第2章 线性表

- 2.1 线性表的概念及运算
- 2.2 线性表的顺序存储
- 2.3 线性表的链式存储
- 2.4 一元多项式的表示及相加

2.1 线性表的概念及运算

- 1. 线性表的定义
 - 一个线性表是具有n个数据元素的有限序列。 记为($a_1, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n$)
- 2. 线性表的长度 线性表中元素的个数n (n>=0), n=0时,称为空表。
- 3. 位序

a_i是第i个元素,称i为数据元素a_i在线性表中的位序。

4. 线性表的逻辑结构



例子:

- ●英文字母表(A, B, ..., Z);
- ●车辆登记表。

车牌号	车 名	车 型	颜 色
A13850	奥迪	卧车	黑色
B49271	福田	小卡	白色
A66789	东风	大卡	绿色
	•	:	:

5. 线性表的特点

- ●同一性:线性表由同类数据元素组成,每一个a_i必须属于同一数据对象。
- 有穷性:线性表由有限个数据元素组成,表 长度就是表中数据元素的个数。
- 有序性:线性表中相邻数据元素之间存在着序偶关系 $< a_i, a_{i+1} >$ 。

6. 线性表的基本运算

- 初始化 InitList(&L) 建立一个空表。
- 求表长 ListLength(L) 返回线性表的长度。
- 读表元素 GetElem(L, i, &e) 用e返回L中第i个数据元素的值。
- 定位 LocateElem (L, e, compare()) 返回满足关系的数据元素的位序。
- 插入 ListInsert (&L,i,e) 在L中第i个位置之前插入新的数据元素e,线性表的长度增1。
- 删除 ListDelete (&L, i, & e) 删除L的第i个位置上的数据元素e, 线性表的长度减1。
- 输出 ListDisplay (L) 按前后次序输出线性表的所有元素。

```
练习1:两个线性表LA和LB分别表示两个集合A和B,
  现求一个新的集合A=A\cup B。
void union(List &La, List Lb)
   La len = ListLength(La);
   Lb len = ListLength(Lb);
   for( i=1; i<=Lb len; i++){
      GetElem(Lb, i, e);
      if(!LocateElem(La, e, equal))
         ListInsert(La, ++La len, e);
```

O(ListLength(La) × ListLength(Lb))

练习2:

两个线性表LA和LB中的数据元素按值非递减有序排列,现将LA和LB归并为一个新的线性表,LC中的数据元素仍按值非递减有序排列。

LA =
$$(3, 5, 8, 11)$$

LB = $(2, 6, 8, 9, 11, 15, 20)$
LC = $(2, 3, 5, 6, 8, 8, 9, 11, 11, 15, 20)$

$$c =$$

$$\begin{cases} a, \overset{\triangle}{=} a \leq b \text{ b} \\ b, \overset{\triangle}{=} a > b \text{ b} \end{cases}$$

```
void MergeList(List La, List Lb, List &Lc)
   InitList(Lc);
   La len = ListLength(La); Lb len = ListLength(Lb);
   i=j=1; k=0;
   while( (i<=La len) && (j<=Lb len)){
       GetElem(La, i, a); GetElem(Lb, j, b);
       if(a<=b) { ListInsert(Lc, ++k, a); ++i; }
       else { ListInsert(Lc, ++k, b); ++j; }
   while(i<=La len){
       GetElem(La, i++, a); ListInsert(Lc, ++k, a);}
   while(j<=Lb len){
       GetElem(Lb, j++, b); ListInsert(Lc, ++k, b);}
           O(ListLength(La)+ListLength(Lb))
```

日ノしり	La_ICH - 5; Lb_	
La	Lb	Lc
3	2	2
5	6	3
8	8	5
	9	6
	15	8
	← j	8
	算法结束!	9
		15

2.2 线性表的顺序表示和实现

1. 顺序表:

按顺序存储方式构造的线性表。

存储地址	内存空间状态
$loc(a_1)$	\mathbf{a}_1
$loc(a_1)+k$	a_2
• •	• •
$loc(a_1) + (i - 1)k$	a_{i}
• •	•
$loc(a_1) + (n-1)k$	a_n

逻辑地址

n

空闲

假设线性表中有n个元素,每个元素占k 个单元,第一个元素的地址为 $loc(a_1)$,则可 以通过如下公式计算出第i个元素的地址 $loc(a_i)$:

$$loc(a_i) = loc(a_1) + (i-1) \times k$$

其中loc(a₁)称为基地址。

2. 顺序表的特点:

- 逻辑结构中相邻的数据元素在存储结构中 仍然相邻。
- 线性表的顺序存储结构是一种随机存取的存储结构。

3. 顺序表的描述:

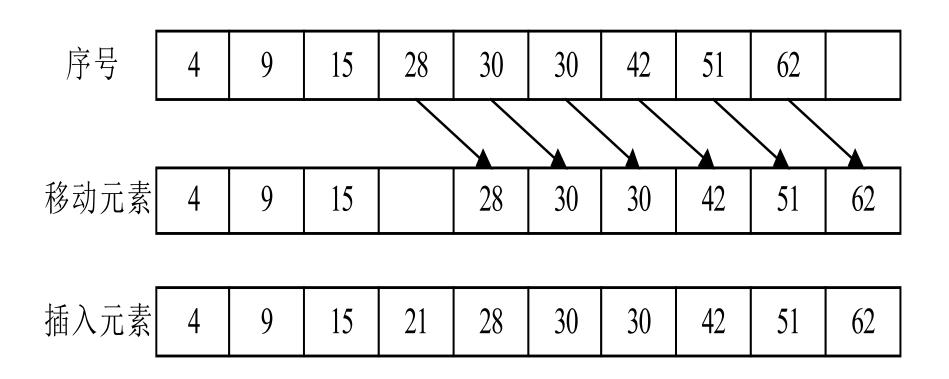
```
typedef struct
{
    ElemType *elem; //ElemType elem[MAXSIZE];
    int length; //当前长度
    int listsize; //分配的存储容量
} SqList;
```

typedef # ElemType; #为根据具体问题确定的数据类型 typedef int Status;

