§10.5 麦克斯韦电磁场理论简介

- 电流　电流强度　电流密度

1 电流——电子的定向运动形成电流

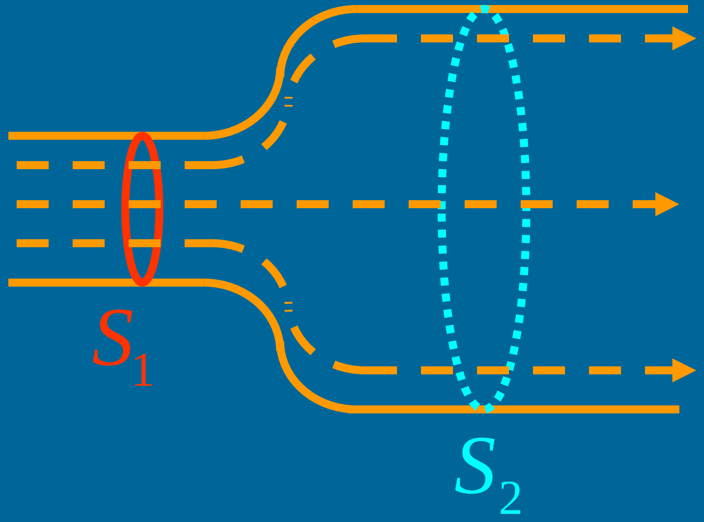
形成电流的条件：
- 存在电场
- 存在可以自由移动的电荷

规定正电荷定向运动的方向为电流的正方向

2 电流强度（表示电流的强弱）——电流强度是标量

定义：单位时间内通过导体任一截面的电量 $I=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$

若通过任一截面的电流强度都不随t改变，则为稳恒电流。

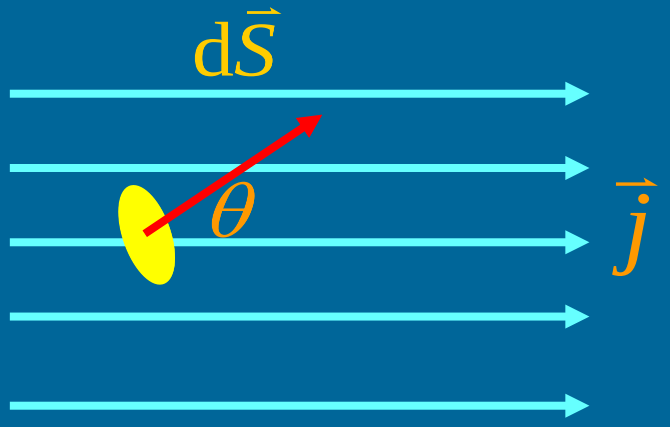


如图：在导体内电流形成一定的分布，为了描述电流分布的详细情况，我们引入一个新的物理量——电流密度

3 电流密度矢量 $\vec{j}$

定义

- 方向：该点正电荷运动的方向
- 大小：垂直通过单位面积的电流强度 $j=\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}}$



