



西安电子科技大学
XIDIAN UNIVERSITY



空间科学与技术学院
School of Aerospace Science and Technology

卫星轨道设计

教 师：孙文方

办 公 室：G216

邮 箱：wfsun@xidian.edu.cn

Q Q：22371753



内容

一、坐标系

二、轨道与轨道设计

三、坐标变换及流程

四、实验要求



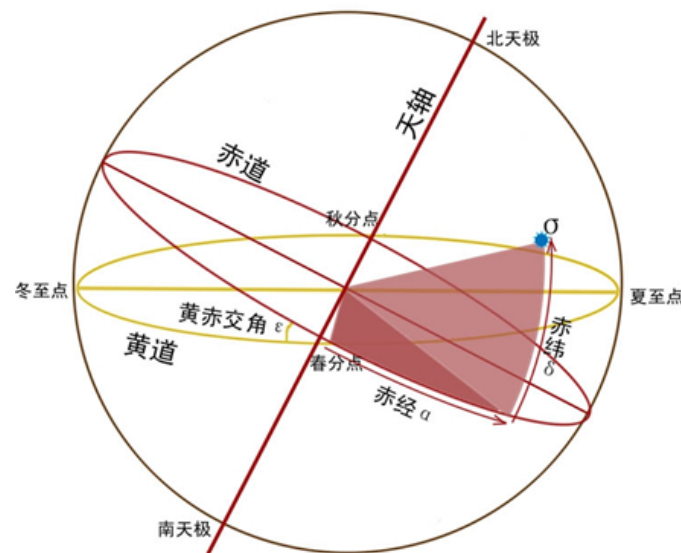
一、坐标系

天球：为了研究天体而假想的球体。在研究卫星运动时，天球的球心常选择在地心，天球的半径不作定义。

1) **天赤道：**地球赤道面和天球的交线。

2) **黄道：**地球公转平面和天球的交线，在地心看，太阳在黄道上运动，一年转动一圈。

3) **春分点：**天赤道和黄道在天球上的交点之一，太阳从南向北穿过天赤道的那一点。由于地球自转轴在惯性空间中进动和章动，相对应的春分点也在变化，常以2000年的春分点为基准。

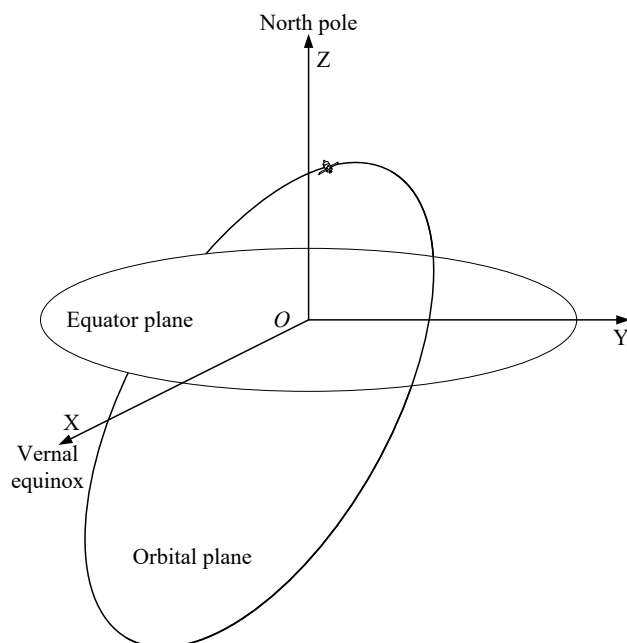




1. 地心赤道惯性坐标系($O-X_iY_iZ_i$)

地心赤道惯性坐标系(ECI)，原点在地球质心， X - Y 平面为赤道面， X 轴指向春分点， Z 轴沿地球自转轴指向北天极， X - Y - Z 为右手法则直角坐标系。该坐标系是卫星运动姿态的绝对参考基准。

卫星位置三坐标记为 x, y, z ，速度为 v_x, v_y, v_z ；若用球坐标，地心至卫星的距离记为 r ， α 为赤经(从春分点，在赤道面内逆时针度量)， δ 为赤纬。



$$\sin \delta = \frac{z}{r}$$

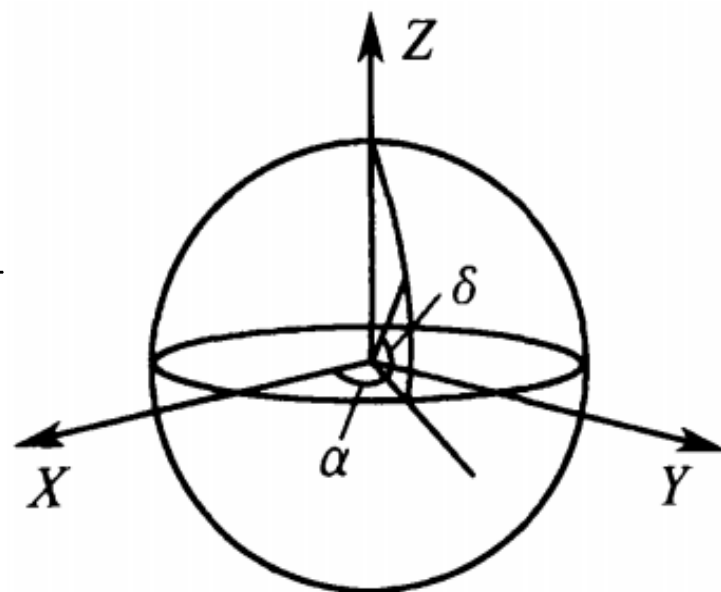
$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$x = r \cos \alpha \cos \delta$$

$$y = r \sin \alpha \cos \delta$$

$$z = r \sin \delta$$



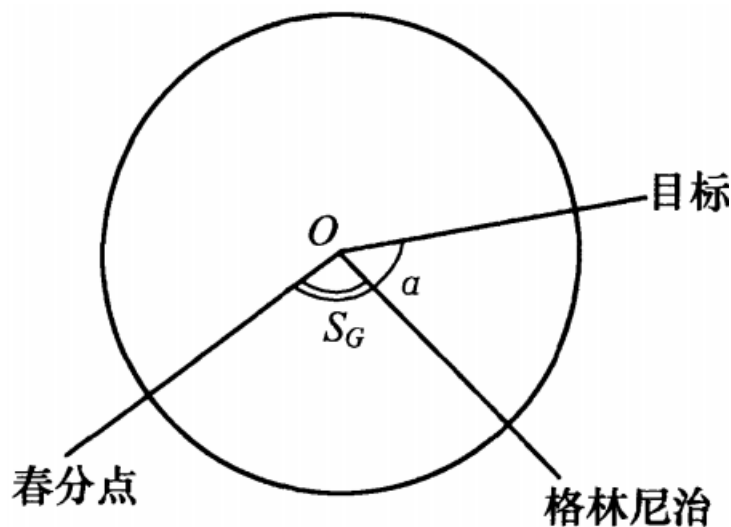


2. 地心固连坐标系($O-X_eY_eZ_e$)

地心固连坐标系(ECEF)原点在地球质心， X - Y 平面为赤道面， X 轴指向本初子午线， Z 轴沿地球自转轴指向北天极， X - Y - Z 为右手法则直角坐标系。该坐标系相对地球是固定的。

