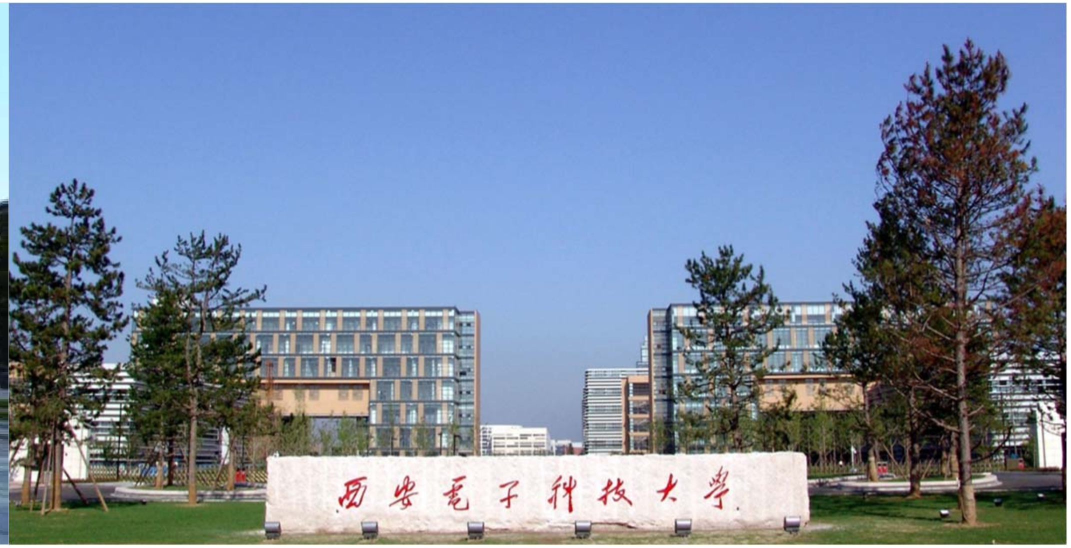
航天器控制原理



冯冬竹
电话：13389281325
邮箱：dzhfeng@xidian.edu.cn
空间科学与技术学院 导航控制系

目录

CONTENTS

航天器的姿态运动学和动力学

第一讲 · 航天器的姿态运动学

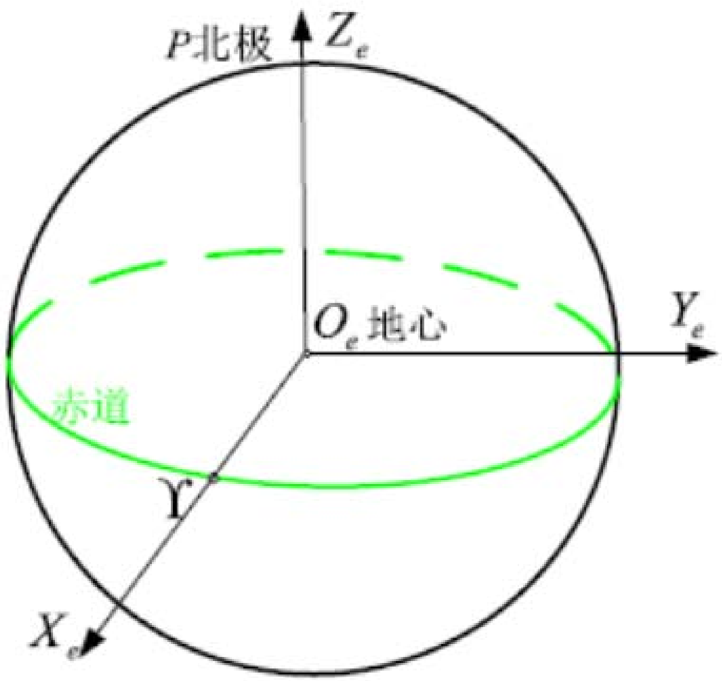
- 航天器的姿态运动学是从几何学的观点来研究航天器的运动，它只讨论航天器运动的几何性质，不涉及产生运动和改变运动的原因；

