

# 第8章 天线阵

## 8.1 天线阵

## 8.2 均匀直线式天线阵

## 8.3 均匀直线式天线阵特性

## 8.4 非均匀激励等间距线阵

## 8.5 地面对天线方向图的影响

# 天线阵

为了增强天线的方向性，提高天线的增益或方向性系数，或者为了得到所需要的辐射特性，我们可采用天线阵以形成阵列天线。**天线阵**是由多个单元天线按一定方式排列在一起而构成的。组成阵列天线的独立单元称为天线单元或**阵元**。



<https://zhuanlan.zhihu.com/p/539678205>

<https://baijiahao.baidu.com/s?id=1709618410882013607&wfr=spider&for=pc>

# 天线阵

阵列中的天线单元通常是相同类型、相同尺寸的天线。如多个半波对称振子天线构成的阵列，称为半波振子阵列天线。此外还有微带天线阵、波导缝隙阵等。



若天线单元排列在一条直线上或一个平面内，则称为直线阵或平面阵。实用中，天线单元配置在飞机、导弹、卫星等实体的表面上，形成共形阵。

## 8.1 天线阵

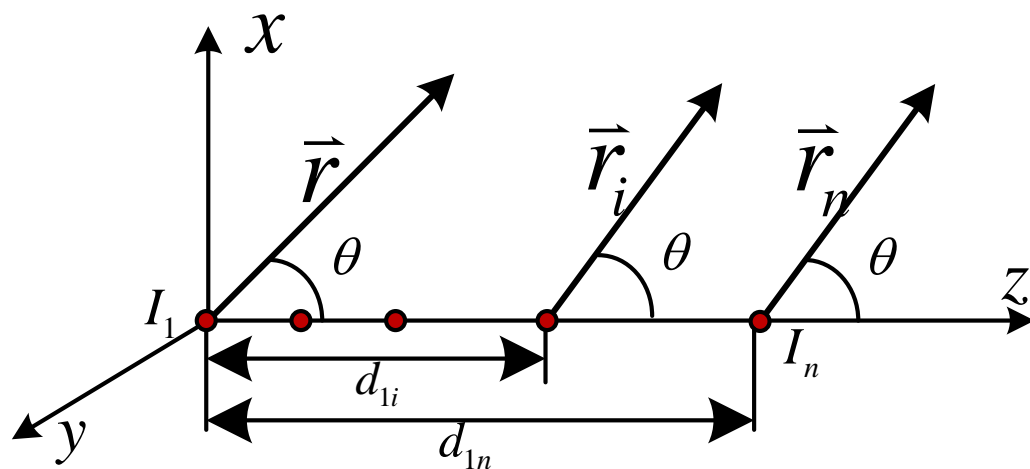
天线阵的方向性理论分两方面：

- 1.由已知天线元的排列方式、天线元的个数、单元间距和各天线单元的电流分布规律（幅度和相位），分析天线阵的辐射方向图或者方向性。
- 2.根据预定的天线方向图，寻求能够形成该方向图的天线阵的各参数的过程，也称为天线阵的方向图综合。

## 天线阵的叠加定理:

天线阵是由许多辐射单元组成的，天线阵在空间某场点产生的场是各个辐射单元产生的场的叠加。

若阵列沿着 $z$ 轴共轴排列，有 $n$ 个单元，各单元到第一个单元中心的距离为  $d_{11}, d_{12}, \dots, d_{1n}$ ，各单元激励的电流依次为  $I_1, I_2, \dots, I_n$ ，如图所示。



$$E = \sum_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n j \frac{60 I_i e^{-jk r_i}}{r_i} f_i(\theta, \phi) = j \frac{60 I_1 e^{-jk r_1}}{r} f_1(\theta, \phi) \sum_{i=1}^n \frac{I_i}{I_1} e^{jk(r_1 - r_i)}$$

作远场近似：对幅度  $1 / r_i \approx 1 / r$

对相位  $r_1 = r_i + \hat{r}_i \bullet \hat{z} d_{1i} = r_i + d_{1i} \cos \theta$

并设  $I_i / I_1 = m_{1i} e^{-j\alpha_{1i}}$

$m_{1i}$  和  $\alpha_{1i}$  为第*i*个单元与第一个天线元电流的幅度比与相位差。  
(可以是天线阵中的任意一个单位作为基准单元)

$$E = \sum_{i=1}^n E_i = j \frac{60 I_1 e^{-jkr}}{r} f_1(\theta, \phi) \sum_{i=1}^n m_{1i} e^{j(kd_{1i} \cos \theta - \alpha_{1i})}$$

天线阵的方向图函数:

$$f_T(\theta, \varphi) = f_1(\theta, \phi) \sum_{i=1}^n m_{1i} e^{j(kd_{1i} \cos \theta - \alpha_{1i})}$$

$$|f_T(\theta, \varphi)| = |f_1(\theta, \phi)| \bullet |f_a(\theta, \phi)|$$

$$f_a(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^n m_{1i} e^{j(kd_{1i} \cos \theta - \alpha_{1i})}$$

$f_1(\theta, \varphi)$ 和 $f_a(\theta, \varphi)$  分别称为天线单元的方向图函数和天线阵的阵因子。

**天线阵的方向图乘积定理:** 由相同单元天线组成的天线阵的方向图函数等于单元方向图函数与阵因子的乘积。

对称振子组成的二元阵，排列方式通常有两种，如下图所示。  
组成二元阵的对称振子单元一般为半波振子。

## 1、共轴排列情况

总场方向图函数为

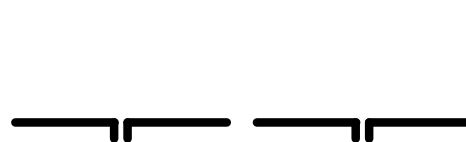
$$f_T(\theta, \varphi) = f_0(\theta, \varphi) f_a(\theta, \varphi)$$

半波振子单元方向图函数为

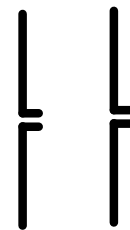
$$f_0(\theta, \varphi) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta}$$

二元阵阵因子为

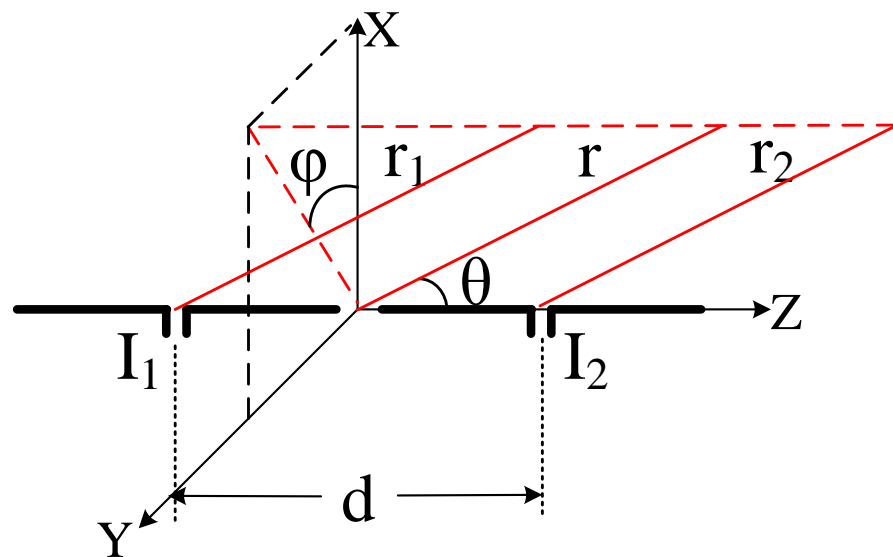
$$f_a(\theta, \varphi) = 2 \cos(\frac{kd}{2} \cos \theta - \frac{\alpha}{2})$$



(a)共轴排列



(b)平行排列



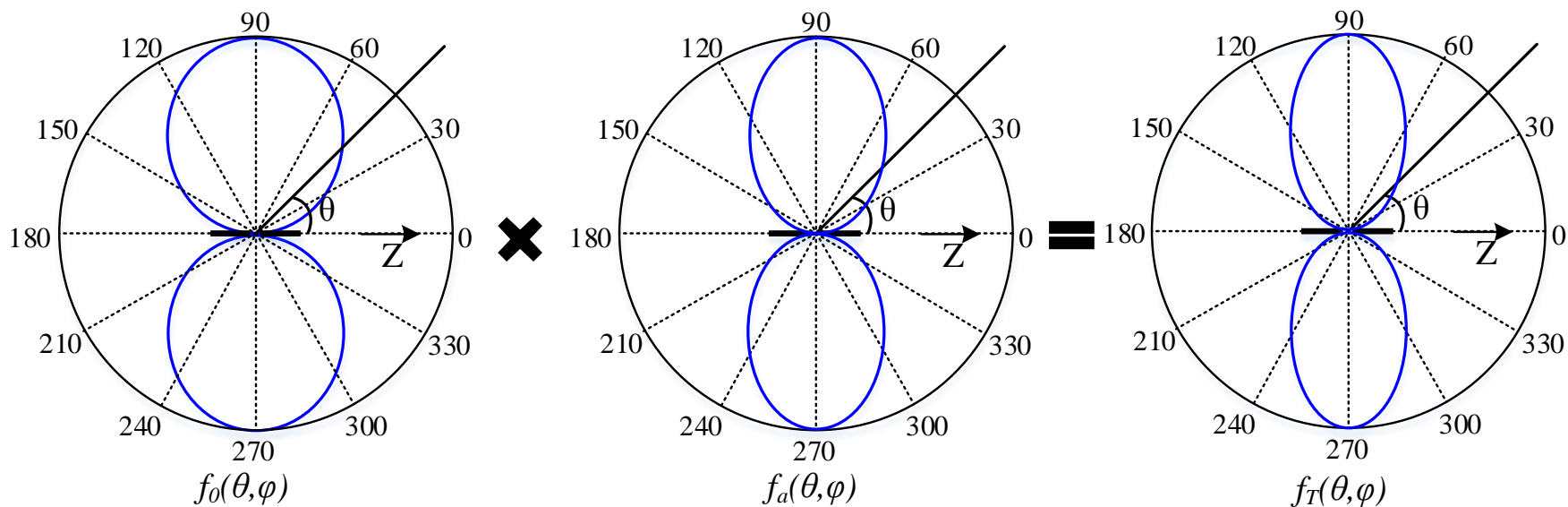


**【例】** 在单元间距分别为 $d=\lambda/2$ 和 $d=\lambda$ 的情况下，由方向图相乘原理画出共轴排列的等幅同相半波振子二元阵的**E面**和**H面**方向图。

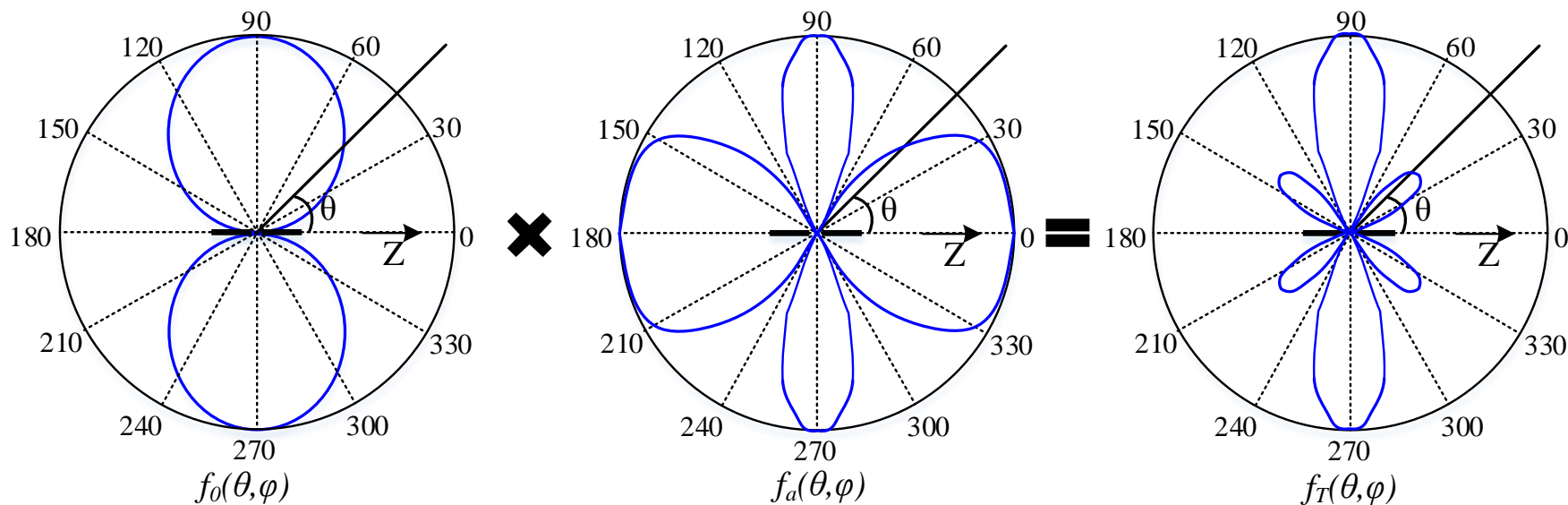
解: (1) $d=\lambda/2, \alpha=0$ 时，阵因子函数为

$f_a(\theta)=2\cos(\pi\cos\theta/2)$ ，其方向图为 ‘8’字形，

半波振子方向图也是 ‘8’字形。因此两个方向图相乘，得二元阵的E面方向图如下图所示：



(2)  $d=\lambda$ ,  $\alpha=0$ 时, 阵因子函数为 $f_a(\theta)=2\cos(\pi\cos\theta)$ , 其方向图为两个正交‘8’字形成的花瓣形状。因此与半波振子单元方向图相乘, 得二元阵的E面方向图如下图所示:



这两种情况的H面总场方向图函数均为下式表示, 其方向图为一个圆。

$$f_H(\theta, \varphi) = f_T(\theta, \varphi) |_{\theta=\pi/2} = 2$$

## 2、并排排列情况

此时的二元阵如下图所示，并建立坐标系。

二元阵总场方向图函数为

$$f_T(\theta, \varphi) = f_0(\theta, \varphi) f_a(\theta, \varphi)$$

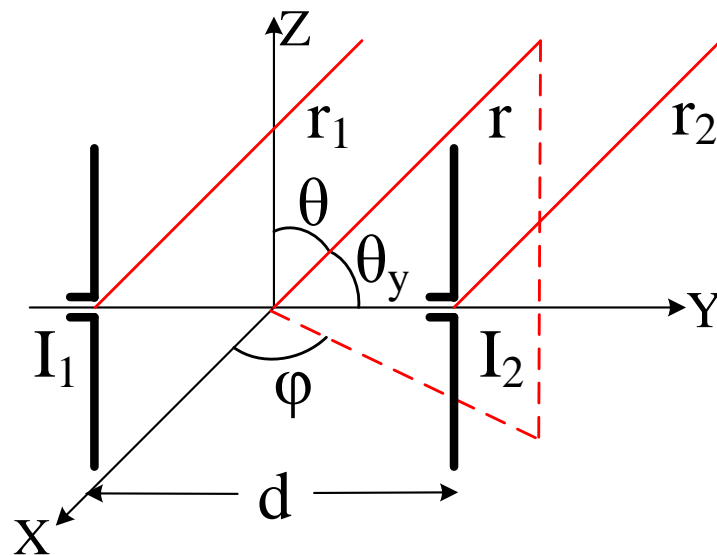
半波振子单元方向图函数为

$$f_0(\theta, \varphi) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta}$$

二元阵阵因子为

$$f_a(\theta, \varphi) = 2 \cos(\frac{kd}{2} \cos \theta_y - \frac{\alpha}{2})$$

式中， $\theta_y$ 为阵轴(y轴)与 $r$ 的夹角



$$\cos \theta_y = \frac{\hat{r} \cdot \hat{y}}{|\hat{r}| \cdot |\hat{y}|} = \sin \theta \sin \varphi$$