在地理学中，定义格林尼治地方子午圈为本初子午圈，是地理经度的起算点。

在天文学中，定义格林尼治子午圈与春分点的角距为格林尼治恒星时



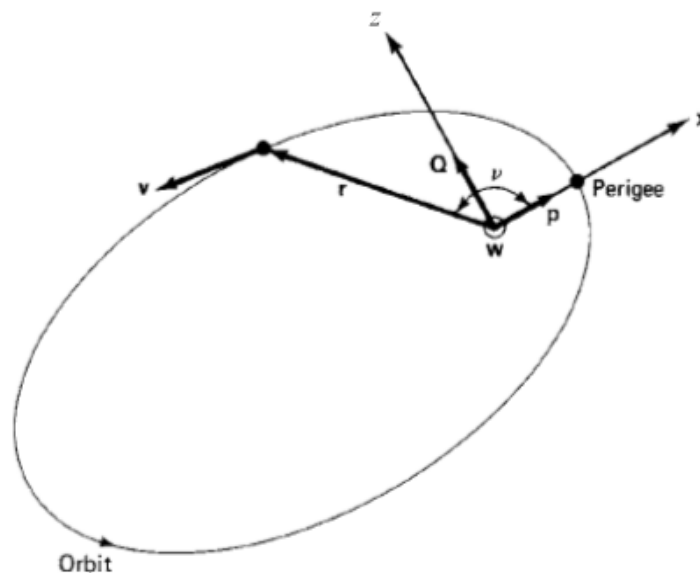


3. 地心轨道坐标系($O-X_qY_qZ_q$)

轨道坐标系原点在地球质心， X - Z 平面为轨道平面， **Z 轴为指向卫星的负方向**， Y 轴指向轨道平面正法线方向， X - Y - Z 为右手法则直角坐标系。

4. 近焦点坐标系($O-X_pY_pZ_p$)

轨道坐标系原点在地球质心， X - Y 平面为轨道平面， **X 轴指向近焦点**， Z 轴指向轨道平面正法线方向， X - Y - Z 为右手法则直角坐标系。





5. 卫星轨道坐标系($O-X_oY_oZ_o$)

卫星轨道坐标系原点在卫星质心， X - Z 平面为轨道平面， X 轴**指向卫星飞行方向**， Z 轴为指向地心的负方向， X - Y - Z 为右手法则直角坐标系。该坐标系是卫星姿态确定与控制的重要参考坐标系。

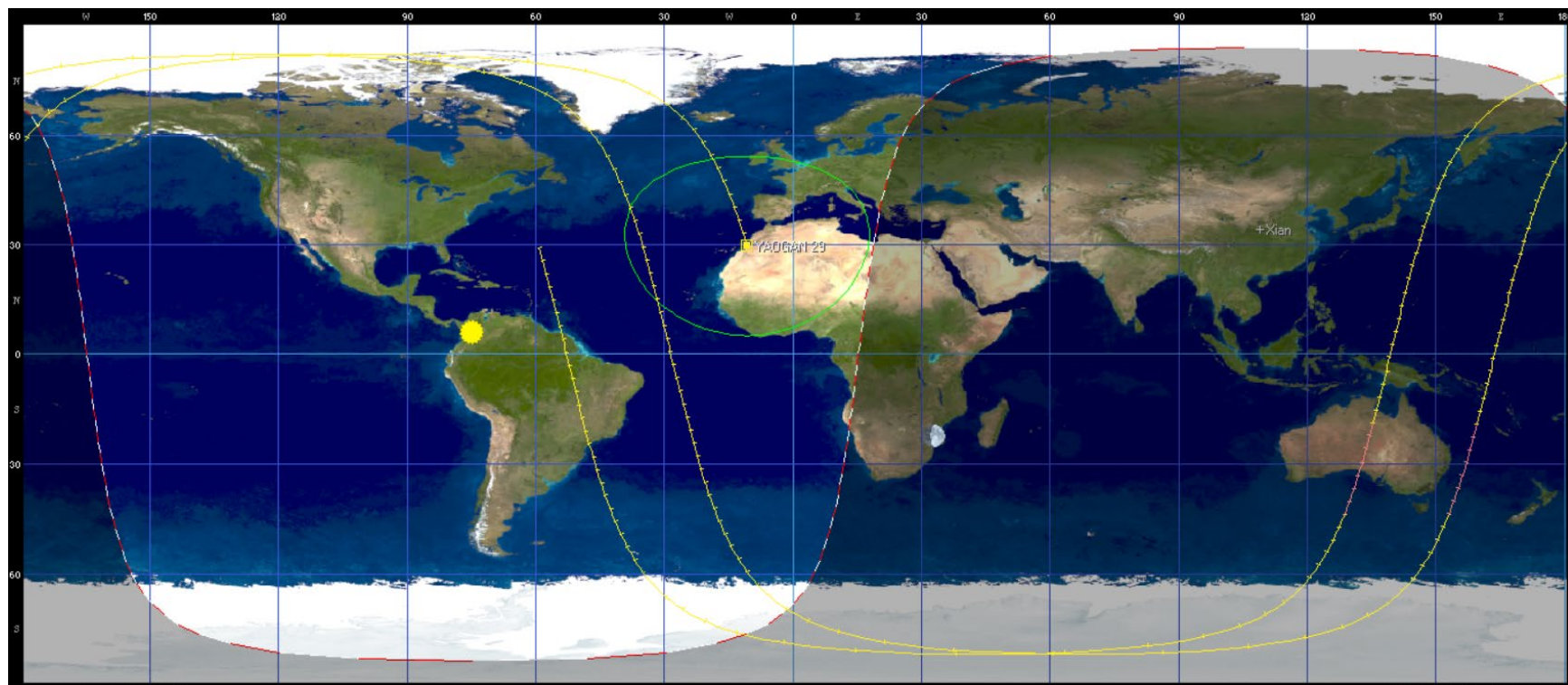
6. 卫星本体坐标系($O-X_bY_bZ_b$)

卫星本体坐标系原点在卫星质心， X 轴**指向卫星飞行方向**， Z 轴指向地心的负方向(无姿态机动时)， X - Y - Z 为右手法则直角坐标系。卫星三轴稳定时卫星本体系与卫星轨道系指向一致。



7. 地理坐标系($O-X_gY_gZ_g$)

