

# 西安电子科技大学

## 基础训练项目 课程实验报告

实验名称 脉冲星轮廓的分解和合成

\_\_\_\_\_ 学院 \_\_\_\_\_ 班

姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

同作者 \_\_\_\_\_ 无 \_\_\_\_\_

实验日期 2022 年 6 月 7 日

成 绩

指导教师评语：

指导教师：沈利荣

\_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

### 实验报告内容基本要求及参考格式

一、实验目的

二、实验所用仪器（或实验环境）

三、实验基本原理及步骤（或方案设计及理论计算）

四、实验数据记录（或仿真及软件设计）

五、实验结果分析及回答问题（或测试环境及测试结果）

## 目录

一、实验目的.....	1
二、实验器材与环境.....	1
三、实验背景.....	1
四、实验原理.....	1
4.1 脉冲星轮累积原理.....	1
4.2 MATLAB 基本使用.....	2
<b>4.2.1 MATLAB 主要涉及的函数</b> .....	3
4.3 控制变量法.....	4
4.4 栅栏效应.....	4
4.5 高斯、均值和小波去噪.....	4
4.5.1 高斯去噪.....	5
4.5.2 均值去噪.....	6
4.5.3 小波去噪.....	6
4.5.4 RMSE.....	9
4.6 信噪比与高斯白噪声.....	9
五、实验内容和步骤.....	11
5.1 脉冲星信号的傅里叶分析.....	11
5.2 脉冲星脉冲轮廓影响因素分析.....	13
5.2.1 脉冲星脉冲轮廓累积.....	13
5.2.2 加入高斯白噪声的脉冲星脉冲轮廓.....	13
5.2.3 脉冲星脉冲轮廓信号的降噪.....	15
六、分析与讨论.....	16
七、课程学习心得.....	18
八、源代码.....	19
8.1 Get_Fre.m.....	19
8.2 Get_Photontime.m.....	20
8.3 Get_PhotonGauss.....	21
九、附录.....	23
十、参考文献.....	27

## 一、实验目的

1. 掌握用 MATLAB 进行脉冲星 轮廓的轮廓折叠；
2. 掌握用 MATLAB 进行脉冲星 信号 的傅里叶 分解
3. 理解并 研究脉冲星信号 所含 的频率成分
4. 探究噪声对轮廓的影响 。

## 二、实验器材与环境 2

1. 本次实验是通过 MATLAB 进行脉冲星信号的相关仿真实验。使用个人电脑，型号为 Magicbook 16 Pro, CPU 的型号为 AMD Ryzen 7 5800H with Radeon Graphics，基本满足本实验的性能使用。
2. DELL 显示屏，HDMI 数据线等。
3. 所有操作均在西安电子科技大学南校区 G220 实验室完成。

## 三、实验背景

当前空间科学领域导航技术发展迅猛，脉冲星作为一项优良的导航技术成为目前热门科研方向。为了让学生能结合实际科研项目进行实践和提高，本实验旨在让学生了解脉冲星及脉冲星导航的基本科研情况，同时让学生掌握基本 MATLAB 的编程技术和相关工具箱的使用。

本实验是继续于上一个实验《脉冲星轮廓信号的处理和分析》，本次实验主要有两个方向。其中一个是将时域的信号转变为频域信号。另一个是通过历元折叠得到脉冲星轮廓及相关处理。和上次实验不同的是，本次实验数据多，最后恢复的脉冲星轮廓相对来说误差更小。

## 四、实验原理

### 4.1 脉冲星轮廓累积原理

设 X 射线脉冲星信号观测时间间隔为  $\{t_o, t_f\}$ ，总观测时间为  $T_{obs} = t_f - t_o$ ，

令  $t_i$  表示探测器处接收到的第  $i$  个光子到达时间，则任意递增光子到达时间序列

$\{t_1, t_2, \dots, t_M\}$  满足  $t_o < t_1 < t_2 < \dots < t_M \leq t_f$ 。

综合 X 射线脉冲星光子辐射特性、任意时刻脉冲星光子相位模型和宇宙背景光子辐射的齐次泊松模型可以得出： $(0, t)$  区间内所探测到的 X 射线光子数服从非齐次泊松过程（NHPP），其强度函数为：

$$\lambda(t) = \lambda_b + \lambda_s h(\Phi(t))$$

$\lambda_b$  为噪声光子到达速率， $\lambda_s$  为脉冲星信号光子到达速率， $h(t)$  为归一化的周期脉冲轮廓。

X 射线探测器可以通过测量光子与探测器的碰撞时间来完成对脉冲星信号光子到达时间的记录。

通常情况下，所记录的信号在时域上表现为一系列的脉冲到达时刻，幅值为某一时刻到达的光子个数。

利用探测器所记录到的光子到达时间恢复出脉冲星信号轮廓是进行后续脉冲星导航信号处理的基础。一般称从记录的光子到达时间中恢复脉冲星信号轮廓的过程为历元折叠（轮廓折叠）。

历元折叠（轮廓折叠）过程如下：

（a）在一段观测时间  $T_{\text{obs}}=t_{\text{end}}-t_l$  内，将  $T_{\text{obs}}$  内观测到的所有光子到达时间进行标记  $t_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ )；

（b）将一个脉冲周期  $P$  划分为  $N_{\text{bin}}$  个等长度的时间段，每个时间段的长度为  $T_b=P/N_{\text{bin}}$ ；假设整个观测时间段  $T_{\text{obs}}$  内有  $N_P$  个周期，则有  $T_{\text{obs}}\approx P\times N_P$ ；

（c）然后将上述所计算的相对时间归算并折叠到第一个脉冲周期  $P$  内。此处采用的方法是将所有光子到达时间除以周期  $P$  并取余数，该余数向上取整，归算到第一个周期  $P$  内所对应的不同 bin 块里，每个光子所对应的在第一个周期的 bin 块位置为：

$$\text{ceil}\{[t_i - \text{floor}(t_i/P) * P] / T_b\}$$

其中， $\text{floor}()$  为向下取整函数， $\text{ceil}()$  表示向上取整。

（d）利用 MATLAB 函  $\text{hist}(\text{histc})$  统计出第一个周期内每个时间片段内的光子数量  $\sum_{j=1}^{N_P} c_j(t_i)$ ，可得到累积脉冲轮廓。

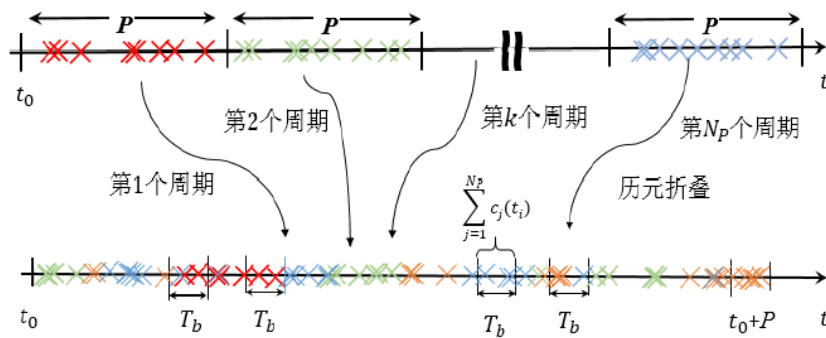


图 1 历元折叠（轮廓折叠）示意图

## 4.2 MATLAB 基本使用

MATLAB 是矩阵实验室（Matrix Laboratory）的缩写，是一个非常强大的计算工具，主要用于矩阵的存取、通用数值计算、算法设计等，其含有的信号处理工具箱中，具有大量基本信号处理的封装函数，本实验的  $\text{cftool}$  就是这个工具箱。

MATLAB 开发环境是一个友好的界面，如下图所示。主要有工作空间（查阅程序中调入、产生和保存的数据、及类型）、程序编辑区（进行程序的编写）、命令输入区（进行命令的输入）、历史命令区（查阅历史命令）等组成。不同的操作应该在不同的区域进行。

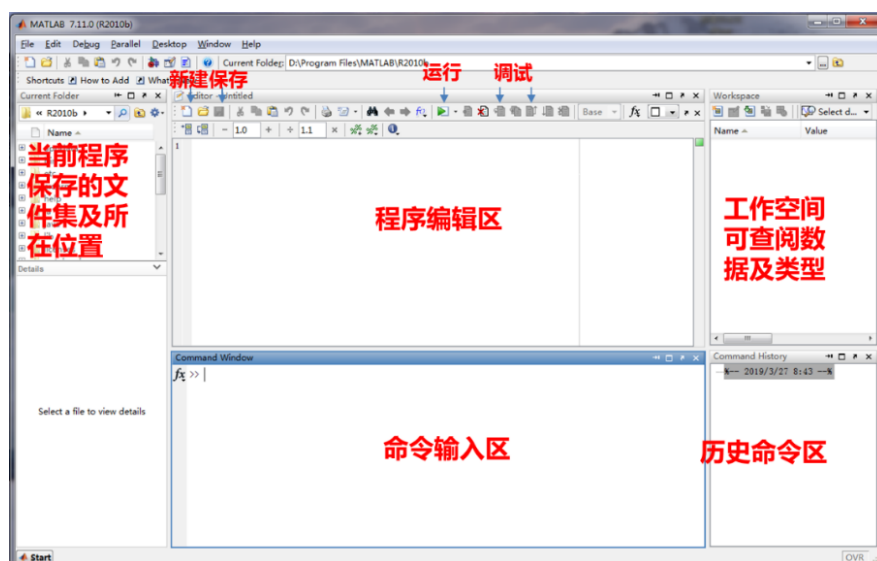


图 2 MATLAB 开发环境

## 4.2.1 MATLAB 主要涉及的函数

### 4.2.1.1 hist()

Hist 是一个统计数据的函数，将一组数据转变为直方图，便于统计一串数据在不同区间的频数分布。其基本语法形式有 `hist(x)`, `hist(x,nbins)`, `hist(x,xbins)`, `hist(ax,___)`, `counts = hist(___)`, `[counts,centers] = hist(___)`。

