Spracovanie obrazu, grafika a multimédiá

2D signal processing

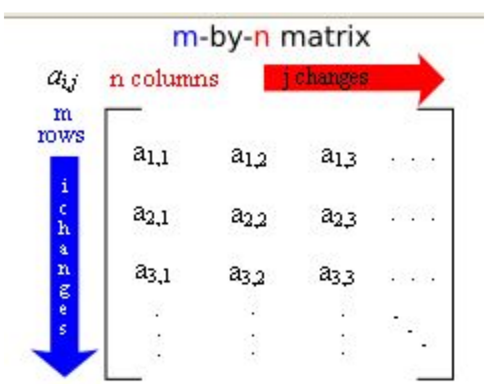
2D signal processing

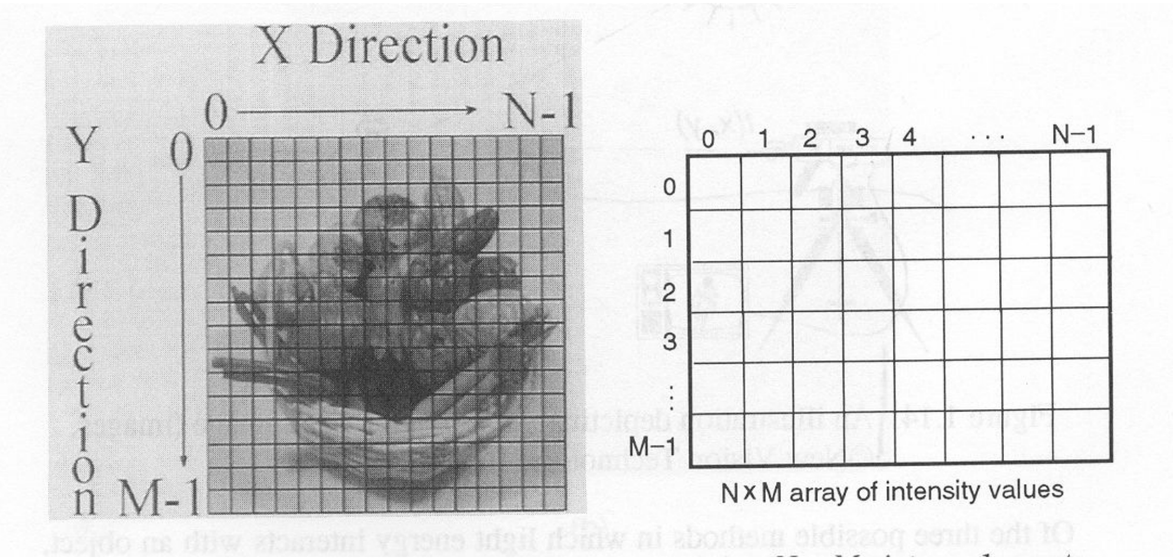
Matrix Representing of Digital Image …recap.

The result of sampling and quantization is a matrix of numbers.

=> matrix operations

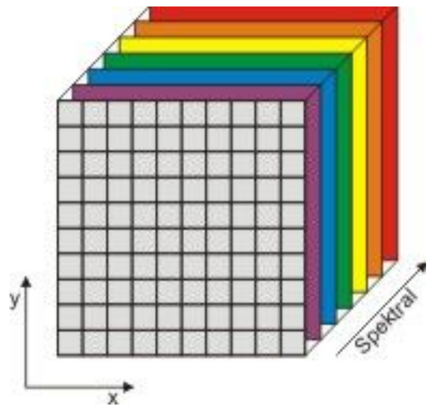
Coordinate convention :





Dimension of Image Matrix …recap.

- Gray-scale image m x n
- Colour image m x n x 3
- …
- Multi-spectrale image m x n x X



2-Dimensional Discrete Fourier Transform DFT

For an image of size MxN pixels

2-D

$$F(u,v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

u = frequency in x direction, u = 0 ,..., M-1
v = frequency in y direction, v = 0 ,..., N-1

2-D IDFT

$x = 0 , \ldots , M\text{-}1$

$y = 0 , \ldots , N\text{-}1$

$$f(x,y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

Fourierova transformácia - v obore komplexných čísiel

$$j = \sqrt{-1},$$

F(u) je z oboru komplexných čísiel

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$F(u) = |F(u)|\, e^{i\varphi(u)}$$

magnitúdové spectrum

amplitude spectrum

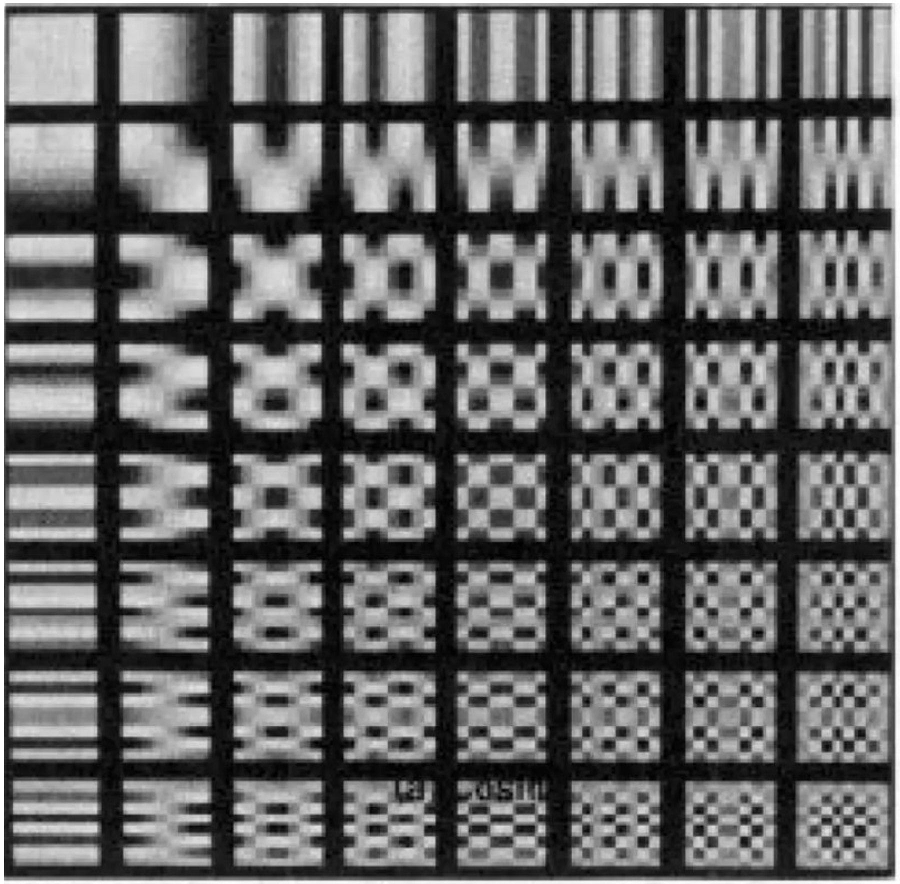
$$|F(u)| = \left[R^2(u) + I^2(u)\right]^{\frac{1}{2}},$$

fázové spectrum

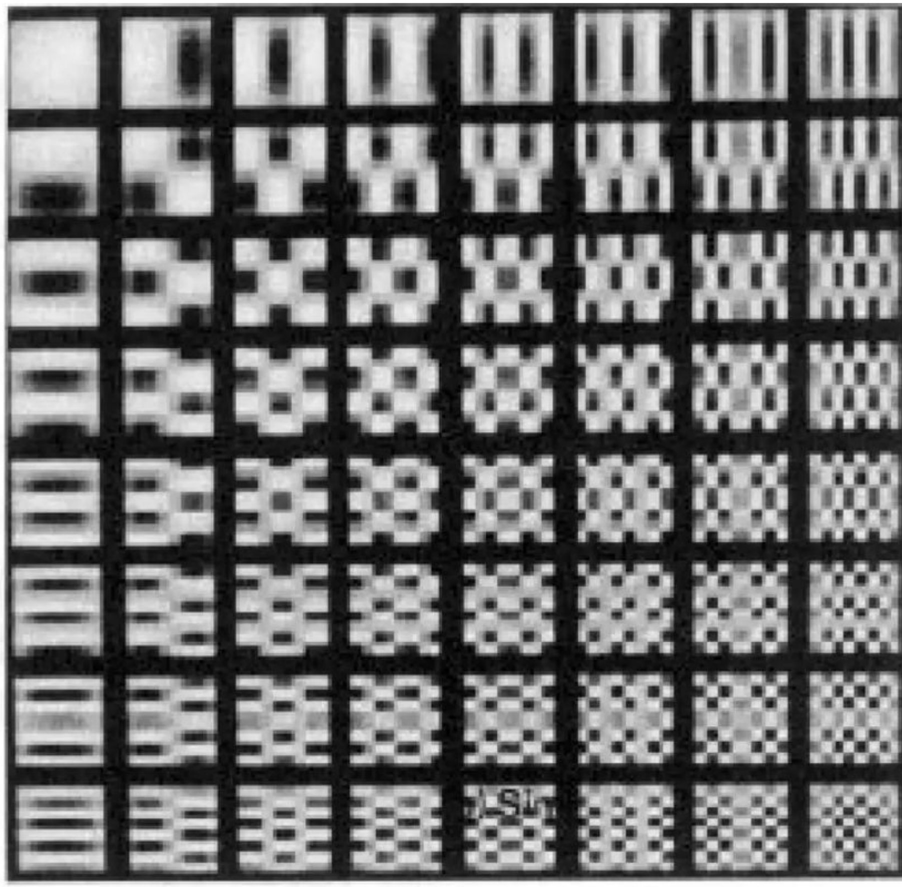
phase spectrum

$$\varphi(u) = \arctan\left[\frac{I(u)}{R(u)}\right]$$

2-D DFT base functions visualisation

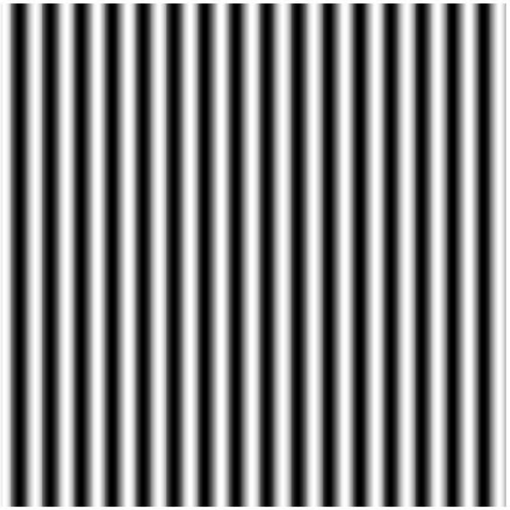


Cosinus

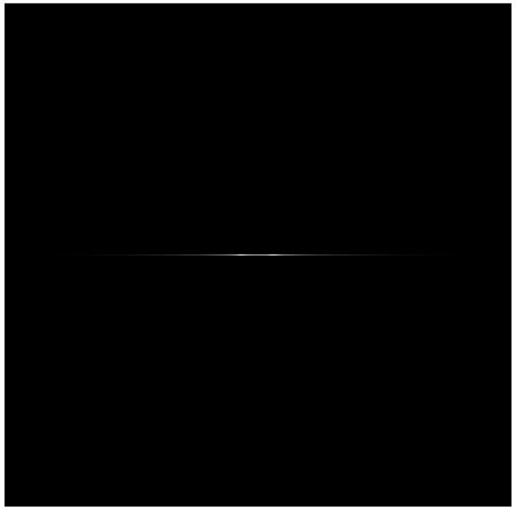


Sinus

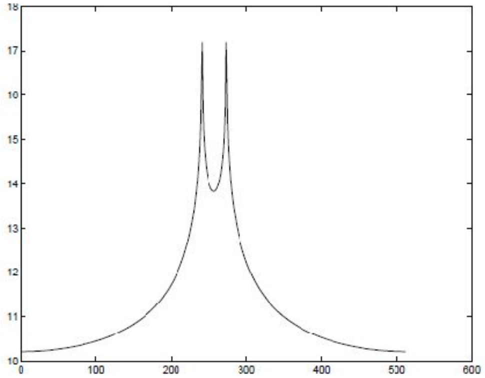
Example of 2-D DFT



Obrázok 1.15: Nízkofrekvenčnou vertikálnou periodickou textúrou.



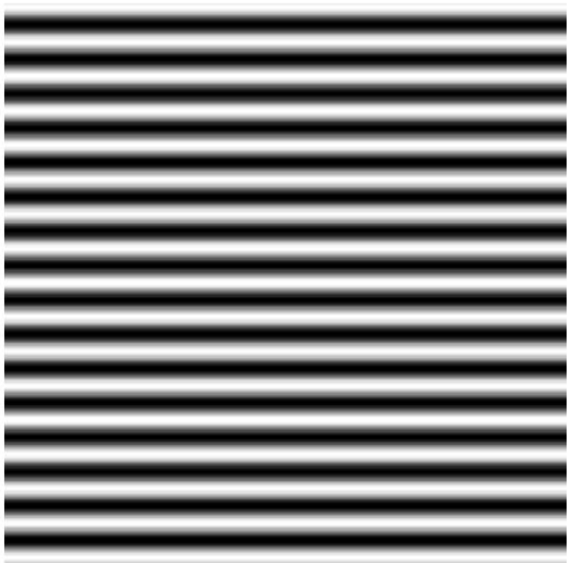
Obrázok 1.16: Magnitúdové spektrum v logaritmickej škále.