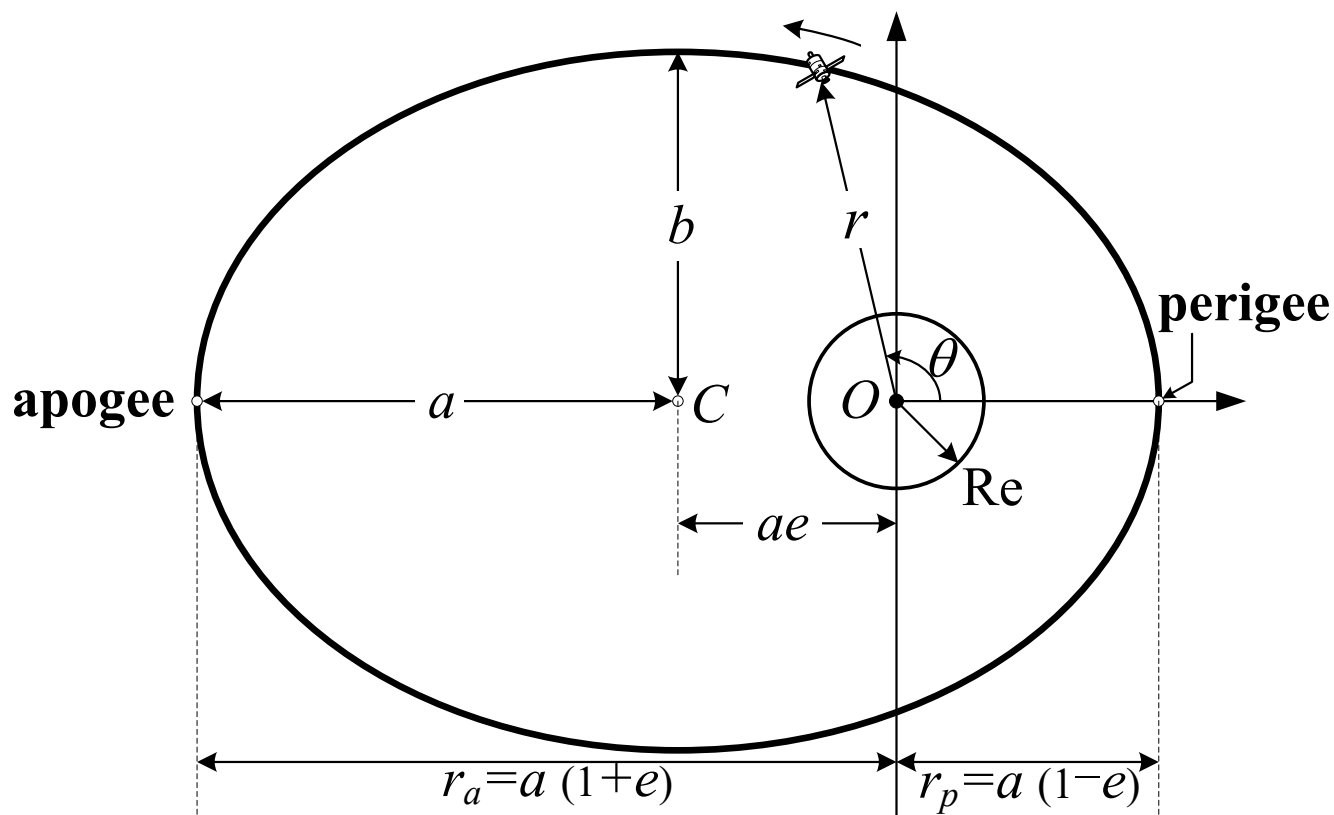
地理坐标系(GCS)原点为卫星质心在地表的投影，**X轴指向东**，Y轴指向北，Z轴沿当地地垂线指向天。





二、轨道与轨道设计

开普勒第一定理 (1602)： 行星/卫星绕太阳/地球飞行的轨道是一个椭圆，且太阳/地球位于椭圆的一个焦点上



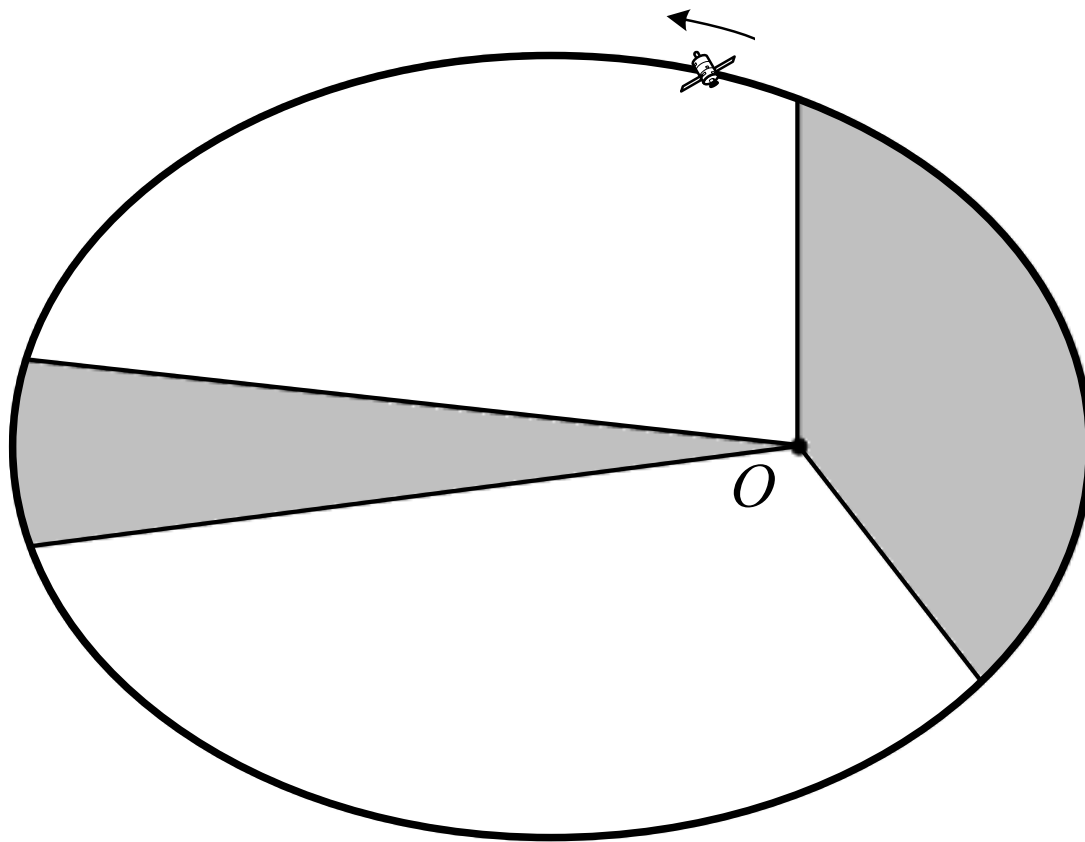


参数定义

- 半长轴 semi-major axis a
- 半短轴 semi-minor axis b
- 偏心率 eccentricity $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$
- 远地点半径 apogee radius $r_a = a(1 + e)$
- 近地点半径 perigee radius $r_p = a(1 - e)$
- 半交弦 semi-latus rectum $p = a(1 - e^2)$
- 真近地点角 true anomaly M
- 位置矢量 position vector $r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}$



开普勒第二定理 (1605)： 行星/卫星和太阳/地球之间的连线在相同时间内扫过的面积相同





开普勒第三定理 (1618)： 行星/卫星轨道周期的平方正比与椭圆轨道半长轴的立方

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \quad (1)$$

其中： a 是半长轴，开普勒常数 $\mu=3.9861 \times 10^5 \text{ km}^3/\text{s}^2$ 。椭圆轨道卫星具有时变的在轨飞行速度

$$V = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \quad (\text{km} / \text{s}) \quad (2)$$