本实验所涉及的语法形式为 `Hist (x,nbins)`。该函数 `Hist (x,nbins)` 将 `x` 排序到由标量 `nbins` 指定的箱数中，为等距排列。

在本实验中，此函数为统计不同采样结果的光子数量提供了方便。该函数将采样得到的结果按照直方图形式分布，从而得到不同区间对应的光子数量（本实验中，光子数量即强度轮廓）。

### 4.2.1.2 fft()

快速傅里叶变换 (fast Fourier transform), 即利用计算机计算离散傅里叶变换 (DFT) 的高效、快速计算方法的统称，简称 FFT。快速傅里叶变换是 1965 年由 J.W.库利和 T.W.图基提出的。采用这种算法能使计算机计算离散傅里叶变换所需要的乘法次数大为减少，特别是被变换的抽样点数 `N` 越多，FFT 算法计算量的节省就越显著。

有限长序列可以通过离散傅里叶变换(DFT) 将其频域也离散化成有限长序列。但其计算量太大，很难实时地处理问题，因此引出了快速傅里叶变换(FFT)。1965 年，Cooley 和 Tukey 提出了计算离散傅里叶变换 (DFT) 的快速算法，将 DFT 的运算量减少了几个数量级。从此，对快速傅里叶变换 (FFT) 算法的研究便不断深入，数字信号处理这门新兴学科也随 FFT 的出现和发展而迅速发展。根据对序列分解与选取方法的不同而产生了 FFT 的多种算法，基本算法是基 2DIT 和基 2DIF。FFT 在离散傅里叶反变换、线性卷积和线性相关等方面也有重要应用。

快速傅氏变换 (FFT)，是离散傅氏变换的快速算法，它是根据离散傅氏变换的奇、偶、虚、实等特性，对离散傅立叶变换的算法进行改进获得的。它对傅氏变换的理论并没有新的发现，但是对于在计算机系统或者说数字系统中应用离散傅立叶变换，可以说是进了一大步。

在本实验中，通过直接调用 `fft()`，进行频域分析。

### 4.3 控制变量法

在最原始的定义中，**控制变量法**（英语：control variates）是在[蒙特卡洛方法](#)中用于减少[方差](#)的一种技术方法。该方法通过对已知量的了解来减少对未知量估计的误差。

然而，物理学中对于多因素（多变量）的问题，常常采用控制因素（变量）的方法，把多因素的问题变成多个单因素的问题。每一次只改变其中的某一个因素，而控制其余几个因素不变，从而研究被改变的这个因素对事物的影响，分别加以研究，最后再综合解决，这种方法叫控制变量法。它是科学探究中的重要思想方法，广泛地运用在各种科学探索和科学实验研究之中。

1. 独立变量，即一个量改变不会引起除[因变量](#)以外的其他量的改变。只有将某物理量由独立变量来表达，由它给出的[函数关系](#)才是正确的。

2. 非独立变量，一个量改变会引起除因变量以外的其他量改变。把非独立变量看做是独立变量，是确定物理量间关系的一大忌。

正确确定物理表达式中的物理量是常量还是变量，是独立变量还是非独立变量，不但是正确解答有关问题的前提和保障，而且还可以简化解答过程。

方法点拨：当一个问题与多个因素有关时，探究该问题与其中某个因素的关系时，通常采用控制变量法。

在物理相关的研究中经常使用控制变量法。在本实验中，高斯白噪声不同的信噪比、不同去噪方式对轮廓影响均有差异，故需要控制变量进行探究。

### 4.4 栅栏效应

栅栏现象，也称栅栏效应，对一函数实行采样，即是抽取采样点上的对应的函数值。其效果如同透过栅栏的缝隙观看外景一样，只有落在缝隙前的少数景象被看到，其余景象均被栅栏挡住而视为零，这种现象称为栅栏效应。

栅栏效应产生是数字信号处理的结果。实际信号处理时，无论时域频域都离散的。以书本上的知识，连续非周期信号，频谱也是非周期连续的。这样的频谱将时域信号的所有频率分量都表示出来了。但实际处理时，信号必然是离散非周期的，时域信号做离散采样，经 **DFT** 变换到频域，**DFT** 的环节造成部分频率分量丢失。栅栏效应的本质就是数据信息量不够，导致部分频率分量丢失，你从频谱上看不到这些本该出现的频率分量。

不管是时域采样还是频域采样，都有相应的栅栏效应。只是当时域采样满足采样定理时，栅栏效应不会有什么影响。而频域采样的栅栏效应则影响很大，“挡住”或丢失的频率成分有可能是重要的或具有特征的成分，使信号处理失去意义。减小栅栏效应可用提高采样间隔也就是频率分辨力的方法来解决。间隔小，频率分辨力高，被“挡住”或丢失的频率成分就会越少。

### 4.5 高斯、均值和小波去噪

在本实验中，需要探究如何对信号降噪，以及哪些方式降噪效果较好。我选去了高斯、均值和小波三种去噪方法，做了对比探究。以下是去噪原理介绍：



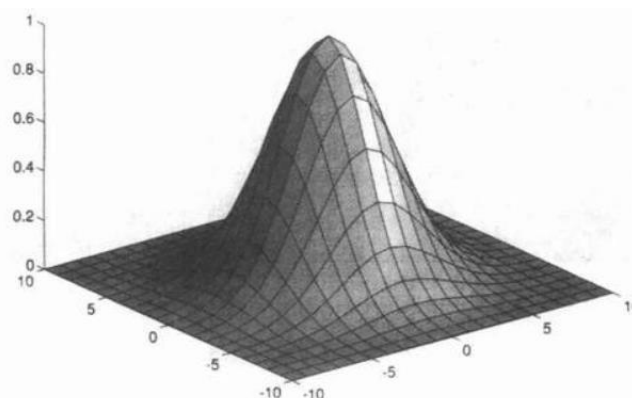
### 4.5.1 高斯去噪

高斯滤波是一种线性平滑滤波，适用于消除高斯噪声，广泛应用于图像处理的减噪过程。通俗的讲，高斯滤波就是对整幅图像进行加权平均的过程，每一个像素点的值，都由其本身和邻域内的其他像素值经过加权平均后得到。高斯滤波的具体操作是：用一个模板（或称卷积、掩模）扫描图像中的每一个像素，用模板确定的邻域内像素的加权平均灰度值去替代模板中心像素点的值。

在 2D 高斯滤波中的具体实现就是对周围的一定范围内的像素值分别赋以不同的高斯权重值，并在加权平均后得到当前点的最终结果。而这里的高斯权重因子是利用两个像素之间的空间距离（在图像中为 2D）关系来生成。通过高斯分布的曲线可以发现，离目标像素越近的对最终结果的贡献越大，反之则越小。

高斯核函数一种最常用的径向基函数,形式为

$$k(\|x - x_c\|) = \exp\{-\|x - x_c\|^2 / 2 * \sigma^2\}$$



其中  $x_c$  为核函数中心,  $\sigma$  为函数的宽度参数，控制了函数的径向作用范围。所谓径向基函数 (Radial Basis Function 简称 RBF)，就是某种沿径向对称的标量函数 通常定义为空间中任一点  $x$  到某一中心  $x_c$  之间欧氏距离的单调函数，可记作  $k(\|x - x_c\|)$ ，其作用往往是局部的，即当  $x$  远离  $x_c$  时函数取值很小。

高斯函数具有五个重要的性质，这些性质使得它在早期图像处理中特别有用。这些性质表明，高斯平滑滤波器无论在空间域还是在频率域都是十分有效的低通滤波器，且在实际图像处理中得到了工程人员的有效使用。高斯函数具有五个十分重要的性质，它们是：

(1) 二维高斯函数具有旋转对称性，即滤波器在各个方向上的平滑程度是相同的。一般来说，一幅图像的边缘方向是事先不知道的，因此，在滤波前是无法确定一个方向上比另一方向上需要更多的平滑。旋转对称性意味着高斯平滑滤波器在后续边缘检测中不会偏向任一方向。

(2) 高斯函数是单值函数。这表明，高斯滤波器用像素邻域的加权均值来代替该点的像素值，而每一邻域像素点权值是随该点与中心点的距离单调增减的。这一性质是很重要的，因为边缘是一种图像局部特征，如果平滑运算对离算子中心很远的像素点仍然有很大作用，则平滑运算会使图像失真。

(3) 高斯函数的付立叶变换频谱是单瓣的。正如下面所示，这一性质是高斯函数付立叶变换等于高斯函数本身这一事实的直接推论。图像常被不希望的高频信号所污染(噪声和细纹理)。而所希望的图像特征（如边缘），既含有低频

分量，又含有高频分量。高斯函数付立叶变换的单瓣意味着平滑图像不会被不必要的高频信号所污染，同时保留了大部分所需信号。

(4) 高斯滤波器宽度(决定着平滑程度)是由参数  $\sigma$  表征的，而且  $\sigma$  和平滑程度的关系是非常简单的。 $\sigma$  越大，高斯滤波器的频带就越宽，平滑程度就越好。通过调节平滑程度参数  $\sigma$ ，可在图像特征过分模糊(过平滑)与平滑图像中由于噪声和细纹理所引起的过多的不希望突变量(欠平滑)之间取得折衷。

(5) 由于高斯函数的可分离性，大高斯滤波器可以得以有效地实现。二维高斯函数卷积可以分两步来进行，首先将图像与一维高斯函数进行卷积，然后将卷积结果与方向垂直的相同一维高斯函数卷积。因此，二维高斯滤波的计算量随滤波模板宽度成线性增长而不是成平方增长。

高斯滤波也有许多问题，这也是本次实验所探究的。**高斯滤波没有考虑图像的边缘，会将边缘模糊掉。**因为高斯核只考虑了空间分布，没有考虑到像素值的差异。图像的边缘往往是图像灰度剧烈变化的地方。所以可以综合考虑图像灰度因素。