共轴排列二元阵的总场方向图是关于 $z$ 轴旋转对称的。而并排排列的二元阵方向图不再关于 $z$ 轴旋转对称。我们可用**E面**和**H面**来描述总场方向图。

**【例】** 设半波振子二元阵的间距为 $d=\lambda/4$ ，馈电相位差为 $\alpha=\pi/2$ 。由方向图相乘原理画出并排排列二元阵E面和H面方向图。

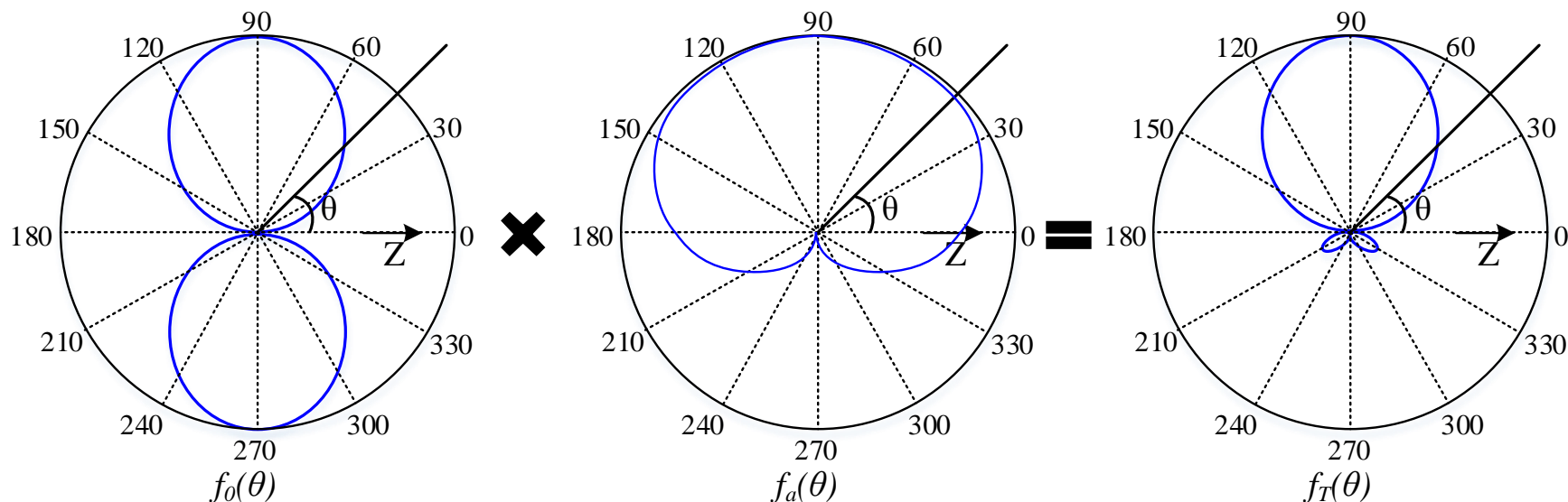
解：这个二元阵的阵因子方向图为中心形，最大值方向为正 $y$ 轴方向。其E面为 $yz$ 平面。

(1) E面( $yz$ 面,  $\phi=\pi/2$ )方向图

单元方向图函数为 
$$f_0(\theta) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta}$$

心脏形阵因子为 
$$f_a(\theta) = 2 \cos\left[\frac{\pi}{4} (\sin \theta - 1)\right]$$

由方向图相乘原理可绘出其E面方向图如下图所示。

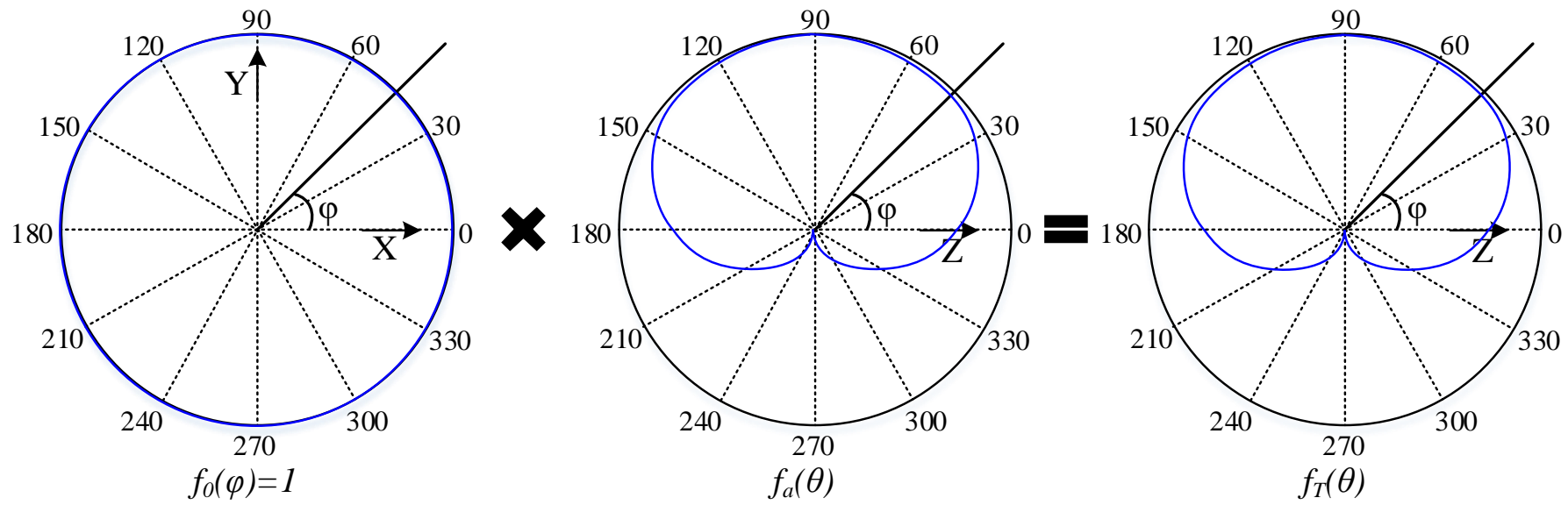


## (2) H面(xy面, $\theta = \pi/2$ )方向图

单元方向图函数为  $f_0(\varphi) = 1$

心脏形阵因子为  $f_a(\varphi) = 2 \cos\left[\frac{\pi}{4}(\sin \varphi - 1)\right]$

由方向图相乘原理可绘出其H面方向图如下图所示。



## 8.2 均匀直线式天线阵

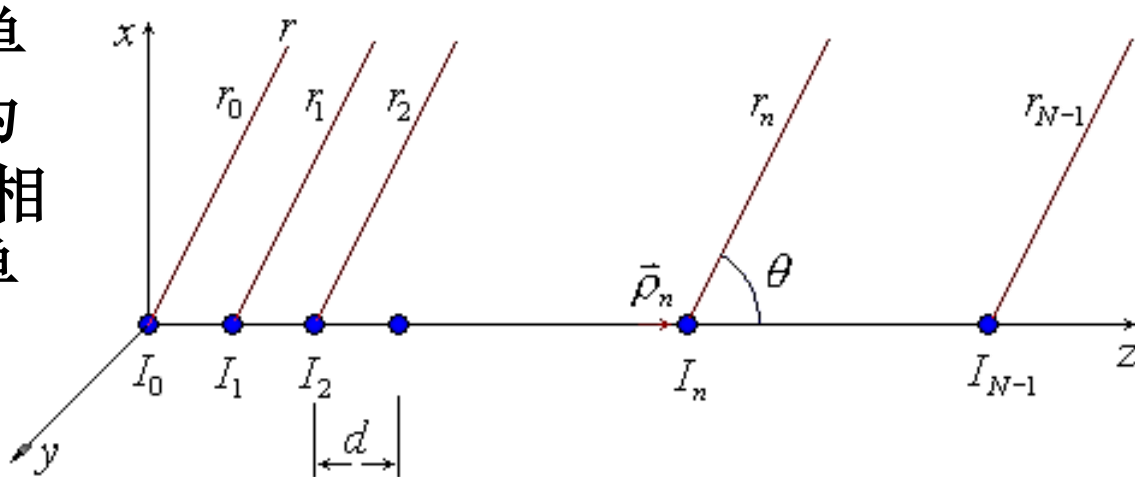
指多个单元天线等间距排列在一条直线上，各单元的馈电幅度相等，相位均匀递变(递增或递减)。

设有一个 $N$ 单元均匀直线阵，单元间距为 $d$ ，如下图所示。第 $n$ 个单元到远区某点的距离为 $r_n$ ，激励电流为

$$I_n = I_0 e^{-jn\alpha}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (8-1)$$

式中， $I_0$ 为第一个单元的激励电流， $\alpha$ 为相邻两单元的激励相位差。图中第 $n$ 个单元的位置矢量为

$$\vec{\rho}_n = \hat{z}nd$$



对于远区，可认为各单元到某点的射线是平行的，第 $n$ 个单元相对于第一个单元的波程差为：

$$r - r_n = \hat{r} \cdot \vec{\rho}_n = nd \cos \theta$$

第 $n$ 个单元(任意形式)天线的远区辐射场可写作

$$E_n = \frac{C}{r_n} I_n e^{-j\beta r_n}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (8-2)$$

总场为

$$\begin{aligned} E_T &= \sum_{n=0}^{N-1} E_n = \frac{C}{r_0} I_0 e^{-j\beta r_0} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{I_n}{I_0} e^{-j\beta(r_n - r)} \\ &= E_0 \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn(\beta d \cos \theta - \alpha)} = E_0 \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\psi} = E_0 f_a(\psi) \end{aligned} \quad (8-3)$$

阵因子为

$$f_a(\psi) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\psi} = 1 + e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \dots + e^{jn\psi} + \dots + e^{j(N-1)\psi} \quad (8-4)$$



辐射场的相位差： $\psi = \beta d \cos \theta - \alpha$

由式(8-4)等号两边同乘以 $e^{j\psi}$ ，得

$$f_a(\psi)e^{j\psi} = e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \dots + e^{jn\psi} + \dots + e^{j(N-1)\psi} + e^{jN\psi} \quad (8-5)$$

由式(8-5)与(8-4)相减得：

$$f_a(\psi)(e^{j\psi} - 1) = e^{jN\psi} - 1$$

则

$$\begin{aligned} f_a(\psi) &= \frac{e^{jN\psi} - 1}{e^{j\psi} - 1} = \frac{e^{jN\psi/2}}{e^{j\psi/2}} \cdot \frac{e^{jN\psi/2} - e^{-jN\psi/2}}{e^{j\psi/2} - e^{-j\psi/2}} \\ &= e^{j(N-1)\psi/2} \frac{\sin(N\psi/2)}{\sin(\psi/2)} \end{aligned}$$

辐射场一般是取模值，因此略去上式相位因子得

$$|f_a(\psi)| = \left| \frac{\sin(N\psi / 2)}{\sin(\psi / 2)} \right| \quad (8-6)$$

阵因子最大值 $f_{\text{amax}}$ 出现在 $\psi=0$ 处，有

$$f_{a\text{max}} = \lim_{\psi \rightarrow 0} \frac{\sin(N\psi / 2)}{\sin(\psi / 2)} = N \quad (8-7)$$

归一化阵因子为

$$F(\psi) = \frac{\sin(N\psi / 2)}{N \sin(\psi / 2)} = \frac{\sin[\frac{N}{2}(\beta d \cos \theta - \alpha)]}{N \sin[\frac{1}{2}(\beta d \cos \theta - \alpha)]} \quad (8-8)$$

由阵因子最大值条件： $\psi=\beta d \cos \theta_m - \alpha = 0$ ，可得

$$\cos \theta_m = \frac{\alpha}{\beta d} \quad (8-9)$$

此式说明：均匀直线阵的阵因子最大辐射方向 $\theta_m$ 与单元间距 $d$ 、相邻单元之间的馈电相位差 $\alpha$ 和工作频率(或波长)有关。若 $\beta d$ 不变，改变 $\alpha$ ，可改变阵列辐射波束的指向，从而实现波束的电扫描，这就是相控阵波束扫描的基本原理。

由式(8-9)解出 $\alpha = \beta d \cos \theta_m$ ，代入式(8-8)得

$$F(\theta) = \frac{\sin\left[\frac{N\beta d}{2}(\cos \theta - \cos \theta_m)\right]}{N \sin\left[\frac{\beta d}{2}(\cos \theta - \cos \theta_m)\right]} \quad (8-10)$$

根据波束指向不同，均匀直线阵可分为侧射阵、端射阵和相控扫描阵三种情况。

# 1、边射式（侧射阵）天线阵

指最大辐射方向为阵轴侧向的直线阵。此时 $\alpha=0$ ， $\cos\theta_m=0$ ，归一化阵因子变为

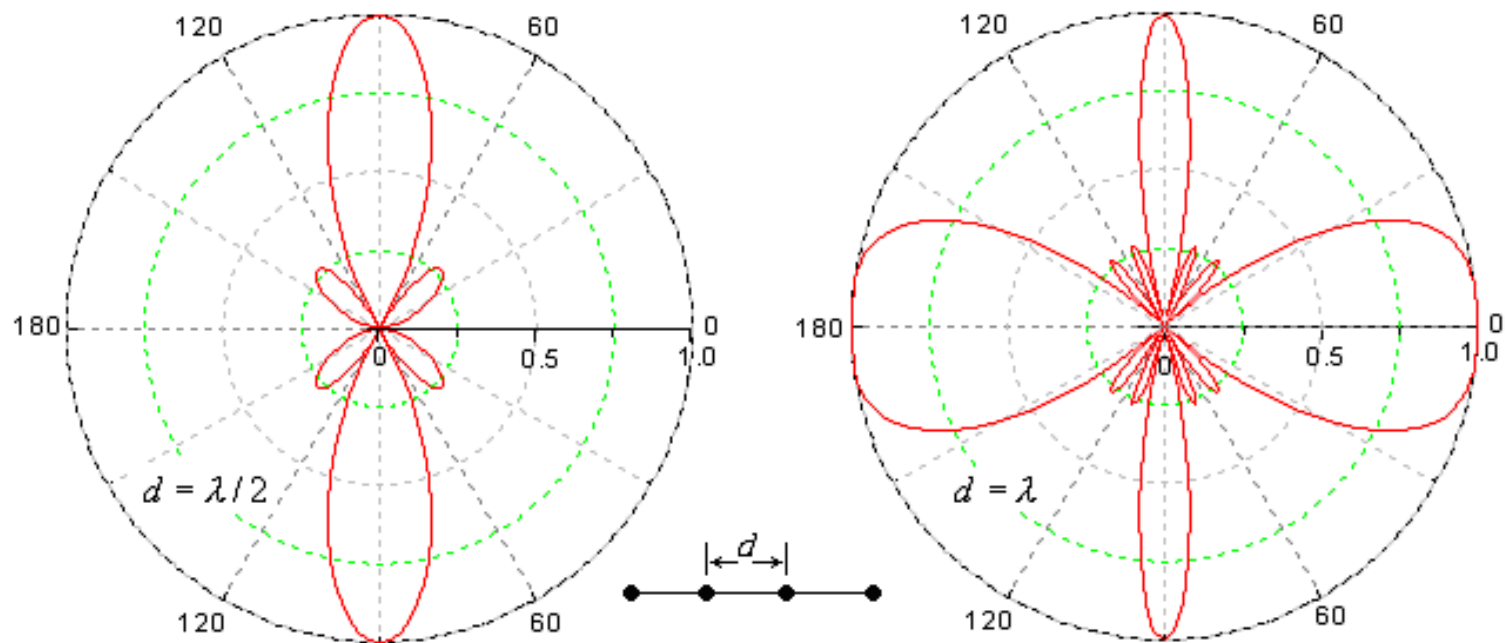
$$F(\theta) = \frac{\sin(\frac{N\beta d}{2} \cos \theta)}{N \sin(\frac{\beta d}{2} \cos \theta)}, \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

