

第6章 天线基本参数

- ◆1、方向性函数 (Directivity Function)
- ◆2、方向图 (Radiation Pattern)
- ◆3、方向图参数 (Main lobe...)
- ◆4、方向系数 (Directivity)
- ◆5、天线效率 (Efficiency)
- ◆6、增益 (Gain)
- ◆7、极化 (Polarization)
- ◆8、有效长度 (Effective length)
- ◆9、输入阻抗 (Input Impedance)
- ◆10、辐射阻抗 (Radiation Resistance)
- ◆11、频带宽度 (Bandwidth)
- ◆12、有效接收面积 (Effective Aperture)



1. 方向性函数

任何天线辐射的电磁波都不是均匀平面波，其辐射场都具有方向性。所谓的方向性函数，就是在相同距离的条件下天线的辐射场的相对值与空间方向 (θ, ϕ) 的关系，一般用 $f(\theta, \phi)$ 来表示。

天线在空间任意方向 (θ, ϕ) 的电场强度 $|\mathbf{E}(\theta, \phi)|$ 的大小可以表示为：

$$|\mathbf{E}(\theta, \phi)| = A_0 f(\theta, \phi)$$

A_0 与方向无关的常数

$f(\theta, \phi)$ 就是场强方向图函数，并且只是 θ, ϕ 的函数

$$f(\theta, \phi) = \frac{|\mathbf{E}(\theta, \phi)|}{A_0}$$

为便于比较不同天线的方向性，通常采用**归一化方向性函数** $F(\theta, \varphi)$ 来表示，即：

$$F(\theta, \varphi) = \frac{f(\theta, \varphi)}{f_{\max}(\theta, \varphi)} = \frac{|E(r, \theta, \varphi)|}{|E_{\max}|}$$

基本电振子的归一化方向性函数为：

$$F(\theta, \varphi) = |\sin \theta|$$

为了分析和对比方便，我们定义一个理想的点源，其辐射场是无方向性的，在相同距离处，**任何方向场强大小均相等，归一化方向性函数** $F(\theta, \varphi) = 1$ 。

归一化功率方向图

$$P(\theta, \phi) = \frac{|\mathbf{S}(\theta, \phi)|}{|\mathbf{S}_m(\theta_0, \phi_0)|}$$

$\mathbf{S}(\theta, \phi)$ -----功率通量密度 也就是复坡印廷矢量的幅值

$\mathbf{S}_m(\theta_0, \phi_0)$ -----功率通量密度的最大值

显然可得功率归一化方向图与场强归一化方向图的关系：

$$P(\theta, \phi) = F^2(\theta, \phi)$$

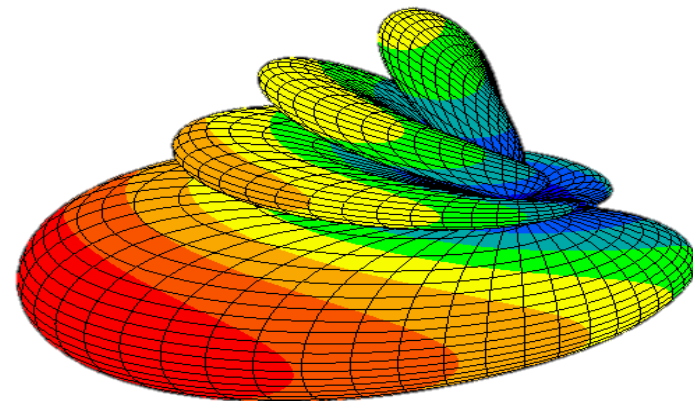
$$\text{分贝: } F(\theta, \phi) \Big|_{dB} = 20 \lg F(\theta, \phi)$$

$$P(\theta, \phi) \Big|_{dB} = 10 \lg P(\theta, \phi) = 10 \lg F^2(\theta, \phi)$$

2. 方向图 (Radiation Pattern)

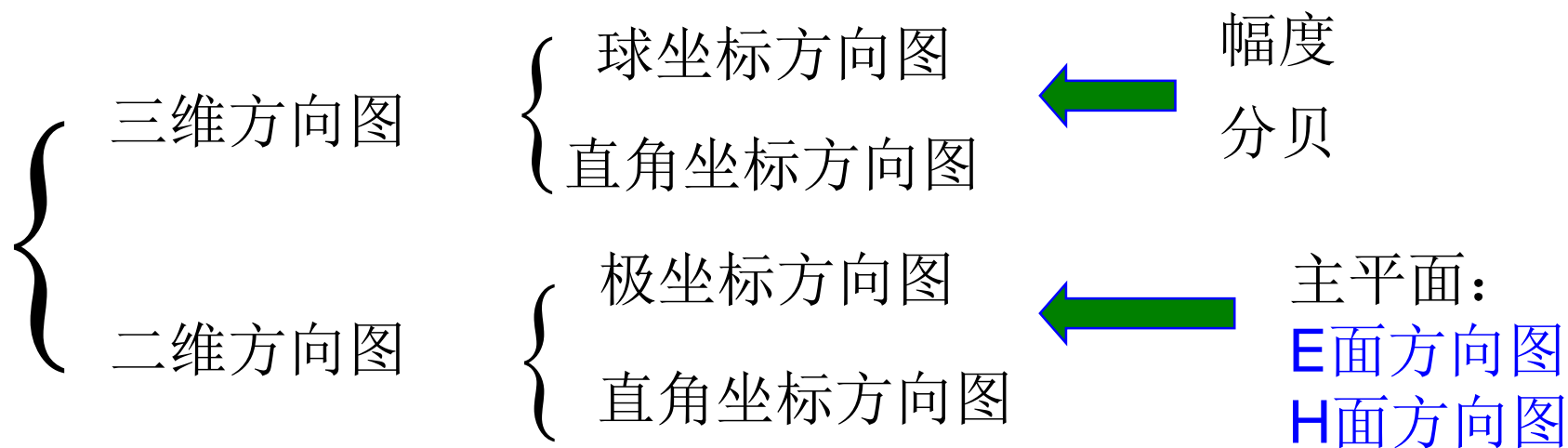
天线辐射方向图或天线方向图定义为“天线的辐射参量随空间坐标的变化图形”，辐射参量包括天线辐射的功率通量密度、场强、相位和极化。