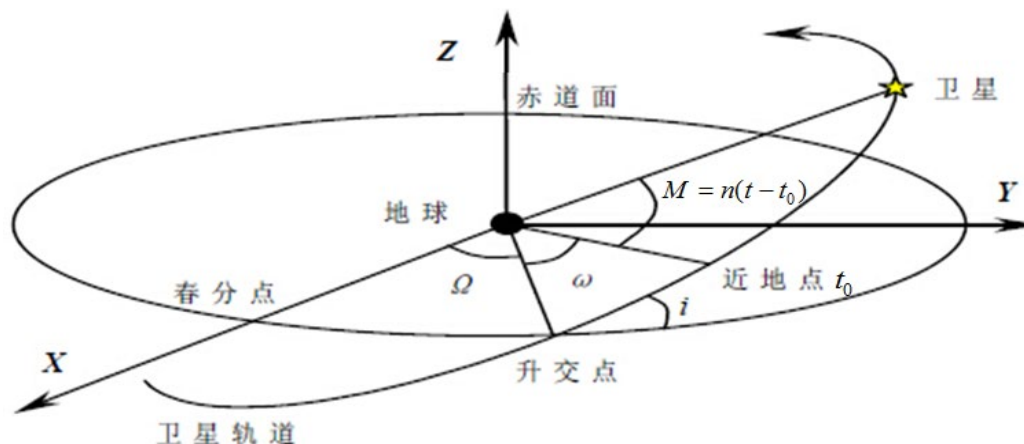
轨道六要素

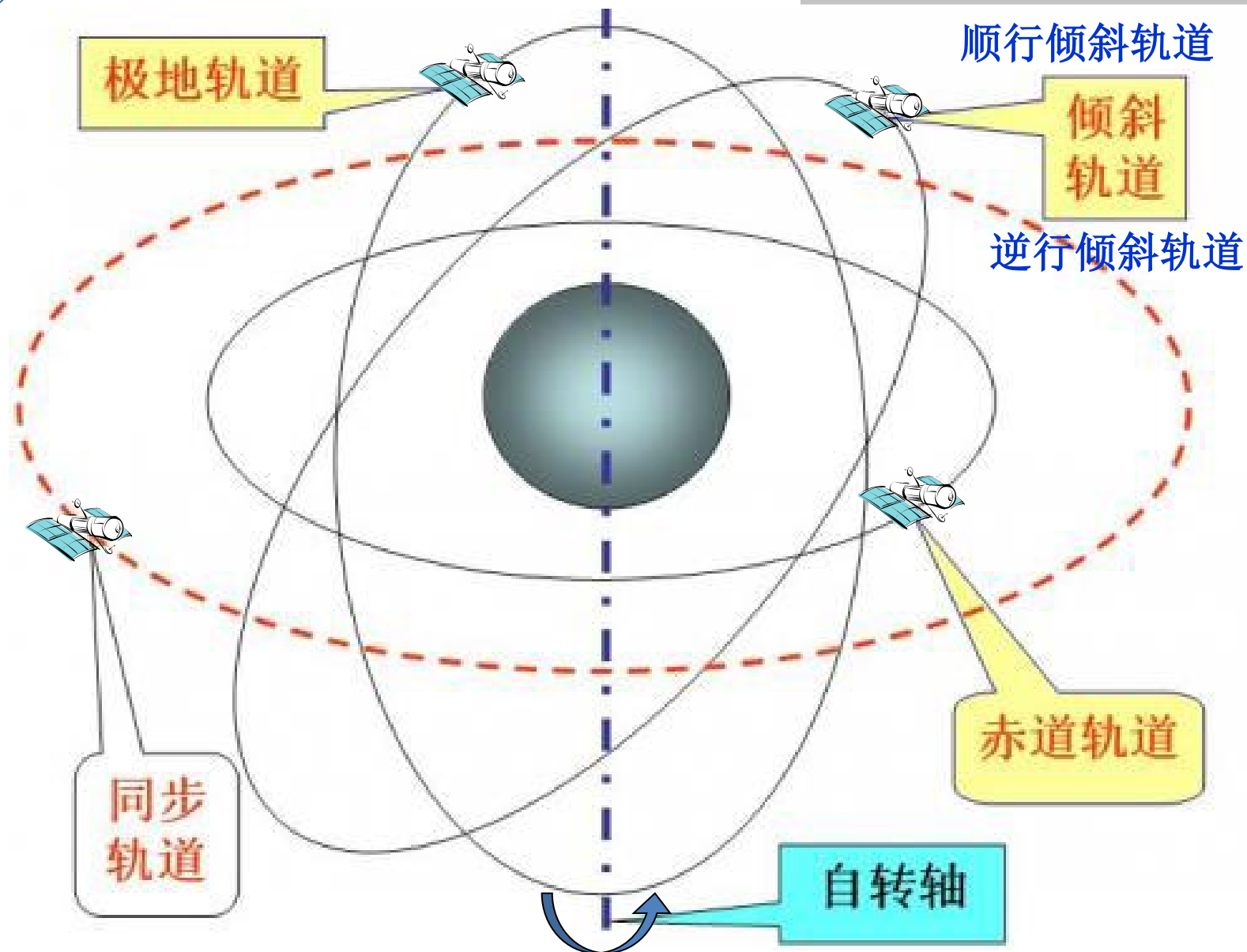
➤ 方向参数

- ✓ 右旋升交点赤经 Ω : the right ascension of ascending node (RAAN)
- ✓ 轨道倾角 i : inclination angle
- ✓ 近地点幅角 ω : argument of the perigee

➤ 几何形状参数

- ✓ 偏心率 e : eccentricity ($0 \leq e < 1$)
- ✓ 轨道半长轴 a : semi-major axis
- ✓ 真近点角 M : true anomaly







轨道高度分类

根据卫星运行轨道距离地面的高度 h ，可分为

- 1) 低轨道 (LEO): $500 < h < 2000 \text{ km}$
- 2) 中轨道 (MEO): $8000 \text{ km} < h < 20000 \text{ km}$
- 3) 静止/同步轨道 (GEO): $h = 35786 \text{ km}$
- 4) 高轨道 (HEO): $h > 20000 \text{ km}$, 椭圆轨道, 远地点可达 40000 km