- 航天器的姿态动力学是研究航天器绕其质心运动的状态和性质；

- 航天器姿态的运动方程须由两部分组成：一部分为通过坐标变换关系得出的运动学方程，另一部分则是以牛顿动力学定律为基础的动力学方程。

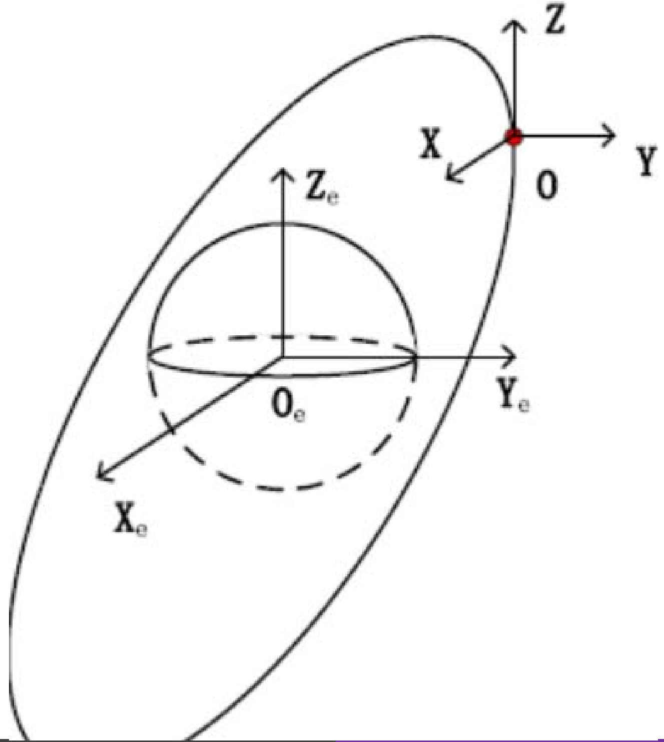
1、惯性坐标系 $O'XYZ$

➢所有的运动都要参照的基本坐标系是惯性坐标系，按一般意义讲，它是相对于恒星固定的坐标系。



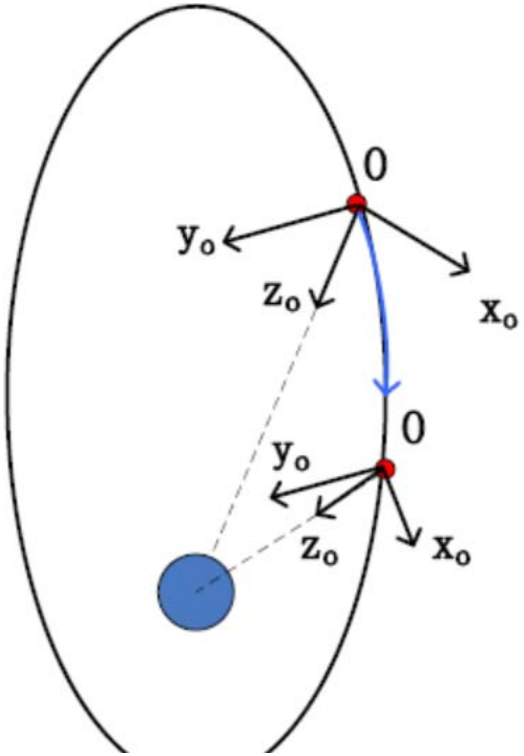
2、质心平动坐标系 *OXYZ*

➢原点位于航天器的质心，三轴分别与某一惯性坐标系的坐标轴保持平行。



3、质心轨道坐标系 $Ox_0y_0z_0$

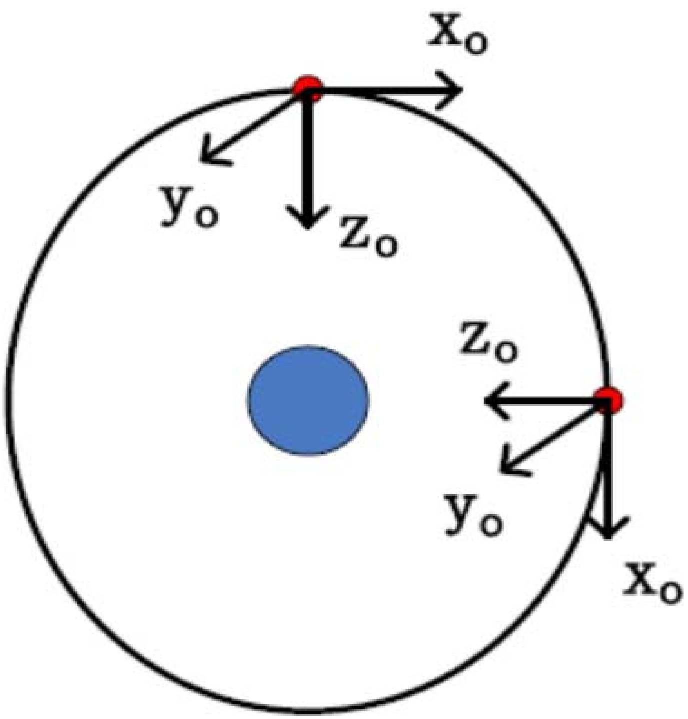
➢原点位于航天器的质心，Oz_0 轴指向地心，Ox_0 轴在轨道平面内，并且与 Oz_0 轴垂直，指向前进方向，Oy_0 轴垂直于轨道平面。