- 4. 顺序表上基本运算的实现
- 初始化 Status InitList_Sq (SqList &L)

```
L.elem = (ElemType * )malloc(LIST INIT SIZE*
                              sizeof(ElemType));
  if(!L.elem)
      exit(OVERFLOW);
  L.length = 0;
  L.listsize = LIST INIT SIZE;
  return OK;
L.elem = new ElemType[LIST INIT SIZE];
```

顺序表的插入: 在表中第4个元素之前插入"21"。



顺序表中插入元素

```
● 插入 Status ListInsert Sq (SqList &L, int i, ElemType e)
   if( (i<1) || (i>L.length+1) )
       return ERROR;
   if(L.length >= L.listsize){
       realloc(...); ....; // 越界处理;
  q = &(L.elem[i-1]);
  for(p = &(L.elem[L.length-1]; p>=q; --p)
     *(p+1) = *p;
  *q = e;
  ++L.length;
  return OK;
```

// 越界处理

算法时间复杂度:

时间主要花在移动元素上,而移动元素的个数取决于插入元素位置。

i=1, 需移动 n 个元素;

i=n+1, 需移动 0 个元素;

i=i, 需移动 n-i+1 个元素;

假设pi是在第i个元素之前插入一个新元素的概率

则长度为 n 的线性表中插入一个元素所需移动元素次数的期望值为: $E_{is} = \sum_{i}^{n+1} p_i (n-i+1)$

设在任何位置插入元素等概率, $p_i = \frac{1}{n+1}$

$$E_{is} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} (n-i+1) = \frac{n}{2}$$
 $O(n)$

顺序表的删除: 删除第5个元素,

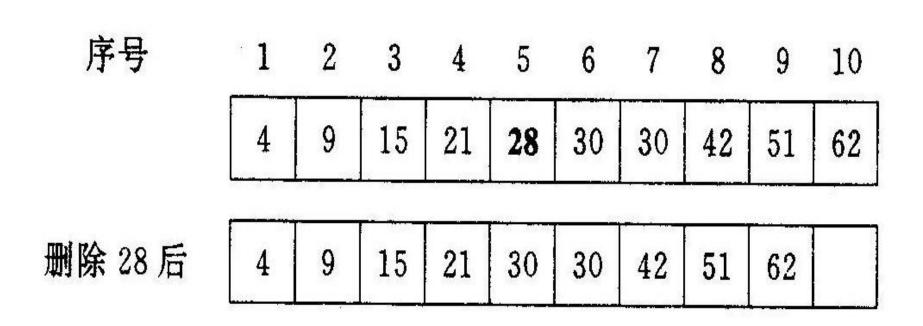


图 顺序表中删除元素

```
● 删除 Status ListDelete Sq (SqList &L, int i, ElemType &e)
  if( (i<1) || (i>L.length) )
     return ERROR;
  p = &(L.elem[i-1]);
  e = *p;
  q = L.elem+L.length-1;
  for( ++p; p<=q; ++p)
     *(p-1) = *p;
  --L.length;
  return OK;
```

算法时间复杂度:

时间主要花在移动元素上,而移动元素的个数取决于删除元素位置。

i=1, 需移动n-1个元素;

i=n,需移动0个元素;

i=i,需移动n-i个元素;

假设 q_i 是删除第i个元素的概率

则长度为n的线性表中删除一个元素所需移动元

素次数的期望值为:
$$E_{dl} = \sum_{i=1}^{l} q_i (n-i)$$

设删除任何位置的元素等概率, $q_i = \frac{1}{n}$

$$\underline{E}_{dl} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (n-i) = \frac{n-1}{2} \qquad O(n)$$

```
顺序表的归并,表中元素非递减排列。
void MergeList Sq (SqList La, SqList Lb, SqList &Lc)
{
  pa = La.elem; pb = Lb.elem;
  Lc.listsize = Lc.length = La.length+Lb.length;
  pc = Lc.elem = (ElemType *)malloc(...);
  if(!Lc.elem) exit(OVERFLOW);
  pa last = La.elem+La.length-1; pb last = Lb.elem+Lb.length-1;
  while((pa<=pa last)&&pb<=pb last)){
     if(*pa \le *pb) *pc ++ = *pa ++;
      else *pc++ = *pb++; }
  while(pa\leq=pa last) *pc++ = *pa++;
  while(pb\leq=pb last) *pc++ = *pb++;
```

顺序表的基础要点:

- 1. 无需为表示元素间的逻辑关系而增加额外的存储空间,存储密度大(100%);
- 2. 可随机存取表中的任一元素。
- 3. 插入或删除一个元素时,需平均移动表的一半元素,具体的个数与该元素的位置有关,在等概率情况下,插入n/2,删除(n-1)/2; O(n)
- 4. 存储分配只能预先进行分配。
- 5. 将两个各有n个元素的有序表归并为一个有序表, 其最少的比较次数是: n

•作业:

2.11

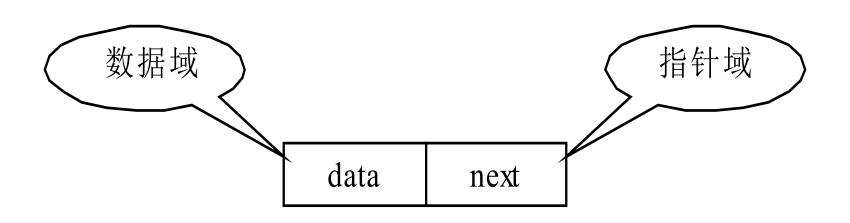
2.3 线性表的链式表示和实现

线性表链式存储结构的特点:

- 用一组任意的存储单元存储线性表的元素,不要求逻辑上相邻的元素在物理位置上也相邻;
- ●插入删除时不需移动大量元素;
- 失去顺序表可随机存取的优点。

1. 线性链表(单链表)

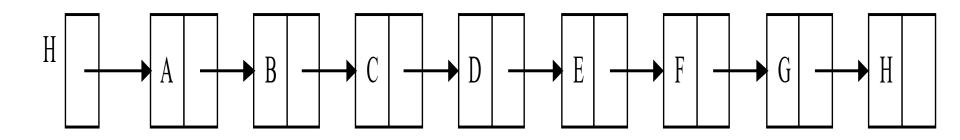
●结点:数据元素的存储映象。



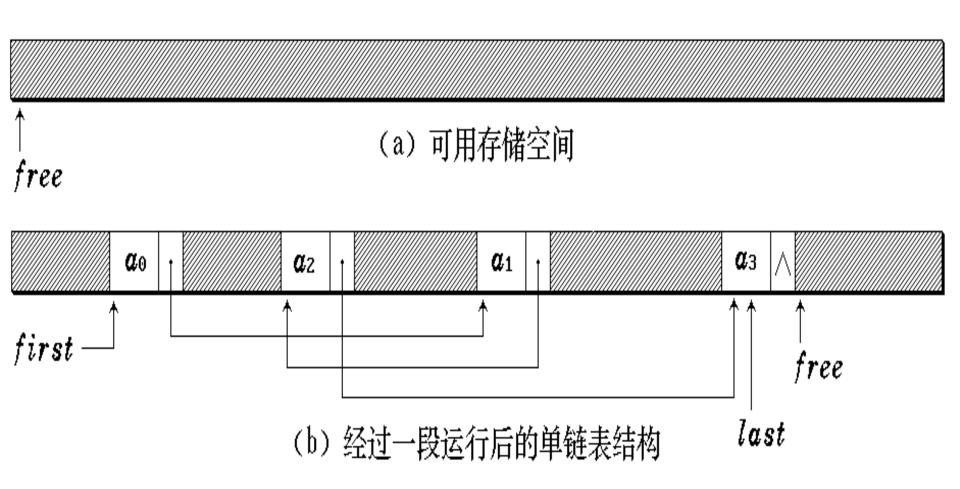
数据域用来存储结点的值;指针域用来存储数据元素的直接后继的地址(或位置)。

●头指针

指示链表中第一个结点的存储位置,单链表可由头指针唯一确定。



●单链表的存储映象

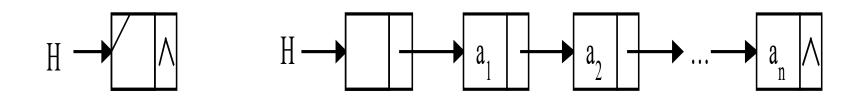


●头结点

在链表的第一个结点之前附设一个结点,头指针指向头结点。设置头结点的目的是统一空表与非空表的操作,简化链表操作的实现。

●首元结点

链表中存储线性表中第一个数据元素的结点。



(a) 带头结点的空单链表

(b) 带头结点的单链表

●单链表存储结构描述: typedef struct LNode ElemType data; struct LNode *next: }LNode, *LinkList;

单链表基本运算实现

(1)初始化单链表InitList(L)

该运算建立一个空的单链表,即创建一个头结点。

```
void InitList(LinkList &L)
{
    L=(LinkList)malloc(sizeof(LNode));
    /*创建头结点*/
    L->next=NULL;
```

(2)销毁单链表DestroyList(L)

释放单链表L占用的内存空间。即逐一释放全部结点的空间。

```
void DestroyList(LinkList L)
    LinkList p=L, q=p->next;
    while (q!=NULL)
        free(p);
         p=q;q=p->next;
    free(p);
```

(3)判断单链表是否为空表ListEmpty(L) 若单链表L没有数据结点,则返回真,否则返回假。

```
int ListEmpty(LinkList L)
{
    return(L->next==NULL);
}
```

(4)求单链表的长度ListLength(L) 返回单链表L中数据结点的个数。

```
int ListLength(LinkList L)
    LinkList p=L;int i=0;
    while (p->next!=NULL)
        i++;
        p=p->next;
    return(i);
```

(5)输出单链表DispList(L)

逐一扫描单链表L的每个数据结点,并显示各结点的data域值。

```
void DispList(LinkList L)
    LinkList p=L->next;
    while (p!=NULL)
        printf("%c",p->data);
        p=p->next;
    printf("\n");
```

