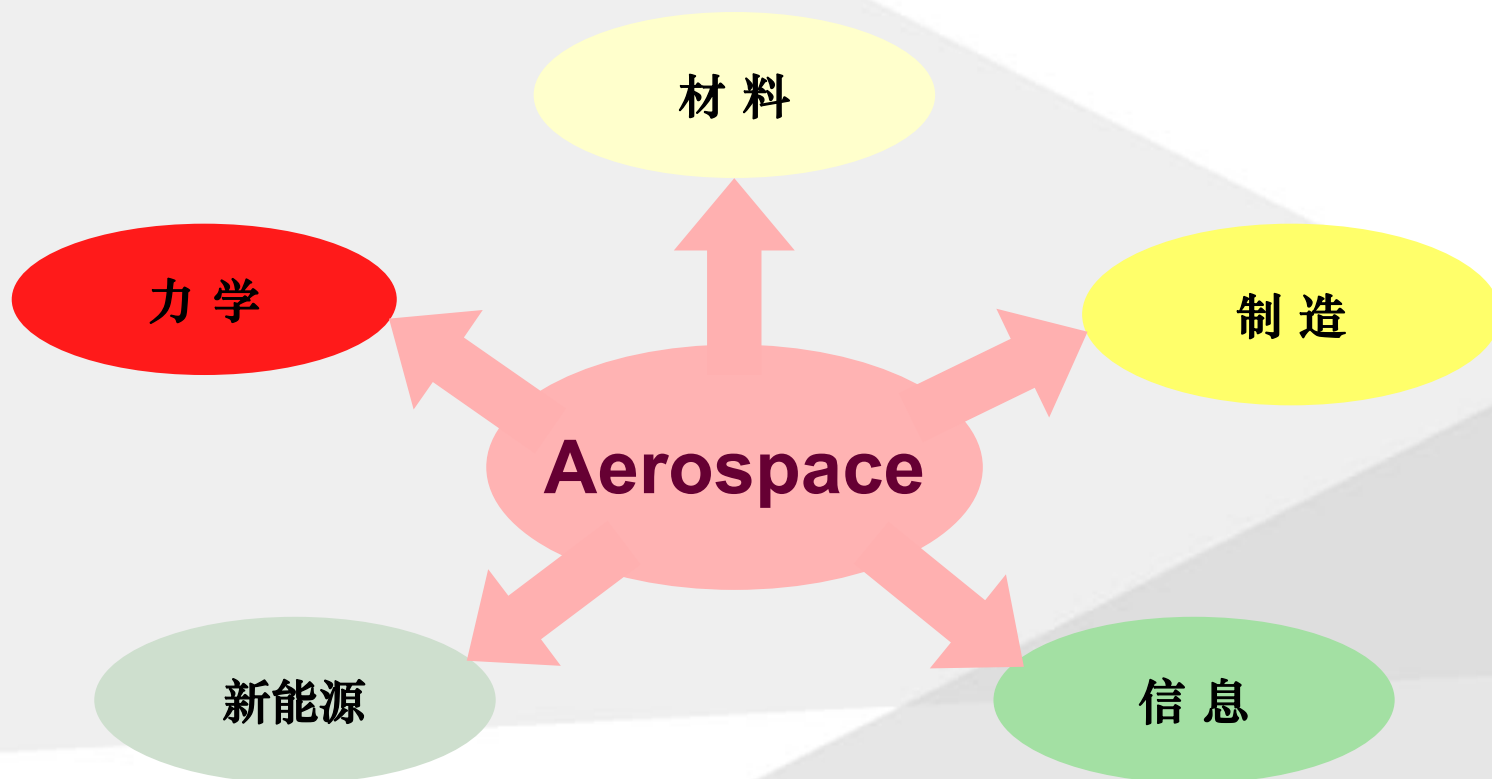




理论力学

Engineering mechanics
Theoretical mechanics

◆ 航空航天技术

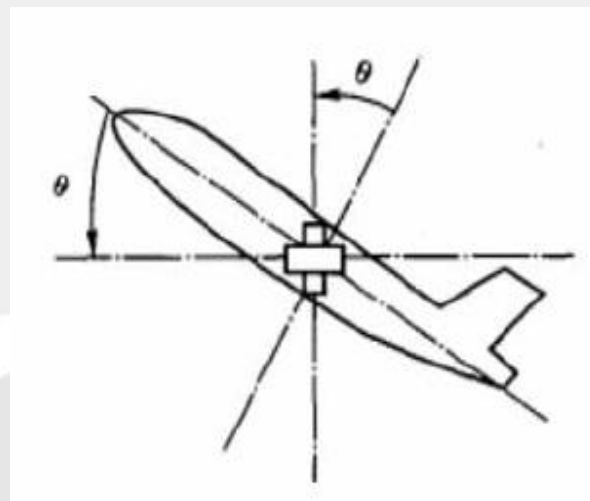
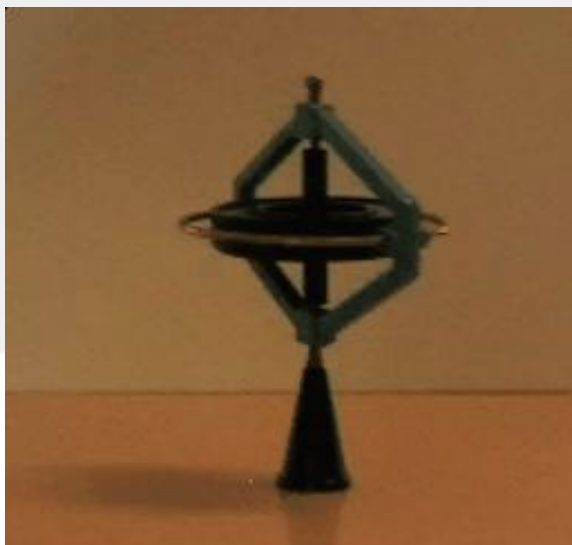


绪论

一、任务

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

物体在空间位置随时间的变化



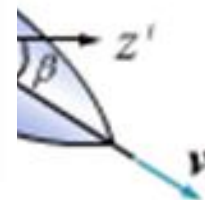
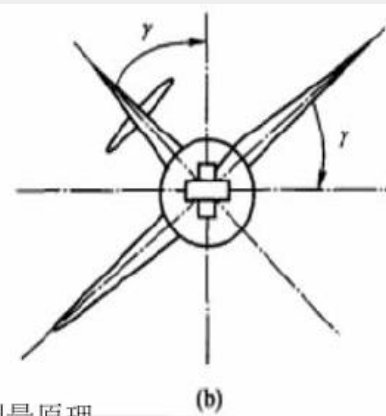
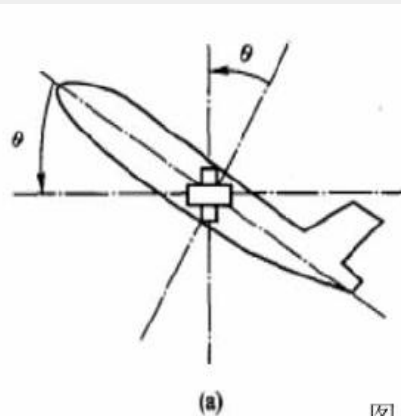
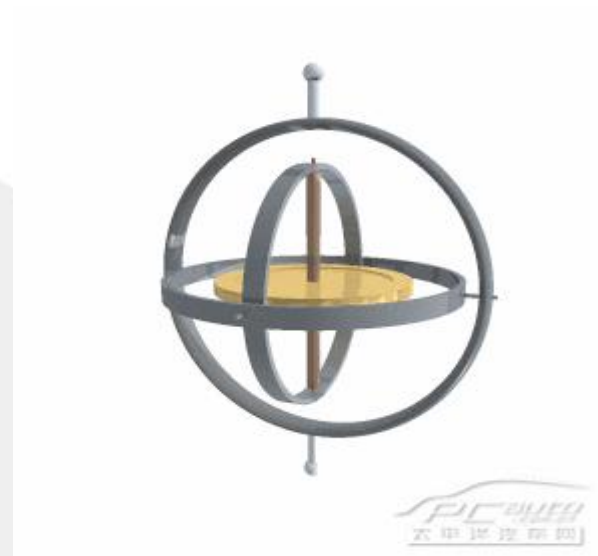
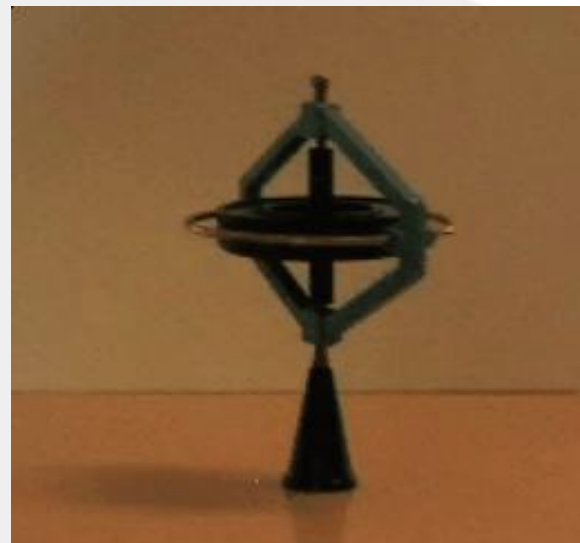
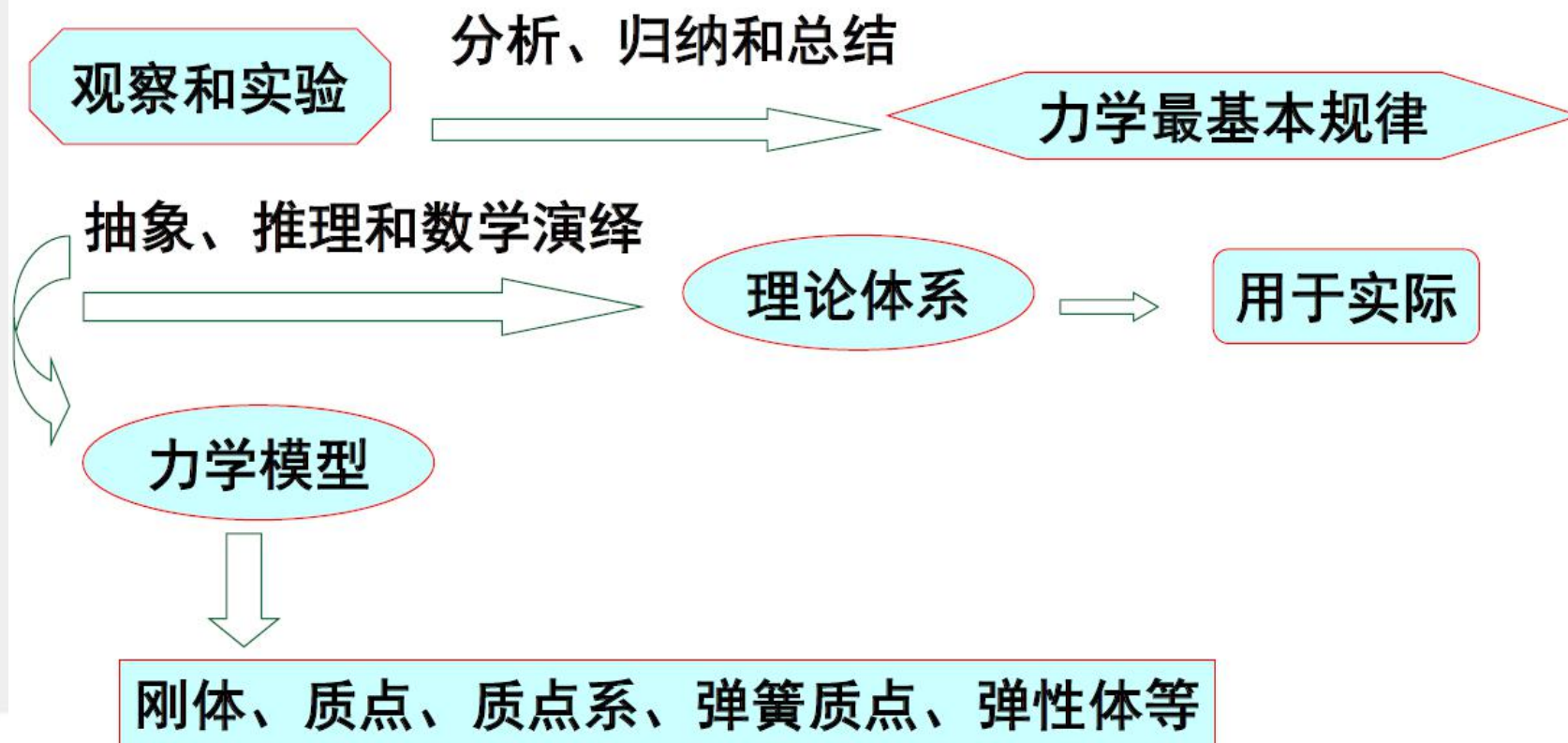


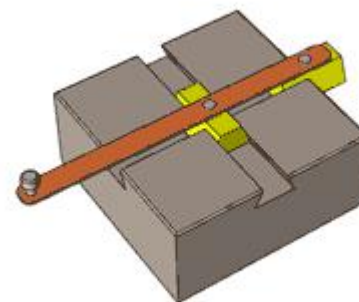
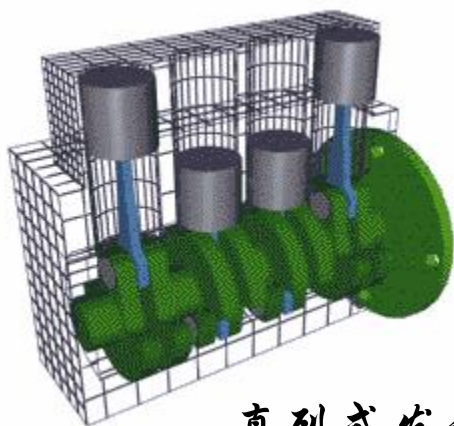
图3 飞机姿态测量原理

