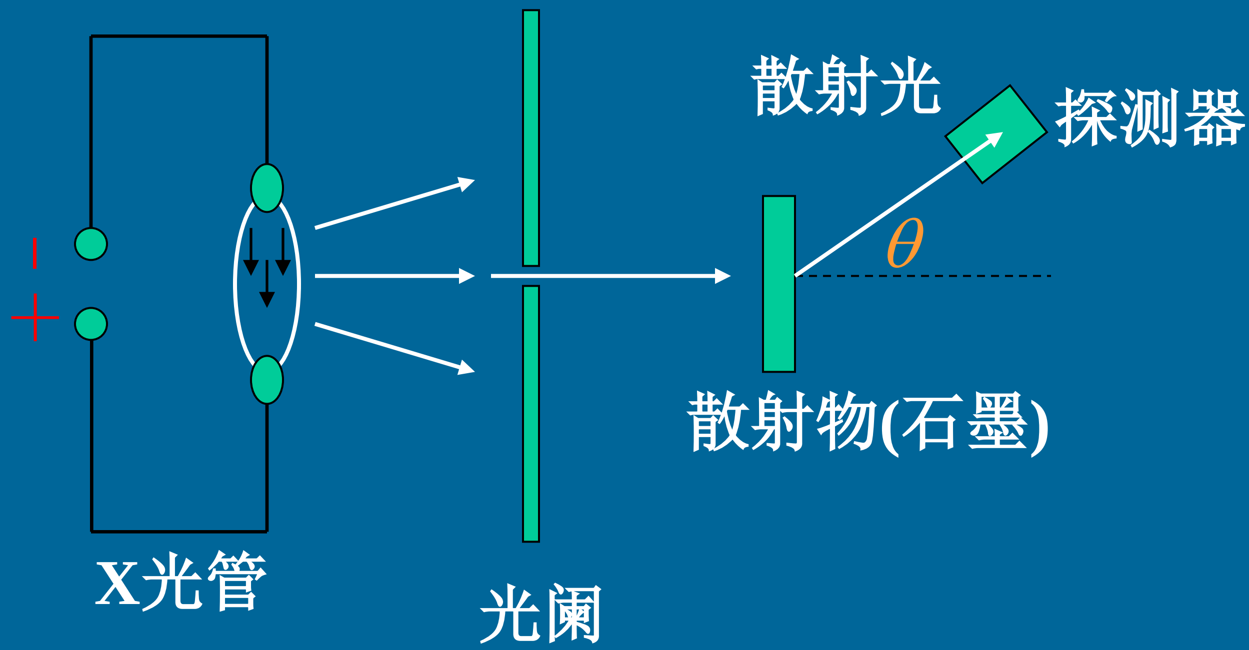
§ 15. 3　康普顿效应

一. 什么是康普顿效应



从X 射线源发出一束单色X 射线（λ_0～1nm），投射到石墨上被散射，选择散射角为θ 的一束散射光，用摄谱仪测其波长 及相对强度。

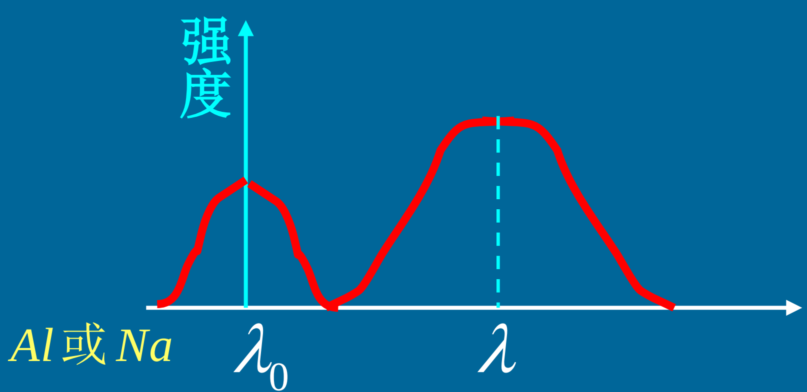
入射线波长λ_0，散射线波长λ，$\lambda > \lambda_0$，这种散射光中波长向长波移动的现象称康普顿效应。

