中山大学本科生期中考试

考试科目:《离散数学基础》(A卷)

学年学期:	2022学年第二学期	姓　　名:	________
学　院/系:	计算机学院	学　　号:	________
考试方式:	闭卷	年级专业:	________
考试时长:	120分钟	班　　别:	________
任课老师:	周晓聪、娄定俊、龙冬阳、周育人、杨跃东、李绿周		

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条:"考试作弊者,不授予学士学位。"

——— 以下为试题区域,共二道大题31道小题,总分100分,考生请在答题纸上作答 ———

一、单选题(每小题2分,十二题共24分)

1. 下面哪个公式是公式$p \wedge (q \vee p \leftrightarrow r \wedge p \rightarrow q)$的子公式?____D____

A. $p \wedge (q \vee p)$　　**B.** $q \vee p \leftrightarrow r$　　**C.** $p \leftrightarrow r \wedge p$　　**D.** $r \wedge p \rightarrow q$

2. 下面是公式$r \leftrightarrow q \wedge ((p \rightarrow r) \vee \neg p)$的真值表,

p	q	r	$p \rightarrow r$	$\neg p$	$(p \rightarrow r) \vee \neg p$	$q \wedge ((p \rightarrow r) \vee \neg p)$	$r \leftrightarrow q \wedge ((p \rightarrow r) \vee \neg p)$
0	0	0	1	1			1
0	0	1	1	1			0
0	1	0	1	1			0
0	1	1	1	1			(1)
1	0	0	0	0			(2)
1	0	1	1	0			0
1	1	0	0	0			(3)
1	1	1	1	0			(4)

其中的空(1),(2),(3),(4)依次填入的真值应该是:____D____

A. 0000　　**B.** 0110　　**C.** 1100　　**D.** 1111

3. 下面公式中是永真式的是____D____。

A. $\neg(r \rightarrow \neg q) \vee (p \rightarrow \neg r)$　　**B.** $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \leftrightarrow \neg q)$

C. $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$　　**D.** $(p \rightarrow q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$

4. 下面是公式$(p \rightarrow r) \wedge (\neg r \rightarrow q)$的真值表,

p	q	r	$p \rightarrow r$	$\neg r$	$\neg r \rightarrow q$	$(p \rightarrow r) \wedge (\neg r \rightarrow q)$
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	1	1

则与该公式等值的主范式是____C____。

A. $m_1 \wedge m_2 \wedge m_3 \wedge m_5 \wedge m_7$　　**B.** $m_0 \wedge m_4 \wedge m_6$

C. $m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_7$　　**D.** $m_0 \vee m_4 \vee m_6$

5. 说一组命题是一致的，如果存在对其中原子命题的真值赋值使得所有命题的真值都为真。设有一组命题：(1) 如果学生没有学过C++语言，则他不理解面向对象编程思想。(2) 如果学生不理解面向对象编程思想，则他不能编程求解复杂问题。(3) 如果学生学过Java语言，则他能编程求解复杂问题。这一组命题加入下面哪个命题将会是不一致的？____A____

A. 学生没学过C++语言，但学过Java语言。

B. 学生没学过C++语言，且不能编程求解复杂问题。

C. 学生学过Java语言，但能理解面向对象编程思想。

D. 学生没学过Java语言，且不能理解面向对象编程思想。

6. 对于公式$\forall x \exists y(x * y = z) \to \exists z(x + z = x)$，下面哪个是约束变量改名规则的正确使用？____C____

A. 子公式$\exists y(x * y = z)$约束变量改名为$\exists x(x * x = z)$。

B. 子公式$\exists y(x * y = z)$约束变量改名为$\exists z(x * z = z)$。

C. 子公式$\exists z(x + z = x)$约束变量改名为$\exists y(x + y = x)$。

D. 子公式$\exists z(x + z = x)$约束变量改名为$\exists x(y + x = y)$。

7. 下面哪个一阶公式是命题逻辑永真式的替换实例？____C____

A. $\forall x(F(x) \to \exists y(H(x, y) \to F(y))$　　**B.** $\forall x F(x) \to \exists y(H(x, y) \to F(y))$

C. $\forall x F(x) \to (\exists y H(x, y) \to \forall x F(x))$　　**D.** $\forall x F(x) \to (\exists y H(x, y) \to \exists x F(x))$