#### 4.5.2 均值去噪

滑动平均法 (moving average) 也叫做移动平均法、平均法、移动平均值滤波法等等，是一种时间域思想上的信号光滑方法。算法思路为，将该点附近的采样点做算数平均，作为这个点光滑后的值。

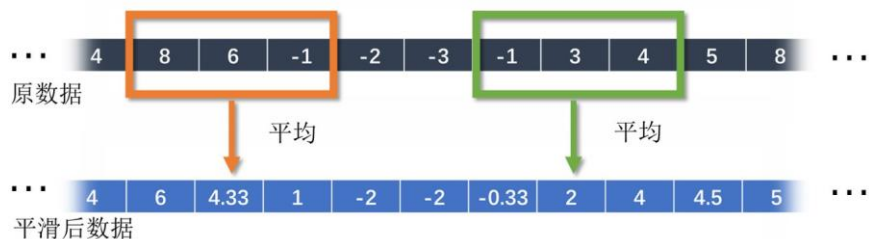


图 3 滑动平均法图示

一般窗口为对称窗口，防止出现相位偏差。窗口一般为奇数。因此样例代码 8.2 Get\_Phontime.m 中选取窗口数为 5。

以 3 点平均 (窗口长度为 3) 公式为例，原数据为  $x$ ，平滑后的数据为  $y$ ：

$$y(n)=1/3*(x(n-1)+x(n)+x(n+1))$$

对  $y(n)$  和  $y(n+1)$  相减，可以得到另一种计算形式：

$$y(n+1)=y(n)-31x(n-1)+31x(n+2)$$

#### 4.5.3 小波去噪

Donoho 提出的小波阈值去噪的基本思想是将信号通过小波变换 (采用 Mallat 算法) 后，信号产生的小波系数含有信号的重要信息，将信号经小波分解后小波系数较大，噪声的小波系数较小，并且噪声的小波系数要小于信号的小波系数，通过选取一个合适的阈值，大于阈值的小波系数被认为是信号产生的，应予以保留，小于阈值的则认为是噪声产生的，置为零从而达到去噪的目的。

从信号学的角度看，小波去噪是一个信号滤波的问题。尽管在很大程度上小波去噪可以看成是低通滤波，但由于在去噪后，还能成功地保留信号特征，所以在这一点上又优于传统的低通滤波器。由此可见，小波去噪实际上是特征提取和低



通滤波的综合,其流程图如下所示:

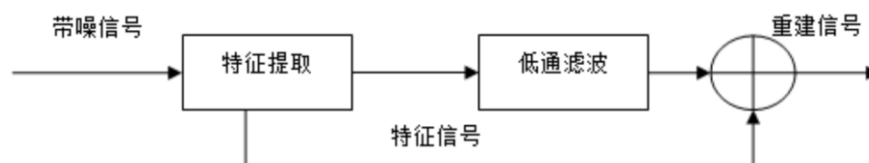


图4 小波去噪流程(特征提取和低通滤波)

一个含噪的模型可以表示如下:

$$S(k) = f(k) + \varepsilon * e(k) \quad k=0.1 \dots n-1$$

其中,  $f(k)$  为有用信号,  $s(k)$  为含噪声信号,  $e(k)$  为噪声,  $\varepsilon$  为噪声系数的标准偏差。

假设,  $e(k)$  为高斯白噪声, 通常情况下有用信号表现为低频部分或是一些比较平稳的信号, 而噪声信号则表现为高频的信号, 我们对  $s(k)$  信号进行小波分解的时候, 则噪声部分通常包含在 HL、LH、HH 中, 如下图所示, 只要对 HL、LH、HH 作相应的小波系数处理, 然后对信号进行重构即可以达到消噪的目的。

$LL_1$	$HL_1$
$LH_1$	$HH_1$

我们可以看到, 小波去噪的原理是比较简单类, 类似以往我们常见的低通滤波器的方法, 但是由于小波去噪保留了特征提取的部分, 所以性能上是优于传统的去噪方法的。

一般来说, 一维信号的降噪过程可以分为 3 个步骤

信号的小波分解。选择一个小波并确定一个小波分解的层次  $N$ , 然后对信号进行  $N$  层小波分解计算。

小波分解高频系数的阈值量化。对第 1 层到第  $N$  层的每一层高频系数 (三个方向), 选择一个阈值进行阈值量化处理。

这一步是最关键的一步, 主要体现在阈值的选择与量化处理的过程, 在每层阈值的选择上 matlab 提供了很多自适应的方法, 这里不一一介绍, 量化处理方法主要有硬阈值量化与软阈值量化。下图是二者的区别:

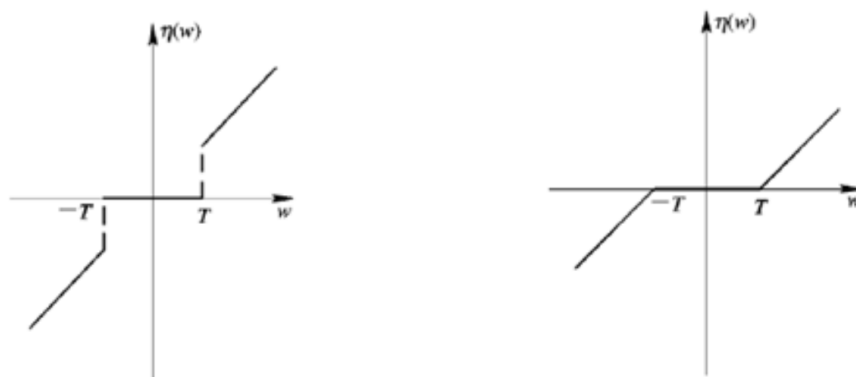


图5 硬阈值量化与软阈值量化

上面左图是硬阈值量化，右图是软阈值量化。采用两种不同的方法，达到的效果是，硬阈值方法可以很好地保留信号边缘等局部特征，软阈值处理相对要平滑，但会造成边缘模糊等失真现象。

信号的小波重构。根据小波分解的第  $N$  层的低频系数和经过量化处理后的第 1 层到第  $N$  层的高频系数，进行信号的小波重构。

小波阈值去噪的基本问题包括三个方面：小波基的选择，阈值的选择，阈值函数的选择。

(1) 小波基的选择：通常我们希望所选取的小波满足以下条件：正交性、高消失矩、紧支性、对称性或反对称性。但事实上具有上述性质的小波是不可能存在的，因为小波是对称或反对称的只有 Haar 小波，并且高消失矩与紧支性是一对矛盾，所以在应用的时候一般选取具有紧支的小波以及根据信号的特征来选取较为合适的小波。

(2) 阈值的选择：直接影响去噪效果的一个重要因素就是阈值的选取，不同的阈值选取将有不同的去噪效果。目前主要有通用阈值（VisuShrink）、SureShrink 阈值、Minimax 阈值、BayesShrink 阈值等。

(3) 阈值函数的选择：阈值函数是修正小波系数的规则，不同的反之函数体现了不同的处理小波系数的策略。最常用的阈值函数有两种：一种是硬阈值函数，另一种是软阈值函数。还有一种介于软、硬阈值函数之间的 Garrote 函数。

小波去噪具有较好优势。下面这个图 6，传统的移动平均去噪，由于在频域上相当于全局频域上的滤波，所以会出现：高频信号和噪声一块被滤掉了，中间频域去噪效果比较好，低频受噪声影响严重滤波不足的现象。这就是全局滤波的缺点，按下葫芦浮起瓢，不能做到高频低频同时兼顾。

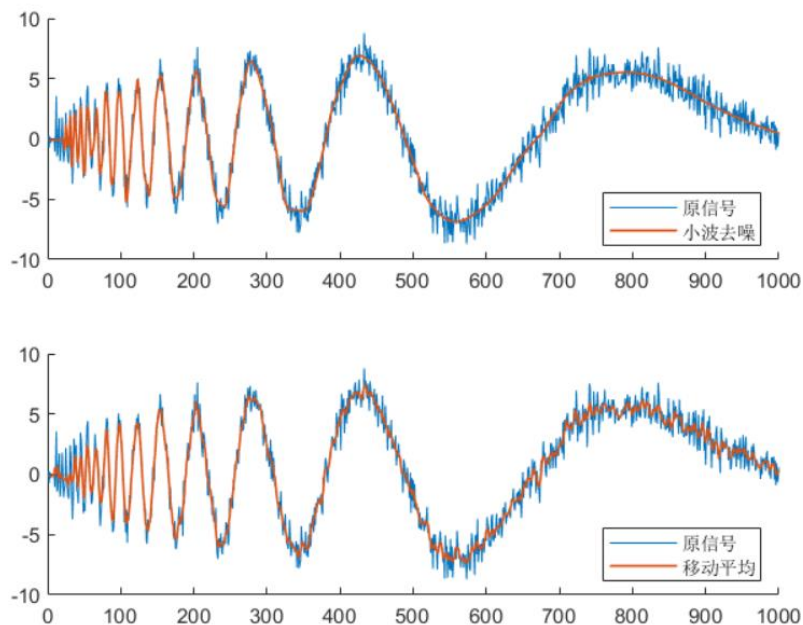


图 6 一般均值滤波和小波变换滤波对比

相比较而言，小波去噪效果就好很多，不仅高频处保留了更多的高频信号信息，低频处的信号也几乎看不到噪声的干扰。对于非单一频率非周期变化的信号来说，小波去噪的效果明显更好。

#### 4.5.4 RMSE

均方根差(root mean square error, 缩写 RMSE), 也称为方均根偏移(root-mean-square deviation, 缩写 RMSD), 是一种常用的测量数值之间差异的量度。

其计算公式如下:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (observed_t - predicted_t)^2}$$

