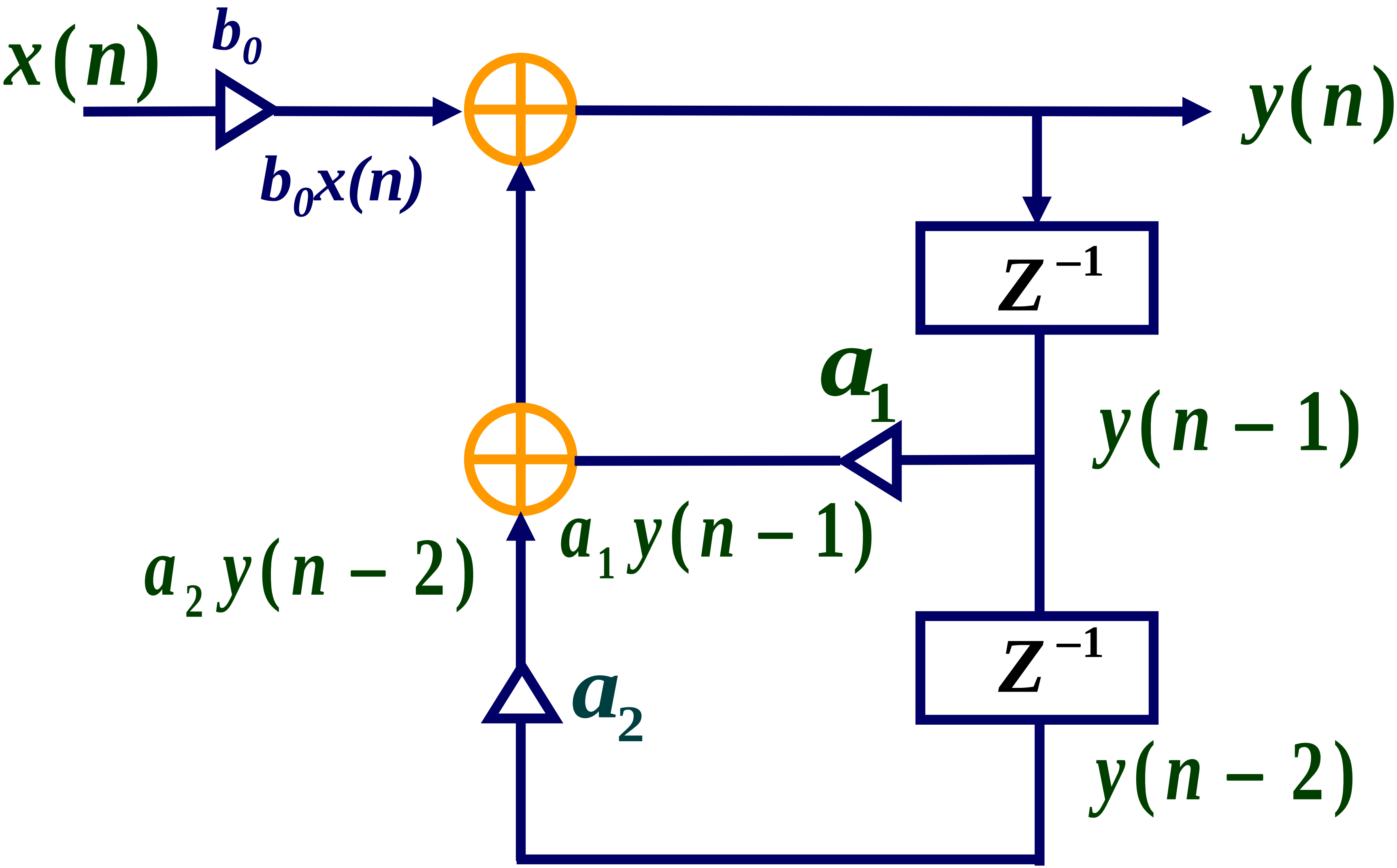
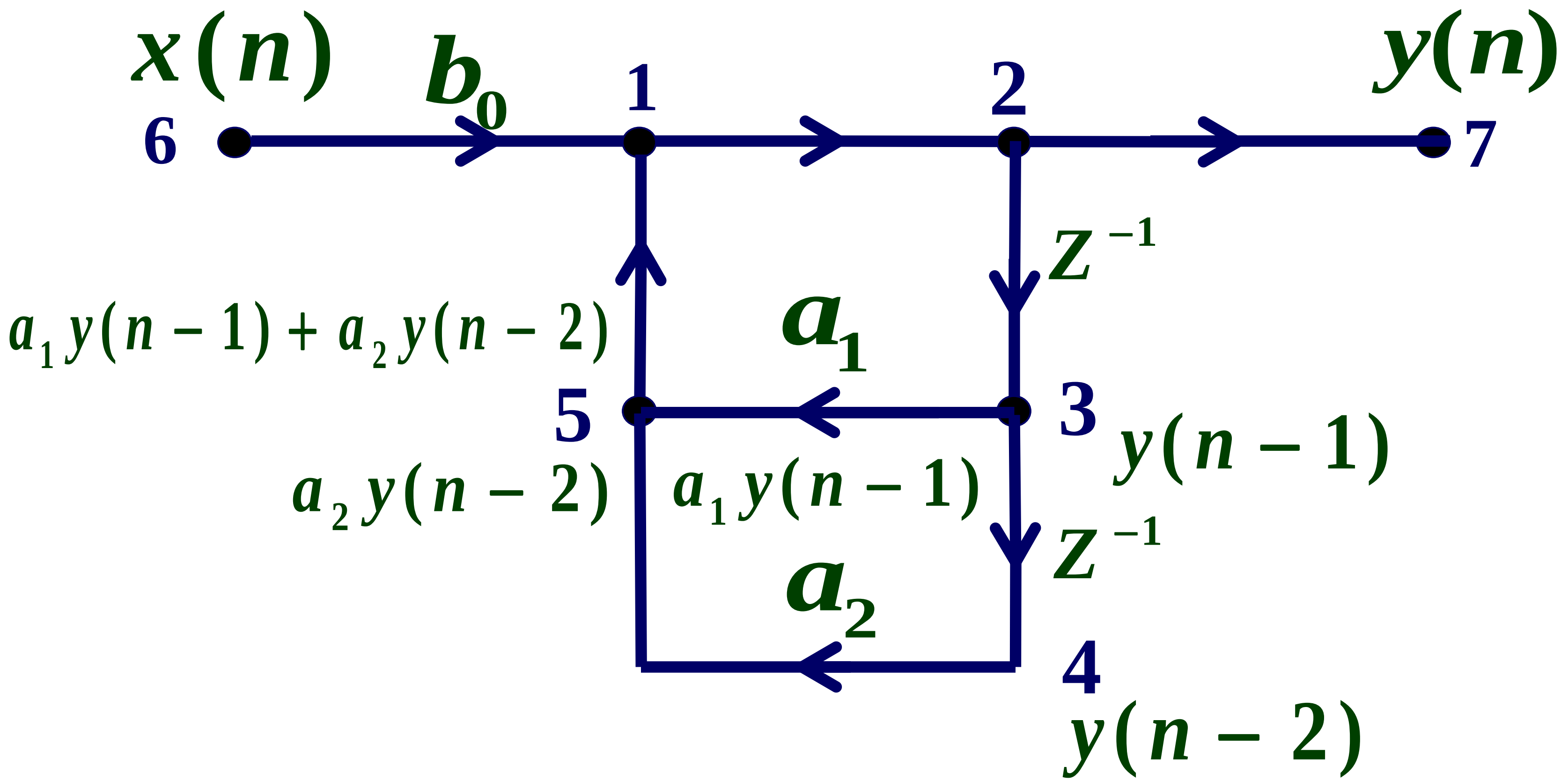