8. 下面哪组的两个一阶逻辑公式是逻辑等值的？____A____

A. $\forall x(F(x) \wedge G(x))$和$\forall x F(x) \wedge \forall x G(x)$　　**B.** $\forall x(F(x) \vee G(x))$和$\forall x F(x) \vee \forall x G(x)$

C. $\forall x(F(x) \to G(x))$和$\forall x F(x) \to \forall x G(x)$　　**D.** $\forall x(F(x) \leftrightarrow G(x))$和$\forall x F(x) \leftrightarrow \forall x G(x)$

9. 假定$F(x), G(x)$都是原子公式，下面哪个公式序列是正确论证的一部分？____B____

A. (1) $\exists x(F(x) \wedge G(x))$　// 前提
(2) $\exists x F(x)$　// (1)化简规则
(3) $F(a)$　// (2)存在例化

B. (1) $\forall x(F(x) \wedge G(x))$　// 前提
(2) $F(a) \wedge G(a)$　// (1)全称例化
(3) $F(a)$　// (2)化简规则

C. (1) $\neg \forall x F(x)$　// 前提
(2) $\neg F(a)$　// (1)全称例化

D. (1) $\neg F(a)$　// 前提
(2) $\neg \exists x F(x)$　// (1)存在泛化

10. 以所有程序员为论域，并给定谓词$O(x)$表示“x是面向对象编程语言”，$S(x, y)$表示“x学过y”，$U(x)$表示“x能理解面向对象编程思想”。符号化命题“并非所有程序员学过某门面向对象编程语言就能理解面向对象编程思想”最合适的一阶逻辑公式是____C____。

A. $\neg\forall x(\exists y(O(y)\land S(x,y))\land U(x))$ **B.** $\forall x(\neg\exists y(O(y)\land S(x,y))\land U(x))$
C. $\neg\forall x(\exists y(O(y)\land S(x,y))\to U(x))$ **D.** $\forall x(\neg\exists y(O(y)\land S(x,y))\to U(x))$

11. 假设论域是自然数集。我们用第一数学归纳法已证明：**归纳基**：$P(0)$为真；归纳步：对于$k\geq 1$，$P(k)$蕴涵$P(k+1)$。根据这个证明我们一定有以下结论____C____。

A. $P(500)$为真 **B.** $P(500)$为假 **C.** 不能确定$P(500)$的真假 **D.** $P(600)$为假

12. 假设论域是自然数集。我们用强归纳法已证明：归纳基：$P(0),P(1),P(2),P(3),P(4)$为真；归纳步：假设$P(0),P(1),P(2),\cdots,P(k)$为真($k\geq 4$)，我们得到$P(k-5)$蕴涵$P(k+1)$。那么我们一定有以下结论____B____。

A. $P(200)$为真 **B.** 不能确定$P(200)$的真假 **C.** $P(200)$为假 **D.** $P(100)$为假

二、多选题（每小题4分，十九题共76分）（评分标准：选对所有正确选项得4分，选对部分正确选项且没有选任何错误选项得2分，选了任意错误选项就不得分）

13. 下面每个选项中的二进制串表示对命题变量p,q,r,s依次赋值的一个真值赋值函数，其中是公式$s\leftrightarrow\neg q\land r\land p$的成假赋值有____B,C____。

A. 0000 **B.** 0101 **C.** 1111 **D.** 1100

14. 下面哪些组的两个公式是逻辑等值的？____B____

A. 公式$(p\land q)\leftrightarrow(p\land r)$ 和 $p\land(q\leftrightarrow r)$ **B.** 公式$(p\lor q)\leftrightarrow(p\lor r)$ 和 $p\lor(q\leftrightarrow r)$
C. 公式$(p\land q)\leftrightarrow r$ 和 $(p\leftrightarrow r)\land(q\leftrightarrow r)$ **D.** 公式$(p\lor q)\leftrightarrow r$ 和 $(p\leftrightarrow r)\lor(q\leftrightarrow r)$

