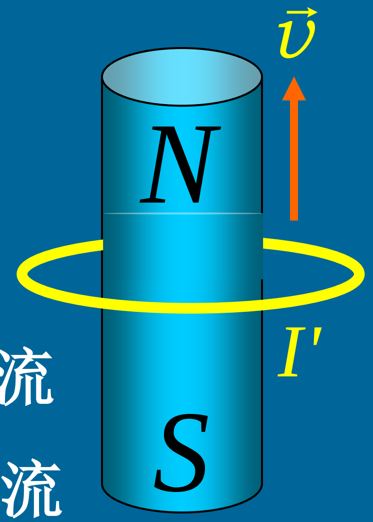
第十章 变化的电场和变化的磁场

前面我们研究了静电场和恒定磁场的基本规律，激发电场和磁场的源——电荷和电流是相互联系的，表明电场和磁场之间存在必然联系。本章将要讨论电场和磁场之间的联系。

§ 10.1 电磁感应

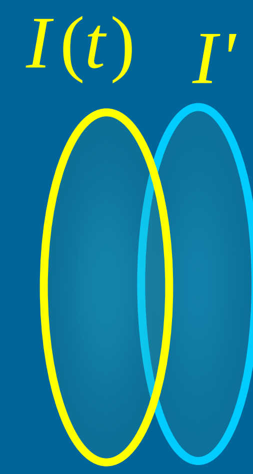
一. 电磁感应现象

电流的磁效应 ⟶ 电生磁 ⟶ 磁的电效应？



法拉第实验：

- 磁铁与闭合线圈有相对运动，线圈中产生电流
- 一线圈电流变化，在附近其它线圈中产生电流



电磁感应实验的结论：

当穿过闭合导体回路的磁通量发生变化时，

此回路中就会有电流出现。

这一现象称为——电磁感应现象

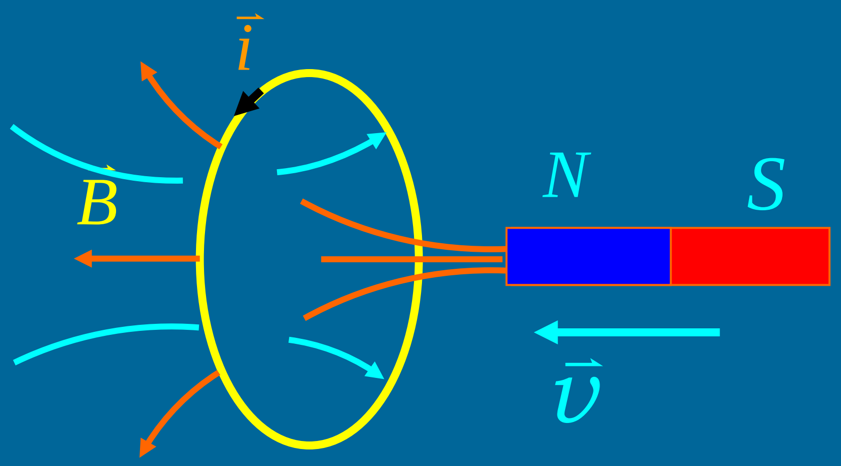
此电流称感应电流。

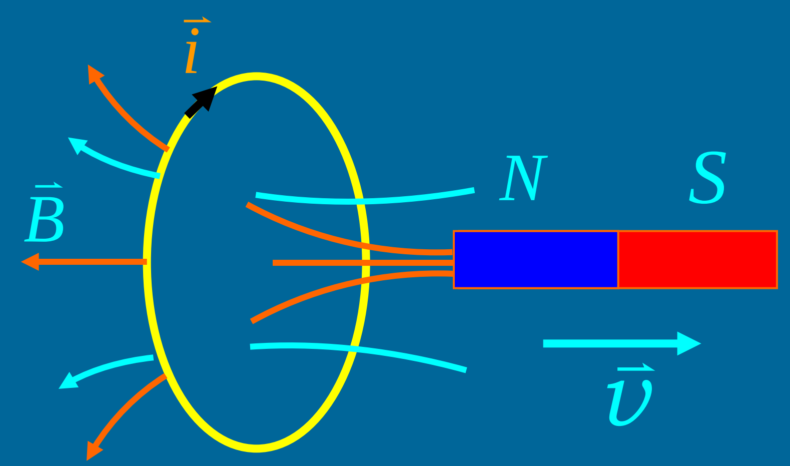
$$\Phi_m = \int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int B\cos\theta\, \mathrm{d}S$$