通常天线方向图在远场区确定，并表示为空间方向坐标的函数——方向（图）函数，此时方向图的形状就与距离无关。一般我们最关心的是功率方向图和场强方向图。



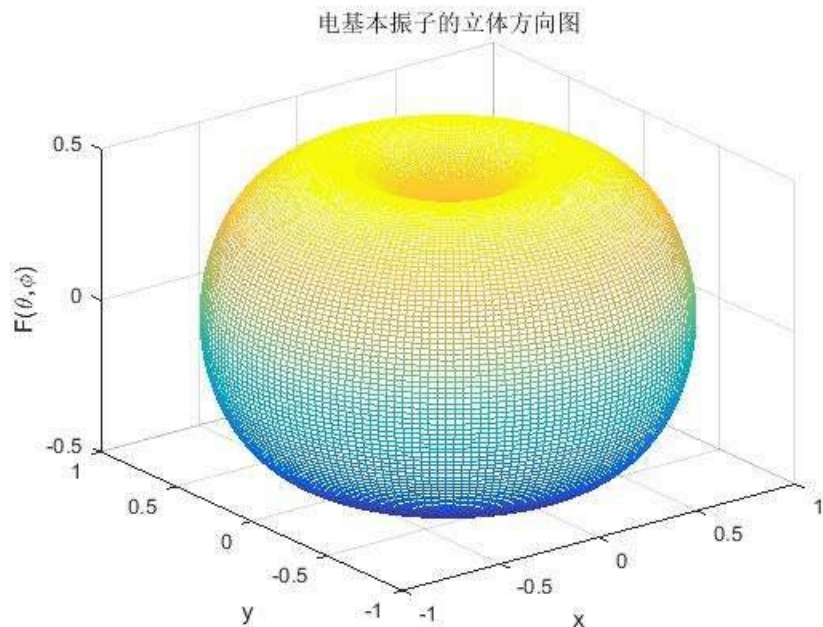
辐射方向图

*方向图分类

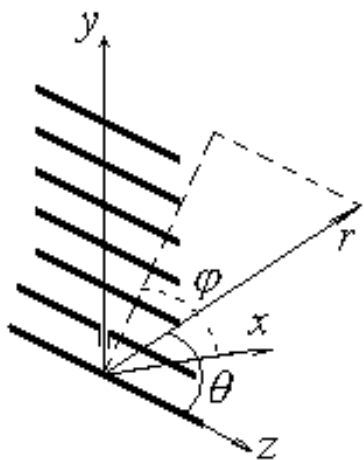


立体方向图（三维）

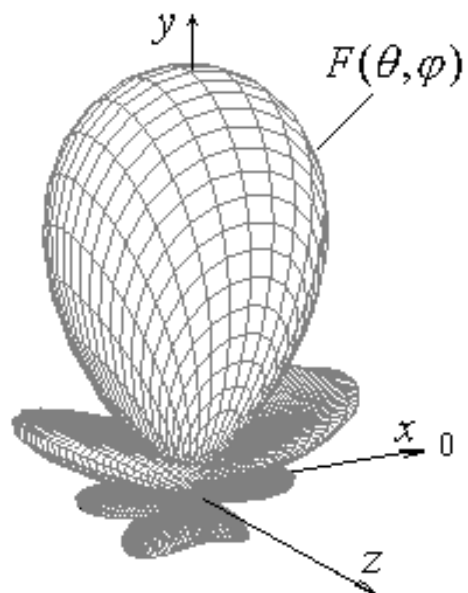
变化 θ 和 φ 得到的方向图为立体方向图，它综合描述了天线在各个方向上的辐射情况。对于电基本振子，其归一化方向函数 $F(\theta, \varphi) = |\sin \theta|$ ，所以它的立体方向图如下图所示：



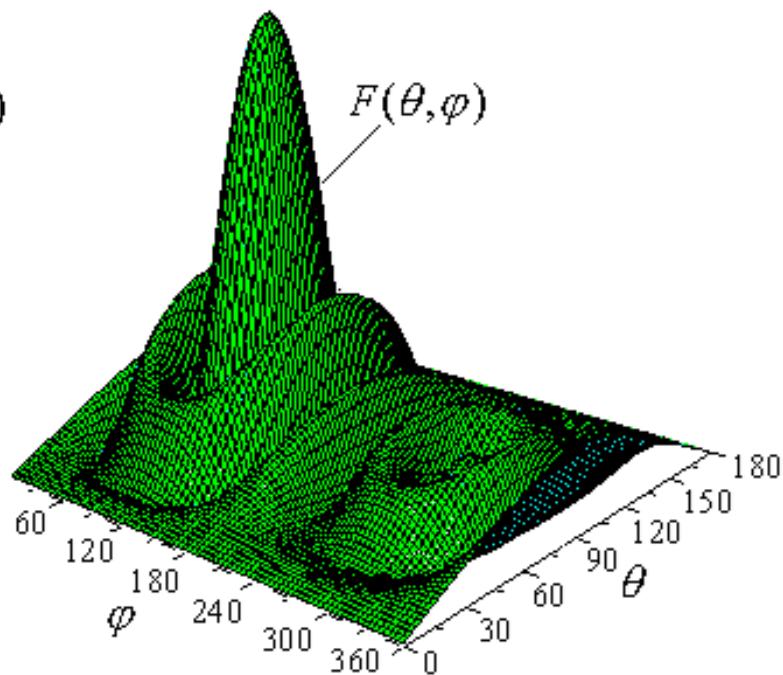
立体方向图（三维）



(a) 7元八木天线



(b) 三维球坐标
场强方向图



(c) 三维直角坐标
场强方向图

E面、H面方向图

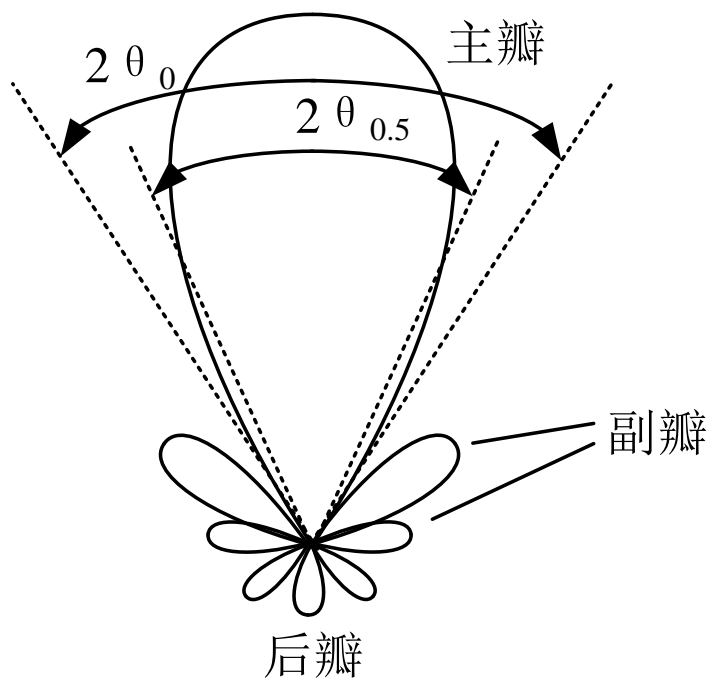
E面—包含最大辐射方向的电场矢量所在的平面。用E面去截取立体方向图，则得到E面方向图。

H面—包含最大辐射方向的磁场矢量所在的平面。用H面去截取立体方向图，则得到H面方向图。

对于电基本振子，E面是包含z轴的任一平面，例如XOZ平面，此面上 $\varphi = 0$ ，方向函数为 $F_E(\theta) = |\sin \theta|$ 。而H面为XOY平面，此面上 $\theta = \pi/2$ ，方向函数为 $F_H(\varphi) = 1$ 。
画出电基本振子的极坐标和直角坐标下的H面、E面方向图？
画出磁基本振子的极坐标和直角坐标下的H面、E面方向图？

3. 方向图参数

实际天线或者阵列天线的方向图比较复杂，通常有多个波瓣，包括**主瓣**（主波束）、多个**副瓣**（旁瓣）和**后瓣**（尾瓣），如图所示。



➤(1) 半功率波瓣宽度 (Half-power Beamwidth)

半功率波瓣宽度又称主瓣宽度或3dB波瓣宽度，是指主瓣最大值两边场强等于最大值的0.707倍（最大功率密度下降一半）的两辐射方向之间的夹角，通常用 $2\theta_{0.5}$ 表示。一般情况下，天线的E面和H面方向图的主瓣宽度不等，可分别记为 $2\theta_{0.5E}$ 和 $2\theta_{0.5H}$ 。

➤(2) 零功率波瓣宽度 (First Null Beamwidth)

主瓣最大值两边两个零辐射方向之间的夹角，通常用 $2\theta_0$ 表示。一般情况下，天线的E面和H面方向图的零功率波瓣宽度不等，可分别记为 $2\theta_{0E}$ 和 $2\theta_{0H}$ 。

➤(3) 前后比(Front to back ratio)

主瓣最大值与后瓣最大值之比，用分贝表示。

$$F / B = 10 \lg \frac{S_m}{S_b} = 20 \lg \frac{E_m}{E_b}$$

➤(4) 副瓣电平 (Side Lobe Level)

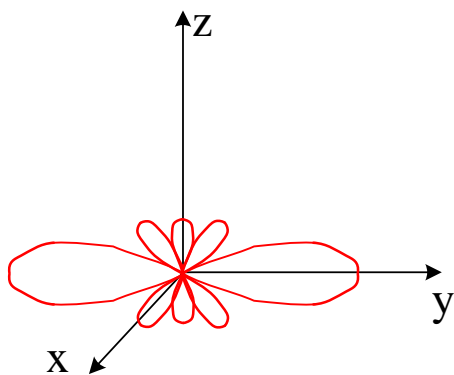
定义：副瓣最大值与主瓣最大值之比，一般用分贝表示，
即：

$$SLL = 10 \lg \frac{S(\theta, \phi)}{S_m} = 20 \lg \frac{E(\theta, \phi)}{E_m}$$

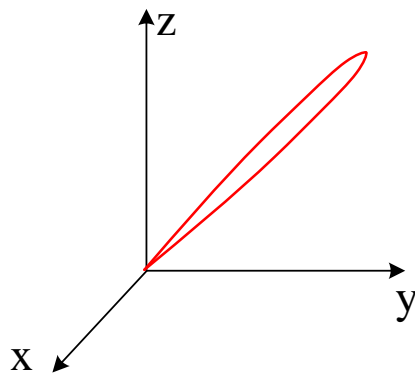
不同用途要求天线有不同的方向图。例如，广播电视发射天线等，要求在水平面内为全向方向图，而在垂直面内有一定的方向性以提高天线增益，见下图(a)；