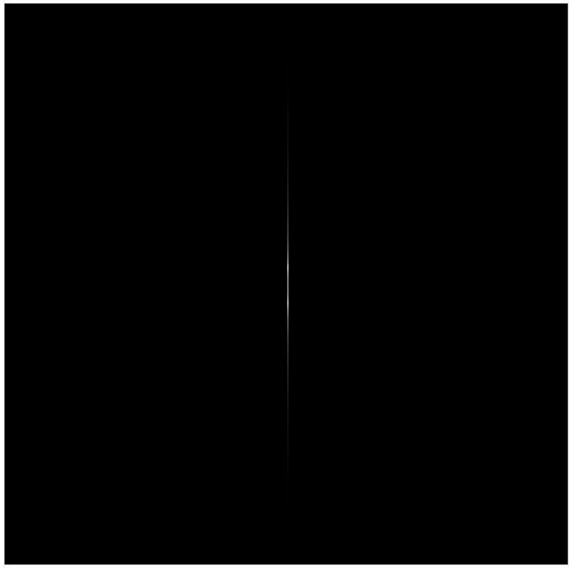
Obrázok 1.17: Rez magnitúdovým spektrom v logaritmickej škále.

Example of 2-D DFT

škále.

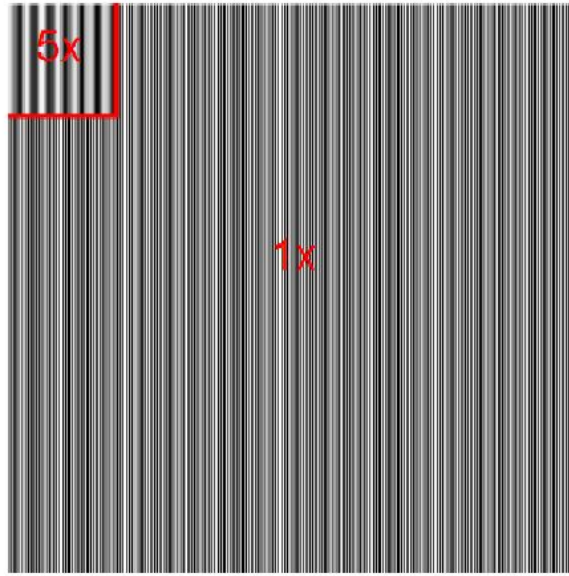


Obrázok 1.18: Obraz s nízko-frekvenčnou horizontálnou periodickou textúrou.

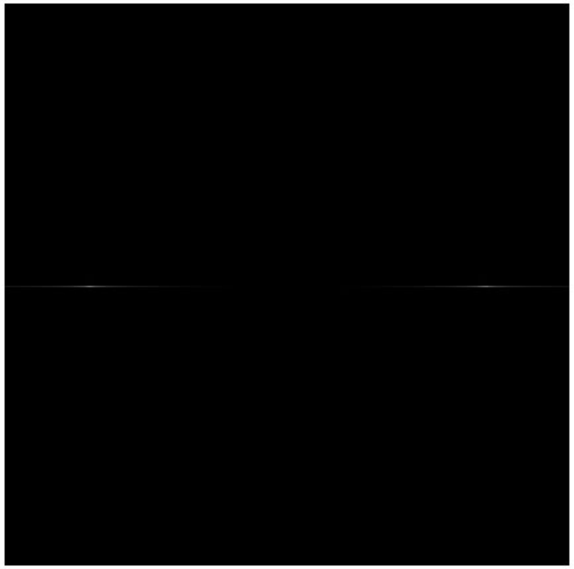


Obrázok 1.19: Magnitúdové spektrum v logaritmickej škále.

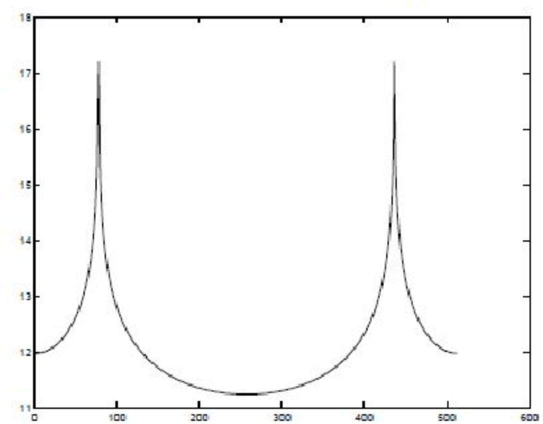
Example of 2-D DFT



Obrázok 1.20: Príklad vysokofrekvenčnej vertikálnej periodickej textúry so zväčšeným detailom.

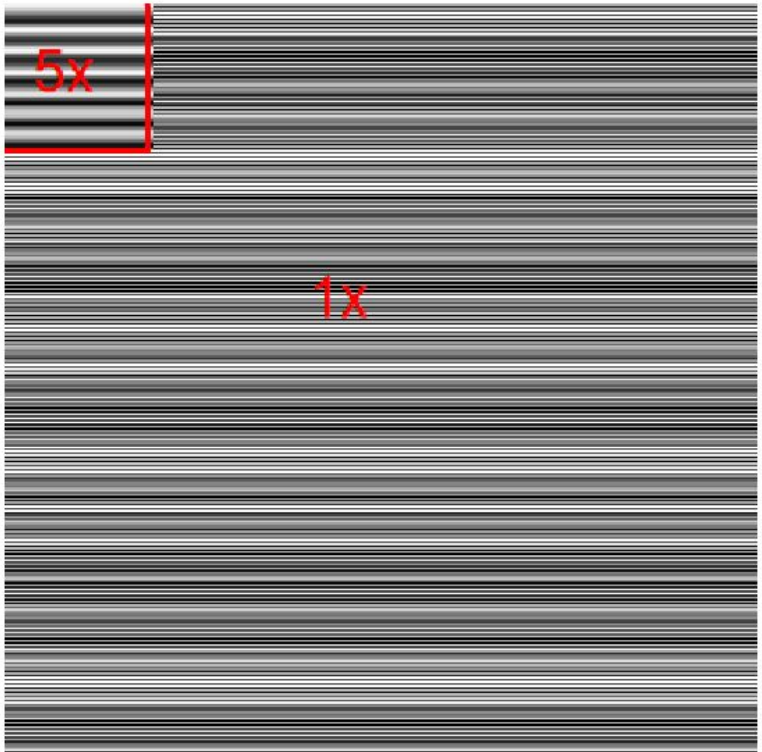


Obrázok 1.21: Magnitúdové spektrum vysokofrekvenčnej vertikálnej periodickej textúry v logaritmickej škále.

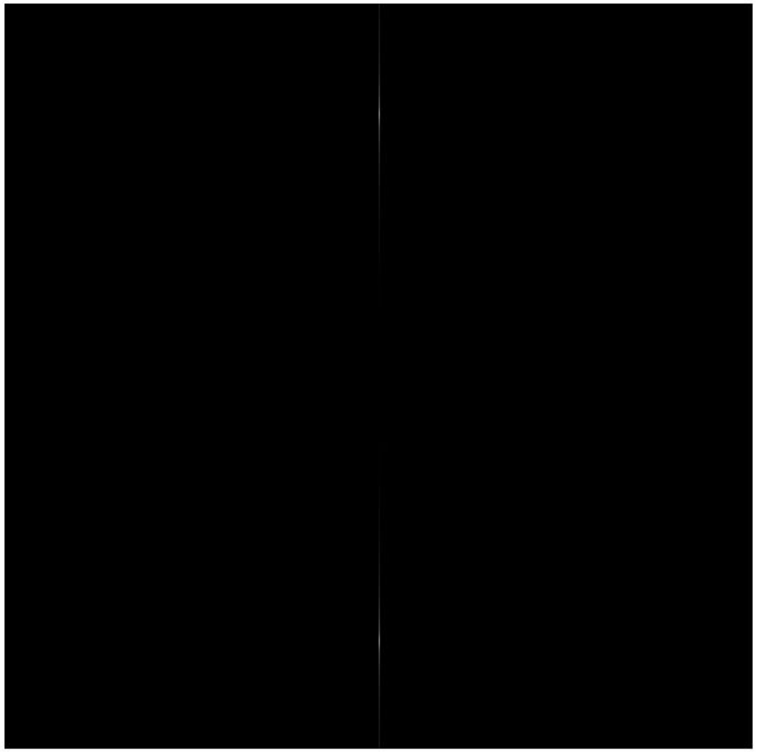


Obrázok 1.22: Rez magnitúdovým spektrom v logaritmickej škále.

Example of 2-D DFT

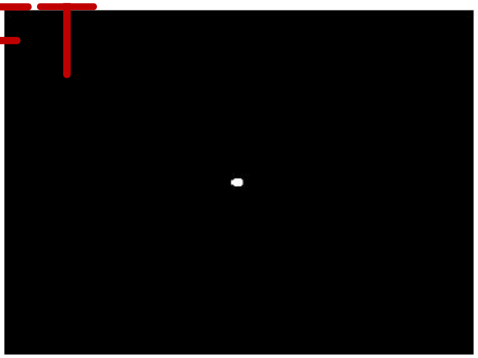


Obrázok 1.23: Príklad vysokofrekvenčnej horizontálnej periodickej textúry so zväčšeným detailom.

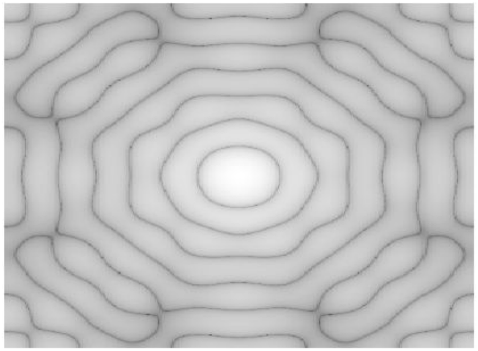


Obrázok 1.24: Magnitúdové spektrum vysokofrekvenčnej horizontálnej periodickej textúry v logaritmickej škále.

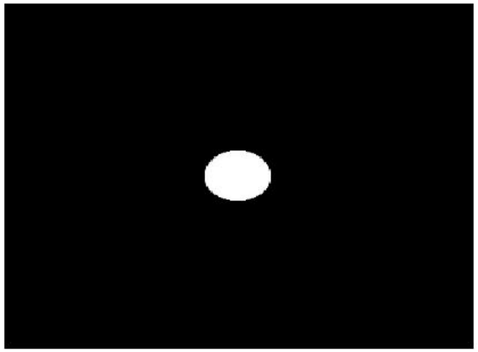
Example of 2-D DFT



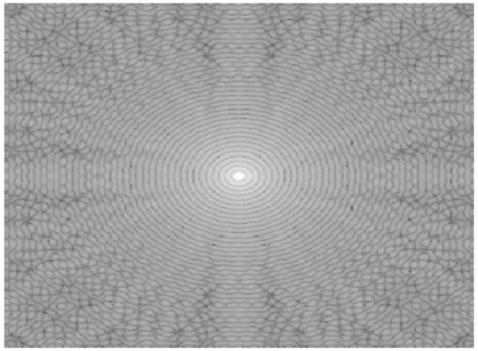
Obrázok 1.25: Obraz s kruhovým objektom s priemerom 15 pixelov.



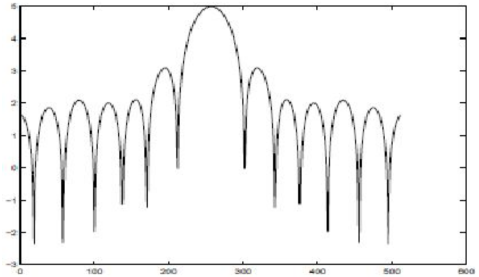
Obrázok 1.26: Magnitúdové spektrum v logaritmickej škále.



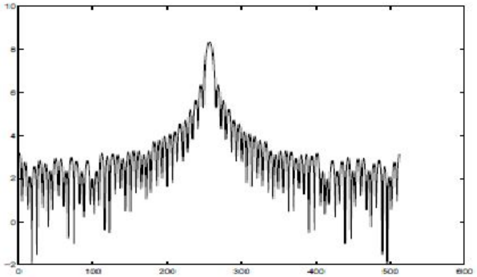
Obrázok 1.27: Obraz s kruhovým objektom s priemerom 75 pixelov.



Obrázok 1.28: Magnitúdové spektrum v logaritmickej škále.

