# 第十一章 恒定电流的磁场

引言：在静止的电荷周围存在着电场，电场的特征是对处于其中的电荷有力的作用，如果电荷在运动，那么它的周围就不仅有电场而且还有磁场，磁场也是物质的一种形态，它只对处于其中的运动电荷施加力的作用，对静止电荷毫无影响。

导体中有恒定电流通过时，在它的周围激发出磁场，场中各点的磁感应强度和磁场强度都不随时间变化是<u>恒定磁场</u>

# § 11.1 磁场力和磁感应强度 $\vec{B}$

## 一. 基本磁现象

1922年安培提出物质磁性本质的假说:

一切磁现象起源于电荷运动

运动电荷 ← 磁场 → 运动电荷

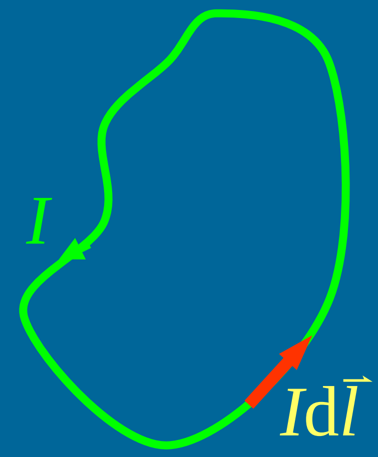
磁场的性质

(1) 对运动电荷(或电流)有力的作用

(2) 磁场有能量

## 二. 磁感应强度

在闭合回路中取电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$



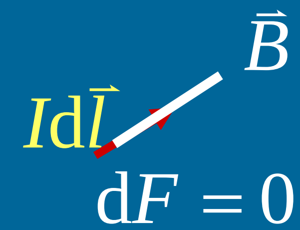

电流元在磁场中的受力特点:

**(1)** 电流元在磁场中的不同点受力不同,

同一点时方向不同，受力也不同

存在一个方向使 $\mathrm{d}F = 0$

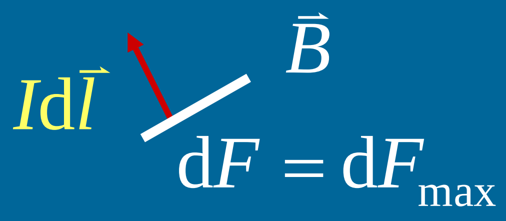
定义该方向为磁感应强度的方向（指向待定）




**(2)** 当电流元的取向与 磁感应强度的

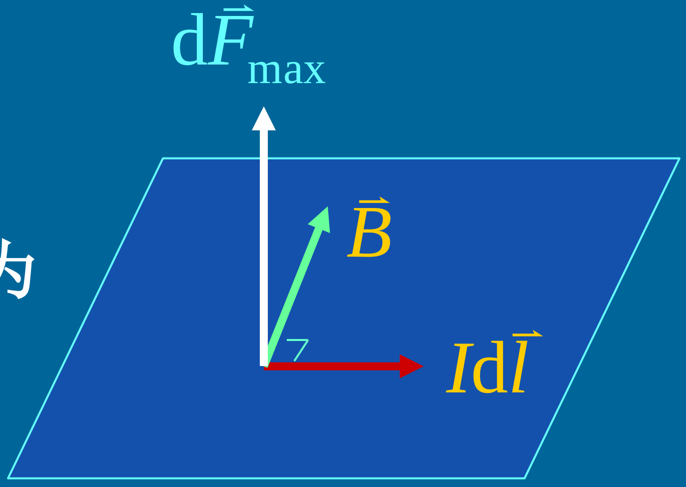
方向垂直时，受到的磁场力最大

定义 磁感应强度的大小




$$\boxed{B = \frac{\mathrm{d}F_{\max}}{I\mathrm{d}l}}$$

（3）磁场力 $\mathrm{d}\vec{F}_{max}$ 的方向与电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 和磁感应强度 $\vec{B}$ 满足右手螺旋关系




（4）电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 和磁感应强度 $\vec{B}$ 夹角为任意值时的磁场力