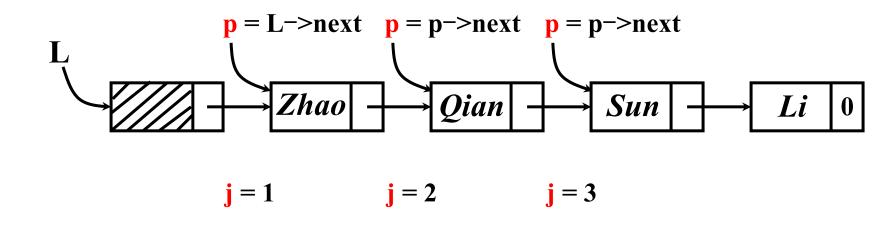
(6) 取表元素

Status GetElem(LinkList L, int i, ElemType &e)

```
p = L-next; j = 1;
while (p \&\& j < i)
   p = p->next; ++j;
if (!p || j>i) return ERROR;
e = p->data;
return OK;
```

- •从头指针L出发, 从头结点(L->next) 开始顺着链域扫描;
- ●用j做计数器,累 计当前扫描过的结 点数,当j=i时, 指针p所指的结点就 是要找的第i个结点。

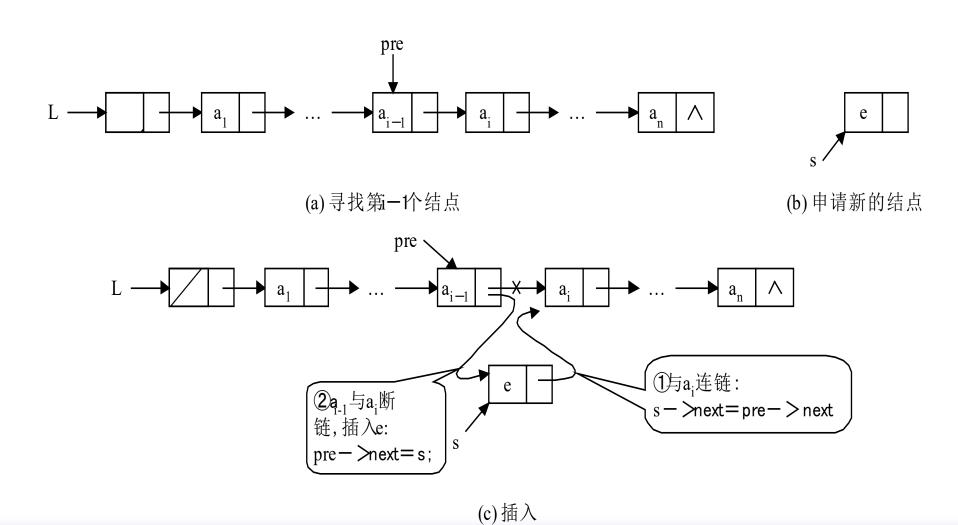
例,取第i=3个元素。



$$e = p -> data = Sun$$

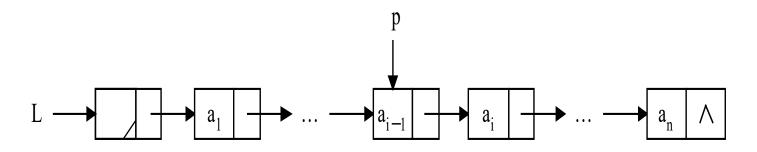
时间复杂度: O(n)

●在单链表第i个结点前插入一个结点的过程

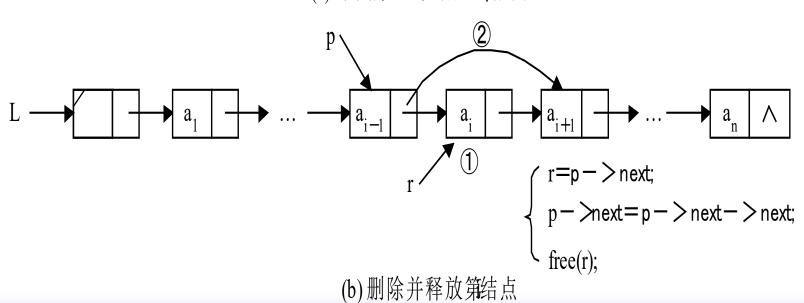


```
(7) 插入
Status ListInsert(LinkList &L, int i, ElemType e)
   p = L; j = 0;
   while (p && j < i-1) { p = p-next; ++j }
  if (!p || j>i-1) return ERROR;
   s = (LinkList) malloc( sizeof (LNode) );
   s->data = e;
   s->next = p->next; (1)
   p->next=s; ②
   return OK;
```