二、研究方法

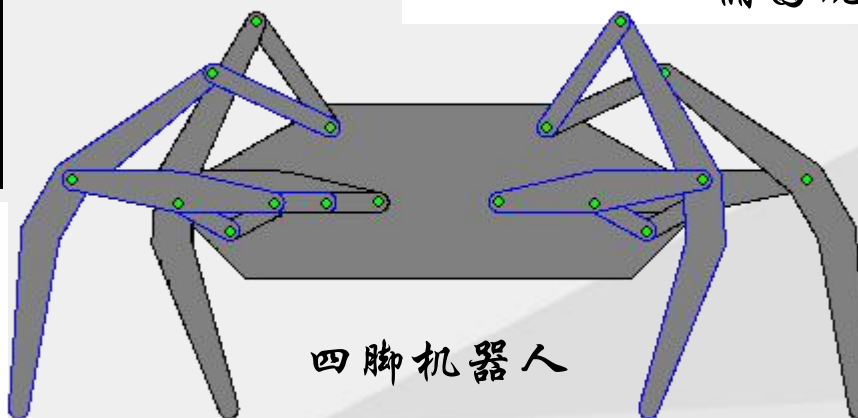


三、学习理论力学的目的

1. 直接解决工程实际问题



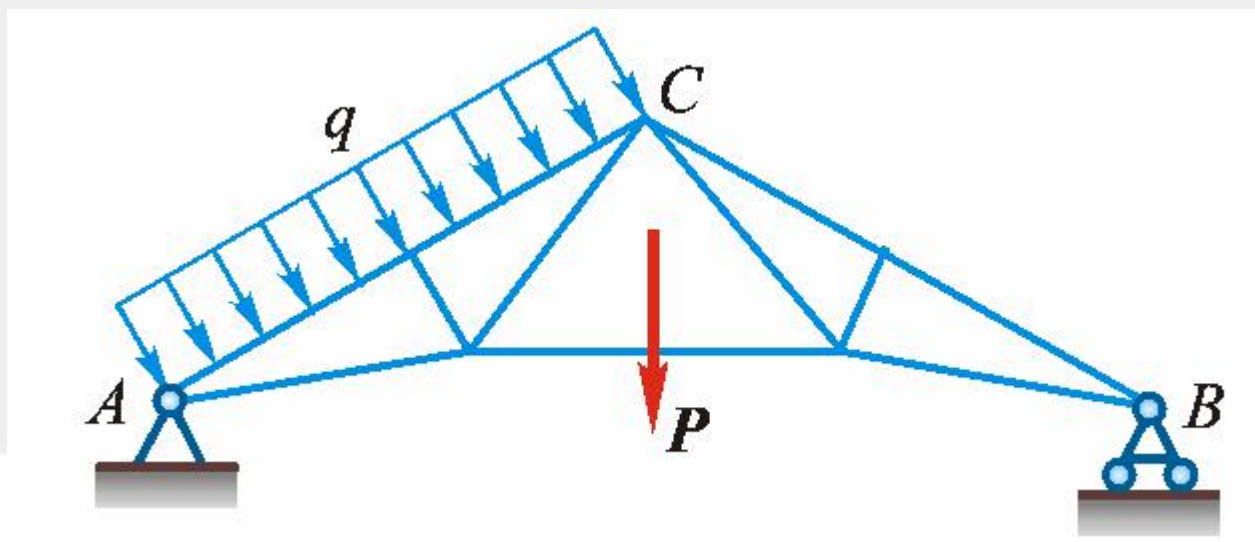
椭圆规



2. 为其它课程打基础

静力学

研究物体的受力分析、力系的等效替换（或简化）、建立各种力系的平衡条件的科学。



运动学

只从**几何的角度**来研究物体的运动（如轨迹、速度、加速度等），而不研究引起物体运动的物理原因。



哈尔滨工业大学

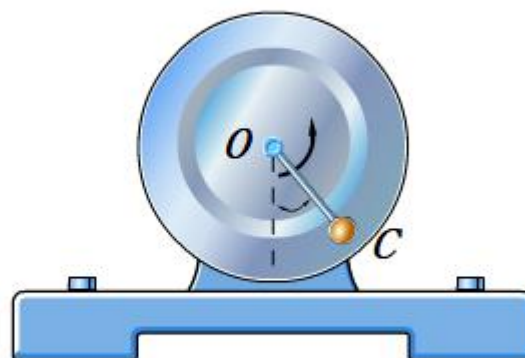


动力学

研究受力物体的运动和作用力之间的关系。



哈尔滨工业大学





静力学

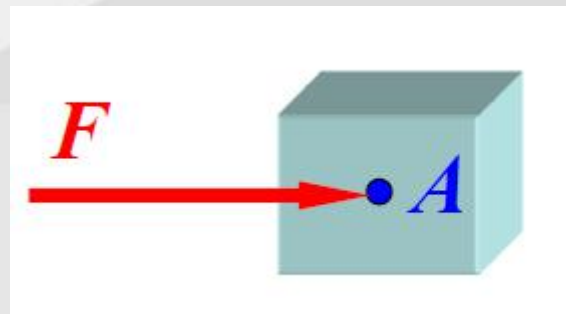
静力学公理和物体的 受力分析

1、力

(1) 力的定义：力是物体相互间的作用，其作用结果使物体的形状和运动状态发生改变。抽象的物理量，不能直接测量

(2) 力的效应 { 外效应—改变物体运动状态的效应。
(理论力学研究)
内效应—引起物体变形的效应
(材料力学研究)

(3) 力的三要素 { 大小
方向
作用点





2、力系 同时作用在一研究对象上所有力的总称

等效力系 —— 对物体的作用效果相同的两个力系。

合 力 —— 能和一个力系等效的一个力。

分 力 —— 一个力等效于一个力系，则力系中的各力称为这个力（合力）的分力。



3、刚体和变形体

刚体——在外界的任何作用下形状和大小都始终保持不变的物体。 或者在力的作用下，任意两点间的距离保持不变的物体。

刚体是一种理想的力学模型。

一个物体能否视为刚体，不仅取决于变形的大小，而且和问题本身的要求有关。

一些基本公理和定理只对刚体成立，对变形体不成立。



4、平衡

平衡：是指物体相对于惯性参考系（地面）
保持静止或作匀速直线运动的状态。

平衡力系：使物体处于平衡的力系。



§2 静力学公理

公理一(二力平衡公理)

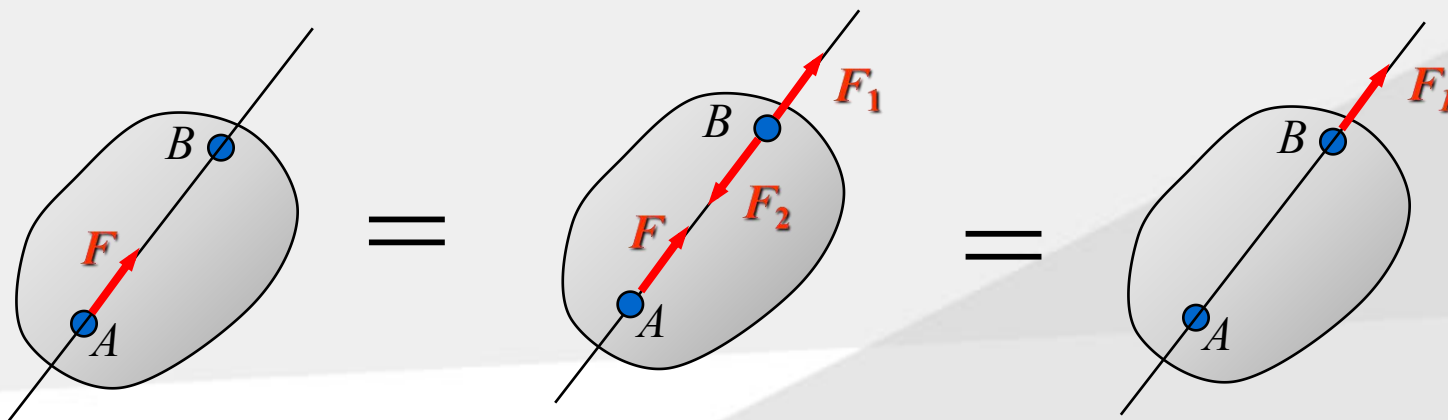
要使**刚体**在两个力作用下维持平衡状态，必须也只需这两个力大小相等、方向相反、沿同一直线作用。

公理二(加减平衡力系公理)

可以在作用于**刚体**的任何一个力系上加上或去掉几个互成平衡的力，而不改变原力系对刚体的作用。

推论 （力在刚体上的可传性）

作用于**刚体**上的力，其作用点可以沿作用线在该刚体内前后任意移动，而不改变它对该刚体的作用。



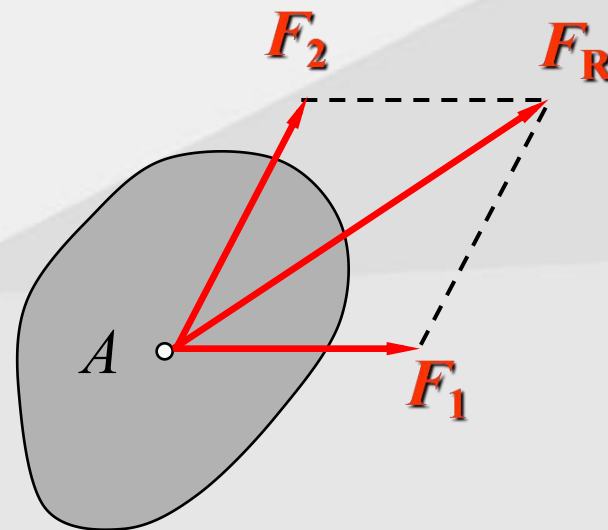
$$F_1 = -F_2 = F$$

公理三(力平行四边形公理)

作用于**物体**上任一点的两个力可合成为作用于同一点的一个力，即合力。合力的矢由原两力的矢为邻边而作出的力平行四边形的对角矢来表示。

即，合力为原两力的矢量和。

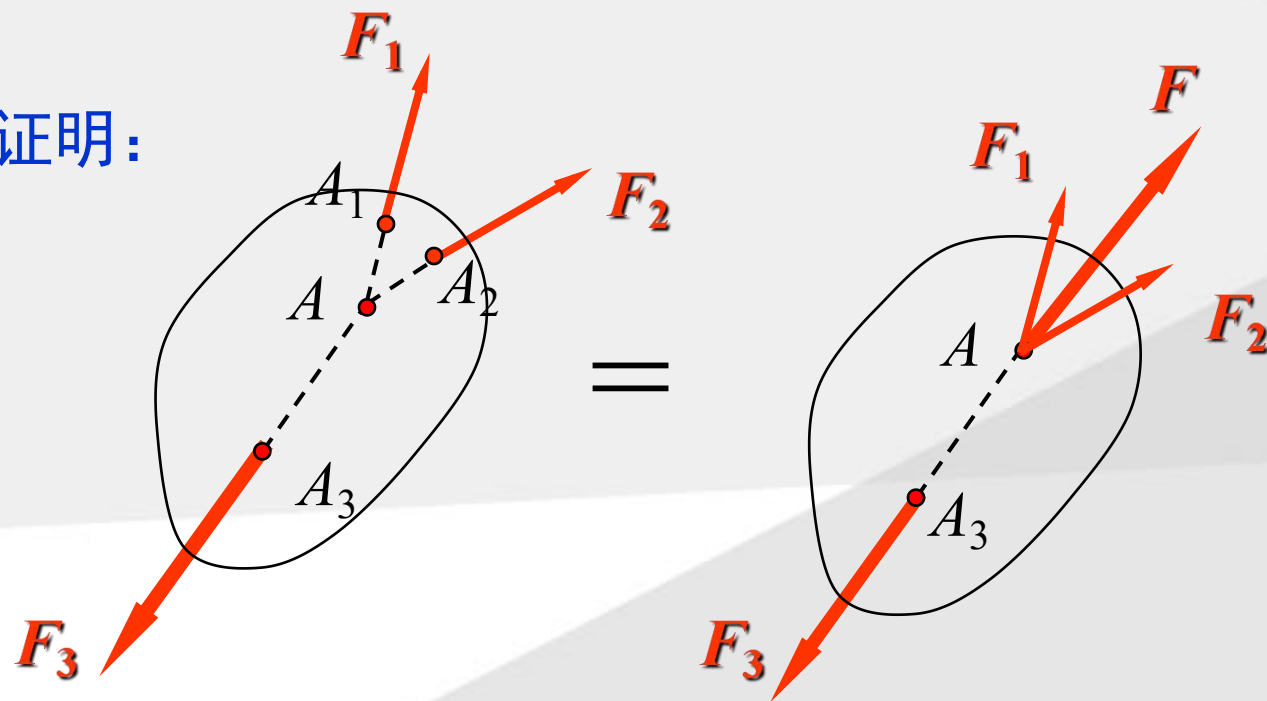
矢量表达式： $F_R = F_1 + F_2$



推论(三力平衡汇交定理)

当刚体在三个力作用下平衡时，设其中两力的作用线相交于某点，则第三力的作用线必定也通过这个点。

证明：



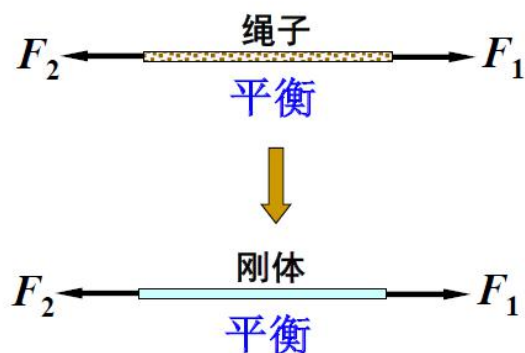


公理四(作用和反作用公理)

任何两个**物体**相互作用的力，总是大小相等，作用线相同，但指向相反，并同时分别**作**用于这两个物体上。

公理五(刚化原理)

