

# BLOCKCHAIN

È una tecnologia politica:

- DECENTRALIZZATA / DISINTERMEDIATA
- AUTONOMA
- TRASPARENTE
- RESPONSABILITÀ INDIVIDUALE
- SOVRANITÀ DELL'INDIVIDUO
- è un sistema distribuito
- che usa la crittografia
- per garantire consenso
- verso token
- con un valore economico o sociale

## COMPONENTI DELLA BC

### BLOCCHI:

Sono formati da:

- id
- timestamp
- insieme di dati

Ogni blocco ha un hash che lo identifica e ne certifica l'info

### FUNZIONE DI HASH:

dati di len arbitraria → stringa len Fissa (digest)

Una funzione di hash deve essere:

- Deterministica
- Caotica
- Minimizzare le collisioni

### CHAINS:

I blocchi sono concatenati cronologicamente e l'hash del blocco  $i$  dipende da quello del blocco  $i-1$ .

blocco dipende da quello del blocco 1-1

## CONSENSO:

In un sistema distribuito alcuni nodi possono essere corrotti o malevoli

- **POW**: i miner lavorano per risolvere un problema **difficile da risolvere ma facile da verificare**, risolvibile solo con la forza bruta, in modo che la potenza computazionale conti. Trovare il **nonce**, ovvero un numero che, aggiunto all'hash dell'intestazione corrente, dia un hash che inizia con n zeri (**difficoltà**)

La difficoltà viene costantemente calibrata per garantire un blocco  $\times 10$  min

- **POS**: i validatori accumulano criptovaluta non spendibile. Viene estratto **casualmente** un validatore con **probabilità proporzionale allo stake**.

In caso di falsificazione lo stake viene trattenuto

## TRANSAZIONI:

Interazioni tra due utenti sulla bc

Ogni blocco contiene un determinato numero di transazioni

Per eseguire una transazione bisogna pagare una **fee** che va al miner/validatore del blocco

## FIRMA DIGITALE:

Certifica le transazioni con **crittografia asimmetrica**

- la transazione è certificata con una **chiave privata**
- la transazione può essere verificata con una **chiave pubblica**

## P2P NETWORK:

La bc è una rete **p2p distribuita e decentralizzata**

- ogni nuovo blocco è condiviso con tutti i nodi
- il blocco deve essere accettato da tutti i nodi, iniziando la creazione di un nuovo blocco

## CRIPTOVALUTE

Valuta digitale garantita dalla crittografia

## WALLET:

il w3 fa un trade-off tra trasparenza e privacy, il contenuto dei

wallet è pubblico

**WALLET CRITTOGRAFICO**: contiene le chiavi private per accedere agli asset e firmare le transazioni

Ogni wallet ha un **address univoco** derivato dalla public key.

L'address può essere nominato con un servizio simile al DNS

Quando il wallet viene creato viene generata una **seed phrase**

**TIPI DI WALLET**:

- **HOT (online)**:

- web based
- desktop
- mobile

- **COLD (offline)**:

- hardware
- paper

- **CUSTODIAL**: la chiave privata è in mano a terzi.

User Friendly ma meno sicuro

- **NON CUSTODIAL**: la chiave privata è gestita dall'utente.

Più responsabilità ma più sicuro

- **SINGLE SIGNATURE**: il wallet ha una sola chiave privata

- **MULTI SIGNATURE**: il wallet ha più chiavi private. Servono tutte per firmare una transazione

**TOKEN**

Unità di valore quantificabile, memorizzata e scambiata sulla bc

- **FUNGIBILI**: criptovalute

- Interscambiabili con token dello stesso tipo

- Divisibili

- Trasferibili

- **NON FUNGIBILI**:

- Non interscambiabili

- Non divisibili

- Trasferibili



• SEMI-FUNGIBILI: Token multi-standard. FT con una fornitura limitata

• SOULBOUND: Token non trasferibili

## APPLICAZIONI:

### • FT:

- DeFi
- staking
- stablecoins
- exchange

### • NFT:

- Arte digitale
- pfp
- metaverso decentralizzato

### • SBT:

- credenziali personali

## METODI DI VOTAZIONE

Funzione che mappa il credito di un individuo nel suo potere di voto

$$V = F(T)$$

• UNA PERSONA UN VOTO:  $V = 1$

• UN TOKEN UN VOTO:  $V = T$

Il primo è democratico, ma ignora le differenze tra gli individui

Il secondo è meritocratico, ma crea plutocrazia

Un compromesso è il voto quadratico:  $V = \sqrt{T}$

dove  $n$  voti richiedono  $n^2$  crediti. Inoltre:  $\sum \sqrt{x_i} \geq \sqrt{\sum x_i}$

Il va è vulnerabile al sybil attack, attraverso il quale un utente malevolo può creare diverse identità false per incrementare il suo potere, e alle coalizioni pre-esistenti.

I metodi di votazione devono prevedere un metodo per verificare l'identità, in modo da impedire votazioni multiple e/o bottate

## QUADRATIC FUNDING

Metodo ottimale per finanziare opere pubbliche in una comunità democratica

I beni pubblici sono caratterizzati da rivalità e escludibilità

RIVALITÀ	ESCLUDIBILE BENI PRIVATI soldi, macchine, vestiti...	NON ESCLUDIBILE BENI COMUNI risorse naturali...
	NON RIVALITÀ BENI "CLUB" cinema, spotify...	BENI PUBBLICI infrastrutture, aria...

Tre attori:

- **Bene Ficiario**: chi propone il progetto e cerca fondi per finanziarlo
- **Piccoli donatori**: persone comuni che scelgono a quale progetto contribuire con piccole donazioni individuali
- **Grandi donatori**: contribuiscono ad una **matching pool** che va ad integrare i fondi dei piccoli donatori

Il QF tiene conto sia del **contributo individuale** che del **numero di donatori**.

Fondo per il proj p:  $Q(p) = \left( \sum \sqrt{c_i(p)} \right)^2$   $F(p) = MP \cdot \frac{Q(p)}{Q}$

**DAO**

- **Decentralizzata**: le decisioni sono prese dalla collettività
- **Governance**: il potere di voto è proporzionato ai token posseduti
- **Tesoreria**: pool di token gestita collettivamente
- **Autonomia**: le regole sono scritte in uno smart contract sulla bc

Limitazioni:

- **Attacchi**: le proprietà (**decentraliz.**, **consenso**) delle DAO comportano dei rischi
- **Efficienza**: in alcuni casi, completa decentraliz. e autonomia sono impossibili.  
La centraliz. permette **efficienza** ma non **libera partecipazione**
- **Educazione**: le DAO devono educare di più gli utenti rispetto ad un sistema



centraliz. I possessori di token possono avere background differenti

- **Astensione**: non tutti gli utenti sono interessati a votare, attribuendo più potere a chi è più attivo

## BTC HALVING

Satoshi Nakamoto decise che dovranno esistere al massimo **21M BTC**

Inizialmente il reward per ogni blocco minato era 50 BTC

I reward rimangono invariati per **210K blocchi (~4 anni)** dopodiché vengono dimezzati

L'unità minima di BTC è  **$10^{-8}$  BTC (1 satoshi)**, per **32 halving**

L'halving aumenta la competizione tra i miner, eliminando i meno produttivi

Diminuisce la disponibilità, aumentandone il valore

## GAS E FEES

La bc di ETH può essere vista come una macchina virtuale (EVM) che esegue le funzioni dello smart contract in cambio di fees che vanno a pagare i validatori

Le **fees** dipendono da:

- complessità dell'operazione
- priorità dell'operazione
- congestione del sistema

L'unità di misura del costo delle operazioni è il **gas**, espresso in **gwei** ( **$10^9$  wei**).  **$10^9$  gwei fanno 1 ETH**