B、S、θ 变 ⟶ Φ 变 ⟶ 产生电磁感应

1833年楞次通过实验总结出判断感应电流方向的法则。

楞次定律：闭合回路中感应电流的方向总是**使得它自身产生的磁通量**反抗引起感应电流的磁通量的变化。



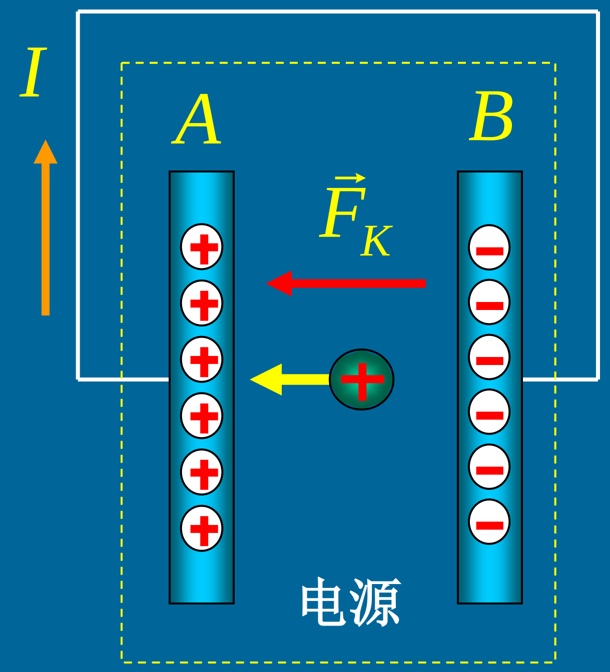


二. 电动势

两个导体板*A*，*B*分别带有正负电荷，

两板之间有一定的电势差，

若用一导线将*A*，*B*连接起来，会有电流出现，但瞬间就会消失，要维持电流，就必须使得*B*板的正电荷不断向*A*板搬移



$u_{AB}=u_A-u_B$

*AB*板之间正电荷受电场力水平向右

要正电荷$B\longrightarrow A$，必须有一个水平向左的力推动它，这个力是非静电力 $\vec{F}_K$

电源提供的动力 $\vec{F}_K$，虚线部分表示电源。正电荷 $B\longrightarrow A$过程中 $\vec{F}_K$作正功，从能量的观点看：电源把其它形式的能转化为电能。

为了定量描述电源把其它形式的能转化为电能的本领，

我们引入一个物理量电动势 ε

电动势定义：将单位正电荷从电源负极推向电源正极的过程中，非静电力所作的功。

$$\varepsilon = \frac{A_K}{q} \quad 或 \quad \varepsilon = \frac{\mathrm{d}A_K}{\mathrm{d}q}$$

- 表征了电源非静电力作功本领的大小
- 反映电源将其它形式的能量转化为电能本领的大小

从场的观点，可以把非静电力作用，看成一种非静电场作用定义：单位正电荷所受的非静电力——非静电性场强

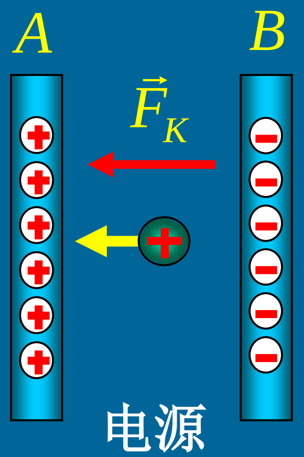
非静电性场强：$\vec{E}_K = \vec{F}_K / q$

正电荷q在电源内部从负极到正极过程中，非静电力的功：

$$A_K = \int_B^A \vec{F}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = q\int_B^A \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon = \int_B^A \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