高椭圆轨道
HEO

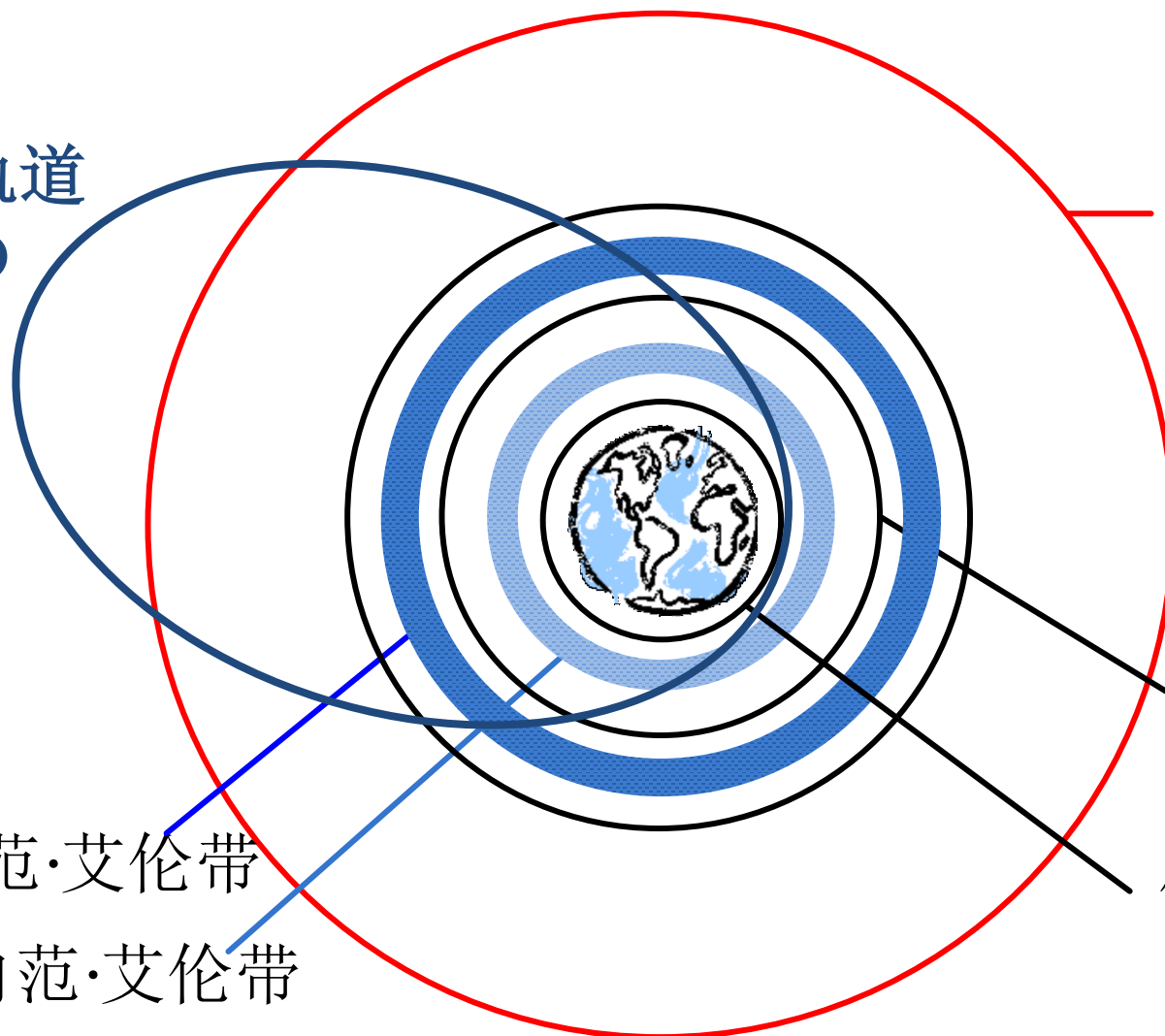
静止轨道
GEO

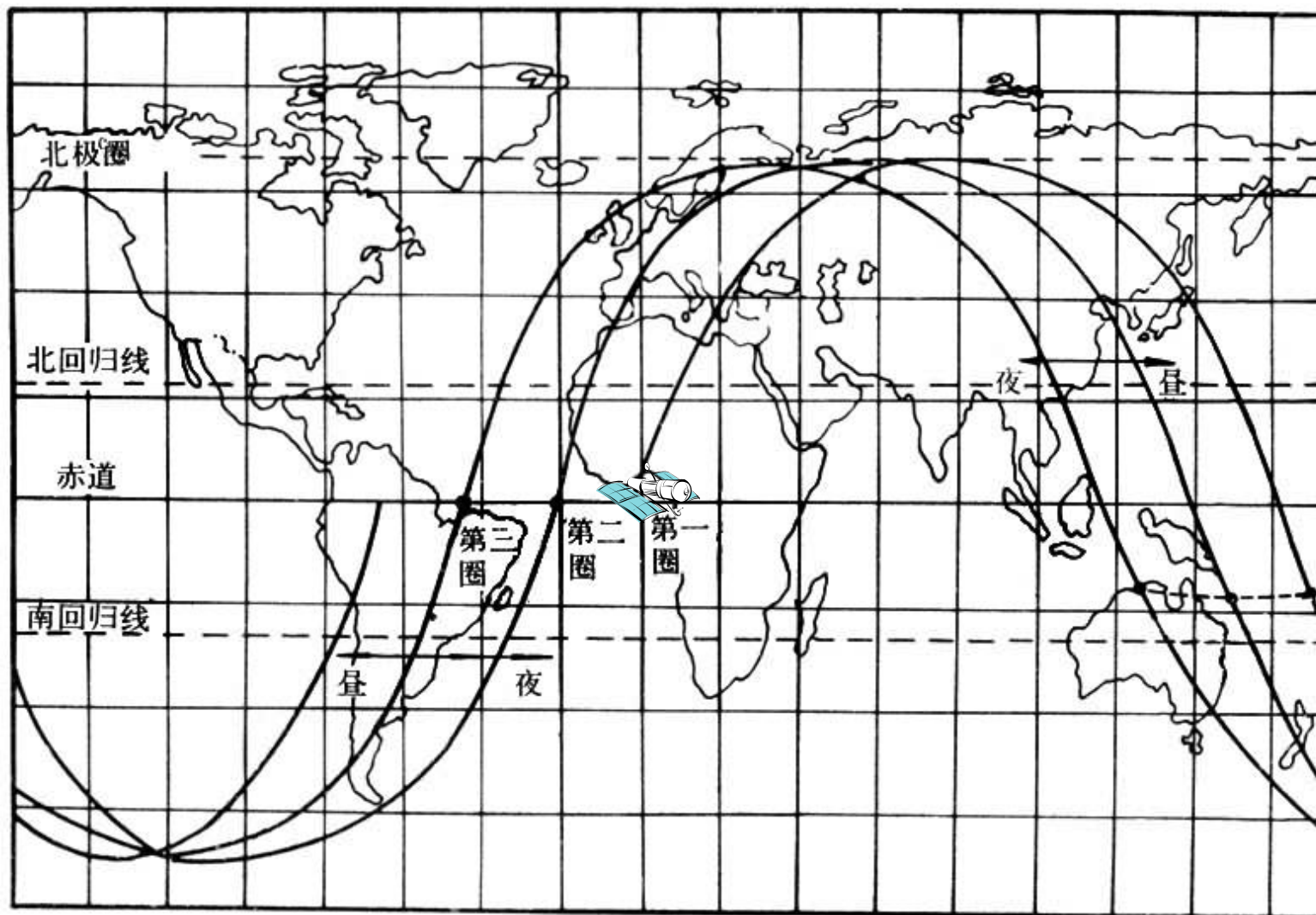
中轨道
MEO

低轨道
LEO

外范·艾伦带

内范·艾伦带



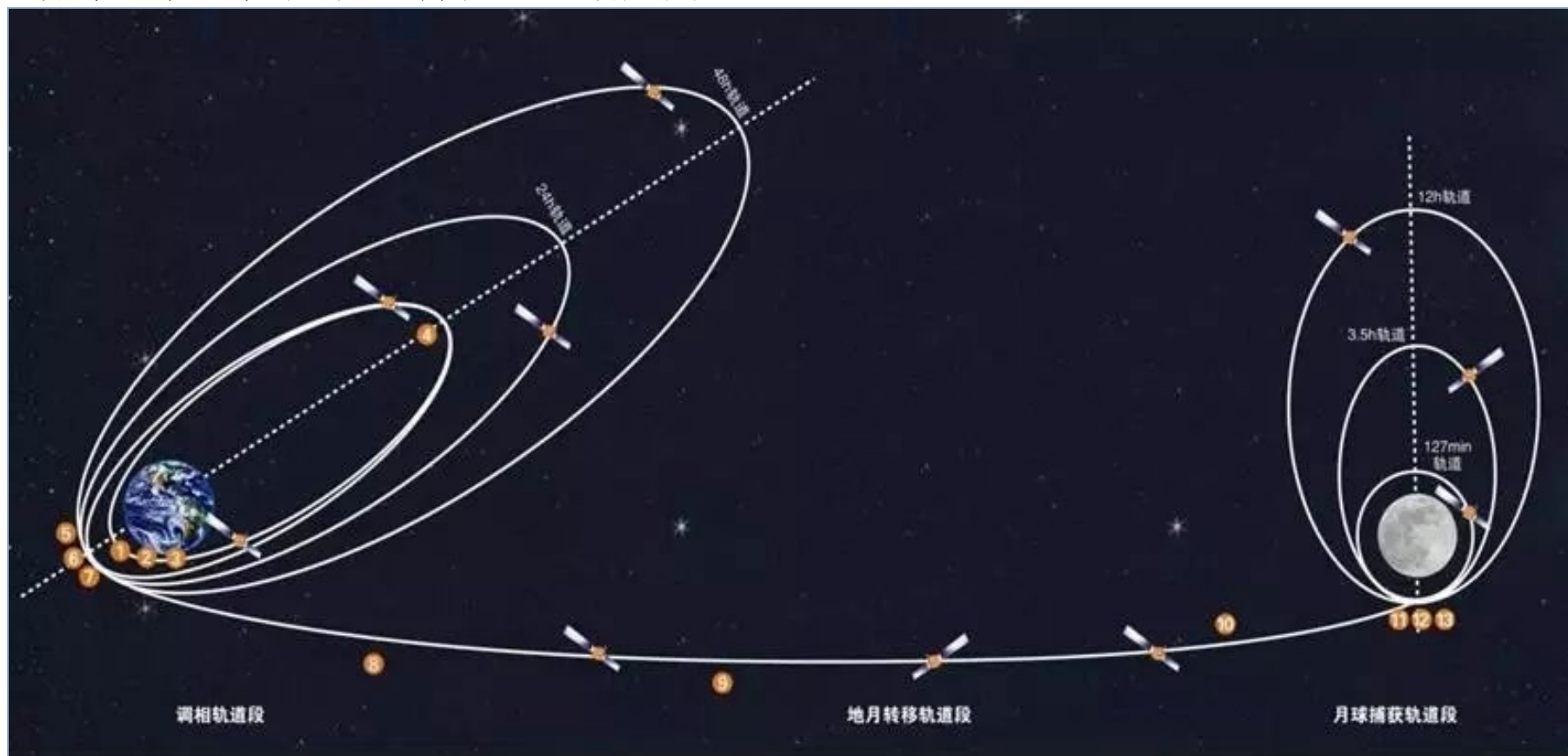


卫星星下点轨迹图



嫦娥一号发射时，卫星并非直接通过加速直接进入地月转移轨道段，而是要绕着地球进行三次轨道机动。第一次在近地点点火，将近地点高度抬高到600km，这时轨道周期变为16h，在16h周期轨道上运动三圈后，卫星再在近地点第二次点火变轨，将轨道周期变为24h，在此轨道上运行一圈至三圈后，再次到达近地点，卫星进行第三次点火变轨，将轨道周期变为48h。