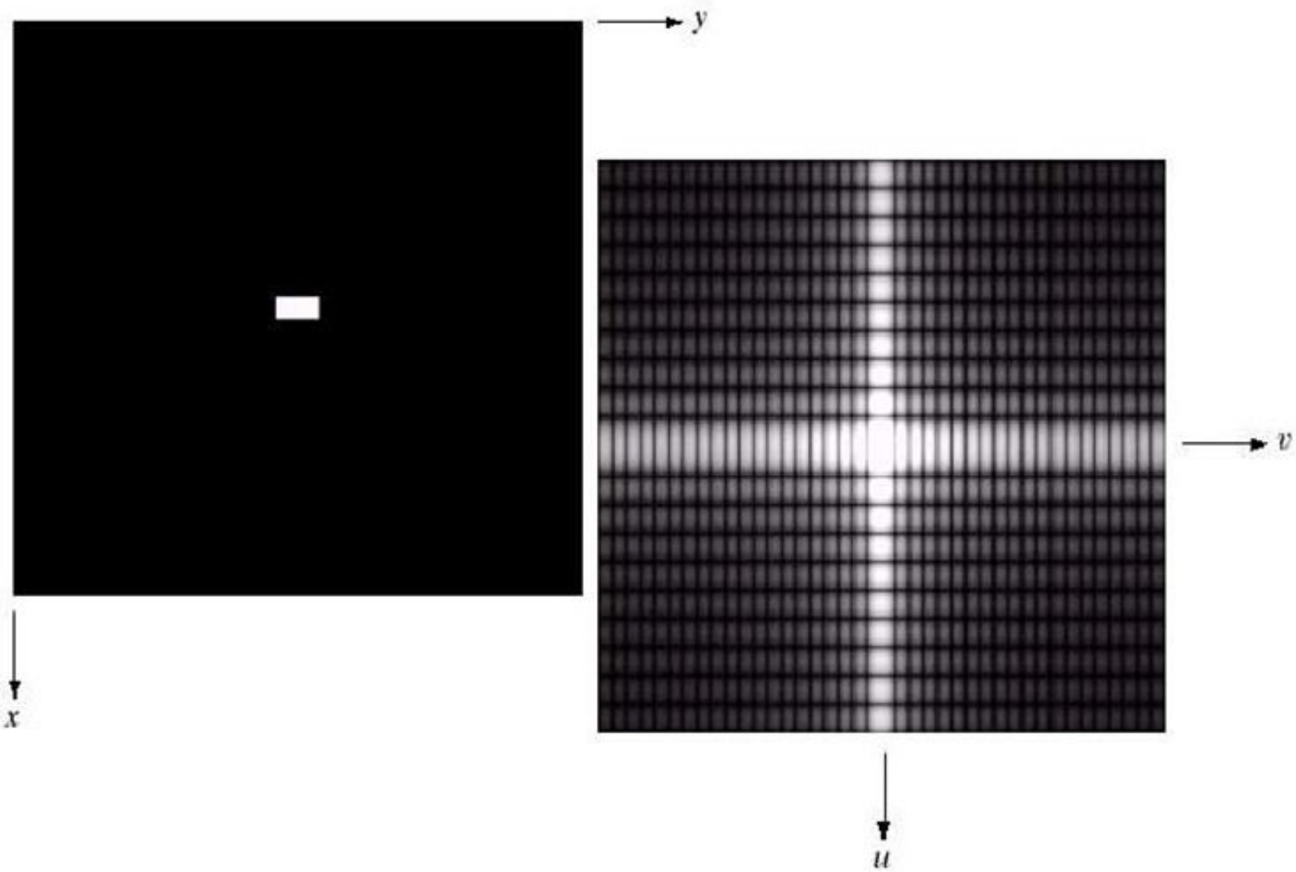


Obrázok 1.29: Rez magnitúdovým spektrom z obr. 1.26 v logaritmickej škále.



Obrázok 1.30: Rez magnitúdovým spektrom z obr. 1.28 v logaritmickej škále.

Example of 2-D DFT

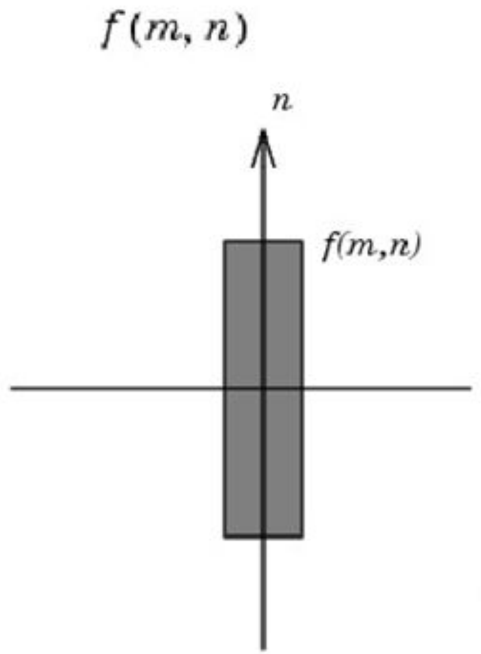


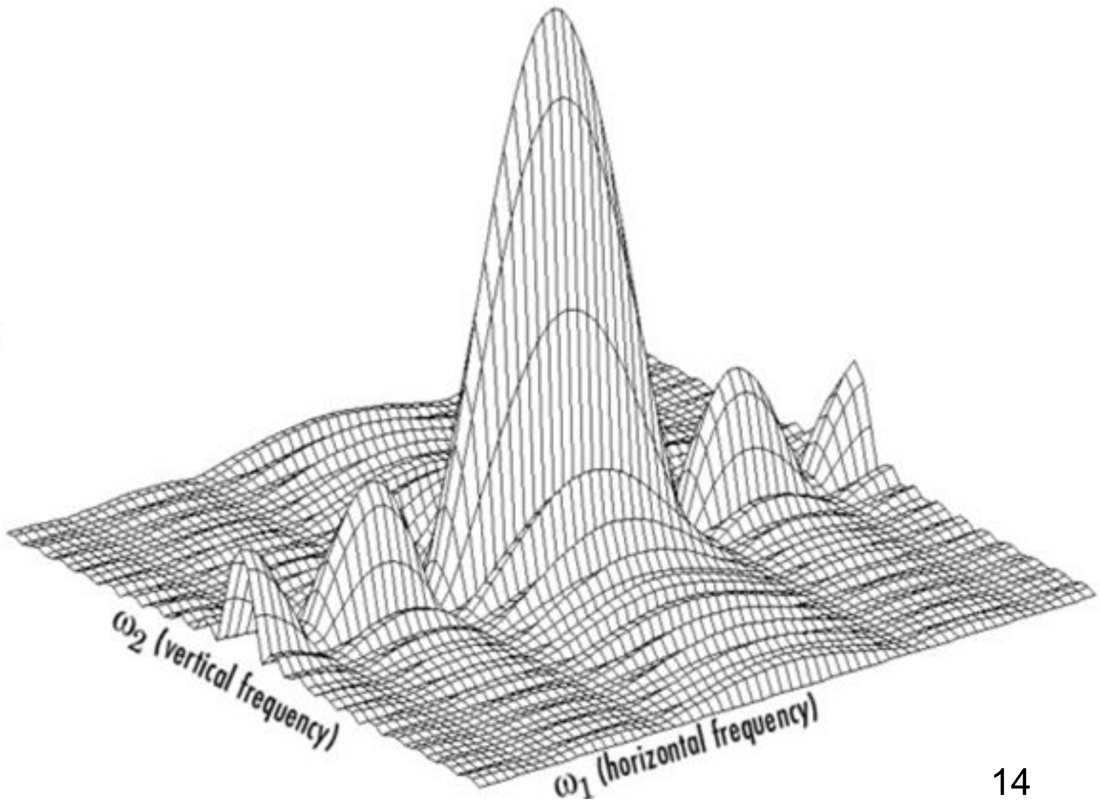
a b

FIGURE 4.3 (a) Image of a 20×40 white rectangle on a black background of size 512×512 pixels. (b) Centered Fourier spectrum shown after application of the log transformation given in Eq. (3.2-2). Compare with Fig. 4.2.

Example of 2-D DFT: Rectangular Function

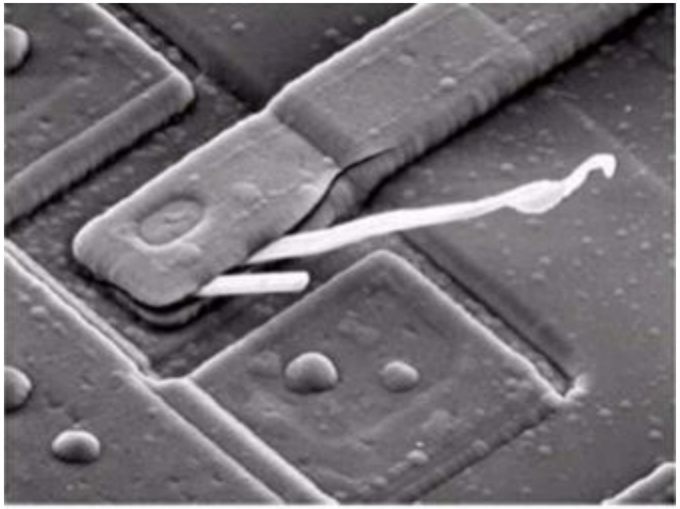
Rectangular function f(m,n) and corresponding amplitude spectrum



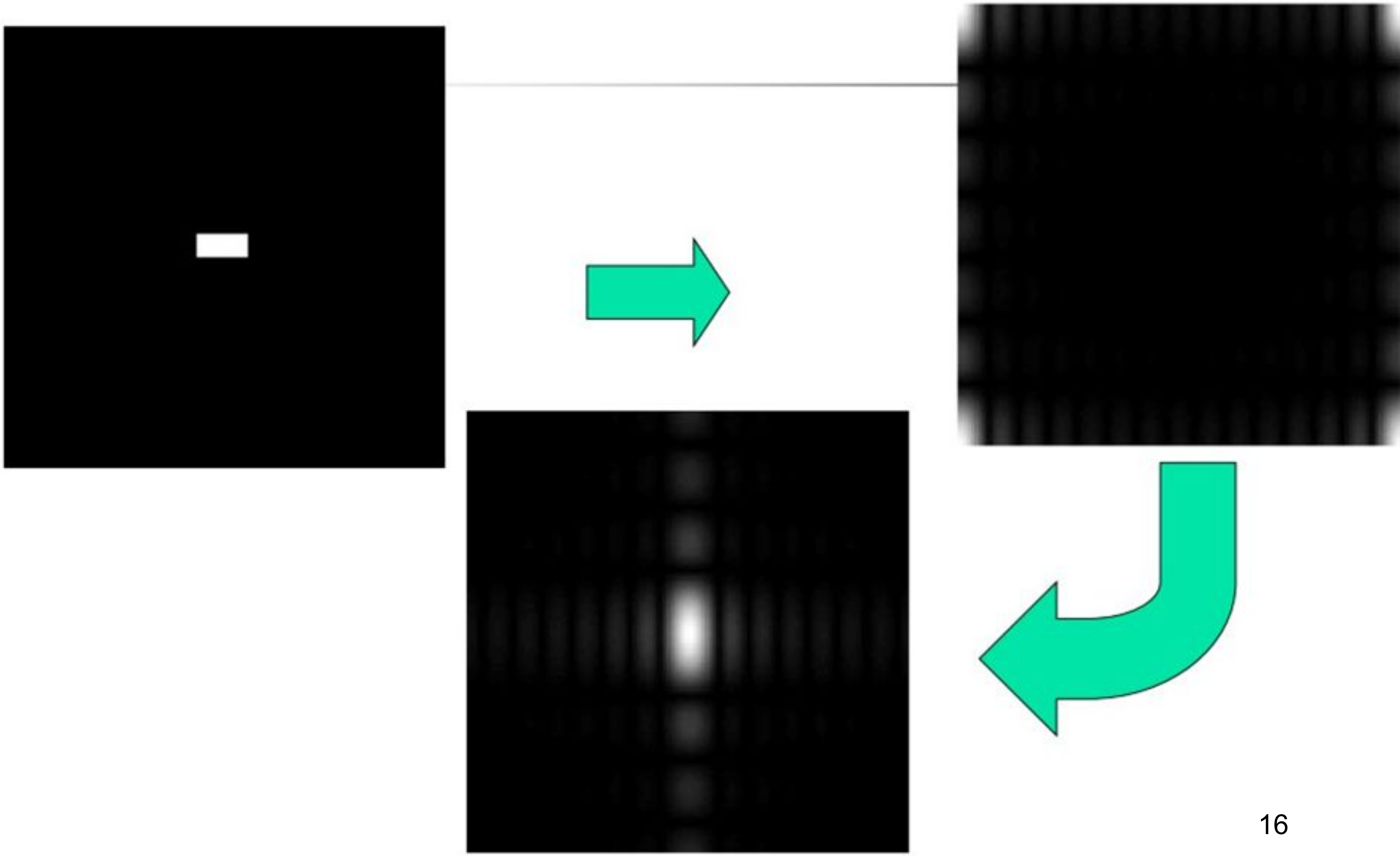


Example of 2-D DFT

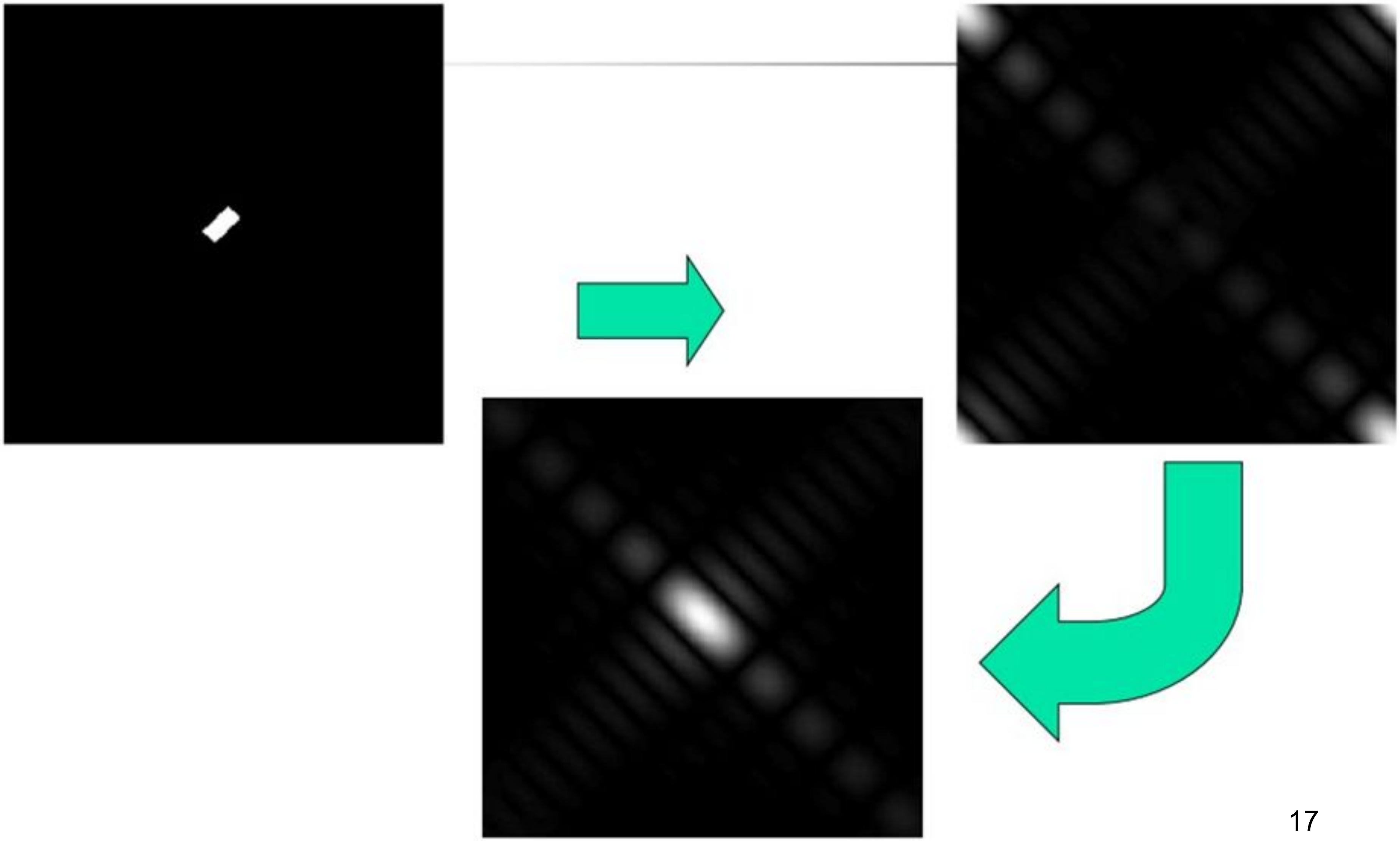
Notice that direction of an object in spatial image and his Fourier transform are orthogonal to each other