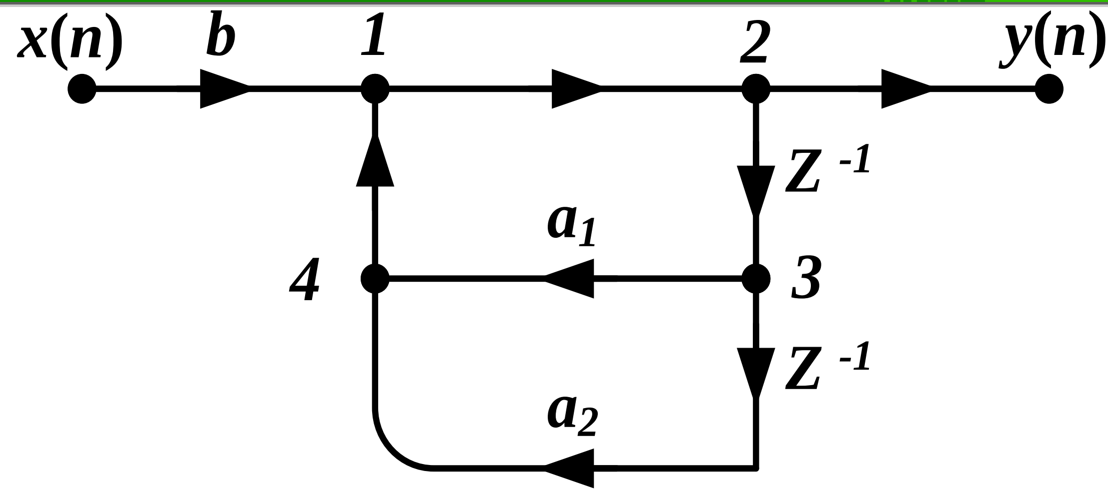
图5.2.1 三种基本运算的流图表示

$$y(n) = a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2) + b_0 x(n)$$



$$y(n) = a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2) + b_0 x(n)$$





信号流图由支路（有方向）和节点组成

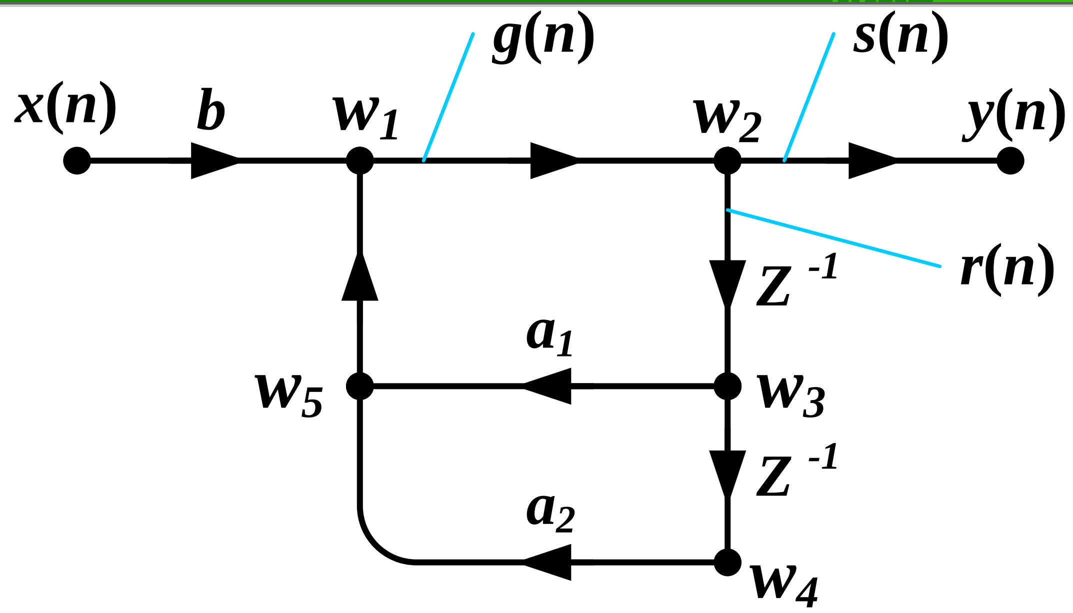
支路：用箭头表示信号方向的线段

支路增益：常数a、延迟算子Z^{-1}

节点：输入节点（源节点）、输出节点（吸收节点）、分支节点、汇合节点（相加器）、混合节点

节点变量：节点处的信号，等于所有输入支路的信号之和

输入支路的信号：该支路起点处节点信号值乘以该支路增益



汇合节点：

$$g(n) = w_1(n) = bx(n)+w_5(n)$$

分支节点：

$$s(n) = r(n) = w_2(n) = g(n)$$

节点可以把所有输入支路的信号叠加，并把总和信号传送到每一个输出支路

同一个系统函数可以有很多种信号流图相对应。

不同的信号流图代表不同的运算方法（运算结构），因而所需的存储单元及乘法次数不同，实现时的复杂性、运算速度、运算误差、稳定性也不同。

- 基本信号流图（**Primitive Signal Flow Graghs**）：
  - （1）信号流图中支路增益是常数或者是Z^{-1}
  - （2）流图环路中必须存在延迟支路
  - （3）节点和支路的数目是有限的

根据信号流图可以求解网络的系统函数：

方法：列出各个节点变量方程，形成联立方程组，求解出输出与输入之间的Z域关系。

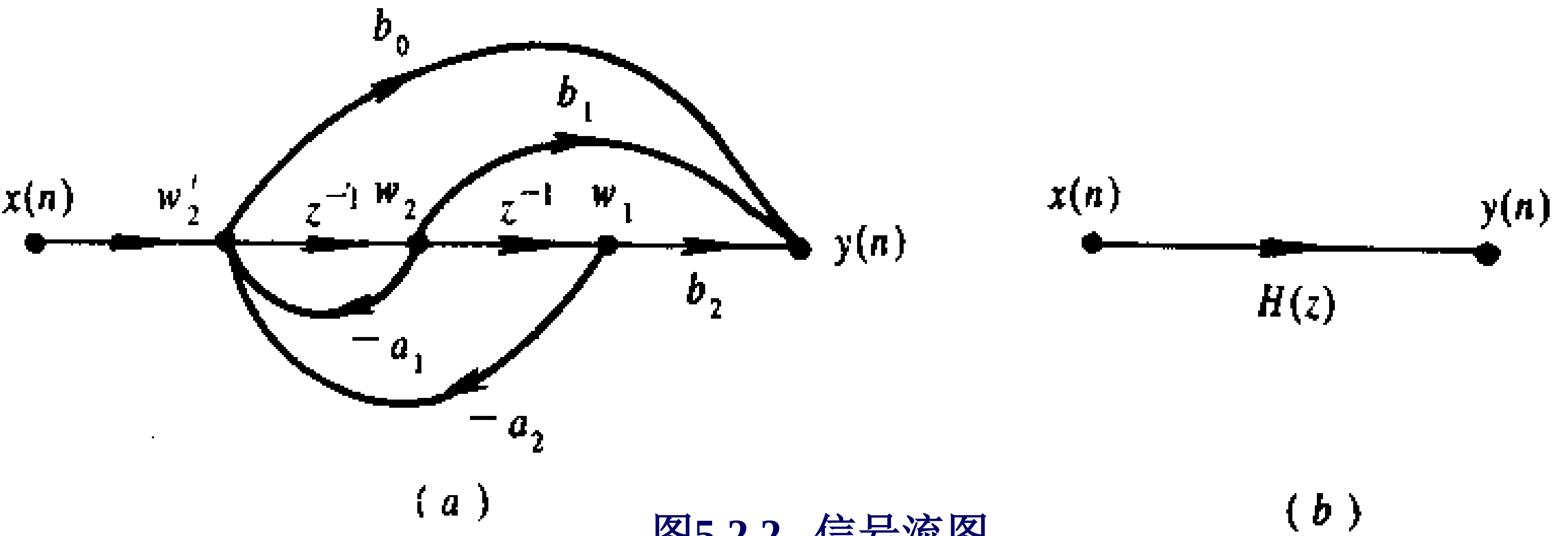


图5.2.2 信号流图

(a)基本信号流图；(b)非基本信号流图

$$\begin{cases} \omega_1(n) = \omega_2(n-1) \\ \omega_2(n) = \omega_2'(n-1) \\ \omega_2'(n) = x(n) - a_1\omega_2(n) - a_2\omega_1(n) \\ y(n) = b_2\omega_1(n) + b_1\omega_2(n) + b_0\omega_2'(n) \end{cases}$$

例5.2.1 求图5.2.2(a)信号流图决定的系统函数H(z)。

解： 将5.2.1式进行Z变换，得到：

$$\begin{cases} W_1(z)=W_2(z)z^{-1} \\ W_2(z)=W_2'(z)z^{-1} \\ W_2'(z)=X(z)-a_1W_2(z)-a_2W_1(z) \\ Y(z)=b_2W_1(z)+b_1W_2(z)+b_0W_2'(z) \end{cases}$$

经过联立求解得到：

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$$

结构复杂时，可利用梅逊公式直接求 $H(z)$

通常网络结构根据单位脉冲响应 $h(n)$分为两类：

- ◆ 有限长单位脉冲响应网络（**FIR：Finite Impulse Response**）
- ◆ 无限长单位脉冲响应网络（**IIR：Infinite Impulse Response**）

FIR网络结构：

其单位脉冲响应 $h(n)$ 有限长：$h(n)=\begin{cases} b_n & 0\le n\le M \\ 0 & \text{其它}n \end{cases}$

一般不存在输出对输入的反馈支路，因此差分方程为：

$$y(n)=\sum_{i=0}^{M} b_i x(n-i)$$

例：$h(n)$长度为N，

$$y(n)=\sum_{m=0}^{N-1} h(m)x(n-m)$$

IIR网络结构：

网络的单位脉冲响应 $h(n)$ 是无限长的。

存在输出对输入的反馈支路，即信号流图中存在环路。

例：一个简单的一阶 IIR 网络差分方程

$$y(n)=ay(n-1)+x(n)$$

其单位脉冲响应 $h(n)=a^n u(n)$

FIR网络与IIR网络各有不同的特点。

第5章 时域离散系统的网络结构

5.3 IIR系统基本网络结构

IIR系统的基本网络结构有三种：

直接型、级联型、并联型

1. 直接型

N阶差分方程：

$$y(n)=\sum_{i=0}^{M} b_i x(n-i)+\sum_{i=1}^{N} a_i y(n-i)$$

$$H(z)=\frac{\sum_{i=0}^{M} b_i z^{-i}}{1-\sum_{i=1}^{N} a^i z^{-i}}$$

$$M = N = 2$$

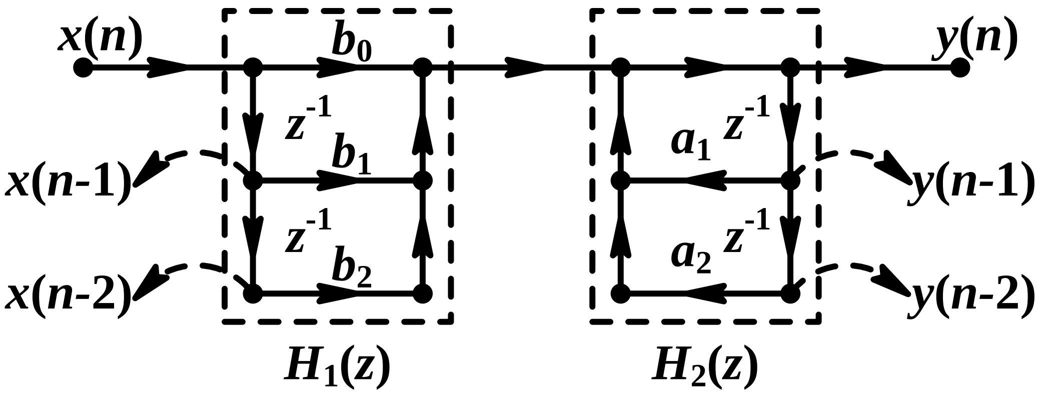
$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + b_2 x(n-2) + a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2)$$

