第一章习题

重点：梯度散度旋度的定义及计算；散度定理；斯托克斯定理；梯无旋/旋无散两个恒等式；矢量微分算子/哈密顿算子以及拉普拉斯算子。

1.下面关于梯度的性质，错误的是（　　）
A 一个标量场的梯度构成一个矢量场
B 标量场在空间任意一点的梯度垂直于该点标量场的等值面
C 标量场的梯度的模值是该点方向导数的最大值
D 梯度的方向由数值较高的等值面指向数值较低的等值面

2.关于矢量场散度的性质哪一条是错误的（　　）
A 散度小于 0 的点吸收矢量线
B 一个矢量场的散度构成一个矢量场
C 散度不等于 0 的点，表示存在散度源
D 散度大于 0 的点发出矢量线

3．关于矢量场的旋度的描述哪一条是错误的（　　）
A 旋度不等于 0 的点表示存在涡旋源，也称旋度源，该矢量场称有旋场
B 旋度等于 0 的点不存在涡旋源；旋度处处为零的矢量场称为无旋场或保守场
C 旋度的量纲是环量体密度，表示单位体积的环量
D 矢量场的旋度是一个矢量场

4.静电场是（　　）；恒定磁场是（　　）
A 有旋有散场　　B 有散无旋场　　C 无旋无散场　　D 有旋无散场

5. ∇是（　　）；∇^2是（　　）
A 拉普拉斯算子　　B 矢量微分算子/哈密顿算子

6.阐述梯度的物理意义，即描述梯度的大小和方向。

7.写出直角坐标系下∇u和$\nabla^2 u$的表达式。

8.散度具有____________的量纲；旋度具有___________的量纲。

9. $\nabla\times\nabla\Phi=$__________　　　$\nabla\cdot\nabla\times\vec{A}=$__________

10.如果矢量$\vec{A}=ax\vec{e_x}+by\vec{e_y}+cz\vec{e_z}$，求$\nabla\cdot\vec{A}$和$\nabla\times\vec{A}$. ［其中，a, b, c 为常数，$\vec{e_x}$，$\vec{e_y}$，$\vec{e_z}$为单位矢量］

11.写出散度定理和斯托克斯定理。

12．亥姆霍兹定理表明：任一矢量场可表示为__________和__________之和。