最大辐射方向对应的角度为

$$\theta_m = (2m+1)\frac{\pi}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

在 $[0, \pi]$ 范围内， $\theta_m=\pi/2$ 。阵列的最大辐射方向正好在天线阵轴的两侧，所以称为侧射阵。

可画出间距为 $d=\lambda/2$ 和 $d=\lambda$ 时的四元侧射阵( $N=4$ )的阵因子方向图如下图所示。

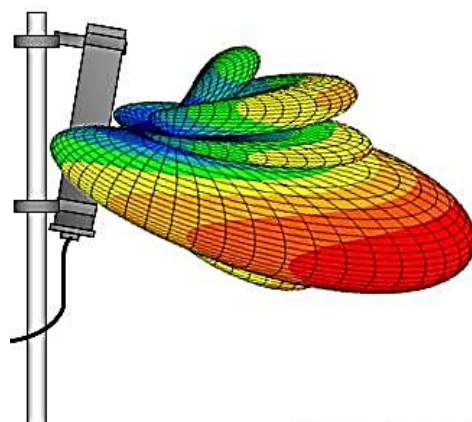


不同间距的四元侧射阵归一化方向图

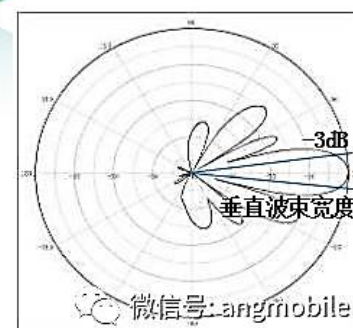
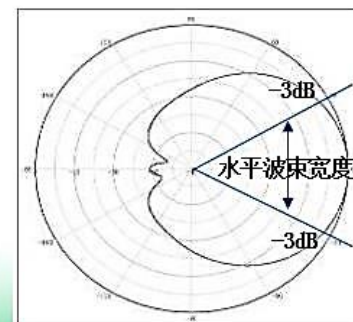
■ 当 $d=\lambda/2$ 时，在阵轴侧向出现最大值，而在阵轴方向辐射场为零。若单元数增加，方向图主瓣将变窄，副瓣数将增加。方向图是关于阵轴旋转对称的。

■ 当 $d=\lambda$ 时，将出现多个主瓣，多余的主瓣称为栅瓣。通常不希望栅瓣出现。因此，侧射阵的单元间距应满足 $d<\lambda$ 。

## 边射阵应用：



天线3D方向图  
(颜色由红至蓝表示了辐射能力由强至弱)



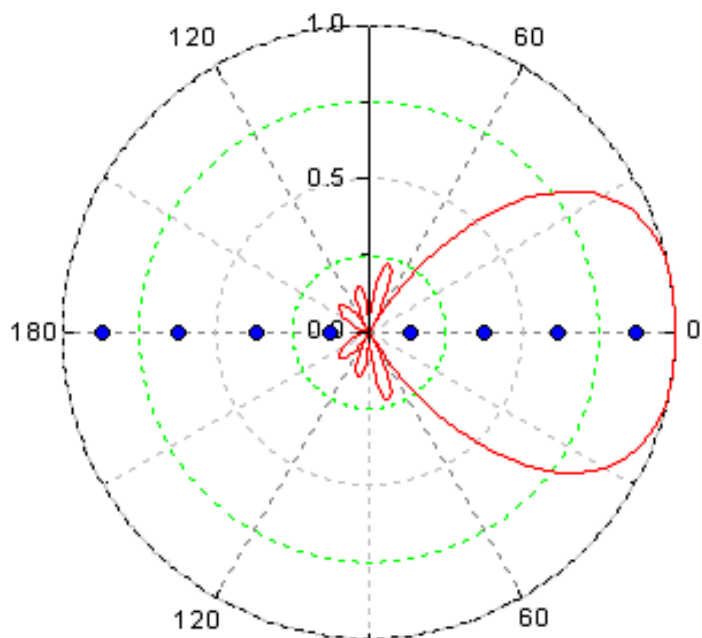
微信号: angmobile

## 2、端射式天线阵

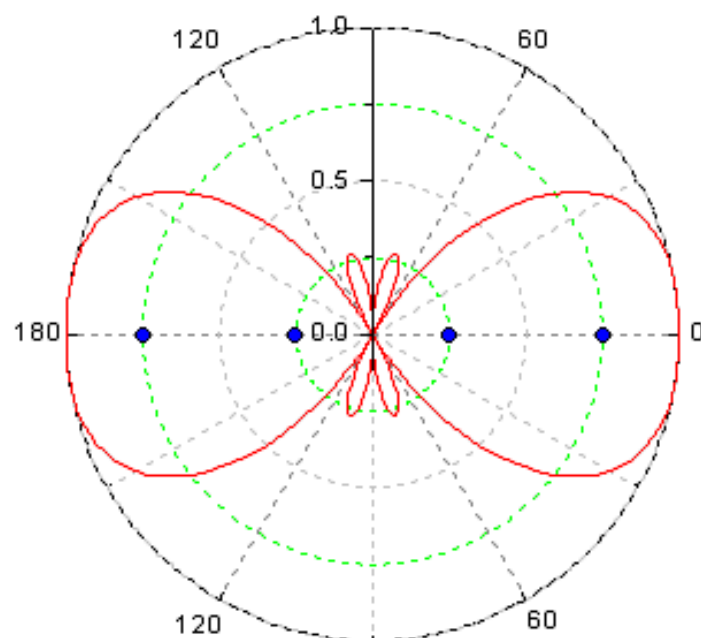
指最大辐射方向为阵轴方向的直线阵。当 $\alpha = \pm \beta d$ 时,  $\cos \theta_m = \pm 1$ , 得 $\theta_m = 0$ 或 $\pi$ 。此时归一化阵因子变为

$$F(\theta) = \frac{\sin\left[\frac{N\beta d}{2}(1 \pm \cos \theta)\right]}{N \sin\left[\frac{\beta d}{2}(1 \pm \cos \theta)\right]}$$

若上式中取‘-’号, 可画出间距为 $d = \lambda/4$ 的八元端射阵, 和间距为 $d = \lambda/2$ 时的四元端射阵方向图, 如下图所示。



间距为  $d = \lambda/4$  的八元阵



间距为  $d = \lambda/2$  的四元阵

■ 当  $d = \lambda/4$  时，端射阵方向图只有一个指向阵轴方向的主瓣。当  $d = \lambda/2$  时，端射阵方向图在阵轴的两个方向均出现最大值，说明出现了栅瓣。为了抑制栅瓣的出现，其间距应满足  $d < \lambda/2$ 。端射阵方向图也是关于阵轴旋转对称的，且当单元数增加时，方向图主瓣将变窄，副瓣数将增加。



端射阵应用：

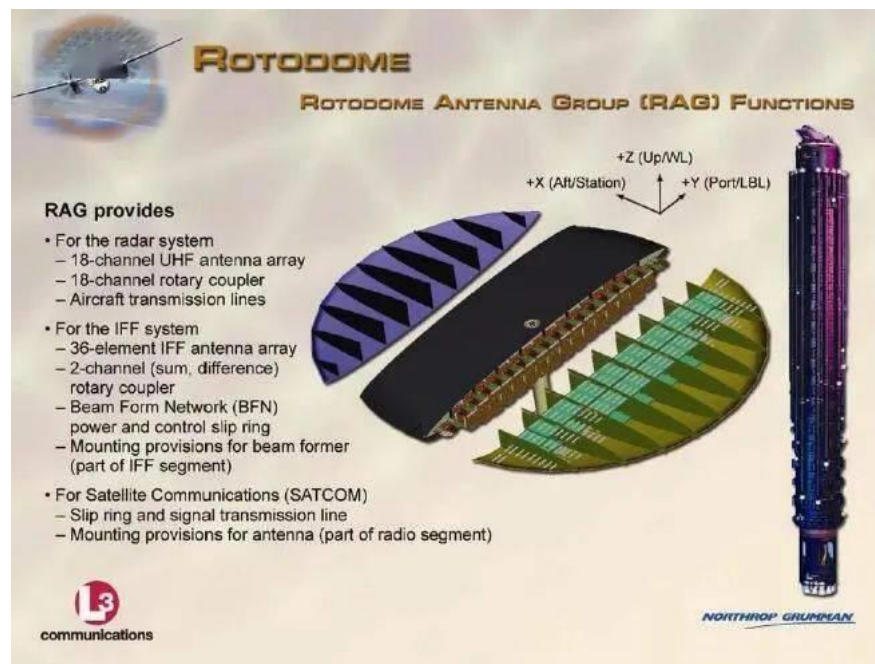


**E-2D“高级鹰眼”** 预警机是美国海军的一种新型预警机，该型预警机是在**E-2C“鹰眼2000”**预警机基础上改进而来。



<https://zhuatlan.zhihu.com/p/470114036>

## 端射阵应用：



**AN/APY-9**雷达采用了机械扫描和电子扫描共同工作的体制，大大提高了对小型高机动目标的探测跟踪能力，增强了在濒海地区、陆地上空和电子干扰环境中的探测威力，而且最具特点的是，**AN/APY-9**雷达还特别强化了对隐身战机的探测能力，主要基于三方面技术特点：一是采用了低频**UHF**波段，二是采用有源相控阵体制，三是具有多传感器融合能力。

### 3、相控扫描阵

相控阵在快速跟踪雷达、测向等领域中得到广泛的应用，它可以使主瓣指向随着通信的需要而不断调整。相控阵为主瓣最大值方向或方向图形状主要由单元激励电流的相对相位来控制的天线阵。

$$\psi = \beta d (\cos \theta - \cos \theta_m)$$

$$F(\theta) = \frac{\sin\left[\frac{N\beta d}{2}(\cos \theta - \cos \theta_m)\right]}{N \sin\left[\frac{\beta d}{2}(\cos \theta - \cos \theta_m)\right]}$$

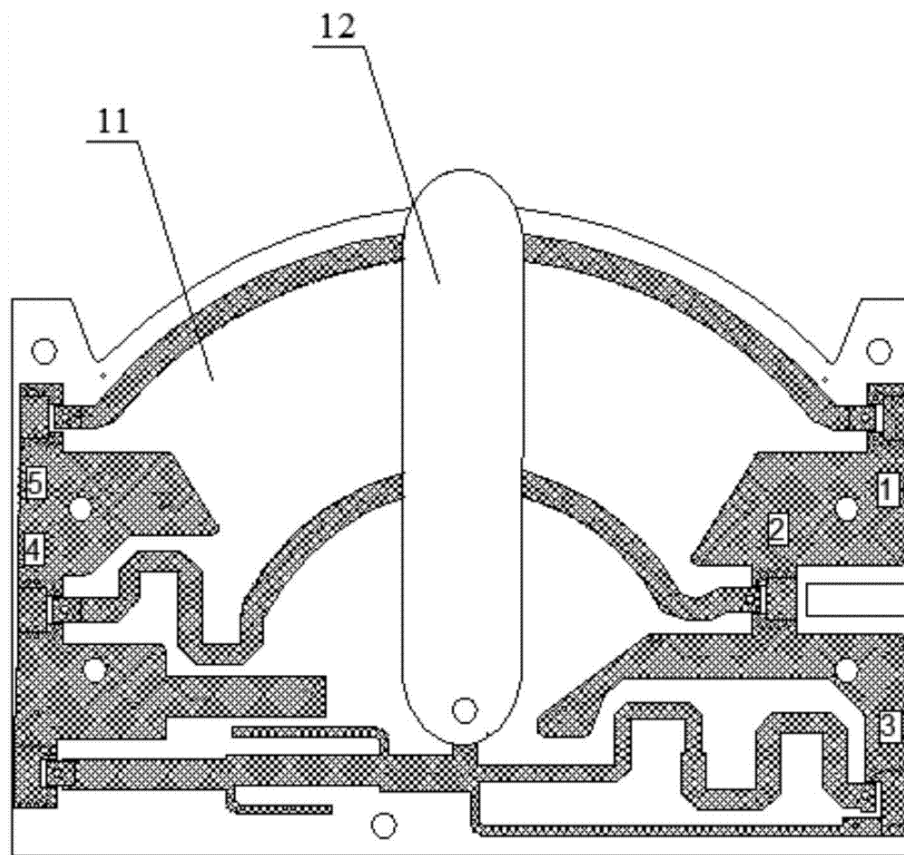
如何控制相位？



无源天线

## 如何控制相位？

无源天线相位控制：



如何控制相位？

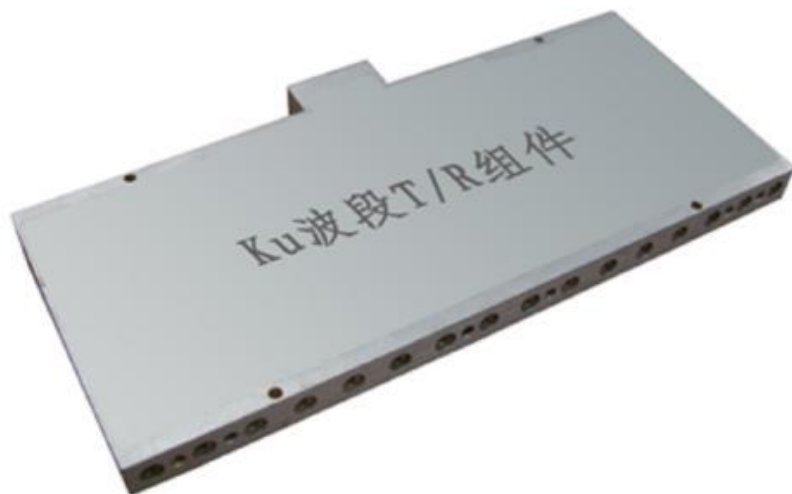


有源天线



## 如何控制相位？

有源天线相位控制：



[无源、有源相控阵雷达视频](#)