$$\Rightarrow \quad H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}}$$

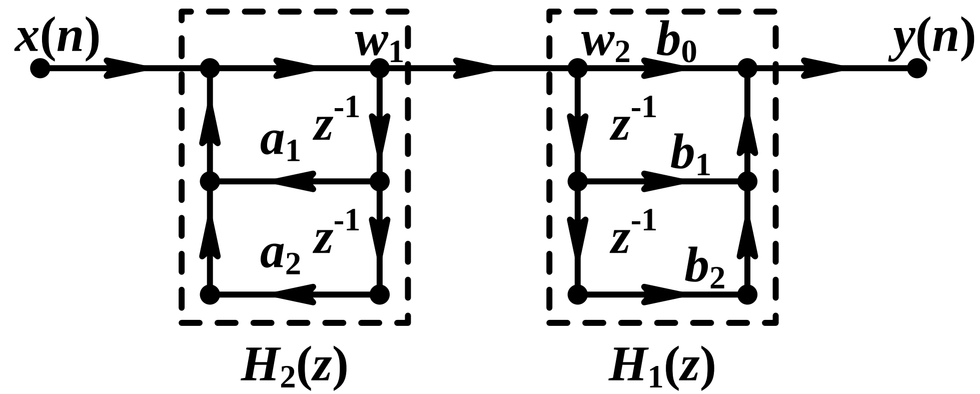
设 $M = N = 2$，则按照差分方程可以直接画出网络结构：

$$y(n)=b_0x(n)+b_1x(n-1)+b_2x(n-2)+a_1y(n-1)+a_2y(n-2)$$

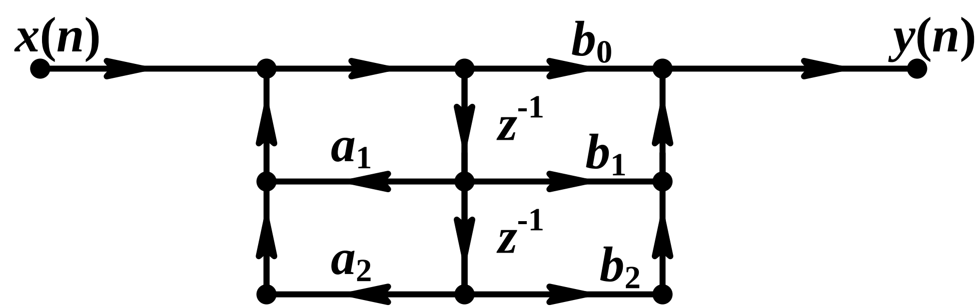
（a）



（b）



（c）



$$H(z)=\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1-a_1z^{-1}-a_2z^{-2}}$$

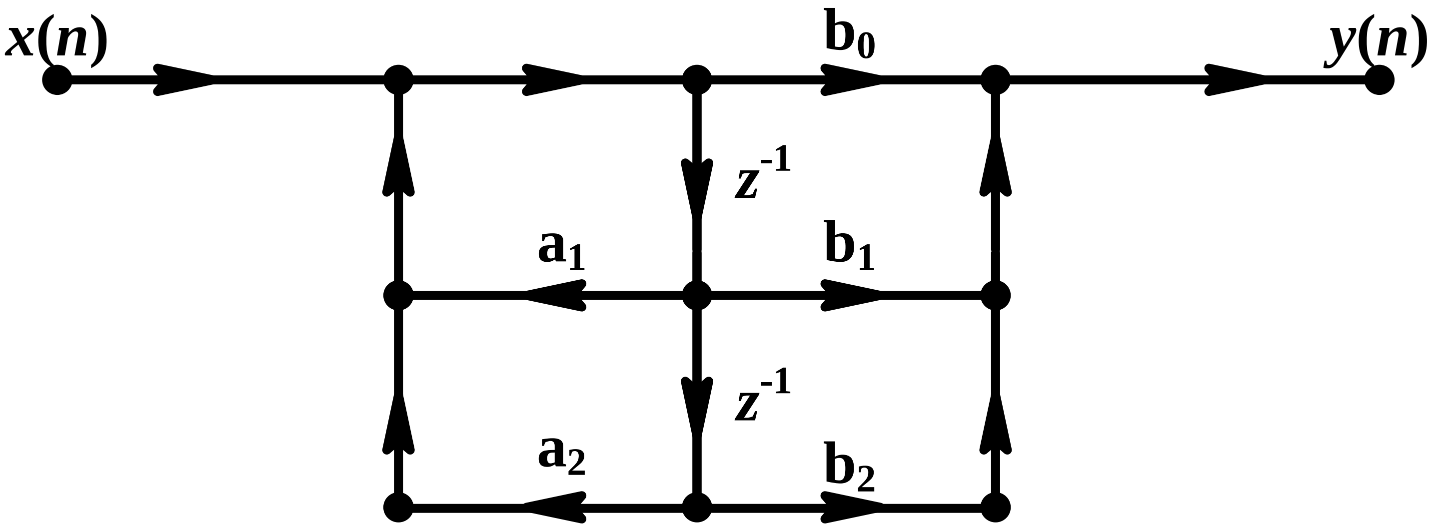


图5.3.1 IIR网络直接型结构

例5.3.1 IIR数字滤波器的系统函数$H(z)$为

$$H(z)=\frac{8-4z^{-1}+11z^{-2}-2z^{-3}}{1-\frac{5}{4}z^{-1}+\frac{3}{4}z^{-2}-\frac{1}{8}z^{-3}}$$

画出该滤波器的直接型结构。

解： 由$H(z)$写出差分方程如下：

$$y(n)=\frac{5}{4}y(n-1)-\frac{3}{4}y(n-2)+\frac{1}{8}y(n-3)+8x(n)-4x(n-1)$$
$$+11x(n-2)-2x(n-3)$$

$$H(z)=\frac{8-4z^{-1}+11z^{-2}-2z^{-3}}{1-\frac{5}{4}z^{-1}+\frac{3}{4}z^{-2}-\frac{1}{8}z^{-3}}$$

