

第六章 控制系统的校正

- 6.1 控制系统的设计与校正问题
- 6.2 基本控制规律
- 6.3 串联校正
- 6.4 反馈(并联)校正
- 6.5 复合校正



一、串联校正装置分类

1.无源校正网络: 阻容元件

优点:校正元件的特性比较稳定。

缺点:由于输出阻抗较高而输入阻抗较低,需要另加放大

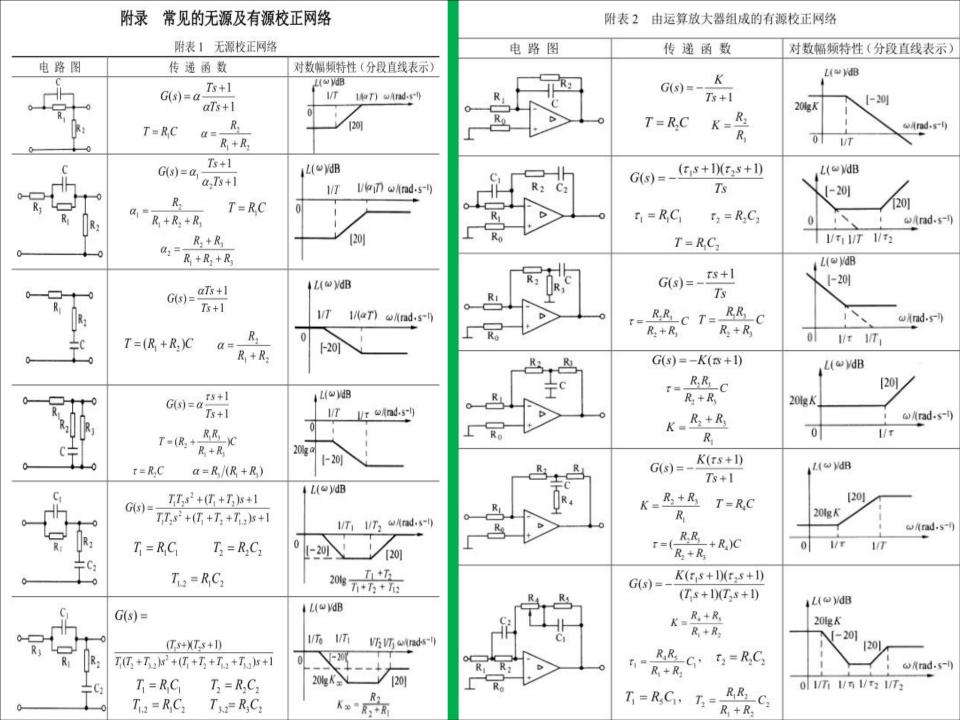
器并进行隔离;

没有放大增益,只有衰减。

2.有源校正网络: 阻容电路+线性集成运算放大器

优点: 带有放大器, 增益可调, 使用方便灵活。

缺点:特性容易漂移。





常用串联校正网络的传递函数可表示为:

$$G_c(s) = K \frac{\prod_{j=1}^{m} (s - z_j)}{\prod_{i=1}^{n} (s - p_i)}$$

校正网络为1阶时:

$$G_c(s) = \frac{K(s-z)}{(s-p)}$$

|z|<|p|
时,相角超前系统,反流,相位滞后系统。



根据校正装置的特性,校正装置可分为超前校正装置、滞后校正装置和滞后-超前校正装置。

(1)超前校正装置

校正装置输出信号在相位上超前于输入信号,即校正装置具有正的相角特性,这种校正装置称为超前校正装置,对系统的校正称为超前校正。

超前校正的主要作用是在中频段产生足够大的超前相角,以补偿原系统过大的滞后相角。超前网络的参数应根据相角补偿条件和稳态性能的要求来确定。



(2) 滞后校正装置

校正装置输出信号在相位上落后于输入信号,即校正装置具有负的相角特性,这种校正装置称为滞后校正装置,对系统的校正称为滞后校正。

(3) 滞后-超前校正装置

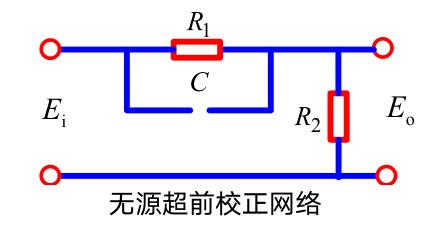
若校正装置在某一频率范围内具有负的相角特性,而在另一频率范围内却具有正的相角特性,这种校正装置称滞后-超前校正装置,对系统的校正称为滞后-超前校正。



一、超前校正网络

1.超前校正的传递函数:

$$G(s) = \frac{E_{o}(s)}{E_{i}(s)} = \frac{1}{\alpha} \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1}$$





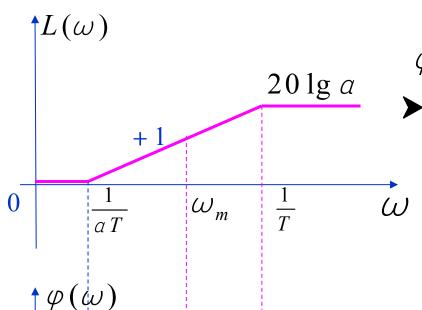
其中,
$$T = \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2}$$
, $\alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$

$$G_{c}(s) = \alpha G(s) = \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1}$$

▶ 整个系统的开环增益下降α倍。→为满足稳态精度的要求,必须提高放大器的增益予以补偿。



2.超前校正的频率特性



$$G_c(j\omega) = \frac{1 + j\alpha\omega T}{1 + j\omega T}$$

$$\varphi(\omega) = \arctan(\alpha T \omega) - \arctan(T \omega) > 0$$

▶超前校正装置在整个频率范围内都 产生相位超前。→相位超前校正。

$$\overrightarrow{\omega}$$
 最大相移点: $\frac{d\varphi}{d\omega} = 0$

$$\Rightarrow \omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}, \alpha > 1$$

最大超前角:
$$\varphi_m = \arcsin \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$$