设**变形体**在已知力系作用下维持平衡状态，则如将这个已变形但平衡的物体变成刚体（刚化），其平衡不受影响。



公理5告诉我们：处于平衡状态的变形体，可用刚体静力学的平衡理论。

§3 约束和约束反力

1. 基本概念

自由体 —— 可以任意运动（获得任意位移）的物体。

非自由体 —— 运动(位移)受到某些限制的物体。

约束 —— 由周围物体所构成的、限制非自由体位移的条件。

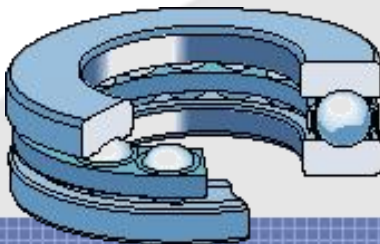
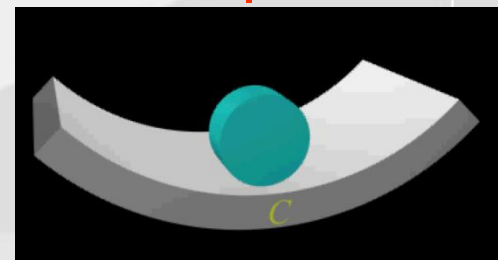
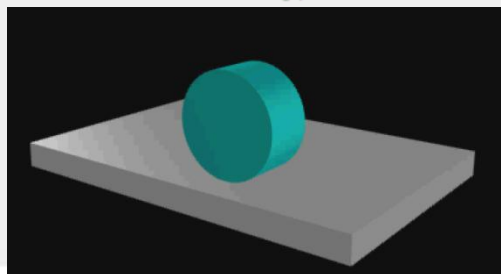
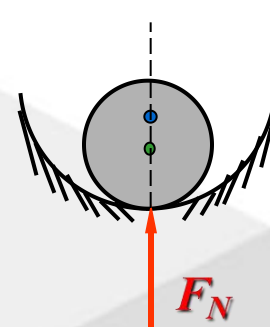
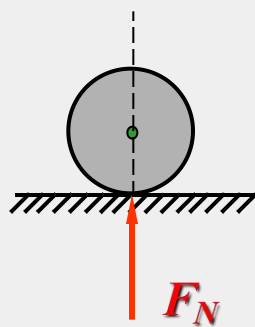
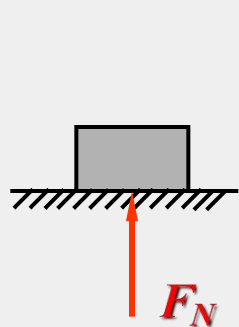
约束力 —— 约束对被约束体的作用力。

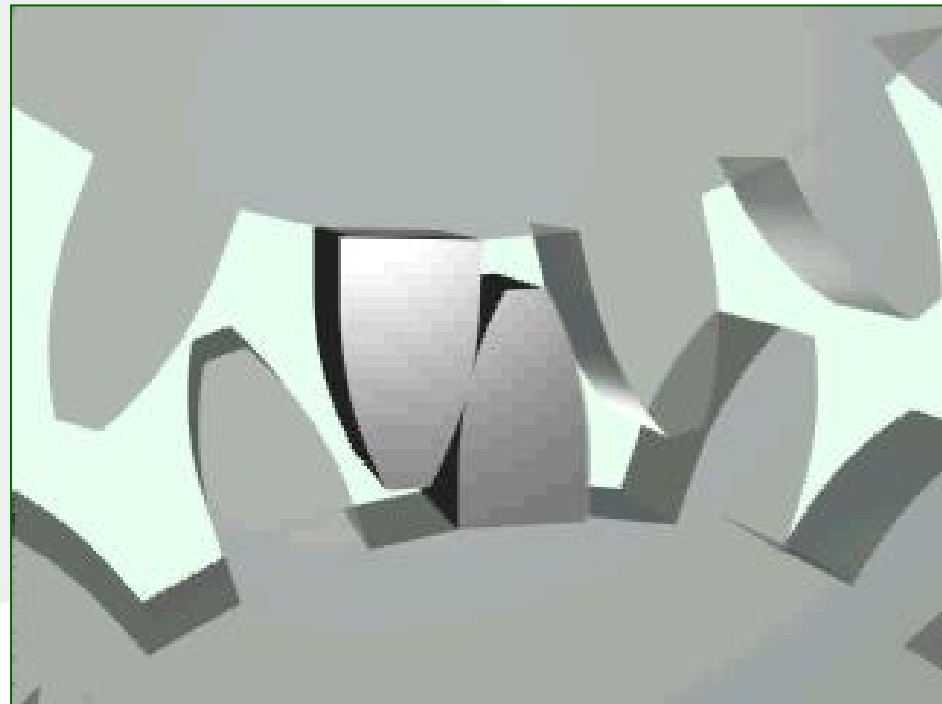
主动力 —— 约束力以外的力。

2. 约束的类型

● 光滑接触（面、线、点）约束（光滑指摩擦不计）

约束力**作用在接触点处**，方向沿接触面的**公法线并指向受力物体**，也称为法向约束力，通常用 F_N 表示。





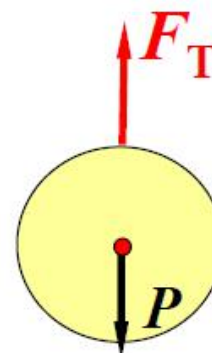
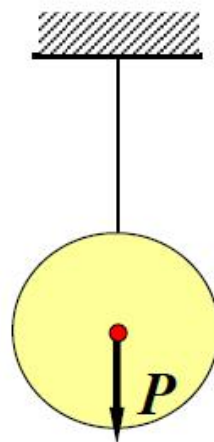
光滑接触面约束实例

● 柔性体（各种绳索、链条、胶带等）构成的约束

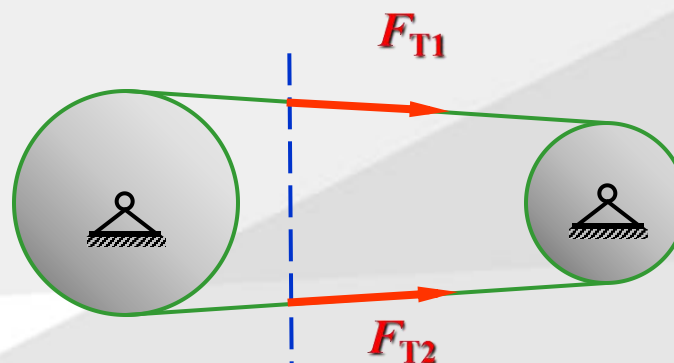
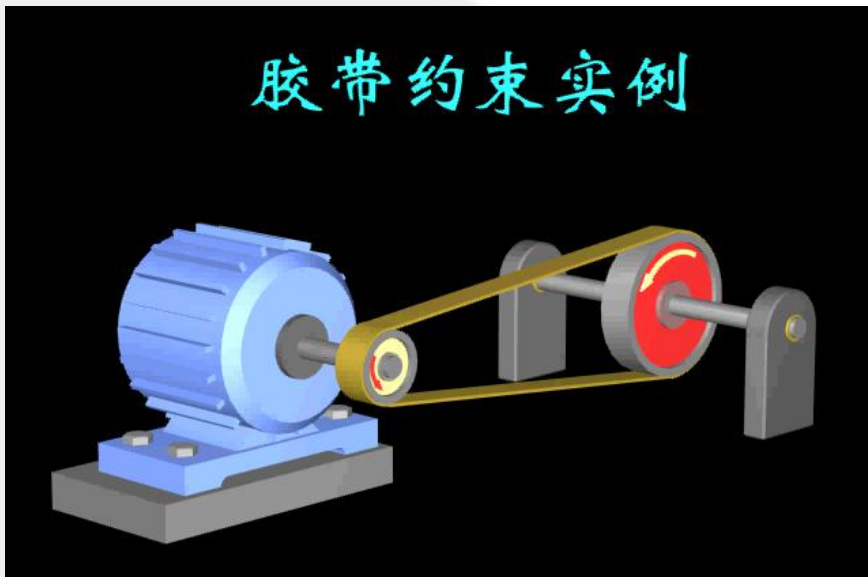
柔性体**只能受拉**，所以它们的约束力是**作用在接触点**，
方向**沿柔性体轴线而背离物体**。通常用 F_T 表示。



柔绳约束实例

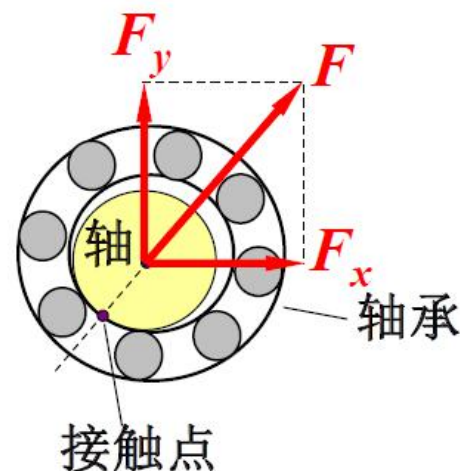


胶带约束实例



● 光滑铰链约束（径向轴承、圆柱铰链、固定铰链支座）

（1）向心轴承（径向轴承）

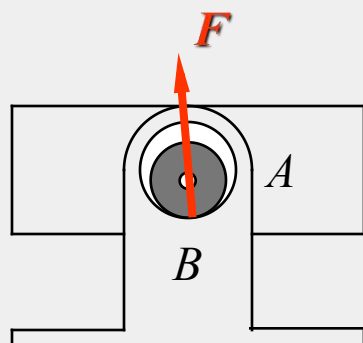
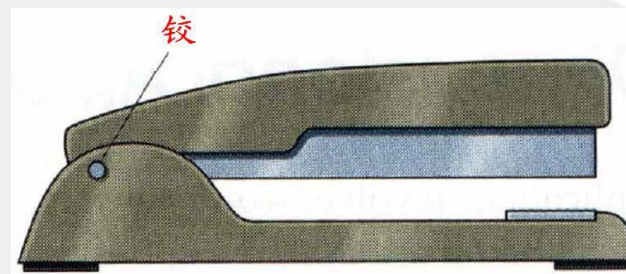
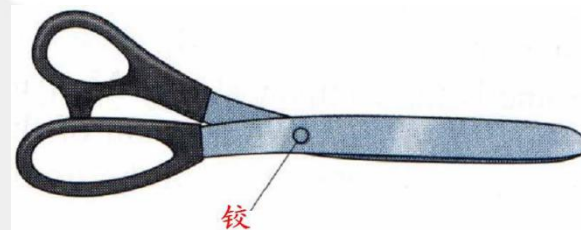


约束特点：

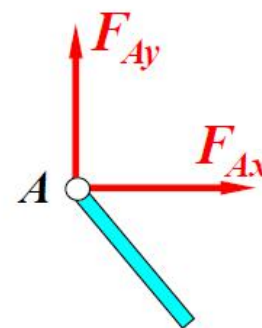
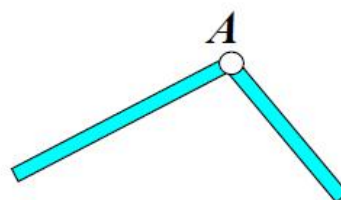
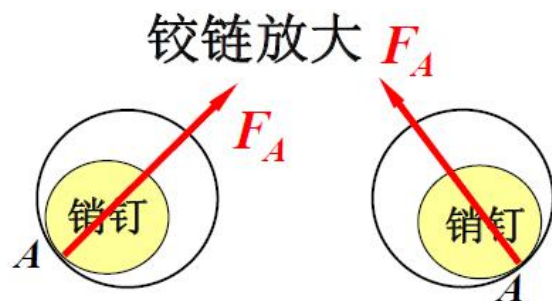
轴在轴承孔内，轴为非自由体、 轴承孔为约束。

约束力：当不计摩擦时，轴与孔在接触处为光滑接触约束——**法向约束力**，约束力作用在接触处，沿径向指向轴心。

(2) 光滑圆柱铰链约束

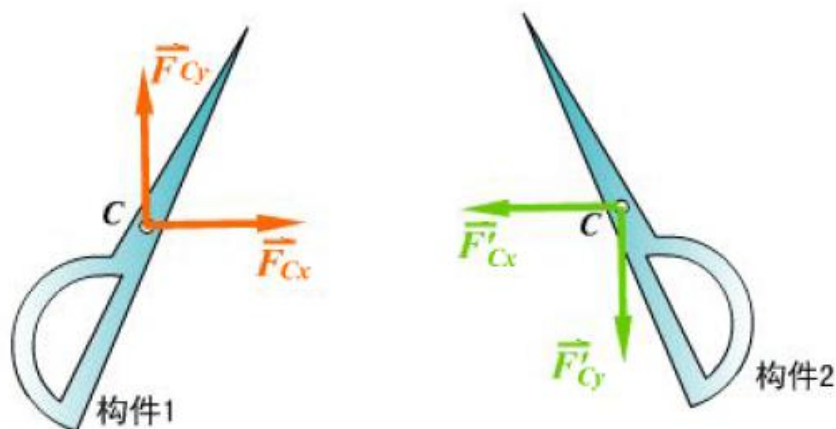


约束力指向未定



其它主动力未画出

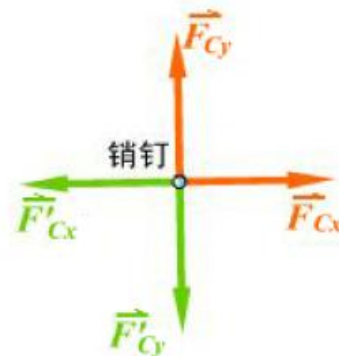
铰链约束力可用两个正交分力表示。



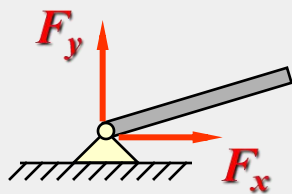
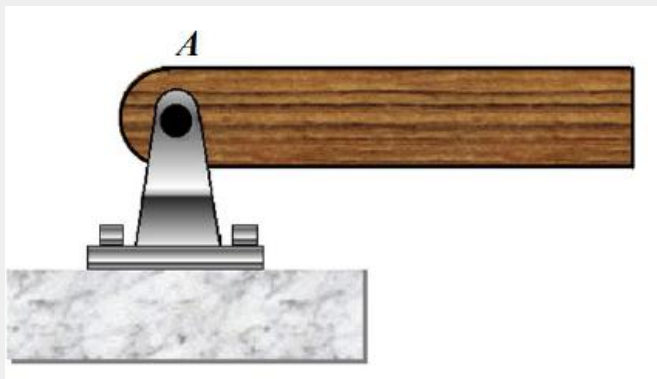
其中有作用反作用关系

$$\vec{F}_{Cx} = -\vec{F}'_{Cx} , \quad \vec{F}_{Cy} = -\vec{F}'_{Cy}$$

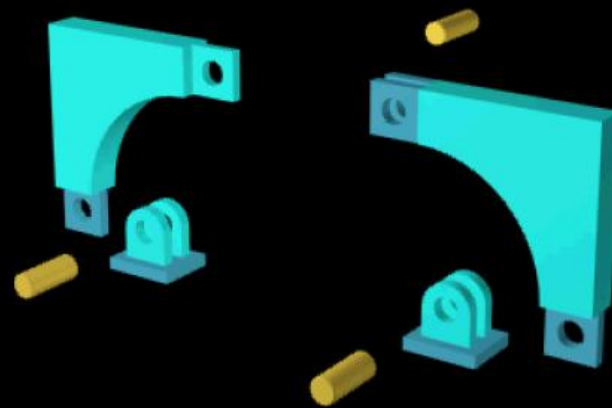
一般不必单独分析销钉受力，当要分析时，必须把销钉单独取出。



(3) 固定铰链支座 (其中一个构件固定在地面)