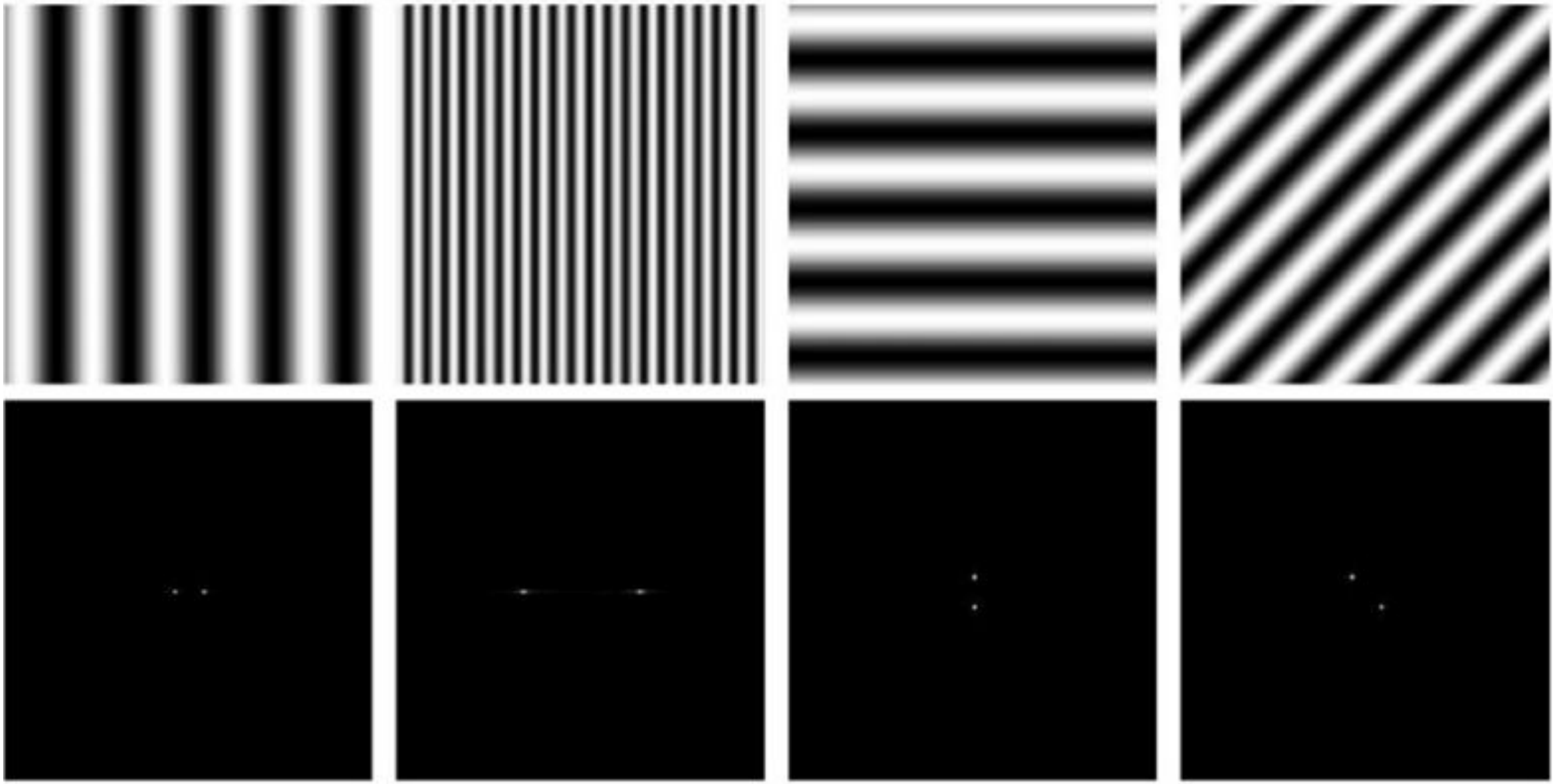
Example of 2-D DFT



Example of 2-D DFT



Examples of 2-D DFT pairs



2-D signal filtration
Image filtration

Signal filtration

1. in time domain
   -> direct modifying of signal samples

2. in frequency domain
   -> modifying the Fourier transform of an image

Filtration in the frequency domain

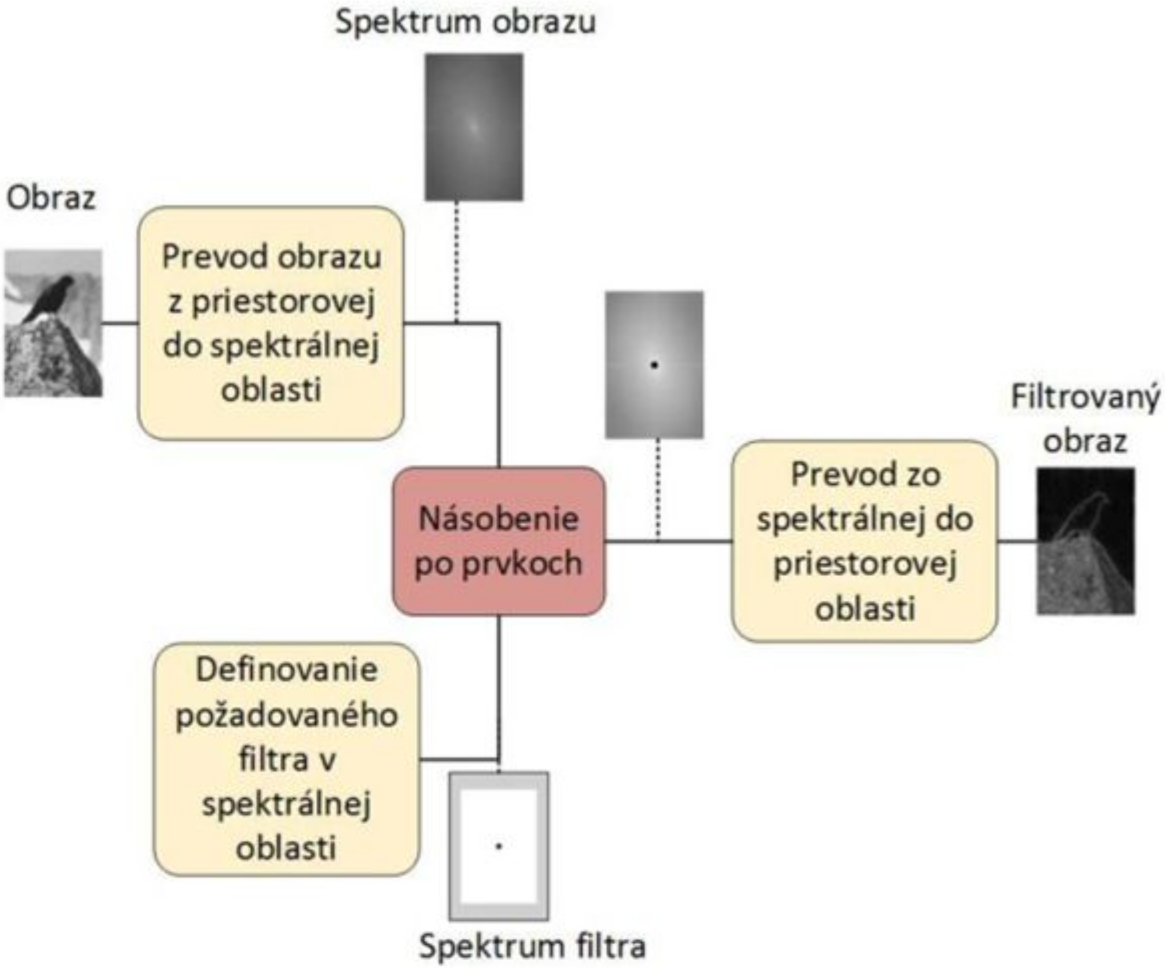
Why filter in the frequency domain?

Often faster than in the spatial domain

Sometimes much easier to construct a good filter (e.g. periodic noise)

Some experts (Gonzalez and Woods) find it more intuitive than convolution in the spatial domain

Filtrácia obrazu vo frekvenčnej oblasti



Filtrácia obrazu vo frekvenčnej oblasti

Základná operácia filtrácie vo frekvenčnej oblasti je operácia

násobenia - v prípade filtrácie obrazu násobíme dve matice po prvkoch.

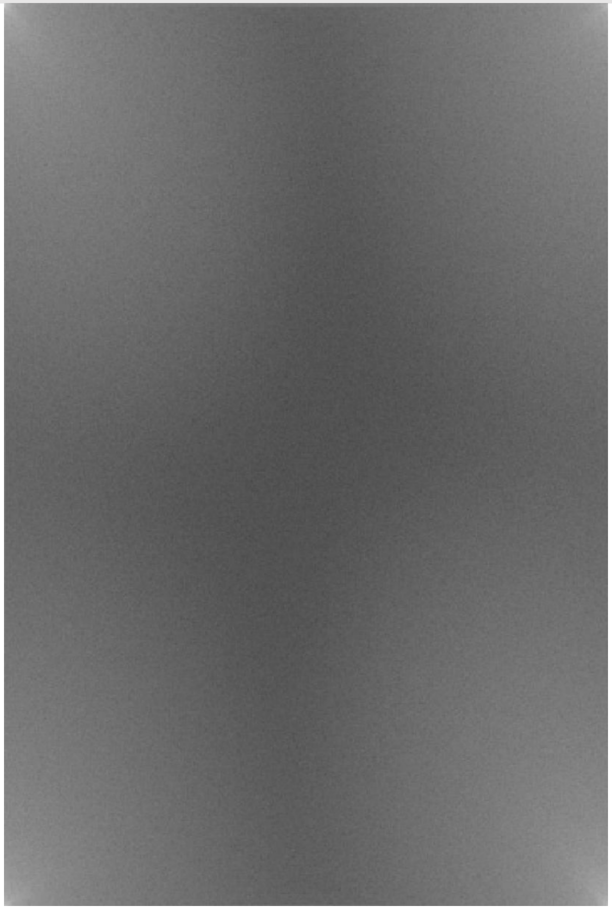
Prvá matica je spektrum vstupného obrazu, ktoré získame výpočtom dvojdimenzionálnej diskrétnej Fourierovej transformácie zo vstupného obrazu.

Druhá matica je spektrum filtra, ktorý chceme pre filtráciu použiť.

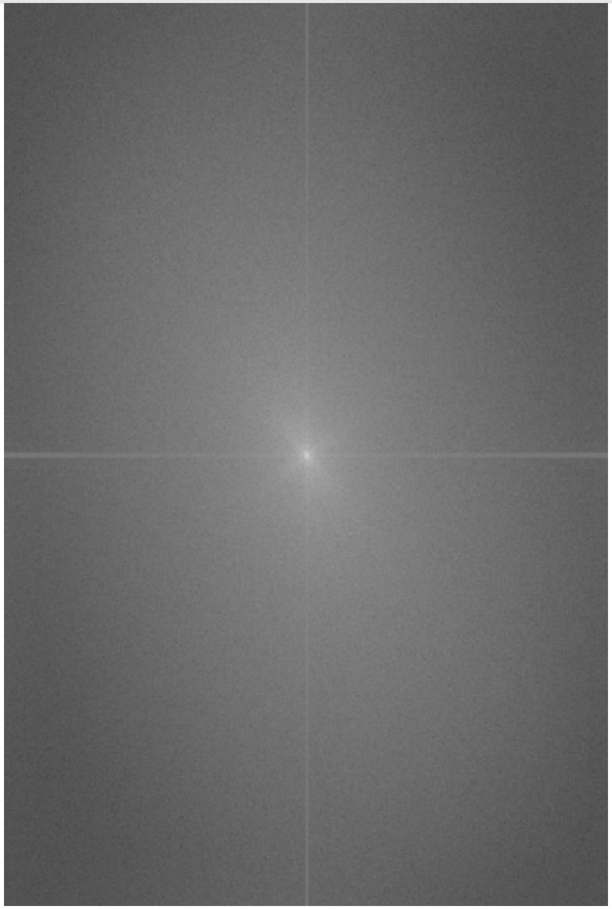
Spektrum požadovaného filtra môžeme navrhnúť priamo vo frekvenčnej oblasti alebo si ho môžeme odvodiť z filtra daného v priestorovej oblasti.