对闭合电路 $\varepsilon = \oint \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l}$



三. 电磁感应定律

●法拉第由电磁感应现象总结出：穿过闭合回路的磁通量变化时，回路产生电流，其本质是回路中产生了电动势。即回路中磁通量变化的直接结果是产生了感应电动势。同时给出了电动势的量值：

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}}$$

电磁感应定律

叙述：导体回路产生的感应电动势的大小与穿过回路的磁通量的变化率成正比

在约定的正负号规则下，负号表示感应电动势的方向。

规则如下：1 选定回路任一转向为正方向（ ε_i 的参考方向）

2 由右螺旋法则确定回路正法线方向 $\vec{n}$

3 确定回路磁通量的正负（ $\vec{B}$与$\vec{n}$ 同向为 Φ_m正）

4 考察 Φ_m 的变化，确定 $\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$

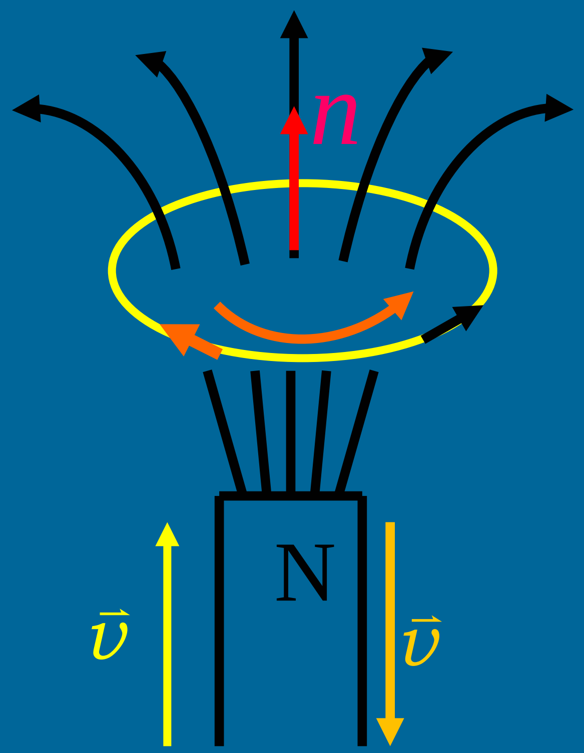
5 由 $-\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$确定 ε_i的正负

先规定回路的绕行方向，设逆时针为正，则法线方向如图：

$\vec{B}$ 与 $\vec{n}$ 夹角< 90^0， $\Phi_m>0$

$$\frac{d\Phi_m}{dt}>0 \qquad \varepsilon_i=-\frac{d\Phi_m}{dt}<0$$

$$\frac{d\Phi_m}{dt}<0 \qquad \varepsilon_i=-\frac{d\Phi_m}{dt}>0$$



若设顺时针为绕行正方向

$\vec{B}$与$\vec{n}$ 夹角>90^0, Φ_m <0 ——如何确定感应电动势方向（作为课后思考题）

注：用这种方法确定的感应电动势的方向和用楞次定律确定的方向是一致的，在实际问题中用楞次定律比较方便。

讨论

(1) 若回路是 N 匝密绕线圈 $\varepsilon_i = -N\dfrac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mathrm{d}(N\Phi_m)}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mathrm{d}\Psi_m}{\mathrm{d}t}$

(2) 若闭合回路中电阻为R ⟹ $I_i = \dfrac{\varepsilon_i}{R} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi_m}{R\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}q_i}{\mathrm{d}t}$