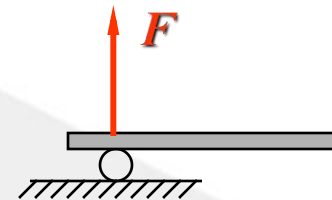
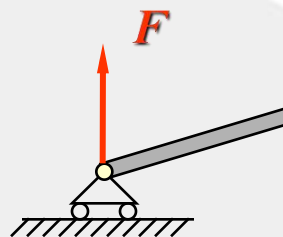
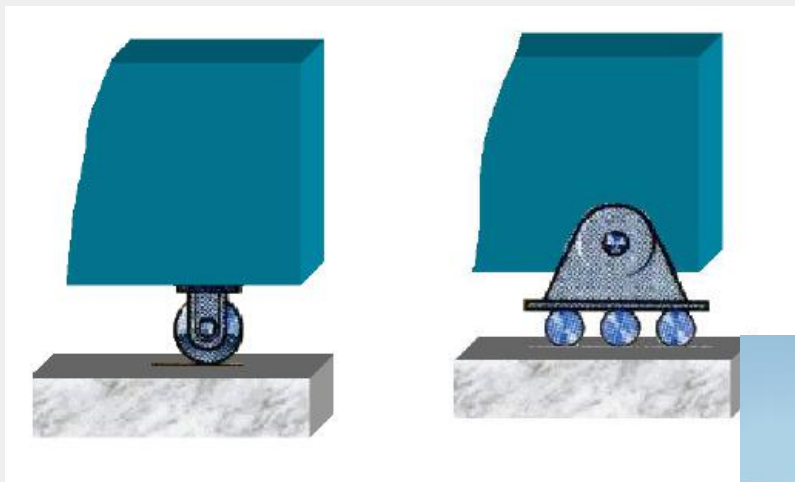


圆柱铰链和固定铰链支座

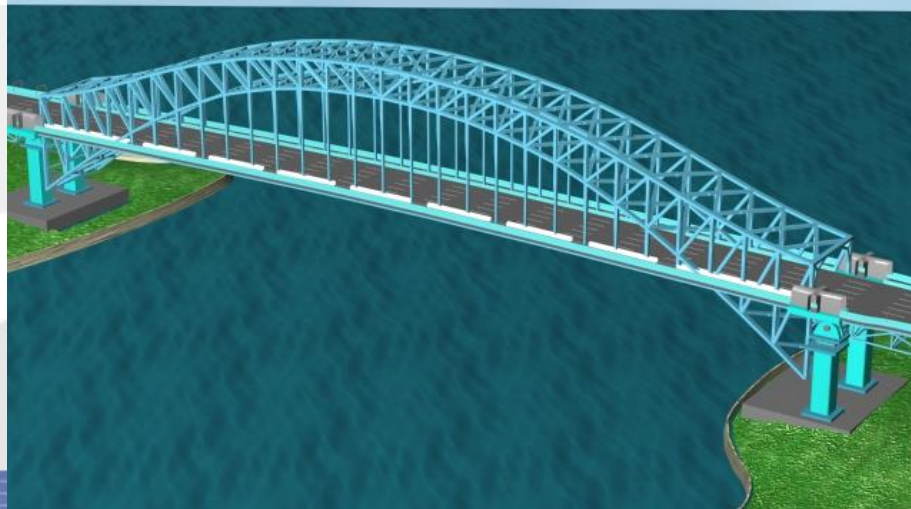


● 其它类型约束

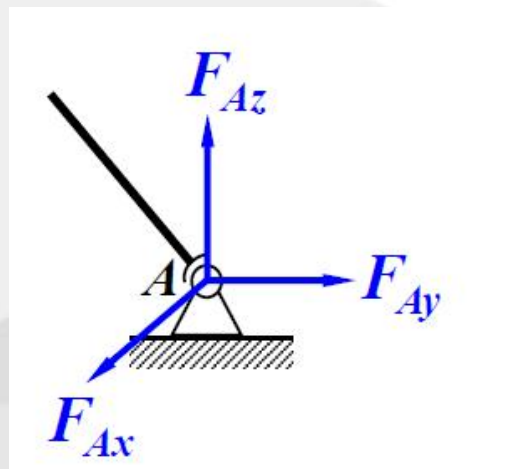
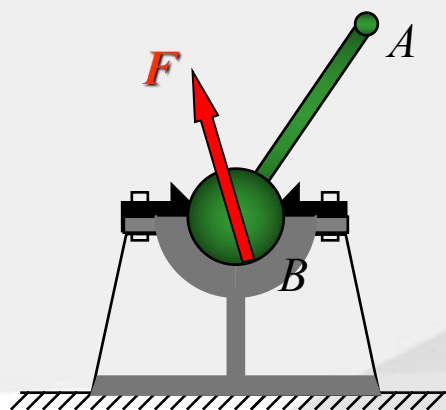
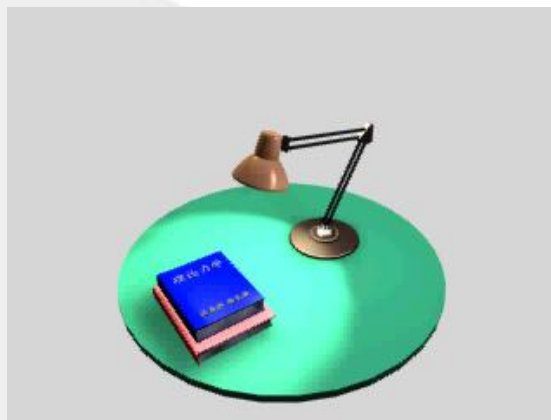
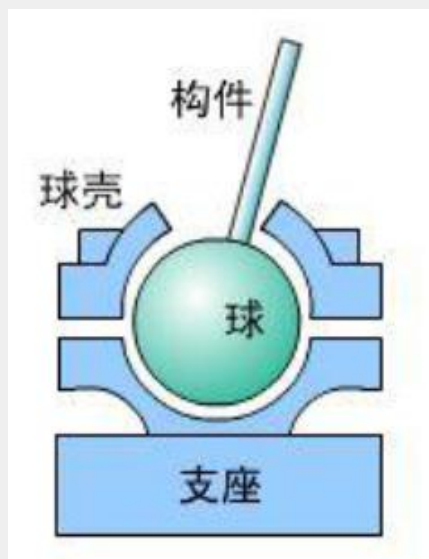
(1) 滚动支座



固定铰链支座和活动铰链支座实例



(2) 球铰链

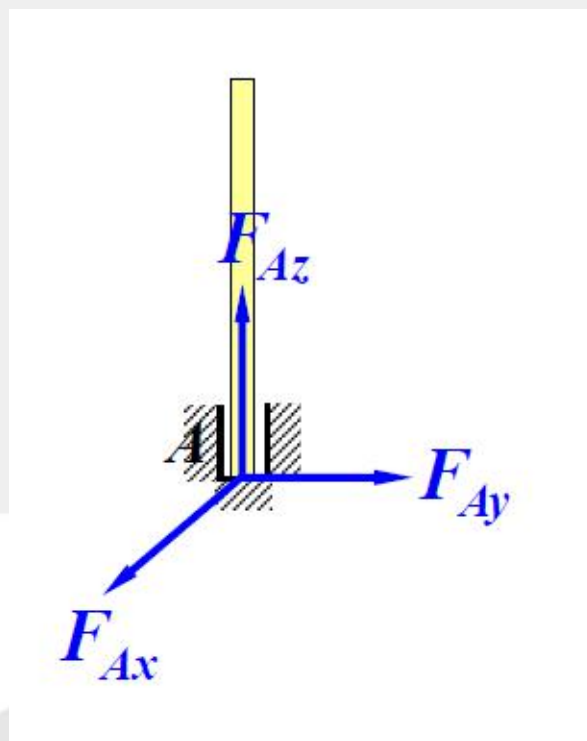


约束力：当忽略摩擦时，球与球座亦是光滑约束问题。约束力通过接触点，并指向球心，是一个不能预先确定的空间力，可用三个正交分力表示。

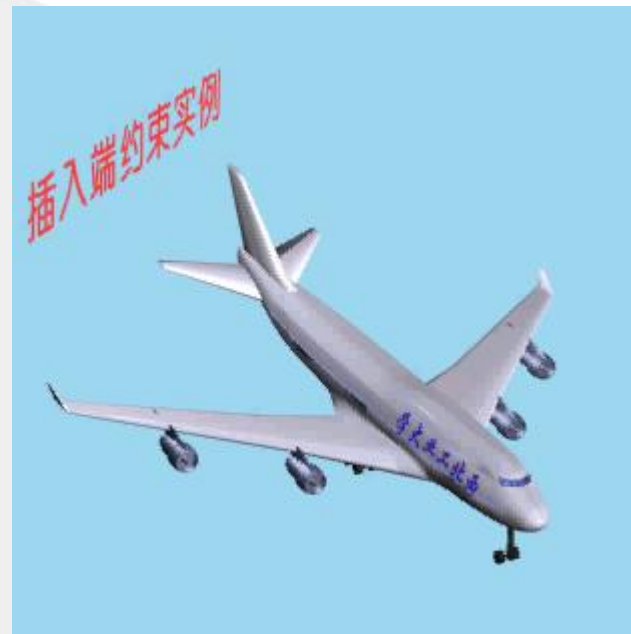
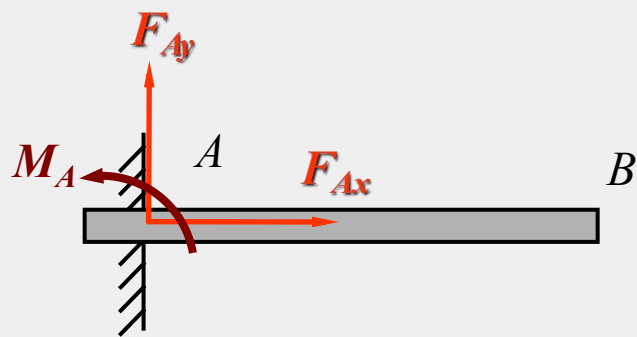
(3) 止推轴承

约束特点：止推轴承比径向轴承多一个轴向的位移限制。

约束力：比径向轴承多一个轴向的约束力，亦有三个正交分力 F_{Ax} ， F_{Ay} ， F_{Az} 。



(4) 插入端约束





§4 物体的受力分析和受力图

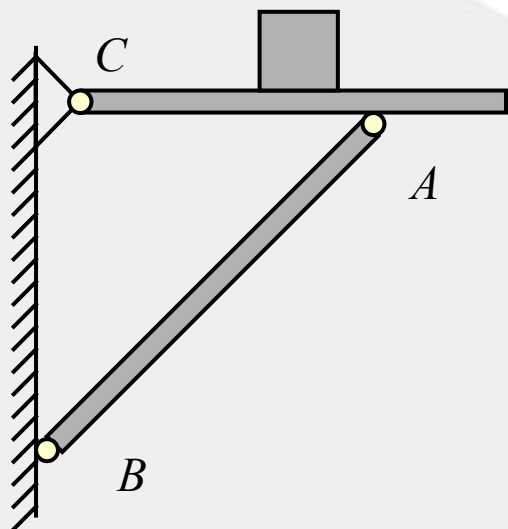
解决力学问题时，首先要选定需要进行研究的物体，即选择**研究对象**，然后根据已知条件，约束类型并结合基本概念和公理分析它的受力情况，这个过程称为物体的**受力分析**。

作用在物体上的力有两类：

一类是主动力，如重力，风力，气体压力等。

主动力通常称为**载荷**。

二类是被动力，即约束力。



物体的受力和受力图

在受力图上应画出所有力，主动力和约束力（被动力）

画受力图步骤：

1. 取所要研究物体为研究对象（分离体），画出其简图
2. 画出所有主动力
3. 按约束性质画出所有约束（被动）力

载荷的分类

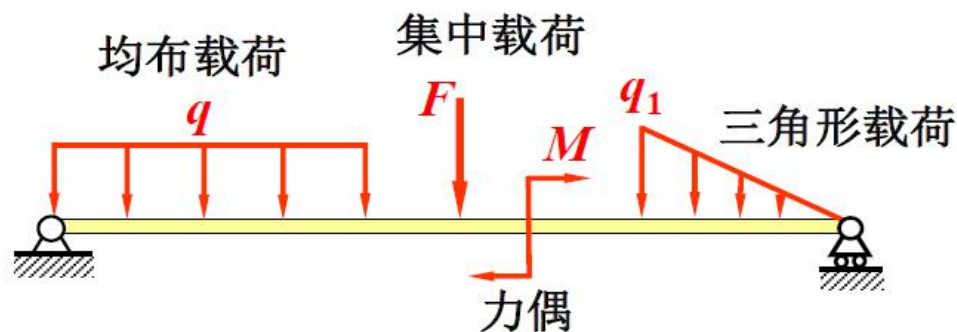
集中载荷 { 集中载荷：载荷的作用范围很小，可忽略不计。
分布载荷：载荷作用在整个物体或某一部分上。

分布载荷 { 体载荷：载荷作用在整个体积上。
面载荷：载荷作用在整个面积上。
线载荷：载荷作用在整个长度上。

分布 → 载荷集度
↓

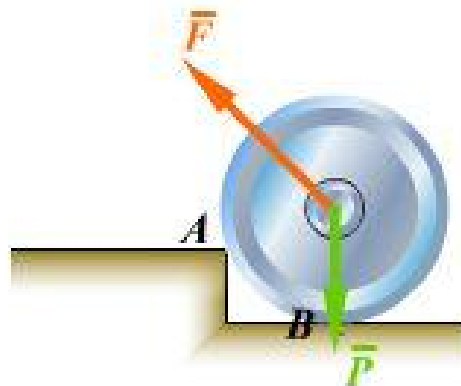
物体单位体积、单位面积、单位长度上所承受的载荷。

$$q_V = \frac{dF_R}{dV}, \quad q_A = \frac{dF_R}{dS}, \quad q_L = \frac{dF_R}{dL}$$



例1-1

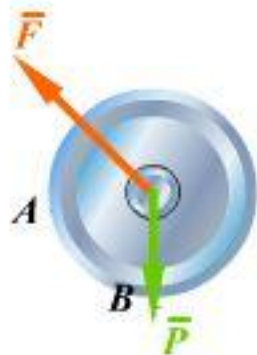
碾子重为 \bar{P} ，拉力为 \bar{F} ， A 、 B 处光滑接触，画出碾子的受力图。