Image spectrum

Šedotónový obraz –
vták na skale.



Magnitúdové spektrum
(log škálované).



Posunuté magnit.
spektrum (log škálované).

2D LP filter

Filter typu dolná priepusť
LP filter

Ak chceme odstrániť drobné detaily zobrazujú ako napr.
textúra na skale, tak odfiltrujeme vyššie frekvencie.

Tým získame vyhladený a rozmazaný obraz bez jemných detailov.

Na odfiltrovanie vysokých frekvencií a zachovanie nízkych frekvencií je vhodný filter, ktorý nazývame dolná priepusť (lowpass - LP filter).

Filter LP

Ideálny filter.

možnosť veľmi selektívnej filtrácie bez prechodových oblastí

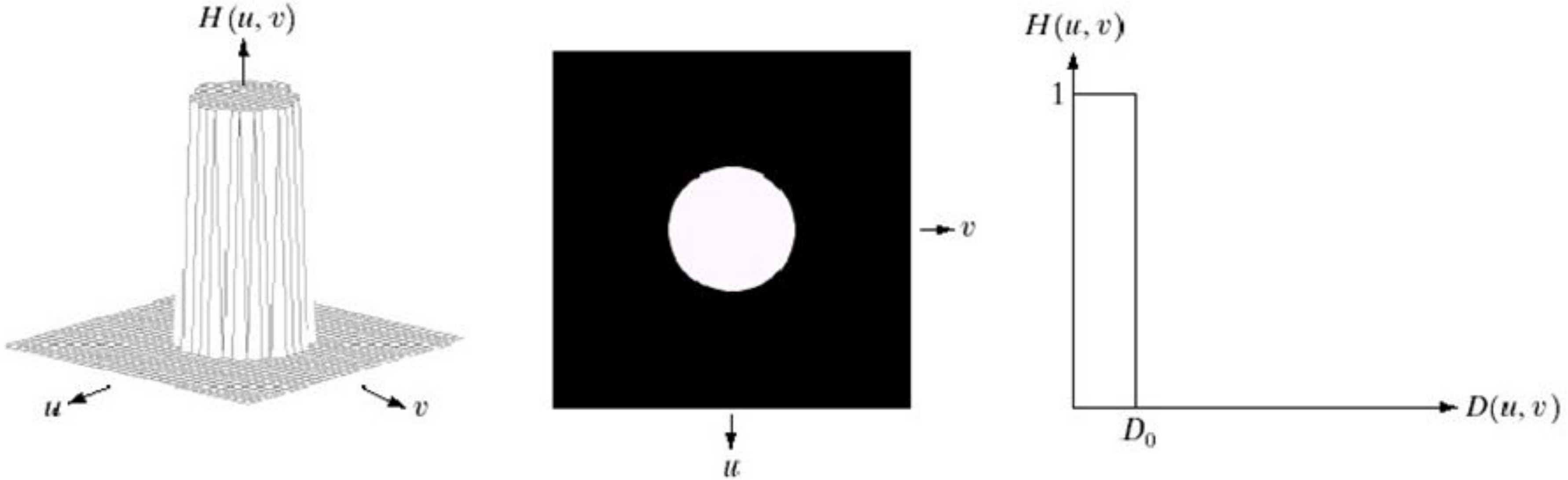
Problém: Spôsobuje efekt rozvlnenia (v anglickej literatúre označovaný ako „ringing efekt“)

Gaussov filter.

Na rozdiel od ideálneho filtra, Gaussov filter má plynulý

prechod medzi priepustnou a nepriepustnou časťou spektra, pričom hodnoty filtra sú dané dvojrozmernou Gaussovou funkciou.

Filter Design
Ideal Low-pass filter

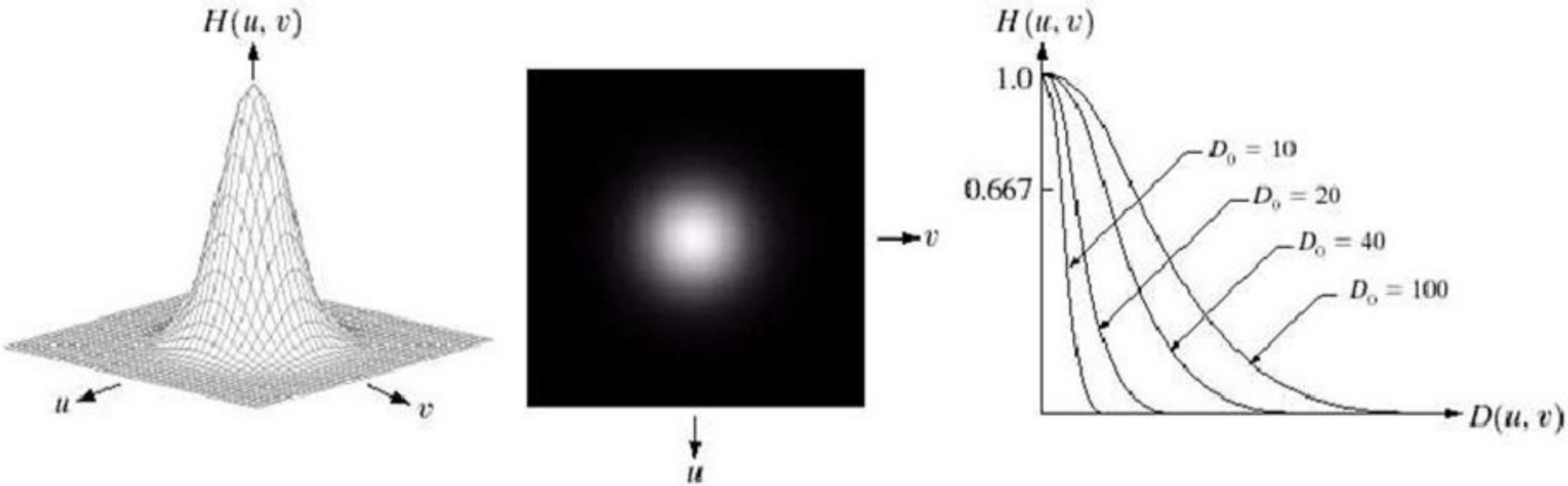


a b c

FIGURE 4.10 (a) Perspective plot of an ideal lowpass filter transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross section.

Filter Design
Gaussian low-pass filter

Where D0 = spread factor.



(Images from Rafael C. Gonzalez and Richard E. Wood, Digital Image Processing, 2nd Edition.

a b c

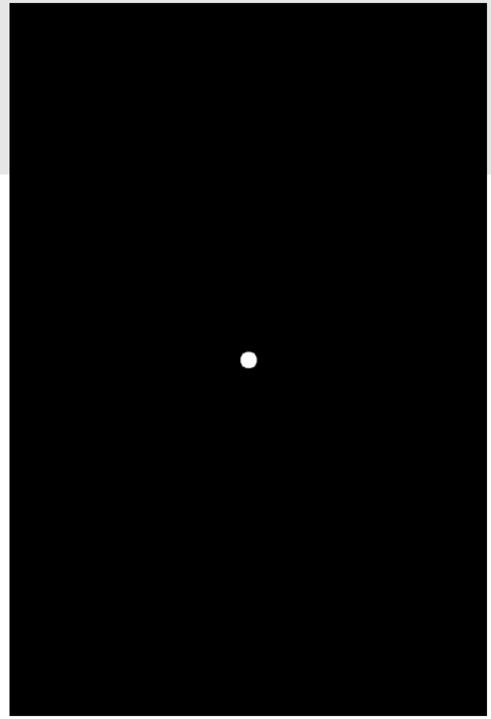
FIGURE 4.17 (a) Perspective plot of a GLPF transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections for various values of D_0.

Note: the Gaussian filter is filter that has no ripple and hence no Gipps phenomena (ringing effect).

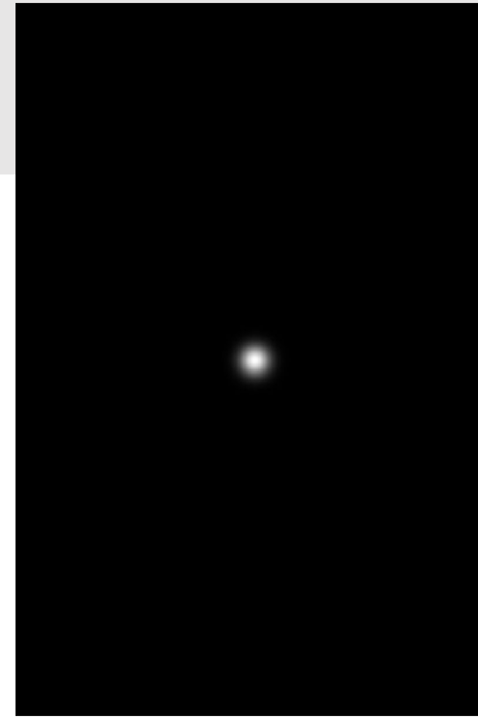
2D Filter LP

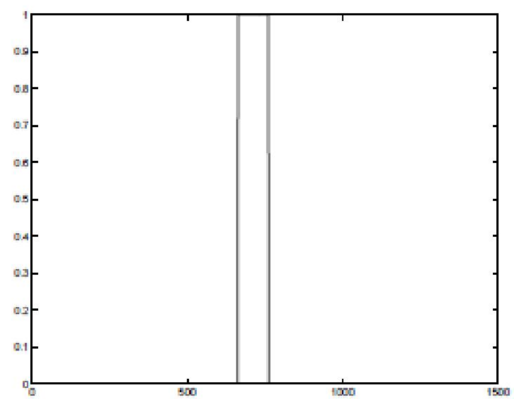
- ideálny LP filter
- Gaussov LP filter

Ideálny LP filter vo frekvenčnej oblasti.

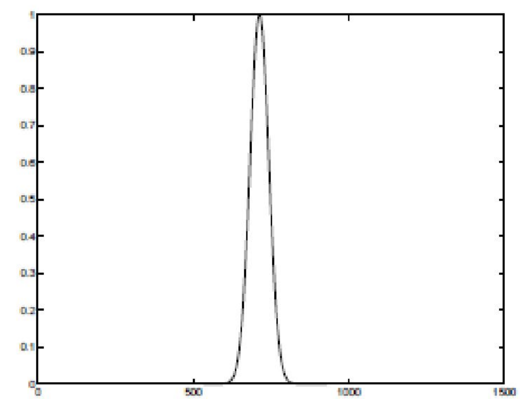


Gaussov LP filter vo frekvenčnej oblasti.



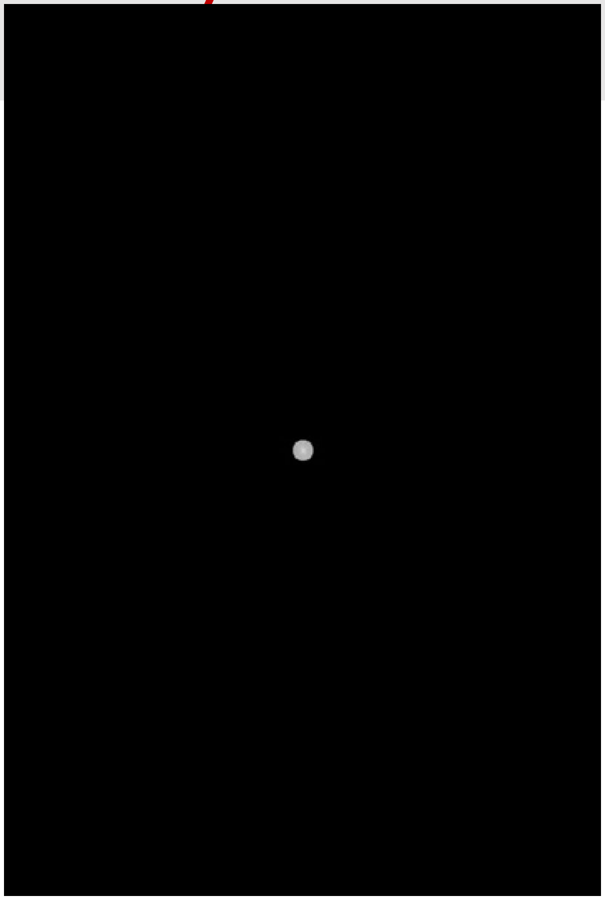


Rez ideálnym LP filtrom.



Rez Gaussovým LP filtrom.