La **base fee** è impostata dal protocollo e viene pagata per ogni unità di gas. La base fee viene **bruciata**, creando un meccanismo **deflazionistico** (solo se il **block reward < burned fee**)

La **priority fee**, pagata sempre per ogni unità di gas, va al validatore

## SMART CONTRACTS

È uno script che:

- viene eseguito sulla bc
- una volta fatto il **deploy** sulla bc, non può essere modificato
- fa esattamente ciò che gli viene detto

## PRO

- **decentralizzato**: ogni blocco detiene la stessa copia dello sc nella

stesso stato

- **automatizzato**: viene eseguito automaticamente quando si verificano determinate condizioni
- **deterministico**: lo stesso input avrà lo stesso outcome
- **immutabile**
- **trasparente**: ogni utente può visualizzarlo prima di accettarlo

## CONS

- **bugs**: la trasparenza permette ai malintenzionati di trovare bug
- **compatibilità**: un cambio della piattaforma può causare contrasti tra sc
- **irl**: come fa a sapere lo sc degli eventi irl?

## STABLECOINS

crypto che sono "pegged" ad un asset esterno

**Fiat-collateralized**: sono sostenute da una valuta Fiat (USD, EUR)

**Crypto-collateralized**: sono sostenute da un'altra criptovaluta. Data l'alta volatilità viene fatto un **over-collateralization** in modo da coprire perdite (DAI)

**Algoritmiche**: non hanno una valuta collaterale. Un algoritmo funziona come una banca centrale, **mintando** coins quando è sopra il valore di peg e **bruciandole** quando è sotto

## CENTRAL BANK DIGITAL CURRENCY

Sono **valute digitali** rilasciate da una **banca centrale** e solitamente sono la versione digitale di una Fiat già esistente

I trasferimenti sono **istantanei** e a **basso costo**.

A differenza delle crypto, sono **tracciabili, centralizzate e valide solamente sotto determinate giurisdizioni**

## ZERO KNOWLEDGE PROOFS

Provare che un'affermazione è vera senza rivelare il perché

La prova di un teorema contiene più info del fatto che sia solo vero

**INTERATTIVA**: richiede l'interazione tra il **prover** e il **verifier**, di conseguenza non è verificabile indipendentemente

**NON INTERATTIVA**: il prover e il verifier scambiano una **chiave segreta condivisa** generata casualmente per generare e verificare le prove



Richiede solo un giro di comunicazione interattiva

## SCALING A BLOCKCHAIN

DECEN.

BC TRILEMMA: solo 2/3

BTC e ETH sono decen. e sicure  
ma non scalabili

SICUR.



SCAL.

**SCALABILITÀ:** aumentare velocità e intensità delle transazioni  
**SCALING ON-CHAIN:** richiedono la modifica del protocollo (layer 1)  
- **sharding:** Un sottoinsieme di validatori è responsabile di uno o più shard. Non è mai stato implementato

**SCALING OFF-CHAIN:** implementati separatamente dal layer 1

**ROLLUP:** delegare la computazione al layer 2

Le transazioni vengono eseguite su una chain parallela che comprime i dati di output e fa un rollup sulla bc principale  
Come avviene la verifica? Dipende dall'implementazione dello sc

• **ROLLUP OTTIMISTICI:** i rollup vengono assunti corretti. Se il rollup è incorretto il sistema deve riconoscerlo, recuperare lo stato e penalizzare il validatore, implementando un **risolutore delle controversie** in grado di **verificare le prove di frode** mandate dagli utenti.