●删除单链表的第i个结点的过程

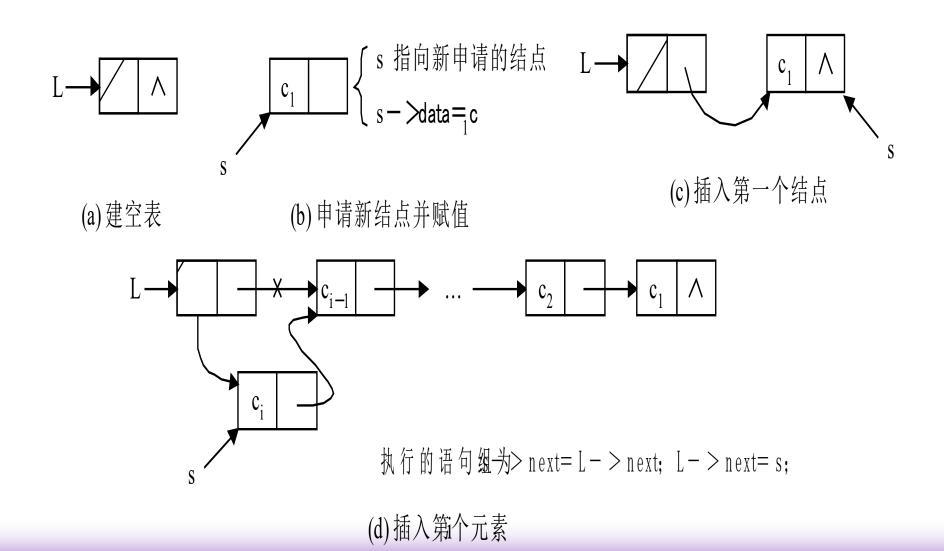


(a) 寻找第一个结点由时向它



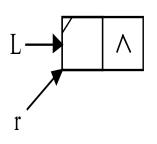
```
(8) 删除
Status ListDelete(LinkList &L, int i, ElemType &e)
  p = L; j = 0;
   while (p->next && j < i-1) { p = p->next; ++j }
  if (!(p->next) | j>i-1) return ERROR;
   r = p->next;
   e = r->data;
   p->next = p->next->next; //(p->next = r->next;) (1)
   free(r);
   return OK;
```

● 动态建立单链表的过程 头插法建立单链表

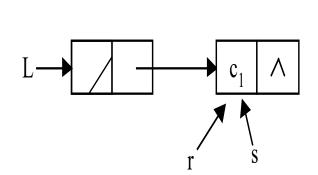


```
(9) 头插法建表
CreateList H(LinkList &L, int n)
  L = (LinkList) malloc( sizeof (LNode) );
  L->next = NULL;
  for( i=n; i>0; --i){
     s = (LinkList) malloc( sizeof (LNode) );
     scanf(&s->data);
     s->next = L->next; (1)
     L->next = s; ②
```

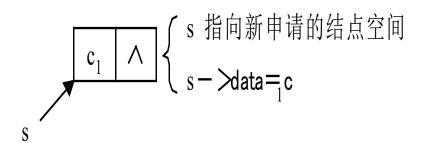
●尾插法建表



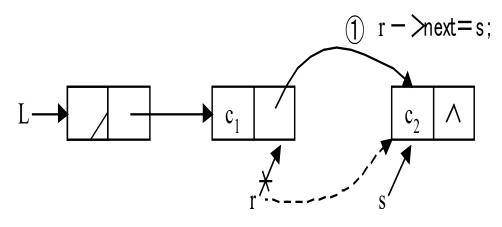
(a) 建空表



(c)插入第一个结点



(b) 申请新结点并赋值



② r=s; 始终指向单链表的表尾

(d)插入第二个结点

```
(10) 尾插法建表
CreateList T(LinkList &L, int n)
  tail = L = (LinkList) malloc( sizeof (LNode) );
  L->next = NULL;
  for( i=n; i>0; --i){
     s = (LinkList) malloc( sizeof (LNode) );
     scanf(&s->data);
     s->next = NULL;
     tail->next=s; (1)
     tail = s; 2
```

(11)按元素值查找LocateElem(L,e)

思路:在单链表L中从头开始找第1个值域与e相等的结点,若存在这样的结点,则返回位置,否则返回0。

```
int LocateElem(LinkList L,ElemType e)
{    LinkList p=L->next;int n=1;
    while (p!=NULL && p->data!=e)
    {        p=p->next; n++; }
    if (p==NULL) return(0);
    else return(n);
}
```

- 练习:已知L是带头结点的非空单链表,指针p所指的结点既不是第一个结点,也不是最后一个结点
- 删除*p结点的直接后继结点的语句序列 q = p->next;

```
p = next,
p->next = q->next;
free(q);
```

删除*p结点的直接前驱结点的语句序列 q = L;
 while(q->next->next!= p) q = q->next;
 s = q->next;
 q->next = p;
 free(s);

删除*p结点的语句序列
 q = L;
 while(q->next != p) q = q->next;
 q->next = p->next;
 free(p);

 删除首元结点的语句序列 q = L->next;
 L->next = q->next;
 free(q);

删除最后一个结点的语句序列
while(p->next->next!= NULL) p = p->next;
q = p->next;
p->next = NULL;
free(q);

链式结构的特点

- 非随机存贮结构,所以取表元素要慢于顺序表。
 - -节约了大块内存
- 适合于插入和删除操作
 - -实际上用空间换取了时间,结点中加入 了指针,使得这两种操作转换为指针操 作;

线性表实现方法的比较

• 实现不同

- 顺序表方法简单,各种高级语言中都有数组类型,容易实现;链表的操作是基于指针的,相对来讲复杂些。

• 存储空间的占用和分配不同

- 从存储的角度考虑,顺序表的存储空间是静态分配的,在程序执行之前必须明确规定它的存储规模,也就是说事先对"MAXSIZE"要有合适的设定,过大造成浪费,过小造成溢出。而链表是动态分配存储空间的,不用事先估计存储规模。可见对线性表的长度或存储规模难以估计时,采用链表。

• 线性表运算的实现不同

- 按序号访问数据元素,使用顺序表优于链表。
- 插入删除操作 , 使用链表优于顺序表。

●作业:

2.4 2.19

3.静态链表

有些高级程序设计语言并没有指针类型,如 FORTRAN和JAVA。我们可以用数组来表示 和实现一个链表,称为静态链表。

可定义如下:

#define MAXSIZE 1000 //最多元素个数 typedef struct{

ElemType data;

int cur; //游标,指示器

}component, SLinkList[MAXSIZE];

data cur 0 3 a b d

- ●i = s[i].cur; 指针后移操作
- Malloc: i = s[0].cur; 第一个可用结点位置 if(s[0].cur) s[0].cur = s[i].cur;
- Free: //释放k结点s[k].cur = s[0].cur;s[0].cur = k;
- Insert: //将i插在r之后s[i].cur = s[r].cur;s[r].cur = i;
- Delete: ;//p为k的直接前驱,释放ks[p].cur = s[k].curFree(k);