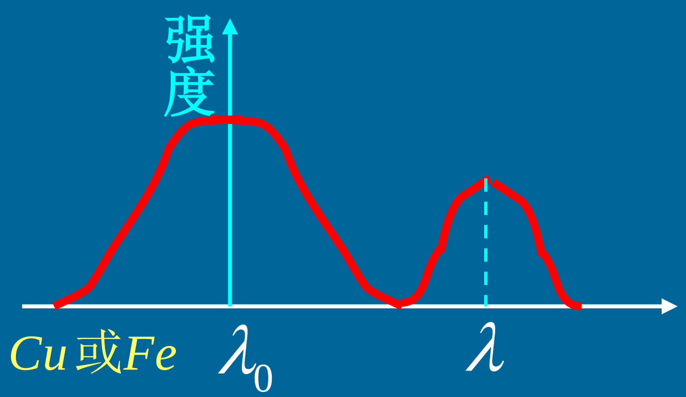
实验规律：

1. 散射光中有两种波长λ_0 和λ，$\lambda > \lambda_0$，$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$，随 θ 的增大而增大。$\Delta\lambda$ 与λ_0 及散射物质无关。

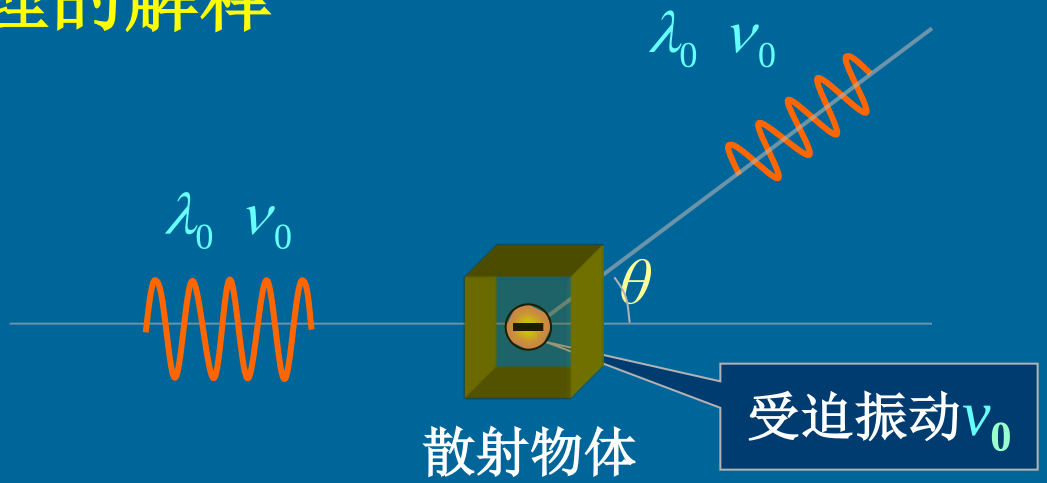
$\theta = 0$ 时，$\Delta\lambda = 0$　　　　$\theta = \pi$ 时，$\Delta\lambda$最大

2. 对轻元素(原子量小)，波长变大的散射线相对较强。
对重元素(原子量大)，波长变大的散射线相对较弱。





二. 经典物理的解释



单色电磁波 $\xrightarrow{\text{照射}}$ 电子受迫振动 $\xrightarrow{\text{发射}}$ 同频率散射线

说明

经典理论只能说明波长不变的散射(瑞利散射)，而不能说明康普顿散射。

三. 光子理论解释

光子理论指出：X 射线是一束以 c 运动的粒子流。

光子和电子相互作用，作用过程中动量、能量都守恒。

一个光子和散射物中的一个自由电子(或束缚较弱的电子)发生弹性碰撞，碰撞过程中电子吸收了光子的能量，发射出另一个能量较小的光子（因为发射散射光子时，电子受到反冲而获得能量，由能量守恒知新发射的光子比原来的能量小），光子和电子分别向不同的方向运动。