15. 下面是一个等值演算：

$$
\begin{aligned}
& \neg(r\lor(q\land(\neg r\to\neg p))) && // \underline{\quad(1)\quad}\\
\equiv\ & \neg(r\lor(q\land(r\lor\neg p))) && // \underline{\quad(2)\quad}\\
\equiv\ & \neg(r\lor((q\land r)\lor(q\land\neg p))) && // \underline{\quad(3)\quad}\\
\equiv\ & \neg(r\lor(q\land\neg p)) && // \underline{\quad(4)\quad}\\
\equiv\ & \neg r\land\neg(q\land\neg p) && // \underline{\quad(5)\quad}\\
\equiv\ & \neg r\land(\neg q\lor\neg\neg p) && // \underline{\quad(6)\quad}\\
\equiv\ & \neg r\land(p\lor\neg q) && // \underline{\quad(7)\quad}
\end{aligned}
$$

对于该等值演算，下面哪些说法是正确的？____A,C____

A. 从(2)给出的公式到(3)给出的公式用到了分配律。
B. 从(3)给出的公式到(4)给出的公式用到了分配律。
C. 从(4)给出的公式到(5)给出的公式用到了德摩尔根律。
D. 从这个等值演算可得到公式$\neg(r\lor(q\land(\neg r\to\neg p)))$的析取范式是$\neg r\land(p\lor\neg q)$

16. 下面哪些公式是析取范式？____B,D____

A. $\neg(p\land q)\lor r$ **B.** $(\neg p\land q)\lor r$ **C.** $(\neg p\lor q)\land r$ **D.** $(\neg p\land q)\lor(p\lor r)$

17.下面哪些说法是正确的？ A,B,C

A. 每个命题逻辑公式既存在与之等值的主合取范式，也存在与之等值的主析取范式。
B. 极小项的编码是使得这个极小项的真值为真的唯一的真值赋值方式。
C. 设有3个命题变量，极小项m_2的否定与M_2逻辑等值。
D. 与主析取范式$m_1 \vee m_3 \vee m_5$逻辑等值的主合取范式是$M_1 \wedge M_3 \wedge M_5$。

18. 设公式含p, q, r, s四个命题变量，且极小项编码遵循p, q, r, s的顺序。下面哪些极小项会包含在简单合取式$\neg q \wedge \neg s$扩展得到的主析取范式中？ A,D

A. m_2 **B.** m_4 **C.** m_6 **D.** m_8

19. 下面哪些说法是不正确的？ A,D

A. 由前提“如果2020年是闰年，则2021年是闰年”和前提“2020年不是闰年”，推出结论“2021年不是闰年”的推理是有效的。
B. 由前提“如果2020年是闰年，则2021年是闰年”和前提“2020年是闰年”，推出结论“2021年是闰年”的推理是有效的。
C. 由前提“如果2020年是闰年，则2021年是闰年”和前提“2021年不是闰年”，推出结论“2020年不是闰年”的推理是有效的。
D. 由前提“如果2020年是闰年，则2021年是闰年”和前提“2021年是闰年”，推出结论“2020年是闰年”的推理是有效的。

20. 下面是验证推理$p \to (q \to s), \neg r \vee p, q \Longrightarrow r \to s$有效性的论证：

(1)	r	// 附加前提
(2)	$\neg r \vee p$	// 前提
(3)	p	// (1),(2)析取三段论
(4)	$p \to (q \to s)$	// 前提
(5)	$q \to s$	// (3),(4)假言推理
(6)	q	// 前提
(7)	s	// (5),(6)假言推理
(8)	$r \to s$	// (1),(7)附加前提法

记公式H是前提的合取，即H是$(p \to (q \to s)) \wedge (\neg r \vee p) \wedge q$，下面哪些说法是正确的？ C,D

A. 由上面(1)可得到公式$H \to r$是永真式。
B. 由上面(3)可得到公式$H \to p$是永真式。
C. 由上面(5)可得到公式$(H \wedge r) \to (q \to s)$是永真式。
D. 由上面(8)可得到公式$H \to (r \to s)$是永真式。

21. 对于一阶逻辑公式$\forall x \exists y(x * y = z) \to \exists z(x + y = z)$，下面哪些说法是正确的？ A,C