## 8.3 均匀直线式天线阵特性

等间距为 $d$ 的 $N$ 单元直线阵如下图所示。在前一节中对均匀直线式天线阵作过简单介绍，得到了 $N$ 元均匀直线阵的阵因子为

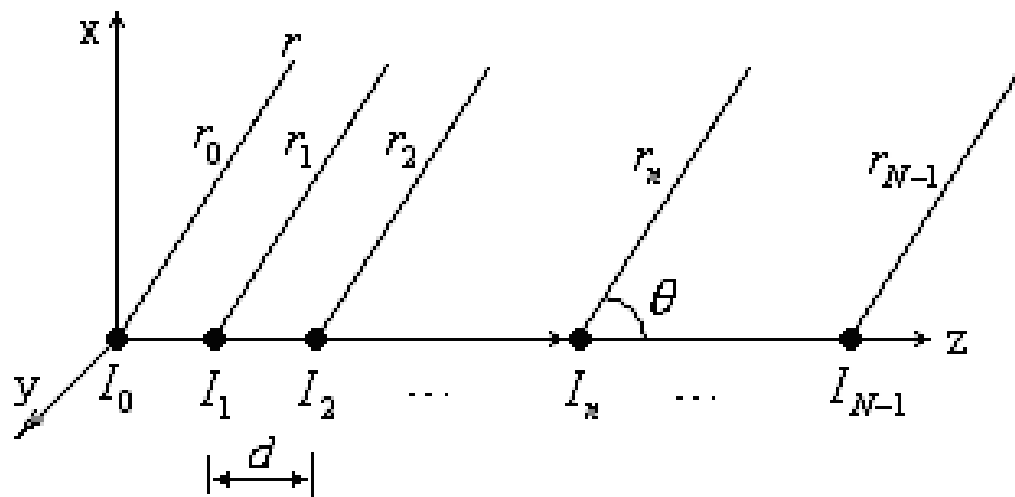
$$f(\psi) = \frac{\sin(N\psi/2)}{\sin(\psi/2)}, \quad \psi = \beta d \cos \theta - \alpha$$

式中， $\theta$ 为阵轴与射线之间的夹角； $\alpha$ 为相邻单元之间的馈电相位差。

其最大值条件为

$$\psi|_{\theta=\theta_m} = \beta d \cos \theta_m - \alpha = 0$$

$$\text{得} \quad \alpha = \beta d \cos \theta_m$$



等间距为 $d$ 的 $N$ 单元均匀直线阵



可得  $\psi = \beta d (\cos \theta - \cos \theta_m)$

最大值为  $f_{\max} = N$

归一化阵因子为  $F(\psi) = \frac{\sin(N\psi / 2)}{N \sin(\psi / 2)}$

以上是前面介绍过的内容。下面对均匀直线阵作进一步介绍。

## 1、可见区与非可见区、最大值方向、栅瓣及其抑制条件

### (1) 可见区与非可见区

从数学上看，阵因子 $F(\psi)$ 是在范围 $-\infty < \psi < \infty$ 内的周期函数，实际上 $\theta$ 的变化范围为 $0 \leq \theta \leq \pi$ ，由 $\psi = \beta d \cos \theta - \alpha$ 可得对应的实际范围为

$$-(\beta d + \alpha) \leq \psi \leq \beta d - \alpha$$

该范围为可见区，范围之外为非可见区。在下图中给出了单元数为 $N=5$ ，单元间距为 $d=\lambda/2$ ，均匀递变相位为 $\alpha=\pi/6$ 时的归一化阵因子 $F(\psi)$ 随 $\psi$ 变化的图形。

## (2) 最大值方向

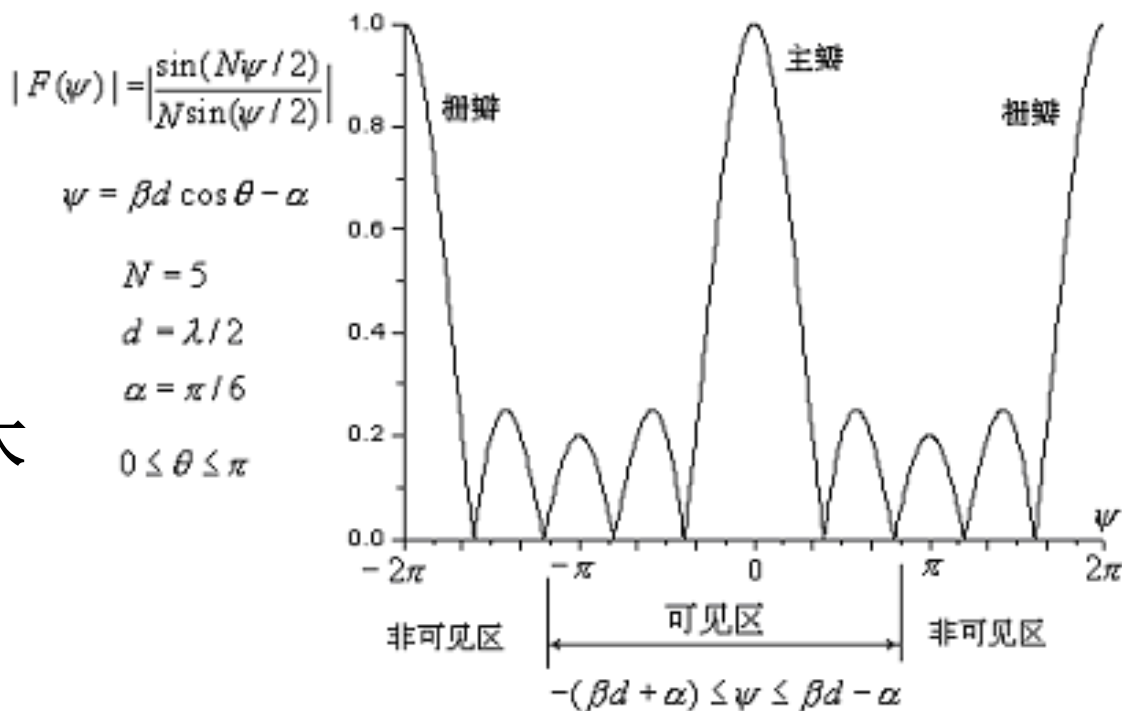
$F(\psi)$ 出现最大值时

$$\psi = 2n\pi$$

$n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。  $n=0$ 时，由 $\psi=\beta d \cos\theta - \alpha$ 可导出最大值方向为

$$\theta_m = \arccos\left(\frac{\alpha}{\beta d}\right)$$

除 $n=0$ 外，其余的最大值为不希望有的栅瓣。



### (3) 抑制栅瓣条件

由上图看出，可见区随间距 $d/\lambda$ 的增大而扩大，甚至可能使可见区扩大到包含若干个最大值，即在可见区出现栅瓣。栅瓣的出现是人们不希望的，它不但使辐射能量分散，增益下降，而且会造成对目标定位、测向造成错误判断等，应当给予抑制。

$F(\psi)$ 的第二个最大值出现在 $\psi=\pm 2\pi$ 时。抑制条件是

$$|\psi|_{\max} < 2\pi \quad \longrightarrow \quad d < \frac{\lambda}{|\cos \theta - \cos \theta_m|_{\max}}$$

因 $\theta=0 \sim \pi$ ， $|\cos \theta - \cos \theta_m|_{\max} = 1 + |\cos \theta_m|$ ，得抑制栅瓣条件

$$d < \frac{\lambda}{1 + |\cos \theta_m|}$$

■对边射阵， $\theta_m = \pi/2$ ，抑制栅瓣的条件为  $d < \lambda$ 。

■对端射阵， $\theta_m = 0, \pi$ ，抑制栅瓣的条件为  $d < \lambda/2$ 。

■对扫描阵， $\theta_m$ 为最大扫描角。例如，在侧向两边 $\pm 30^\circ$ 内扫描，应取 $\theta_m = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ；得抑制栅瓣条件为  $d < 2\lambda/3$ 。

## 2、零点位置 $\theta_{0n}$

零点指方向图两个波瓣之间的节点。令 $F(\psi)=0$ ，可得方向图的零点位置。除 $\psi=0$ 外，方向图零点可由 $\sin(N\psi/2)=0$ 确定。有

$$N\psi / 2 = n\pi, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots$$

即 
$$N\beta d(\cos \theta_0 - \cos \theta_m) / 2 = n\pi$$

得 
$$\cos \theta_{0n} = \cos \theta_m + \frac{n\lambda}{Nd} \quad (8-11)$$

■ 对边射阵,  $\theta_m = \pi/2$ ,  $\cos \theta_{0n} = n\lambda / (Nd)$ 。 (8-12)

■ 对端射阵,  $\theta_m = 0$ ,  $\cos \theta_{0n} = 1 + n\lambda / (Nd)$ 。 (8-13)

■ 对扫描阵, 零点位置由式(8-11)确定。

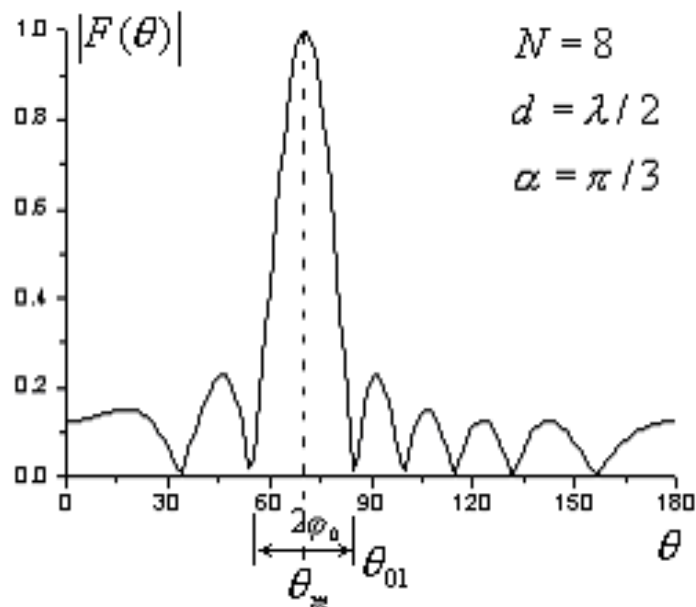
### 3、主瓣零点宽度 $2\varphi_0$

指主瓣两侧零点之间的夹角, 如图所示。  $\varphi_0 = |\theta_{01} - \theta_m|$ , 则:

$$\sin \varphi_0 = \sin |\theta_{01} - \theta_m|$$

■ 对侧射阵 ( $\theta_m = \pi/2$ )

$$\sin \varphi_0 = \sin |\theta_{01} - \pi/2| = \cos \theta_{01} = \lambda / Nd$$



得 
$$2\varphi_0 = 2\arcsin\left(\frac{\lambda}{Nd}\right)$$

设直线阵总长为 $L=Nd$ ，若 $L \gg \lambda$ ，则

$$2\varphi_0 = \frac{2\lambda}{Nd} \quad (8-14)$$

■对端射阵 ( $\theta_m=0$ )

由式(8-13)取 $n=-1$ ，有

$$2\varphi_0 = 2\theta_{01} = 2\arccos\left(1 - \frac{\lambda}{Nd}\right) \quad (8-15)$$

即  $\cos \theta_{01} = 1 - \frac{\lambda}{Nd}$ ，若阵长 $L=Nd \gg \lambda$ ， $\cos \theta_{01} \approx 1 - \frac{\theta_{01}^2}{2}$

得  $\theta_{01} = \sqrt{\frac{2\lambda}{Nd}} \quad \rightarrow \quad 2\varphi_0 = 2\sqrt{\frac{2\lambda}{Nd}} \quad (8-16)$

由式(8-14)和(8-16)可见：

- (1) 侧射阵主瓣零点宽度反比于天线阵长度，阵长越长， $2\varphi_0$ 就越小；
- (2) 端射阵主瓣零点宽度与阵长的平方根成反比；
- (3) 对相同的阵列长度，侧射阵的 $2\varphi_0$ 比端射阵的窄。

#### 4、主瓣的半功率波瓣宽度 $2\varphi_{0.5}$

由均匀直线阵的归一化方向图函数：

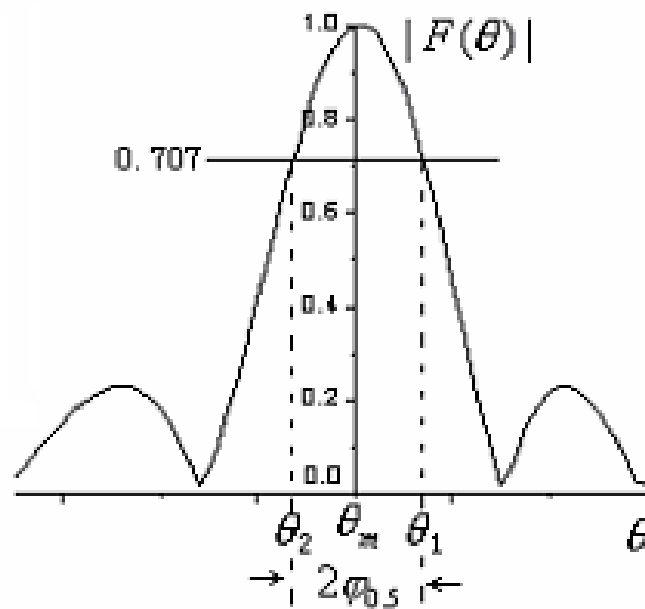
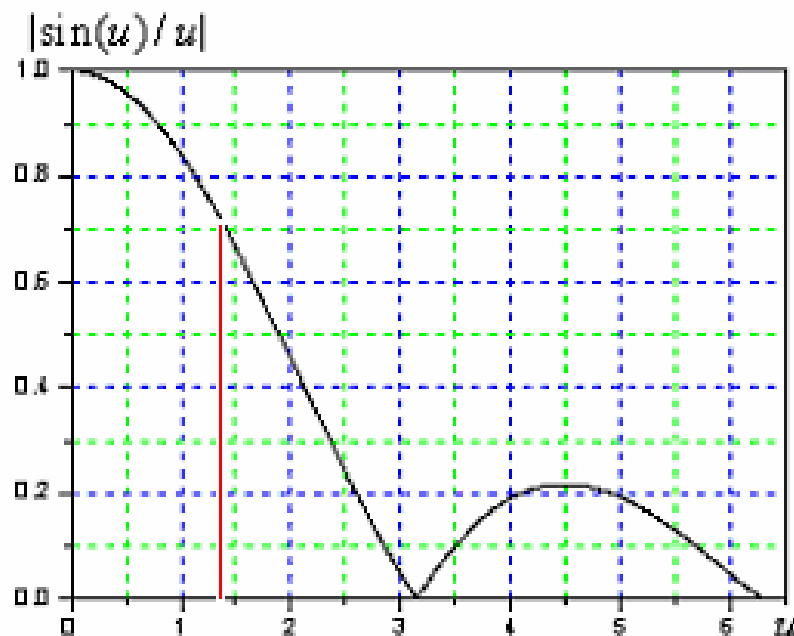
$$F(\psi) = \frac{\sin(N\psi / 2)}{N \sin(\psi / 2)}$$