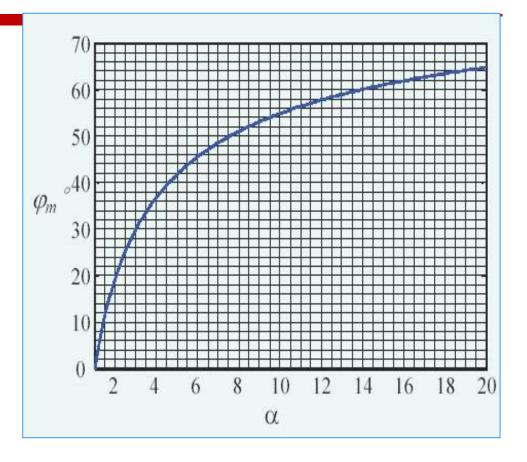
 ω



$$\varphi_m = \arcsin \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$$

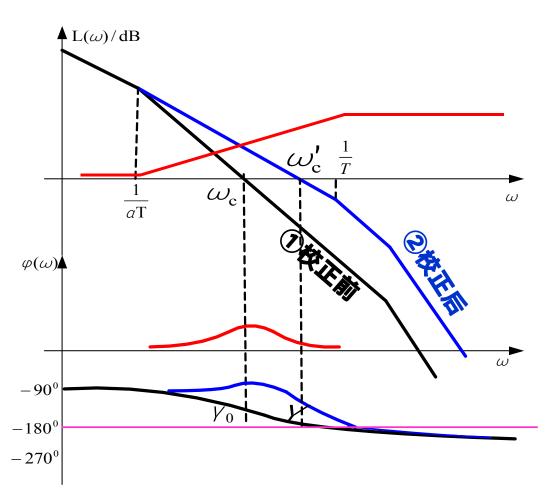
$$ightharpoonup \alpha
ightharpoonup \phi_m$$
 \uparrow $\alpha = 20$ 时, $\phi_m \cong 65$ °



- ▶为保持较高的系统信噪比,通常选择α=10(此时φ_m=55°)。
- ▶超前网络具有高通滤波特性, α值过大对抑制系统高频噪声 不利。



3.超前校正网络的作用原理(放在中频段)



在1/T和1/αT间引入相位超前校正,使中频段斜率减小。

相位超前↑→交接频率↑

系统带宽↑

动态性能个

稳定裕度个

抗噪性↓

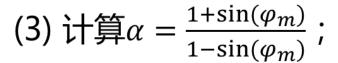
不影响低频段频率特性,保证了高精度。

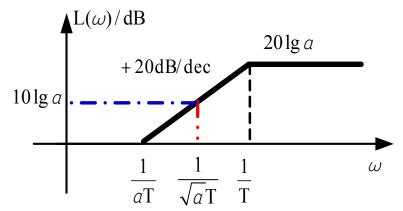
4.Bode图法设计超前校正网络

(1) 绘制未校正系统的伯德图,计算相角裕度,判定是否需要引入合适的超前校正网络 $G_{c}(s)$;

$$G_c(j\omega) = K_1 \frac{(1+j\alpha\omega T)}{(1+j\omega T)}$$







(4) 当 $\omega_c = \omega_m$ 时,超前校正网络能提供 $10 \log \alpha (dB)$ 的幅值增量,计算 $10 \log \alpha$ 。因此,经过校正后,原有幅值增益为 $-10 \log \alpha$ 的点将变成新的与0 dB线的交点,对应频率就是新的交接频率 $\omega'_c = \omega_m$;

- (5) 计算极点频率 $|p|=\frac{1}{T}=\sqrt{\alpha}\omega_m$ 和零点频率 $|z|=\frac{|p|}{\alpha}=\frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}}$;
- (6) 确定系统的增益,以保证系统的稳态精度,抵消由超前校正网络带来的衰减 $1/\alpha$;
- (7) 验证结果。



例1 二阶单位负反馈控制系统,开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{s(0.5s+1)}$$

设计超前校正装置。给定的设计要求为:系统的相角裕度不小于40°,系统斜坡响应的稳态误差为5%。

解:
$$G(s) = \frac{K}{s(0.5s+1)}$$
 |型系统 $K_v = \lim_{s \to 0} sG(s) = K \Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{K_v}$

由题意知系统斜坡响应的稳态误差为5%,则系统的静态速度误差系数应该为 K_{ν} =20。

由此可知未校正系统的开环频率特性函数为:

$$G(j\omega) = \frac{K_{v}}{j\omega(0.5j\omega+1)} = \frac{20}{j\omega(0.5j\omega+1)}$$



(1) 判定是否需要引入合适的超前校正网络Gc(s)

$$G(j\omega) = \frac{K_{v}}{j\omega(0.5j\omega+1)} = \frac{20}{j\omega(0.5j\omega+1)}$$

$$L(\omega) = 20 \lg 20 - 20 \lg \omega - 20 \lg \sqrt{1 + (0.5\omega)^2}$$

$$= \begin{cases} 20 \lg 20 - 20 \lg \omega & \omega < 2 \\ 20 \lg 20 - 20 \lg \omega - 20 \lg (0.5\omega) & \omega \ge 2 \end{cases}$$

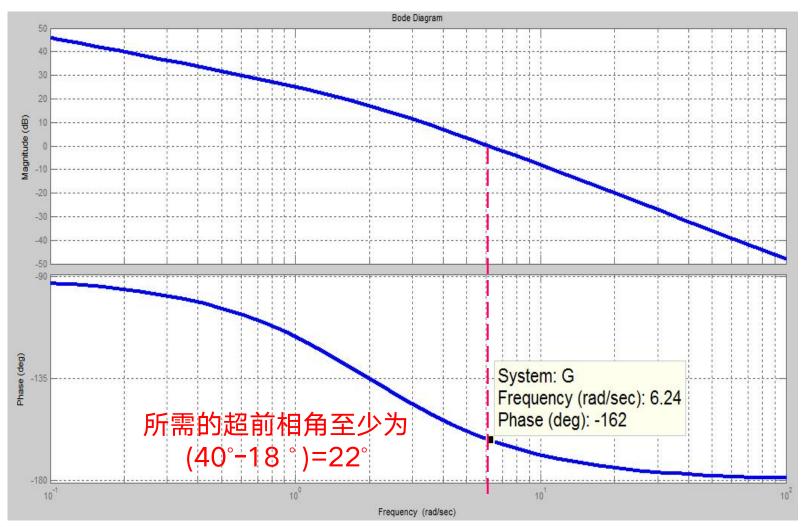
$$L(\omega) = 0$$
 $\omega_c = \sqrt{40} = 6.33 rad / s$

$$\gamma = 180^{\circ} + \varphi(\omega_c)$$

= $180^{\circ} - 90^{\circ} - \arctan(0.5\omega_c) = 18^{\circ} < 40^{\circ}$



在Bode图上判断是否需要校正:



$$\gamma = 180^{\circ} + \varphi(\omega_c)$$

= $180^{\circ} - 90^{\circ} - \arctan(0.5\omega_c) = 18^{\circ} < 40^{\circ}$

(2)计算所需的相角超前最大值 $arphi_{\mathsf{m}}$

所需的超前相角至少为(40° - 18°)= 22° ,引入超前校正网络后,穿越频率 W_c 会增大,存在一定的相位裕度损失,留 8° 的损失角,设超前相角为 φ_m = 30° 。

$$\sin \varphi_{\rm m} = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = \sin 30^\circ = 0.5$$