通过任一截面 $d\vec{S}$ 的电流强度：

$$dI = j\,dS\cos\theta = \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

通过任一截面的电流强度：

$$\boxed{I = \iint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}}$$

I 和 $\vec{j}$ 都是描写电流的物理量

I ——标量　描述通过某个面 S 的电荷运动规律

$\vec{j}$ ——矢量　描述通过某个点的电荷运动规律

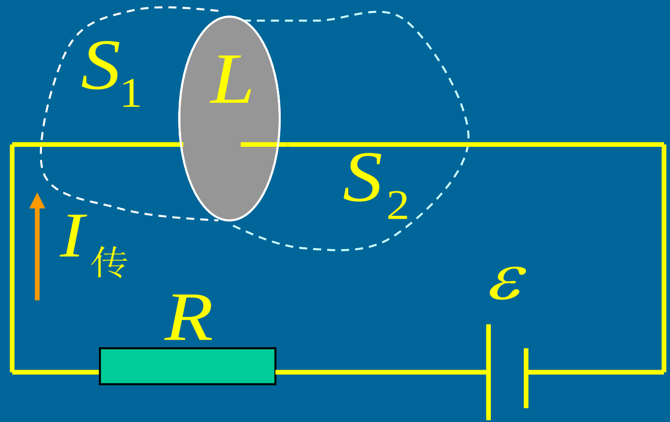
一. 问题的提出

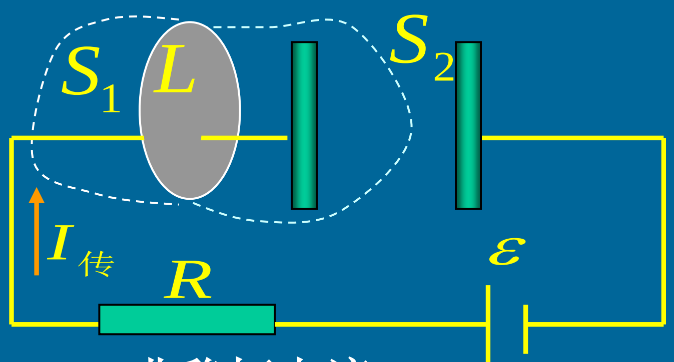
对稳恒电流 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_{传} = \iint_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$

对S_1面 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_{传}$

对S_2面 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = 0$

矛盾





非稳恒电流

稳恒磁场的安培环路定理在非稳恒电流的电路中不成立了。

我们需要修正安培环路定理

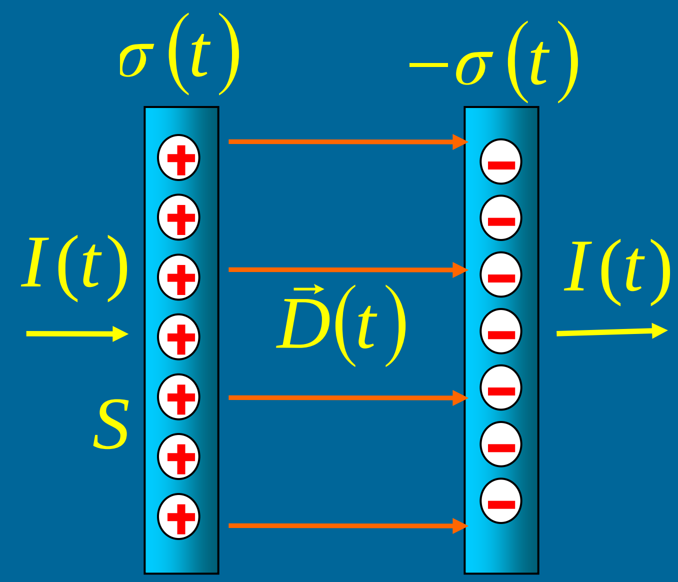
二. 位移电流假设

- 非稳恒电路中

在传导电流中断处（极板上）必发生电荷分布的变化，且电荷的时间变化率等于传导电流 $I = dq/dt$

- 电荷分布的变化必引起电场的变化 (以平行板电容器为例)

极板间电位移通量



$$\Phi_D(t) = D(t)S$$

$$\boxed{D(t) = \sigma(t)}$$

$$\Phi_D(t) = \sigma(t)S \ = q(t)$$

$$\frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = I$$

电位移通量的变化率等于传导电流强度

定义位移电流

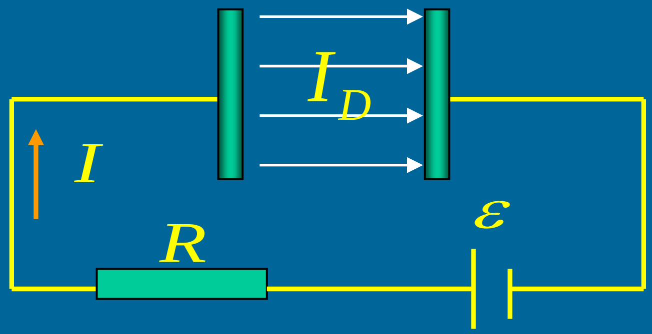
$$I_D = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$$ （电场变化等效为一种电流）