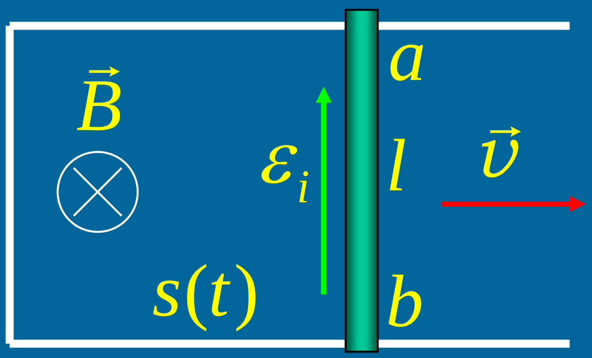
$t_1 \to t_2$ 时间内通过导线任意截面的 感应电荷量：

$$q_i = \int_{t_1}^{t_2} I_i \mathrm{d}t = \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} -\frac{1}{R}\mathrm{d}\Phi_m = (\Phi_{m1} - \Phi_{m2})/R$$ ——磁通计原理

若测出感应电荷量q_i且回路电阻R已知，则可以得磁通量的变化

例 匀强磁场中，导线可在导轨上滑动，

求 回路中感应电动势。

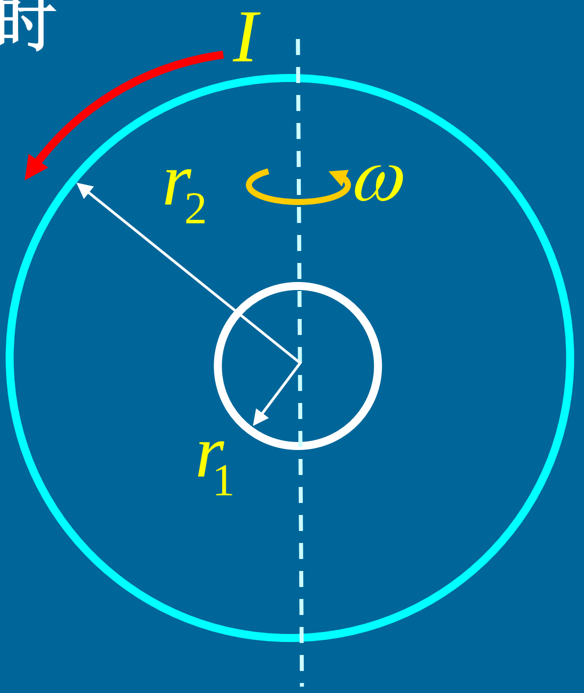


解 顺时针正，在 t 时刻 $\Phi_m(t) = Bls(t)$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{Bl\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = -Bl\upsilon$$

若 $B = B(t) = B_0 t$ $\quad \varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mathrm{d}(B_0 tls)}{\mathrm{d}t} = -(B_0 ls + B_0 tl\upsilon)$

例 两个同心圆环，已知 $r_1 << r_2$,大线圈中通有电流 I ,当小圆环绕直径以 ω 转动时



求 小圆环中的感应电动势

解 大圆环在圆心处产生的磁场

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r_2}$$

通过小线圈的磁通量

$$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = \frac{\mu_0 I}{2r_2} \pi r_1^2 \cos\theta = \frac{\mu_0 I}{2r_2} \pi r_1^2 \cos\omega t$$

感应电动势 $\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 I \pi r_1^2 \omega}{2r_2} \sin\omega t$

§10.2 感应电动势

感应电动势分类：根据磁通量发生变化的原因不同

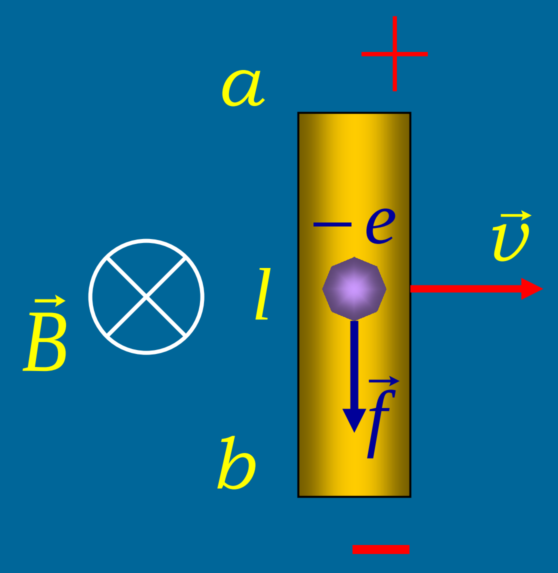
- 相对于实验室参照系，若磁场不变，而导体或导体回路运动（切割磁场线）— 动生电动势
- 相对于实验室参照系，若导体或导体回路静止，磁场随时间变化—感生电动势