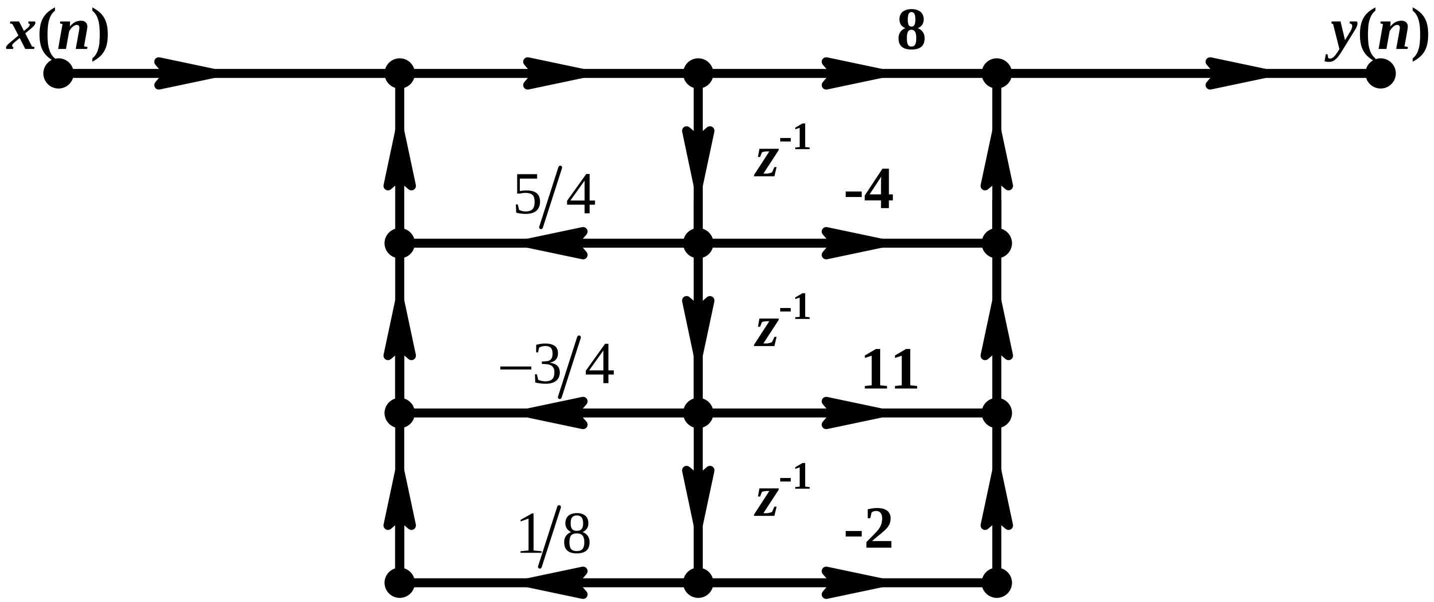


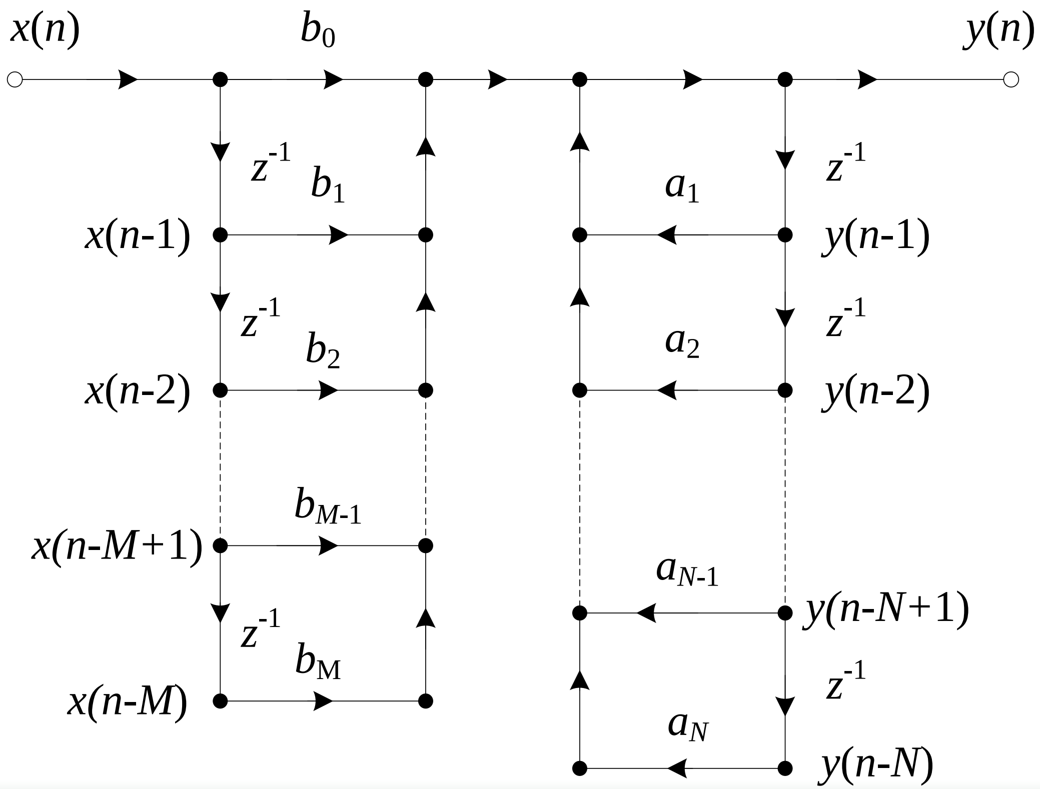
图5.3.2 例5.3.1图

直接I型型网络结构的特点：

1）需要$N+M$级延时单元；

2）系数a_k、b_k对滤波器的性能控制作用不明显，这是因为它们与系统函数的零、极点关系不明显，因而系统频率特性的调整困难；

3）系统频率响应对系数的变化过于灵敏。

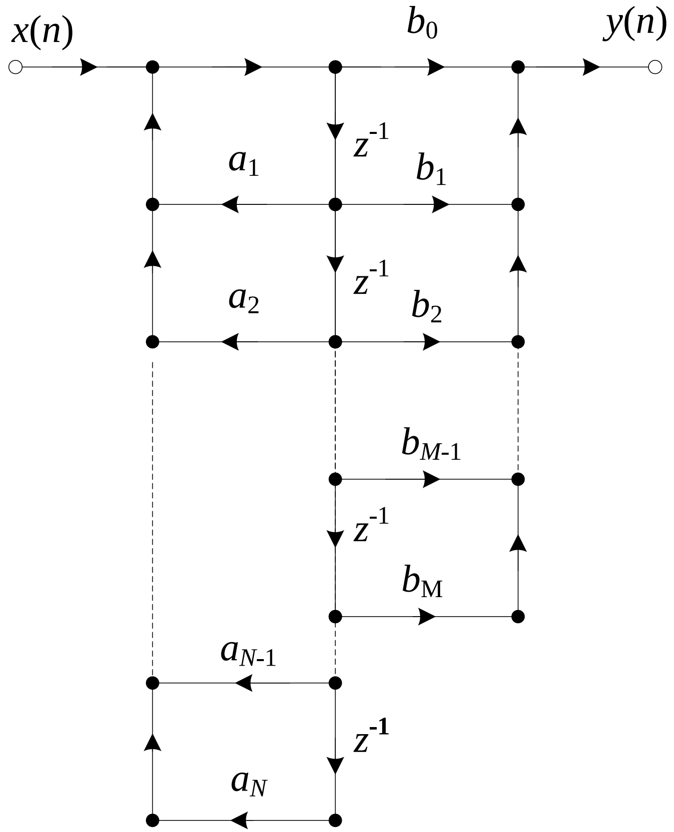


直接II型网络结构的特点：

1）只需N个延时单元（一般满足$N \geq M$）；

2）系统频率特性的调整困难；

3）系统频率响应对有限字长过于灵敏。



2. 级联型

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\sum_{i=0}^{M}b_iz^{-i}}{1+\sum_{i=1}^{N}a_iz^{-i}}$$

因式分解

$$H(z)=A\frac{\prod_{r=1}^{M}(1-c_rz^{-1})}{\prod_{r=1}^{N}(1-d_rz^{-1})}$$

A是常数； c_r 和 d_r 表示 $H(z)$ 的零点和极点。由于多项式的系数是实数， c_r和d_r是实数或者是共轭成对的复数，将共轭成对的零点（极点）放在一起，形成一个二阶多项式，其系数仍为实数；再将分子、分母均为实系数的二阶多项式放在一起，形成一个二阶网络$H_j(z)$：

$$H_j(z)=\frac{\beta_{0j}+\beta_{1j}z^{-1}+\beta_{2j}z^{-2}}{1-a_{1j}z^{-1}-a_{2j}z^{-2}}$$

β_{0j}、β_{1j}、β_{2j}、α_{1j}、α_{2j} 均为实数。

$H(z)$就分解成一些一阶或二阶数字网络的级联形式：

$$H(z)=H_1(z)H_2(z)\cdots H_k(z)$$

式中$H_i(z)$表示一个一阶或二阶的数字网络的系统函数，每个$H_i(z)$的网络结构均采用前面介绍的直接型网络结构，如图5.3.3所示。

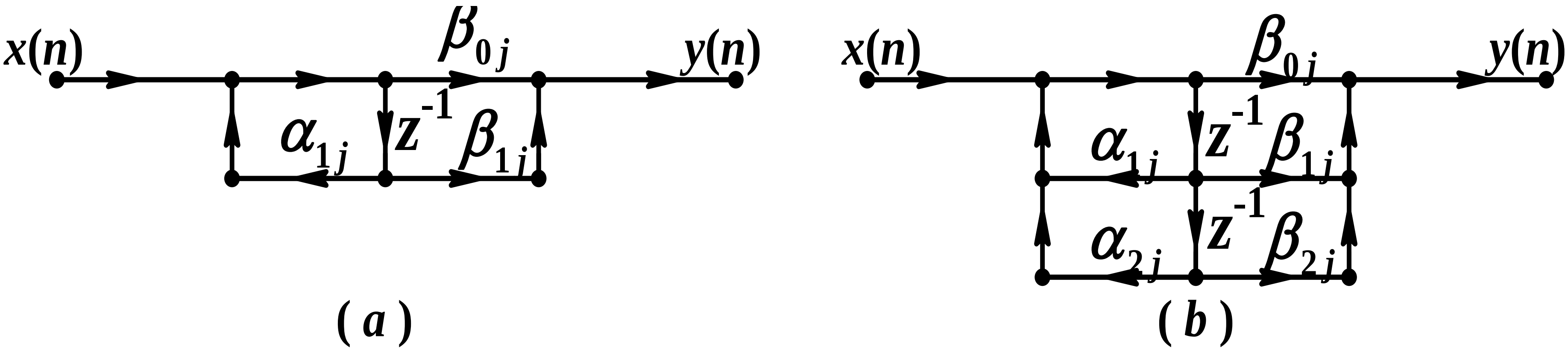


图5.3.3 一阶和二阶直接型网络结构

(a)直接型一阶网络结构；(b)直接型二阶网络结构

例5.3.2 设系统函数H(z)如下式:

$$H(z)=\frac{8-4z^{-1}+11z^{-2}-2z^{-3}}{1-1.25z^{-1}+0.75z^{-2}-0.125z^{-3}}$$

试画出其级联型网络结构。

解:将$H(z)$分子分母进行因式分解,得到

$$H(z)=\frac{(2-0.379z^{-1})(4-1.24z^{-1}+5.264z^{-2})}{(1-0.25z^{-1})(1-z^{-1}+0.5z^{-2})}$$

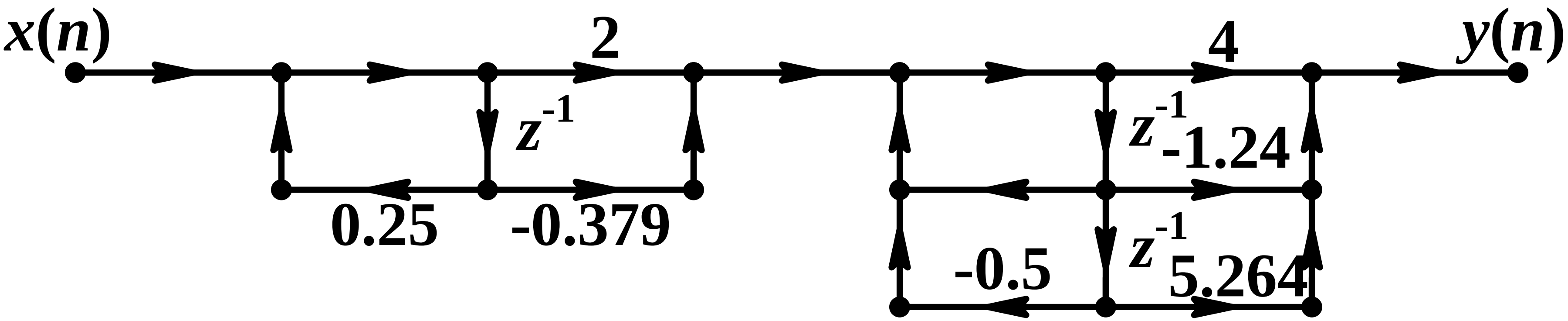


图5.3.4 例5.3.2图

$$H(z)=\frac{(2-0.379z^{-1})(4-1.24z^{-1}+5.264z^{-2})}{(1-0.25z^{-1})(1-z^{-1}+0.5z^{-2})}$$

每一个一阶网络决定一个零点、一个极点；

每一个二阶网络决定一对零点、一对极点。

$$H_j(z)=\frac{\beta_{0j}+\beta_{1j}z^{-1}+\beta_{2j}z^{-2}}{1-a_{1j}z^{-1}-a_{2j}z^{-2}}$$

调整β_{0j}、β_{1j}和β_{2j}可以改变一对零点的位置，

调整α_{1j}和α_{2j}可以改变一对极点的位置。

级联型结构的优点：

（1）调整方便

（2）级联结构中后面的网络输出不会再流到前面，运算误差的积累相对直接型也小。

3. 并联型

如果将级联形式的$H(z)$展成部分分式形式，得到IIR 并联型结构。

$$H(z)=H_1(z)+H_2(z)+\cdots+H_k(z)$$

式中，$H_i(z)$通常为一阶网络和二阶网络，网络系数均为实数。二阶网络的系统函数一般为

$$H_i(z)=\frac{\beta_{0i}+\beta_{1i}z^{-1}}{1-a_{1i}z^{-1}-a_{2i}z^{-2}}$$

β_{0i}、β_{1i}、α_{1i}、α_{2i}都是实数，若$\beta_{1i}=\alpha_{2i}=0$ 构成一阶网络

并联型网络输出Y(z)为:

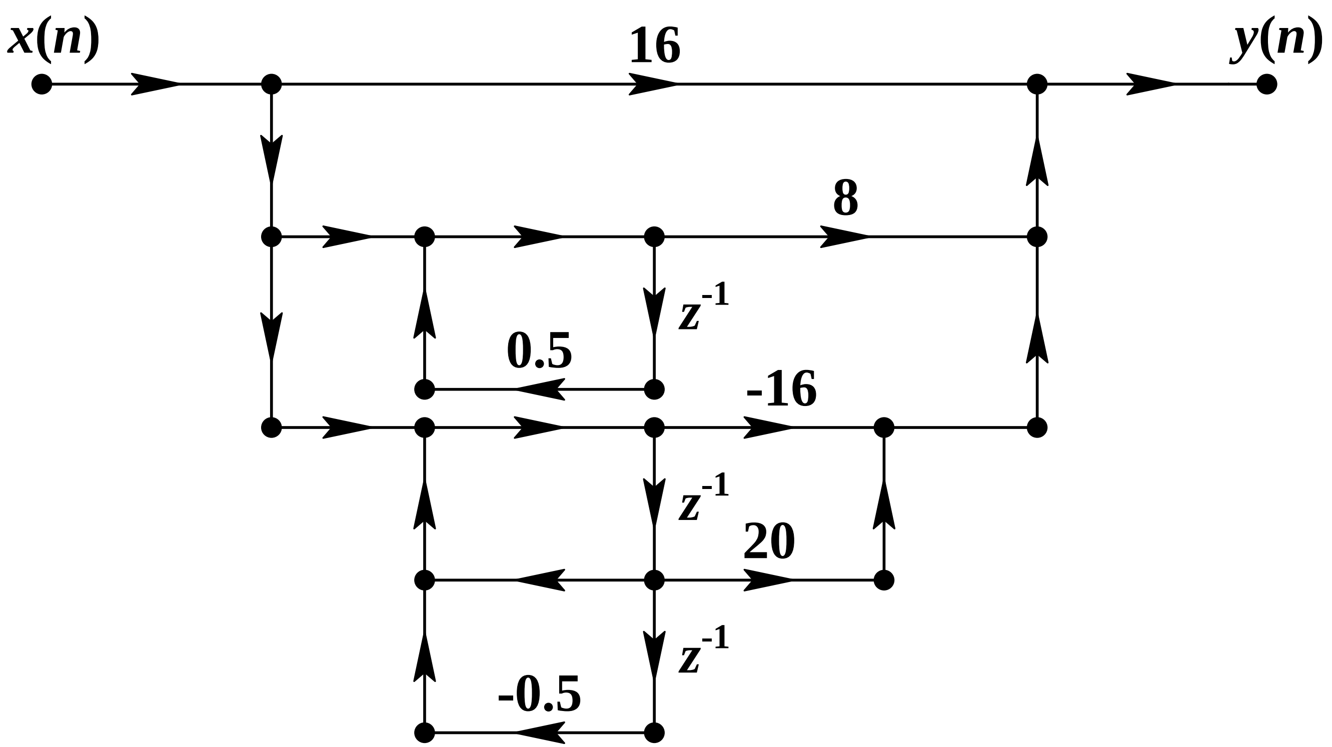
$$Y(z)=H_1(z)X(z)+H_2(z)X(z)+\cdots+H_k(z)X(z)$$

例5.3.3 画出例题5.3.2中的$H(z)$的并联型结构。

解： 将例5.3.2中$H(z)$展成部分分式形式：

$$H(z)=16+\frac{8}{1-0.5z^{-1}}+\frac{-16+20z^{-1}}{1-z^{-1}+0.5z^{-2}}$$

将每一部分用直接型结构实现，得到并联型网络结构：



$$H(z)=16+\frac{8}{1-0.5z^{-1}}+\frac{-16+20z^{-1}}{1-z^{-1}+0.5z^{-2}}$$

每一个一阶网络决定一个实数极点，

每一个二阶网络决定一对共轭极点。

并联型结构的优点：

（1）调整极点位置方便

但调整零点位置不如级联型方便。

（2）运算误差最小

各个基本网络产生的运算误差互不影响，没有误差积累。

（3）运算速度最高

由于基本网络并联，可同时对输入信号进行运算。

第5章 时域离散系统的网络结构

5.4 FIR系统的基本网络结构

FIR网络结构特点：

（1）没有反馈支路，即没有环路

（2）单位脉冲响应有限长

设单位脉冲响应$h(n)$长度为N，

系统函数$H(z)$： $$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}$$

差分方程： $$y(n)=\sum_{i=0}^{N-1}b_i x(n-i)$$

$$y(n)=\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m)$$

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}$$

$$y(n)=\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m)$$

1. 直接型

按照总结的IIR网络直接型结构画法画出结构图。

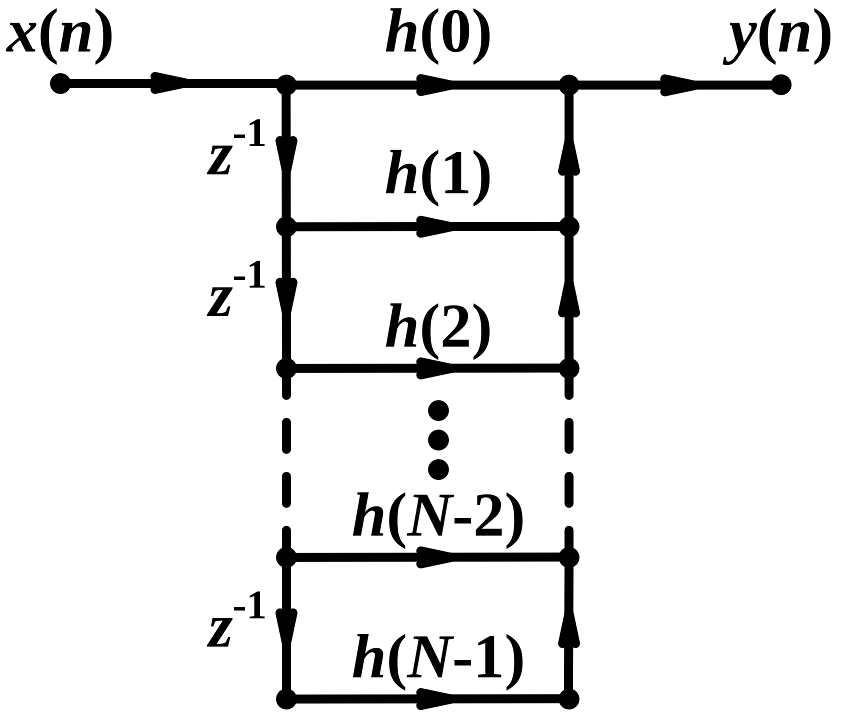


图5.4.1 FIR直接型网络结构

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}$$

$$y(n)=\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m)$$

将上图变形可得另外一种结构图。这种结构称为直接型网络结构或者称为卷积型结构。

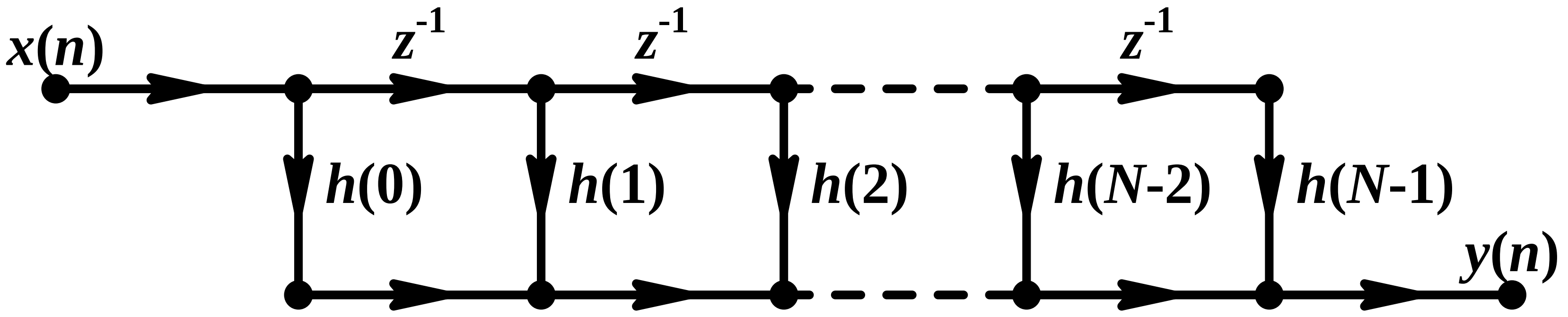


图5.4.1 FIR直接型网络结构

2. 级联型

将$H(z)$进行因式分解，并将共轭成对的零点放在一起，形成一个系数为实数的二阶形式，构成由一阶或二阶因子级联型的结构，其中每一个因式都用直接型实现。

【例5.4.1】 设FIR网络系统函数$H(z)$如下式：

$$H(z)=0.96+2.0z^{-1}+2.8z^{-2}+1.5z^{-3}$$

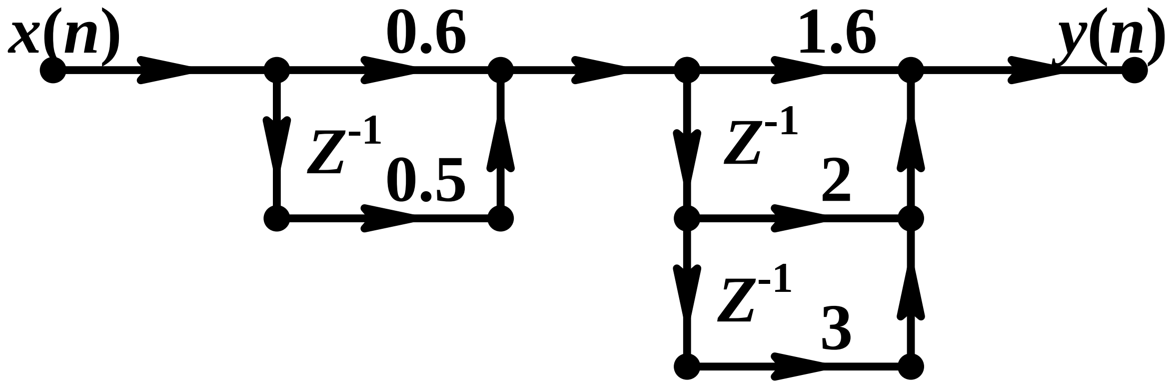
画出$H(z)$的直接型结构和级联型结构。

解：将$H(z)$进行因式分解，得到：

$$H(z)=(0.6+0.5z^{-1})(1.6+2z^{-1}+3z^{-2})$$

其级联型结构和直接型结构如图5.4.2。

$$H(z)=(0.6+0.5z^{-1})(1.6+2z^{-1}+3z^{-2})$$



$$H(z)=0.96+2.0z^{-1}+2.8z^{-2}+1.5z^{-3}$$

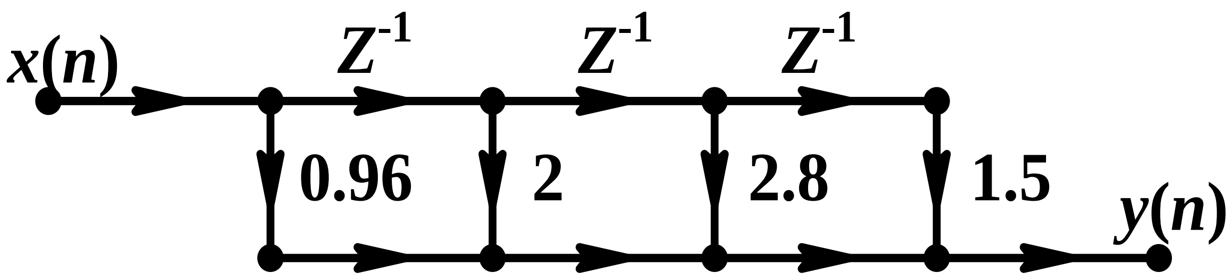


图5.4.2 例5.4.1图

级联型结构

优点：

每一个一阶因子控制一个零点，每一个二阶因子控制一对共轭零点，因此调整零点位置比直接型方便。

缺点：

（1）$H(z)$中的系数比直接型多，需要的乘法器多。分解的因子愈多，需要的乘法器也愈多。

（2）当$H(z)$的阶次高时，不易分解。

因此，普遍应用的是直接型。

第5章 时域离散系统的网络结构

5.5 FIR系统的线性相位结构

对于长度为 N 的 $h(n)$，频率响应函数为：

$$H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n}=H_g(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta(\omega)}$$