散射光光子的能量 $h\nu$ < 入射光光子的能量$h\nu_0$

所以，散射光的λ >入射光的λ_0

如果光子和束缚很紧的电子碰撞，相当于和原子碰撞，因原子质量很大，碰后光子能量不会显著减小，因而散射光的频率也不会显著的改变，故康普顿效应中λ_0谱线同时存在。

定量分析

1. 入射光子与外层电子弹性碰撞

外层电子 → 受原子核束缚较弱 → 近似自由

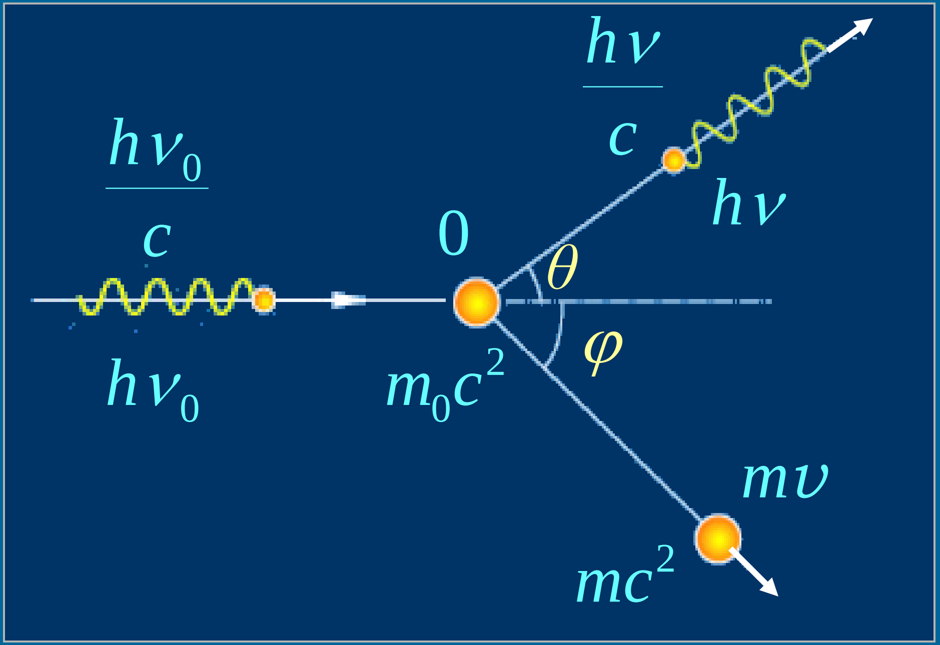
外层电子 → 动能<<光子能量 → 近似静止

近似自由、近似静止 → 静止自由电子

能量、动量守恒

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

$$\begin{cases} \dfrac{h\nu_0}{c} = \dfrac{h\nu}{c}\cos\theta + m\upsilon\cos\varphi \\ \dfrac{h\nu}{c}\sin\theta = m\upsilon\sin\varphi \end{cases}$$

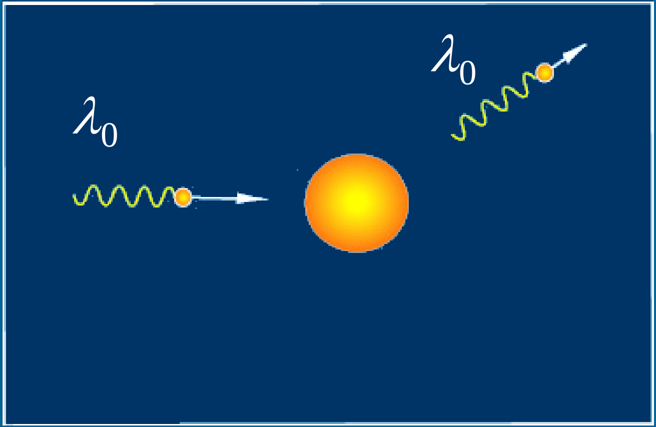


所以，波长改变量 $$\boxed{\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2} = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}}$$