位移电流密度 $\vec{j}_D$

一般情况位移电流：$I_D = \dfrac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \iint_S \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$

● 位移电流与传导电流连接起来恰好构成连续的闭合电流

麦克斯韦提出全电流的概念



$$\boxed{I_{全} = I_{传导} + I_{位移}}$$

在普遍情形下，全电流在空间永远是连续不中断的，并且构成闭合回路

麦克斯韦将安培环路定理推广

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_{全} = I_{传导} + I_{位移} = I_{传导} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

(全电流安培环路定理)

若传导电流为零

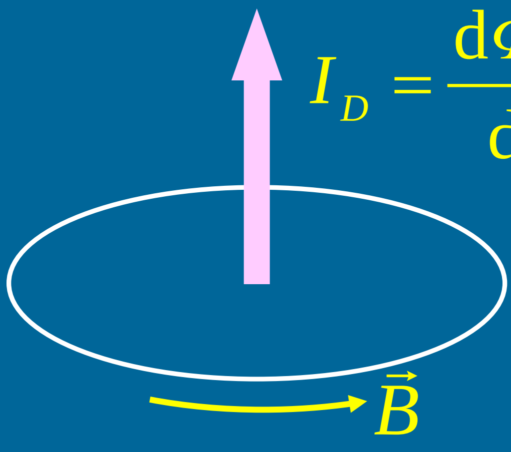
$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

变化电场产生磁场的数学表达式

三. 位移电流、传导电流的比较

1. 位移电流具有磁效应 —与传导电流相同

2. 位移电流与传导电流不同之处



$$I_D = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$$

(1) 产生机理不同：位移电流由变化电场产生，并不是有真实的电荷在空间运动，传导电流由电荷的定向运动形成

(2) 存在条件不同

位移电流可以存在于真空中、导体中、介质中

传导电流只能存在于导体中

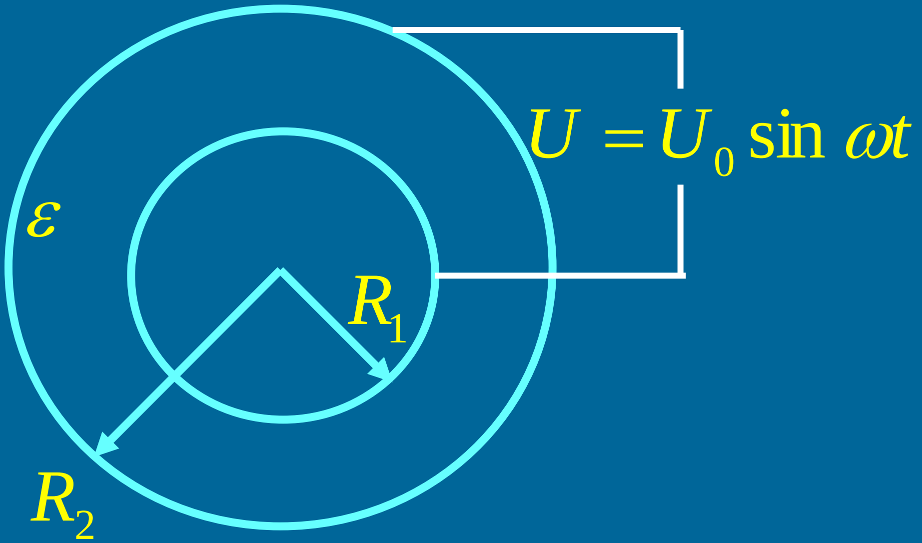
(3) 位移电流没有热效应，传导电流产生焦耳热

例 球形电容器与交流电源$U=U_0\sin\omega t$相连

求：（1）介质中的 j_D

（2）通过半径为r（$R_1 < r < R_2$）的球面的I_D

解:（1） $\vec{j}_D = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$



$$q = CU = CU_0 \sin \omega t$$

$$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2}\vec{r}^{\,0} = \frac{CU_0 \sin \omega t}{4\pi r^2}\vec{r}^{\,0}$$