$\theta(\omega)$ ： 相位特性

线性相位：$\theta(\omega)$ 是ω的线性函数，$\theta(\omega)=-\tau\omega$， τ为常数

线性相位结构是FIR系统直接型结构的简化网络结构，比直接型结构节约了近一半的乘法器。

系统具有线性相位，其单位脉冲响应满足：

$$h(n)=\pm h(N-n-1)$$

"＋" ：第一类线性相位滤波器

"－" ：第二类线性相位滤波器

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}$$

线性相位网络系统函数满足：

（1）当N为偶数时

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N/2-1}h(n)[z^{-n}\pm z^{-(N-n-1)}]$$

（2）当N为奇数时

$$H(z)=\sum_{n=0}^{(\frac{N-1}{2})-1}h(n)[z^{-n}\pm z^{-(N-n-1)}]+h(\frac{N-1}{2})z^{-\frac{N-1}{2}}$$

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N/2-1}h(n)[z^{-n}\pm z^{-(N-n-1)}]$$

运算时先进行方括号中的加法（减法）运算，再进行乘法运算，节约了乘法运算。

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}$$

和直接型结构比较：

N取偶数：直接型需要N个乘法器

线性相位结构减少到$N/2$个乘法器

N取奇数：直接型需要N个乘法器

线性相位结构减少到$(N-1)/2+1$个乘法器

(a) *N*为偶数

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N/2-1}h(n)[z^{-n}+z^{-(N-n-1)}]$$

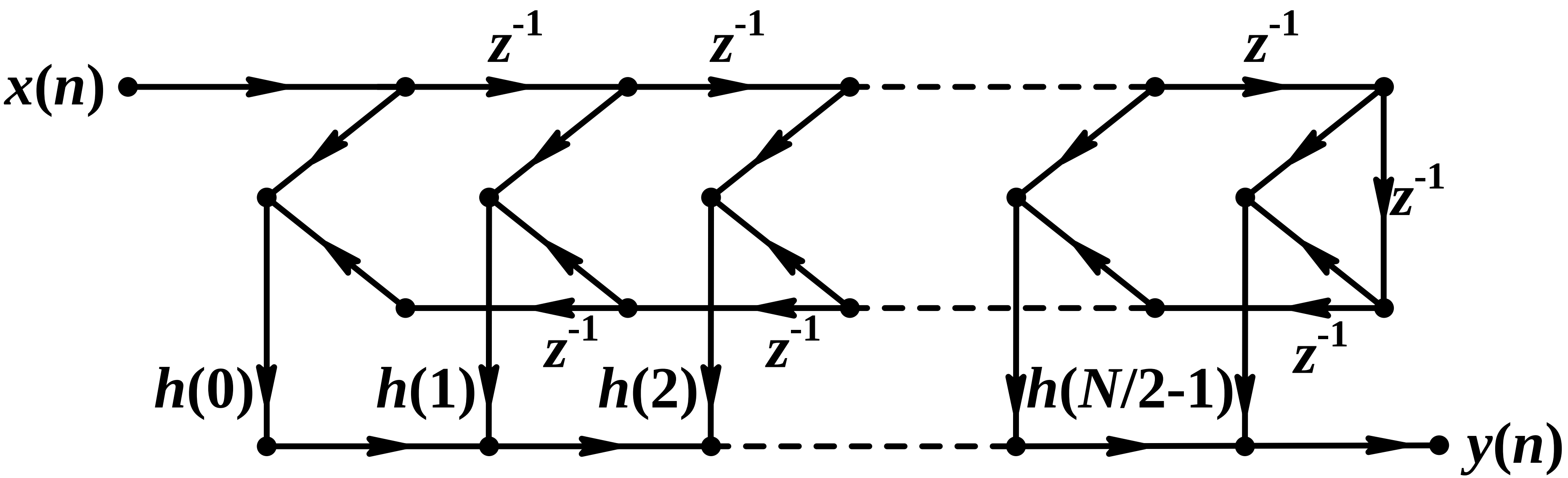


图5.5.1 *N*为偶数第一类线性相位网络结构流图

(b) *N*为奇数

$$H(z)=\sum_{n=0}^{(\frac{N-1}{2})-1} h(n)[z^{-n}+z^{-(N-n-1)}]+h(\frac{N-1}{2})z^{-\frac{N-1}{2}}$$

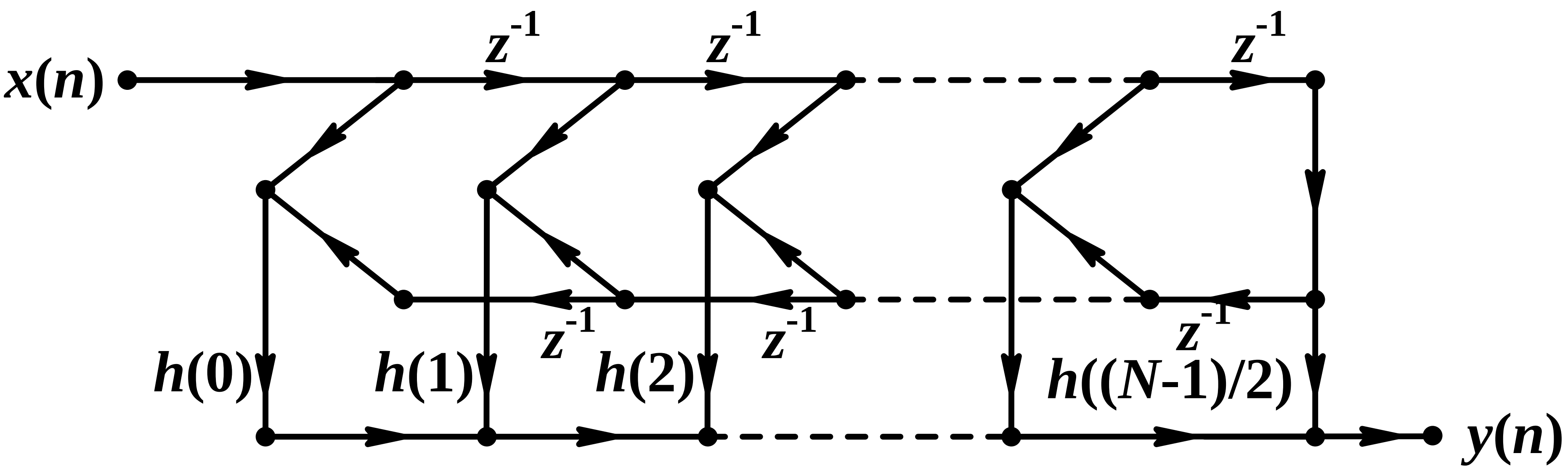


图5.5.1 *N*为奇数第一类线性相位网络结构流图

(a) *N*为偶数

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N/2-1} h(n)[z^{-n}-z^{-(N-n-1)}]$$

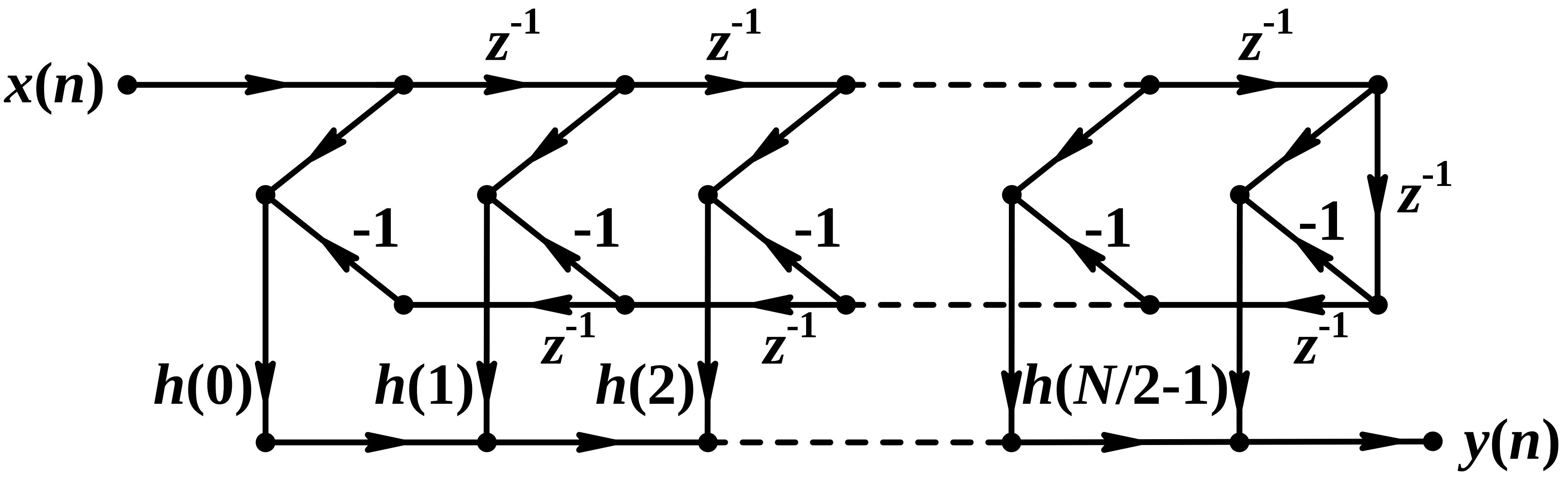


图5.5.2 *N*为偶数第二类线性相位网络结构流图

(b) *N*为奇数

$$H(z)=\sum_{n=0}^{(\frac{N-1}{2})-1} h(n)[z^{-n}-z^{-(N-n-1)}]+h(\frac{N-1}{2})z^{-\frac{N-1}{2}}$$