A. 子公式$x * y = z$中的x是约束出现。 **B.** 子公式$x * y = z$中的z是约束出现。
C. 子公式$x + y = z$中的y是自由出现。 **D.** 子公式$x + y = z$中的z是自由出现。

22. 给定一阶逻辑公式的解释$\mathcal{M}$，论域是$D = \{a, b\}$，一元谓词符号F的解释$[\![F]\!]$是D的子集$\{a\}$，二元谓词符号G的解释$[\![G]\!]$是$D \times D$的子集$\{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle\}$。设个体变量集$V = \{x, y, z\}$，解释$\mathcal{M}$的一个个体变量指派函数$\sigma : V \to D$定义为$\sigma(x) = a, \sigma(y) = b, \sigma(z) = a$。下面哪些说法是正确的？__A,B__

A. 一阶公式$F(x)$在σ下的真值$\sigma(F(x))$等于**1**当且仅当$\sigma(x) \in [\![F]\!]$。
B. 一阶公式$G(y, z)$在σ下的真值$\sigma(G(y, z))$等于**1**当且仅当$\langle\sigma(y), \sigma(z)\rangle \in [\![G]\!]$。
C. 一阶公式$F(x) \to G(y, z)$在σ下的真值$\sigma(F(x) \to G(y, z))$等于**1**。
D. 一阶公式$F(z) \to \forall x G(x, y)$在$\sigma$下的真值$\sigma(F(z) \to \forall x G(x, y))$等于**1**。

23. 给定一阶逻辑公式解释的论域是$D = \{a, b\}$，在按照类似等值演算形式展开量词时，下面哪些说法是正确的？__B__

A. 一阶公式$\exists x(F(x) \to G(x))$展开为$(F(a) \vee G(a)) \to (F(b) \vee G(b))$。
B. 一阶公式$\forall x(F(x) \to G(x))$展开为$(F(a) \to G(a)) \wedge (F(b) \to G(b))$。
C. 一阶公式$\exists x F(x) \to \exists x G(x)$展开为$(F(a) \vee G(a)) \to (F(b) \vee G(b))$。
D. 一阶公式$\forall x F(x) \to \forall x G(x)$展开为$(F(a) \to G(a)) \wedge (F(b) \to G(b))$。

24. 下面哪些公式是一阶逻辑的永真式？__A,B,D__

A. $\forall x \forall y F(x, y) \to \exists y \exists x F(x, y)$ **B.** $\exists x \forall y F(x, y) \to \forall y \exists x F(x, y)$
C. $\forall x \exists y F(x, y) \to \exists y \forall x F(x, y)$ **D.** $\exists x \exists y F(x, y) \to \exists y \exists x F(x, y)$

25. 下面哪些说法是正确的？__C,D__

A. 在等值变换时，必须将公式A的一个子公式B的所有出现都置换为与B等值的公式B'。
B. 要证明两个一阶逻辑公式A和B逻辑等值，可使用等值演算或构造真值表的方法。
C. 如果公式A和B逻辑等值，那么对任意个体变量x，公式$\forall x A$和$\forall x B$也逻辑等值。
D. 如果公式A和B逻辑等值，那么对任意个体变量x，公式$\exists x A$和$\exists x B$也逻辑等值。

26. 下面哪些公式是一阶逻辑的前束范式？__D__

A. $\forall x(F(x) \to \neg\exists y(G(y) \wedge K(x, y)))$ **B.** $\forall x \neg\exists y(F(x) \to (G(y) \to K(x, y)))$
C. $\forall x F(x) \to \exists y(G(y) \wedge K(x, y))$ **D.** $\forall x \exists y(F(x) \to (G(y) \wedge K(y, z)))$

27. 下面哪些推理是假言易位规则的实例？__C,D__

A. $\forall x(\neg A(x) \to \neg B(x)),\ \forall x(\neg B(x)) \Longrightarrow \forall x A(x)$
B. $\exists x(\neg A(x) \to \neg B(x)),\ \exists x(\neg B(x)) \Longrightarrow \exists x A(x)$
C. $\neg\forall x A(x) \to \neg\forall x B(x),\ \forall x B(x) \Longrightarrow \forall x A(x)$
D. $\neg\exists x A(x) \to \neg\exists x B(x),\ \exists x B(x) \Longrightarrow \exists x A(x)$