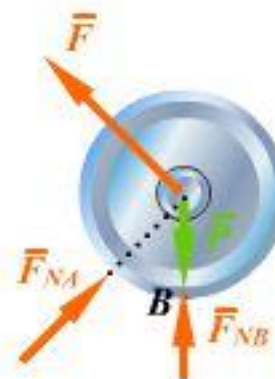
解： 画出简图



画出主动力



画出约束力



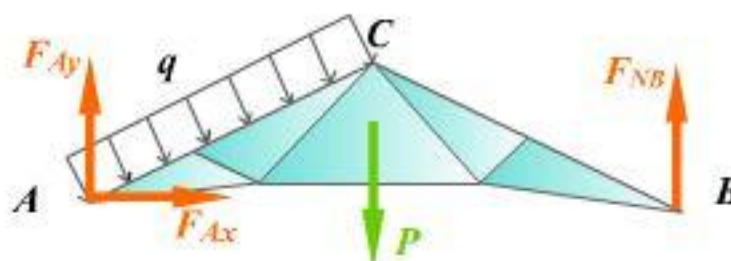
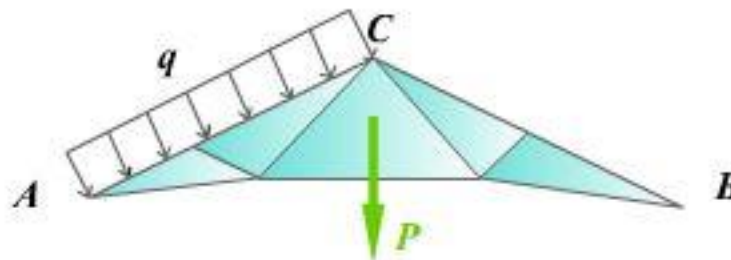
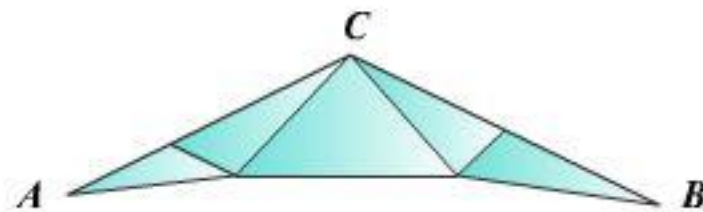
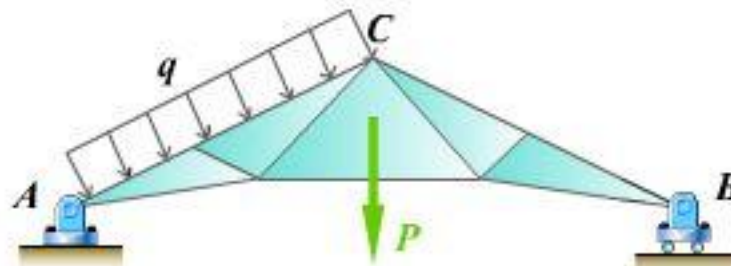
例1-2

屋架受均布风力 q (N/m)，
屋架重为 \bar{P} ，画出屋架的受力图。

解： 取屋架 画出简图

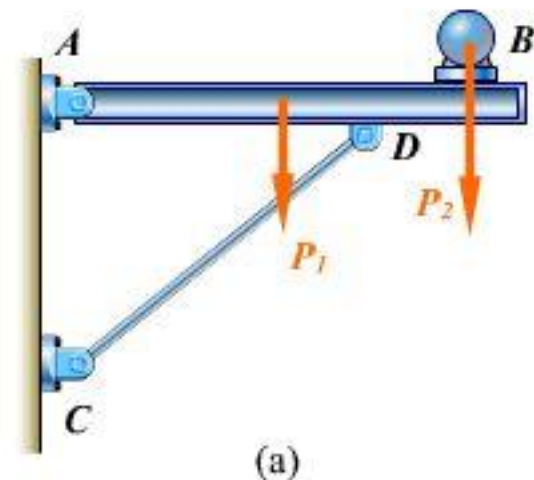
画出主动力

画出约束力



例1-3

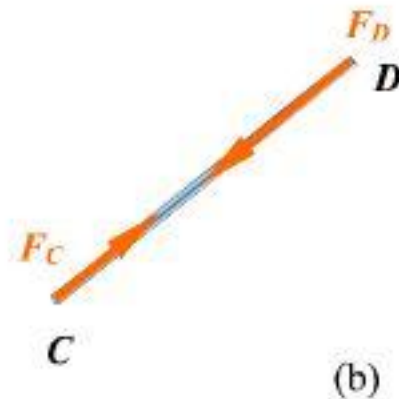
水平均质梁 AB 重为 \vec{P}_1 ，电动机重为 \vec{P}_2 ，不计杆 CD 的自重，画出杆 CD 和梁 AB 的受力图。



只在两个力作用下平衡的构件，成为二力杆件，简称二力杆。其受力必沿两力作用点的连线，且等值，反向。

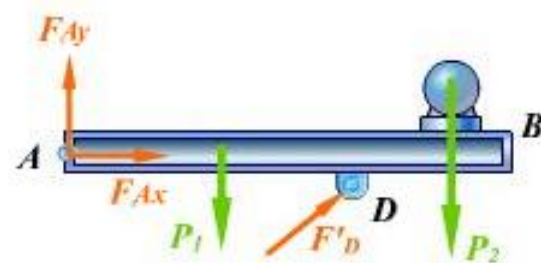
解：

取 CD 杆，其为二力构件，简称二力杆，其受力图如图 (b)



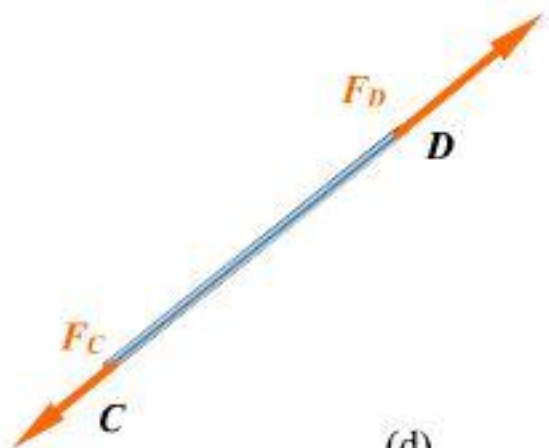
取 AB 梁，其受力图如图 (c)

CD 杆的受力图能否画
为图 (d) 所示？

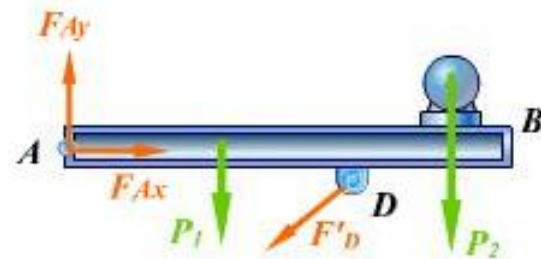


(c)

若这样画，梁 AB 的受力
图又如何改动？



(d)



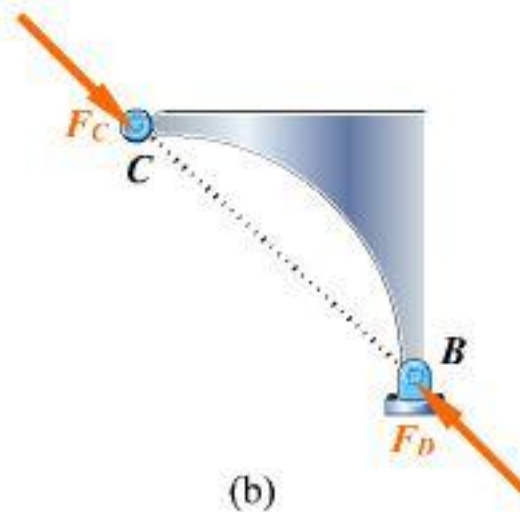
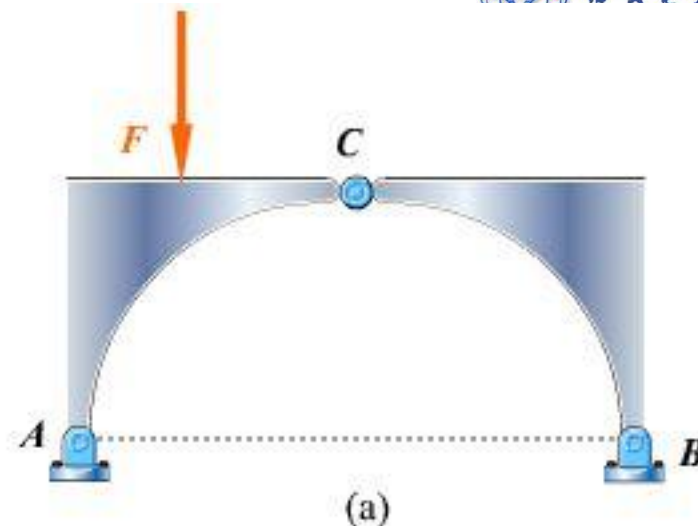
(e)

例1-4

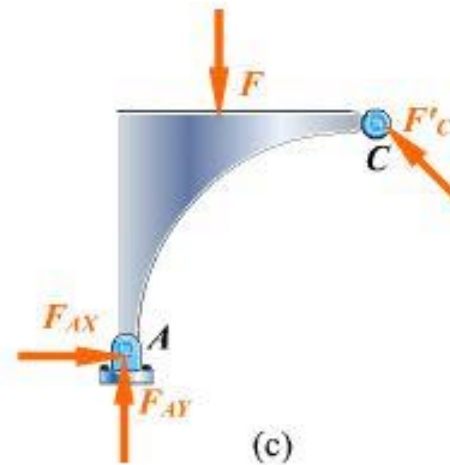
不计三铰拱桥的自重与摩擦，画出左、右拱 AC, CB 的受力图与系统整体受力图。

解：

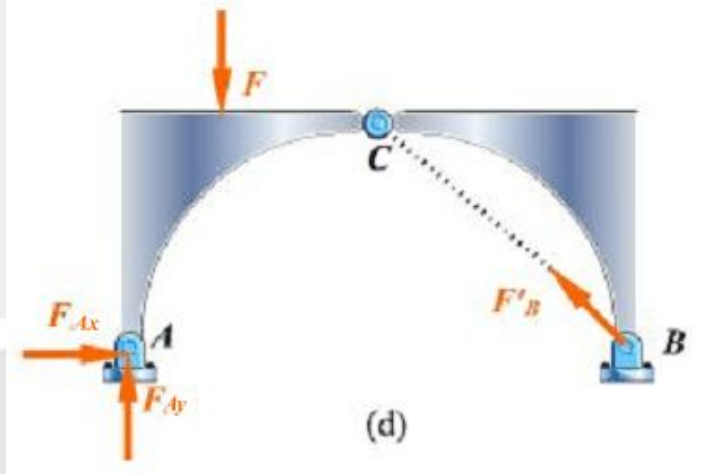
右拱 CB 为二力构件，其受力图如图 (b) 所示



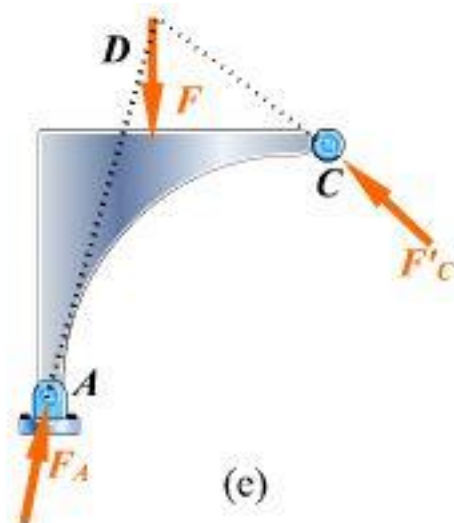
取左拱 AC , 其受力图如图
(c) 所示



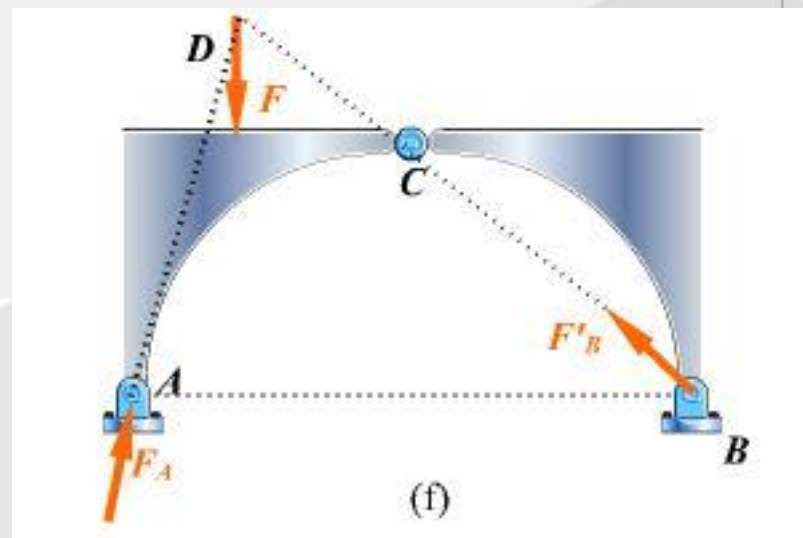
系统整体受力图如图 (d)
所示



考虑到左拱 AC 三个力作用下平衡，也可按三力平衡汇交定理画出左拱 AC 的受力图，如图 (e) 所示

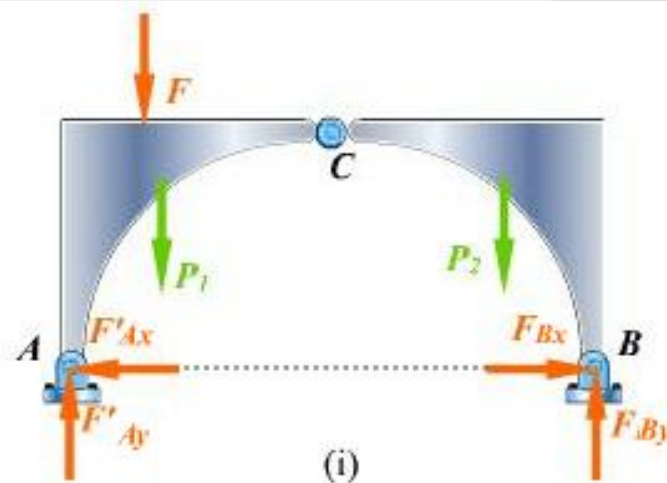
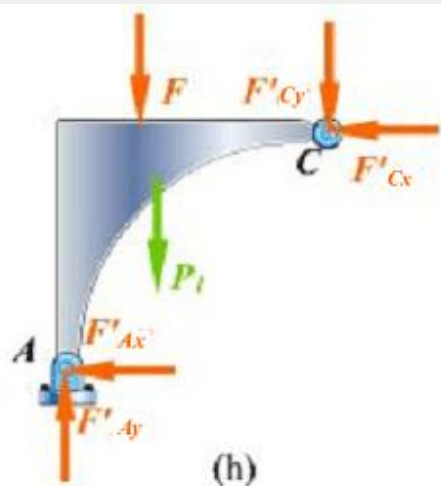
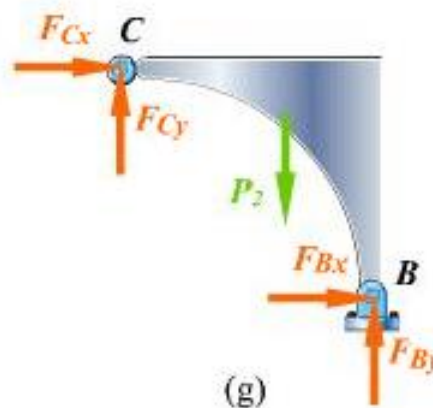