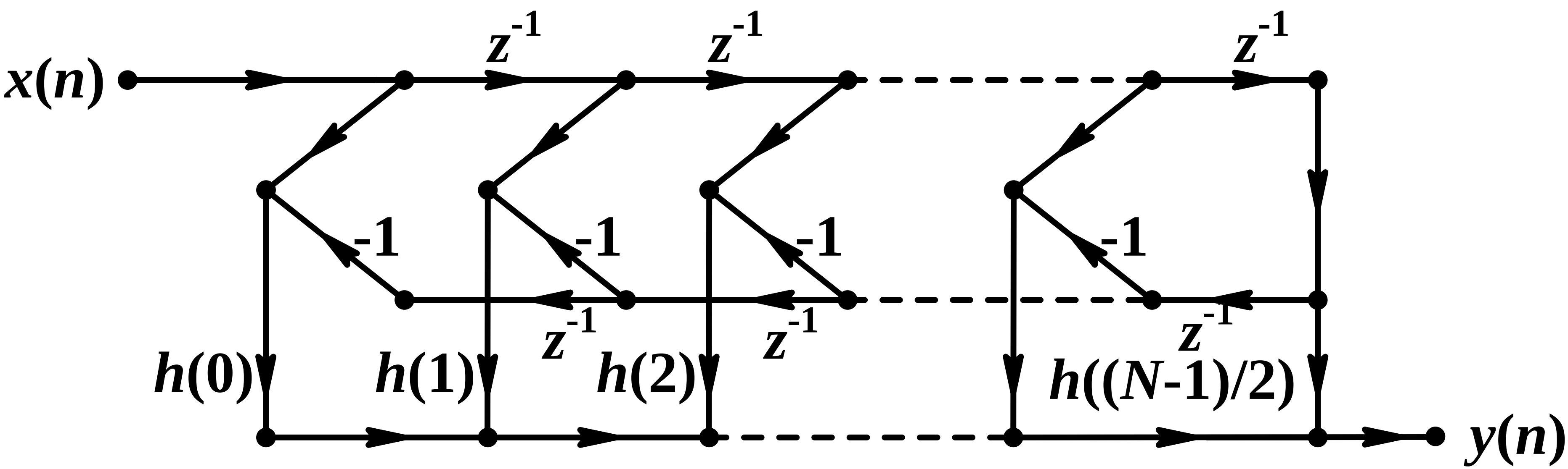


图5.5.2 *N*为奇数第二类线性相位网络结构流图

第5章 时域离散系统的网络结构

5.6 FIR系统的频率采样结构

频率域等间隔采样，相应的时域信号会以采样点数为周期进行周期性延拓。如果在频率域采样点数*N*大于等于原序列的长度*M*，则不会引起信号失真。序列的Z变换 *H*(*z*) 与频域采样值 *H*(*k*) 满足：

$$H(z)=(1-z^{-N})\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$$

设FIR滤波器单位脉冲响应 *h*(*n*) 长度为*M*，系统函数*H*(*z*)=ZT[*h*(*n*)]，则上式中*H*(*k*)用下式计算：

$$H(k)=H(z)\Big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{N}k}}\qquad k=0,1,2,\cdots,N-1$$

要求：*N*≥*M*

$$H(z)=(1-z^{-N})\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$$

上式提供了一种称为频率采样的网络结构。

由于这种结构是通过频域采样得来的，因此对于IIR系统，存在时域混叠的问题，不适合IIR系统，只适合FIR系统。但这种网络结构中又存在反馈网络，不同于其它的FIR网络结构。

$$H(z)=(1-z^{-N})\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$$

将上式写成：

$$H(z)=\frac{1}{N}H_c(z)\sum_{k=0}^{N-1}H_k(z)$$

$$H_c(z)=1-z^{-N}$$

$$H_k(z)=\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$$

$H_c(z)$：梳状滤波器，

$H_k(z)$：IIR的一阶网络。

$H(z)$：由梳状滤波器$H_c(z)$和N个一阶网络$H_k(z)$的并联结构进行级联而成，其网络结构如下图所示。

$$H(z)=(1-z^{-N})\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$$

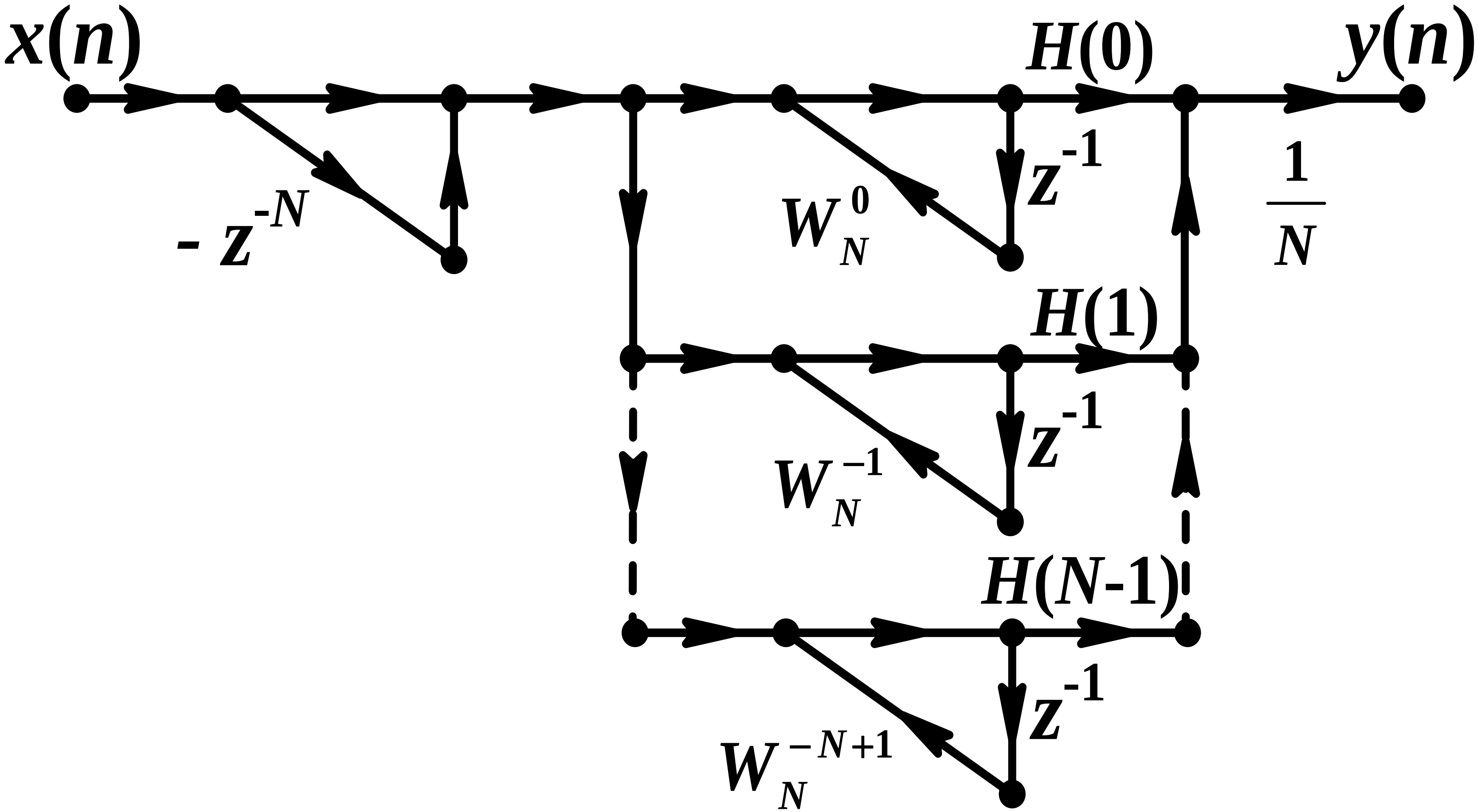


图5.6.1 FIR滤波器频率采样结构

$$H_k(z)=\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}} \qquad H_c(z)=1-z^{-N}$$

该网络结构中有由 $H_k(z)$ 产生的反馈支路，其极点为：

$$z_k=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}k} \qquad k=0,1,2,\cdots,N-1$$

它们是单位圆上等间隔分布的N个极点。

$H_c(z)$是一个梳状滤波网络，其零点为：

$$z_k=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}k} \qquad k=0,1,2,\cdots,N-1$$

$H(z)$零点和极点相同，相互抵消，保证了网络的稳定性，使频率域采样结构仍属FIR网络结构。

$$H(z)=(1-z^{-N})\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$$

频率域采样结构的优点：

（1）在频率采样点ω_k处，$H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k})=H(k)$，只要调整$H(k)$（即一阶网络$H_k(z)$中乘法器的系数$H(k)$），就可以有效调整频响特性，实践中调整方便，可实现任意形状的频响曲线。

（2）只要 $h(n)$ 长度 N 相同，对于任何频响形状，其梳状滤波器部分和 N 个一阶网络部分结构完全相同，只是各支路增益 $H(k)$ 不同。相同部分可以标准化、模块化。各支路增益可做成可编程单元，生产可编程FIR滤波器。

频率采样结构的缺点：

（1）系统稳定是靠位于单位圆上的N个零极点相互对消保证的。实际上，因为寄存器字长都是有限的，对网络中支路增益W_N^{-k}量化时产生量化误差，可能使零极点不能完全对消，从而影响系统稳定性。

（2）结构中，$H(k)$和W_N^{-k}一般为复数，要求乘法器完成复数乘法运算，硬件实现不方便。

为克服上述缺点，对频率采样结构作以下修正：

首先将单位圆上的零极点向单位圆内收缩一点，收缩到半径为 r 的圆上，取 $r < 1$ 且 $r \approx 1$。此时 $H(z)$ 为

$$H(z) = (1 - r^N z^{-N})\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H_r(k)}{1 - rW_N^{-k}z^{-1}}$$