对微波中继通讯、远程雷达、射电天文、卫星接收等用途的天线，要求为笔形波束方向图，见下图(b)；

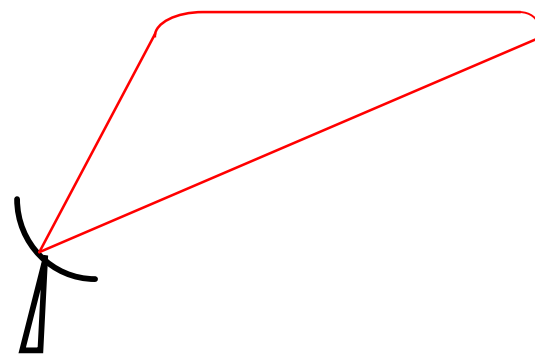
对搜索雷达、警戒雷达天线则要求天线方向图为余割平方波束，见下图(c)。



(a)水平全向方向图



(b)笔形波束方向图



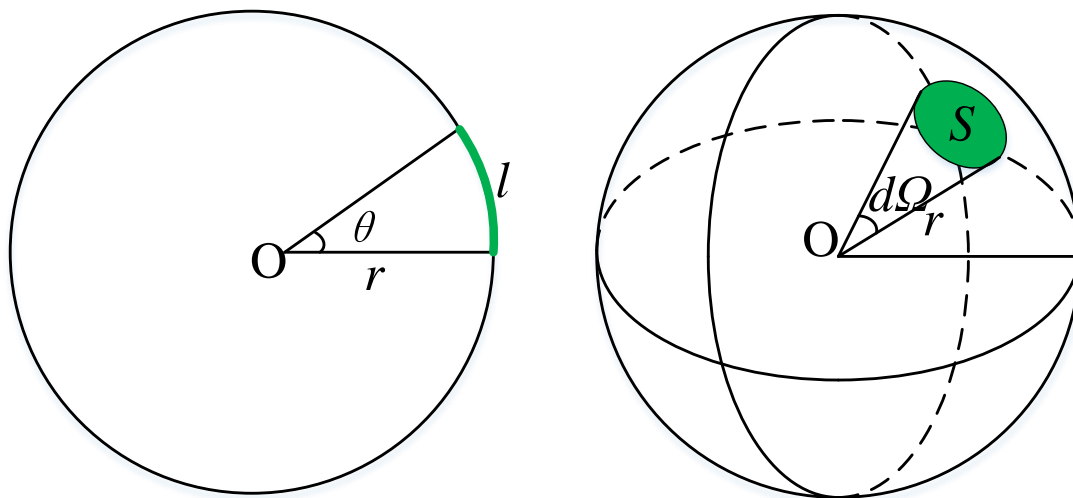
(c)余割平方波束方向图

4. 方向系数 (Directivity)

■ 立体角

以观测点为球心，构造一个单位球面 ($r=1$)；任意物体投影到该单位球面上的投影面积，即为该物体相对于该观测点的立体角；单位是sr，球面度。

因此，立体角是单位球面上的一块面积，这和“平面角是单位圆上的一段弧长”类似；球面度和二维平面中的“弧度”类似。



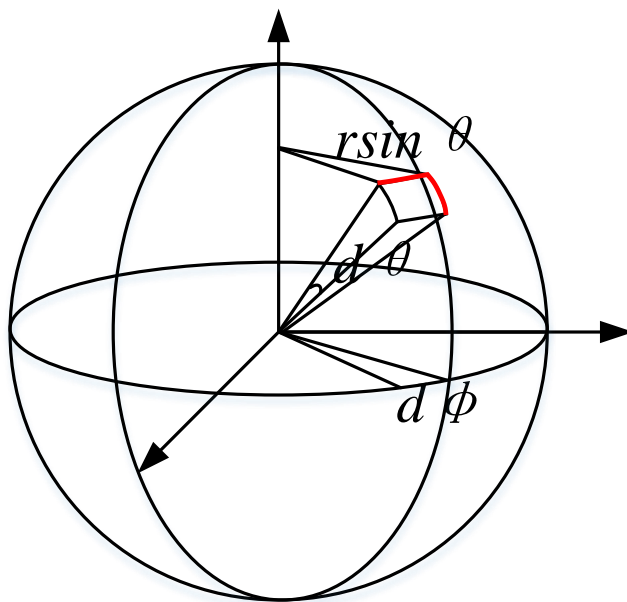
4. 方向系数 (Directivity)

■ 立体角

立体角是投影面积与球半径平方值的比，这和“平面角是圆的弧长与半径的比”类似。

在球坐标系中，球面的面积元： $ds = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$

所对应的立体角元： $d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi$



■ 辐射强度 $U(\theta, \phi)$

天线在某方向的辐射强度是该方向单位立体角的辐射功率。

$$\text{由 } U(\theta, \phi) = \frac{dP_r(\theta, \phi)}{d\Omega} = \frac{S_r(\theta, \phi)ds}{d\Omega} \text{ 和 } d\Omega = \frac{ds}{r^2} \text{ 得 } U(\theta, \phi) = S_r(\theta, \phi)r^2$$

由辐射方向图的定义，辐射强度可表示成

$$U(\theta, \phi) = U_m F^2(\theta, \phi) \quad (6-1)$$

U_m – 天线在最大方向的辐射强度；

$F(\theta, \phi)$ – 天线归一化场强方向函数

整个天线总辐射功率：

$$P_r = \int_{\Omega} U(\theta, \phi) \cdot d\Omega = U_m \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F^2(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (6-2)$$

■ 平均辐射强度 $U_{av}(\theta, \varphi)$

理想点源天线的辐射强度与方向角无关, 它可由所讨论天线在 4π 立体角内辐射功率的平均值来表示, 即

$$U_{av} = \frac{P_r}{4\pi}$$

■ 方向性系数 $D(\theta, \varphi)$

方向性系数是用来**表征天线辐射能量集中程度**的一个参数。在相同辐射功率 P_r 条件下, 某天线在给定方向的辐射强度 $U(\theta_0, \varphi_0)$ 与平均辐射强度 $U_{av}(\theta, \varphi)$ 之比。即

$$D(\theta_0, \varphi_0) = \frac{U(\theta_0, \varphi_0)}{U_{av}(\theta_0, \varphi_0)} = 4\pi \frac{U(\theta_0, \varphi_0)}{P_r} \quad (\text{相同 } P_r) \quad (6-3)$$

将(6-1),(6-2)带入(6-3),得

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi F^2(\theta, \phi)}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F^2(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}$$

通常，我们关心得是最大辐射方向的方向系数，此时，最大辐射方向的方向系数为：

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F^2(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}$$

任一方向上的方向系数与最大方向系数的关系：

$$D(\theta, \phi) = D_{\max} F^2(\theta, \phi)$$

■ 通信距离与场强的关系

$$D(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{U_{\text{av}}(\theta, \varphi)} = 4\pi \frac{U(\theta, \varphi)}{P_r} \quad \text{且} \quad U(\theta, \phi) = S_r(\theta, \phi)r^2$$

天线的方向性系数为(最大方向) $D = \frac{S_m}{P_r / 4\pi r^2}$

其中 $S_m = \frac{E_m^2}{2\eta}$, $\eta = 120\pi$

可得出通信距离与场强的关系

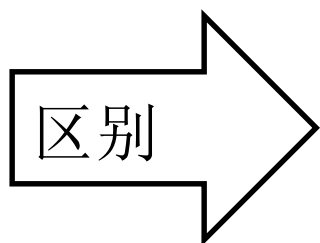
$$E_m = \frac{\sqrt{60P_r D}}{r}$$

所以, 任意方向的场强也可求出来 $|\vec{E}(\theta, \phi)| = E_m \cdot F(\theta, \phi)$

例: 发射天线工作频率1GHz, 辐射功率为30W, 方向系数为2, 在距天线1km远处空间电场强度的大小为0.06V/m ; 若将天线的辐射功率提高到60W, 则电场强度的大小增加 3dB。

方向性系数是无量纲的量，工程上一般采用分贝表示

$$D_{dB} = 10\lg D \quad (\text{dB})$$



- dBm
- dBi
- dBd
- dB
- dBc

dBm是一个表征功率绝对值的值

计算公式为： $10\lg P$ （功率值/1mw）

[例1] 如果发射功率P为1mw，折算为dBm后为0dBm

[例2] 对于40W的功率，按dBm单位进行折算后的值应为：

$$\begin{aligned} 10\lg (40\text{W}/1\text{mw}) &= 10\lg (40000) \\ &= 10\lg 4 + 10\lg 10 + 10\lg 1000 = 46\text{dBm} \end{aligned}$$

dB_i和**dB_d**是表征增益的值（功率增益），两者都是一个相对值，但参考基准不一样。**dB_i**的参考基准为全方向性天线，**dB_d**的参考基准为半波对称振子，所以两者略有不同。一般认为，表示同一个增益，用**dB_i**表示出来比用**dB_d**表示出要大2.15dB（半波对称振子增益为2.15dB），即 $\text{dB}_i = \text{dB}_d + 2.15$ 。