Se il sistema entra in **dispute resolution mode**, la transazione viene rieseguita sul layer 1

• **ZK ROLLUP:** ogni batch sul layer 1 contiene una **prova di validità** che permette di verificare la correttezza di uno statement senza rivelarlo

Quello ottimistico introduce ritardi, quello zk è più complesso

## METODO DI ELO

$s_{ij}$  è il **punteggio** nella partita di  $i$  contro  $j$ ,  $s_{ij} \in \{1, 0.5, 0\}$



$\mu_{ij}$  è il punteggio scelto nella partita di  $i$  contro  $j$ ,  $\mu_{ij} = \frac{1 + 10^{-(r_i - r_j)/c}}{1 + 10^{-(r_i - r_j)/c}}$

Dopo la partita  $r_i = r_i + K(s_{ij} - \mu_{ij})$

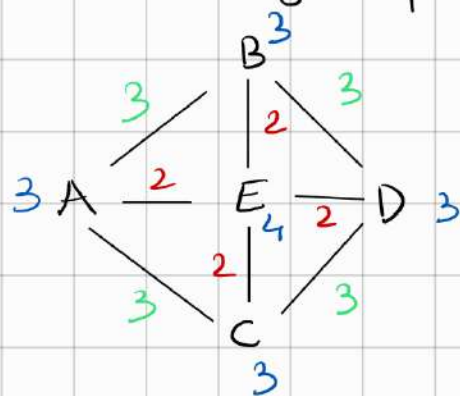
## GRAFI REGOLARI E REGOLARIZZABILI

Un grafo è **regolare**:

- non diretto non pesato, se  $\exists$  un  $r > 0$  t.c. ogni nodo ha grado  $r$
- diretto non pesato, se  $\exists$  un  $r > 0$  t.c. ogni nodo ha grado in/out  $r$

Un grafo è **regolarizzabile**:

- non diretto non pesato, se ogni arco può essere pesato con interi positivi, in modo che ogni nodo abbia grado pesato pari a  $r > 0$
- diretto non pesato, se ogni arco può essere pesato con interi positivi, in modo che ogni nodo abbia grado pesato in/out pari a  $r > 0$



• non è regolare

• è regolarizzabile

## MISURE DI CENTRALITÀ

### GRADO:

$$x = e A \quad x_i = \sum_k a_{ki} \quad x = e A^T \quad x_i = \sum_k a_{ik}$$

**CLOSENESS**: misura quanto un nodo è vicino agli altri

$$c_i = \left( \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} d_{ij} \right)^{-1} = \frac{n-1}{\sum_{j \neq i} d_{ij}}$$

**BETWEENNESS**: misura quanto un vertice si trova nei cammini tra le altre coppie di vertici

$$b_i = \sum_{\substack{s \neq t \\ s \neq i \\ t \neq i}} \frac{n_{st}^i}{n_{st}}$$

$n_{st}^i$  è il numero di **cammini minimi** tra  $s$  e  $t$  che comprendono  $i$

$n_{st}$  è il numero di **cammini geodesici** tra  $s$  e  $t$

**AUTOVETTORE**: un nodo è importante se è collegato a nodi importanti

$$x_i = \frac{1}{\lambda} \sum_k a_{ki} x_k, \quad \lambda \neq 0 \quad \lambda x = x A$$

$x$   
il vettore delle centralità è l'autovettore destro di  $A$  e  $\lambda$  è l'autovalore massimo associato  
Se  $A$  è irriducibile (fortemente connesso)  $x$  è unico e positivo

METODO DELLE POTENZE:

$$\forall K \geq 1$$

$$\text{calcola: } x^K = x^{(K-1)} A$$

$$\text{normalizza: } x^K = x^K / m(x^K)$$

- $x^K$  converge all'autovettore dominante di  $A$
- $m(x^K)$  converge all'autovalore dominante di  $A$

Se  $|\lambda_1| > |\lambda_2|$ , il rateo di convergenza è  $(\lambda_1/\lambda_2)^K \rightarrow 0$

KATZ: l'autovettore funziona solo se il grafo è connesso  
nei DAG è nulla per ogni nodo. Viene data della centralità  
 $x_i = \alpha \sum_k a_{ki} x_k + \beta$ ,  $x = \alpha x A + \beta$