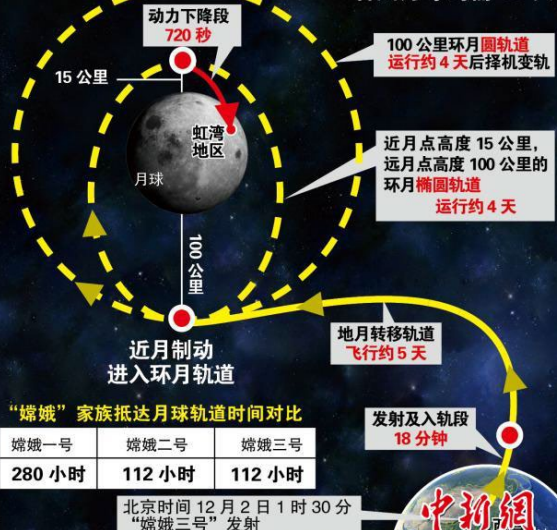
嫦娥一号卫星飞行过程平面示意图





“嫦娥三号”飞天、登月轨迹示意图

着陆月球约需 13 天



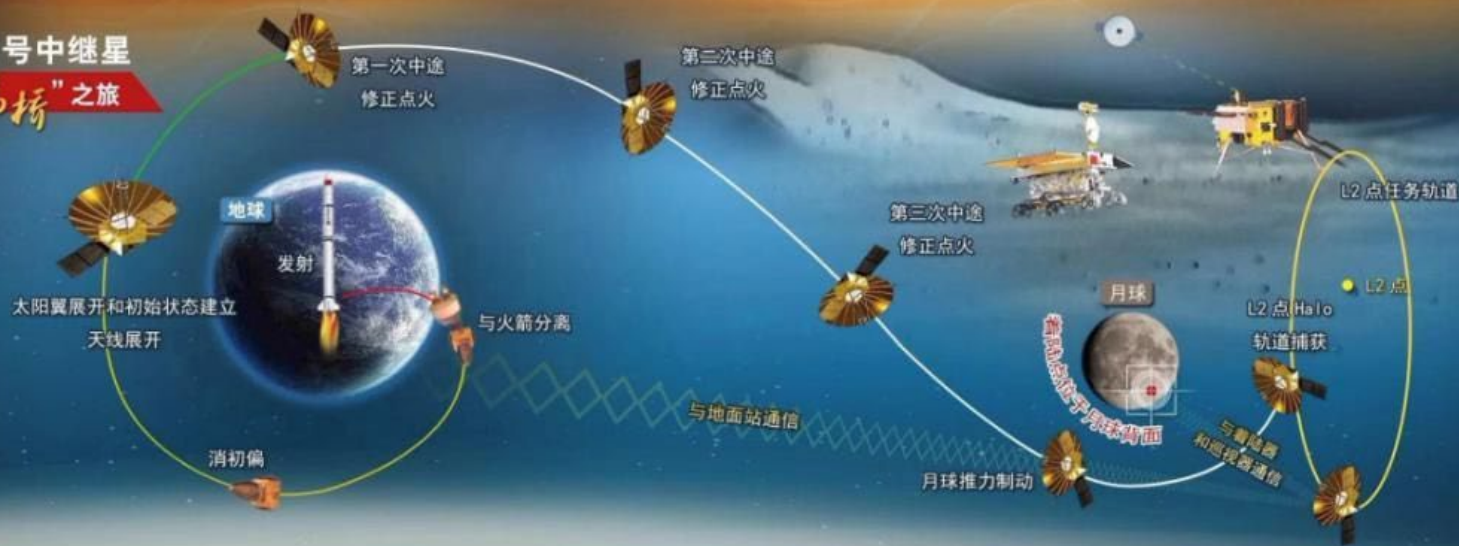
信息来源：新华社

中新社 2013 年 12 月 2 日 13 时 30 分制图



嫦娥四号中继星

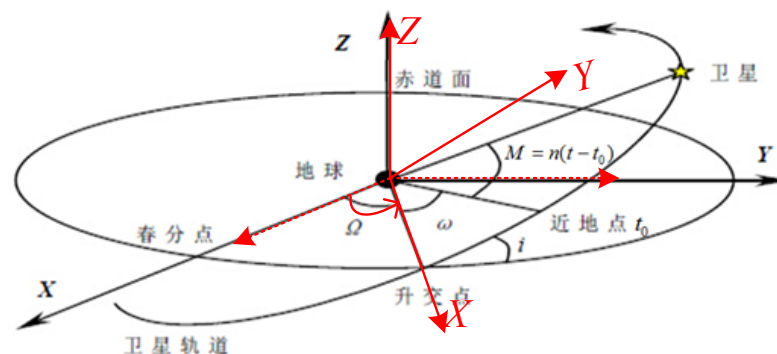
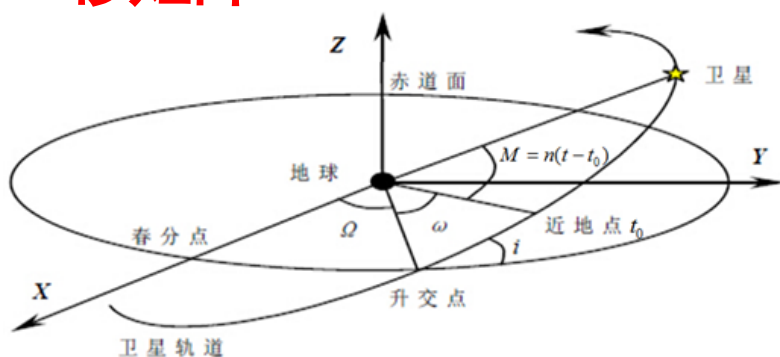
“鹊桥”之旅