Filtrácia ideálnym LP filtrom

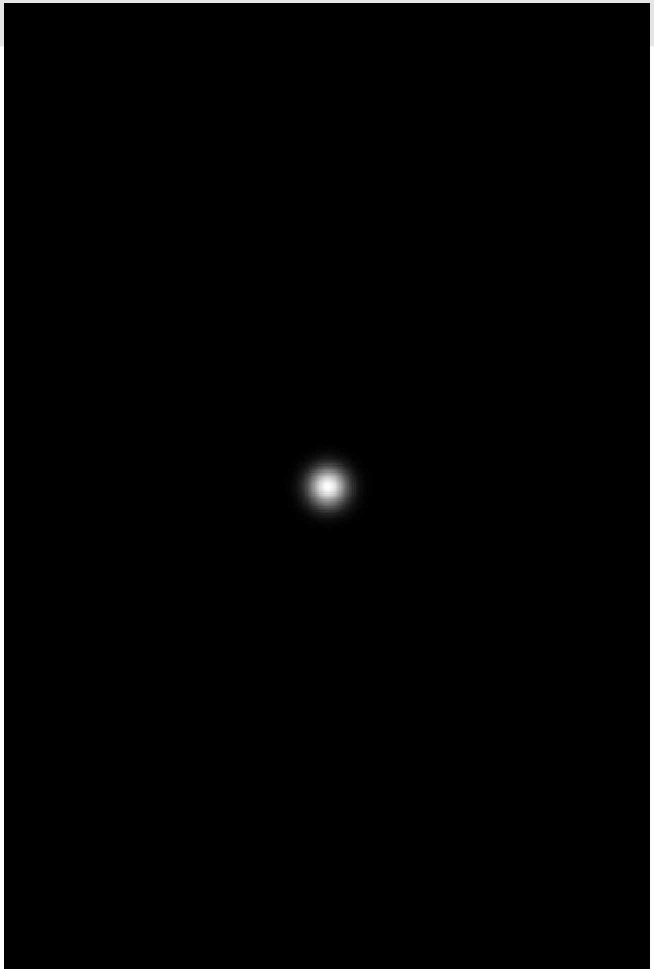


Spektrum filtrované

ideálnym LP filtrom.

Obraz po filtrácii ideálnym LP filtrom..

Filtrácia Gaussovým LP filtrom



Spektrum filtrované

Gaussovým LP filtrom.

Obraz po filtrácii
Gaussovým LP filtrom..

Filtrácia ideálnym LP filtrom vs. Filtrácia Gaussovým LP filtrom

Filtrovaný obraz ideálnym filtrom je podľa očakávania rozmazaný, detaily textúr na skale boli odfiltrované.

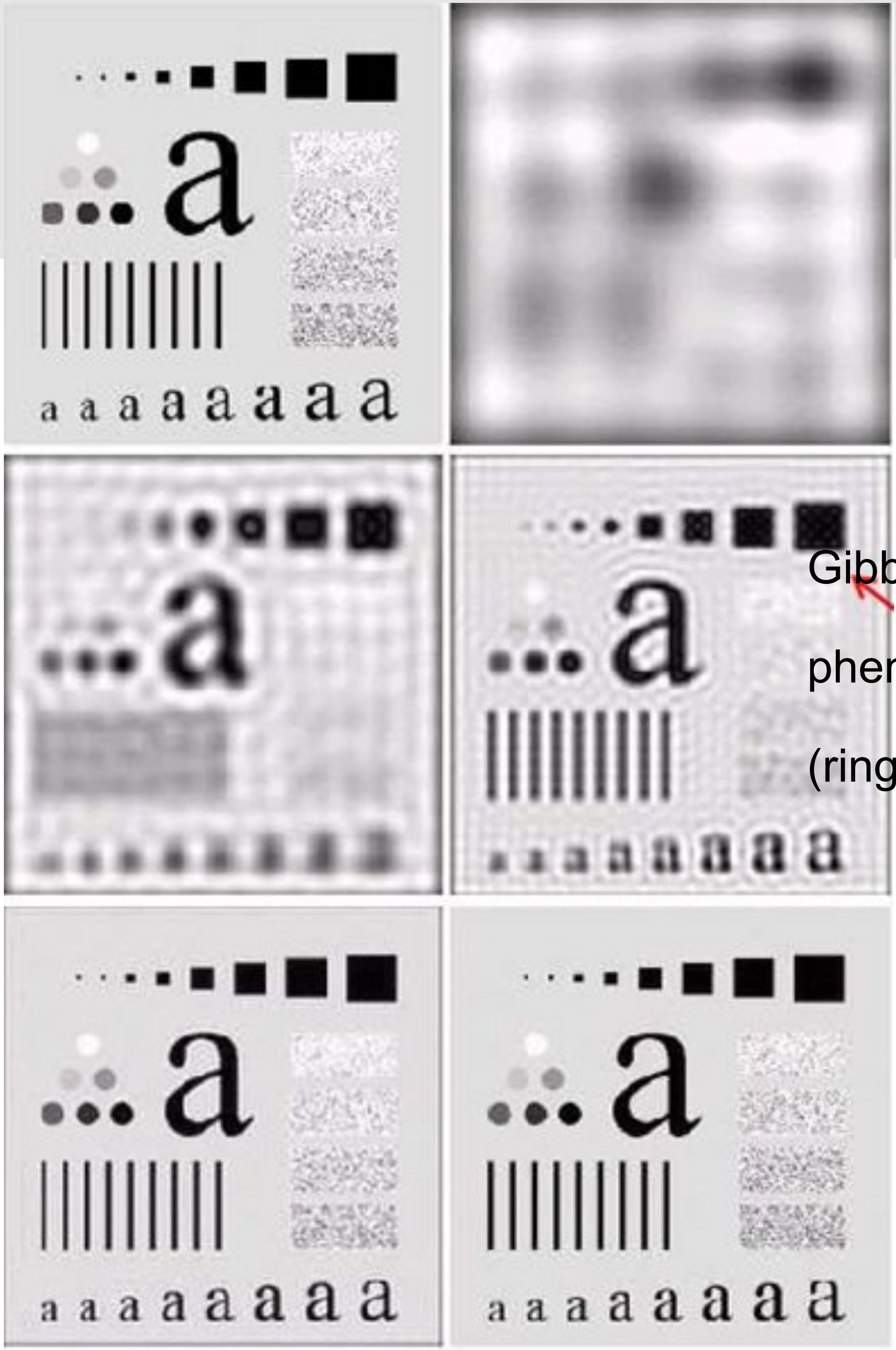
Je tiež viditeľný silne rušivý efekt rozvlnenia (Gippsov jav).

Obraz filtrovaný Gaussovým LP filtrom je tiež rozmazaný ako sme predpokladali, nadôvažok nie je na ňom viditeľný žiaden rušivý efekt spôsobený Gippsovým javom.

Ideal LP filter

Cuttof frequencies:

5, 15, 30, 80, 230



Gibbs

phenomenon

(ringing effect)

Gauss LP filter

Cuttof frequencies:

5, 15, 30, 80, 230

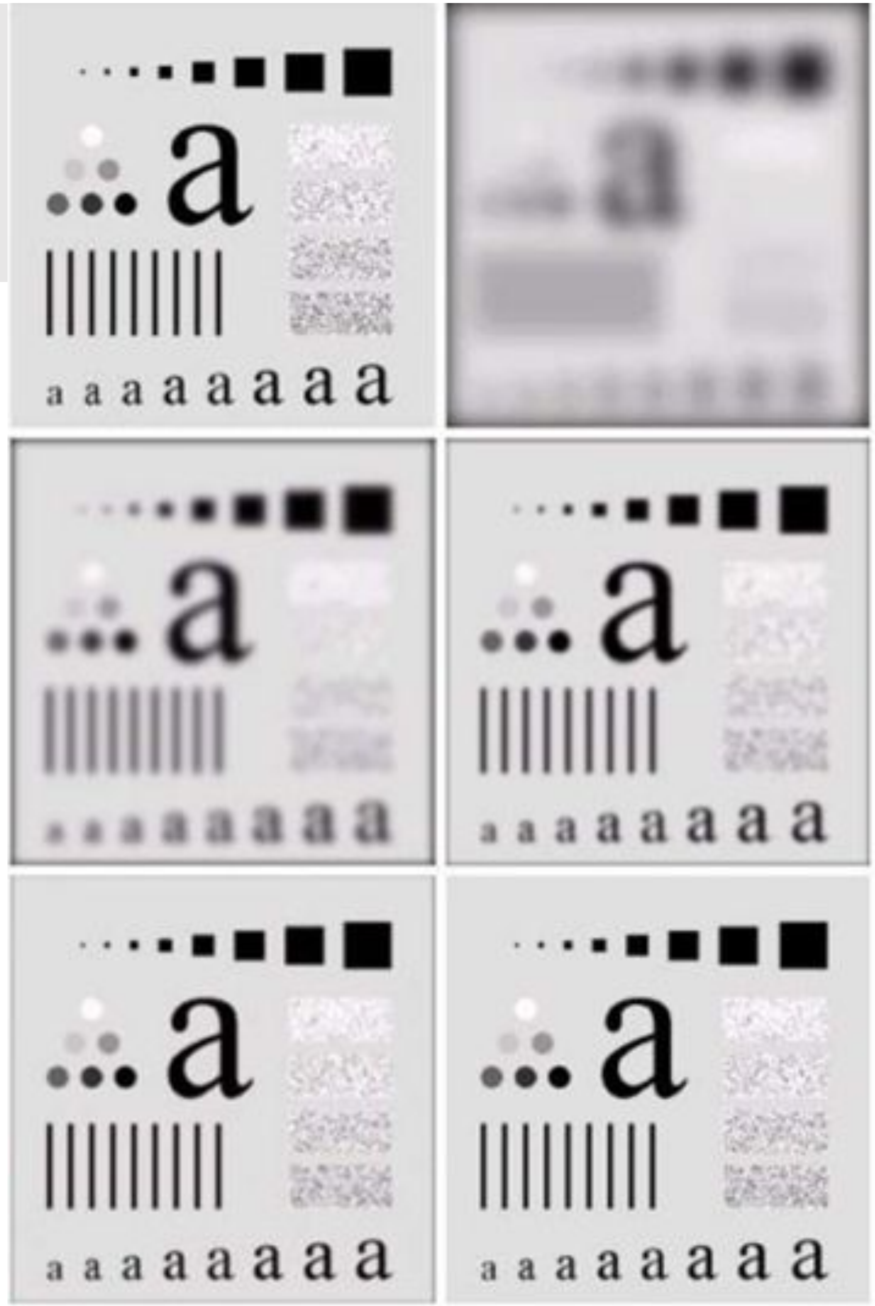


FIGURE 4.18 (a) Original image. (b)-(f) Results of filtering with Gaussian lowpass filters with cutoff frequencies set at radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.11(b). Compare with Figs. 4.12 and 4.15.

a b
c d
e f

2D HP filter

High-pass filters

(Images from Rafael C. Gonzalez and Richc

Wood, Digital Image Processing, 2nd Editic

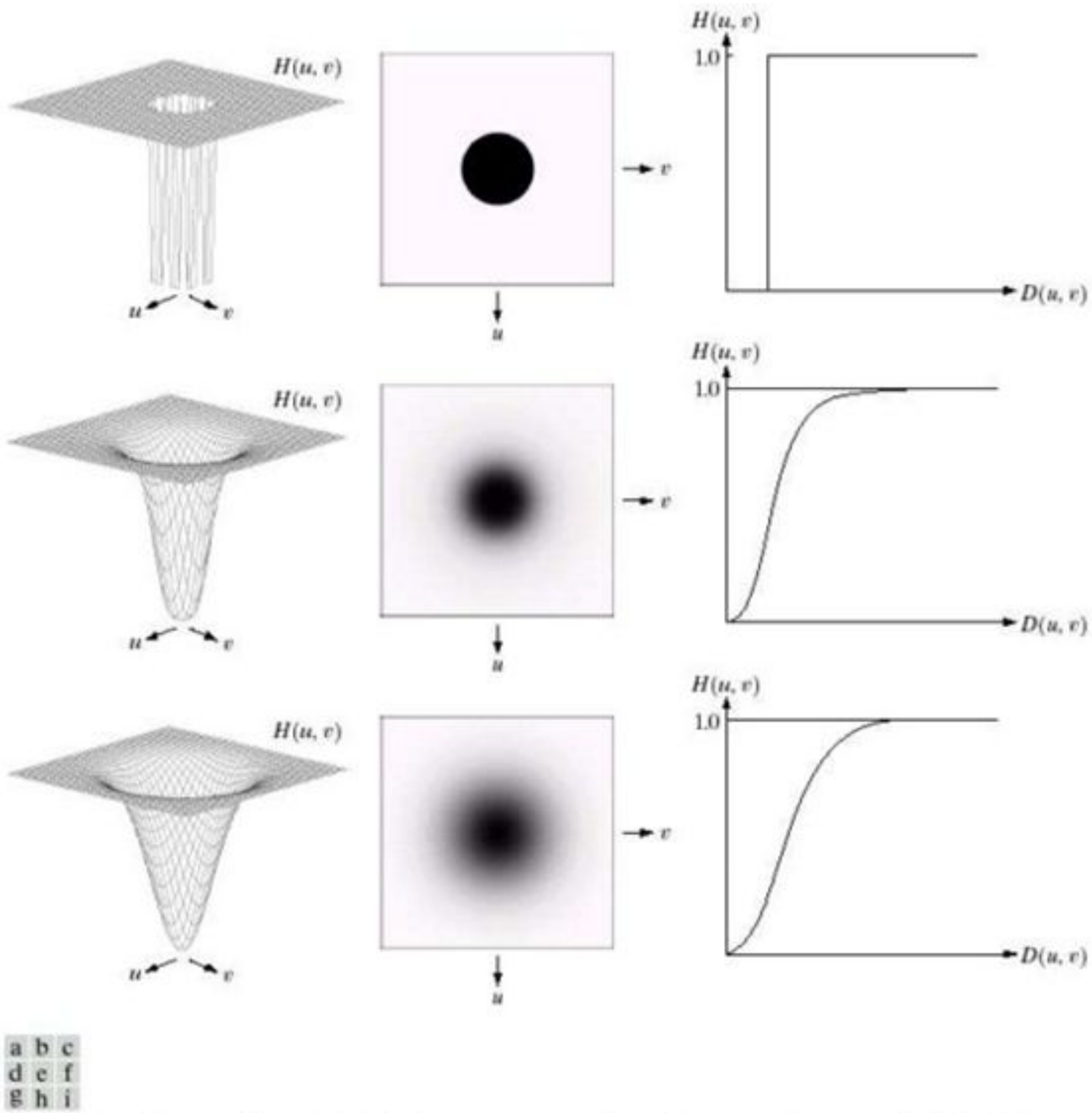
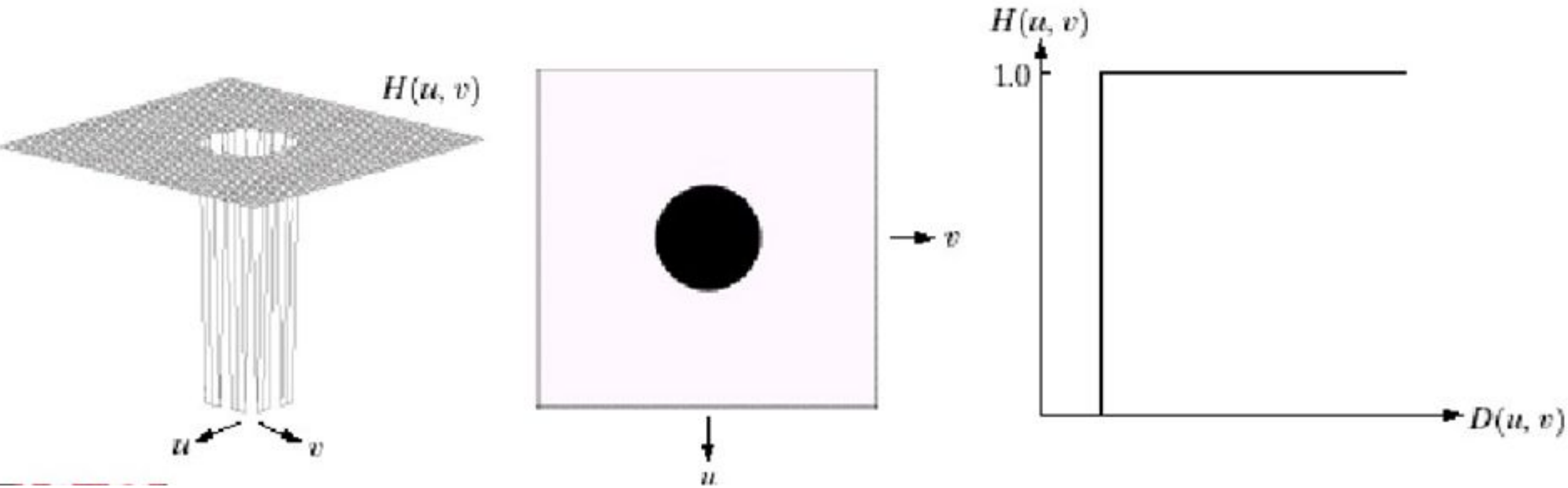