坐标系在空间以角速度 ω_0，即航天器的轨道角速度，绕 Oy_0 轴旋转，旋转方向与 Oy_0 轴的方向相反。

3、质心轨道坐标系 $Ox_0y_0z_0$

➢圆轨道：Ox_0与速度方向一致。



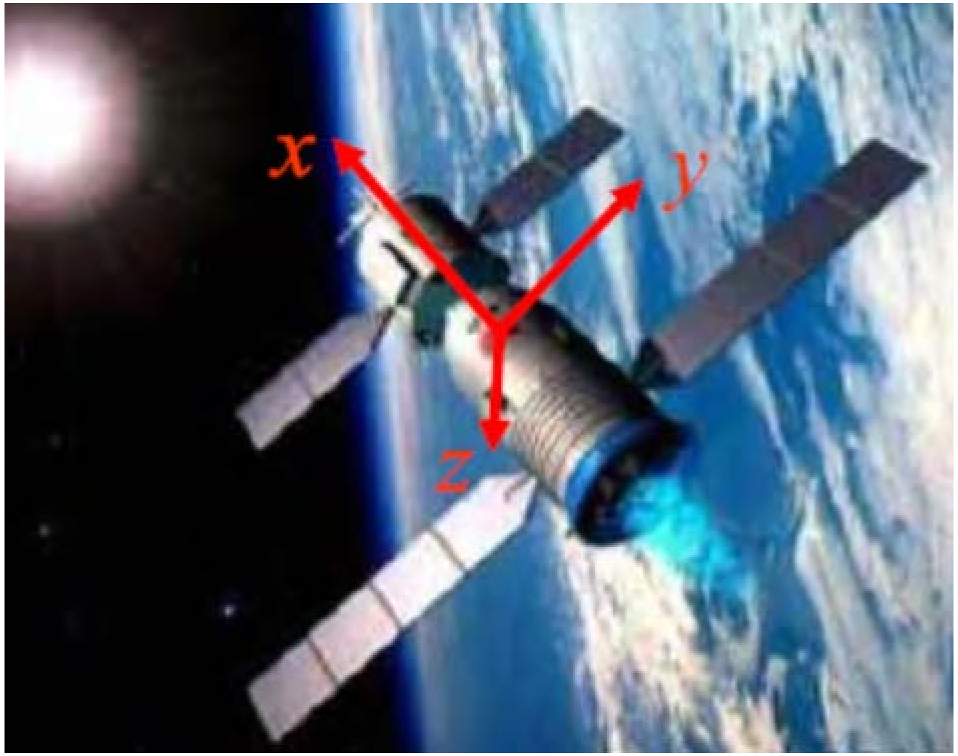
坐标系转动角速度：

$$\vec{\omega}_0=\begin{bmatrix}0\\-\sqrt{\dfrac{\mu}{a^3}}\\0\end{bmatrix}$$

4、本体坐标系 *Oxyz*

➢原点位于航天器的质心，三轴固定在航天器本体上。

➢若三轴为航天器的惯量主轴，则该坐标系称为主轴坐标系。



航天器的姿态运动学方程

- 坐标系确定以后，航天器上任何一点的位置就可以在固联于星体的本体坐标系中表示；
- 若要描述三轴稳定航天器的对地定向运动，则要借助于质心轨道坐标系；若要讨论自旋卫星的章动运动，就必须运用质心平动坐标系。
- 各种坐标系之间的关系可以通过一系列旋转角来表示，这些旋转角称为欧拉角。