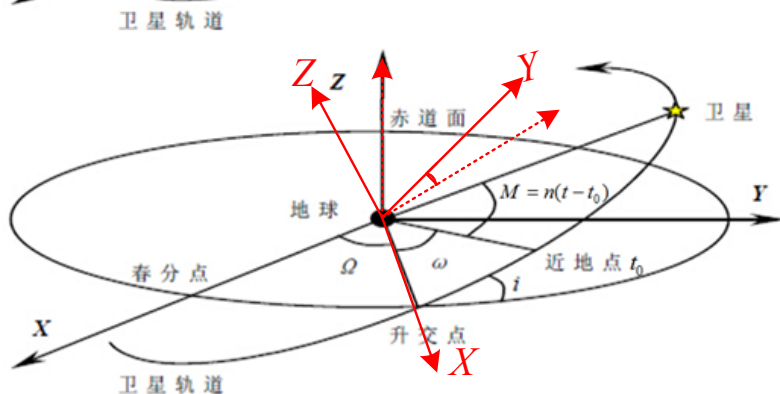


三、坐标变换及流程

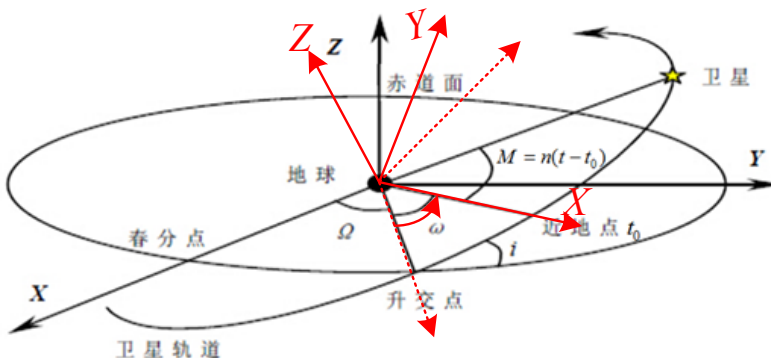
(1) 已知六要素：地心赤道惯性坐标系到近焦点坐标系的转移矩阵



(1) 绕Z轴旋转



(2) 绕X轴旋转



(3) 绕Z轴旋转



$$\mathbf{T}_{pi} = \mathbf{R}_Z(\omega) \mathbf{R}_X(i) \mathbf{R}_Z(\Omega)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ \sin(-\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



(2) 已知速度、位置矢量：地心赤道惯性坐标系到地心轨道坐标系转换

$$\mathbf{X}_q = \mathbf{Y}_q \times \mathbf{Z}_q, \mathbf{Y}_q = \frac{\mathbf{V}_q \times \mathbf{R}_q}{|\mathbf{V}_q \times \mathbf{R}_q|}, \mathbf{Z}_q = -\frac{\mathbf{R}_q}{|\mathbf{R}_q|}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_q & \mathbf{Y}_q & \mathbf{Z}_q \end{bmatrix}^T = \mathbf{T}_{qi} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



(3) 已知位置 \mathbf{r} 、速度矢量 \mathbf{v} ，地球极移 \mathbf{Q} 、自转 \mathbf{R} 、岁差章动 \mathbf{W} ，地心赤道惯性坐标系到地心地固坐标系的转换

$$\mathbf{r}_{ECEF} = \mathbf{Q}(t)\mathbf{R}(t)\mathbf{W}(t)\mathbf{r}_{ECI} = \mathbf{T}_{ei}\mathbf{r}_{ECI}$$

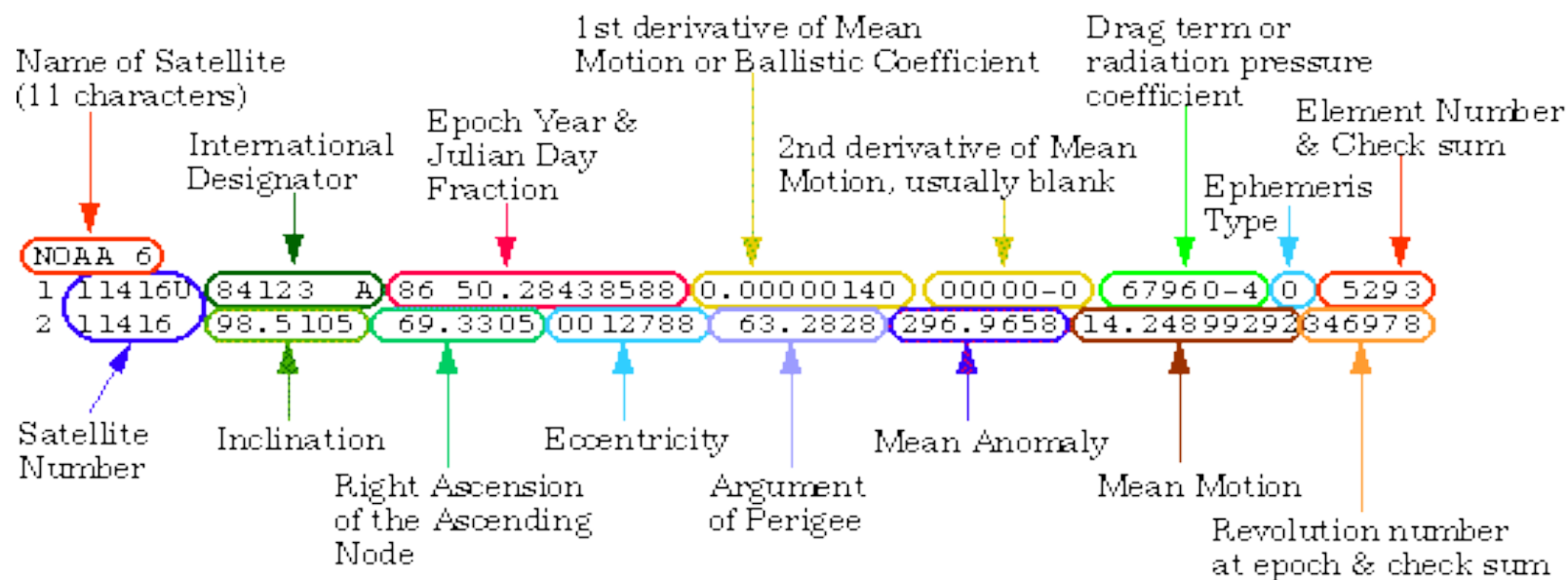
$$\mathbf{v}_{ECEF} = \mathbf{Q}(t)\mathbf{R}(t)\mathbf{W}(t)\mathbf{v}_{ECI} + \mathbf{W}\mathbf{Q}(t) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{R}(t)\mathbf{W}(t)\mathbf{r}_{ECI}$$

$$= \mathbf{T}_{ei}\mathbf{v}_{ECI} + \mathbf{D}_{ei}\mathbf{r}_{ECI}$$

\mathbf{W} 为地球自转角速度为 $7.2921151467 \times 10^{-5} \text{rad/s}$ 。



1、TLE两行轨道根数定义



1	AAAAAU	YYQQRRR	BBCCC.CCCCCCCC	.DDDDDDDD	EEEE-E	FFFF-F	G	HHHH
2	IIII	JJJ.JJJJ	KKK.KKKK	LLLLLL	MMM.MMMM	NNN.NNNN	OO.OOOOOOOO	PPPPZ