本实验中, RMSE 用于评价去噪效果好坏。RMSE 越高, 去噪效果越好。

#### 4.6 信噪比与高斯白噪声

本次实验依旧涉及高斯白噪声, 对脉冲星轮累积得到的信号加入不同信噪比的白噪声, 从而进行探究。

信噪比(英语: Signal-to-noise ratio, 缩写为 SNR 或 S/N), 又称訊噪比, 是科学和工程中所用的一种度量, 用于比较所需信号的强度与背景噪声的强度。其定义为信号功率与噪声功率的比率, 以分贝(dB)为单位表示。大于比率 1:1 (高于 0 分贝) 表示信号多于噪声。信噪比通常用于描述电子信号, 也可以应用在各种形式的信号, 比如冰芯内的同位素量, 或细胞间的生物化学信号。

信噪比具体所指为有用信号功率(Power of Signal)与噪声功率(Power of Noise)的比。因此为幅度(Amplitude)平方的比:

$$SNR = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} = \frac{A_{\text{signal}}^2}{A_{\text{noise}}^2}$$

它的单位一般使用分贝, 其值为十倍对数信号与噪声功率比:

$$SNR(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{A_{\text{signal}}}{A_{\text{noise}}} \right)$$

其中

$P_{\text{signal}}$  为信号功率 (Power of Signal)。

$P_{\text{noise}}$  为噪声功率 (Power of Noise)。

$A_{\text{signal}}$  为信号幅度 (Amplitude of Signal)。

$A_{\text{noise}}$  为噪声幅度 (Amplitude of Noise)。

所谓高斯白噪声(White Gaussian Noise)中的高斯是指概率分布是正态函数, 而白噪声是指它的二阶矩不相关, 一阶矩为常数, 是指先后信号在时间上的相关性。高斯白噪声是分析信道加性噪声的理想模型, 通信中的主要噪声源——热噪声就属于这类噪声。

具体高斯白噪声可以从以下两个方面进行了解:

(1) 如果一个噪声, 它的瞬时值服从高斯分布, 而它的功率谱密度又是均

匀分布的，则称它为高斯白噪声。

(2) 在一般的通信系统的工作频率范围内热噪声的频谱是均匀分布的，好像白光的频谱在可见光的频谱范围内均匀分布那样，所以热噪声又常称为白噪声。由于热噪声是由大量自由电子的运动产生的，其统计特性服从高斯分布，故常将热噪声称为高斯白噪声。

高斯白噪声的功率谱密度服从均匀分布，幅度分布服从高斯分布。高斯白噪声在任意两个不同时刻上的随机变量之间，不仅是互不相关的，而且还是统计独立的。

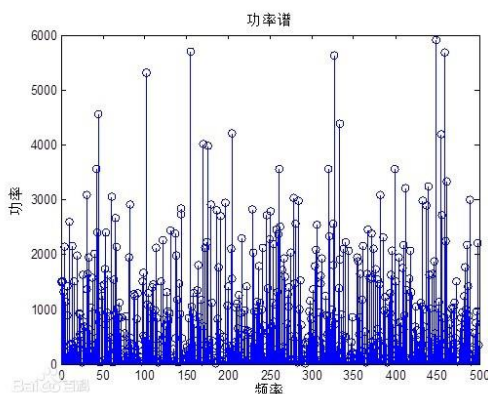


图 7 功率谱密度频谱图

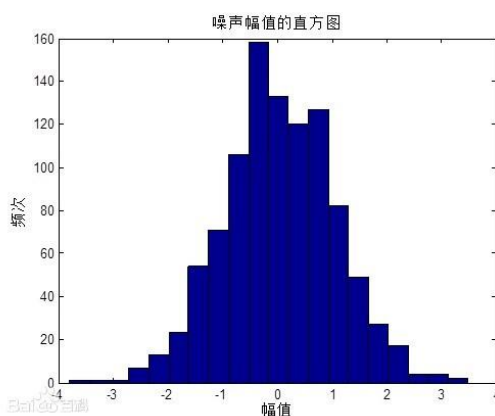


图 8 噪声幅值的直方图

在 MATLAB 中使用 `AWGN()` 函数来生成白噪声。

**AWGN:** 在某一信号中加入高斯白噪声

`y = awgn(x, SNR)` 在信号 `x` 中加入高斯白噪声。信噪比 `SNR` 以 `dB` 为单位。`x` 的强度假定为 `0dBW`。如果 `x` 是复数，就加入复噪声。

`y = awgn(x, SNR, SIGPOWER)` 如果 `SIGPOWER` 是数值，则其代表以 `dBW` 为单位的信号强度；如果 `SIGPOWER` 为 `'measured'`，则函数将在加入噪声之前测定信号强度。

`y = awgn(x, SNR, SIGPOWER, STATE)` 重置 `RANDN` 的状态。

`y = awgn(..., POWERTYPE)` 指定 `SNR` 和 `SIGPOWER` 的单位。`POWERTYPE` 可以是 `'dB'` 或 `'linear'`。如果 `POWERTYPE` 是 `'dB'`，那么 `SNR` 以 `dB` 为单位，而 `SIGPOWER` 以 `dBW` 为单位。如果 `POWERTYPE` 是 `'linear'`，那么 `SNR` 作为比值来度量，而 `SIGPOWER` 以瓦特为单位。

## 五、实验内容和步骤

### 5.1 脉冲星信号的傅里叶分析

利用所学知识，对给定的 Crab 脉冲星的光子到达时间进行轮廓分析（Crab 脉冲星周期设定为  $T=1/29.79123091\text{s}$ ）。所有代码实现见 8.1 Get\_Fre.m。

具体要求为：对光子到达时间进行等间隔取样的统计，取样间隔取值依赖奈奎斯特采样定律，要保证信号无失真。然后，对服从等间隔分布的光子到达时间统计数据进行 FFT，得到其频谱。

脉冲星的频率约为  $f_s=29.7912\text{Hz}$ ，根据奈奎斯特采样定律，应该至少选取大于等于  $2f_s$  的采样频率。本次实验先采用了 29.7912, 59.5824, 300 三个采样频率。由于前两个采样频率较低，且对应转化频域具有对称性，为了更清晰地显示该频域图像和显示规律，故显示全频域采样结果。