28. 以所有程序员为论域，并给定谓词$S(x)$表示“x学过面向对象编程语言”，$U(x)$表示“x能理解面向对象编程思想”。对于推理“有的程序员学过面向对象编程语言，有的程序员只要学过面向对象编程语言就能理解面向对象编程思想，因此有的程序员能理解面向对象编程思想”，下面哪些说法是正确的？__A,C__

A. 前提“有的程序员学过面向对象编程语言”符号化为$\exists x S(x)$

B. 前提“有的程序员只要学过面向对象编程语言就能理解面向对象编程思想”符号化为$\exists x(S(x) \wedge U(x))$

C. 结论“有的程序员能理解面向对象编程思想”符号化为$\exists x U(x)$

D. 这个推理是有效的推理。

29. 证明“对任意实数x，如果$|x-3| < 3$则$0 < x < 6$”，考虑如果$x-3 > 0$，则$|x-3| = x-3$，从而由$|x-3| < 3$得到$x-3 < 3$，即$x < 6$，而若$x-3 < 0$，则$|x-3| = 3-x$，从而由$|x-3| < 3$得到$3-x < 3$，即$x > 0$，综上有$x < 6$且$x > 0$。对于这个证明思路，下面说法正确的有哪些？ C,D

A. 这是分情况证明，所分的两种情况保证了“不遗漏、不重复”。

B. 这个证明思路是错误的，从而所证明的命题也是不成立的。

C. 这个证明思路是正向推理，从考虑$|x-3| < 3$成立时开始考虑如何得到$0 < x < 6$。

D. 这个分情况证明在两个情况中最后得到的结论是不一样的，一个得到$x < 6$，一个得到$x > 0$，不能综合得到$0 < x < 6$。

30. 下面试图使用第二数学归纳法证明对任意大于等于20分的邮资可由5分和6分的邮票支付：

【证明】归纳基：显然20分邮资可由4张5分邮票支付。

归纳步：假定对任意$k \geq 20$，20分邮资到k分邮资都可由5分和6分邮票支付，从而$k+1$分邮资，由假定有$k-4$分邮资可由5分和6分邮票支付，在这个支付方案上增加一张5分邮票则可支付$k+1$分邮资，因此命题得证。

对于这个证明，下面哪些说法是正确的？ B,C

A. 这这个证明虽然没有给出命题的符号化形式，不够规范，但是一个正确的证明。

B. 归纳步没有考虑到$k-4$是否大于等于20，因此不是正确的证明。

C. 只有将归纳步中对k的条件改为$k \geq 24$，从而保证$k-4 \geq 20$能利用归纳假设才可能是正确的证明。

D. 这个证明只要加上在归纳基中验证对于20分、21分、22分、23分、24分邮资都可由5分和6分邮票支付就可得到正确的证明。

31. 归纳定义自然数对的集合S：归纳基：$\langle 1,1 \rangle \in S$且$\langle 2,2 \rangle \in S$；归纳步：若$\langle a,b \rangle \in S$，则$\langle a+2,b \rangle \in S$且$\langle a,b+2 \rangle \in S$。下面哪些说法是正确的？ B,C

A. 集合S的每个元素都有唯一的一个构造过程，对应唯一的一棵构造树。

B. 自然数对$\langle 6,6 \rangle$可通过至多使用4次S的归纳步构造规则得到，因此$\langle 6,6 \rangle \in S$。

C. 自然数对$\langle 1,6 \rangle$无法由S的基本元素使用S的归纳步构造规则得到，因此$\langle 1,6 \rangle \notin S$。

D. 集合S中的所有元素都具有$\langle x,x \rangle$的形式，这里x是大于等于1的自然数。

参考答案汇总区，请勿印刷

一、单选题（每小题2分，十二题共24分）

1-5	6-10	11-12
D D D C A	C C A B C	C B

二、多选题（每小题4分，十九题共76分）（评分标准：选对所有正确选项得4分，选对部分正确选项且没有选任何错误选项得2分，选了任意错误选项就不得分）

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
(B,C)	(B)	(A,C)	(B,D)	(A,B,C)	(A,D)	(A,D)	(C,D)	(A,C)	(A,B)
23	24	25	26	27	28	29	30	31	
(B)	(A,B,D)	(C,D)	(D)	(C,D)	(A,C)	(C,D)	(B,C)	(B,C)	