一. 动生电动势

如图：导体棒处于匀强磁场中，以速度 $\vec{v}$ 向右运动，其上电子受洛伦兹力

$$\vec{f}=-e(\vec{v}\times\vec{B})$$

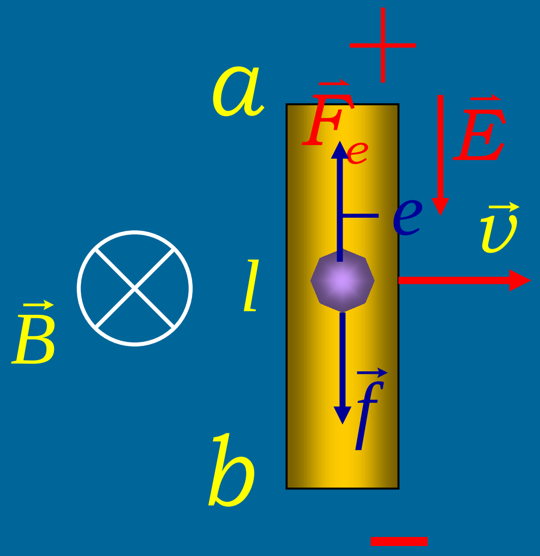
因此*a*端累积正电荷，*b*端累积负电荷



随着电荷的累积形成了$a \rightarrow b$的静电场 $\vec{E}$

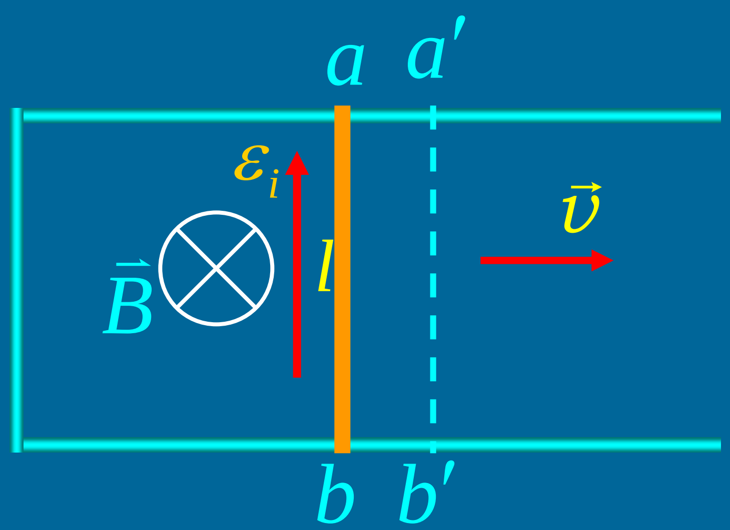
当达到静态平衡时电子受力 $\vec{F}_e = \vec{f}$

ab间形成一定电势差。



若导体棒和固定的导轨构成回路

则电子沿着导轨从b回到a，使a，b积累的电荷减少，破坏了平衡，电子会继续沿导体棒从a到b，形成动态平衡，这时导体棒相当于一个具有一定电动势的电源。



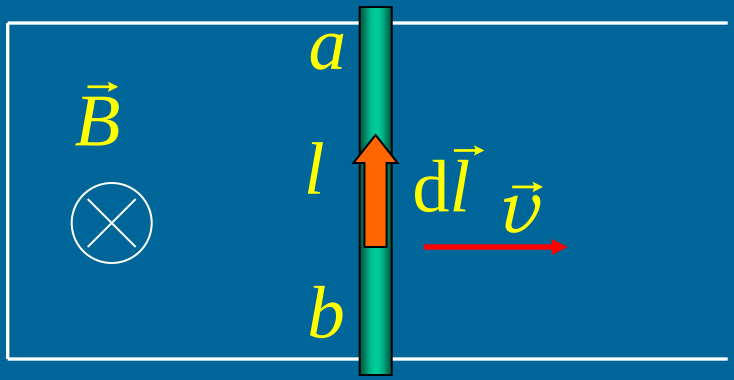
洛仑兹力是此电源的非静电力$\vec{F}_K$

- 从场的观点看与洛仑兹力相应的非静电性场强

$$\vec{E}_K = \frac{\vec{F}_K}{-e} = \vec{\upsilon} \times \vec{B}$$

- 由电动势定义得动生电动势为：