- 以坐标系Oxyz和OXYZ为例，星体轴的位置可通过3次旋转达到OXYZ坐标轴的位置。旋转顺序具有多种形式，但不能绕一个轴连续旋转两次，因为连续两次旋转等同于绕这个轴的一次旋转。
- 为此，可以得出两类12种可能的旋转顺序如下：

  一类：1-2-3，1-3-2，2-3-1，2-1-3，3-1-2，3-2-1

  二类：3-1-3，2-1-2，1-2-1，3-2-3，2-3-2，1-3-1
- 一类是每轴仅旋转一次，二类是某一轴不连续地旋转两次。

"3-1-3"
旋转

$(1)OXYZ \to$ 绕OZ轴转ψ角$\to O\xi'\eta'\zeta'$

$$\begin{pmatrix}\xi'\\ \eta'\\ \zeta'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\psi & \sin\psi & 0\\ -\sin\psi & \cos\psi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X\\ Y\\ Z\end{pmatrix}=\gamma\begin{pmatrix}X\\ Y\\ Z\end{pmatrix}$$

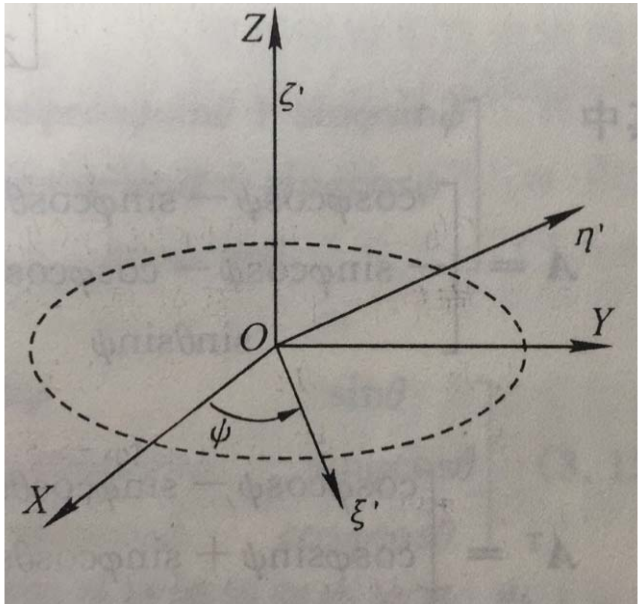


图 3.2 绕 OZ 轴旋转 ψ 角

航天器的姿态运动学方程

$$(2)\,O\xi'\eta'\zeta' \rightarrow 绕O\xi'轴转\theta角 \rightarrow O\xi\eta\zeta$$

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{pmatrix}$$

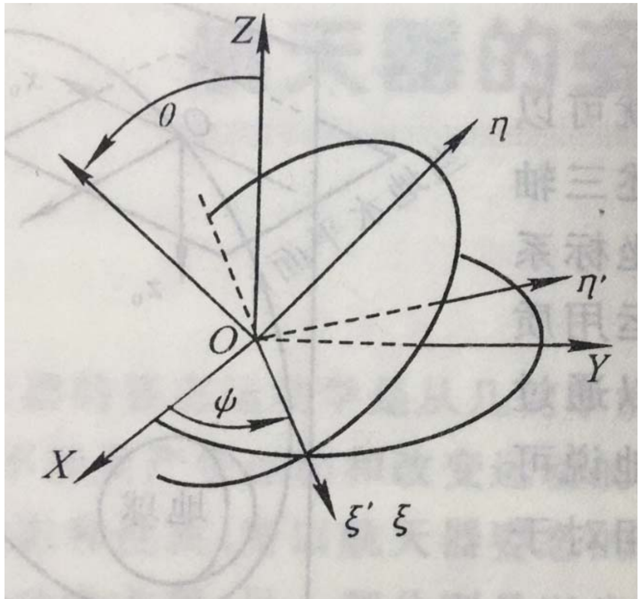


图 3.3 绕 $O\xi'$ 旋转 θ 角

$(3)O\xi\eta\zeta \rightarrow$ 绕$O\zeta$轴转φ角$\rightarrow Oxyz$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix}$$