此时整体受力图如图 (f) 所示



讨论：若左、右两拱都考虑自重，如何画出各受力图？

如图 (g) (h) (i)

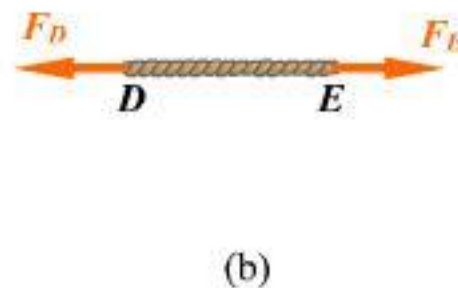
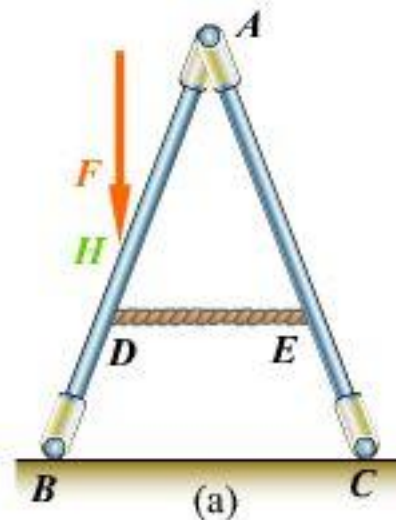


例1-5

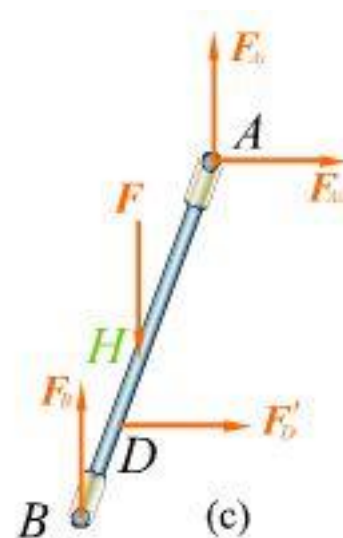
不计自重的梯子放在光滑水平地面上，画出绳子、梯子左右两部分与整个系统受力图。

解：

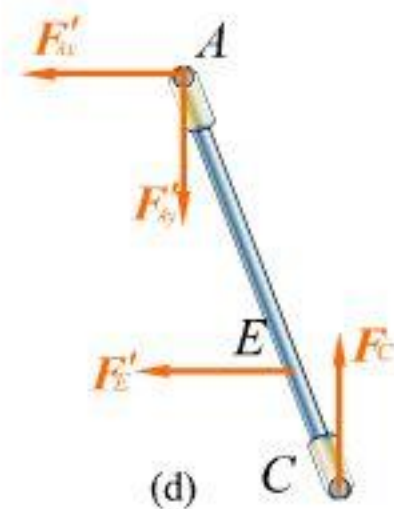
绳子受力图如图 (b) 所示



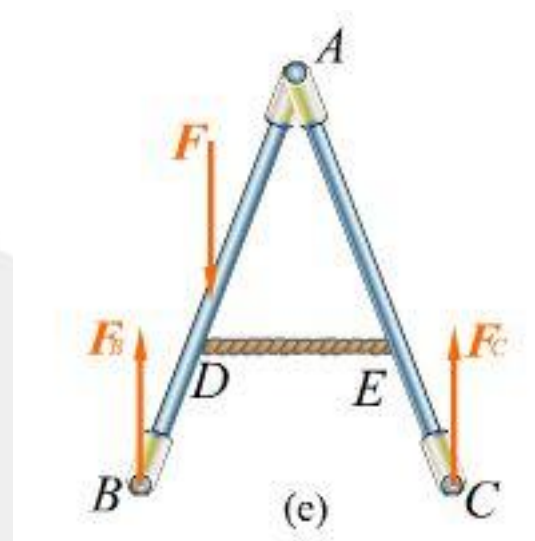
梯子左边部分受力图
如图 (c) 所示



梯子右边部分受力图
如图 (d) 所示



整体受力图如图 (e) 所示



提问：左右两部分梯子在 A 处，绳子对左右两部分梯子均有力作用，为什么在整体受力图没有画出？

力学模型与力学简图

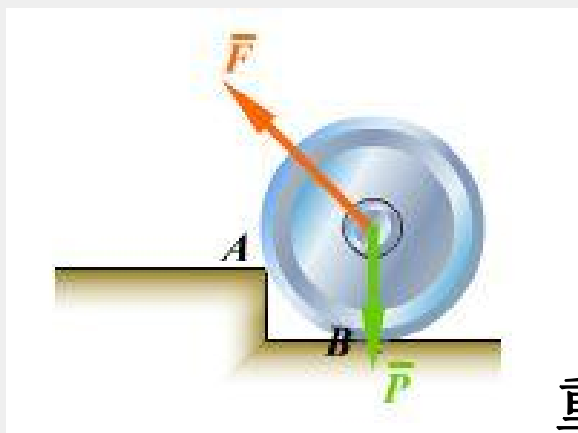
对任何实际问题进行力学分析、计算时，都要将实际问题抽象成为力学模型，任何力学计算实际都是针对力学模型进行的。

例如对桥梁进行力学计算，实际上是指对这桥梁的力学模型进行了计算。显然，将实际问题化为力学模型是进行力学计算所必须的重要而关键的一环，这一环进行的好坏，将直接影响计算过程和计算结果。

将实际问题化为力学模型的过程称为**力学建模**。由于理论力学中将物体视为刚体，因此其力学模型可以用简图来表达，这类简图称为**力学简图**。

在建立力学模型时，要抓住关键、本质的方面，忽略次要的方面。

例如：



忽略变形 → 刚体

三维问题 → 平面问题

几何形状 → 圆形

重力 \bar{P} 和力 \bar{F} 的简化 → 作用在圆心

A, B 处约束力的简化 → 点接触
光滑接触

→ 力学模型



理论力学中力学模型常遇到的几个方面

- 材料假设为均匀；
- 将物体视为刚体；
- 几何形状简化为圆柱、圆盘、板、杆及由它们组成的简单形状；
- 受力简化为集中力、分布力；
- 接触简化为光滑铰链、光滑接触、柔索等。

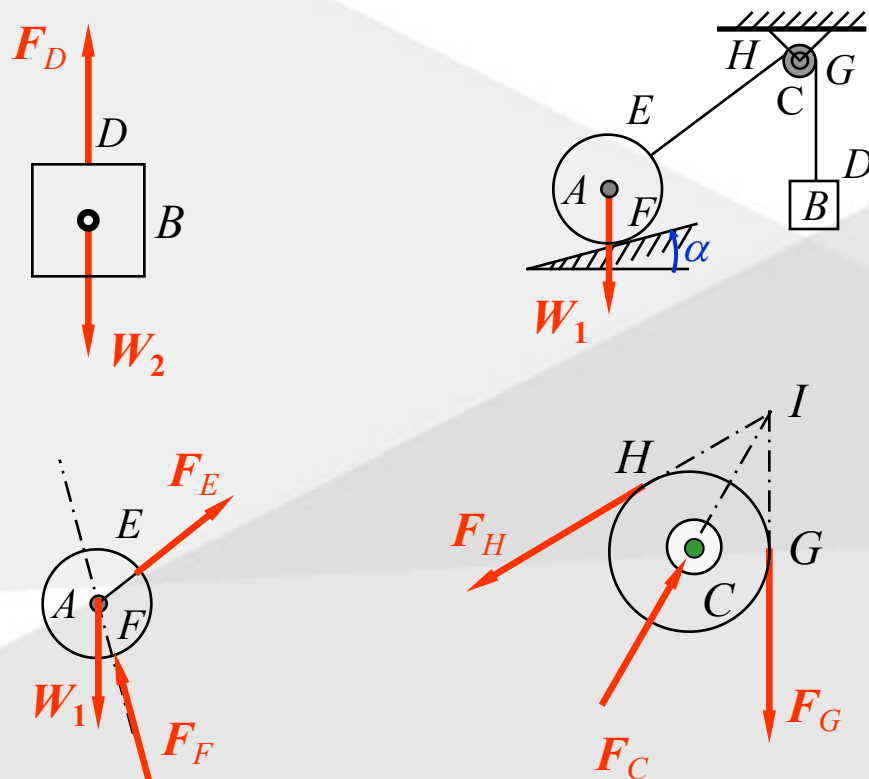
例1-6 在图示的平面系统中，匀质球 A 重 W_1 ，借本身重量和摩擦不计的理想滑轮 C 和柔绳维持在仰角是 α 的光滑斜面上，绳的一端挂着重 W_2 的物体 B 。试分析物体 B 、球 A 和滑轮 C 的受力情况，并分别画出平衡时各物体的受力图。

解：

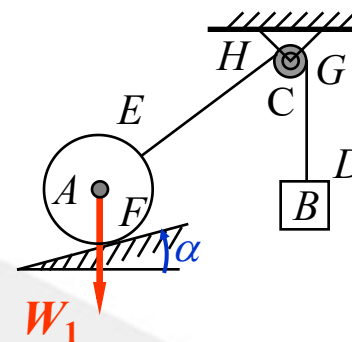
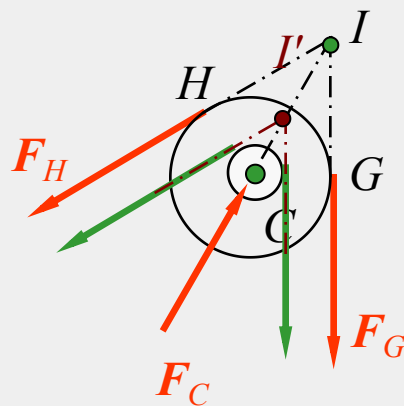
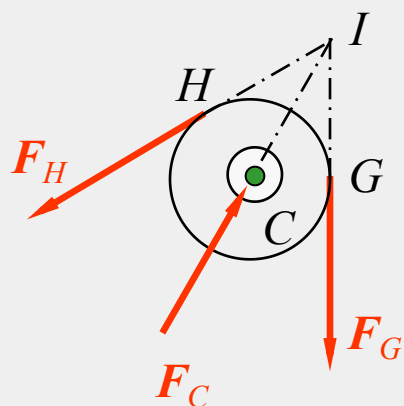
1. 物体 B 受力图。

2. 球 A 受力图。

3. 滑轮 C 的受力图。



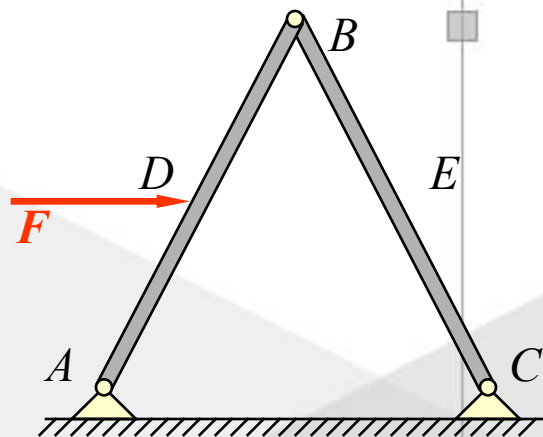
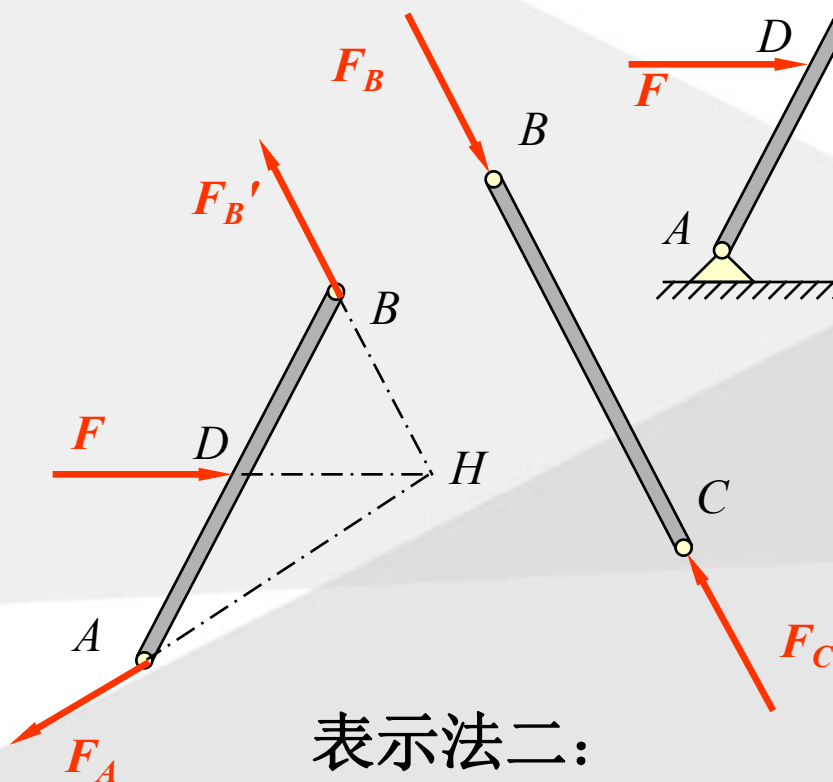
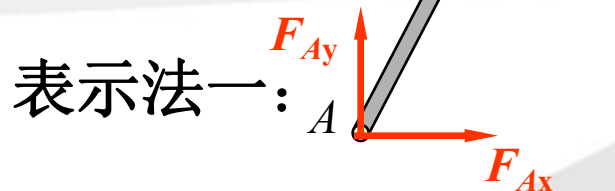
讨论