$$\boxed{\varepsilon_i = \int_{-}^{+} \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{-}^{+} (\vec{\upsilon} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$



应用

$$\varepsilon_i = \int_{-}^{+} (\vec{\upsilon} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

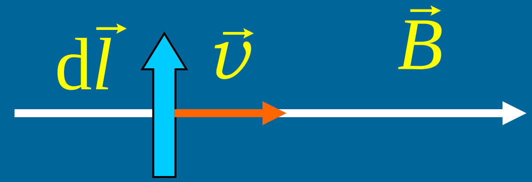
$$= \int_{b}^{a} \upsilon B \mathrm{d}l = \upsilon B l$$

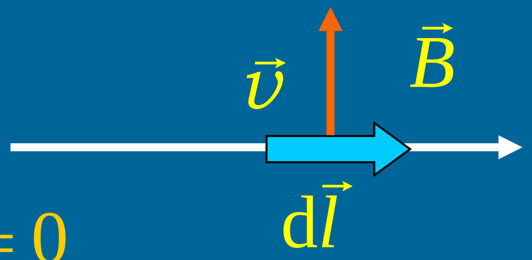
说明：1 动生电动势的实质是运动电荷受洛仑兹力的结果。

2 上式也适用于非均匀 场（只需将导线分成线元，分别求出每段线元的电动势，再求和即可）

讨论

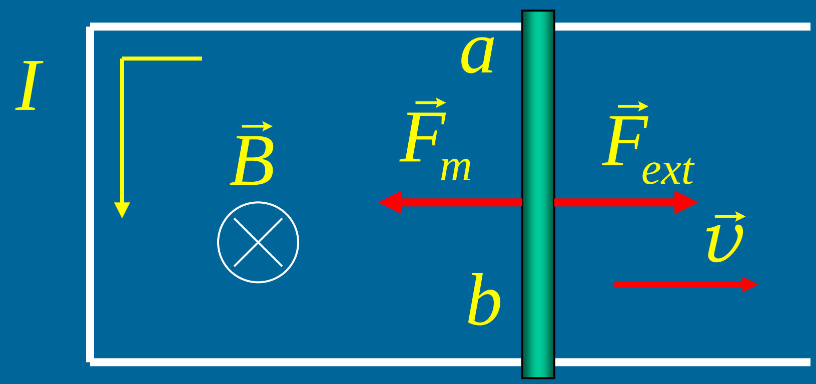
(1) 注意矢量之间的关系





$$\varepsilon_i = 0 \begin{cases} \vec{v}\times\vec{B}=0 \\ \vec{v}\times\vec{B}\neq 0 \qquad (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0 \end{cases}$$