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

——安培力公式　（称 $\mathrm{d}\vec{F}$ 为安培力）

$$\mathrm{d}F = BI\mathrm{d}l\sin\theta$$

- 磁感应强度有各种定义方法，除上述方法外，我们还可以用运动电荷在磁场中的受力来定义。
- 磁感应强度 $\vec{B}$ 是场点位置的单值函数，单位：特斯拉

$$1\mathrm{T} = 1\mathrm{N}/\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}$$

- 若磁场中各点 $\vec{B}$ 都相同，则称为匀强磁场

# § 11.2 毕奥－萨伐尔定律

## 一. 毕奥－萨伐尔定律

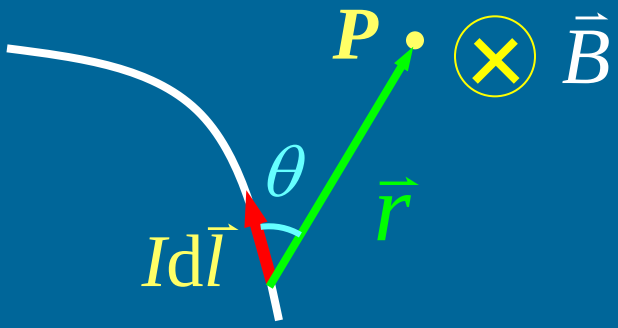
静电场： 取 $\mathrm{d}q \longrightarrow \mathrm{d}\vec{E} \xrightarrow{\text{电场叠加原理}} \vec{E}=\int \mathrm{d}\vec{E}$

磁　场： 取 $I\mathrm{d}\vec{l} \xrightarrow{?} \mathrm{d}\vec{B} \xrightarrow{\text{磁场叠加原理}} \vec{B}=\int \mathrm{d}\vec{B}$

毕－萨定律： $\boxed{\mathrm{d}\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}_0}{r^2}}$　　$\vec{r}_0$ —— 单位矢量

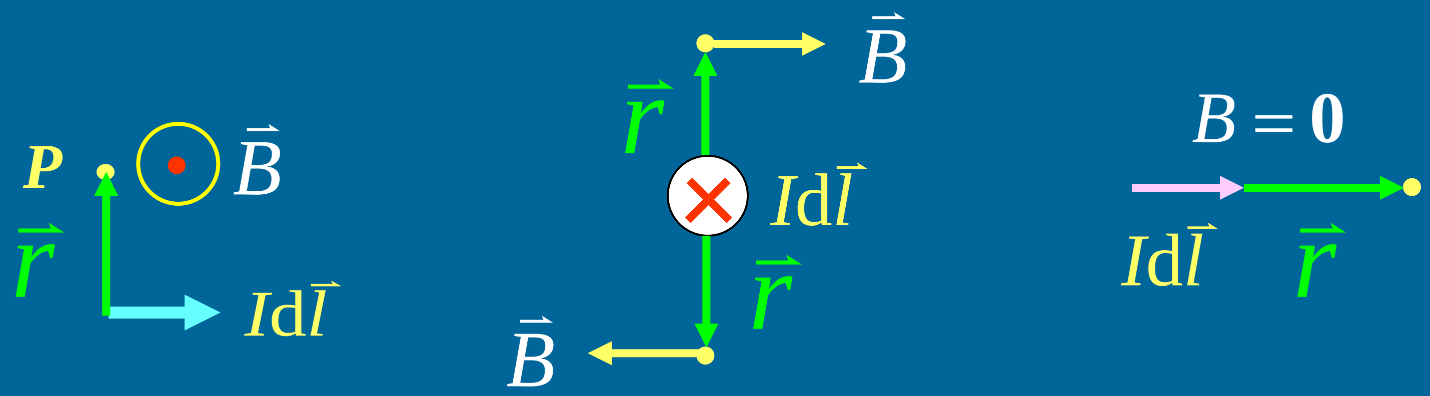
$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$　　真空中的磁导率