其中： $C = \dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 R_2}{(R_2 - R_1)}$

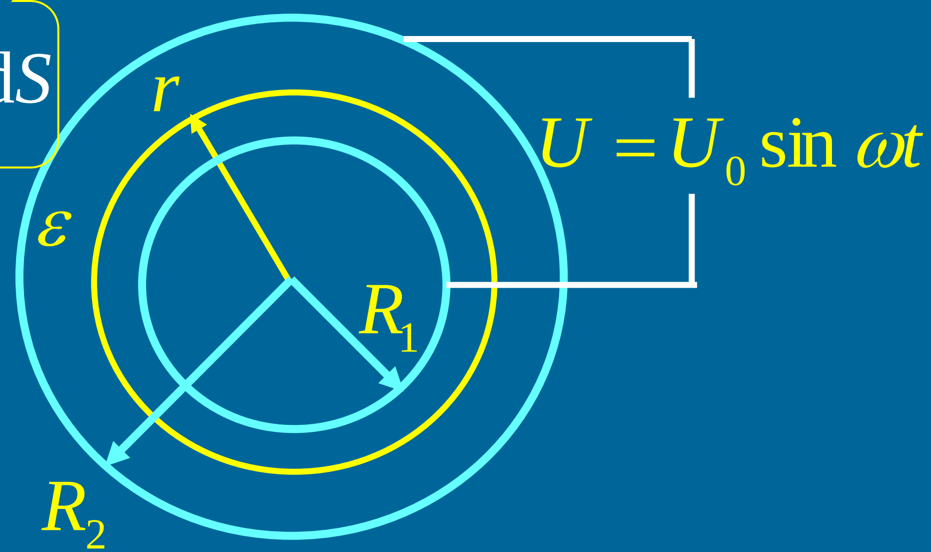
$$\vec{j}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{CU_0\omega\cos\omega t}{4\pi r^2}\vec{r}^{\,0} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 R_2 U_0 \omega \cos \omega t}{(R_2 - R_1) r^2}\vec{r}^{\,0}$$

（2） $$I_D = \oiint_S \vec{j}_D \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\vec{j}_D = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 R_2 U_0 \omega \cos\omega t}{(R_2 - R_1) r^2}\vec{r}^{\,0}$$

$$= \oiint_S j_D \mathrm{d}S = \oiint_S \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 R_2 U_0 \omega \cos\omega t}{(R_2 - R_1) r^2}\mathrm{d}S$$

$$= \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 R_2 U_0 \omega \cos\omega t}{(R_2 - R_1)} \underbrace{\oiint_S \frac{1}{r^2}\mathrm{d}S}_{= 4\pi}$$