$H_r(k)$：在 r 圆上对 $H(z)$ 的 N 点等间隔采样值。由于 $r \approx 1$，因此可近似取 $H_r(k) \approx H(k)$。

此时，零极点均为 $r\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}k}, k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$

如果由于实际量化误差，零极点不能抵消时，极点位置仍处在单位圆内，保持系统稳定。

由DFT的共轭对称性知道，如果$h(n)$是实数序列，则其离散傅里叶变换 $H(k)$ 关于$N/2$点共轭对称，即$H(k)=H^*(N-k)$。而且 $W_N^{-k}=W_N^{N-k}$，我们将 $H_k(z)$ 和 $H_{N-k}(z)$合并为一个二阶网络，并记为$H_k(z)$，则

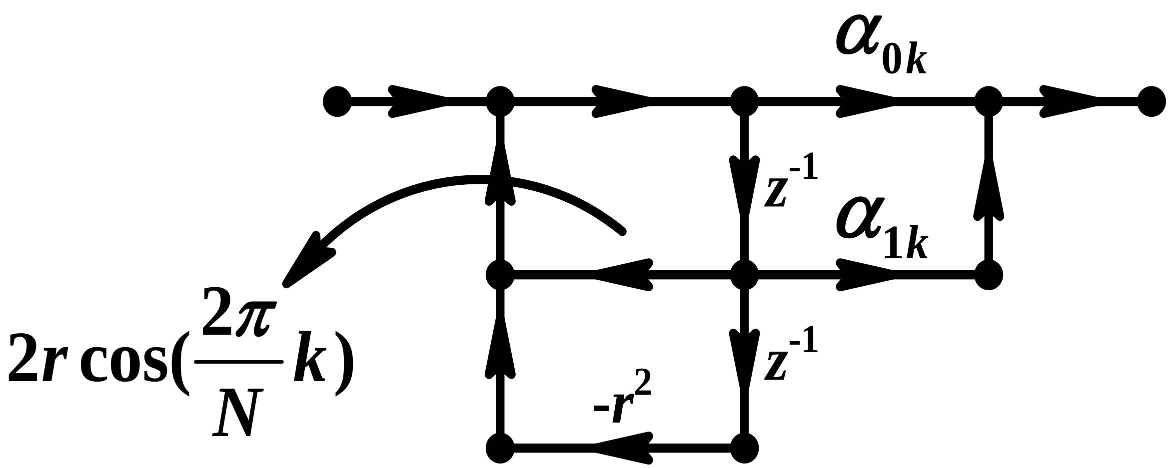
$$
\begin{aligned}
H_k(z) &= \frac{H(k)}{1-rW_N^{-k}z^{-1}} + \frac{H(N-k)}{1-rW_N^{-(N-k)}z^{-1}} \\
&= \frac{H(k)}{1-rW_N^{-k}z^{-1}} + \frac{H^*(k)}{1-r(W_N^{-k})^*z^{-1}} \\
&= \frac{a_{0k}+a_{1k}z^{-1}}{1-2r\cos\left(\dfrac{2\pi}{N}k\right)z^{-1}+r^2z^{-2}}
\end{aligned}
$$

$$H_k(z) = \frac{a_{0k} + a_{1k} z^{-1}}{1 - 2r\cos\left(\frac{2\pi}{N}k\right) z^{-1} + r^2 z^{-2}}$$

式中

$$\left.\begin{aligned} a_{0k} &= 2\,\mathrm{Re}[H(k)] \\ a_{1k} &= -2\,\mathrm{Re}[rH(k)W_N^k] \end{aligned}\right\} \quad k = 1, 2, 3, \cdots, \frac{N}{2} - 1$$

二阶网络$H_k(z)$的系数都为实数，其结构如下



$$H(z)=(1-r^N z^{-N})\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H_r(k)}{1-rW_N^{-k}z^{-1}}$$

当N为偶数时，考虑DFT的共轭对称性，$H(z)$可表示为：

$$H(z)=(1-r^N z^{-N})\frac{1}{N}\left[\frac{H(0)}{1-rz^{-1}}+\frac{H\left(\frac{N}{2}\right)}{1+rz^{-1}}+\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1}\frac{a_{0k}+a_{1k}z^{-1}}{1-2\cos\left(\frac{2\pi}{N}k\right)z^{-1}+r^2z^{-2}}\right]$$

式中，$H(0)$和$H(N/2)$为实数。对应的频率采样修正结构由 $\frac{N}{2}-1$ 个二阶网络和两个一阶网络并联构成，如图5.6.2。

$$H(z)=(1-r^N z^{-N})\frac{1}{N}\left[\frac{H(0)}{1-rz^{-1}}+\frac{H\left(\frac{N}{2}\right)}{1+rz^{-1}}+\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1}\frac{a_{0k}+a_{1k}z^{-1}}{1-2\cos\left(\frac{2\pi}{N}k\right)z^{-1}+r^2z^{-2}}\right]$$

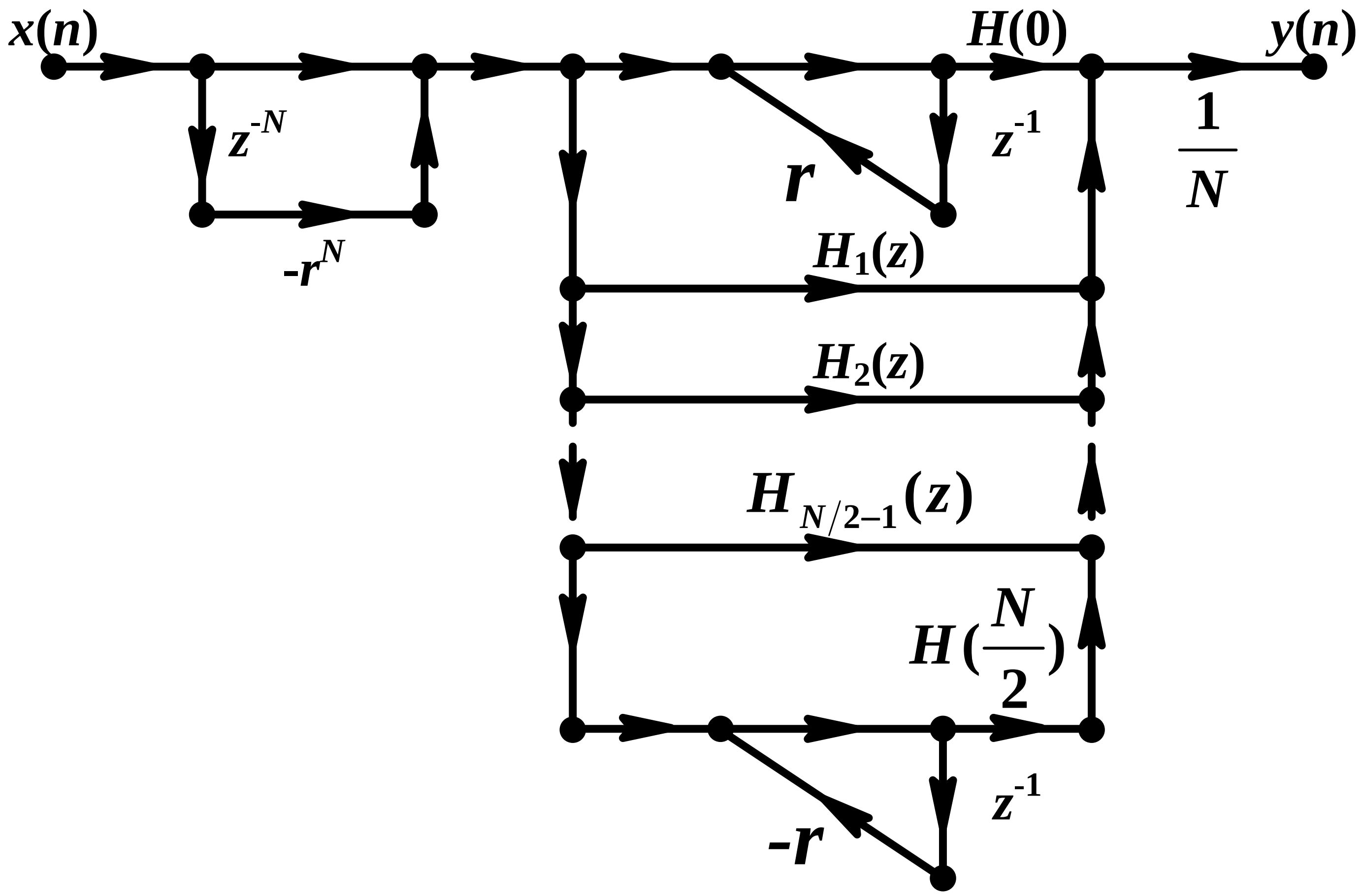


图5.6.2 频率采样修正结构

当N＝奇数时，只有一个采样值$H(0)$为实数，$H(z)$为：

$$H(z)=(1-r^N z^{-N})\frac{1}{N}\left[\frac{H(0)}{1-rz^{-1}}+\sum_{k=1}^{(N-1)/2}\frac{a_{0k}+a_{1k}z^{-1}}{1-2\cos\left(\frac{2\pi}{N}k\right)z^{-1}+r^2z^{-2}}\right]$$

N 等于奇数的修正结构

由一个一阶网络和 $\frac{N-1}{2}$ 个二阶网络结构构成。

由图5.6.2，当采样点数N 很大时，其结构很复杂，需要的乘法器和延时单元很多。但对于窄带滤波器，大部分频率采样值 $H(k)$ 为零，从而使二阶网络个数大大减少。所以频率采样结构适用于窄带滤波器。

问题1：

$$y(n) = \mathrm{ab} + (\mathrm{a}+\mathrm{b})x(n-1) + x(n-2) + (\mathrm{a}+\mathrm{b})y(n-1) - \mathrm{ab}\,y(n-2)$$

$$|\mathrm{a}| < 1, |\mathrm{b}| < 1$$

试画出该滤波器的直接型和级联型结构

问题2：

$$H(z) = 10 + 3z^{-1} + 21z^{-2} + 3z^{-3} + 10z^{-4}$$

试画出该滤波器的直接型和线性相位结构

作 业

提交作业：1、4、6、8、10、11、14、15、18。

Back