大小： $\mathrm{d}B=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$




方向：右螺旋法则

例如：

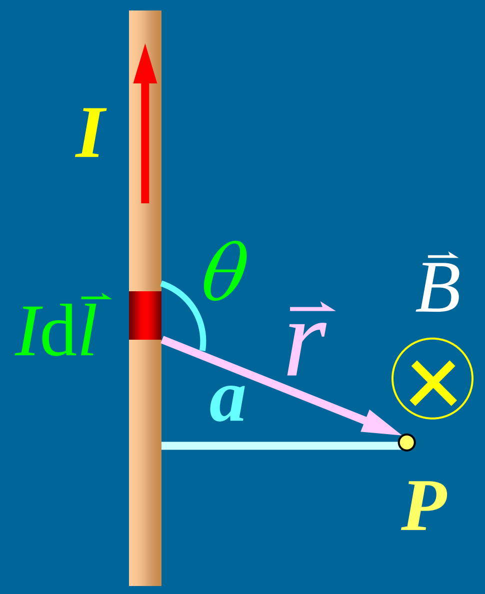



## 二. 毕—萨定律的应用

### 1. 载流直导线的磁场

求距离载流直导线为*a* 处

一点*P* 的磁感应强度 $\vec{B}$




解

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

$$B=\int\mathrm{d}B=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

$$B = \int \mathrm{d}B = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

根据几何关系

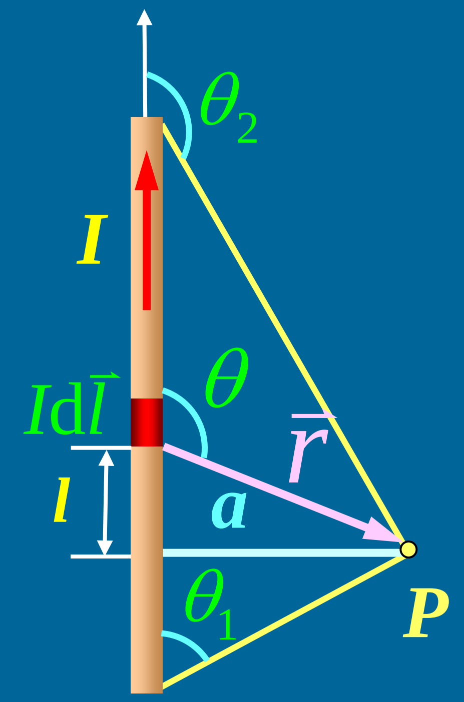
$$r = a\csc\theta$$

$$l = a\cot(\pi-\theta) = -a\cot\theta$$

$$\mathrm{d}l = a\csc^2\theta\mathrm{d}\theta$$

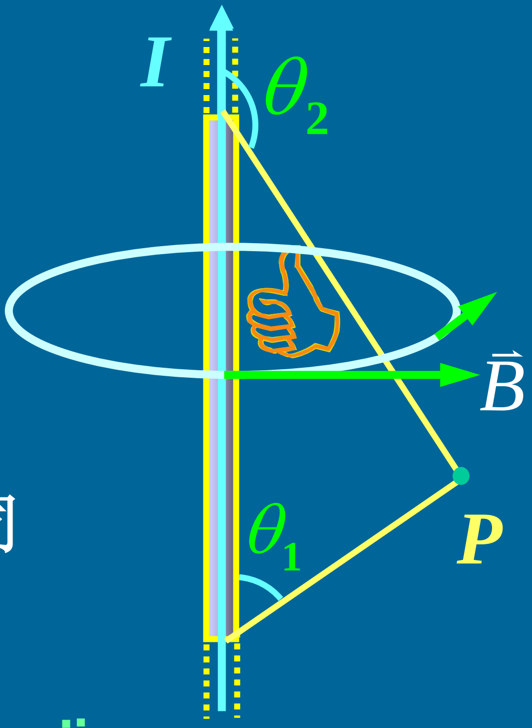
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$