单链表基础要点

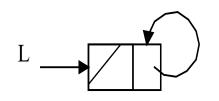
- 在单链表中,不能从当前结点出发访问到任一结点。
- 在单链表中,删除某一指定结点时,必须找到该结点的前驱结点。
- 线性表的链式存储结构是一种顺序存取的存储结构, 不具有随机访问任一元素的特点。
- 设置头结点的作用:使在链表的第一个位置上的操作和表中其它位置上的操作一致,无需进行特殊处理,对空表和非空表的处理统一。

```
练习: 2.22写一算法,对单链表实现就地逆置。
void Reverse L(LinkList &L)
 p = L->next;
 L->next = NULL;
  while(p != NULL){
    q = p;
    p = p->next;
    q->next = L->next;
    L->next = q;
```

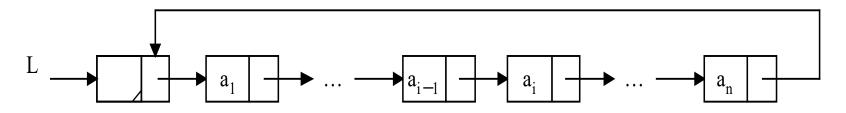
循环链表

- ●循环链表是另一种形式的链式存储结构;
- ●可从当前结点出发,访问到任一结点;
- ●循环单链表;
- ●多重循环链表。

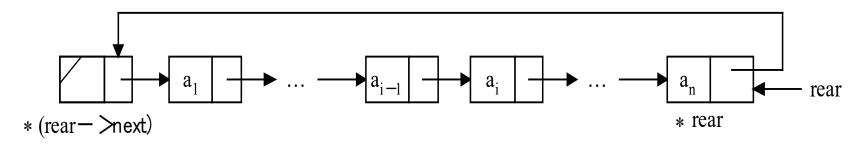
●单循环链表



(a) 带头结点的空循环键



(b) 带头结点的循环单链表的一般形式

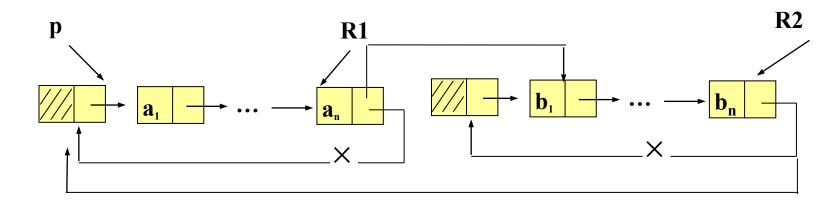


(c) 采用尾指针的循环单链表的一般形式

设置尾指针rear,比设头指针更好。

连接两个只设尾指针的单循环链 表L1和L2

操作如下:



操作与线性单链表基本一致,差别只是在于算法中的循环结束条件不是p是否为空,而是p是否等于头指针。

例,取循环链表第i个元素。

```
Status GetElem L (LinkList L, int i, ElemType &e) {
    p = L - > next; j = 1;
    while (p!=L \&\& j < i)
        p = p \rightarrow next; ++j;
    if (p = L || j > i) return ERROR;
    e = p -> data;
    return OK:
```

双链表

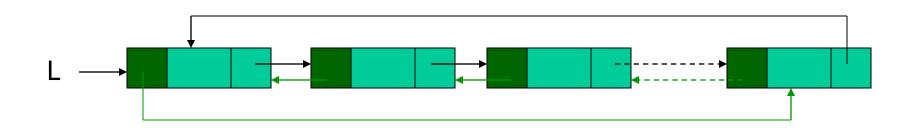
希望查找前驱的时间复杂度达到O(1),我们可以用空间换时间,每个结点再加一个指向前驱的指针域,使链表可以进行双方向查找。用这种结点结构组成的链表称为双向链表。

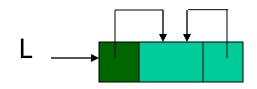
结点的结构图:

prior data next

双向链表的逻辑表示

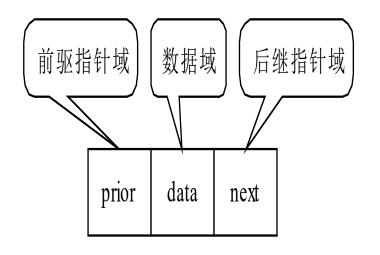
prior data next





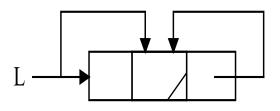
2. 双向链表(Double Linked List)

●类型描述

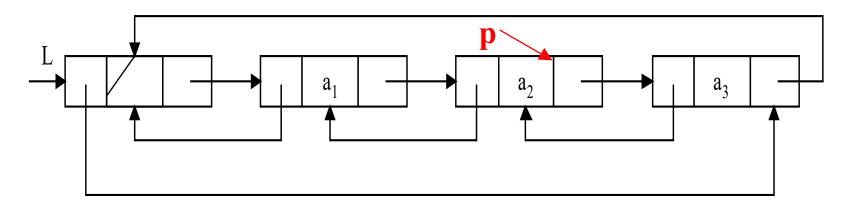


●双向循环链表

p->next->prior = p->prior->next;