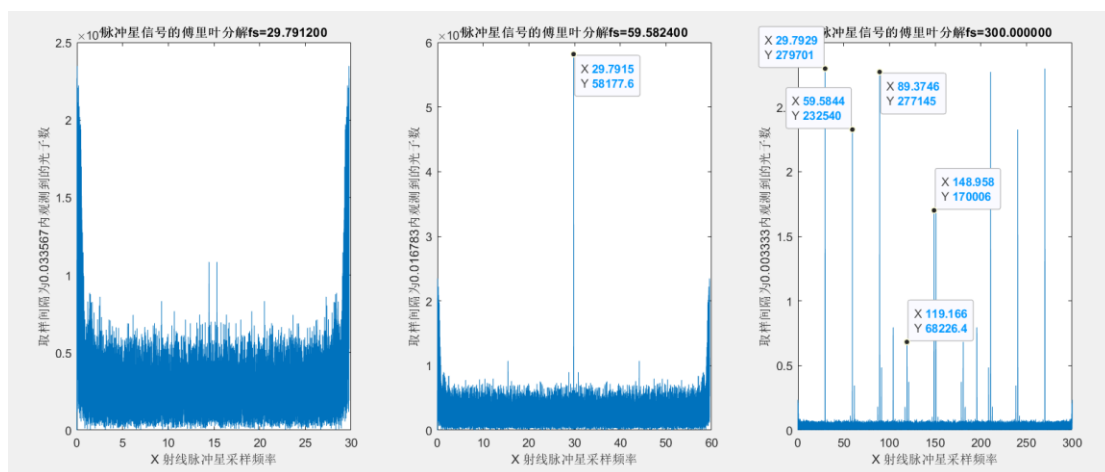


图 9 不同采样频率下频谱图（全频域）

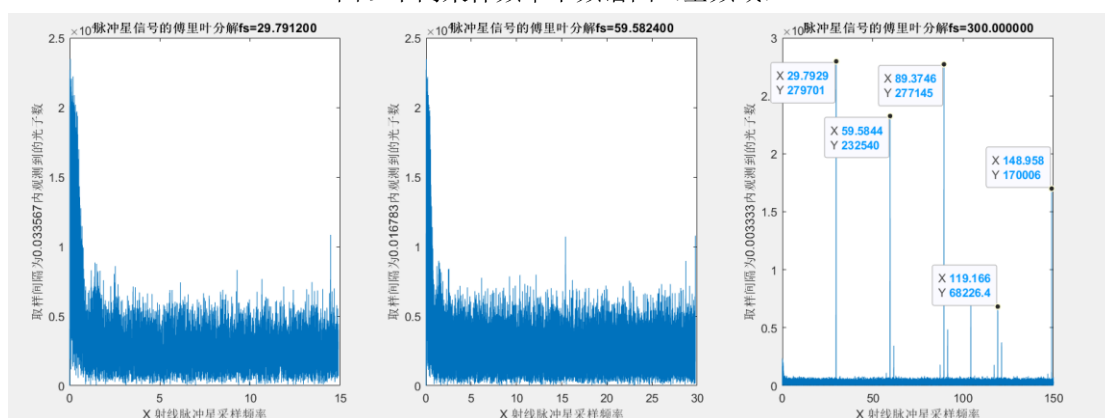


图 10 不同采样频率下的频域图（半频域）

由上图可见，实际采样过程中，如果严格以二倍的截止频率进行采样，可能存在栅栏效应，因此需要采用更高的采样频率，才能比较完整地获得频域图。

另外，本程序中将直流分量置零，便于更容易看到其他频率的峰值，直流分量为 7653921。

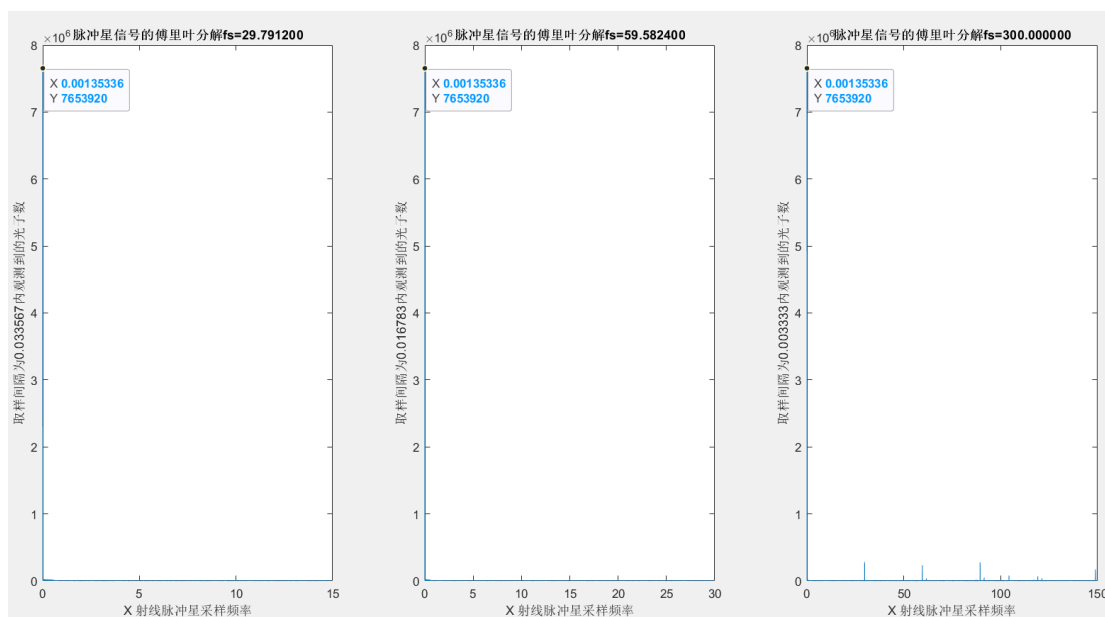


图 11 直流分量存在时的频谱图

基于如上现象，分下如下问题：

(1) 对比不同采样间隔下的频谱，你发现了什么现象？思考并解释该现象。

由图可知，当采样率为 29.7912Hz 时，小于理论的二倍原始信号频率，此时发生了混叠现象，无法看出明显的信息。

当采样频率为 59.5824Hz 时，此时为二倍的原始信号频率严格满足奈奎斯特取样定理的临界条件。我们也可以从结果中看到显著性峰值的频率为 29.7915Hz。同时，我们可以看出，在临界采样频率进行采样，在实际的频域图中，有可能没有办法正常显示对应显著性峰值，如图 10 中间图。

当采样频率为 300Hz，此时为远大于二倍的原始信号频率，为过采样。其显著性峰值较为明显，且杂波的峰值较小，显示效果较好。

因此，随着采样频率的增加，显著性峰值也会增多，通过分析基频的整数倍可以获得更准确的原信号成分。同时，也可以看到非整数倍基频的杂波频率。理论上讲，采样频率越高效果也越好，但是实际应用中，还要考虑实际硬件的采样能力，所以在一定范围内满足所要分析的要求即可。

(2) 观察不同采样间隔下的频谱，分析频谱中的显著性峰值，探索脉冲星信号所含频率成分；

本次实验前面选取的前面两个采样频率较低，不方便分析脉冲星信号所含频率成分。因此，选取采样频率为 300Hz 时的频谱图。

选取图 10 的整数倍基频的显著性峰值（不选非整数倍基频的信号）进行得到傅里叶分解形式如下：

$$\begin{aligned}
 f(t) = & 7653921 + 279701\cos(29.7929t + \varphi_1) \\
 & + 232540\cos(59.5844t + \varphi_2) + 277145\cos(89.3746t + \varphi_3) \\
 & + 68226.4\cos(119.166t + \varphi_4) + 170006\cos(148.958t + \varphi_5) \\
 & + \sum_{n=6}^{\infty} a_n \cos(29.7929nt + \varphi_n)
 \end{aligned}$$



(3) 思考一下, 要清楚的观察到脉冲星信号的频率成分, 提高频率分辨率, 降低频谱栅栏效应, 应该怎么做?

要清楚脉冲星的频率成分, 那必须提高采样频率, 使得显著性峰值足够用来分析信号的傅里叶变换的基本形式, 从而进一步分析信号成分。

减小栅栏效应可用提高采样间隔也就是频率分辨力的方法来解决。间隔小, 频率分辨力高, 被“挡住”或丢失的频率成分就会越少。

## 5.2 脉冲星脉冲轮廓影响因素分析

### 5.2.1 脉冲星脉冲轮廓累积

利用 MATLAB 设计一个程序, 对一定观测时间下的脉冲星实测的数据-----光子到达时间(由老师提供)进行不同 bin 块下的轮廓累积。bin 块长度分别为: (256, 512, 1024, 1024\*10), 研究轮廓随 bin 块的变化规律。

依据历元折叠的基本原理, 将所得信号处理得到图 12 脉冲星信号轮廓累积, 详细代码见 8.2 Get\_Photontime.m。

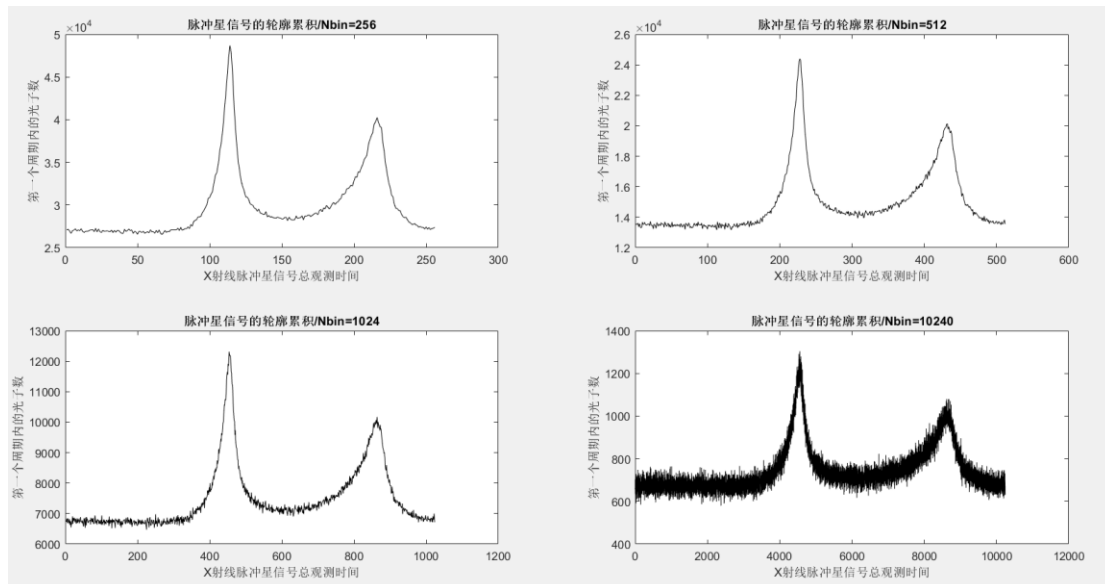


图 12 不同 bin 下脉冲星脉冲轮廓累积

由图可以得到, 通过历元折叠得到的脉冲星轮廓累积整体形状大致相同, 可见该方法用于恢复脉冲星信号轮廓效果不错。

从上面四幅图来看, 随着 Nbin 的增加, 其图像越不光滑。这是因为当 bin 块越大, 一个周期内的 bin 块也越少, 即较少的采样较难反应较全的信号。类似于采样越小, 对应图像越不完整。

### 5.2.2 加入高斯白噪声的脉冲星脉冲轮廓

设计 MATLAB 程序, 给累积的不同 bin 块下的轮廓加-20dB 的高斯白噪声, 观察轮廓有什么变化?