如果 $N$ 很大，则方向图主瓣窄， $\sin(\psi/2) \approx \psi/2$ ，归一化方向图函数可写作

$$F(\psi) = \frac{\sin(N\psi/2)}{N\psi/2} = \frac{\sin(u)}{u}$$

$$u = N\psi/2 = N\beta d(\cos\theta - \cos\theta_m)/2$$

由上式可画出 $F(\psi) \sim \psi$ 的关系曲线，如下图所示。



令 $F(u)=0.707$ ，查上图得： $u=N\psi/2=\pm 1.392$ ，即



$$N\beta d(\cos\theta_1 - \cos\theta_m)/2 = \pm 1.392 \quad (8-17)$$

见上图有  $2\varphi_{0.5} = 2|\theta_1 - \theta_m| \quad (8-18)$

■ 对侧射阵 ( $\theta_m = \pi/2$ )

由式(8-17)取正得  $\cos\theta_1 = 1.392 \frac{2}{N\beta d} = 1.392 \frac{\lambda}{N\pi d} = 0.443 \frac{\lambda}{Nd}$

由式(8-18)得  $\sin\varphi_{0.5} = \sin|\theta_1 - \theta_m| = \cos\theta_1 = 0.443 \frac{\lambda}{Nd}$

若方向图主瓣窄  $\sin\varphi_{0.5} \approx \varphi_{0.5}$ , 并取  $L = Nd$ , 则得

$$2\varphi_{0.5} = 0.886 \frac{\lambda}{L} \text{ (rad)} \quad (8-19a)$$

或

$$2\varphi_{0.5} = 50.764 \frac{\lambda}{L} (^{\circ}) \approx 51 \frac{\lambda}{L} (^{\circ}) \quad (8-19b)$$

## ■对端射阵 ( $\theta_m=0$ )

由式(8-17)取负得  $\cos \theta_1 = 1 - 0.443 \frac{\lambda}{L} \approx 1 - \frac{\theta_1^2}{2}$

有  $\theta_1 = \sqrt{0.886 \frac{\lambda}{L}} = 0.94 \sqrt{\frac{\lambda}{L}}$  , 由式(8-18)得

$$2\varphi_{0.5} = 2\theta_1 = 1.88 \sqrt{\frac{\lambda}{L}} \text{ (rad)} \quad (8-20a)$$

或

$$2\varphi_{0.5} \simeq 108 \sqrt{\frac{\lambda}{L}} \text{ (}^\circ\text{)} \quad (8-20b)$$

## ■对扫描阵 ( $0 < \theta_m < \pi/2$ )

由式(8-17), 即  $N\beta d(\cos \theta_1 - \cos \theta_m)/2 = \pm 1.392$  , 得

$$\cos \theta_1 - \cos \theta_m = -0.443 \frac{\lambda}{L} \quad (8-21) \quad \cos \theta_2 - \cos \theta_m = 0.443 \frac{\lambda}{L} \quad (8-22)$$

主瓣宽度为  $2\varphi_{0.5} = \theta_1 - \theta_2$  (8-23)

$$= \arccos(\cos \theta_m - 0.443\lambda / L) - \arccos(\cos \theta_m + 0.443\lambda / L)$$

当扫描波束很窄时可由如下方法导出简单表达式。

式(8-22)减(8-21)得：

$$\cos \theta_2 - \cos \theta_1 = 0.886 \frac{\lambda}{L} \quad (8-24)$$

$$\cos \theta_2 - \cos \theta_1 = 2 \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)$$

$$\text{由于} \left[ \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) \approx \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}, \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \theta_m \right]$$

$$\text{所以原式} \approx (\theta_1 - \theta_2) \sin \theta_m = 2\varphi_{0.5} \sin \theta_m \quad (8-25)$$

得

$$2\varphi_{0.5} = 0.886 \frac{\lambda}{L \sin \theta_m} (\text{rad}) = 51 \frac{\lambda}{L \sin \theta_m} (^{\circ}) \quad (8-26)$$

当 $\theta_m = \pi/2$ 时，上式与侧射阵的半功率波瓣宽度公式相同。

若在正侧向两边 $\pm \varphi_m$ 内扫描，取 $\theta_m = \pi/2 \pm \varphi_m$ 得：

$$2\varphi_{0.5} = 51 \frac{\lambda}{L \cos \phi_m} (^{\circ})$$

由此式可见，与侧射阵相比，波束最大值发生偏移时半功率波瓣宽度将变宽【对比式8-19(b)与式8-26可知】。

## 5、副瓣位置和副瓣电平

### (1) 副瓣位置

指副瓣最大值对应的角度。可由 $dF(\psi)/d\psi=0$ 解得，但这种做法很烦琐。考察归一化阵因子

$$F(\psi) = \frac{\sin(N\psi / 2)}{N \sin(\psi / 2)}$$

其分子变化比分母快得多，因此，副瓣最大值发生在分子 $|\sin(N\psi_s/2)|=1$ 处，即

$$\psi_{sq} = \pm\pi(2q+1)/N, \quad q=1,2,\dots \quad (8-27)$$

或  $\beta d(\cos \theta_{sq} - \cos \theta_m) = \pm(2q+1)\pi / N \quad (8-28)$

此式可确定侧射和端射阵的副瓣位置。

由式(8-27)，当 $q=1$ 时，得第一副瓣位置

$$\psi_{s1} = \pm 3\pi / N \quad (8-29)$$

## (2) 副瓣电平

对均匀直线阵，紧靠主瓣的第一副瓣最大值比远副瓣的幅度大些。因此，阵列的副瓣电平就以第一副瓣电平为准。

把式(8-29)代入归一化阵因子中

$$|F(\psi_{s1})| = \left| \frac{\sin(\frac{N}{2} \cdot \frac{3\pi}{N})}{N \sin(\frac{3\pi}{2N})} \right| = \frac{1}{N \sin(1.5\pi / N)} \Big|_{N \gg 1} \approx \frac{1}{1.5\pi} = 0.212$$

得

$$SLL = 20 \lg |F(\psi_{s1})| = -13.5 \text{ (dB)} \quad (8-30)$$

## 6、方向性系数D

由方向性系数公式

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi F^2(\theta) \sin \theta d\theta} = \frac{2}{\int_0^\pi F^2(\theta) \sin \theta d\theta} = \frac{2}{I} \quad (8-31)$$

式中,

$$I = \int_0^\pi F^2(\theta) \sin \theta d\theta \quad (8-32)$$

## ■对侧射阵

$$F(\theta) = \frac{\sin(N\beta d \cos \theta / 2)}{N \sin(\beta d \cos \theta / 2)} \Big|_{N \gg 1} \approx \frac{\sin(N\beta d \cos \theta / 2)}{N\beta d \cos \theta / 2} \quad (8-33)$$

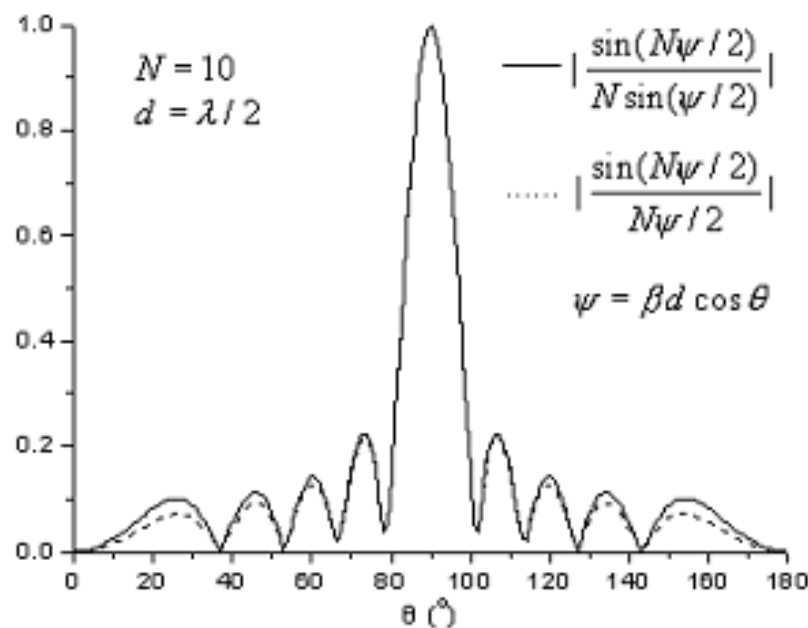
当 $N=10$ ， $d=\lambda/2$ 时，绘出了归一化方向图函数和近似归一化方向图函数的图形，见下图。由图可以看出，当 $N$ 较大时，两者只在远副瓣略有差异。

令  $Z = \frac{N}{2} \beta d \cos \theta$

有  $dZ = -\frac{N}{2} \beta d \sin \theta d\theta$

积分限  $\theta = 0 \sim \pi$ ，变成

$$Z = \frac{N}{2} \beta d \sim -\frac{N}{2} \beta d$$



由式(8-32)得

$$\begin{aligned} I &= \int_0^\pi \left[ \frac{\sin(N\beta d \cos \theta / 2)}{N\beta d \cos \theta / 2} \right]^2 \sin \theta d\theta = \frac{2}{N\beta d} \int_{-N\beta d/2}^{N\beta d/2} \left[ \frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ \\ &\simeq \frac{2}{N\beta d} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ = \frac{2}{N\beta d} \pi = \frac{\lambda}{Nd} \end{aligned} \quad (8-34)$$

式中用了条件： $N\beta d/2 \rightarrow \infty$ ，即 $\pi Nd \gg \lambda$ 。把上式代入式(8-31)得侧射阵方向性系数

$$D = 2 \frac{Nd}{\lambda} = 2 \frac{L}{\lambda}, \quad L = Nd \quad (8-35)$$

【例】有一个单元数为10，间距为 $\lambda/2$ 的侧射阵，求 $D$ 。

解： $L = Nd = N \lambda/2$ ，由式(8-35)， $D = N = 10$ ，或 $D_{\text{dB}} = 10\text{dB}$ 。



## ■对端射阵

$$F(\theta) = \frac{\sin[N\beta d(1 - \cos \theta)/2]}{N \sin[\beta d(1 - \cos \theta)/2]} \Big|_{N \gg 1} \approx \frac{\sin[N\beta d(1 - \cos \theta)/2]}{N\beta d(1 - \cos \theta)/2}$$
$$= \frac{\sin(Z)}{Z} \quad (8-36)$$

式中,  $Z = \frac{N}{2} \beta d(1 - \cos \theta)$  (8-37)

由式(8-32)得  $I = \frac{2}{N\beta d} \int_0^{N\beta d} \left[ \frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ$

$$\approx \frac{2}{N\beta d} \int_0^\infty \left[ \frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ = \frac{2}{N\beta d} \frac{\pi}{2} = \frac{\lambda}{2Nd} \quad (8-38)$$

上式代入式(8-31)得  $D = 4 \frac{Nd}{\lambda} = 4 \frac{L}{\lambda}, \quad L = Nd$  (8-39)

## 8.4 非均匀激励等间距线阵

前面所介绍的是均匀激励等间距线阵，其方向图的改变可以通过改变线阵的步进相位得到。当线阵为非均匀激励时，可通过控制激励电流的幅度和相位来形成所需要的方向图。

### 8.4.1 方向函数

沿 $z$ 轴对称排列的非均匀激励等间距点源线阵的阵因子为

$$f_a(\theta) = \sum_{n=1}^N I_n e^{jkz'_n \cos \theta} \quad (8-40)$$

当为偶数元 $N=2M$ 时

$$\begin{aligned} f_a(\theta) &= A_1(e^{jk\frac{d}{2}\cos\theta} + e^{-jk\frac{d}{2}\cos\theta}) + A_2(e^{jk\frac{3d}{2}\cos\theta} + e^{-jk\frac{3d}{2}\cos\theta}) \\ &\quad + \cdots + A_M(e^{jk\frac{(2M-1)d}{2}\cos\theta} + e^{-jk\frac{(2M-1)d}{2}\cos\theta}) \\ &= 2\sum_{n=1}^M A_n \cos\left[(2n-1)k\frac{d}{2}\cos\theta\right] = 2\sum_{n=1}^M A_n \cos\left[(2n-1)\cdot\frac{\psi}{2}\right] \end{aligned}$$

当为奇数元 $N=2M+1$ 时

$$f_a(\theta) = 2\sum_{n=0}^M A_n \cos(2n \cdot \frac{\psi}{2})$$

#### 8.4.2 几种非均匀激励等间距线阵

以间距为二分之一波长的五元阵为例,研究了单元激励幅度为三角形分布、二项式分布、倒三角形分布、Chebyshev分布的阵列阵因子。

- ①三角形分布——递减分布 1: 2: 3: 2: 1
- ②二项式分布N元,  $(a+b)^{N-1}$ 系数 1: 4: 6: 4: 1
- ③切比雪夫分布最优边射阵, 具有等副瓣特性。  $SLL=-20\text{dB}$ ,  
1: 1.62: 1.95: 1.62: 1
- ④倒三角形分布——递增分布 3: 2: 1: 2: 3

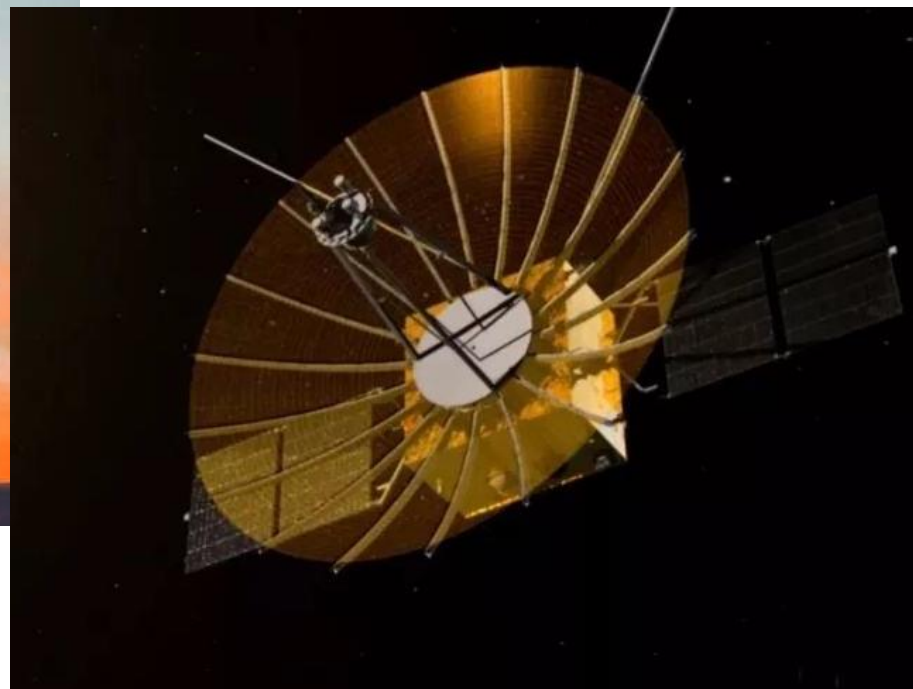
结论:

- a. 均匀阵—— $D$ 最大 (口径利用率最大)
- b. “递减分布” ——  $SLL$  降、 $2\theta_{0.5}$  升、 $D$ 降
- c. “递增分布” ——  $SLL$  升、 $2\theta_{0.5}$  降、 $D$ 降
- d. 二项式分布——副瓣低、但 $2\theta_{0.5}$ 最宽,  $D$ 反而最低
- e. Chebyshev分布——对于 $D$ 与 $SLL$ 的处理最佳。子阵中心之间的距离

$$\psi = kd \cos \theta$$

## 8.5 地面对天线方向图的影响

在前面的讨论中，均假设天线处于无界自由空间中。实际上，任何实际使用的天线都是架设在地面上或安装在某种载体上的。



地面或载体因受天线产生的电磁场的作用要激励起感应电流，称作二次电流，这个二次电流也要在空间激发电磁场，称作二次场。因此在天线周围的空间中，**电磁场是天线直达场与二次场互相干涉的结果，不再是天线单独存在时的空间场分布。**这说明地面、载体等邻近物体将对天线的辐射特性产生影响。天线靠近地面或周围物体，不仅对辐射场有影响，而且天线的输入阻抗也受影响。这里只考虑地面对天线方向图的影响问题。

# 镜像法

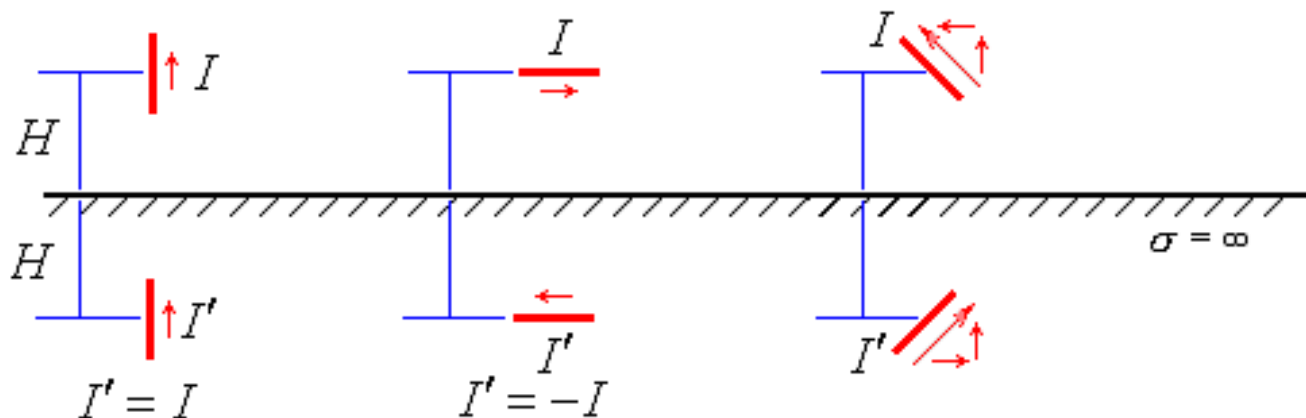
地面上近地天线的分析，采用镜像法的条件是：假定地面为无限大的导电平面。天线理论中的镜像法是：在求位于无限大理想导电平面附近的天线产生的辐射场时，可用一个关于导电平面对称位置处的镜像来取代导电平面的作用。如果地面就是无限大导电平面，则利用镜像法就可把导电平面对天线方向图的影响归结为求天线及其镜像天线组成的二元阵的方向图函数问题。

线天线的镜像问题有两点特点：

(1) 线天线为电流源；

(2) 电流源是有方向的，其镜像电流也有方向。

我们以电基本振子为例来说明镜像电流的方向问题。无限大理想导电平面上的基本振子电流源主要有垂直、水平和倾斜三种放置方式，它们的镜像如下图所示。



■ 垂直振子的镜像电流与原电流等幅同相，称为正像；

■ 水平振子的镜像电流与原电流等幅反相，称为负像；



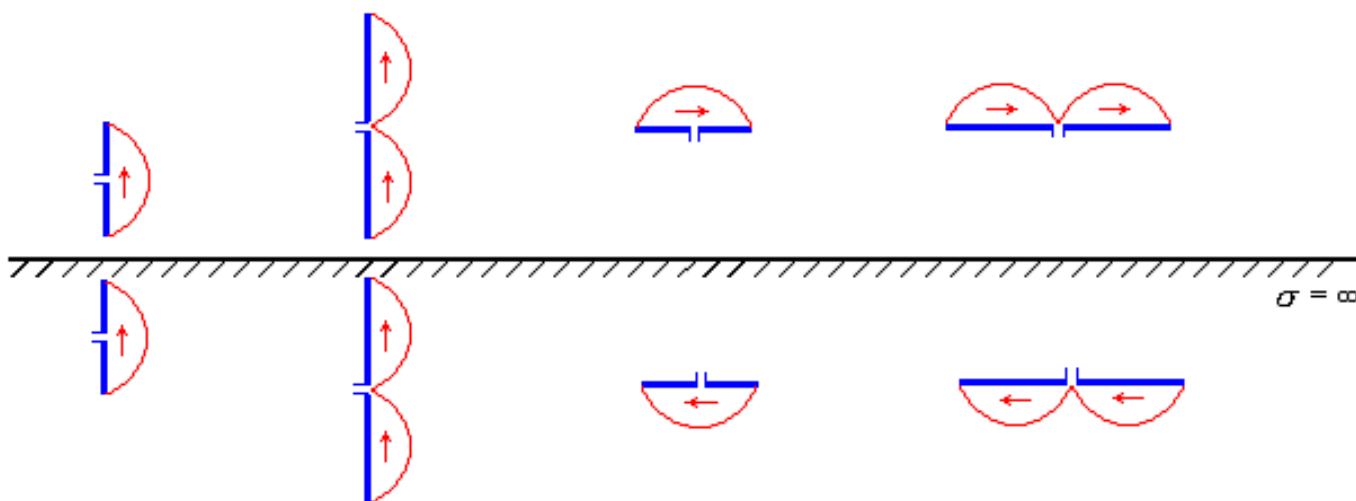
■ 倾斜振子的镜像电流取向相反，镜像电流的垂直和水平分量分别为原电流对应分量的正像和负像。

镜像法是用位于镜面对称位置的镜像天线代替镜面，实际系统换成由自由空间中的**实际天线**和**镜像天线**组成的系统。

计算出该等效天线系统在镜面上半空间的场，就是所需要的实际天线系统的场。

应当指出，在镜像天线所在半空间，等效系统与实际系统的场不相等，此**半空间里实际天线系统的场为零**。

对于有限长度的对称振子天线，通常是以垂直和水平两种方式架设在地面上。采用镜像法时，这两种架设方式的镜像如下图所示。



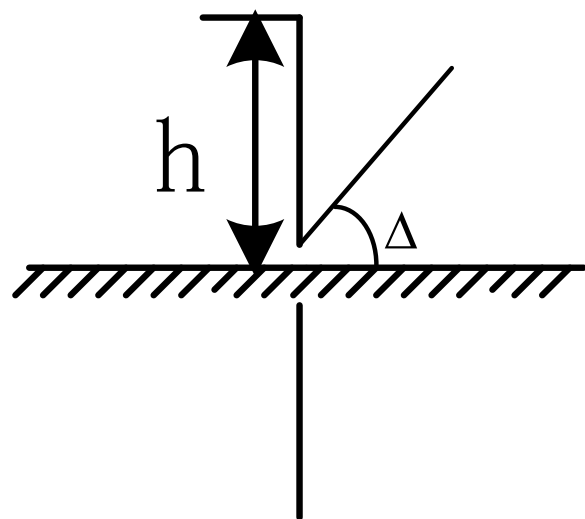
对称振子天线上的电流为正弦分布，可把天线分割成许多基本振子，所有基本振子的镜像的合成便是整个天线的镜像。镜像电流满足如下规则：

- (1) 垂直对称振子，其镜像点电流与原电流等幅同相；
- (2) 水平对称振子，其镜像点电流与原电流等幅反相；

由上可见：导电平面上的实际振子及其镜像构成了一个二元阵列。设振子距离导电平面的距离为 $h$ ，射线与导电平面间的夹角为 $\Delta$ ，下面来求出在理想地面上垂直放置的单极子、对称振子以及水平放置的对称振子的方向图。

### 1、理想导电地面上的垂直单极天线

位于无限大理想导电平面上的垂直接地天线，地面的影响可用天线的镜像来代替。**天线臂与其镜像构成一对称振子**，该垂直单极天线在地面上半空间的辐射场与自由空间对称振子的辐射场相同。



垂直接地天线

仅考虑场强大小的对称振子场强公式为（ $l$ 为一臂长度）

$$|E_{\theta}| = \left| \frac{60I_m}{r_0} \frac{\cos(\beta l \cos \theta) - \cos \beta l}{\sin \theta} \right| = \frac{60I_m}{r_0} |f_{\theta}|$$

式中  $\theta = 90^\circ - \Delta$  设天线高度为 $h$ ，可得

$$|E(\Delta)| = \left| \frac{60I_m}{r} \frac{\cos(\beta h \sin \Delta) - \cos \beta h}{\cos \Delta} \right|$$

天线归一化方向函数为

$$|F(\Delta)| = \left| \frac{\cos(\beta h \sin \Delta) - \cos \beta h}{\cos \Delta} \right|$$

此天线只在上半空间有场的表示式，下半空间的场为零。

可用玻印廷矢量法求其辐射功率，可得其辐射功率为

$$P_r = \frac{1}{240\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E|^2 r^2 \sin \theta d\theta d\phi$$
$$= 30 |I_m|^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{[\cos(\beta h \sin \Delta) - \cos \beta h]^2}{\cos \Delta} \right| d\Delta \quad \text{[积分区间是0~}\pi/2\text{]}$$

此时的辐射功率是自由空间同等臂长、且电流分布相同的对称振子辐射功率的一半。其辐射电阻为

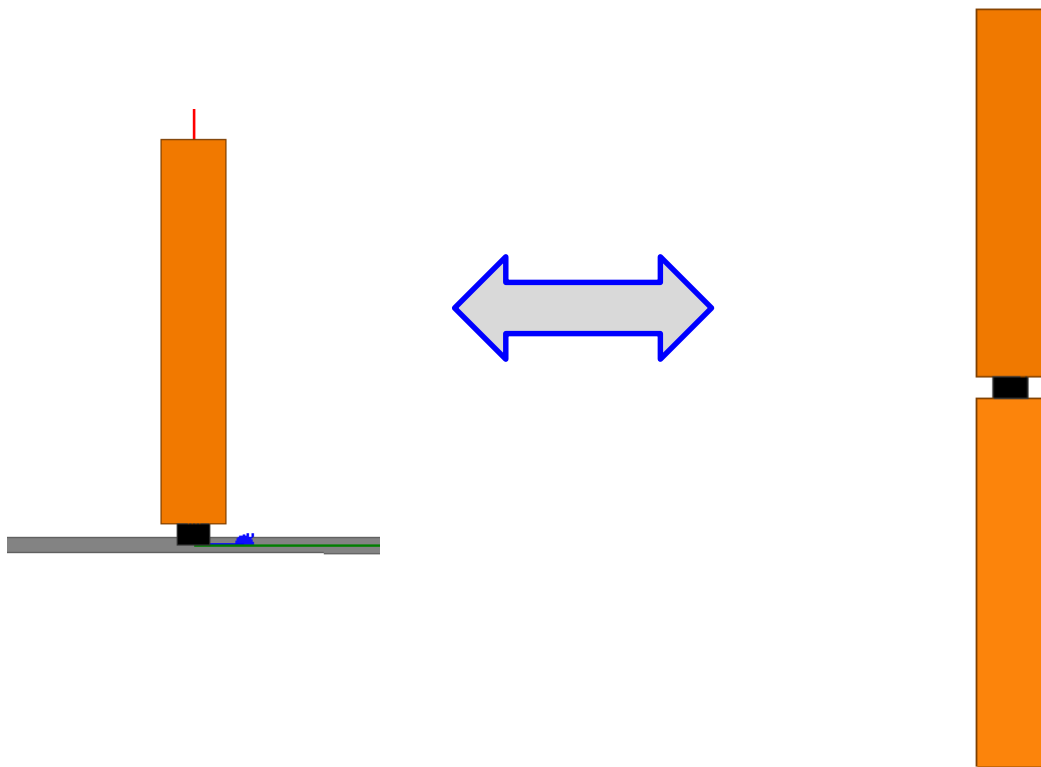
$$R_{rm} = \frac{2P_r}{|I_m|^2} = 60 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{[\cos(\beta h \sin \Delta) - \cos \beta h]^2}{\cos \Delta} \right| d\Delta$$

此时天线的辐射电阻也等于同等臂长的自由空间对称振子的辐射电阻的一半。

所以垂直接地振子的方向系数等于自由空间等效对称振子方向系数的2倍，因为二者的最大方向图函数相同但是垂直接地振子的辐射电阻是等效自由空间对称振子的一半。

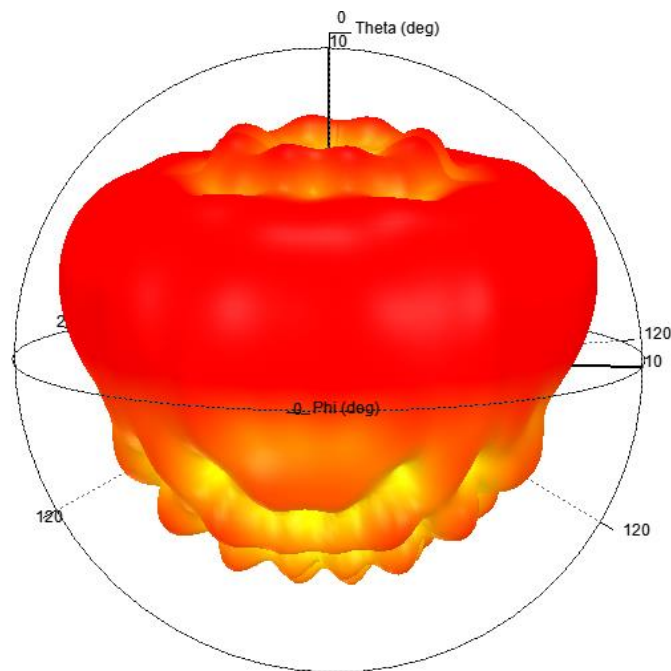
$$D = \frac{120 f_{\max}^2}{R_r}$$

选则高度为四分之一波长的单极子和长度为二分之一波长的偶极子进行验证：

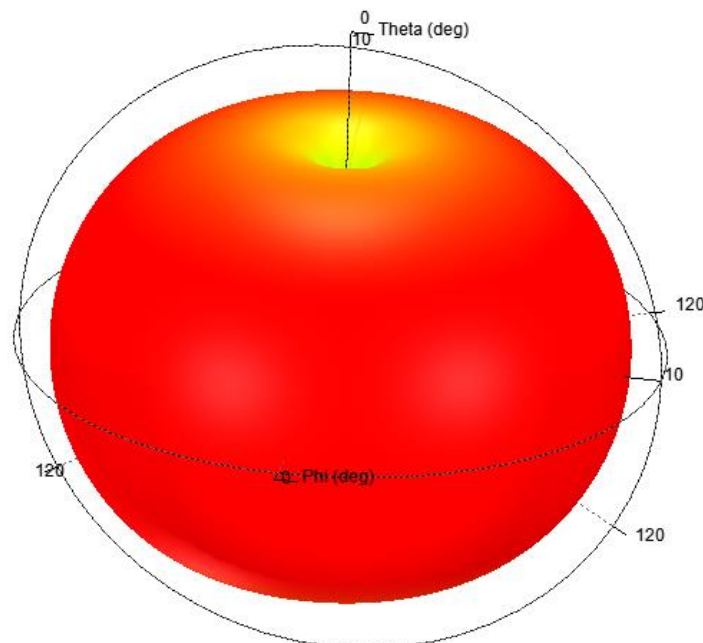


$$F(\theta) = f(\theta) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} \quad \text{【无限大地面，下半空间的场为零】}$$