康普顿波长 $\lambda_c = h/m_0 c = 0.0024\,\text{nm}$

2. X 射线光子和原子内层电子相互作用

内层电子被紧束缚，光子相当于和整个原子发生碰撞。



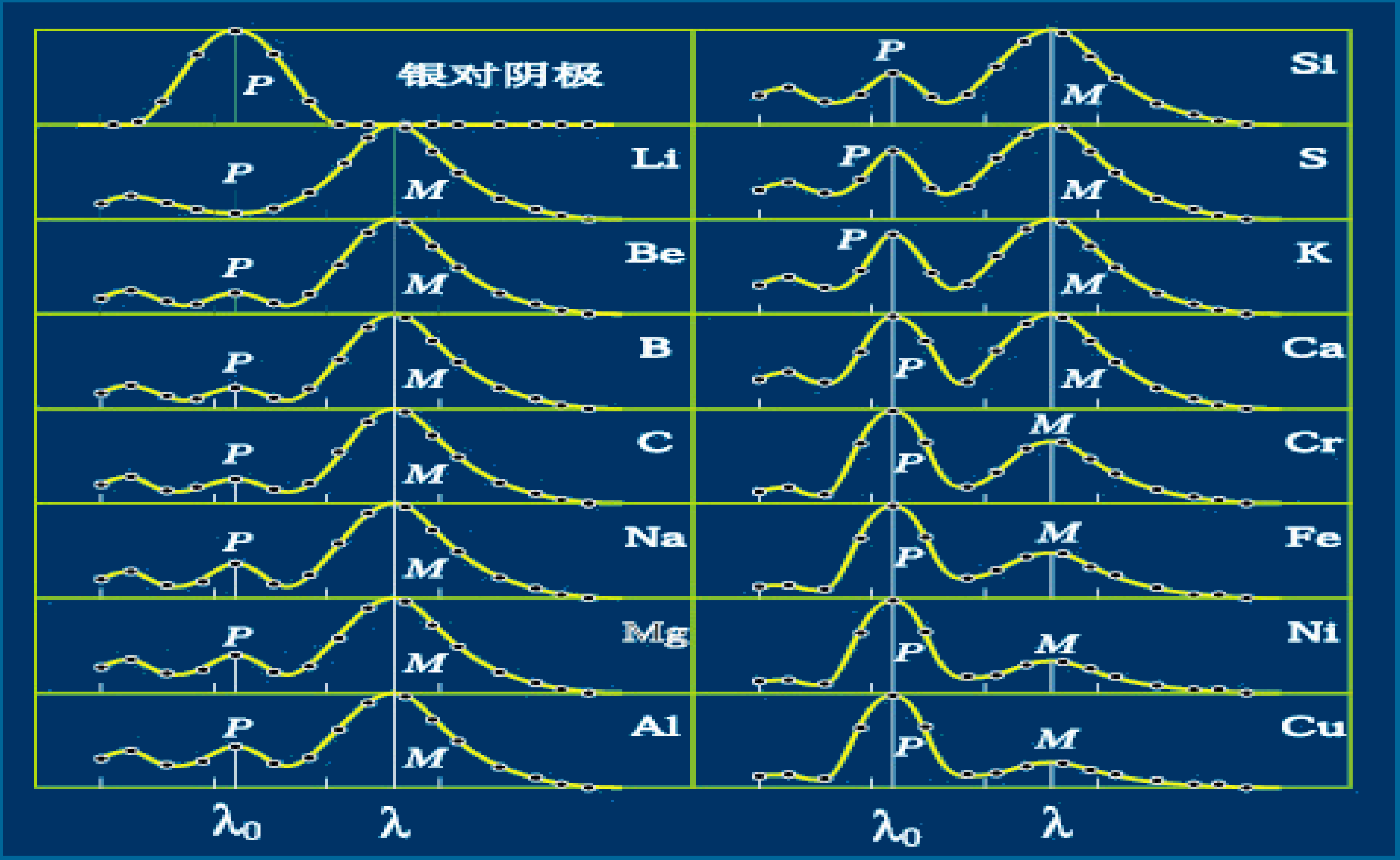
光子质量远小于原子，碰撞时光子不损失能量，波长不变。

说明 (1) 光子 → 内层电子 → 波长不变的散射线
光子 → 外层电子 → 波长变大的散射线

(2)

波长	λ_0	λ
轻物质（多数电子处于弱束缚状态 ）	弱	强
重物质（多数电子处于强束缚状态 ）	强	弱

吴有训实验结果



例　用波长λ_0=1埃的光子做康普顿实验。

求　(1) 散射角$\theta = 90^o$ 的康普顿散射波长是多少?