(3) 计算α

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1 + \sin(\varphi_m)}{1 - \sin(\varphi_m)} = 3$$



(4) 计算新的穿越频率 W_c

10lg a =4.8 dB

在G(s)的伯德图上确定与-4.8dB对应的频率,即确定新的穿越 频率 ω_c 和校正网络的最大超前角频率 ω_m 。

$$G(j\omega) = \frac{K_v}{j\omega(0.5j\omega+1)} = \frac{20}{j\omega(0.5j\omega+1)}$$

$$L(\omega) = 20 \lg 20 - 20 \lg \omega - 20 \lg \sqrt{1 + (0.5\omega)^2}$$

$$= \begin{cases} 20 \lg 20 - 20 \lg \omega & \omega < 2 \\ 20 \lg 20 - 20 \lg \omega - 20 \lg (0.5\omega) & \omega \ge 2 \end{cases}$$

$$L(\omega) = -4.8 \qquad \omega_m = \omega_c = 8.34 rad / s$$



(5) 计算极点频率 $|p| = \frac{1}{T} = \sqrt{\alpha}\omega_m$ 和零点频率 $|z| = \frac{|p|}{\alpha} = \frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}}$;

$$|p| = \frac{1}{T} = \sqrt{\alpha}\omega_m = 14.4$$

$$|z| = \frac{|p|}{\alpha} = \frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}} = 4.8$$



(6) 计算超前校正网络的系统传递函数

根据计算的超前校正网络的零极点写出系统传递函数:

$$G_c'(s) = \frac{1}{3} \frac{1 + \frac{s}{4.8}}{1 + \frac{s}{14.4}}$$

为保证接入超前校正网络后系统稳态精度不下降,必须对超前校正网络进行增益补偿,校正网络系统传递函数 $G_c(s)$ 为:

$$G_c(s) = 3G_c'(s)$$



(7)验证结果

校正后的系统传递函数G(s)为:

由前面计算已知新的穿越频率:

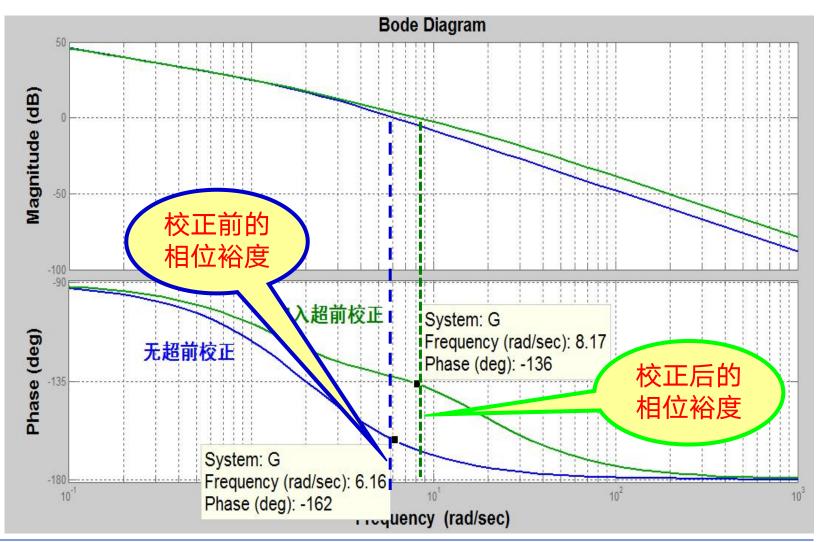
$$y = 180^{\circ} + \varphi(\omega_c)|_{\omega_c = 8.34}$$

$$= 180^{\circ} + \arctan(\frac{\omega_c}{4.8}) - 90^{\circ} - \arctan(0.5\omega_c) - \arctan(\frac{\omega_c}{14.4})$$