[例3] 对于一面增益为16dB_d的天线，其增益折算成单位为dB_i时，则为18.15dB_i。

[例4] 0dB_d=2.15dB_i。

dB 是一个表征**相对值**的值，当考虑甲的功率相比于乙功率大或小多少个dB时，按下面计算公式： $10\lg$ （甲功率/乙功率）

[例6] 甲功率比乙功率大一倍，那么 $10\lg$ （甲功率/乙功率） $=10\lg 2=3\text{dB}$ 。也就是说，甲的功率比乙的功率大3 dB。

[例7] 如果甲的功率为46dBm（40W），乙的功率为40dBm（10W），那么 $10\lg$ （甲功率/乙功率） $=10\lg 4=6\text{dB}$ 。则可以说，甲比乙大6 dB。

dBc，它也是一个表示功率相对值的单位，与dB的计算方法完全一样。一般来说，dBc 是相对于载波（Carrier）功率而言，在许多情况下，用来度量与载波功率的相对值，如用来度量干扰（同频干扰、互调干扰、交调干扰、带外）以及耦合、杂散等的相对量值。在采用dBc的地方，原则上也可以使用dB替代。

例：求电基本振子的方向系数及半功率波瓣宽度。

解：方向函数 $F(\theta) = \sin \theta$

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F^2(\theta) \sin \theta d\theta d\phi} = 1.5$$

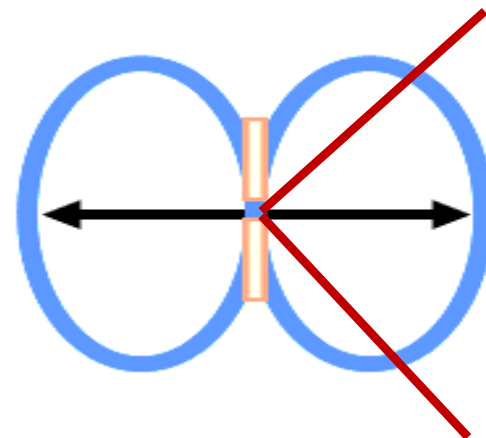
最大辐射方向上的方向性系数分贝形式为：

$$D_{\text{dB}} = 10 \lg D = 1.76 \text{ dB}$$

半功率波瓣宽度 $F(\theta) = \sin(\theta_{0.5}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

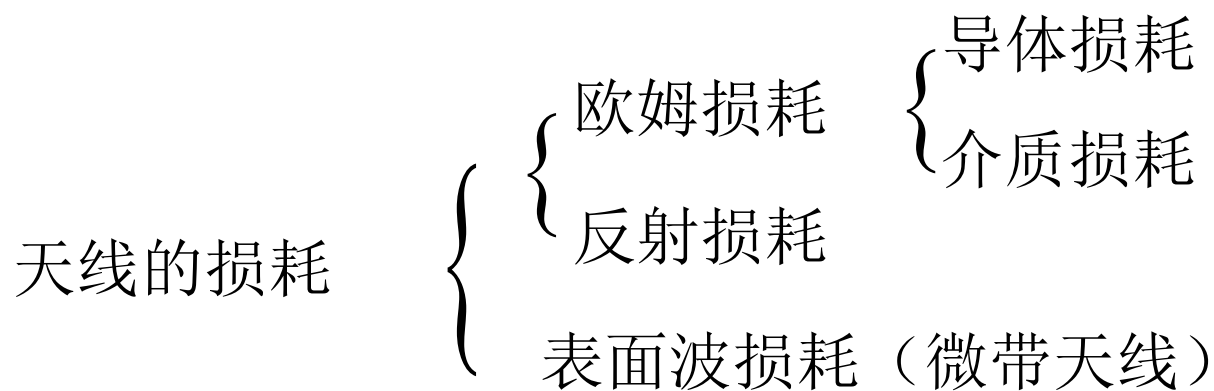
$$\theta_{0.5} = 45^\circ$$

$$2\theta_{0.5} = 2 \times (90^\circ - 45^\circ) = 90^\circ$$



5. 天线效率

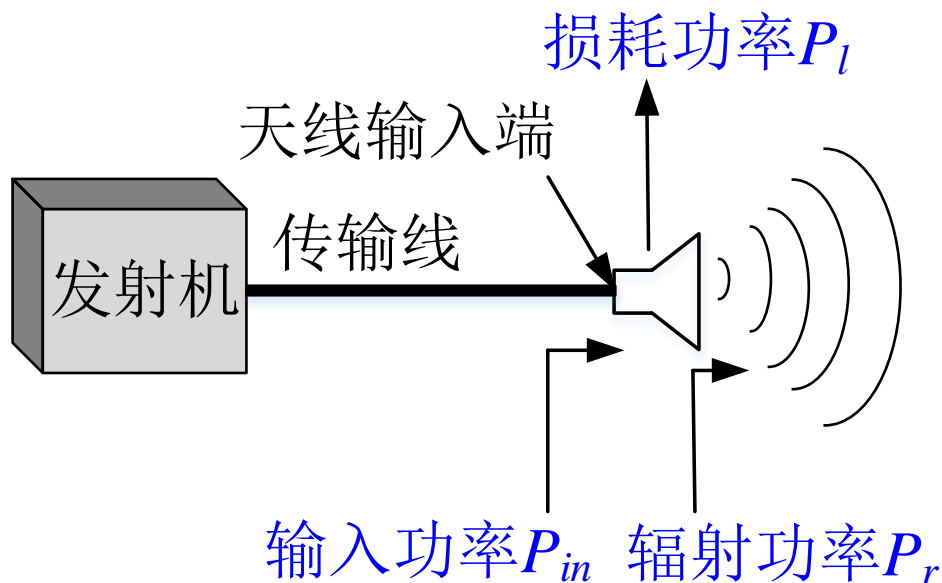
天线的效率是用来计及损耗的, 表征天线能量转换效能。



天线辐射功率 P_r 与输入功率 P_{in} 之比称为**天线的效率**，用 η_A 表示，即：

$$\eta_A = \frac{P_r}{P_{in}} = \frac{P_r}{P_r + P_l} = \frac{R_r}{R_r + R_l}$$

P_l -- 损耗功率
 R_l -- 损耗电阻
 R_r -- 辐射电阻



6. 增益 (Gain)

在相同输入功率 P_{in} 条件下，某天线在给定方向的辐射强度 $U(\theta_0, \varphi_0)$ 与理想点源天线在同一方向的辐射强度 $U_0(\theta_0, \varphi_0)$ 之比。即

$$G(\theta_0, \varphi_0) = \frac{U(\theta_0, \varphi_0)}{U_0(\theta_0, \varphi_0)} = \frac{E^2(\theta_0, \varphi_0)}{E_0^2} \quad (\text{相同 } P_{in})$$

注意：上式增益的表达式与方向性系数完全一样，但方向性系数和增益定义的基点和条件是不同的。

方向性系数的定义是以**辐射功率**为基点，并以**相同辐射功率**为条件，没有考虑天线的能量转换效率。增益的定义是以**输入功率**为基点，并以**相同输入功率**为条件。

●重新定义

在某方向产生相同电场强度的条件下，理想点源的输入功率 P_{in0} 与某天线输入功率 P_{in} 的比值。即

$$G(\theta_0, \varphi_0) = \frac{P_{in0}}{P_{in}} \quad (\text{相同电场强度})$$

$$G(\theta_0, \varphi_0) = \frac{P_{in0}}{P_{in}} = \frac{P_r}{P_{in}} \frac{P_{r0}}{P_r} = \eta_a D(\theta_0, \varphi_0)$$

式中用了关系： $P_{in0}=P_{r0}$ 。因为理想点源天线无耗，其输入功率等于辐射功率。

此时增益表达式可以写成：
$$G = \left. \frac{S_{\max}}{S_0} \right|_{P_{in}=P_{in0}} = \left. \frac{\eta_A S_{\max}}{S_0} \right|_{P_r=P_{r0}}$$