选则高度为四分之一波长的单极子和长度为二分之一波长的偶极子进行验证：



单极子

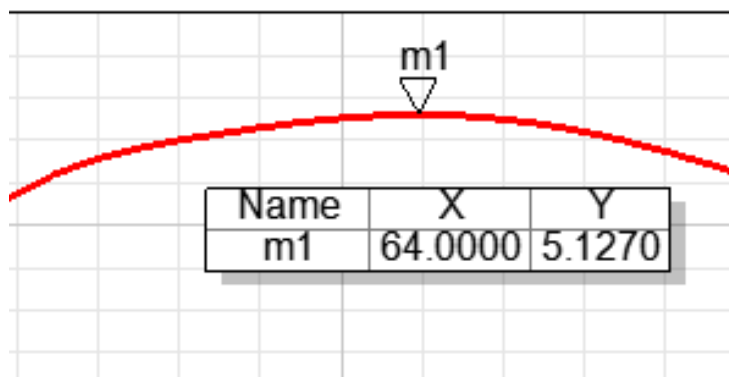


偶极子

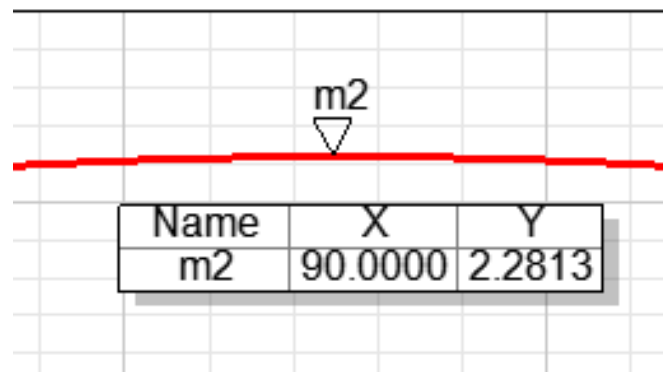
结论：1.单极子下半空间的场较小（由于地面无法设置为无限大）



选则高度为四分之一波长的单极子和长度为二分之一波长的偶极子进行验证：



单极子

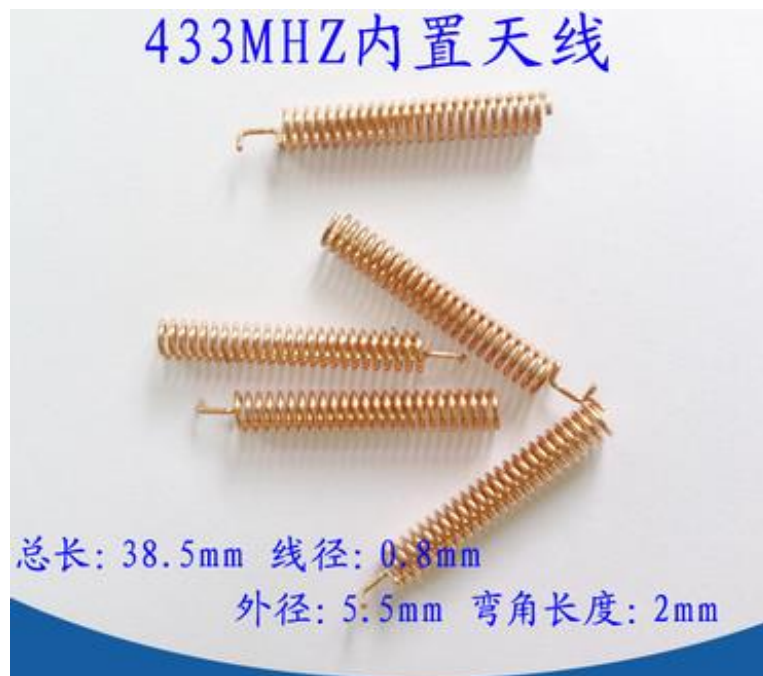


偶极子

结论： **2.** 单极子方向系数约为偶极子方向系数的**2**倍

# 常用线天线——单极子天线

- 理论基础：理想导电地面上的垂直单极天线镜像问题



## 常用线天线——单极子天线



# 常用线天线——单极子天线





### 天线技术参数

| B款42*12 |          | F款42*12 (推荐款) |         | 95*14 L款 |          | G款51*9  |         |
|---------|----------|---------------|---------|----------|----------|---------|---------|
| A款37*10 | 50*14 C款 | 28*9 D款       | 25*9 E款 | 18*7 S款  | 32*14 H款 | K款40*18 | M款48*14 |
| 10      |          |               |         |          |          | 18      |         |
| 37      |          |               |         |          |          | 40      |         |



3种接口可选

B/G/H/M款为PCB材质  
A/C/D/E/F款为FPC材质

# 常用线天线——单极子天线

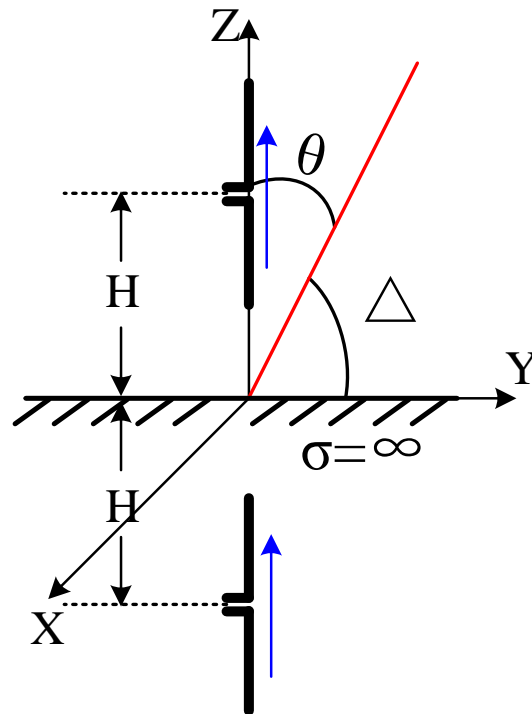


播放[视频](#)

## 2. 近地垂直对称振子

离地面高度为 $H$ 的近地垂直对称振子如下图所示。

考虑镜像之后，地面就可去掉，此时地面的影响问题就可看作是一个**等幅同相**馈电的对称振子二元阵的问题，但要注意的是只有上半空间的辐射场解。



## (1) 远区辐射场及方向图函数

辐射总场为  $E_\theta = j \frac{60 I_m}{r} e^{-j\beta r} f_T(\theta)$

总场方向图函数为

$$f_T(\theta) = f_0(\theta) f_a(\theta), \quad 0 \leq \theta \leq \pi/2$$

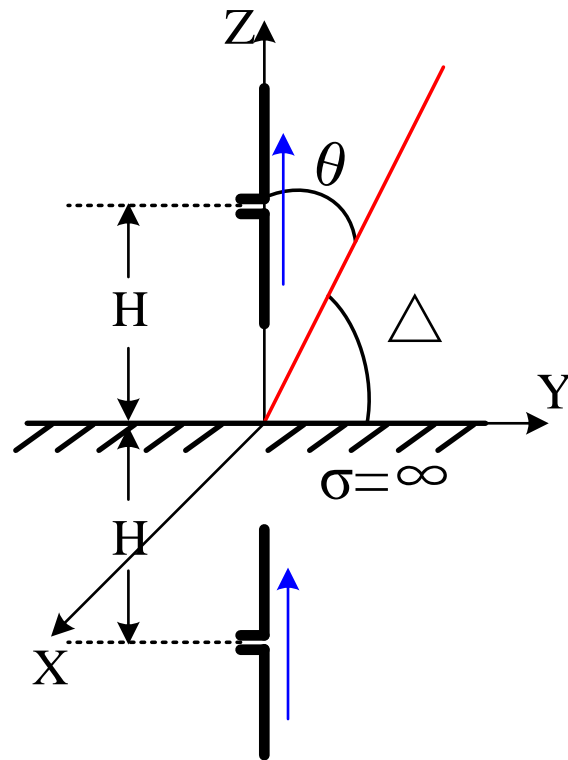
式中,  $f_0(\theta) = \frac{\cos(\beta l \cos \theta) - \cos \beta l}{\sin \theta}$

$$f_a(\theta) = 2 \cos(\beta H \cos \theta)$$

若用  $\Delta$  角表示 ( $\Delta = \pi/2 - \theta$ ), 则  $f_T(\Delta) = f_0(\Delta) f_a(\Delta)$ ,  $0 \leq \Delta \leq \pi/2$

$$f_0(\Delta) = \frac{\cos(\beta l \sin \Delta) - \cos \beta l}{\cos \Delta}$$

$$f_a(\Delta) = 2 \cos(\beta H \sin \Delta)$$



## (2) E面和H面方向图

这里只考虑垂直半波振子 ( $\beta l = \pi/2$ )。

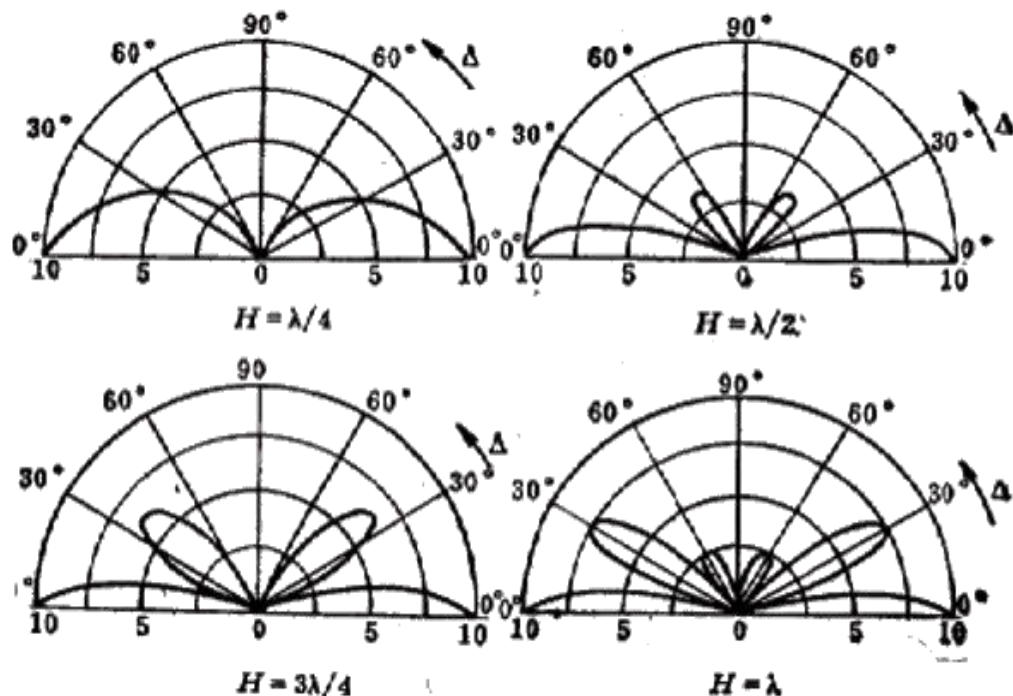
■ H面 (xy平面,  $\Delta = 0$ ) 内的方向图函数为  $f_H = f_T(\Delta)|_{\Delta=0} = 2$

H面内的方向图为一个圆。

■ E面 (xz平面) 内的方向图函数为

$$f_E(\Delta) = f_T(\Delta) \\ = 2 \frac{\cos(\pi \sin \Delta / 2)}{\cos \Delta} \cos(\beta H \sin \Delta)$$

不同架高H对应的E面方向图如图所示。只能在上半空间画出图形。





### 3. 近地水平对称振子

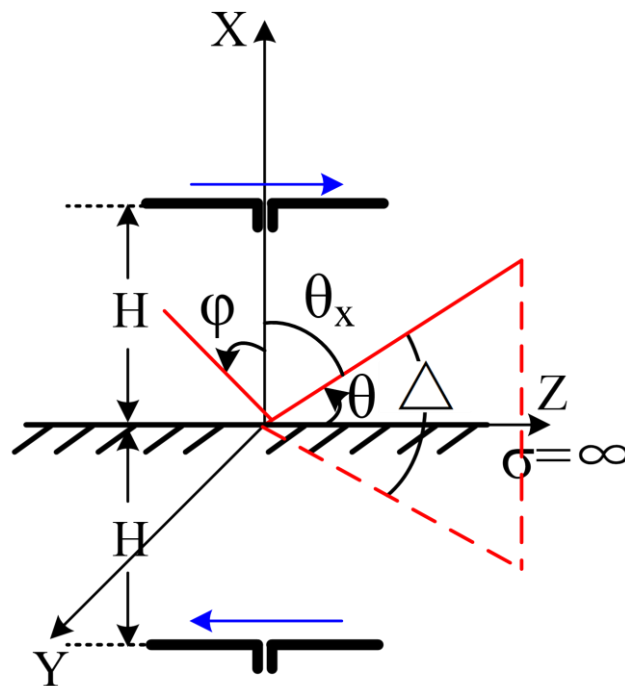
离地面高度为 $H$ 的近地水平对称振子如下图所示，用镜像法求其远区总场方向图函数，并画出 $H$ 面方向图。

采用镜像法分析近地水平对称振子振子的远区辐射场问题，考虑镜像之后，去掉地面，问题就化为平行排列的**等幅反相**二元阵问题。

#### (1) 总场方向图函数

$$f_T(\theta) = f_0(\theta)f_a(\theta, \varphi), \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

式中，
$$f_0(\theta) = \frac{\cos(\beta l \cos \theta) - \cos \beta l}{\sin \theta},$$



$$f_a(\theta, \varphi) = 2 \sin(\beta H \cos \theta_x)$$

$$\cos \theta_x = \sin \theta \cos \varphi$$

## (2) H面方向图( $\theta=\pi/2$ )

只考虑水平半波振子( $\beta l=\pi/2$ )。

$$f_0(\pi/2) = 1, \quad f_a(\varphi) = 2 \sin(\beta H \cos \varphi)$$

则 
$$f_H(\varphi) = f_T(\theta, \varphi) |_{\theta=\pi/2} = 2 \sin(\beta H \cos \varphi)$$