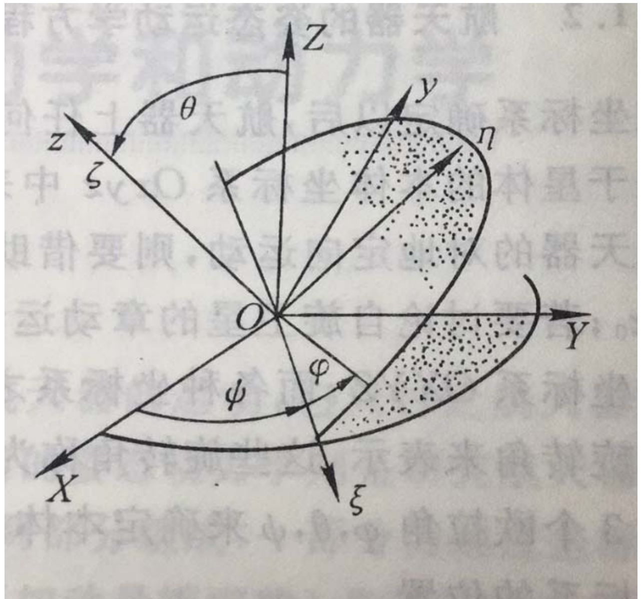


图 3.4 绕 Oξ 旋转 φ 角

航天器的姿态运动学方程

➢ 综合以上变换，坐标系OXYZ与Oxyz之间的直接转换关系即为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \alpha\beta \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix} = \alpha\beta\gamma \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

➢通过A可以把质心平动坐标系OXYZ中表示的矢量分量变换成为本体坐标系Oxyz中表示的分量，即

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\cos\theta\sin\psi & \cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\theta\cos\psi & \sin\varphi\sin\theta \\ -\sin\varphi\cos\psi - \cos\varphi\cos\theta\sin\psi & -\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\theta\cos\psi & \cos\varphi\sin\theta \\ \sin\theta\sin\psi & -\sin\theta\cos\psi & \cos\theta \end{bmatrix}$$

➢ 若坐标系Oxyz中的分量已知，需要确定坐标系OXYZ中的分量，则利用两个坐标系之间正交变换的逆矩阵就等于它的转置矩阵这一性质，得到：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = A^{-1}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A^{T}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$A^{T} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\cos\theta\sin\psi & -\sin\varphi\cos\psi - \cos\varphi\cos\theta\sin\psi & \sin\theta\sin\psi \\ \cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\theta\cos\psi & -\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\theta\cos\psi & -\sin\theta\cos\psi \\ \sin\varphi\sin\theta & \cos\varphi\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

姿态运动学方程

➢基于欧拉转动顺序“3-1-3”可以进一步将航天器的空间转动角速度在本体坐标系中的分量用欧拉角表示，从而推导出航天器的姿态运动学方程。

$$\begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix}=\alpha\beta\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \dot{\psi}\end{bmatrix}+\alpha\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \dot{\varphi}\end{bmatrix}$$

姿态运动学方程

➢基于欧拉转动顺序“3-1-3”可以进一步将航天器的空间转动角速度在本体坐标系中的分量用欧拉角表示，从而推导出航天器的姿态运动学方程。

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\psi} \sin\theta \sin\varphi + \dot{\theta} \cos\varphi \\ \omega_y = \dot{\psi} \sin\theta \cos\varphi - \dot{\theta} \sin\varphi \\ \omega_z = \dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \omega_z - \left(\omega_x \sin\varphi + \omega_y \cos\varphi\right) \cot\theta \\ \dot{\theta} = \omega_x \cos\varphi - \omega_y \sin\varphi \\ \dot{\psi} = \left(\omega_x \sin\varphi + \omega_y \cos\varphi\right) \csc\theta \end{cases}$$

"1-2-3"
旋转

$(1)Ox_0y_0z_0 \rightarrow$ 绕Ox_0轴转φ角$\rightarrow O\alpha'\beta'\gamma'$

$(2)O\alpha'\beta'\gamma' \rightarrow$ 绕$O\beta'$轴转θ角$\rightarrow O\alpha\beta\gamma$