得到天线增益与方向系数的关系为：

$$G = \eta_A D$$

可见增益系数是综合衡量天线能量转换效率和方向特性的参数，它是方向系数与天线效率的乘积。

由通信距离与场强的关系

$$E_m = \frac{\sqrt{60P_r D}}{r}$$

结合天线增益与方向系数的关系

$$G = \eta_A D$$

通信距离与场强的关系还可以改写成

$$E_m = \frac{\sqrt{60P_{in} G}}{r}$$

当两幅天线具有相同的 $P_{in} G$ 或 $P_r D$ 时，在同一位置会获得相同的场强，因此又将 $P_{in} G$ 和 $P_r D$ 定义为天线的有效辐射功率：

$$P_e = P_{in} G = P_{in} \eta_A D = P_r D$$

7. 极化 (Polarization)

■ 电磁波的极化

电磁波的极化是指在空间某一固定位置上电场矢量端点随时间运动的轨迹。根据轨迹形状不同，可分为线极化、圆极化和椭圆极化。

线极化： 电场矢量沿着一条线做往复运动。线极化分为水平极化和垂直极化。

圆极化： 电场矢量的大小不变，其末端做圆周运动。分为左旋圆极化和右旋圆极化。

椭圆极化： 电场矢量大小随时间变化，其末端运动的轨迹是椭圆。分为左旋椭圆极化和右旋椭圆极化。

■天线的极化

天线的极化是以电磁波的极化来确定的。天线的极化定义为：在最大增益方向上，作发射时其辐射电磁波的极化，或作接收时能使天线终端得到最大可用功率的方向入射电磁波的极化。最大增益方向就是天线方向图最大值方向，或最大指向方向。

天线的极化在各个方向并非保持恒定，所以天线的极化在其最大指向方向定义才有意义。

例如，对线极化天线来说，其辐射电场矢量的取向是随方向角的不同而不同的。

对圆极化天线来说，其最大指向方向上可以设计得使其为圆极化，但在其它方向一般为椭圆极化，当远离最大指向方向时甚至可能退化为线极化。

■ 轴比

$$\rho = \frac{\text{短轴长}}{\text{长轴长}}$$

$\rho = 0$ 为线极化,

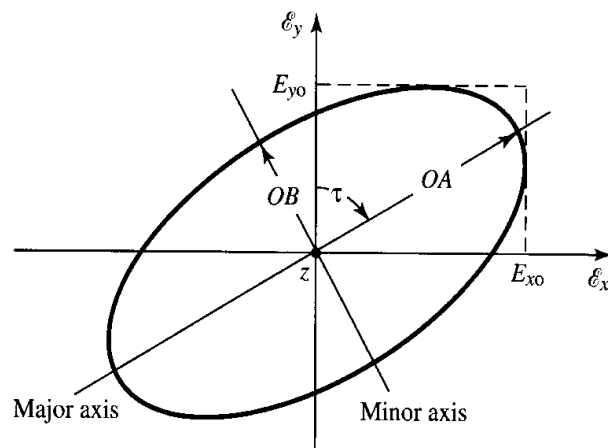
$\rho = 1$ 为圆极化,

$0 < \rho < 1$ 为椭圆极化。

$$AR_{dB} = 20\lg AR$$

$AR = 0\text{dB}$ ($\rho = 1$)时, 天线极化为圆极化

$AR = \infty$ ($\rho = 0$)时, 天线极化为线极化

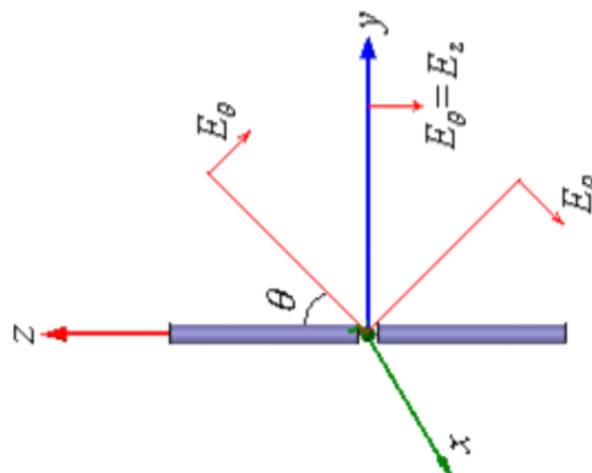
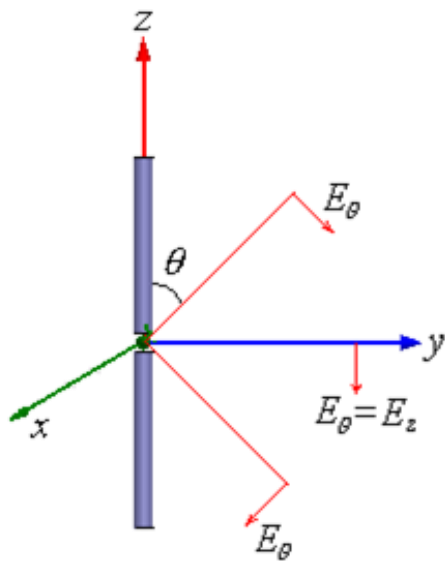


在圆极化天线设计中, 轴比是衡量天线圆极化程度的一个重要技术指标。一般要求在方向图主瓣宽度范围内

$$AR_{dB} \leq 3\text{dB} \quad .$$

■ 垂直极化和水平极化

若以地面为参考面，线极化又分为垂直极化和水平极化。在其最大辐射方向上，电磁波的电场矢量垂直于地面时，称为垂直极化；平行于地面时，称为水平极化。相应的天线称之为垂直极化天线和水平极化天线。



■主极化和交叉极化

在垂直于矢径的平面（等相位面）上，可以将电场矢量分解为两个相互正交的极化分量，与设计初衷一致的称为主极化分量，相反的称为交叉极化分量。交叉极化分量与主极化分量的比值，称为极化隔离度，通常用dB表示。

对线极化天线来说，交叉极化与预定的极化方向垂直。水平极化---垂直极化；垂直极化---水平极化

对纯圆极化天线来说，交叉极化与预定圆极化旋向相反。左旋极化---右旋极化；右旋极化---左旋极化

对椭圆极化天线来说，交叉极化与预定椭圆极化的轴比相同，长短轴相互正交，旋向相反。所以，交叉极化又称作正交极化。

■ 极化匹配问题

某种极化方式的天线，只能接收与其极化方式相同的电磁波，称谓极化匹配。如水平线极化天线只能接收水平极化的电磁波，右旋极化的天线只能接收右旋极化电磁波。极化失配意味着功率损失，例如用线极化天线接收左旋或右旋圆极化波，用右旋或左旋圆极化天线接收线极化波，均有**3dB**的功率损耗。

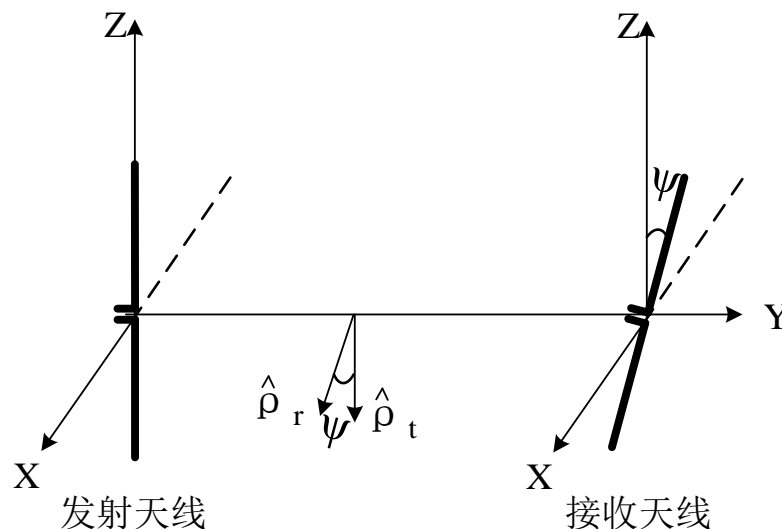
定义极化损失系数 K ：接收天线的极化与来波极化不完全匹配时，接收功率损失的多少。即接收到的功率 P_{re} 与入射到接收天线上的功率 P_i 之比。

$$K = P_{re} / P_i \quad (6-4)$$

下面就线极化天线和圆极化天线在最大指向方向对准时，讨论收、发天线极化不一致产生的极化损失系数。

● 线极化天线的极化损失系数

以典型的对称振子为例，如下图所示。虽然两付天线最大指向对准，但接收天线绕y轴旋转了角度 ψ ，这就使得收、发天线的极化产生了一致。



设由发射天线来的入射波电场为 $\mathbf{E}_t = \hat{\rho}_t E_t$, $\hat{\rho}_t$ 为平行于z轴的单位矢量, 在最大指向方向的入射功率密度为 $W = |E_t|^2 / 2\eta_0$ 。并设接收天线的有效面积为 S_e (后面介绍), 则入射到接收天线上的功率为

$$P_i = S_e \cdot |E_t|^2 / 2\eta_0$$

由于存在极化失配, 只有平行于接收天线轴的电场分量才能在接收天线上感应电压而被接收。这个电场分量为 $\mathbf{E}_r = \hat{\rho}_r E_r$, $E_r = \hat{\rho}_r^* \cdot \hat{\rho}_t E_t$, $\hat{\rho}_r$ 为平行于接收天线轴的单位矢量, 即为其极化方向。天线能接收的功率为

$$P_{re} = S_e \cdot |E_r|^2 / 2\eta_0$$

由极化损失系数的定义式可得

$$K = \frac{P_{re}}{P_i} = |\hat{\rho}_t \cdot \hat{\rho}_r^*|^2 = \cos^2 \psi \quad (6-5)$$