## 讨 论

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$




**(1)** 无限长直导线 $\theta_1\to 0\quad \theta_2\to\pi$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

大小：只与a有关

即不同 距离处 $\vec{B}$ 大小不同

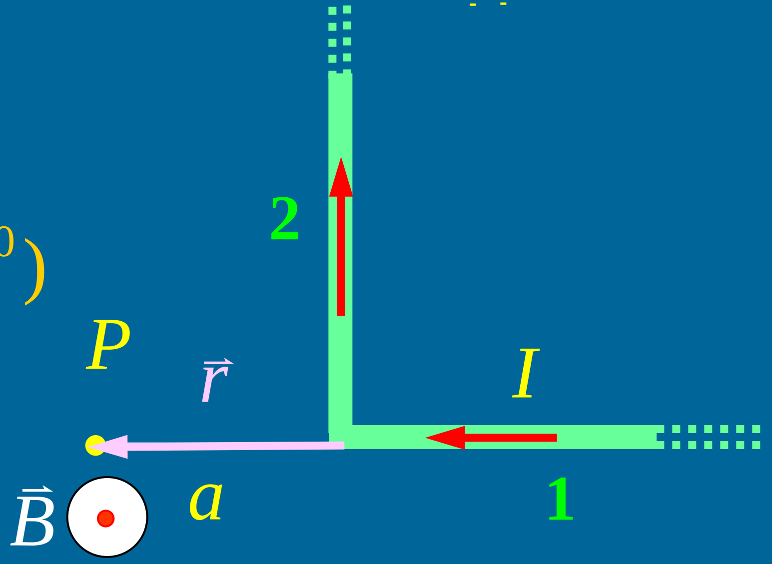
方向：右螺旋法则

**(2)** 任意形状直导线（分段求解）

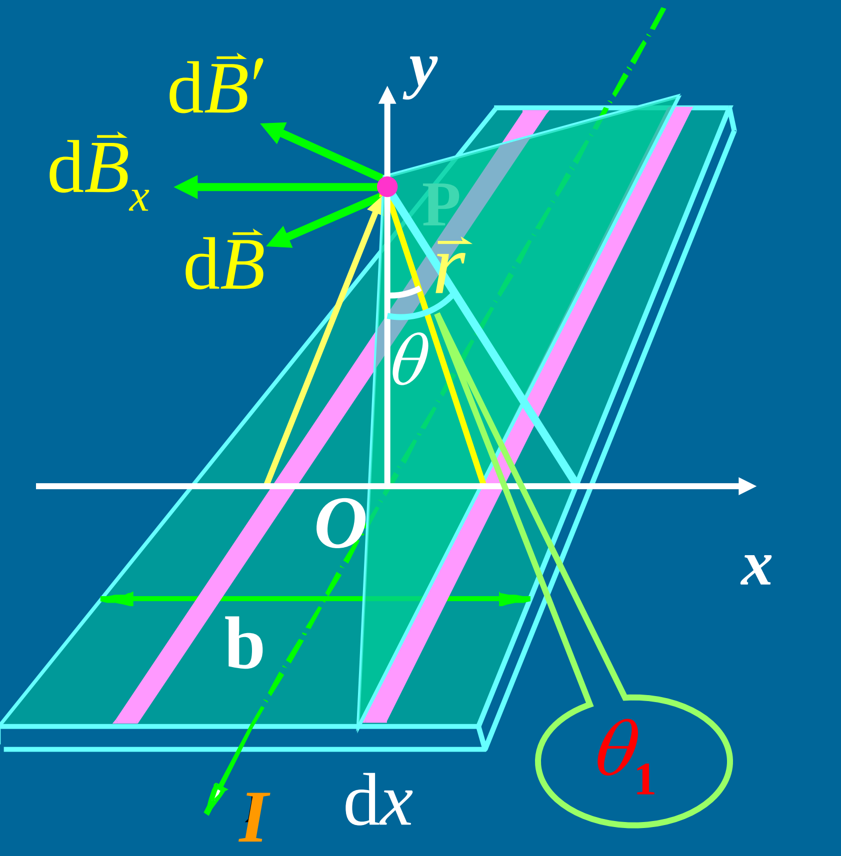
$$B_1=0$$

$$B_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos 90^0-\cos 180^0)$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$