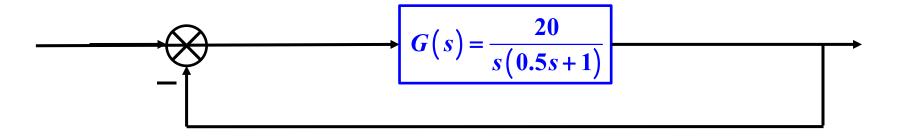
$$= 43.5^{\circ} > 40^{\circ}$$

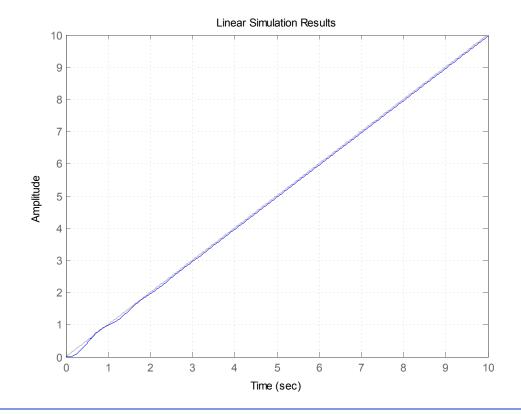


在Bode图上判断校正是否符合要求。

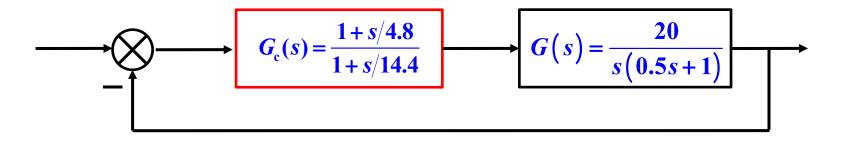


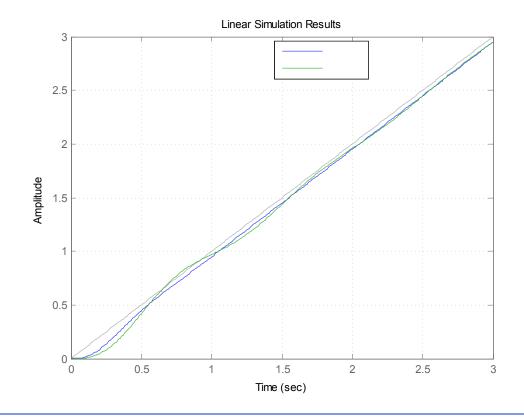












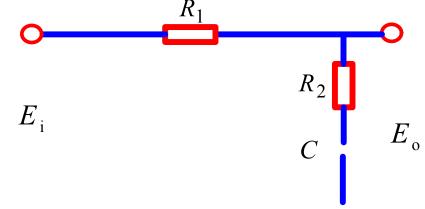


二、滞后校正网络

1.滞后校正的传递函数

$$G_c(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$$

其中,
$$T = R_2 C, \beta = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$$

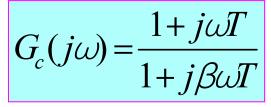


无源滞后校正网络

$$G_c(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_2 + \frac{1}{sC}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1}$$



2.滞后校正的频率特性



$$\varphi(\omega) = \arctan(T\omega) - \arctan(\beta T\omega) < 0$$

→ > 滞后校正装置在整个频率范围内都

产生相位滞后。→相位滞后校正。

最大相移点:
$$\frac{d\varphi}{d\omega} = 0$$

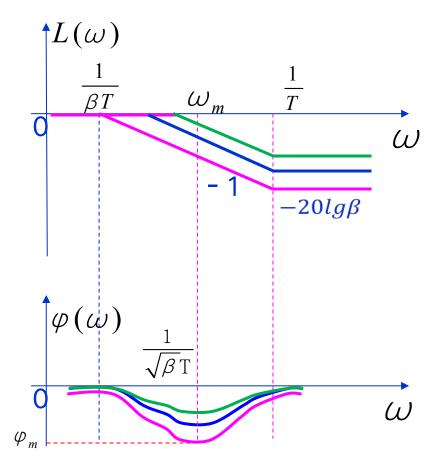
$$\Rightarrow \omega_m = \frac{1}{\sqrt{\beta}T}, \beta > 1$$

最大滯后角:
$$\varphi_m = \arcsin \frac{1-\beta}{1+\beta}$$

$$\beta = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m}$$



3. 滞后校正装置的特性



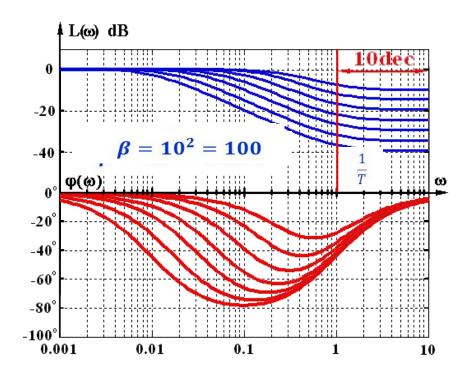
$$\varphi_m = \arcsin \frac{1 - \beta}{1 + \beta}$$

$$\beta = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m}$$

- ▶开环对数频率特性的中频部分增益↓交界频率↓稳定裕量↓
- ▶ 开环对数频率特性的 高频部分增益↓ 稳态精度↑

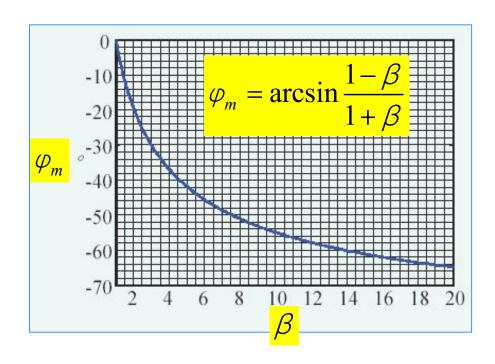


- ▶ 滞后校正装置实质上是一个低通滤波器,它对低频信号基本上无衰减作用,但能削弱高频噪声。
- > β越大,抑制噪声能力越强。





- ▶ β越大,相位滞后越严重。
- 应尽量使产生最大滞后相 角的频率ω,,远离校正后系 统的幅值穿越频率ω,,否 则会对系统的动态性能产 生不利影响。



▶通常选择β = 10, (此时φ_m=-55°)。



4.滞后校正网络的作用原理(放在低频段)

▶ 对于稳定的系统

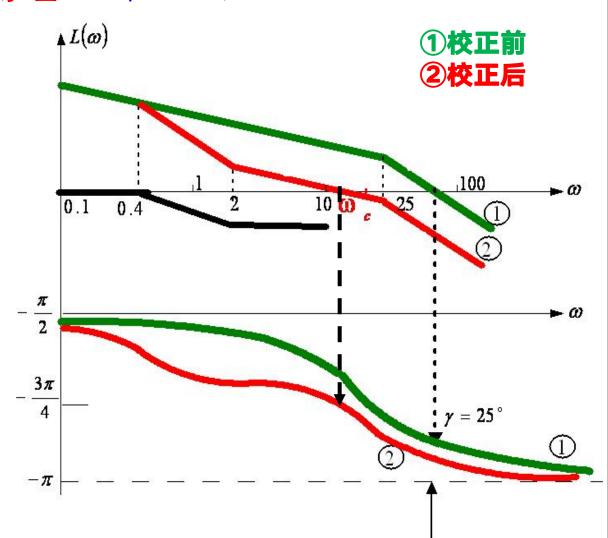
- □ 利用其高频衰减特性, 降低中、高频段增益, 提高系统的抗干扰能力;
- □ 不影响稳态准确度;
- □ 1/βT和1/T向左远离 $ω_c$, 使 $ω_c$ 附近的相位不受滞 后环节的影响。

▶对于不稳定的系统

增益降低使得ωc减小, 从而增大相角裕度, 改善稳定性。

副作用:

降低了系统的快速性。





5.用伯德图设计滞后校正网络

- (1) 根据稳态误差的设计要求,确定原系统的增益K,画出伯德图;
- (2) 计算原系统的相角裕度,如不满足要求,则进行下面的设计 步骤;
- (3) 计算能满足相角裕度设计要求的交接频率 ω_{c} '。计算期望交接频率时,考虑滞后校正网络引起的附加滞后相角。工程上该滞后相角的预留值取5°。
- (4) 配置零点 ω_z =1/ T。该零点频率一般比预期交接频率小10倍 频程;

- (5) 根据 ω_{c} '和原系统对数幅频特性曲线,确定增益衰减;
- (6)在 ω_c '处,滞后校正网络产生的增益衰减为-20 $g\beta$ 。由此确定 β 值;
- (7) 计算极点 ω_p =1/ β T = ω_z / β ;
- (8) 验证结果。



例2 二阶单位负反馈控制系统, 开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{s(0.5s+1)}$$

设计滞后校正装置,给定的设计要求为:系统的相角裕度不小于45°,系统斜坡响应的稳态误差为5%。

解:
$$G(s) = \frac{K}{s(0.5s+1)}$$
 |型系统 $K_v = \lim_{s \to 0} sG(s) = K \Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{K_v}$

由题意知系统斜坡响应的稳态误差为5%,则系统的静态速度误差系数应该为 K_{ν} =20。

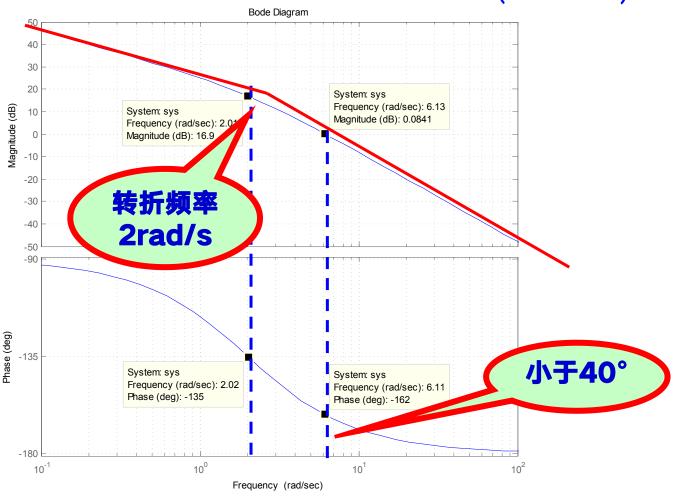
由此可知未校正系统的开环频率特性函数为:

$$G(j\omega) = \frac{K_{v}}{j\omega(0.5j\omega+1)} = \frac{20}{j\omega(0.5j\omega+1)}$$

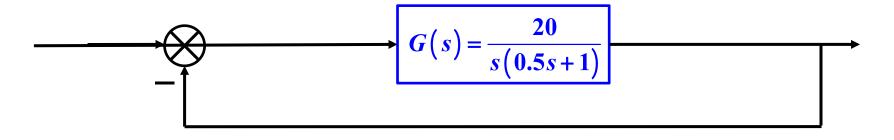


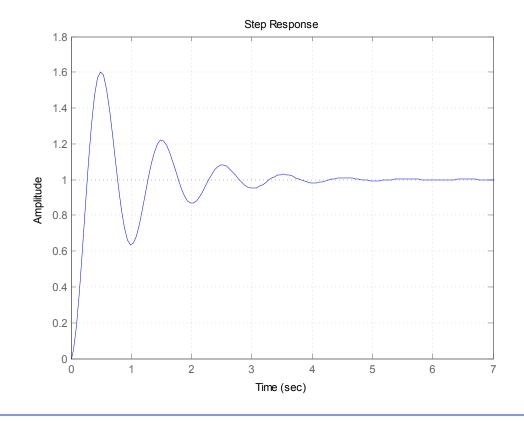
(1)(2)(3)同超前校正网络

$$G(j\omega) = \frac{20}{j\omega(0.5j\omega+1)}$$

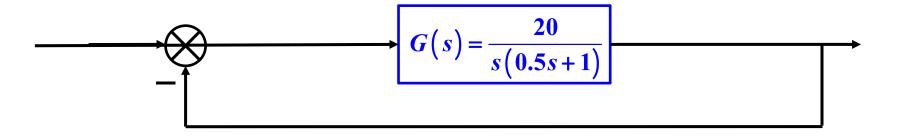


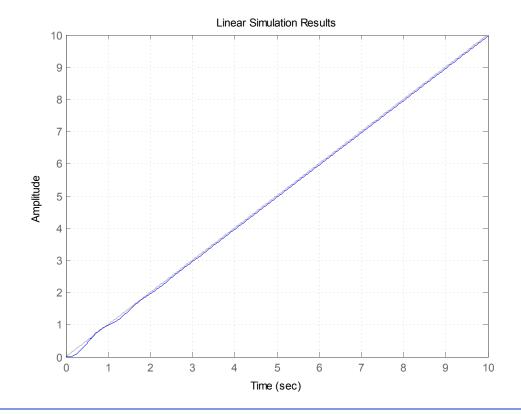














分析:由于所引入的是滞后校正(典型的如PI控制器),为避免 影响系统中频段的性能,滞后校正网络的作用在低频段引入,对 本系统即转折频率2rad/s之前。

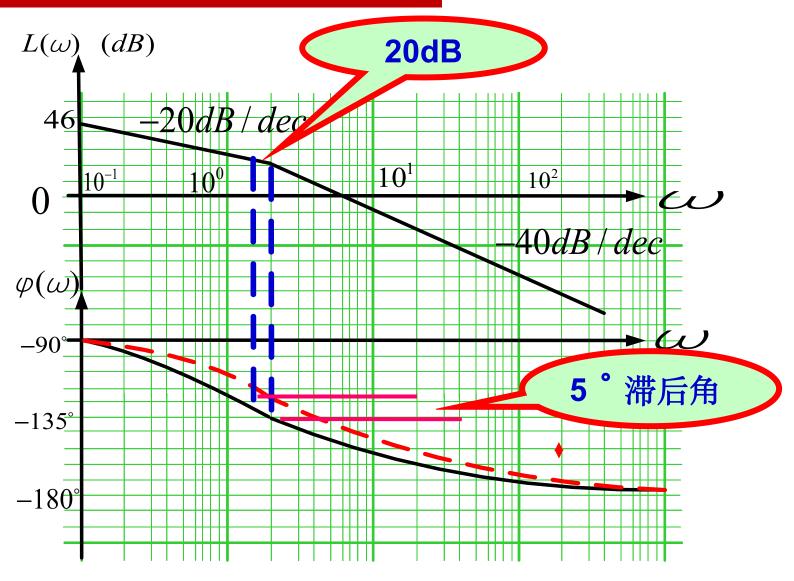
在频率 ω = 2 rad/s处,幅频20dB,相角恰好-135°,考虑5°附加相角滞后,则确定预定交接频率为相角-130°处对应的频率。