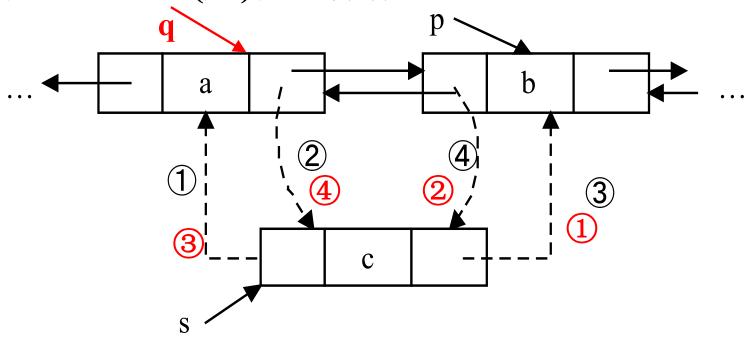


(a) 空的双向循环链表



(b) 非空的双向循环链表

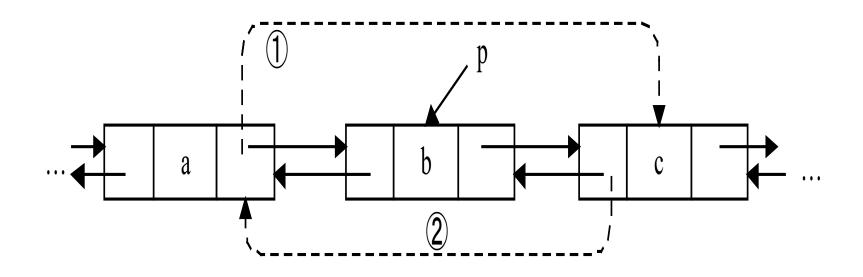
●双向链表的前(后)插入操作



- (1)s->prior = p->prior; (2)p->prior->next = s;
- 3 s->next = p; 4 p->prior = s;
- (1)s->next = q->next;
- $\Im s$ ->prior = q;

- 2q->next->prior= s;

●双向链表的删除操作



- \bigcirc p->prior->next = p->next;
- ②p->next->prior = p->prior;

- 删除*p的直接后继结点的语句序列 q = p->next;
 p->next = p->next->next;
 p->next->prior = p;
 free(q);
- 删除*p的直接前驱结点的语句序列 q = p->prior;
 p->prior = p->prior->prior;
 p-> prior->next = p;
 free(q);

●作业:

2.8 2.9

循环链表算法举例 (1)

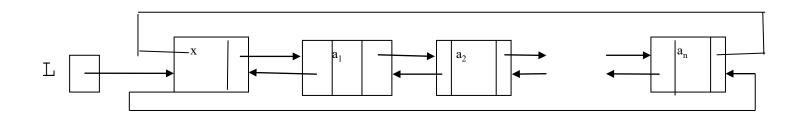
假设一个单循环链表,其结点含有三个域pre、data、link。其中data为数据域; pre为指针域,它的值为空指针(null); link为指针域,它指向后继结点。请设计算法,将此表改成双向循环链表。

void SToDouble (DuLinkList la)

```
// la是结点含有pre, data, link三个域的单循环链表。其中 data为数据域; pre为空指针域, link是指向后继的指针域。本算法将其改造成双向循环链表。
{while(la->link->pre==null)
{la->link->pre=la//将结点la后继的pre指针指向la la=la->link; //la指针后移
}
//算法结束
```

循环链表算法举例 (2)

已知一双向循环链表,从第二个结点至表尾递增有序, (设a1<x<an)如下图。试编写程序,将第一个结点删 除并插入表中适当位置,使整个链表递增有序



void DInsert (DuLinkList &L)

```
// L是无头结点的双向循环链表, 自第二结点起递增有序。本算
法将第一结点(a1<x<an)插入到链表中,使整个链表递增有序
\{s=L; // s 暂存第一结点的指针
t=L->prior; // t暂存尾结点指针
p=L->next; //将第一结点从链表上摘下
p->prior=L->prior; p->prior->next=p;
x=s->data;
while (p->data<x) p=p->next; // 查插入位置
s->next=p; s->prior=p->prior; //插入原第一结点s
p->prior->next=s; p->prior=s;
L=t->next;
} // 算法结束
```

循环链表算法举例 (3)

例 编写出判断带头结点的双向循环链表L是否对 称相等的算法。

解:p从左向右扫描L,q从右向左扫描L,若对应数据结点的data域不相等,则退出循环,否则继续比较,直到p与q相等或p的下一个结点为*q为止。对应算法如下:

```
int Equal(DuLinkList L)
   int same=1;
   DuLinkList p=L->next; /*p指向第一个数据结点*/
   DuLinkList q=L->prior; /*q指向最后数据结点*/
   while (same==1)
      if (p->data!=q->data) same=0;
      else
         if (p==q) break; /*数据结点为奇数的情况*/
         q=q->prior;
         if (p==q) break; /*数据结点为偶数的情况*/
         p=p->next;
   return same;
```

顺序表和链表的比较

- 基于空间的考虑存储密度=元素本身所占的存储量/实际分配的存储总量
- ●基于时间的考虑 顺序表:随机存取结构, O(1)。 链表:顺序存取结构, O(n)。
- ●基于语言的考虑

2.4 一元多项式的表示及相加

$$P_n(X) = P_0 + P_1X + P_2X^2 + P_3X^3 + \dots + P_nX^n$$

用一个线性表P来表示:

$$P = (P_0, P_1, P_2, \cdots, P_n)$$

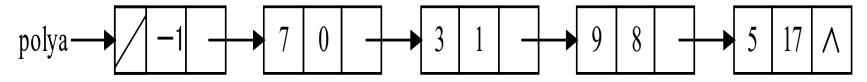
$$R = (p_0 + q_0, p_1 + q_1, p_2 + q_2, \dots, p_m + q_m, p_{m+1}, \dots, p_n)$$