## (3) 无限长载流平板




解

$$\mathrm{d}I = \frac{I\mathrm{d}x}{b}$$

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I \mathrm{d}x}{2\pi b y \sec\theta}$$

$$B_P = B_x = \int \mathrm{d}B_x = -\int \mathrm{d}B\cos\theta$$

$$= -2\int_0^{\frac{b}{2}} \frac{\mu_0 I}{2\pi b y}\frac{\mathrm{d}x}{\sec^2\theta}$$

$$\mathrm{d}x = y\sec^2\theta\mathrm{d}\theta \qquad \theta_1 = \arctan\frac{b}{2y}$$

$$B_P = -\frac{\mu_0 I}{\pi b}\int_0^{\theta_1}\mathrm{d}\theta = -\frac{\mu_0 I}{\pi b}\arctan\frac{b}{2y}$$

分析：$B_p = -\dfrac{\mu_0 I}{\pi b}\arctan\dfrac{b}{2y}$

(1) $y >> b \Rightarrow \arctan\dfrac{b}{2y} \approx \dfrac{b}{2y}$

$$B_P \approx \frac{\mu_0 I b}{2y\pi b} = \frac{\mu_0 I}{2\pi y}$$

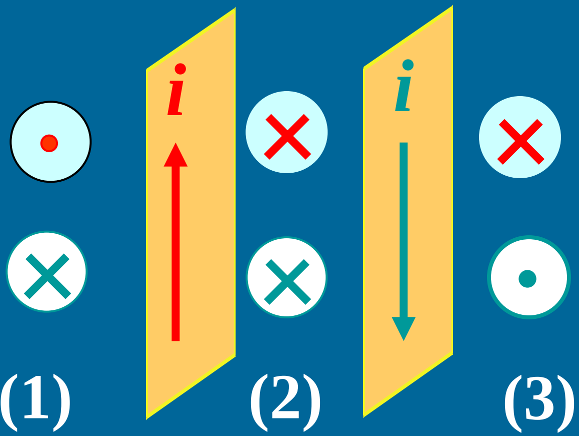
无限长载流直导线

(2) $y << b \Rightarrow \arctan\dfrac{b}{2y} \approx \dfrac{\pi}{2}$

无限大平板

$$B_P \approx \frac{\mu_0 I \pi}{2\pi b} = \frac{\mu_0 I}{2b} = \frac{1}{2}\mu_0 i$$

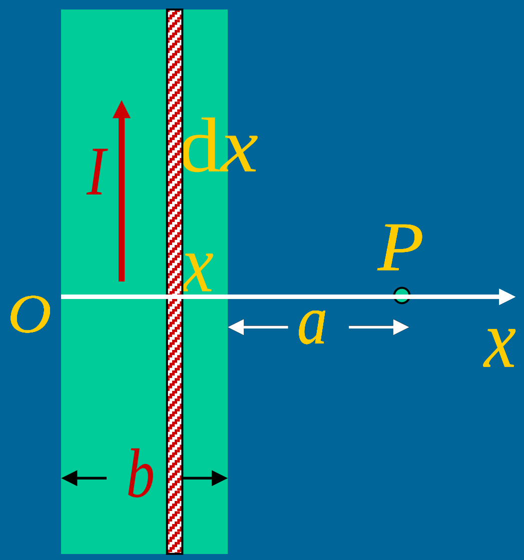
$i = I/b$ ——电流面密度




$B_1 = B_3 = 0$ $\quad B_2 = \mu_0 i$

练习：如图，宽为$b$的无限长导电板上通有电流 $I$。

求：$P$点的磁感应强度




解　取宽为$\mathrm{d}x$的窄条，其电流为

$$\mathrm{d}I=\frac{I\mathrm{d}x}{b}$$

窄条可视为无限长载流直导线，其在$P$点的磁感应强度的大小为

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2\pi(a+b-x)}$$

$\otimes$

$$B=\int\mathrm{d}B=\int_0^b\frac{\mu_0 I\mathrm{d}x}{2\pi b(a+b-x)}=\frac{\mu_0 I}{2\pi b}\ln\frac{a+b}{a}$$