$$\varphi(\omega_c') = -90^{\circ} - \arctan(-0.5\omega_c') = -130^{\circ}$$

$$\omega_c' \approx 1.5 \text{rad} / s$$

$$L(\omega_c') = 20dB$$





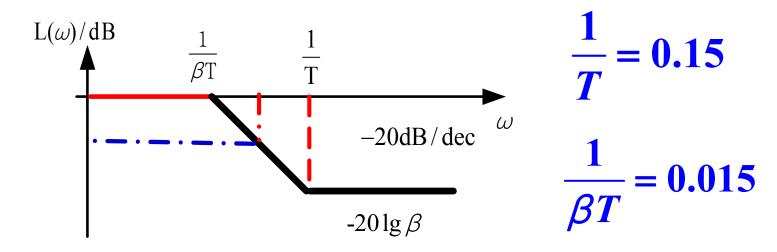


(4) 确定β

校正后预定交接频率即为新的穿越频率,而校正网络在新的穿越频率增益为 - $20lg\beta$, 即:

$$L(\omega_c) - 20 \lg \beta = 20 - 20 \lg \beta = 0 \Rightarrow \beta = 10$$

滞后校正网络的零点大于极点,一般取预定交接频率的十分之一。





(5) 计算校正网络传函

根据计算的滞后校正网络的传递函数:

$$G_c(s) = \frac{1 + \frac{s}{0.15}}{1 + \frac{s}{0.015}} = \frac{1 + 6.67s}{1 + 66.7s}$$

(7)验证结果

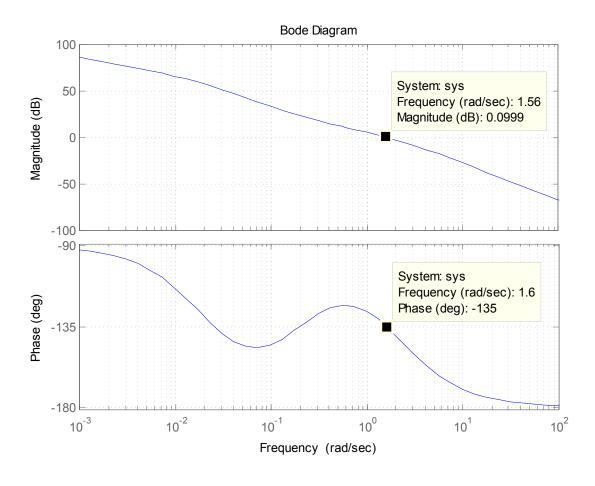
$$\gamma = 180^{\circ} + \varphi(\omega_c)|_{\omega_c = 1.5}$$

$$= 180^{\circ} + \arctan(\frac{\omega_c}{0.15}) - 90^{\circ} - \arctan(0.5\omega_c) - \arctan(\frac{\omega_c}{0.015})$$