可用分贝表示 $K_{dB} = 10 \lg K$ 。

由此式可以看出：

- 当 $\psi=0$ (极化匹配)时, $K=1$ (0dB), 天线将从入射波吸取最大功率;
- 当 $\psi=45^\circ$ 时, $K=1/2$ (-3dB), 说明吸收功率损失了3dB;
- 当收、发天线正交放置时 $\psi=90^\circ$, $K=0$ (-∞dB), 则天线不能从入射波中吸收功率。

●圆极化天线的极化损失系数

圆极化天线的极化损失系数导出过程冗长，这里直接给出结果。假设发射天线极化椭圆的轴比为 $r_1=AR_1$ ，倾角为 τ_1 ；接收天线极化椭圆的轴比为 $r_2=AR_2$ ，倾角为 τ_2 ；两天线极化椭圆长轴之间的夹角为 $\psi=\tau_1-\tau_2$ 。则极化损失系数为

$$K = \frac{1}{2} \pm \frac{2r_1r_2}{(1+r_1^2)(1+r_2^2)} + \frac{(1-r_1^2)(1-r_2^2)}{2(1+r_1^2)(1+r_2^2)} \cos(2\psi) \quad (6-6)$$

当收发天线的极化椭圆旋向相同时，上式取“+”号，旋向相反时则取“-”号。由此式可以看出：

■ 当收发天线为相同旋向的圆极化时， $r_1=r_2=1$ ，取正号可得 $K=1$ ，说明全部来波均被接收，无极化损失；

■ 当收发天线为相反旋向的圆极化时， $r_1=r_2=1$ ，取负号可得 $K=0$ ，这说明接收不到来波功率；

■ 当收发天线的一方为圆极化 $r_1=1$ ，一方为线极化 $r_2=\infty$ 时，得 $K=1/2$ ，说明只能接收来波功率的一半，损失3dB。

由式(6-5)可得到两个线极化天线之间的极化损失系数；
由式(6-6)可得到两个圆极化天线或一个为圆极化，一个为线极化天线之间的极化损失系数。典型情况由下表给出。

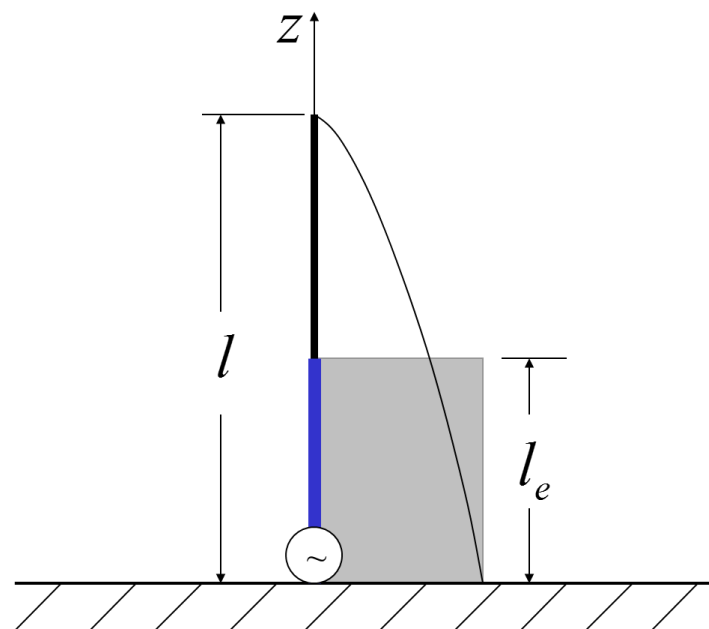
表1 收发天线为各种典型极化时的极化损失系数

发射天线	接收天线	极化损失系数K
垂直极化/水平极化	垂直极化/水平极化	1
垂直极化/水平极化	水平极化/垂直极化	0
垂直或水平极化	圆极化	1/2
左/右旋圆极化	左/右旋圆极化	1
左/右旋圆极化	右/左旋圆极化	0

8. 有效长度

目的：为了衡量线天线的辐射能力。

定义：在保持实际天线最大辐射方向上的场强值不变的条件下，假设天线上的电流为均匀分布时天线的等效长度。



天线的有效长度

如果实际天线长度为 l ，输入电流为 I_{in} ，电流分布为 $I(z)$ ，由基本电振子远区场（叠加）可得该天线最大辐射方向上的电场强度为：

$$E_{\max} = \int_0^l dE = \int_0^l \frac{60\pi}{\lambda r} I(z) dz = \frac{60\pi}{\lambda r} \int_0^l I(z) dz$$

电流以 I_{in} 均匀分布、长度为 l_{ein} 的天线，在最大辐射方向产生的电场为：

$$E_{\max} = \frac{60\pi}{\lambda r} \int_0^{l_{ein}} I_{in} dz = \frac{60\pi I_{in} l_{ein}}{\lambda r}$$

令以上二式相等，得到：

$$I_{in} l_{ein} = \int_0^l I(z) dz$$

$$I_{in} l_{ein} = \int_0^l I(z) dz$$

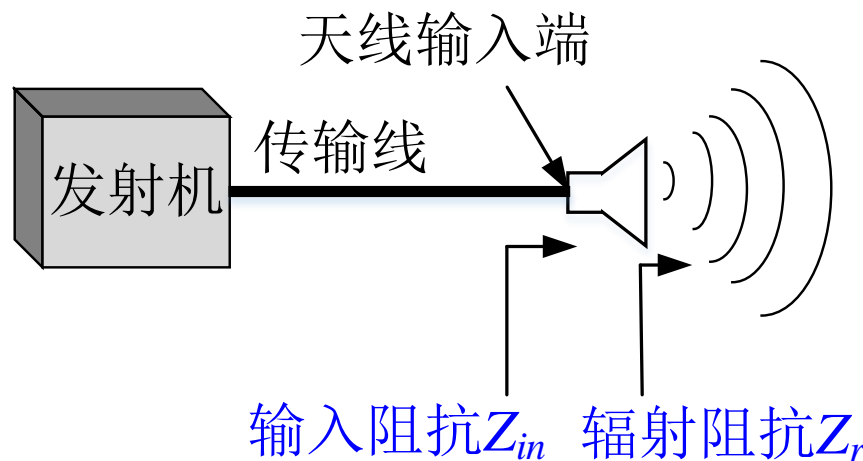
可见，以高度为一边，实际电流与等效均匀电流所包围的面积相等。

引入等效长度后，**线天线**远区场可表示为：

$$|E(\theta, \varphi)| = |E_{\max}| F(\theta, \varphi) = \frac{60\pi I l_e}{\lambda r} F(\theta, \varphi)$$

式中 l_e 和 $F(\theta, \varphi)$ 归算于同一电流 I 。

9. 输入阻抗 (Input Impedance)