(4) 无限长载流半圆柱面

沿长度方向的电流 $I$ 在圆柱面上均匀分布, R

求：轴线$OO'$上的磁感应强度

解：取一平行于$OO'$的窄条，宽d$l$

$$\mathrm{d}I=\frac{I}{\pi R}\mathrm{d}l=\frac{I}{\pi}\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2\pi R}=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}\theta}{2\pi^2 R}$$

$$\mathrm{d}B_x=\mathrm{d}B\sin\theta$$

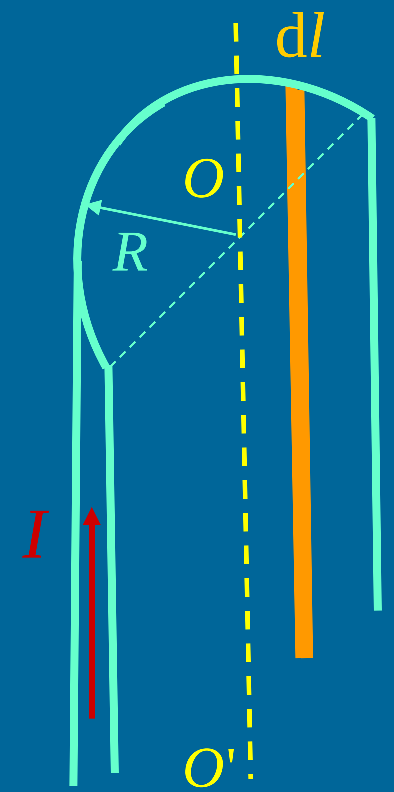
$$\mathrm{d}B_y=-\mathrm{d}B\cos\theta$$

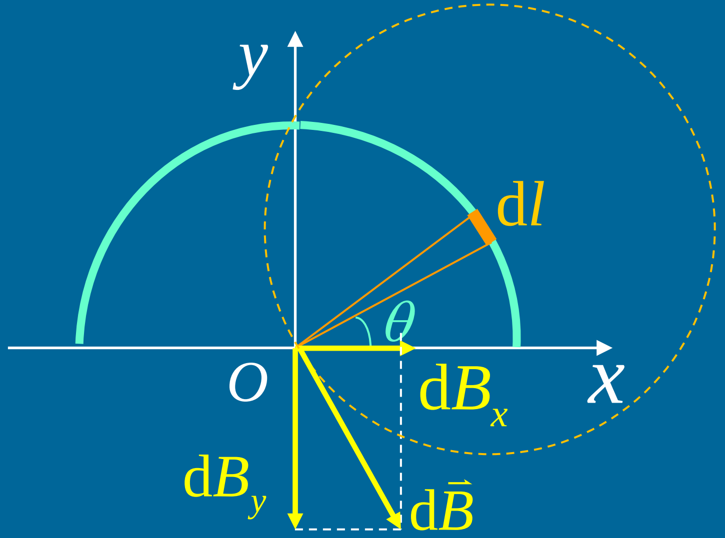
$$B_x=\int\mathrm{d}B_x=\int_0^\pi\frac{\mu_0 I\sin\theta}{2\pi^2 R}\mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

$$B_y=\int\mathrm{d}B_y=\int_0^\pi-\frac{\mu_0 I\cos\theta}{2\pi^2 R}\mathrm{d}\theta=0$$

也可由对称性知：$B_y=\int\mathrm{d}B_y=0$

$$\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\vec{i}$$



# 总结

**1. 安培力公式** $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$

**2. 毕奥－萨伐尔定律**

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

$\vec{r}_0$ —— 单位矢量

- 有限长直线电流：$B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

  $\theta$ 为$I\mathrm{d}\vec{l}$与$\vec{r}$夹角

- 无限长载流体：$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$