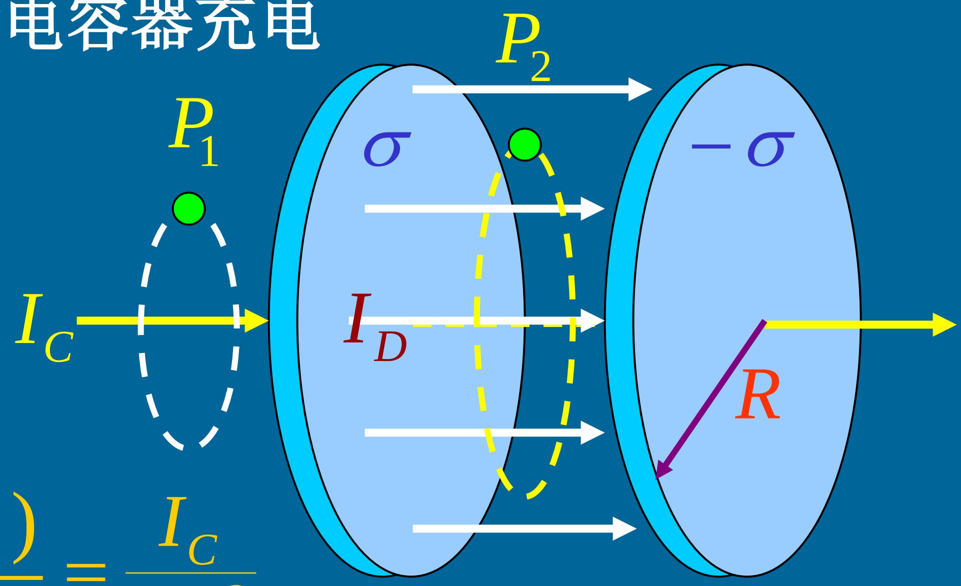
$$= \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 R_2 U_0 \omega \cos\omega t}{(R_2 - R_1)}$$

$$= C U_0 \omega \cos\omega t$$

$$I_{传} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = C U_0 \omega \cos\omega t = I_D$$

例 设平行板电容器极板为圆板，半径为R，两极板间距为d（$d<<R$），用缓变电流 I_C 对电容器充电

求 P_1，P_2 点处的磁感应强度



解 任一时刻极板间的电场

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{D}{\varepsilon_0}$$

$$j_D = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial (q/\pi R^2)}{\partial t} = \frac{I_C}{\pi R^2}$$

极板间形成均匀分布的圆柱形位移电流

由全电流安培环路定理

$$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_C + \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

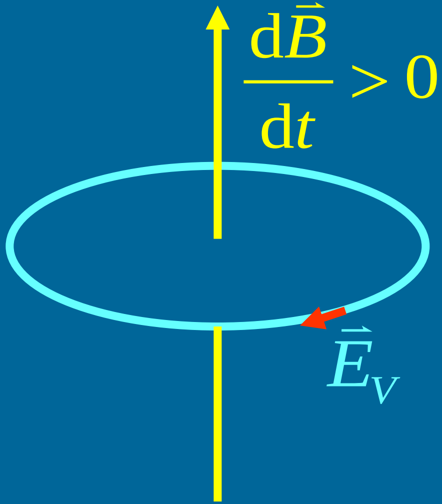
P_1：$H_1 2\pi r_1 = I_C \Rightarrow B_1 = \dfrac{\mu_0 I_C}{2\pi r_1}$

P_2：$H_2 2\pi r_2 = \pi r_2^2 j_D$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_C}{2\pi R^2} r_2$$

四 麦克斯韦电磁场理论的二个基本假设

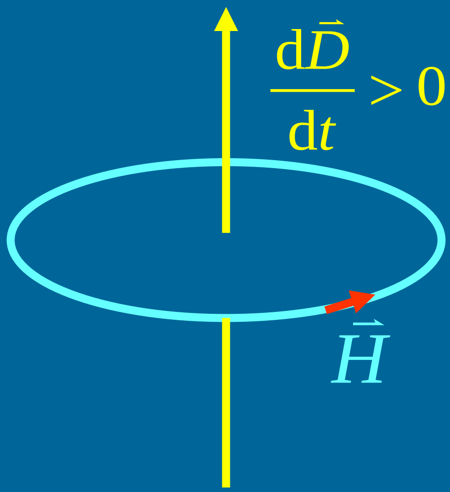
1 变化的磁场可以激发涡旋电场



$$\oiint \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 \qquad \oint \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

变化的磁场和涡旋电场形成左旋系统

2 变化的电场可以激发涡旋磁场



$$\oiint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 \qquad \oint \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_D = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$$