主要通过 awgn() 对信号加噪声, 详细代码如 8.3 Get\_PhotonGauss。加入-20dB 噪声后轮廓会变得杂乱无章。

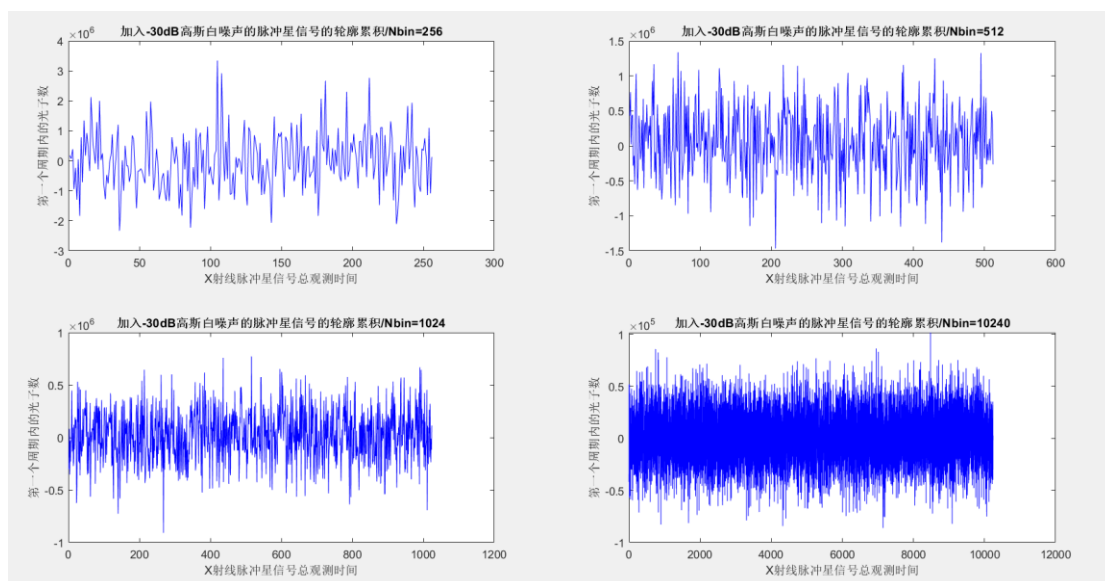


图 13 加入 -30dB 高斯白噪声后的脉冲星轮廓

不同信噪比对信号的影响在上一个实验中已经探究过，信噪比越高，信号质量越好。

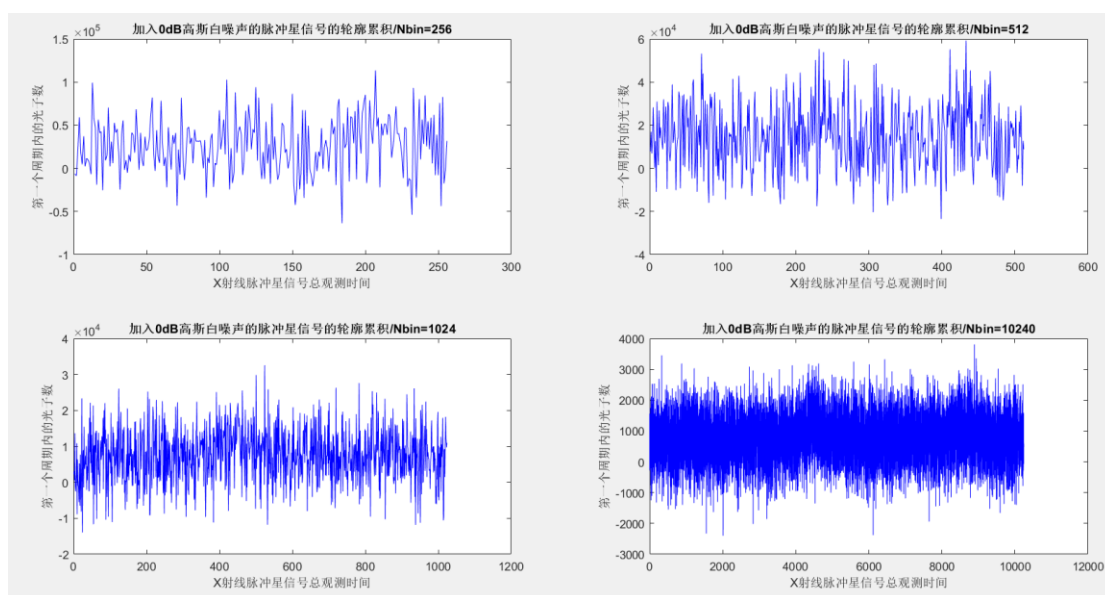


图 14 加入 0dB 高斯白噪声的脉冲星信号的轮廓累积

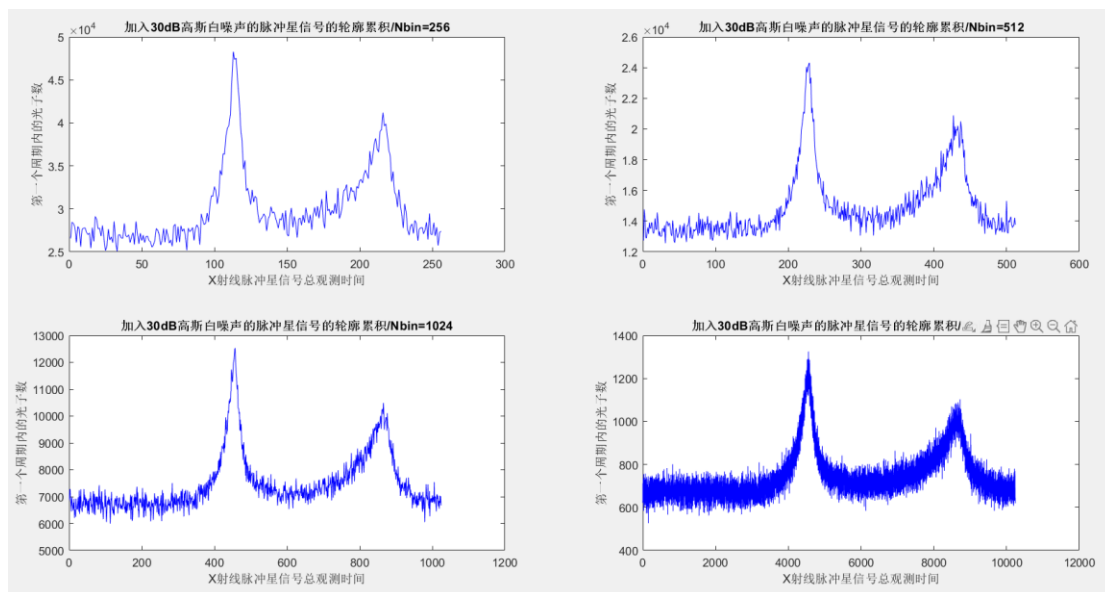


图 15 加入 30dB 高斯白噪声的脉冲星轮廓累积

### 5.2.3 脉冲星脉冲轮廓信号的降噪

分析噪声对轮廓有什么影响？探如何实现降噪处理？方法不限，鼓励尝试各种新方法。

本设计程序仍在 8.2 Get\_Photontime.m，降噪处理通过调用函数进行处理。通过比较不同去噪方式，得到该情景下哪种去噪方式是最优的。

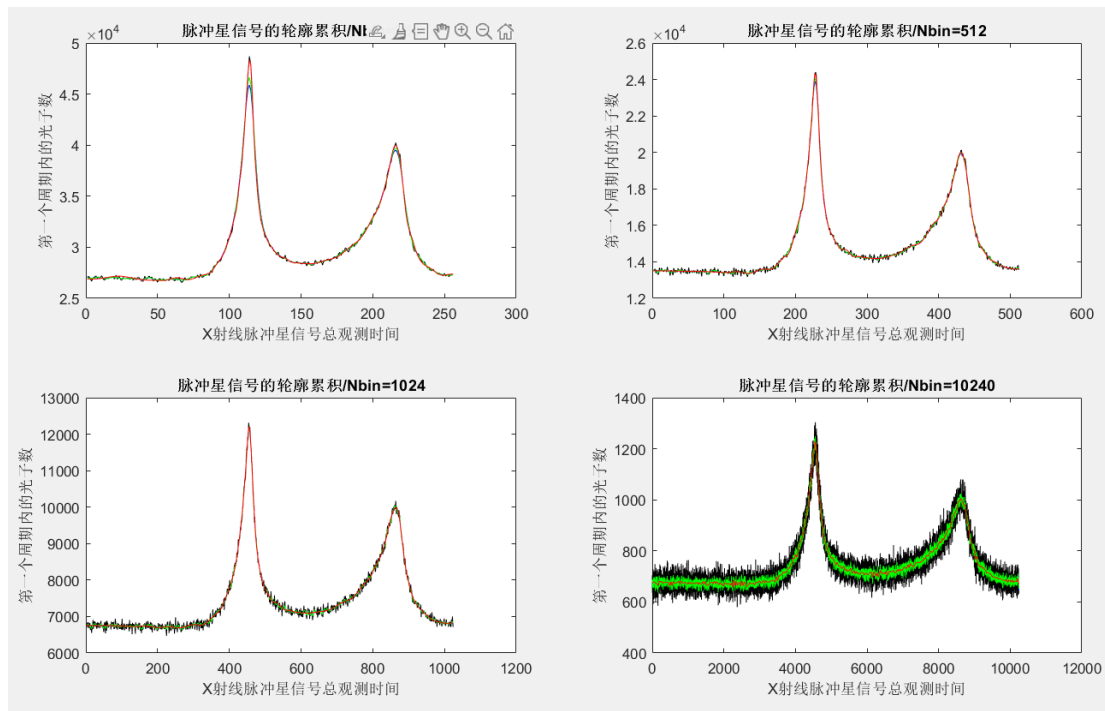


图 16 三种滤波方式对比

图中，黑色为原信号。蓝色为高斯滤波，绿色为均值滤波，红色为小波滤波。不同 bin 块对应滤波结果是类似的，故选取其中一幅分析滤波效果。

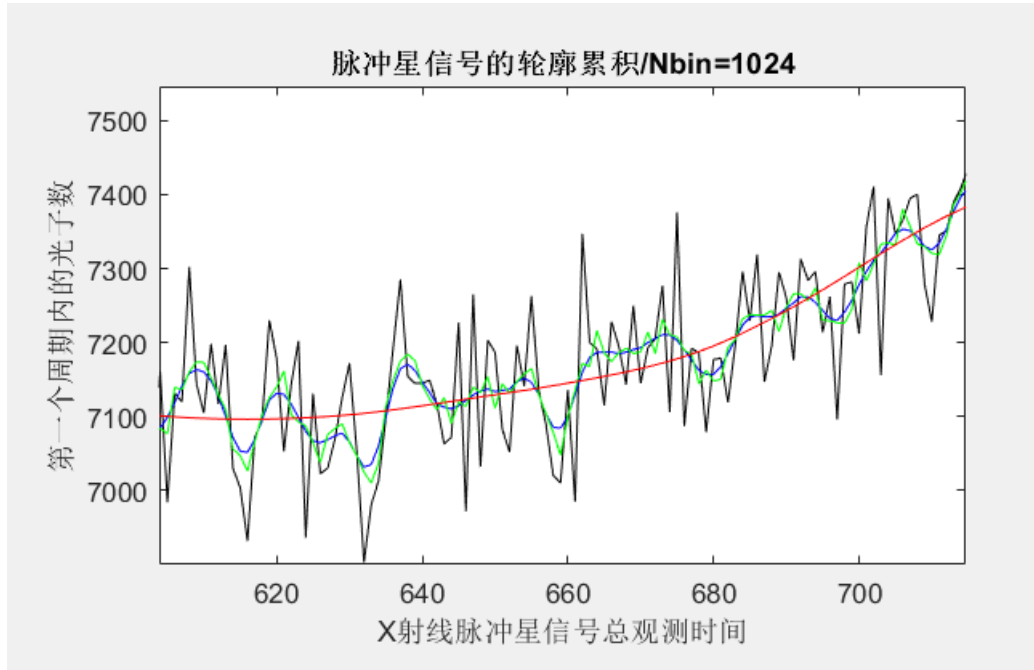


图 17 Nbin=1024 时不同滤波器的滤波效果

直观的看，小波滤波的曲线光滑，结果较为良好。同时，分析了此时的滤波结果和原信号的相关系数，高斯滤波、均值滤波、小波滤波可以分别得到如下结果： $\text{corfy1} = 0.9975$ ； $\text{corfy2} = 0.9974$ ； $\text{corfy3} = 0.9968$ 。且分别的 RMSE 方均根误差分别为：73.2107，75.5883 和 82.9894。相关系数较小，即受原信号噪声影响最小。RMSE 值越高，拟合效果越好。结合图像分析，可以得到小波滤波的效果最好。