FIGURE 4.22 Top row: Perspective plot, image representation, and cross section of a typical ideal highpass filter. Middle and bottom rows: The same sequence for typical Butterworth and Gaussian highpass filters.

Ideal high-pass filters

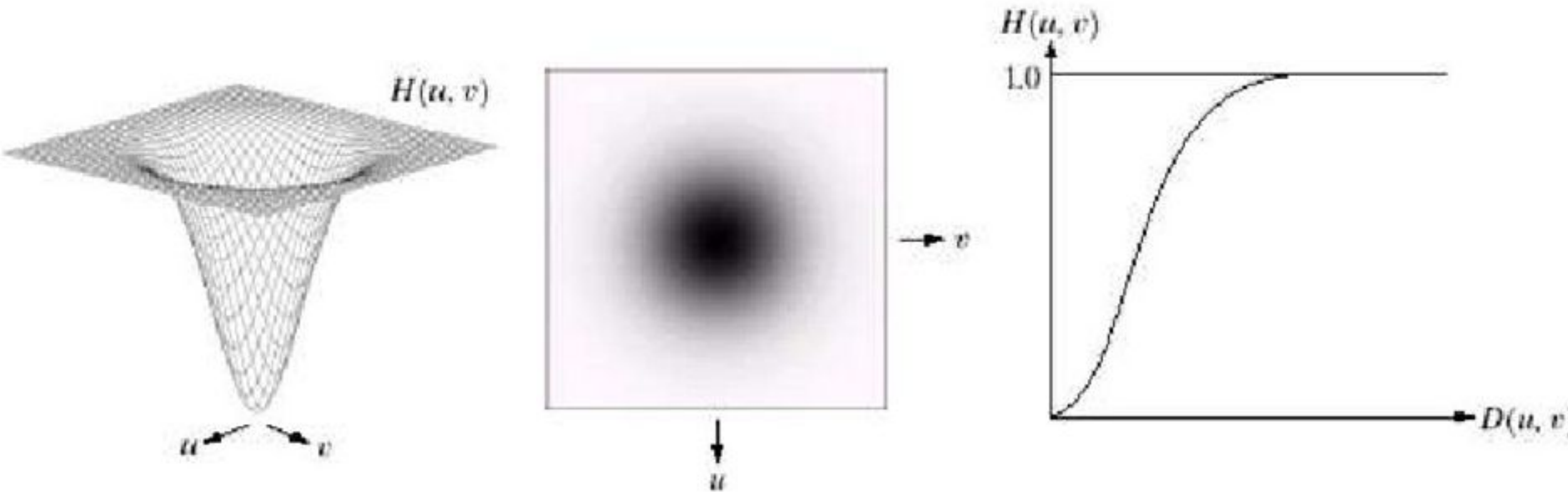
Ideal LPF Filter Transfer function



(Images from Rafael C. Gonzalez and Richard E. Wood, Digital Image Processing, 2nd Edition.

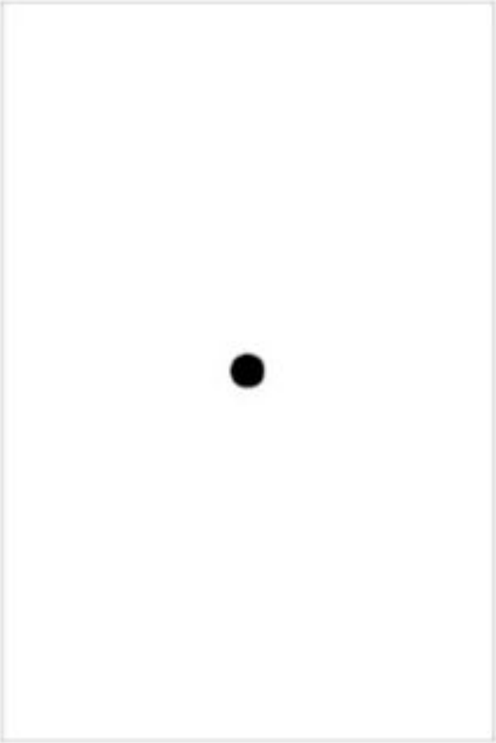
Gaussian high-pass filters

Transfer function - Gaussian



(Images from Rafael C. Gonzalez and Richard E. Wood, Digital Image Processing, 2nd Edition.

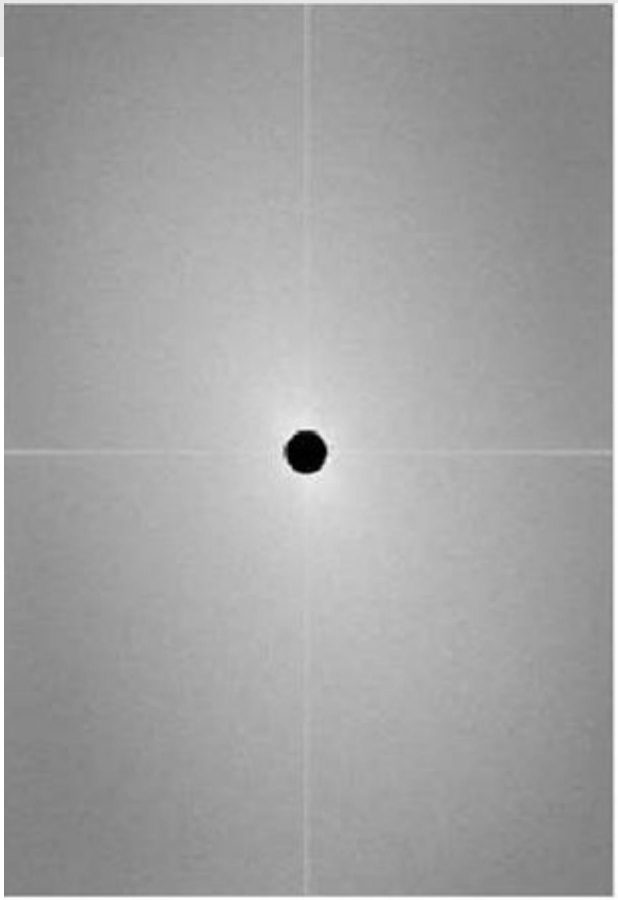
Hornopriepustná filtrácia HP



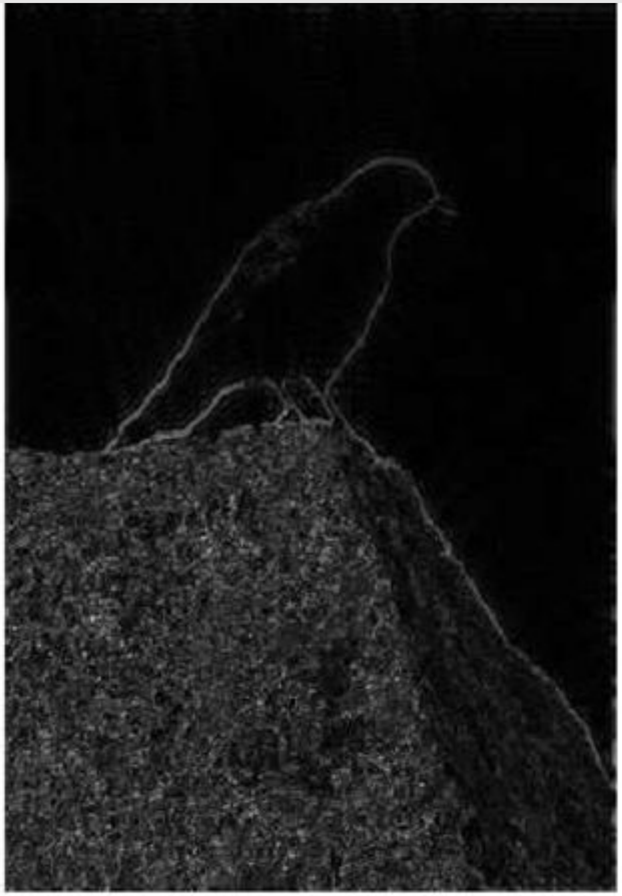
Obrázok 1.44: Ideálny HP filter vo frekvenčnej oblasti.

Obrázok 1.45: Gaussov HP filter vo frekvenčnej oblasti.

Hornopriepustná filtrácia HP

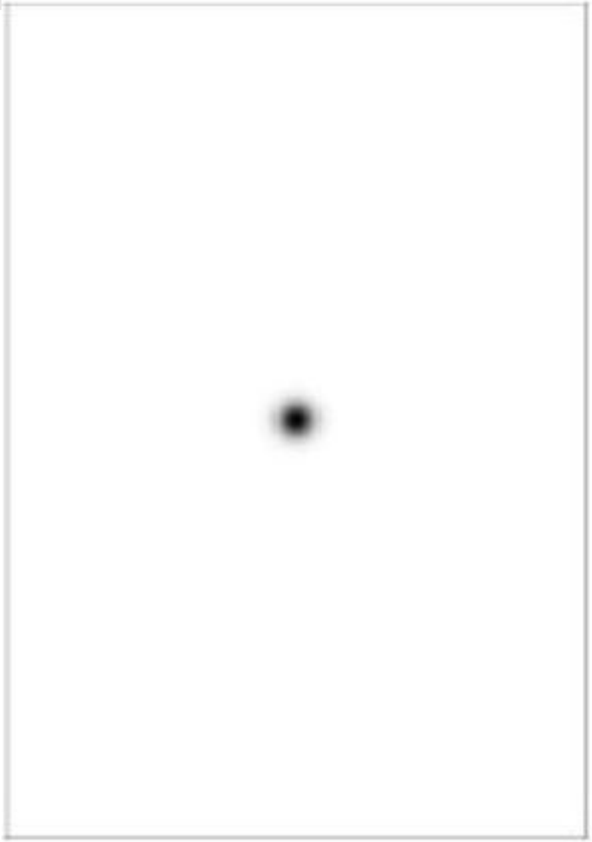


Obrázok 1.46: Spektrum filtrované ideálnym HP filtrom.