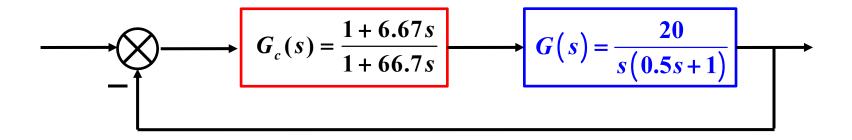
$$=48.1^{\circ} > 45^{\circ}$$

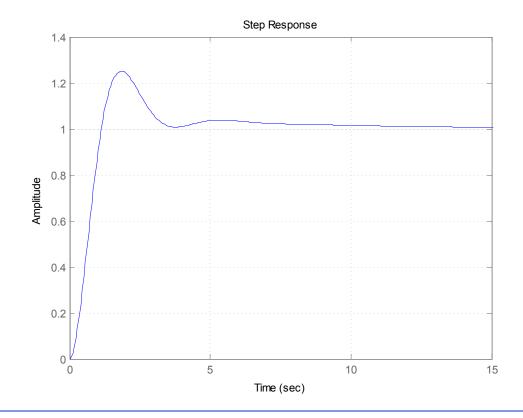


$$G(j\omega)G_c(s) = \frac{20(1+6.67s)}{j\omega(0.5j\omega+1)(1+66.7s)}$$

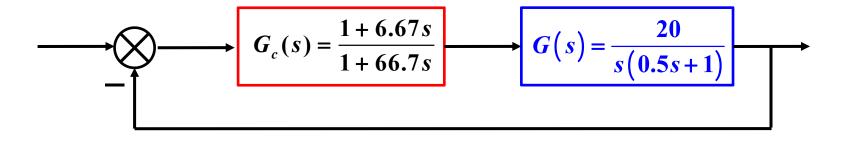


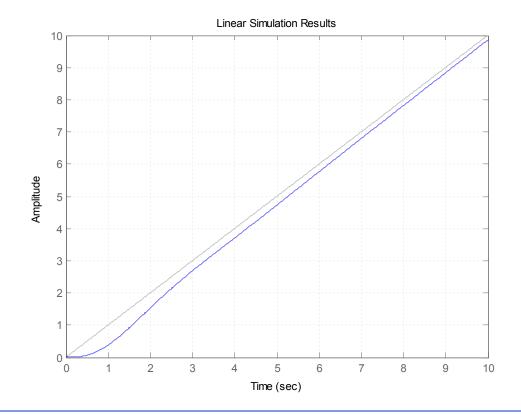




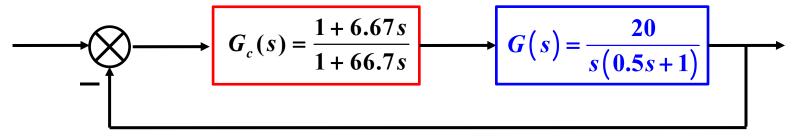


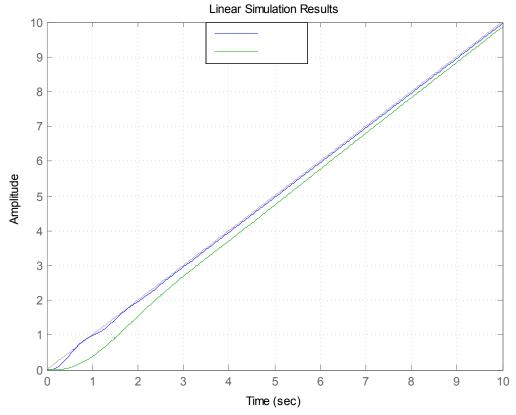






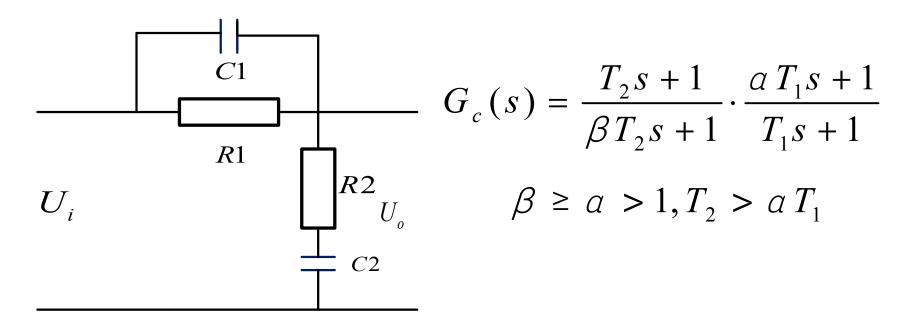








三、滞后超前校正网络

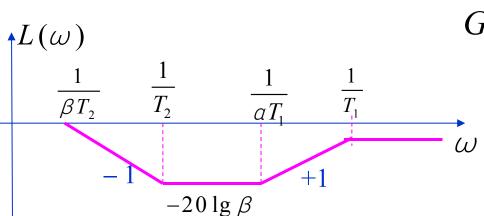


作用:

超前: 增加相角裕量, 提高系统的稳定性 (动);

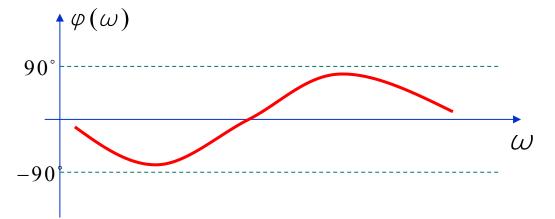
滞后: 增加中高频衰减特性, 不影响低频段幅值 (静)。





$$G_{c}(s) = \frac{T_{2}s + 1}{\beta T_{2}s + 1} \cdot \frac{\alpha T_{1}s + 1}{T_{1}s + 1}$$

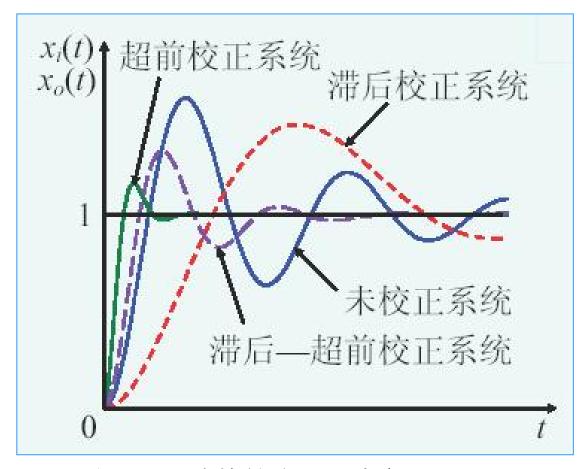
$$\beta \ge \alpha > 1, T_{2} > \alpha T_{1}$$



作用:

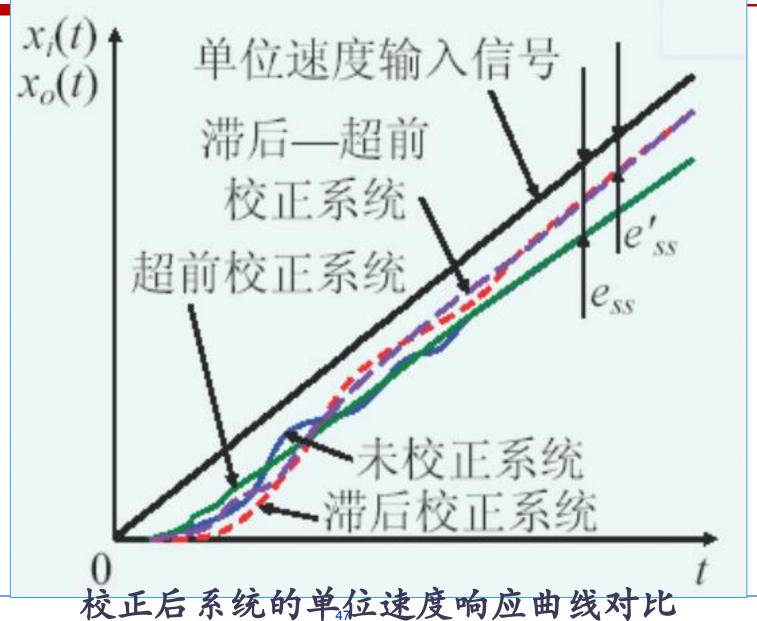
超前: 增加相角裕量,提高系统的稳定性(动);