其他组的详细数据见九、附录。

## 六、分析与讨论

值得注意的是，在本实验中，我采用了普通的高斯滤波，但过程并不如人意。比如提高高斯滤波的 size，滤波结果相位偏移变大，另外边缘会出现数据相差特别大的数据结果。

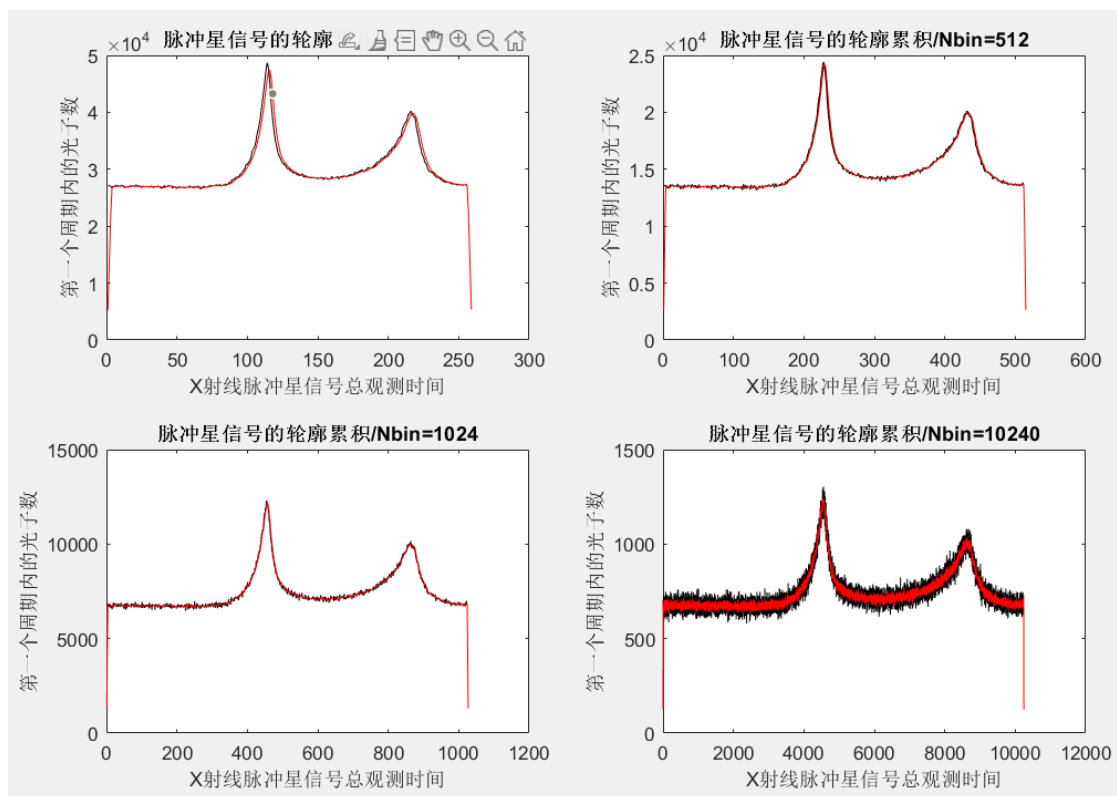


图 18 较小 size 的高斯滤波

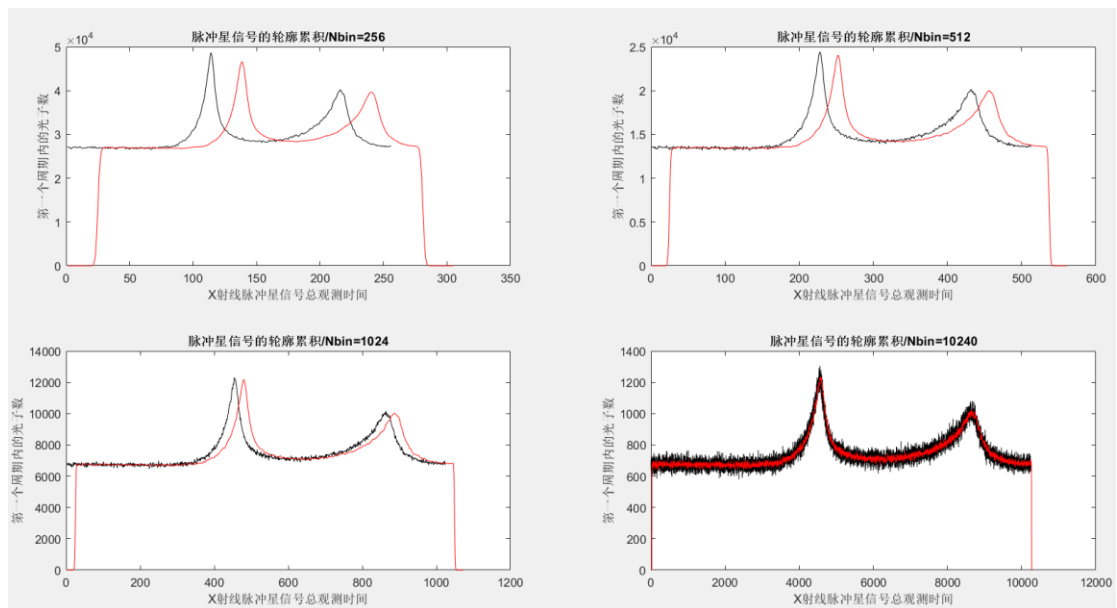


图 19 较大 size 的高斯滤波（相位偏移较大）

其生成数据量也和原数据不一样，故无法进行相关性分析。

经过探究，发现该方法核心是利用周围的数据加权平均得到，而且对于边缘数据一般是直接去掉。而我所采用的高斯滤波函数是通过 `fspecial()` 来实现的，而这种函数内的高斯滤波，没有考虑向后的取值，函数存在一定问题，所以会出现较大偏差。