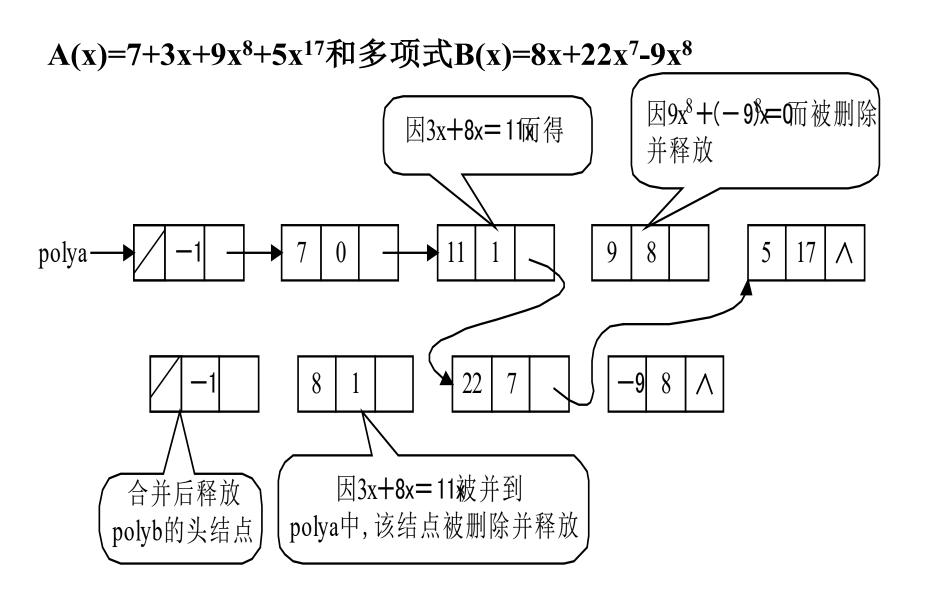
$$R(x) = 1 + 5x^{10000} + 7x^{20000}$$

$$P_n(x) = p_1 x^{e_1} + p_2 x^{e_2} + \dots + p_m x^{e_m}$$

$$((p_1, e_1), (p_2, e_2), \dots, (p_m, e_m))$$

$A(x)=7+3x+9x^8+5x^{17}$ 和多项式 $B(x)=8x+22x^7-9x^8$





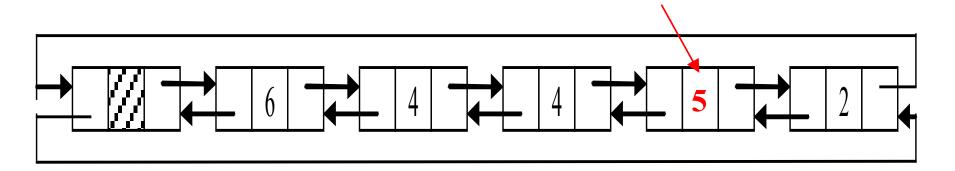
多项式相加得到的多项式和

练习1:某线性表中最常用的操作是在最后一个 元素之后插入一个元素和删除第一个元素, 则采用哪种存储方式最节省时间

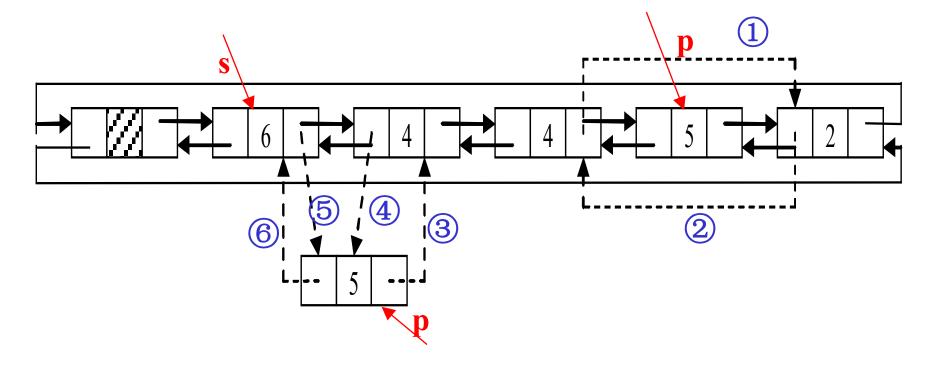
A 单链表 B 仅有头指针的单循环链表 C 双链表 D 仅有尾指针的单循环链表

练习2: 2.38 设有一个双向循环链表,每个 结点中除有pre, data和next三个域外,还 增设一个访问频度域freq。在链表被起用 之前,频度域freq的值均初始化为零,而 每当对链表进行一次Locate(L,x)的操作后, 被访问的结点的频度域freq的值增1,同时 调整链表中结点之间的次序,使其按访问 频度非递增的次序顺序排列,以使被频繁 访问的结点总是靠近表头结点。试编写符 合上述要求的Locate(L,x)操作的算法。

DuLinkList Locate(DuLinkList &L, ElemType x)



```
DuLinkList Locate(DuLinkList &L, ElemType x)
  p=L->next;
  while(p->data!=x \&\& p!=L)
      p=p->next;
  if(p==L) return NULL; //没找到
  p->freq++; s=p->pre;
  while(s!=L \&\& s->freq < p->freq)
       s=s->pre: //查找插入位置
  if(s!=p->pre){
  return p;
```



- 1)p->pre->next=p->next; 2)p->next->pre=p->pre;

3p->next=s->next;

(4)s->next->pre=p;

5s->next=p;

6p->pre=s;