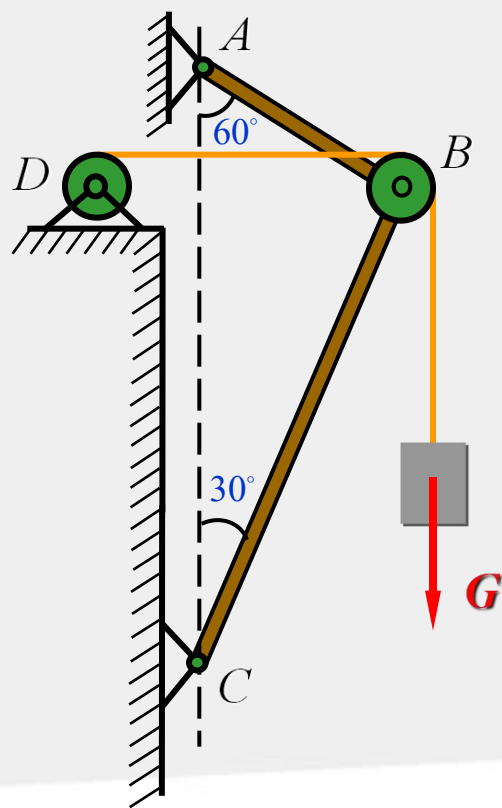


理想定滑轮仅改变绳子的方向，而不改变绳子拉力的大小。

例1-7 等腰三角形构架 ABC 的顶点 A , B , C 都用铰链连接, 底边 AC 固定, 而 AB 边的中点 D 作用有平行于固定边 AC 的力 F , 如图所示。不计各杆自重, 试画出 AB 和 BC 的受力图。

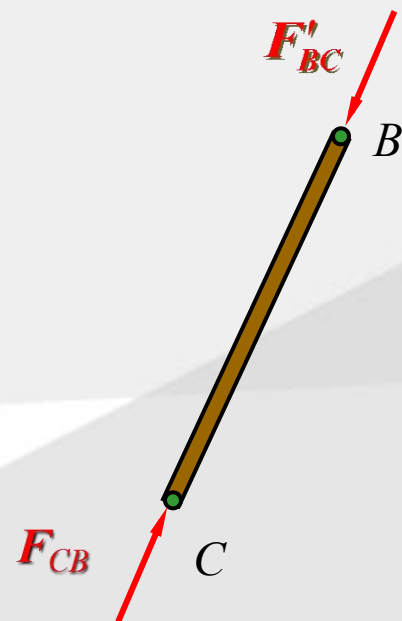
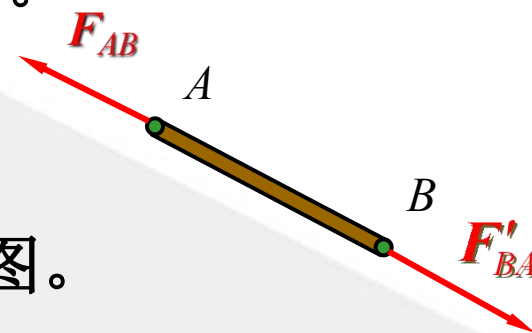
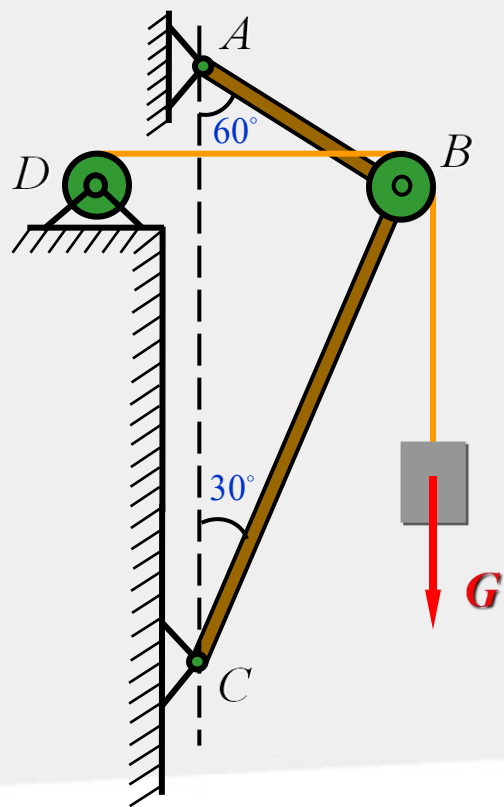
- 解:**
1. 杆 BC 所受的力。
 2. 杆 AB 所受的力。



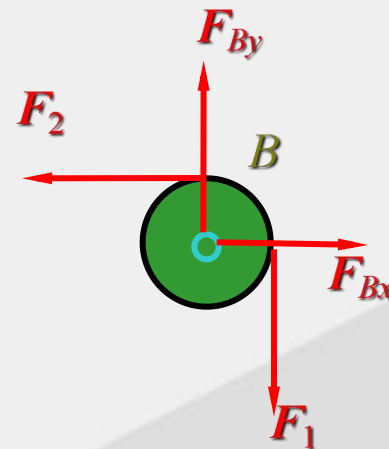
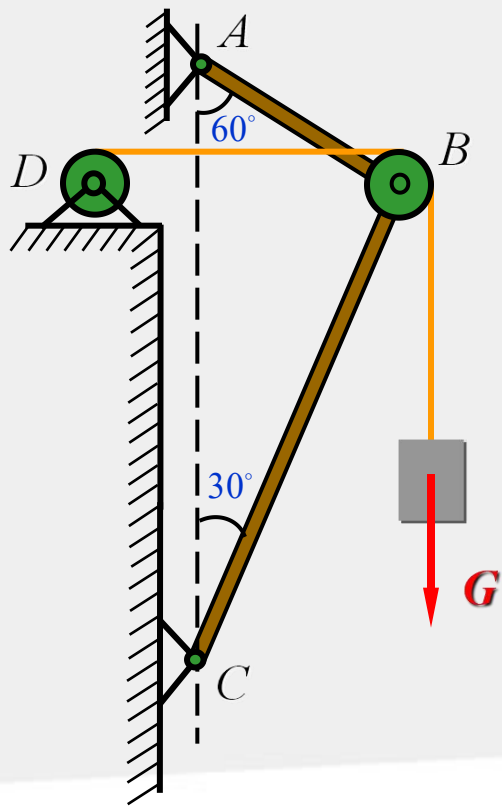


例1-8 如图所示，重物重 $G = 20 \text{ kN}$ ，用钢丝绳挂在支架的滑轮 B 上，钢丝绳的另一端绕在铰车 D 上。杆 AB 与 BC 铰接，并以铰链 A ， C 与墙连接。如两杆与滑轮的自重不计并忽略摩擦和滑轮的大小，试画出杆 AB 和 BC 以及滑轮 B 的受力图。

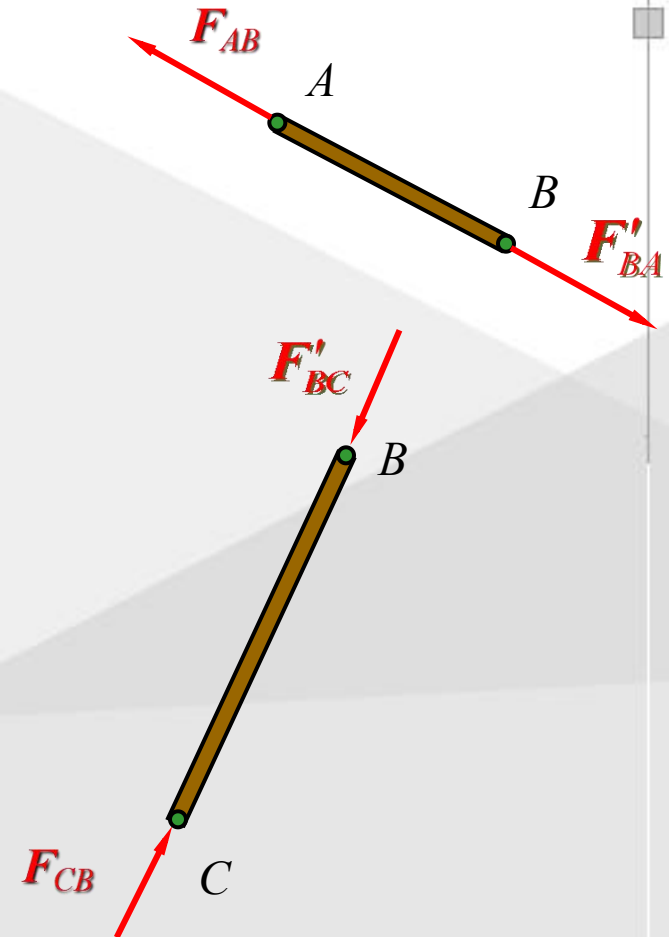
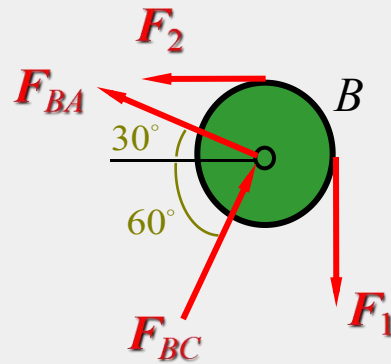
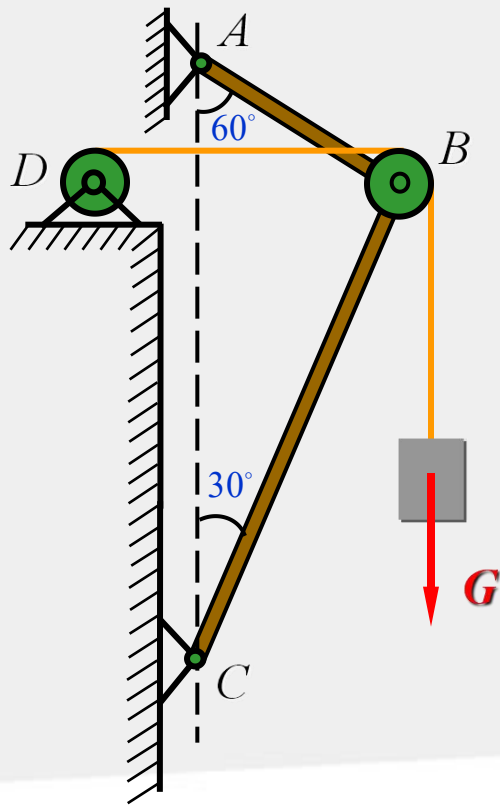
解:

1. 杆 AB 的受力图。2. 杆 BC 的受力图。

3. 滑轮B (不带销钉) 的受力图。

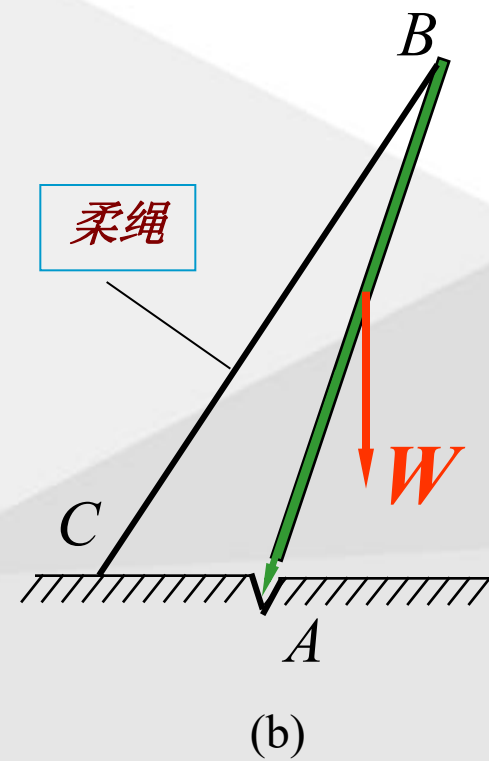
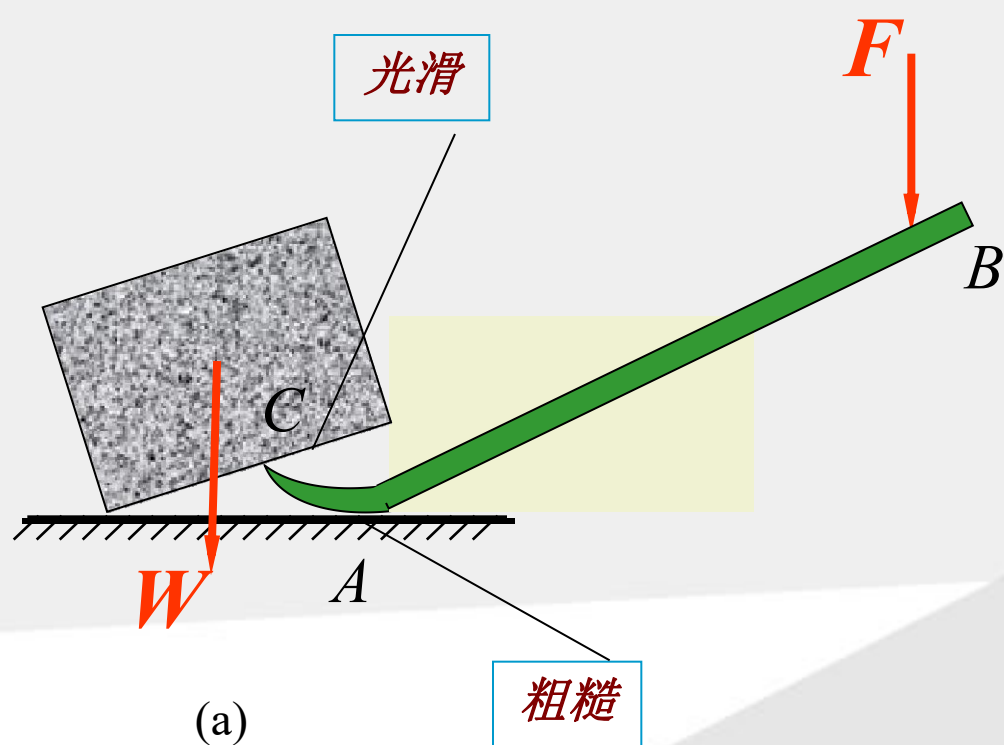