因此，经过探究和调整，我使用 `imgaussfilt()`，进行滤波，可以得到比较好的效果。

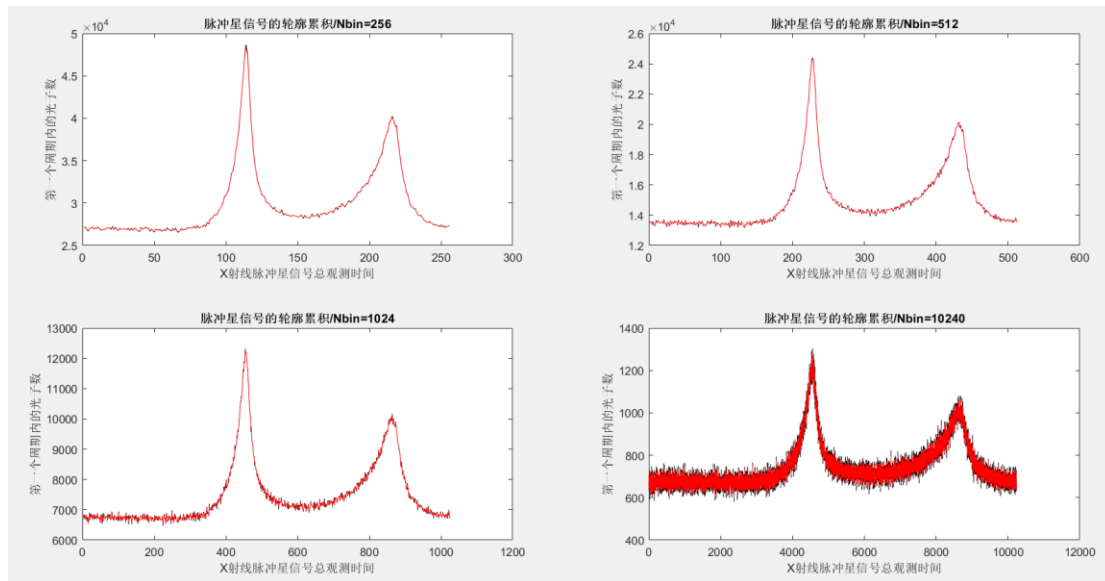


图 20 imgaussfilt()经调整的高斯滤波（修正了相位和边缘）标准差默认

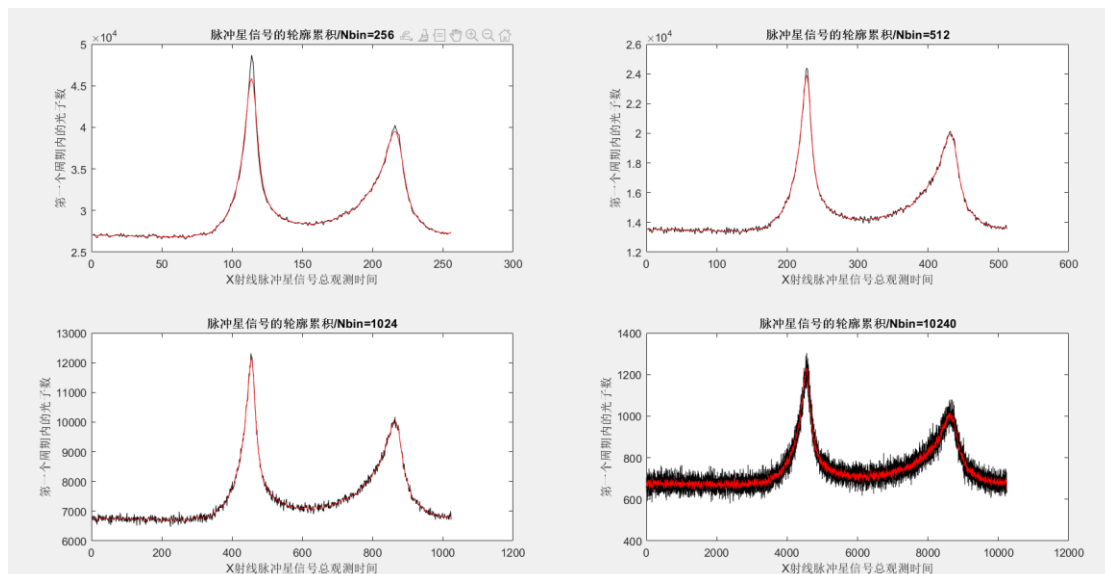


图 21 imgaussfilt()经调整的高斯滤波（修正了相位和边缘）标准差为 2

由图，可以看到高斯滤波表现不错。高斯滤波常用于图像处理领域，在图像领域表现更为优异。

## 七、课程学习心得

- 1、掌握了如何原始信号进行合成和分解。将一系列原始数据进行合成一个函数，也掌握将函数转化为频域。用 MATLAB 进行脉冲星轮廓的轮廓折叠和脉冲星信号的傅里叶分解。
- 2、根据离散傅里叶变换的基本理论，理解并研究了脉冲星信号所含的频率成分，对理论和工程如何结果有了较为深刻的理解。
- 3、对于不同的信噪比，高斯白噪声作为比较常见的噪声对信号的影响不同。去噪方法也有多种多样，但总体效果不同，需要依据其适用范围进行选择。
- 4、总体来说，本实验综合脉冲星和信号的基本理论，我对信号的实际应用，信号基本处理方式和信号的常见问题及现象有了较为全面的了解。



## 八、源代码

### 8.1 Get\_Fre.m

```
1. %% 本程序功能：得到输入数据转化对应的频谱
2. %% 输入参数：光子到达时间
3. %% 输出参数：频谱
4. %% 编写人：王梦祥
5. %% 编写日期：2022年6月10日 00:24:11
6. %%
7.
8. clear all;
9. close all;
10. clc;
11.
12. x = importdata('90802-02-04-00.mat'); %总是导入原始数据
13. datetime=x-x(1); %对初始数据进行清洗，取最早到达时间为初始，来做一组数据
14. L=length(x); %计算变量长度
15.
16. fs=[29.7912,59.5824,300]; %取样频率赋值
17. tobs=datetime(L)-datetime(1); %Tobs 为总的时间长
18.
19. for i=1:3
20.     T=1/fs(i); %本次频率下对应的周期
21.     N=tobs/T; %本次频率下取样点数目
22.
23.     %将频率进行分组并傅里叶变换
24.     f=hist(datetime,N); %f 为均分 N 份，对应 N 个数据的直方图
25.     y1=fft(f); %将频率傅里叶变换
26.
27.     %接下来为画图做准备，取想作图对对应频率
28.     d=fs(i)/N; %取单位角频率
29.     f=d*(1:N); %取周期一半（由于对称性）就可以了
30.
31.     y=abs(y1(1:N)); %为求幅值
32.
33.     y(1)=0; %令初始为 0，避免直流分量特别大影响整个频谱的观察
34.
35.     subplot(1,3,i);
36.     plot(f,y);
37.     xlabel('X 射线脉冲星采样频率');
38.     ylabel(sprintf('取样间隔为%f 内观测到的光子数',T));
39.     title(sprintf('脉冲星信号的傅里叶分解 fs=%f',fs(i)));
40.
```

```
41. end
```

## 8.2 Get\_Photontime.m

```
1. %% 本程序的功能：对一定观测时间下的脉冲星实测的数据：光子到达时间进行不同 bin 块下的轮廓累积
2. %% 输入参数：光子达到时间
3. %% 输出参数：信号轮廓波形
4. %% 编写人：王梦祥
5. %% 编写日期：2022 年 6 月 7 日 16:08:49
6. %%
7.
8. clc
9. clear all
10. close all
11.
12. x = importdata('90802-02-04-00.mat');
13. datetime=x-x(1);
14. L=length(x);
15. tobs=datetime(L)-datetime(1);
16.
17. Nbin=[256,512,1024,1024*10];
18.
19. P=1/29.79123091;
20.
21. for i=1:4
22.
23.     i %对应的 i 次
24.
25.     Tbin=P/Nbin(i); %将周期分为 Nbin 份
26.
27.     LOC=ceil((datetime-floor(datetime./P).*P)./Tbin);
28.
29.     f=hist(LOC,Nbin(i));
30.
31.     %去噪部分
32.
33.     %高斯去噪
34.     g=fspecial('gaussian',[1 5],1.5);
35.     y1=conv(f,g);
36. %     corfy1 = corrcoef(f, y1)
37.
38.     %均值
39.     y2 = movmean(f,5);
```

```

40.     corfy2 = corrcoef(f, y2)
41.
42.
43.     %小波去噪
44.     y3 = wden(f,'sqtwolog','h','mln',5,'sym8');
45.     corfy3 = corrcoef(f, y3)
46.
47.         subplot(2,2,i);
48.         plot(f,'k-'); %原信号
49.
50.         hold on
51.         plot(y1,'b-');
52.         hold on
53.         plot(y2,'g-');
54.         hold on
55.         plot(y3,'r-');
56.
57.
58.     xlabel('X 射线脉冲星信号总观测时间');
59.     ylabel('第一个周期内的光子数');
60.     title(sprintf('脉冲星信号的轮廓累积/Nbin=%d',Nbin(i)));
61.
62.
63. end

```

### 8.3 Get\_PhotonGauss

```

1. %% 本程序的功能：对一定观测时间下的脉冲星实测的数据：光子到达时间进行不同 bin 块下的轮廓累积并加入功率为-20dB 的高斯白噪声
2. %% 输入参数：光子达到时间
3. %% 输出参数：信号轮廓波形
4. %% 编写人：王梦祥
5. %% 编写日期：2022 年 6 月 7 日 16:28:42
6. %%
7.
8. clc
9. clear all
10. close all
11.
12. x = importdata('90802-02-04-00.mat');
13. datatime=x-x(1);
14. L=length(x);
15.
16. snr=-30;

```

```

17.
18. tobs=datetime(L)-datetime(1);
19. Nbin=[256,512,1024,1024*10];
20. P=1/29.79123091;
21.
22.
23. for i=1:4
24.
25.     Tbin=P/Nbin(i);
26.     LOC=ceil((datetime-floor(datetime./P).*P)./Tbin);
27.     f=hist(LOC,Nbin(i));
28.
29. end
30.
31.
32.
33. for i=1:4
34.
35.     Tbin=P/Nbin(i);
36.     DATA=ceil((datetime-floor(datetime./P).*P)./Tbin);
37.     f=hist(DATA,Nbin(i));
38.     f1=awgn(f,snr,'measured');
39.
40.     %f1=awgn(f,snr);
41. %     TT =[P/Nbin(i):P/Nbin(i):P];
42.
43. %测试：高斯去噪对数据的去噪方式
44. g=fspecial('gaussian',[1 2],1.5);
45. y1=conv(f1,g);
46. g=fspecial('gaussian',[1 6],1.5);
47. y2=conv(f1,g);
48. %依旧存在下划线，因此需要对其原理进行进一步的探究
49.
50. subplot(2,2,i);
51. plot(f1,'b-');
52. hold on
53. plot(y1,'r-');
54. hold on
55. plot(y2,'g-');
56.
57. xlabel('X 射线脉冲星信号总观测时间');
58. ylabel('第一个周期内的光子数');

```

```

58.         title(sprintf('加入%ddB 高斯白噪声的脉冲星信号的轮廓累积
    /Nbin=%d',snr,Nbin(i)));
59.
60.
61. end

```

## 九、附录

四组滤波结果相关关系及 RMSE 方均根误差分析

i =

1

corfy1 =

1.0000	0.9971
0.9971	1.0000

rmse =

331.1073

corfy2 =

1.0000	0.9983
0.9983	1.0000

rmse =

252.0142

corfy3 =

1.0000	0.9991
0.9991	1.0000

rmse =

176.1199

i =

2

corfy1 =

1.0000	0.9986
0.9986	1.0000

rmse =

109.7115

corfy2 =

1.0000	0.9986
0.9986	1.0000

rmse =

110.3995

corfy3 =

1.0000	0.9984
0.9984	1.0000

rmse =

115.8748

i =

3



corfy1 =

1.0000	0.9975
0.9975	1.0000

rmse =

73.2107

corfy2 =

1.0000	0.9974
0.9974	1.0000

rmse =

75.5883

corfy3 =

1.0000	0.9968
0.9968	1.0000

rmse =

82.9894

i =

4

corfy1 =

1.0000	0.9711
0.9711	1.0000

rmse =

25.6726

corfy2 =

1.0000	0.9682
0.9682	1.0000

rmse =

26.9420

corfy3 =

1.0000	0.9639
0.9639	1.0000

rmse =

28.6632

## 十、参考文献

- [1] 实验二 脉冲星轮廓信号的分解与合成.pdf 沈利荣
- [2] 帅平,陈绍龙,吴一帆,张春青,李明.X 射线脉冲星导航技术及应用前景分析[J]. 中国航天,2006(10):27-32.
- [3] 博客园. 双边滤波器、高斯滤波.( 2015.03.16).[2022.6.10][<https://www.cnblogs.com/walccott/p/4957108.html>]
- [4] SDN. 几种常用信号平滑去噪的方法（附 Matlab 代码）.(2020.7.31).[2022.6.4].<http://t.csdn.cn/OPuok>