因  $\Delta = \pi/2 - \varphi$ , 得

$$f_H(\Delta) = 2 \sin(\beta H \sin \Delta)$$

不同架高H的水平半波振子上半空间方向图如下图所示。

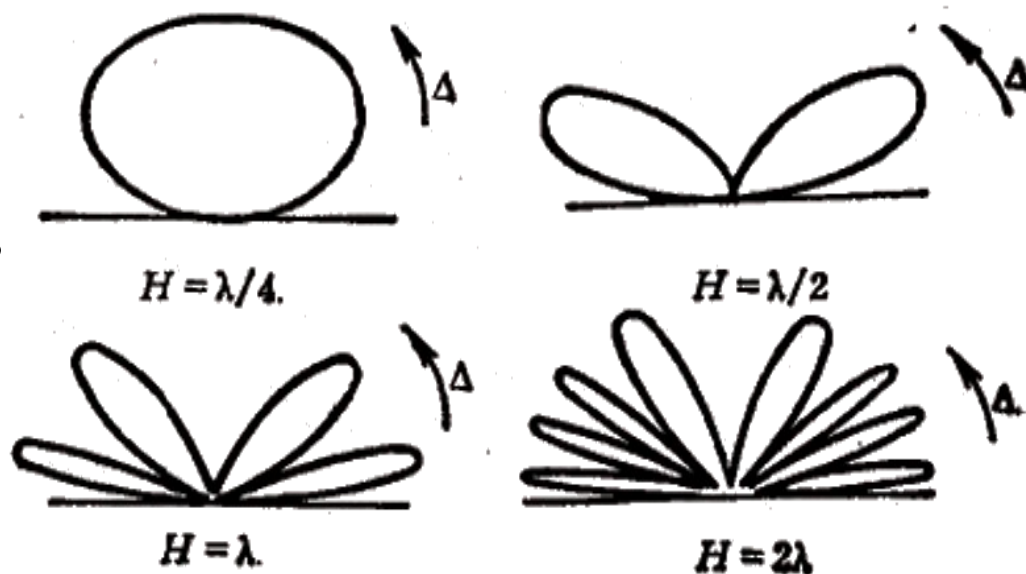
从水平半波振子方向图可见，不论  $H/\lambda$  为何值， $\Delta=0^\circ$  均为方向图零值方向。 $H/\lambda$  愈大，副瓣愈多。各副瓣最大值方向可由下式确定

$$|\sin(\beta H \sin \Delta)| = 1$$

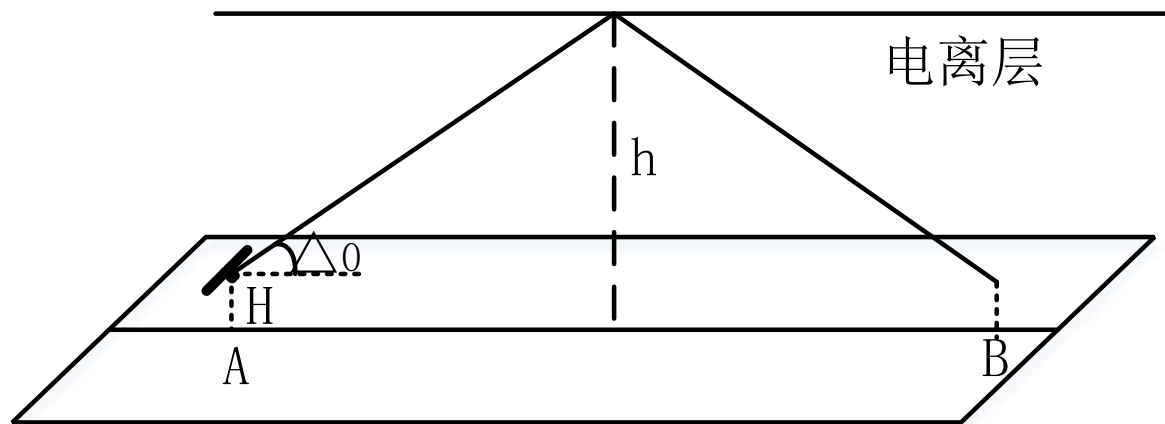
$$\text{得 } \Delta_n = \arcsin\left[(2n+1)\frac{\lambda}{4H}\right], \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

若取  $n=0$  接近地面的瓣，

$$\Delta_0 = \arcsin\left(\frac{\lambda}{4H}\right)$$



近地水平振子应用于长距离的短波通讯（3-30MHz），主要是利用无线电波经过电离层的反射而传播的，如下图所示。



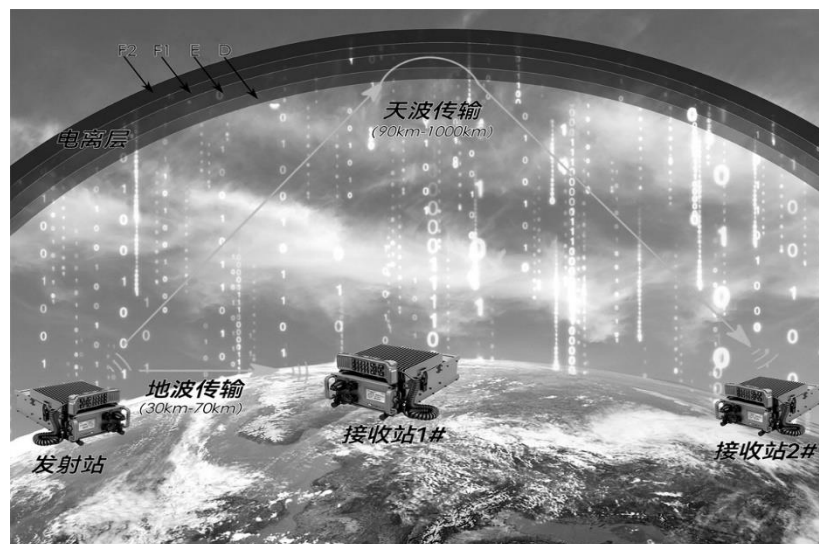
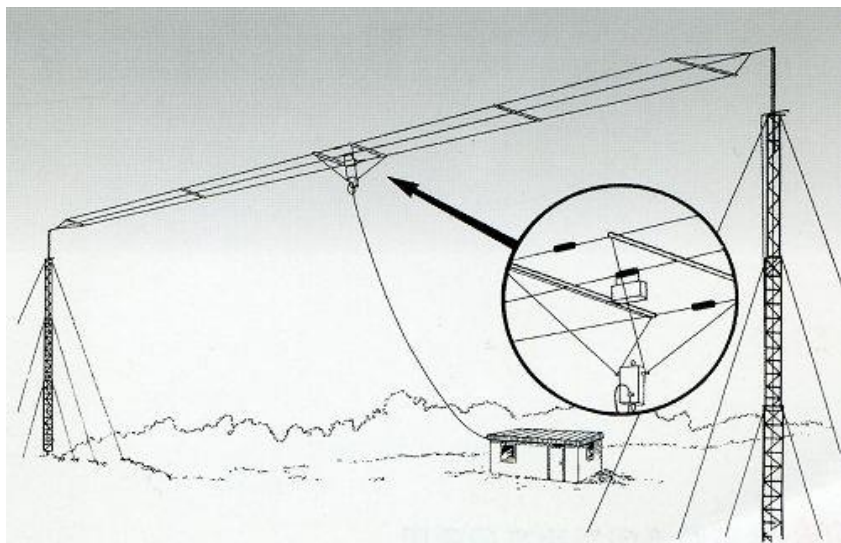
已知电离层的高度 $h$ ，及A、B两点间距离，就可确定水平振子的波束指向 $\Delta_0$ ，由此可确定架设高度 $H$ 为

$$H = \frac{\lambda}{4 \sin \Delta_0}$$

通信距离越远，水平振子的波束指向 $\Delta_0$ 越低，则要求天线架设越高

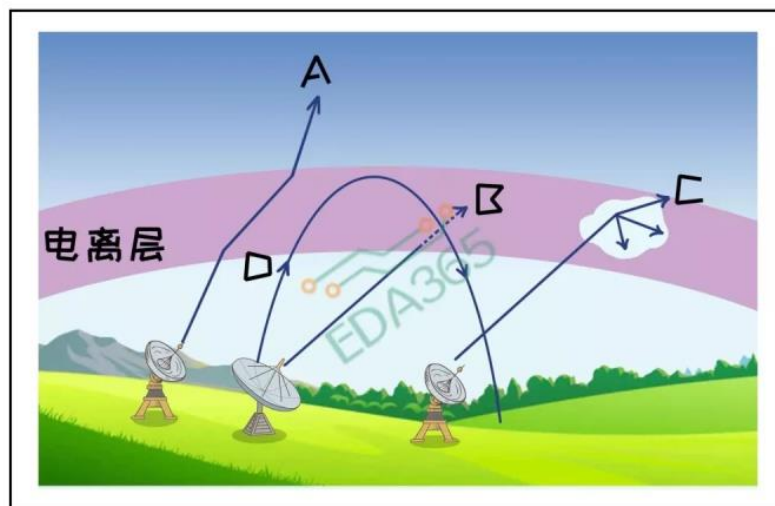
# 常用线天线——水平对称振子天线

- 基本原理——近地水平振子镜像问题



无线电波有四种传播方式：天波、地波、视距和散射传播。

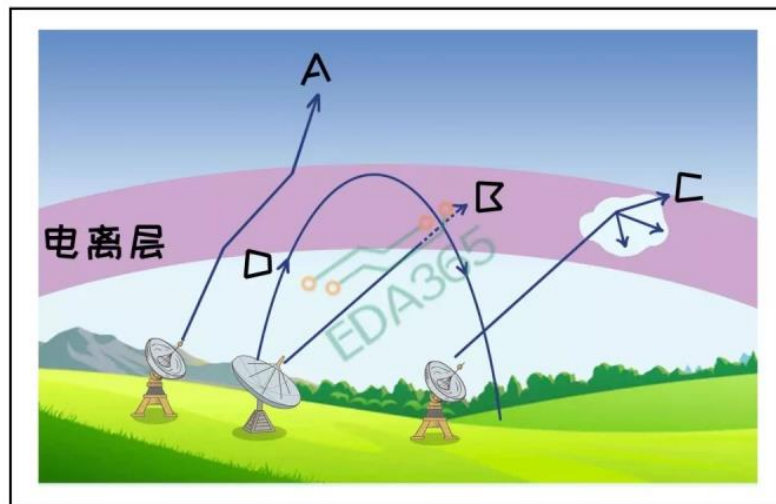
**天波传播**——天波依靠电离层的反射来传播的无线电波。主要用于中、短波远距离广播、通信，船岸间航海移动通信，飞机地面间航空移动通信等业务。



- 电离层中的电波传播 -  
(A:折射;B:吸收;C:散射;D:反射))

无线电波有四种传播方式：地波、天波、视距和散射传播。

**地波传播**——无线电波沿着地球表面的传播。主要用于低频及甚低频远距离无线电导航、标准频率和时间信号的广播等业务。

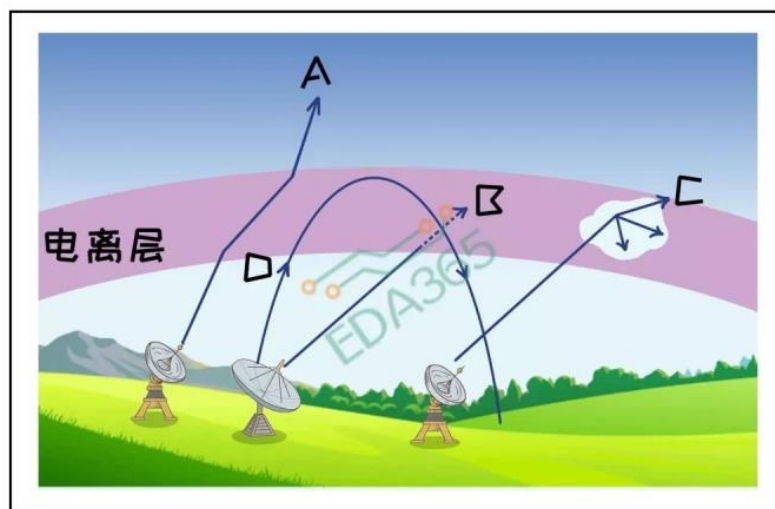


- 电离层中的电波传播 -

(A:折射;B:吸收;C:散射;D:反射))

无线电波有四种传播方式：地波、天波、视距和散射传播。

**视距传播**——电波依靠发射天线与接收天线之间的直视的传播方式称为视距传播。主要用于微波中继通信、甚高频和超高频广播、电视、雷达等业务。



- 电离层中的电波传播 -  
(A:折射;B:吸收;C:散射;D:反射)



无线电波有四种传播方式：地波、天波、视距和散射传播。

**散射传播**——利用对流层及电离层的不均匀性对电波的散射作用而实现的超视距传播。主要用于超短波和微波的远距离通信。又分为流星余迹通信、电离层散射通信、对流层散射通信。

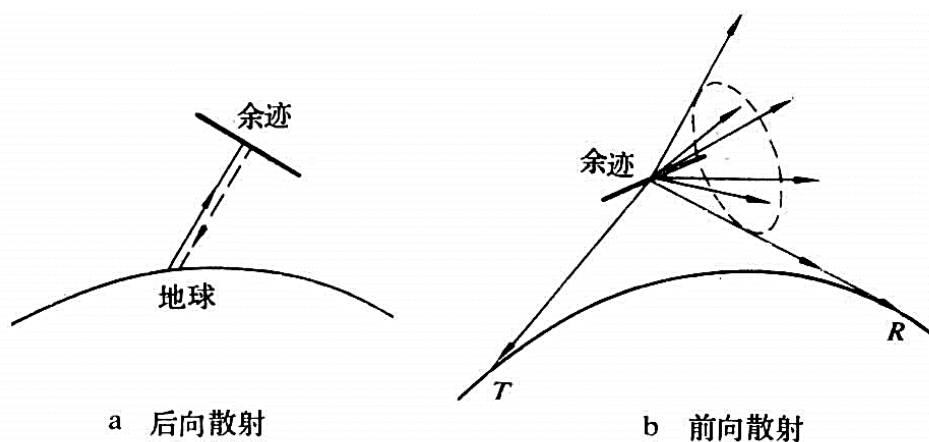


图1 流星余迹散射的传播路径

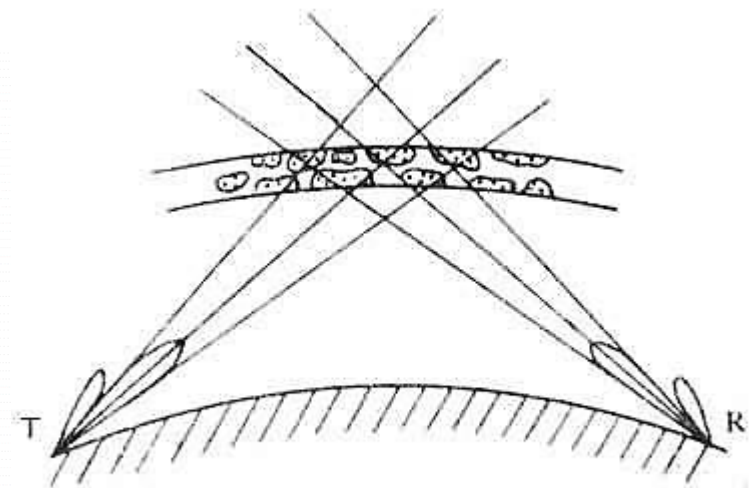


图2 电离层散射传播