(2) 分配给这个反冲电子的动能多大?

解　(1) $$\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2} = 0.024\times10^{-10}\,\mathrm{m}$$

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = 1.024\times10^{-10}\,\mathrm{m}$$

(2)　根据能量守恒

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

$$h\nu_0 = h\nu + (mc^2 - m_0c^2) = h\nu + E_k$$

即$hc/\lambda_0 = (hc/\lambda) + E_k$

$$\therefore E_k = hc\Delta\lambda/(\lambda_0\lambda) = 4.66\times10^{-17}\,\mathrm{J} = 291\mathrm{eV}$$

总结

1. 康普顿散射实验规律

1） 散射光中有两种波长λ_0和λ，$\lambda > \lambda_0$，$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$，随$\theta$的增大而增大。$\Delta\lambda$与$\lambda_0$及散射物质无关。

2） 对轻元素(原子量小)，波长变大的散射线相对较强。

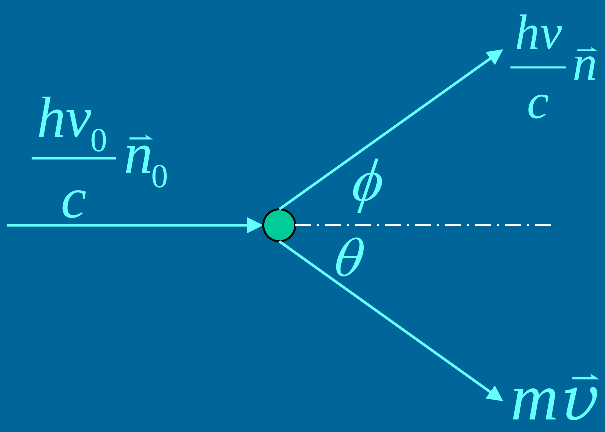
对重元素(原子量大)，波长变大的散射线相对较弱。

2. 光子理论解释

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2} = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}$$

例 如图示，一束能量为$h\nu_0$的光子流与静止质量为m_e的静止自由电子作弹性碰撞，若散射的光子能量为$h\nu$，试证明散射角ϕ满足下式：

$$\sin^2\frac{\phi}{2}=\frac{m_e c^2(\nu_0-\nu)}{2h\nu_0\nu}$$



证明：$\vec{n}_0$和$\vec{n}$分别代表碰撞前后光子运动方向的单位矢量，设碰撞后电子沿θ方向飞出，其能量、动量分别变为mc^2和$m\vec{\upsilon}$

碰撞过程服从能量守恒、动量守恒

$$h\nu_0+m_e c^2=h\nu+mc^2 \qquad (1)$$

$$(h\nu_0/c)\vec{n}_0=(h\nu/c)\vec{n}+m\vec{\upsilon} \qquad (2)$$

$$m^2(1-\upsilon^2/c^2)=m_e^2 \qquad (3)$$

由图看出，(2)式可写成：

$$(m\upsilon)^2=(h\nu_0/c)^2+(h\nu/c)^2-2(h\nu_0/c)(h\nu/c)\cos\phi$$

$$\therefore m^2\upsilon^2c^2=h^2\nu_0^2+h^2\nu^2-2h^2\nu_0\nu\cos\phi \qquad (4)$$

(1)式也可写成： $$mc^2 = h(\nu_0 - \nu) + m_e c^2 \qquad (5)$$

(5) ^{2} - (3) ×c^{2}式，得：

$$m^2c^4(1-\upsilon^2/c^2) = m_e{}^2c^4 - 2h^2\nu_0\nu(1-\cos\phi) + 2m_ec^2h(\nu_0-\nu)$$

将(3)式代入，得：

$$c\cdot\frac{\nu_0-\nu}{\nu_0\nu} = \frac{h(1-\cos\phi)}{m_ec}$$

$$\sin^2\frac{\phi}{2} = \frac{m_ec^2(\nu_0-\nu)}{2h\nu_0\nu}$$