4. 滑轮B (带销钉) 的受力图。

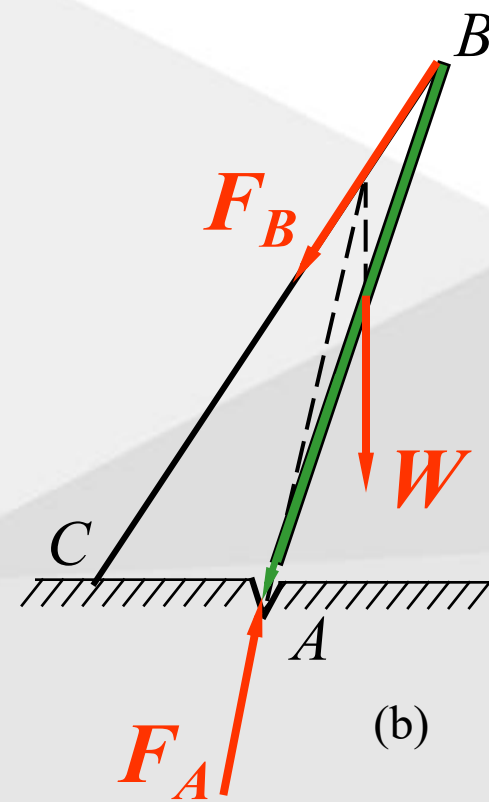
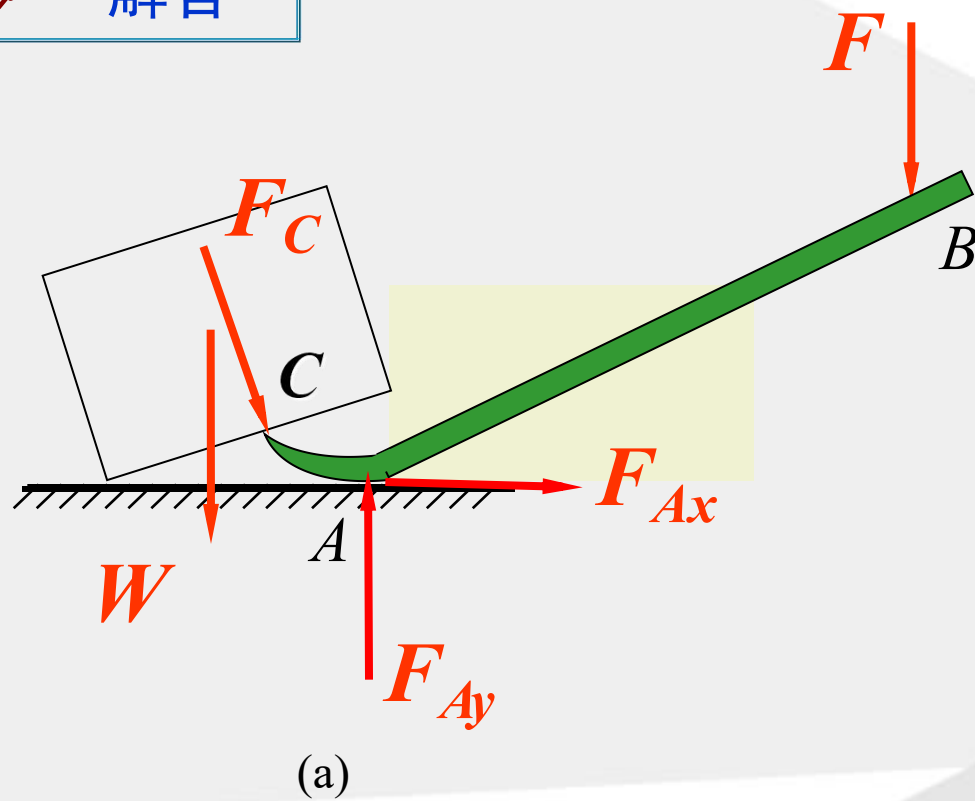




思考题

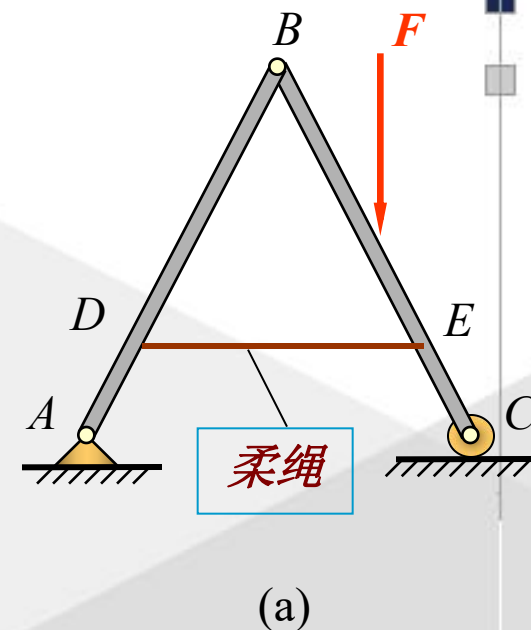
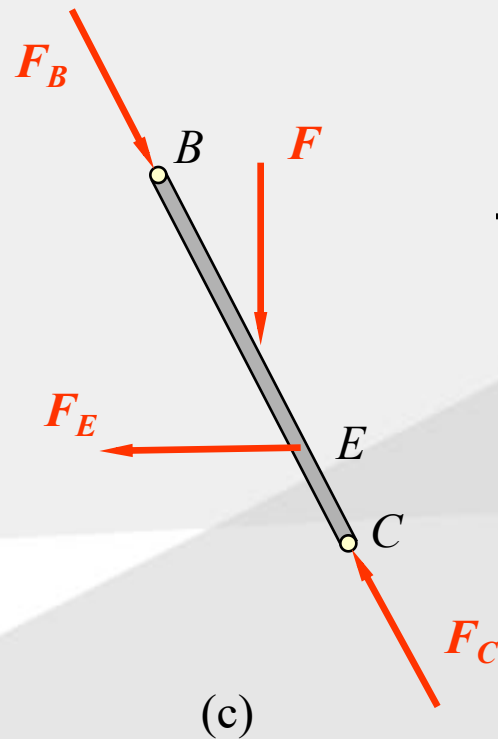
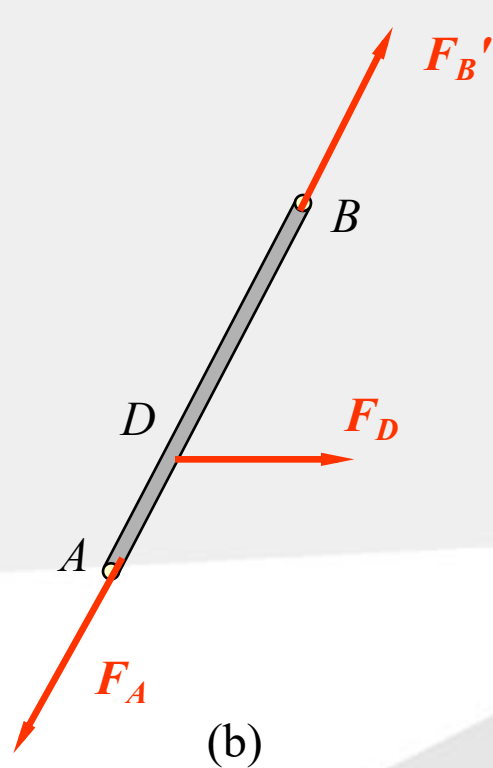
画出杆 AB 的受力图。

解答



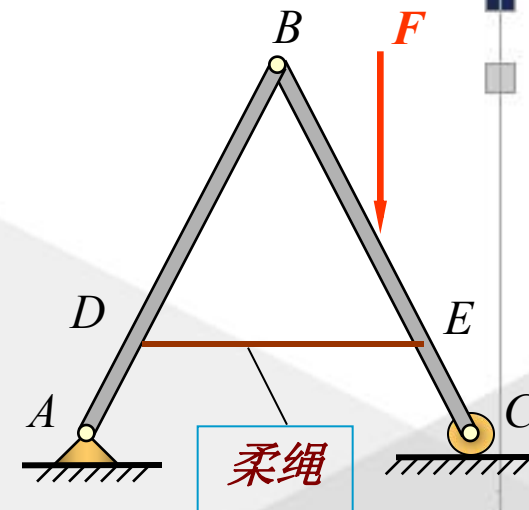
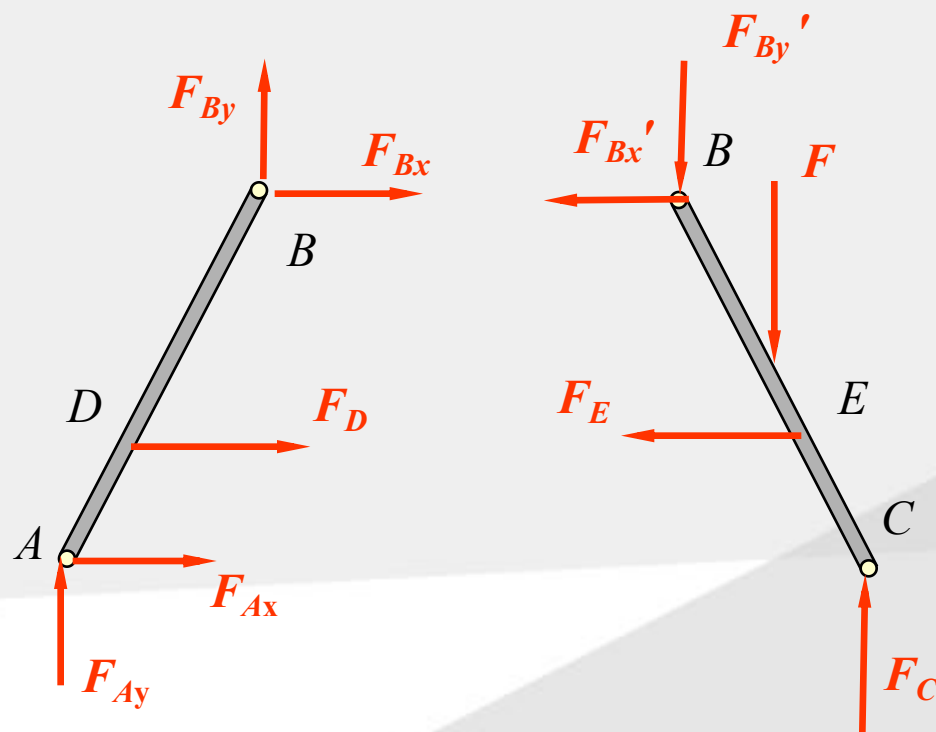
思考题

图 (b), (c) 受力图正确吗?



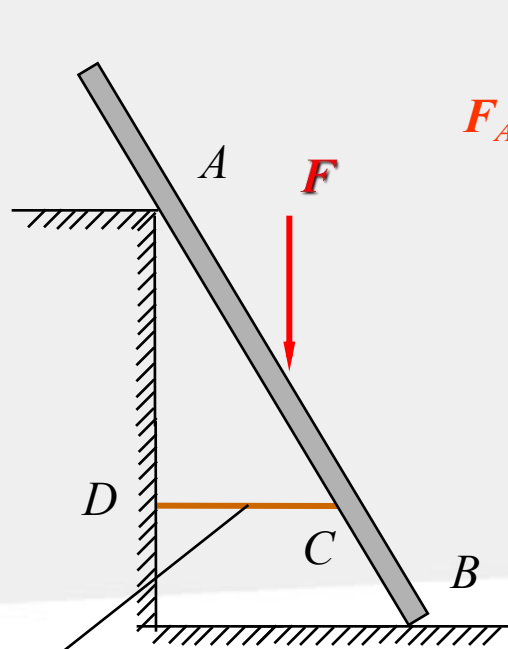


解答



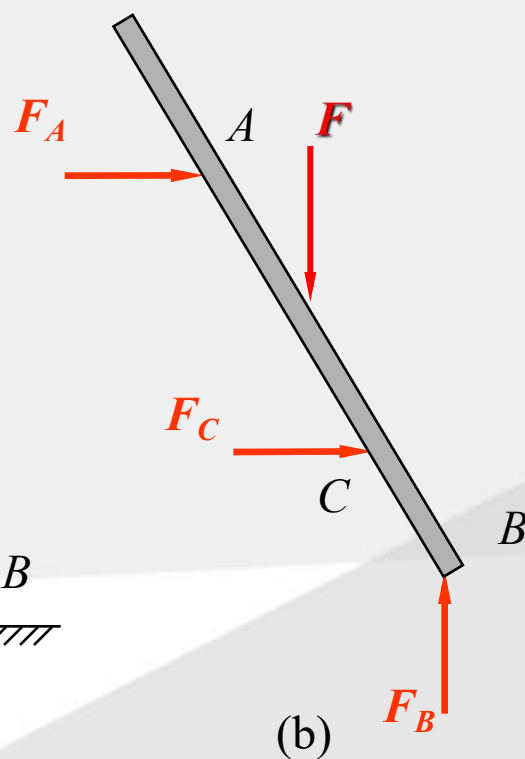
思考题

图 (b) 受力图正确吗？

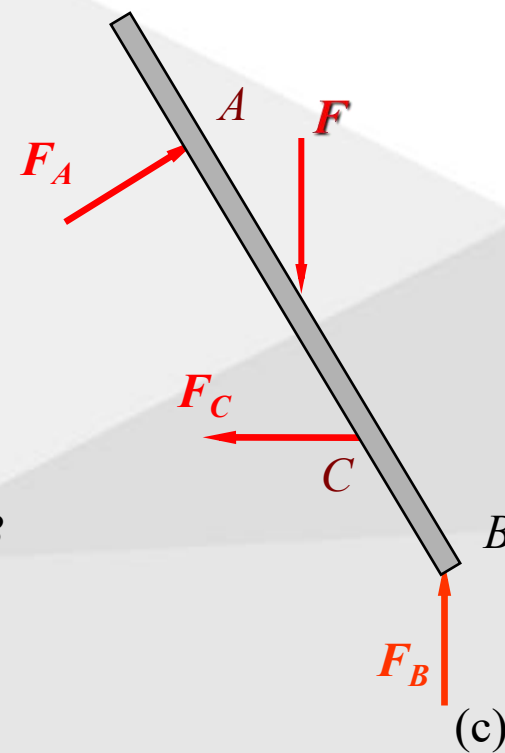


柔绳

(a)



(b)



(c)