PAGERANK: un nodo con alta centralità dà alta centralità anche alle sue connessioni

- 1) link ricevuti
- 2) centralità dei linkers
- 3) propensione al link dei linkers

$$x_i = \alpha \sum_k \frac{a_{ki}}{d_k} x_k + \beta \quad x = \alpha x D^{-1} A + \beta$$

HITS: divide i nodi in hub (collegamenti a autorità) e autorità (contengono le info utili)

$$x_i = \alpha \sum_k a_{ki} y_k$$

$$x = \alpha A y$$

$$\lambda x = x A^T A$$

$$y_i = \beta \sum_k a_{ik} x_k$$

$$y = \beta A^T x$$

$$\lambda y = y A A^T$$

MISURE DI POTERE

A volte essere centrali non ha molta utilità.

Un nodo è potente se è collegato a nodi meno potenti



$$X_i = \sum \frac{a_{ki}}{x_k}$$

- più alto il grado, maggiore il potere
- minore il potere dei vicini, maggiore il potere

## PERTURBAZIONE

Se  $A$  non è regolarizzabile si può perturbare completamente o diagonalmente

$$A_\epsilon^F = A + \epsilon E$$

$$A_\epsilon^D = A + \epsilon I$$

## RETI SEGNALE

### BILANCIAMENTO STRUTTURALE:

- l'amico del mio amico è mio amico
- l'amico del mio nemico è mio nemico
- il nemico del mio amico è mio nemico
- il nemico del mio nemico è mio amico

### TRIANGOLI:

- **BILANCIATO**: se contiene un numero pari di segni negativi
- **SBILANCIATO**: se contiene un numero dispari di segni negativi

Un grafo è bilanciato se **tutti i suoi triangoli sono bilanciati** e gode della **proprietà di mutuo antagonismo**, ovvero che è possibile dividere i nodi in due fazioni contrapposte.

### CAMMINI:

- un cammino è positivo se ha un numero pari di segni meno
- un cammino è negativo se ha un numero dispari di segni meno

Un grafo è bilanciato se **tutti i suoi cicli sono positivi**

**WALK INDEX**: misura il numero di cicli positivi penalizzando i più lunghi

$$W = \sum \frac{A^S}{S!}$$

## SIMILARITÀ

Due nodi sono simili se **condividono molti vicini**

Associare ogni nodo  $i$  alla riga  $i$  di  $A$  (un vettore di lunghezza  $n$ ), la similarità tra  $i$  e  $j$  è una funzione che calcola la distanza tra i vettori

**SIMILARITÀ DEL COSENO**: coseno dell'angolo tra due vettori

$$\sigma_{ij} = \cos(A_i, A_j) = \frac{A_i \cdot A_j}{\|A_i\| \cdot \|A_j\|} \quad 0 \text{ vettori ortogonali, } 1 \text{ vettori paralleli}$$

**COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE DI PEARSON**:

$$\sigma_{ij} = \frac{\text{cov}(A_i, A_j)}{\sigma_{A_i} \sigma_{A_j}} \in [-1, 1]$$

$$sd(A_i) \quad sd(A_j)$$

## NETWORK MODELS

Metodo per generare reti artificialmente

### RANDOM MODEL (Erdős-Rényi):

- 1) vengono posizionati  $n$  nodi
- 2) per ogni coppia di nodi viene aggiunto un'arco con probabilità  $p$

### PREFERENTIAL ATTACHMENT (Barabási-Albert):

- 1) gli  $n$  nodi vengono posizionati uno alla volta
- 2) ogni nodo viene connesso a quelli esistenti con  $m$  archi. La probabilità di connessione è proporzionata al grado del nodo scelto