变化的电场和涡旋磁场形成右旋系统

五 麦克斯韦方程组

麦克斯韦根据基本假设归纳出一组方程式

一般来说空间同时存在电场、磁场

电场：

- 电荷激发　$\vec{E}_1$　$\vec{D}_1$
- 变化磁场激发　$\vec{E}_2$　$\vec{D}_2$
- 总电场　$\vec{E}$　$\vec{D}$

磁场：

- 由$I_{传}$激发　$\vec{B}_1$　$\vec{H}_1$
- 由$I_{位}$(变化电场)激发　$\vec{B}_2$　$\vec{H}_2$
- 总磁场　$\vec{B}$　$\vec{H}$

将描述静电场和恒定磁场的方程作推广，得到一般情况下电磁场所满足的方程：

1. 电场的高斯定理

$$\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oiint_S (\vec{D}_1+\vec{D}_2)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_i + 0$$

$$\boxed{\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_i}$$

2. 磁场的高斯定理

$$\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oiint_S (\vec{B}_1+\vec{B}_2)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0+0=0$$

$$\boxed{\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0}$$

3. 电场中的环路定理

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0 - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

4. 全电流安培环路定理

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L (\vec{H}_1 + \vec{H}_2)\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I_i + \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \iint_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

讨论

1　四个方程称为麦克斯韦方程组的积分形式。是对电磁场宏观实验规律的全面总结和概括，是经典物理三大支柱之一。

2 麦克斯韦方程组在宏观电磁场理论范围内成立。

3 麦克斯韦预言了电磁波的存在。1889年，赫兹实验证明了电磁波的存在

总结

1 电动势：将单位正电荷从电源负极推向电源正极的过程中，非静电力所作的功。

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

2 法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

3 动生电动势和感生电动势

动生电动势 $\varepsilon_i = \int_a^b \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

感生电动势 $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

4 电磁感应现象实例

❶自感 $\varepsilon_L = -\frac{\mathrm{d}\Psi_m}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ $L = \frac{\Psi_m}{I}$ ——自感系数

❷互感 $\varepsilon_M = -M\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ $M = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{\Psi_{12}}{I_2}$ ——互感系数

❸涡电流

5 磁场能量

自感磁能 $W_m = \frac{1}{2}LI^2$

磁场能量密度 $w_m = \frac{1}{2}BH = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2}\mu H^2$

磁场能量 $W_m = \int_V w_m \mathrm{d}V = \int_V \frac{BH}{2}\mathrm{d}V = \int_V \frac{B^2}{2\mu}\mathrm{d}V$

6 位移电流和全电流安培环路定理

$$I_D = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$$ ——(电场变化等效为一种电流)

$$\vec{j}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_{全} = I_{传导} + I_{位移} = I_{传导} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

——全电流安培环路定理

7 麦克斯韦方程组

1） 电场的高斯定理

$$\oiint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_i$$

2） 磁场的高斯定理

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

3） 电场中的环路定理

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

4）全电流安培环路定理

$$\oint_{\mathrm{L}} \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \iint_{\mathrm{S}} (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