$(3)O\alpha\beta\gamma \rightarrow$ 绕$O\gamma$轴转ψ角$\rightarrow Oxyz$

➢通过B可以把质心轨道坐标系$Ox_0y_0z_0$中表示的矢量分量变换成为本体坐标系Oxyz中表示的分量，即

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \sin\varphi\sin\theta\cos\psi + \cos\varphi\sin\psi & -\cos\varphi\cos\psi\sin\theta + \sin\varphi\sin\psi \\ -\cos\theta\sin\psi & -\sin\varphi\sin\theta\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi & \cos\varphi\sin\theta\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi \\ \sin\theta & -\sin\varphi\cos\theta & \cos\varphi\cos\theta \end{bmatrix}$$

➢同理：

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = B^{-1}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = B^{T}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & -\cos\theta\sin\psi & \sin\theta \\ \sin\varphi\sin\theta\cos\psi+\cos\varphi\sin\psi & -\sin\varphi\sin\theta\sin\psi+\cos\varphi\cos\psi & -\sin\varphi\cos\theta \\ -\cos\varphi\cos\psi\sin\theta+\sin\varphi\sin\psi & \cos\varphi\sin\theta\sin\psi+\sin\varphi\cos\psi & \cos\varphi\cos\theta \end{bmatrix}$$

航天器的姿态运动学方程

➢当 $|\varphi|,|\theta|,|\psi| \ll 1\,\mathrm{rad}$ 时，即在小角度变化情况下，B可以近似为：

$$B=\begin{bmatrix} 1 & \psi & -\theta \\ -\psi & 1 & \varphi \\ \theta & -\varphi & 1 \end{bmatrix}$$

θ俯仰角	Ox滚动轴
ψ偏航角	Oy俯仰轴
φ滚动角	Oz偏航轴

姿态运动学方程

➢利用“1-2-3”也可以将航天器的空间转动角速度在本体坐标系中的分量表示出来，得到另一组航天器的姿态运动学方程：

$$
\begin{cases}
\omega_x = \dot{\varphi}\cos\psi\cos\theta + \dot{\theta}\sin\psi \\
\omega_y = -\dot{\varphi}\sin\psi\cos\theta + \dot{\theta}\cos\psi \\
\omega_z = \dot{\psi} + \dot{\varphi}\sin\theta
\end{cases}
$$

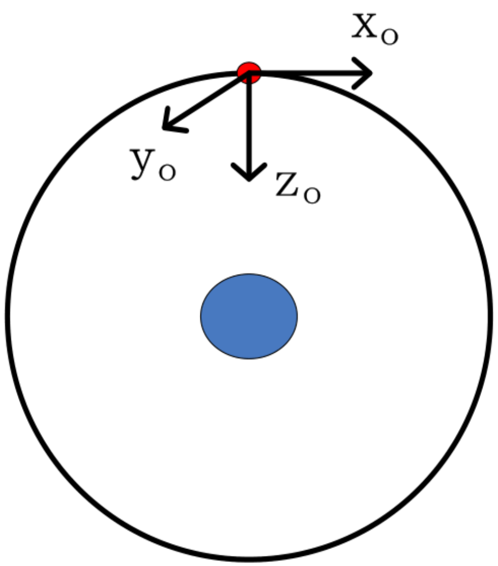
$$
\begin{cases}
\dot{\varphi} = \left(\omega_x\cos\psi - \omega_y\sin\psi\right)\big/\cos\theta \\
\dot{\theta} = \omega_x\sin\psi + \omega_y\cos\psi \\
\dot{\psi} = \omega_z - \left(\omega_x\cos\psi - \omega_y\sin\psi\right)\tan\theta
\end{cases}
$$

常用参考坐标系

参考坐标系不是惯性坐标系，比如质心轨道坐标系

$$\vec{\omega}=\vec{\omega}_r+\vec{\omega}_e$$

$$=\begin{bmatrix}\dot{\varphi}\cos\psi\cos\theta+\dot{\theta}\sin\psi\\-\dot{\varphi}\sin\psi\cos\theta+\dot{\theta}\cos\psi\\\dot{\psi}+\dot{\varphi}\sin\theta\end{bmatrix}+B\begin{bmatrix}0\\-\sqrt{\dfrac{\mu}{a^3}}\\0\end{bmatrix}$$



西安电子科技大学
XIDIAN UNIVERSITY

THANKS

13389281325

dzhfeng@xidian.edu.cn