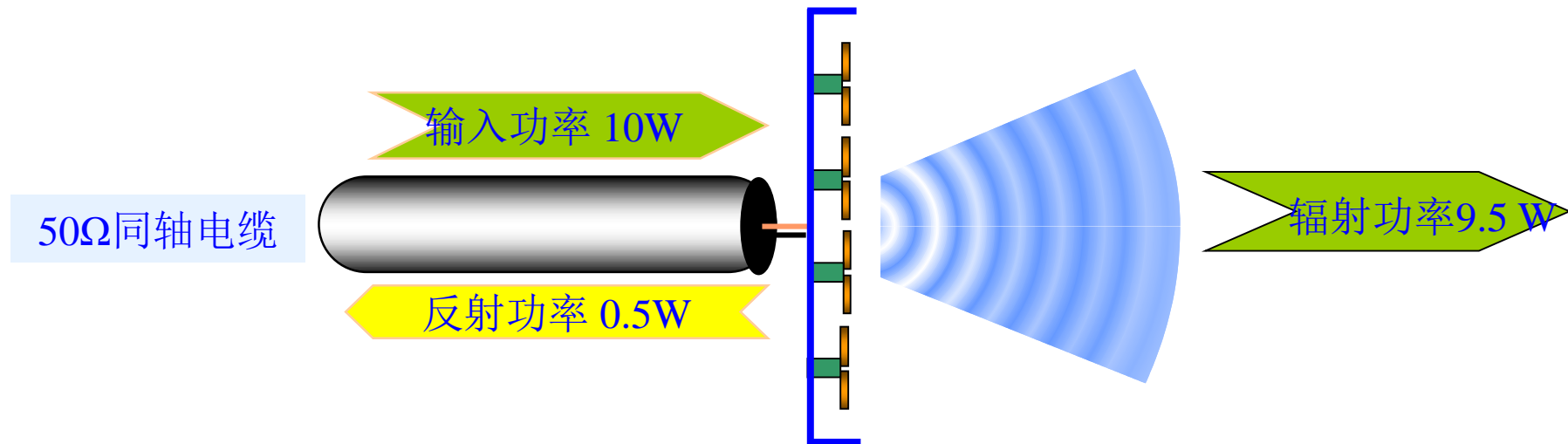
天线输入端电压与电流之比定义为天线的输入阻抗，用 Z_{in} 表示。
即：

$$Z_{in} = \frac{U_{in}}{I_{in}} = R_{in} + jX_{in}$$

R_{in} --输入电阻
 X_{in} --输入电抗

天线是一个开放的辐射系统，其输入阻抗不仅与天线型式、尺寸、工作频率有关，而且与其周围物体情况等因素有关。由于计算天线上的电流很困难，工程上常采用近似计算或实验测定的方法确定天线的输入阻抗。

工程上对天线系统提出的设计要求，一般不是规定所要设计天线的输入阻抗是多少，而是规定在馈线上的**电压驻波比**的最大允许值。**天线驻波比**是表示天线与馈源（包括电缆）匹配程度的指标。它的产生是由于入射波能量传输到天线输入端后未被全部辐射出去，产生反射波，迭加而成的。



由此可算出功率反射系数： $|\Gamma|^2 = 0.5/10 = 0.05$

电压反射系数 $|\Gamma| = 0.2238$

驻波比： $VSWR = (1 + |\Gamma|) / (1 - |\Gamma|) = 1.57$

回波损耗： $RL = 10\lg(10/0.5) = 13\text{dB}$

回波损耗(**Return Loss**): 入射功率/反射功率, 为dB数值

电压反射系数(**Γ**): 反射电压/入射电压, 为标量

电压驻波比(**Voltage Standing Wave Ration**): 波腹电压/波节电压

S参数: S11为输入反射系数, 也就是输入回波损耗, S22为输出反射系数, 也就是输出回波损耗。S21为反向传输系数, 也就是隔离。

四者的关系:
 $VSWR=(1+\Gamma)/(1-\Gamma)$ (1)
 $S11=20lg(\Gamma)$ (2)
 $RL=-S11$ (3)

反射系数 ρ	回波损耗 RL	驻波比 SWR
1.00	0.00	∞
0.90	0.92	19.00
0.80	0.94	9.00
0.70	3.10	5.67
0.60	4.44	4.00
0.50	6.02	3.00
0.40	7.96	2.33
0.30	10.46	1.86
0.20	13.98	1.50
0.10	20.00	1.22
0.09	20.92	1.20
0.08	21.94	1.17
0.07	23.10	1.15
0.06	24.44	1.13
0.05	26.02	1.11
0.04	27.96	1.08
0.03	30.46	1.06
0.02	33.98	1.04
0.01	40.00	1.02
0.00	∞	1.00

10. 辐射阻抗 (Radiation Resistance)

假设天线的全辐射功率被一个等效阻抗所“吸收”，称此等效阻抗为天线的辐射阻抗 Z_r 。天线的辐射阻抗是一个假想的等效阻抗。它与归算电流密切相关，归算电流不同，辐射阻抗的数值也不同。

如果将波腹电流 I_m 作为归算电流，天线辐射场强可表示为：

$$E_{\theta} = j \frac{60 I_m}{r} f(\theta, \phi) e^{-jkr}$$

辐射功率 P_r 可表示成：

$$P_r = \frac{1}{2} |I_m|^2 Z_r = \frac{1}{2} |I_m|^2 (R_r + jX_r)$$

R_r --辐射电阻

X_r --辐射电抗

可采用坡印廷矢量法计算天线实辐射功率为：

$$P_r = \frac{1}{2\eta_0} \oint\oint |E|^2 r^2 \sin \theta d\theta d\phi = \frac{15|I_m|^2}{\pi} \oint\oint |f(\theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

归算与波腹电流的辐射电阻为：

$$\begin{aligned} R_r &= \frac{2P_r}{|I_m|^2} = \frac{30}{\pi} \oint\oint |f(\theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{30f_{\max}^2}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F^2(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned}$$

辐射电阻与方向系数的关系为：

$$DR_r = 120f_{\max}^2$$

所以，已知天线
辐射电阻可以计
算方向性系数

R_r 为归算于波腹电流的辐射电阻

例：求电基本振子的辐射电阻

$$\text{电基本振子的辐射场: } |\mathbf{E}| = \frac{60\pi I l}{\lambda r} \sin \theta = \frac{60 |I_m|}{r} f(\theta, \phi)$$

电基本振子只有一个归算电流 $|I| = |I_m|$

$$f(\theta, \phi) = \frac{\pi l}{\lambda} \sin \theta$$

$$\begin{aligned} \text{所以, 电基本振子辐射功率 } P_r &= \frac{15 |I_m|^2}{\pi} \oint\!\!\!\oint |f(\theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{15 |I_m|^2}{\pi} \oint\!\!\!\oint \left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)^2 \sin^3 \theta d\theta d\phi = 40\pi^2 I^2 \left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)^2 \end{aligned}$$

$$\text{电基本振子辐射电阻 } R_r = \frac{2P_r}{|I|^2} = 80\pi^2 \left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)^2$$

11. 频带宽度(Bandwidth)

天线的性能参数如输入阻抗、方向图、主瓣宽度、副瓣电平、波束指向、极化、增益等一般是随频率的改变而变化的，有些参数随频率的改变而变化较大，而使电气性能下降。

因此，工程上一般都要给出天线的频带宽度，简称天线的带宽，其定义为：当工作频率变化时，天线的相关电参数变化的程度在所允许的范围内，此时对应的频率范围称为频带宽度。

相对带宽:

$$BW = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_0} \times 100\%$$

绝对带宽: $BW = f_{\max} - f_{\min}$ 或者 (倍频关系) $BW = \frac{f_{\max}}{f_{\min}}$

根据带宽的不同, 天线可分为窄带天线、宽带天线和超宽带天线。

例如: 1710-2170MHz, 3.1-10.6GHz

这个频率范围的中点处频率称为中心频率 f_0 ，以此频率范围作为天线的带宽，在此频带宽度内的天线性能参数与中心频率上的值进行比较，均符合规定的标准。

- 不同系统对天线工作频带的要求不同。

- 不同形式的天线以及天线的不同电气性能参数对频率的敏感程度不同。

- 在一些阵列天线中，方向图带宽成了主要因素。

- 圆极化天线的主要限制因素往往是其极化特性。

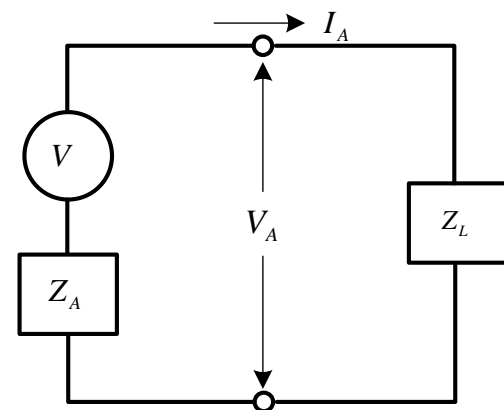
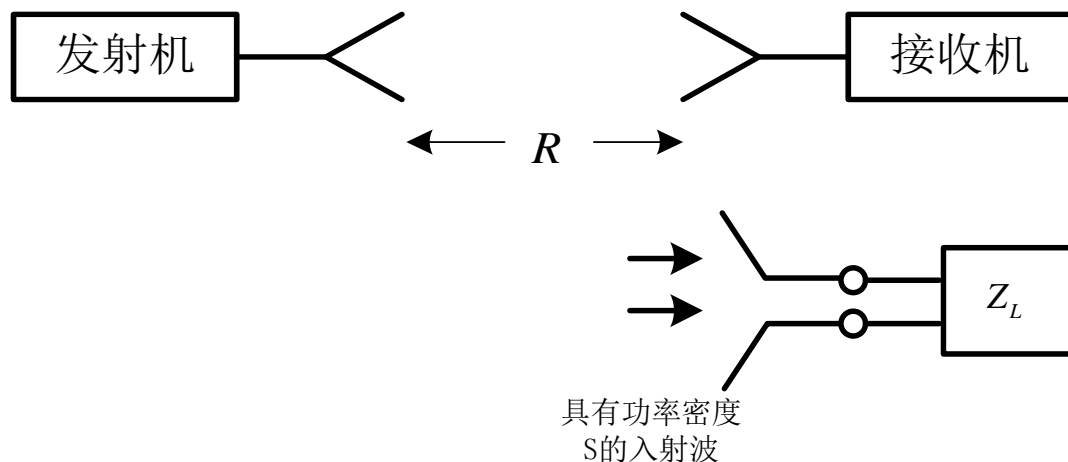
可见，对不同系统、不同用途的天线，所提出的带宽标准是不同的。有的带宽标准是阻抗或驻波比带宽，有的带宽标准是方向图带宽，有的是增益带宽，有的是极化带宽等。

12. 有效接收面积(Effective Aperture)

有效接收面积是衡量天线接收电波能力的重要指标。

接收天线的有效接收面积的定义为：当天线以最大接收方向对准来波方向进行接收时，并且天线的极化与来波极化匹配，天线输入阻抗与接收机体现的负载阻抗共轭匹配时，接收天线送到匹配负载的最大平均功率与来波功率密度 S 之比，即

$$A_{em} = \frac{P_R}{S}$$



接收天线的等效电路

例：理想电基本振子(电流元)， Δl 与E平行（极化匹配）

$$P_R = \frac{|V|^2}{8R_{ri}} \quad V = E \cdot \Delta l \quad S = \frac{E^2}{2\eta} \quad \text{辐射电阻 } R_{ri} = 80\pi^2 \left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)^2$$

$$A_{em} = \frac{\frac{|V|^2}{8R_{ri}}}{E^2 / 2\eta} = \frac{3}{8\pi} \lambda^2 \doteq 0.119 \lambda^2$$

$$D = \frac{3}{2} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot \frac{3}{8\pi} \lambda^2 \quad \text{则：} D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{em}$$

这一结论对于任意天线均成立

■ 通信链路(Friss传输方程)

- 现在来完整的描述通信链路中的功率传递。发射天线参数为： D_r, A_{emr}, P_r ；接收天线参数为： D_R, A_{emR}, P_R 。如果发射天线是各向同性的，在距离 r 处的功率密度为：

$$S_r = \frac{P_r}{4\pi r^2}$$

对于具有方向系数 D_r 的发射天线，入射到接收天线的功率密度为

$$S_r = D_r \frac{P_r}{4\pi r^2}$$

则接收功率为：

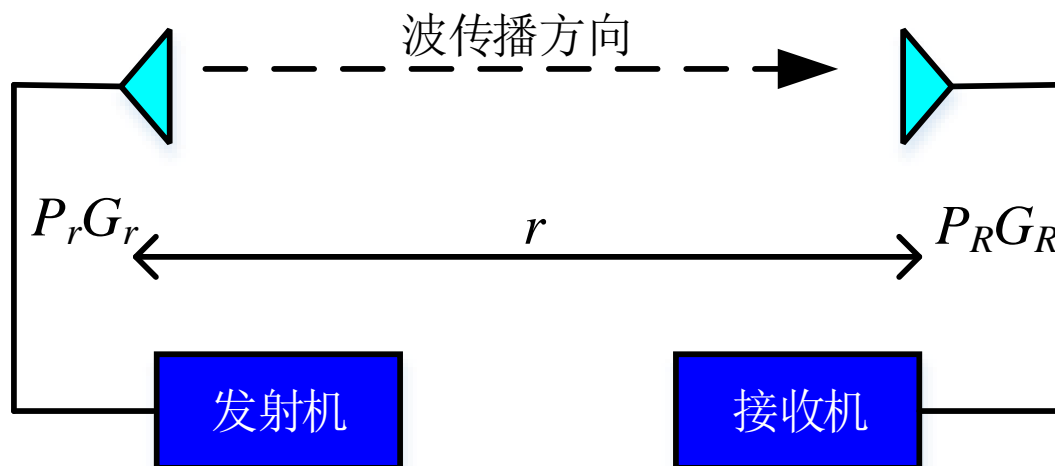
$$P_R = S_r \cdot A_{emR} = \frac{D_r P_r A_{emR}}{4\pi r^2} \cdot \frac{\lambda^2}{\lambda^2} = P_r \cdot \frac{A_{emr} A_{emR}}{r^2 \lambda^2} = P_r \cdot \frac{D_r \cdot D_R \cdot \lambda^2}{(4\pi r)^2}$$

$$A_{emr} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_r$$

$$D_R = 4\pi \frac{A_{emR}}{\lambda^2}$$

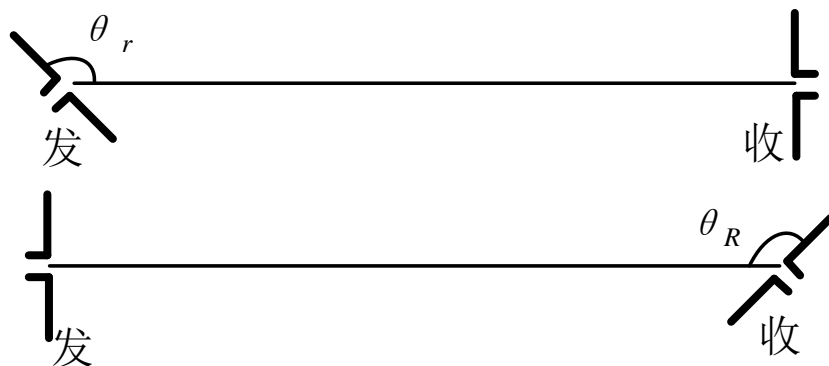
- 不计入天线损耗 ($D=G$) 时:

$$P_R = \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 P_r \cdot G_r \cdot G_R \quad \text{称为功率传输方程Friss}$$



成立的条件为：收、发射天线最大辐射方向对准；收发天线极化匹配；收、发天线与传输线阻抗匹配。如上述任一条件不满足，只要校准由极化损耗、阻抗失配或天线未对准引起的损失。

- (1)、当收、发天线最大方向没有对准时



(θ_r, ϕ_r) (θ_R, ϕ_R) 分别为发射、接收天线的最大接收方向与水平连线的夹角，则各自的增益方向图为：

$$G_r(\theta_r, \phi_r) = G_r \cdot F_r^2(\theta_r, \phi_r) \quad G_R(\theta_R, \phi_R) = G_R \cdot F_R^2(\theta_R, \phi_R)$$

$$\text{则: } P_R = \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 P_r \cdot G_r \cdot G_R \cdot F_r^2(\theta_r, \phi_r) \cdot F_R^2(\theta_R, \phi_R)$$

- (2)、当极化不匹配时

当入射波和接收天线从完全失配变为完全匹配时，极化效率（或极化失配因子）从0变到1。接收功率为：

$$P_R = p \cdot P_{R\max}$$

p为极化失配因子：
$$p = \left| \hat{e}_R^* \cdot \hat{e} \right|^2$$

其中 \hat{e}_R 为接收天线极化的单位复矢量， \hat{e} 为入射波极化的单位复矢量。

- **(3)、当阻抗不匹配时**

天线的阻抗失配因子 q 可定义为：

$$P_R = qP_{R\max}$$

在很多情况下，天线阻抗是未知的，可测出电压驻波比作为替代。由于反射系数可由VSWR计算，沿传输线传输的功率部分为：

$$q = 1 - |\Gamma|^2 = 1 - \left(\frac{VSWR - 1}{VSWR + 1} \right)^2$$

因此，总的功率传输方程（计入损耗）可写成：

$$P_R = \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 P_r G_r G_R \cdot P \cdot q \cdot F_r^2(\theta_r, \phi_r) \cdot F_R^2(\theta_R, \phi_R)$$

极化失配因子

阻抗失配因子

归一化方向函数