## CONNETTIVITÀ E RESILIENZA

**COMPONENTE CONNESSA:** insieme massimo di nodi nel quale ogni coppia è connessa da un cammino

**COMPONENTE GIGANTE:** è tipicamente presente nelle reti reali e copre la maggior parte del grafo. Sia il random che pa model ne generano una

**K-COMPONENTE:** insieme massimo di vertici dove ogni nodo è raggiungibile da almeno  $K$  cammini nodo-indipendenti.

**CONNETTIVITÀ:** numero di cammini nodo-indipendenti che collegano due nodi. Può essere usato per misurare la forza di connessione tra due nodi

**ROBUSTEZZA:** l'insieme minimo di nodi da rimuovere per disconnettere due vertici è chiamato **minimum cut set** e la sua dimensione coincide con la loro connettività.

Una  $K$ -componente rimane connessa fino alla rimozione di  $K-1$  nodi. Più alto è  $K$ , maggiore è la robustezza della rete.

**COMPONENTE FORTEMENTE CONNESSA:** insieme di nodi dove ogni coppia è connessa da un cammino diretto.

Definisce una **out-component** e una **in-component**

**PERCOLAZIONE:** rimuovere nodi dalla rete seguendo una determinata strategia per testarne la robustezza

## PICCOLO MONDO

**EFFETTO DEL PICCOLO MONDO:** proprietà globale, nella maggior parte delle



reti la **distanza geodesica media** è bassa, comparata al numero di nodi

La lunghezza dei cammini scala con il  $\log n$ . Facendo una visita in ampiezza il numero di nodi incontrati aumenta **esponenzialmente** con la distanza della sorgente

Inoltre le distanze sono **distribuite normalmente**, quindi la distanza media stima la distanza tipica della rete

## SCALE-FREE NETWORKS

In molte reti reali la distribuzione dei gradi è **asimmetrica**

**POWER LAWS**: tipo di distribuzione a coda lunga

$$p_k = CK^{-\alpha}, \quad 2 \leq \alpha \leq 3 \text{ è tipico per le reti}$$

**RETI SCALE-FREE**: reti che seguono una distribuzione power law, non hanno una **scala caratteristica dei gradi**, ovvero che la distribuzione dei gradi non ha un valore medio attorno al quale la maggior parte dei nodi si concentra, a differenza delle reti random, dove tutti i nodi hanno ~ grado uguale

• **HUB**: nodi altamente connessi che mantengono la **connettività** della rete

• **ROBUSTEZZA**: la rete è robusta alla rimozione casuale e vulnerabile sugli hub

## ASSORTATIVITÀ

**OMOFILIA**: tendenza ad associarsi con chi condivide caratteristiche simili

• **CARATTERISTICHE ENUMERATIVE**: finite e non ordinate (sesso, nazionalità...)

Viene assegnata ai nodi in base alle loro caratteristiche

Una rete è **assortativa** se gli archi collegano principalmente nodi con le stesse caratteristiche

Si usa la **modularità**

• **CARATTERISTICHE SCALARI**: continue e ordinabili (età, altezza...)

La rete è **assortativa** se nodi con valori simili hanno più collegamenti

Si usa la **covarianza**  $\text{cov}(X, Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])]$

• **GRADO**: è una caratteristica scalare

## MOTIFS

Sono pattern strutturali delle reti che possono fornire informazioni

**TRANSITIVITÀ**: implica che se  $x$  è collegato a  $y$  e  $y$  a  $z$  allora  $x$  è

collegato a Z

TRANS. PARZIALE: se x è collegato a Y e Y a Z, non è garantito che ci sia il collegamento tra x e Z, ma è molto probabile

COEFFICIENTE DI TRANSITIVITA': misura il rateo di triadi chiuse

RECIPROCITA': frequenza dei loop di lunghezza due nei grafi diretti

$$R = \frac{1}{m} \sum_{ij} A_{ij} A_{ji}$$

## EPIDEMIE

La diffusione dipende da:

- tipo di patogeno
- struttura della rete
- rete dei contatti

Il processo di trasmissione da nodo a nodo è sufficientemente complesso da poter essere modellato come casuale

## PROCESSO DI BRANCHING

1<sup>a</sup> ONDATA) un soggetto contagia i suoi K incontri in modo indipendente con probabilità p

2<sup>a</sup> ONDATA) i nuovi K infetti incontreranno altri K soggetti portando a K<sup>2</sup> i nuovi possibili contagi

n<sup>a</sup> ONDATA) si continua così, portando a K<sup>n</sup> possibili contagi

NUMERO RIPRODUTTIVO BASE: numero atteso di nuovi casi per individuo

$$R_0 = p \cdot K$$

- Se  $R_0 < 1$ , il contagio termina dopo un numero finito di ondate
- Se  $R_0 > 1$ , il contagio persiste con probabilità maggiore di 0

MODELLO SIR: un individuo passa attraverso tre stati

• SUSCETTIBILE

• INFETTO

• RIMOSSO

Il contatto è rappresentato con un grafo diretto. Viene introdotta la variabile tempo. Inizialmente, alcuni nodi sono nello stato I, gli altri nello stato S. Ogni nodo  $i \in I$  ha probabilità p di infettare i suoi



vicini e S. Dopo un certo tempo il nodo e I non è più infetto e quindi passa allo stato R

$$\beta_T = \ln \frac{\langle K^2 \rangle - \langle K \rangle}{\langle K^2 \rangle - 2\langle K \rangle} > 0 \text{ le reti scale-free hanno } \langle K^2 \rangle \gg \langle K \rangle^2$$

quindi sono più vulnerabili alle epidemie

**MODELLO SIS:** non c'è rimozione, passata l'infezione si è di nuovo suscettibili

Inizialmente alcuni nodi sono nello stato I, tutti gli altri in S.

Ogni nodo e I ha una probabilità p di infettare i suoi vicini e S.

Dopo un certo tempo i nodi e I passano allo stato S.

L'epidemie SIS possono durare per molto tempo. Su grafo finito, un fallimento del contagio per un certo numero di passi può portare al termine dell'epidemia

**EPIDEMIE SIRS:** quando l'infezione passa il nodo è rimosso per un certo tempo, per poi tornare suscettibile

Dal punto di vista della scienza delle reti è meglio vaccinare gli hub (**super spreaders**) anziché i vulnerabili. Non conoscendo completamente la rete dei contatti (caratteristiche **globali**) non è possibile identificare gli hubs, ma solo stimarli attraverso caratteristiche **locali** (vicini, grado...)

**VACCINAZIONE PER CONOSCENZA:** si sceglie un campione della popolazione e gli si fa scegliere un conoscente e lo si vaccina. Secondo il paradosso degli amici, si ha molta più probabilità di immunizzare un hub

**DIMOSTRAZIONE PARADOSSO DEGLI AMICI**

Numero medio di amici:

$$\mu_1 = \frac{1}{n} \sum K_i = \langle K \rangle$$

Numero medio di amici di amici:

$$\mu_2 = \frac{1}{\sum K_i} \sum_{i,j} a_{ij} K_j = \frac{1}{\sum K_i} \sum K_i \sum_{j \sim i} K_j$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E((x - E(x))^2) = E(x^2 - 2xE(x) + E(x)^2) \\ &= E(x^2) - 2E(x)E(x) + E(x)^2 \\ &= E(x^2) - E(x)^2 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\sum K_i} \sum K_i^2 = \langle K^2 \rangle$$

Usando la formula della varianza:

$$\mu_2 - \mu_1 = \frac{\langle K^2 \rangle}{\langle K \rangle} - \langle K \rangle = \frac{\langle K^2 \rangle - \langle K \rangle^2}{\langle K \rangle} = \frac{\sigma^2}{\langle K \rangle}$$

I nodi con più connessioni hanno più probabilità di svilupparne di nuove