* 六 电磁波简介

任何振动电荷或电荷系都可作为电磁波的波源，如振荡的电偶极子，天线中振荡的电流，以及原子中电荷的振动都会在周围空间产生电磁波。

1 电磁波的形成

振动的电荷在周围空间产生变化的电场，变化的电场又产生变化的磁场，变化的磁场又产生变化的电场……，这样互相激发，随时间的推移电磁场在空间传播，即形成电磁波。

2 电磁波的性质

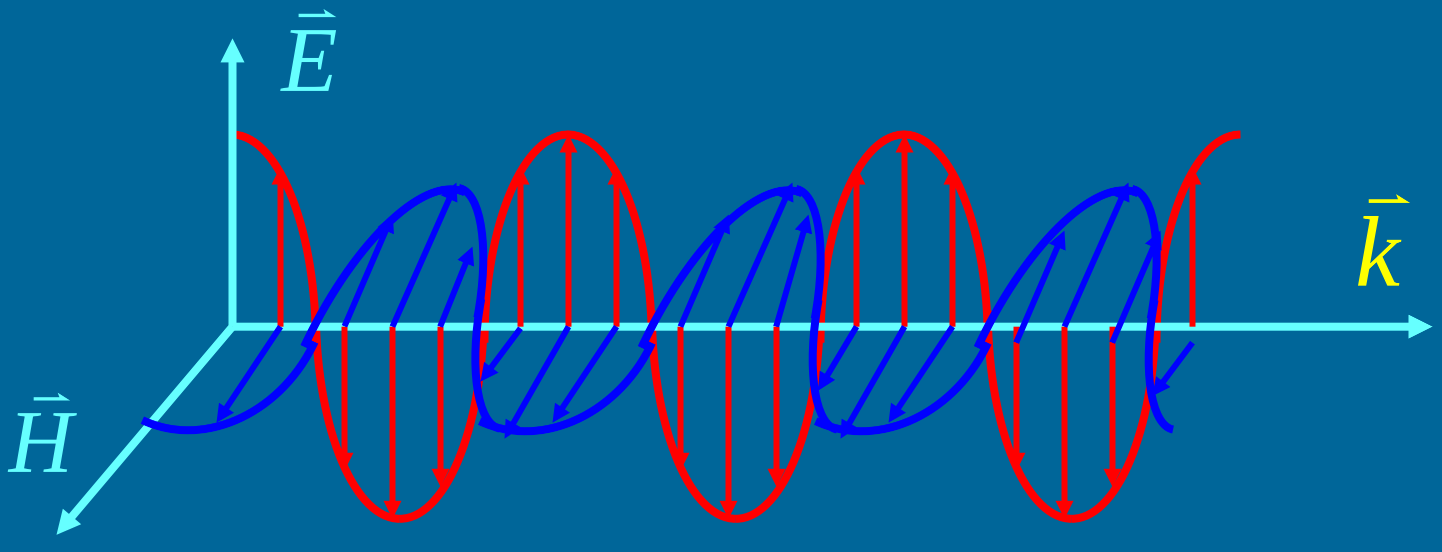
1）电磁波是横波，设波传播方向为 $\vec{k}$ 则

$$\vec{E}\perp\vec{k} \qquad \vec{H}\perp\vec{k}$$

2）$\vec{E}$ 和 $\vec{H}$ 互相垂直，二者的周期相同

$$E=E_0\cos\omega\left(t-\frac{r}{c}\right) \qquad H=H_0\cos\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)$$

$\vec{E}$、$\vec{H}$、$\vec{k}$ 构成右旋直角坐标系，且 $\vec{E}\times\vec{H}\,//\,\vec{k}$



3）$\vec{H}$ 和 $\vec{E}$ 大小关系：$\sqrt{\varepsilon}E=\sqrt{\mu}H$

4） 电磁波的传播速度 $\upsilon=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$

在真空中的速度 $\upsilon=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}C^2N^{-1}m^{-1}$ $\mu_0=4\pi\times10^{-7}Hm^{-1}$

代入上式得： $\upsilon=3\times10^8 m/S=c$

5）电磁波的能量

电磁场总能量密度：

$$w=w_e+w_m=\frac{1}{2}\varepsilon E^2+\frac{1}{2}\mu H^2$$

电磁场的能量以波的形式向周围空间传播，单位时间内垂直通过单位面积的能量 称作能流密度 $\vec{S}$

$$S = w \cdot \upsilon = \frac{\upsilon}{2}\left(\varepsilon E^2 + \mu H^2\right)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon\mu}}\left(\sqrt{\varepsilon}E \cdot \sqrt{\mu}H + \sqrt{\mu}H \cdot \sqrt{\varepsilon}E\right) = EH$$

能流密度 $\vec{S}$ 的方向即波的传播方向，所以

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$