关键字	定义
1	第一行行标
AAAAA	按顺序分配的人造卫星编号(5位整数, 1到99999)
U	安全保密级别(U=不保密)
YYQQRRR	国际标志符(YY, 2位整数, 发射年度; QQQ, 3位整数, 该年度发射序列; RRR, 该次发射中的部件序列号, 最多3位)
BBCCC.CCCCCCCC	纪元时间 (BB, 2位整数, 表示年份; 其次3位数字表示天数, 后面的小数是不足一天的时间)
.DDDDDDDD	阻力参数, 平均运动一阶导数, SGP轨道传播函数中会用到这个阻力参考量。
EEEE-E	阻力参数, 平均运动二阶导数, -E指以10为底的E次幂。SGP轨道传播函数中会用到这个阻力参考量
FFFF-F	阻力参数(1/地球半径) - 伪弹道系数, -F是以10为底的F次幂。SGP4轨道传播函数中会用到这个阻力参考量。
G	星历表类型
HHHH	顺序分配的根数集编号(4位整数, 1到9999)。当数值数到达9999后, 从1开始循环计数



关键字	定义
2	第二行行标
IIII	按顺序分配的人造卫星编号(5位整数, 1到99999)
JJJ.JJJJ	轨道倾角 (0到180度)
KKK.KKKK	升交点的赤经 (0到360度)
LLLLLLL	轨道偏心率 , 此处系小数点后的数值, 小数点在第一位, 已被省略。(意即此值在0.0到1.0之间)
MMM.MMMM	近地点幅角 (0到360度)
NNN.NNNN	平近地点角度 (0到360度)
OO.OOOOOOOO	平均运动(每天的公转次数)
PPPPP	公转序号(5位整数, 1到99999), 当数值到达99999后, 从1开始循环计数
Z	校验和(1位整数)。通过计算所在行上所有整数字符的和得出校验和的值。如果当前行的符号位为负数, 需要加1。对符号位和各字符数据位的和以10取模可得校验和的值。



2、用下式计算平近点角 M

$$M = n(t - t_0)$$

式中, t_0 为卫星过近地点的时刻, n 为卫星的平均角速度:

$$n = \sqrt{\frac{G_m}{a^3}} \quad (\text{rad/s})$$

其中 a 为轨道椭圆的长半轴, $G_m = 398600.4418 \times 10^9 \text{ m}^3/\text{s}^2$ 。

3、解开普勒方程 $E = M + e \cdot \sin E$ (e 为离心率), 计算偏近点角 E

令 $f = E - M - e \sin E$, 则 $\frac{\partial f}{\partial E} = 1 - e \cos E$

初始化: $M = \text{mod}(M, 2\pi)$, $E(0) = \begin{cases} M & e < 0.8 \\ \pi & e \geq 0.8 \end{cases}$, $i = 0$

迭代: $f(i) = E(i) - M - e \sin E(i)$

$$E(i+1) = E(i) - \frac{f(i)}{1 - e \cos E(i)}, \quad i = i + 1$$

如果 $|E(i) - E(i-1)| < \varepsilon$ 或 $i > 15$ 停止迭代。



4、计算卫星至地心的距离 R 和速度 V

$$R = a(1 - e \cos E)$$

$$V = \frac{\sqrt{G_m a}}{R}$$

5、计算真近点角 θ

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2}$$

6、计算卫星在近焦点坐标系中的坐标

$$x_p = R \cos \theta$$

$$y_p = R \sin \theta$$

$$z_p = 0$$

得到

$$x_p = a(\cos E - e)$$

$$y_p = b \sin E = a\sqrt{1-e^2} \sin E$$

$$z_p = 0$$

$$v_{xp} = -V \sin E$$

$$v_{yp} = V\sqrt{1-e^2} \cos E$$

$$v_{zp} = 0$$



7、卫星在地心赤道惯性坐标系 (Earth-Centered Inertial (ECI) Coordinates, J2000.0) 中的坐标

由轨道倾角 i ，升交点赤经 Ω 和近地点幅角 ω 三个轨道参数，可以计算出卫星在地心赤道惯性坐标系中的位置。

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{ip} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} v_{xi} \\ v_{yi} \\ v_{zi} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{ip} \begin{bmatrix} v_{xp} \\ v_{yp} \\ v_{zp} \end{bmatrix}$$

8、卫星在地心地固坐标系 (Earth-Centered Earth-Fixed (ECEF) Coordinates, WGS84) 中的坐标

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{ei} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} v_{xe} \\ v_{ye} \\ v_{ze} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{ei} \begin{bmatrix} v_{xi} \\ v_{yi} \\ v_{zi} \end{bmatrix} + \mathbf{D}_{ei} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$



9、卫星在地理坐标系中的坐标

$$L = \arctan(y_c / x_c)$$

$$B = \arctan\left(\frac{z_c + e'^2 b \sin^3 \theta}{\sqrt{x_c^2 + y_c^2 - e^2 a \cos^3 \theta}}\right)$$

$$H = \frac{\sqrt{x_c^2 + y_c^2}}{\cos B} - N$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{z_c \cdot a}{\sqrt{x_c^2 + y_c^2} \cdot b}\right)$$

$$N = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$$

$$e^2 = (a^2 - b^2) / a^2$$

$$e'^2 = (a^2 - b^2) / b^2$$

$$f = \frac{a - b}{a}$$

式中 L 为地理经度, B 为地理纬度 (上式中若 $y_c > 0$ 且 $L < 0$ 则 $L = L + 180^\circ$, 如果 $y_c < 0$ 且 $L > 0$ 则 $L = L - 180^\circ$), H 为海拔高度, a 为地球长半轴 6378137.000m, f 为地球曲率半径 1/298.257223563。





四、实验要求

- 1、选择某一卫星TLE数据，编写程序提取开普勒轨道根数，计算卫星在近焦点坐标系中的坐标，以及运行曲线。
- 2、编写程序把卫星从近焦点坐标转换到地心惯性坐标系。画出三维坐标卫星轨迹曲线，分析曲线特点。
- 3、利用Matlab自带程序dcmeci2ecef.m（2016版）或用提供的eci2ecef.m程序把卫星从地心惯性坐标转换到地心地固坐标系。画出三维坐标卫星轨迹曲线，分析曲线特点。
- 4、编写程序把卫星从地心地固坐标转换到地理坐标系，并把当前时间的轨迹实时显示到提供的全球经纬度数字地图上。



要求：

- (1) 报告整洁、明了；
- (2) 简要描述实验原理，细化实验步骤；
- (3) 粘贴核心主要程序，对此说明；
- (4) 粘贴主要仿真数据和图像，对此说明和分析；
- (5) 所有图表有标注和排号；
- (6) 报告有总结。