(2) 感应电动势的功率



设电路中感应电流为 I

$$P = I\varepsilon_i = IBlv$$

导线受安培力 $F_m = IBl$

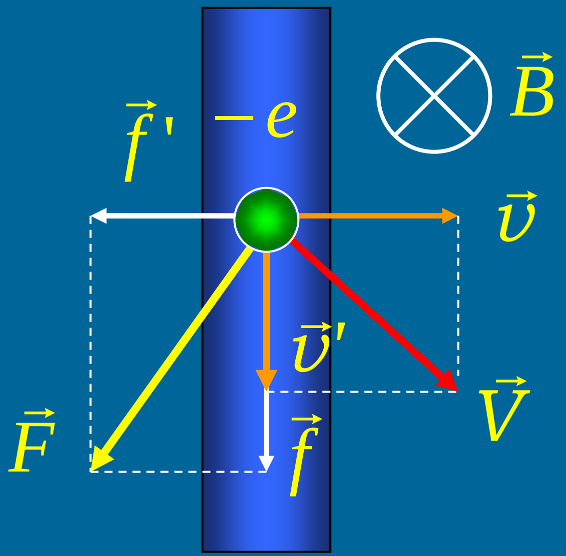
导线匀速运动 $\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_m$

$$P_{ext} = F_{ext}v = IBlv = P$$

电路中感应电动势提供的电能是由外力做功所消耗的机械能转换而来的

(3) 感应电动势做功，洛伦兹力不做功？

$$\vec{F}\cdot\vec{V}=(\vec{f}+\vec{f}\,')\cdot(\vec{\upsilon}+\vec{\upsilon}\,')$$
$$=\vec{f}\cdot\vec{\upsilon}\,'+\vec{f}\,'\cdot\vec{\upsilon}$$
$$=e\upsilon B\upsilon'-e\upsilon' B\upsilon=0$$



洛伦兹力的一个分力作正功，一个分力作负功，总功为零，说明洛仑兹力不提供任何能量，只是传递能量，即将机械能转化为电能。

总结

1. 电磁感应定律

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

2. 动生电动势

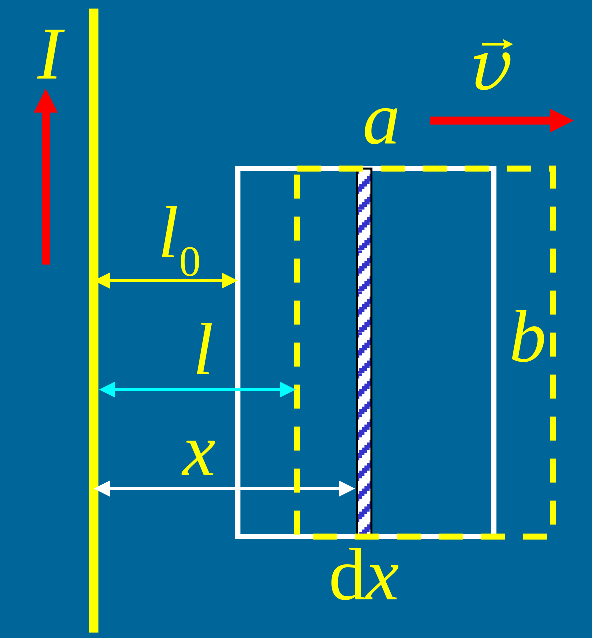
$$\varepsilon_i = \int_-^+ (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

例 在无限长直载流导线的磁场中，有一运动的导体线框，导体线框与载流导线共面。

求 线框运动到图示位置时的感应电动势。

解 令t时刻线框运动到左边距长直导线 l

假定顺时针正，通过面积元的磁通量



$$\mathrm{d}\varPhi_m = \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = B\mathrm{d}S = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}b\mathrm{d}x$$

$$\varPhi_m(t) = \int \mathrm{d}\varPhi_m = \int_l^{l+a}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}b\mathrm{d}x$$

$$= \frac{\mu_0 I b}{2\pi}\ln\left(\frac{l+a}{l}\right)$$

$$\varepsilon_i(t) = -\frac{\mathrm{d}\varPhi_m(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 I b}{2\pi}\left[\frac{\mathrm{d}l/\mathrm{d}t}{l+a} - \frac{\mathrm{d}l/\mathrm{d}t}{l}\right] = \frac{\mu_0 I a b \upsilon}{2\pi l(l+a)}$$

$$\varepsilon_i = \frac{\mu_0 I a b \upsilon}{2\pi l_0(l_0+a)}$$

（方向顺时针方向）