<u>滞后</u>: 增加中高频衰减特性, 不影响低频段幅值(静)。



校正后系统的单位阶跃响应曲线对比







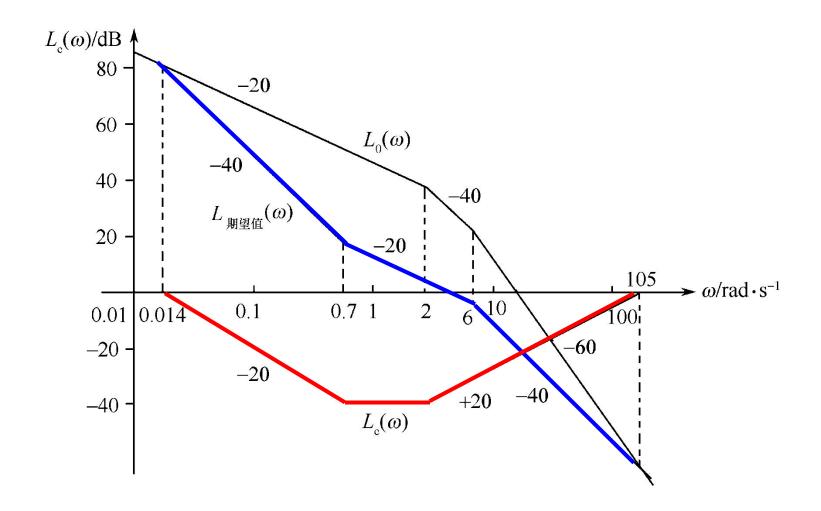
例3 设未校正系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(0.5s+1)(0.167s+1)}$$

试设计串联校正装置, 使系统满足

$$\gamma \ge 40^{\circ}$$
, $K_{v} \ge 180s^{-1}$, $3 < \omega c < 5 s^{-1}$

解 作出 $K=Kv=180 \, s^{-1}$ 时未校正系统Bode图中的对数幅频特性,如图所示。





未校正系统的开环剪切频率 $\omega c0 = 12.9 \, s^{-1}$;

对应的相角裕量 $\gamma_0 = -56.35^\circ$;

需进行串联校正,确定按期望特性来设计串联校正装置。 确定系统期望的对数幅频特性如下:

- □ **低频段**,根据稳态精度要求,开环增益不低于180与未校 正系统重合;
- **中频段**,根据 $3<\omega c<5$ s^{-1} ,及 $\gamma \ge 40^{\circ}$ 要求,选取 $\omega c=3.5$ s^{-1} 且中频段斜率为 20dB/dec ,并且具有适当宽度;



□ **连接段**,低频向中频段过渡段的斜率选择为 - 40*dB/dec*, 且第二个转折频率不易接近剪切频率,通常选择

$$\omega_2 = \frac{\omega_c}{2} \sim \frac{\omega_c}{10}$$

本例选择

$$\omega_2 = \frac{\omega_c}{5} = 0.7s^{-1}$$

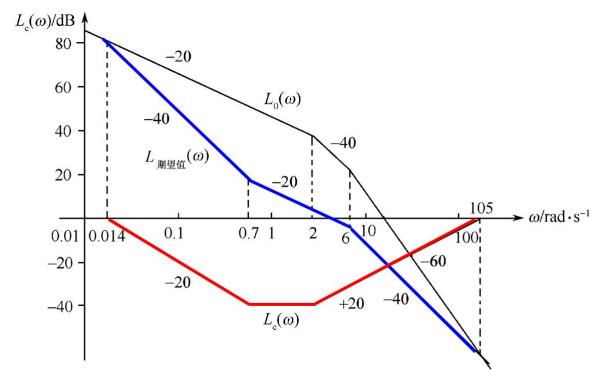
为使校正装置简单,低频段与连接段的转折频率直接选择二者的交点频率 ω 1=0.014 s-1



- □ 高频段,对高频段无过高 要求,通常高频段与未校正特性近似即可,但同时应保证中频的宽度和校正装置简单,在此选择中频向高频过渡的第一个转折频率 ω 3=6 s⁻¹,第二个转折频率为过渡段与未校正特性的交点 ω 4=105 s⁻¹。
 - □ 期望的对数幅频特性如图中 $L_{\text{III}}(\omega)$ 。
- □根据串联校正特点

$$L_c(\omega) = L_{\text{H}}(\omega) - L_0(\omega)$$





求出校正装置的的对数幅频特性,如图中 $Lc(\omega)$ 所示,由 $Lc(\omega)$ 写出校正装置的传递函数

$$G_c(s) = \frac{(1.43s+1)(0.5s+1)}{(71.4s+1)(0.0095s+1)}$$



检验校正后系统的相角裕量

$$\gamma = 180^{\circ} - 90^{\circ} + \arctan 1.43\omega_{c} - \arctan 71.4\omega_{c}$$
$$-\arctan 0.167\omega_{c} - \arctan 0.0095\omega_{c}$$

$$=46.8^{\circ}$$

满足性能指标要求。



例4 待校正系统开环传递函数为

$$G_o(s) = \frac{K_v}{s\left(\frac{1}{6}s + 1\right)\left(\frac{1}{2}s + 1\right)}$$

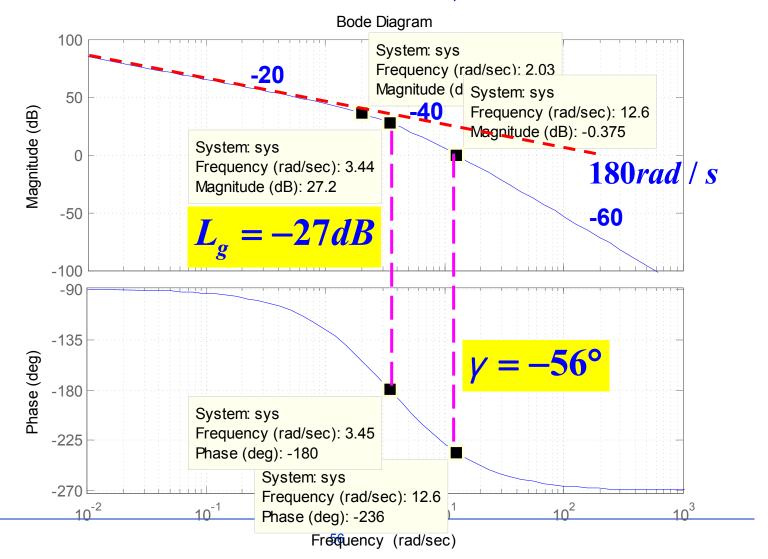
设计滞后校正装置, 给定的设计要求为:

- (1) 在最大指令速度为180°/s时,位置滞后误差不超过1°。
- (2) 系统的相角裕度不小于45°±3°;
- (3) 幅值裕度不低于10dB;
- (4) 动态调节时间不超过3s。



自动控制原理

解:由题意,确定开环增益: $K = K_v = 180s^{-1}$





详细过程见胡寿松教材P253



Thank You!