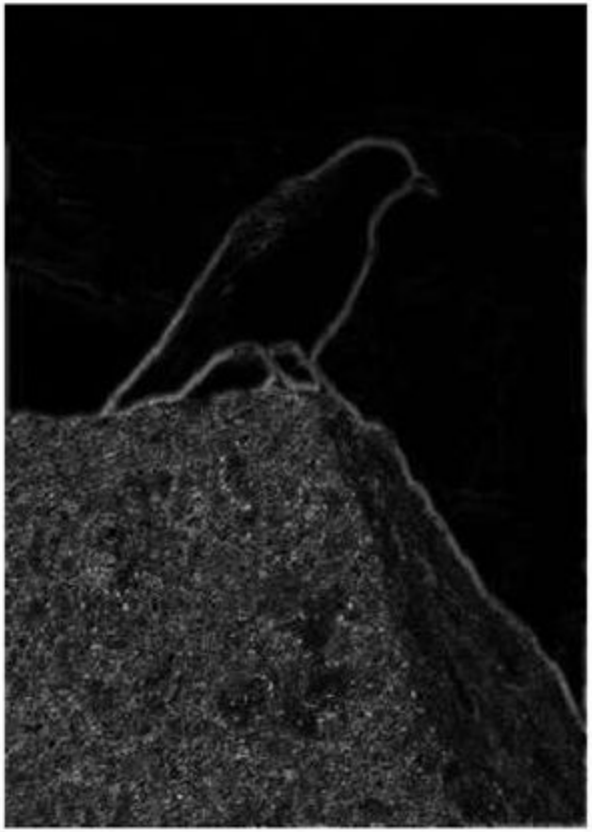


Obrázok 1.47: Obraz po filtrácii ideálnym HP filtrom.

Hornopriepustná filtrácia HP

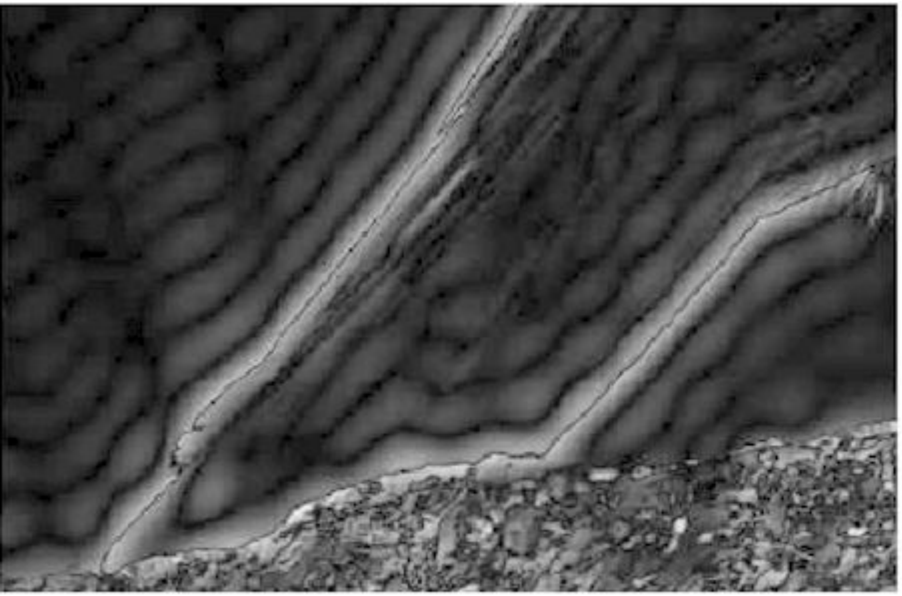


Obrázok 1.48: Spektrum filtrované Gaussovým HP filtrom.

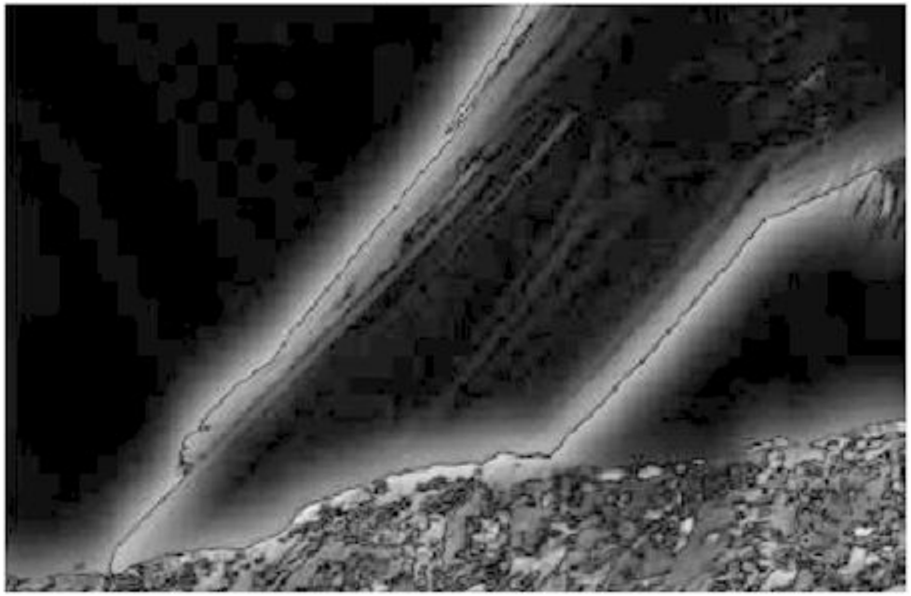


Obrázok 1.49: Obraz po filtrácii Gaussovým HP filtrom.

Hornopriepustná filtrácia HP



Obrázok 1.50: Detail z obr. 1.47.



Obrázok 1.51: Detail z obr. 1.49.

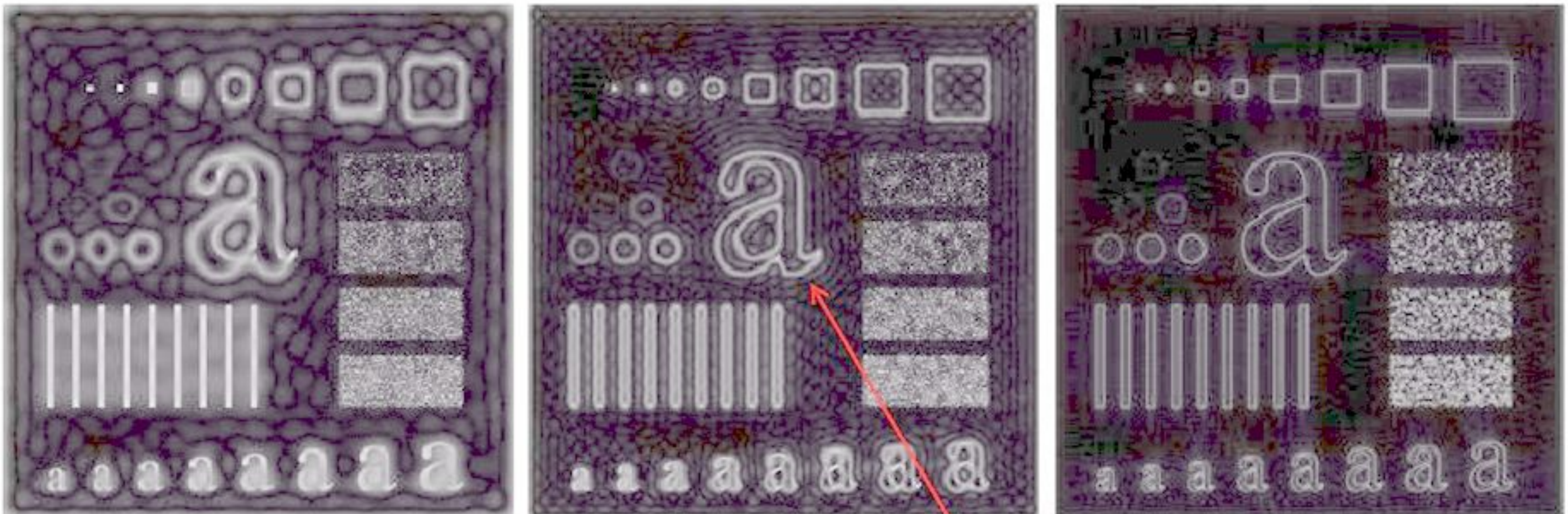
Hornopriepustná filtrácia HP

Obraz, ktorý sme získali po filtrácii hornopriepustným filtrom
obsahuje iba vysokofrekvenčné zložky obrazu, je zreteľne vidieť textúra na skale a kontúry vtáka. (Výsledný obraz je zobrazený v absolútnej hodnote pre lepšiu vizualizáciu výsledného hranového obrazu.)

Opäť pozorujeme rušivý efekt rozvlnenia v obraz filtrovaný

ideálnym filtrom na rozdiel od Gaussovho, kde nevidíme žiaden rušivý efekt.

Example of Ideal High-pass filtering



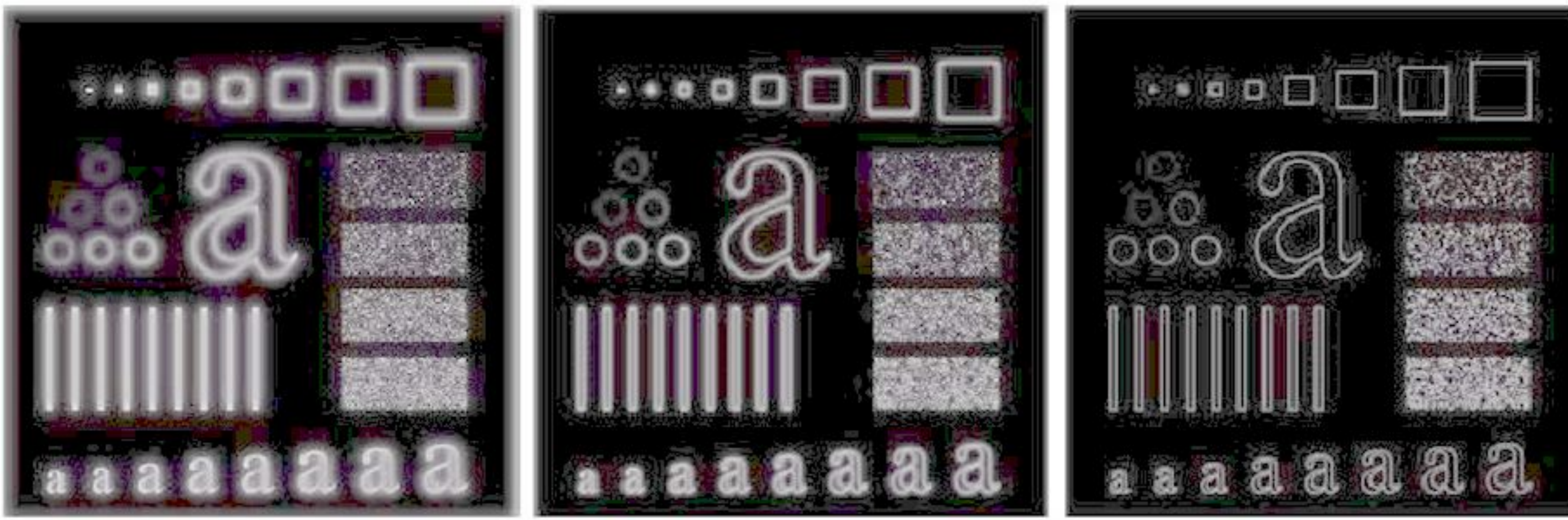
a b c

FIGURE 4.24 Results of ideal highpass filtering the image in Fig. 4.11(a) with $D_0 = 15$, 30, and 80, respectively. Problems with ringing are quite evident in (a) and (b).

Gibbs phenomenon

(Ringing effect)

Results of Gaussian high-pass filtering



a b c

FIGURE 4.26 Results of highpass filtering the image of Fig. 4.11(a) using a GHPF of order 2 with $D_0 = 15$, 30, and 80, respectively. Compare with Figs. 4.24 and 4.25.

(Images from Rafael C. Gonzalez and Richard E. Wood, Digital Image Processing, 2nd Edition.

Selective frequency filtration

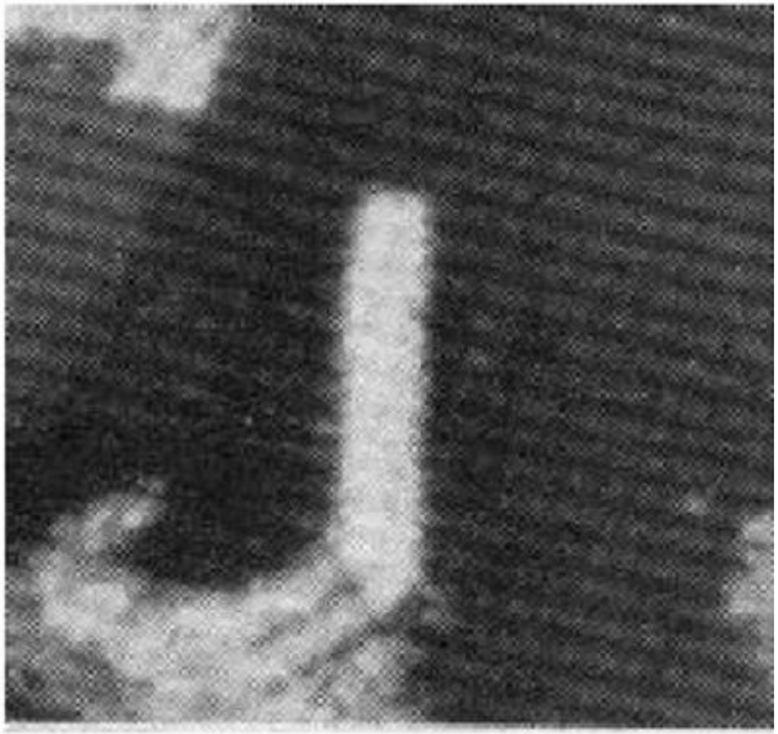
Filtrácia vybratých frekvenčných oblastí

Filtrácia vo frekvenčnej oblasti sa nám ponúka ako výborný nástroj pre selektívnu filtráciu.

Pokiaľ vieme v spektre lokalizovať príspevok toho signálu, ktorý chceme odstrániť, tak ho môžeme odfiltrovať v spektre.

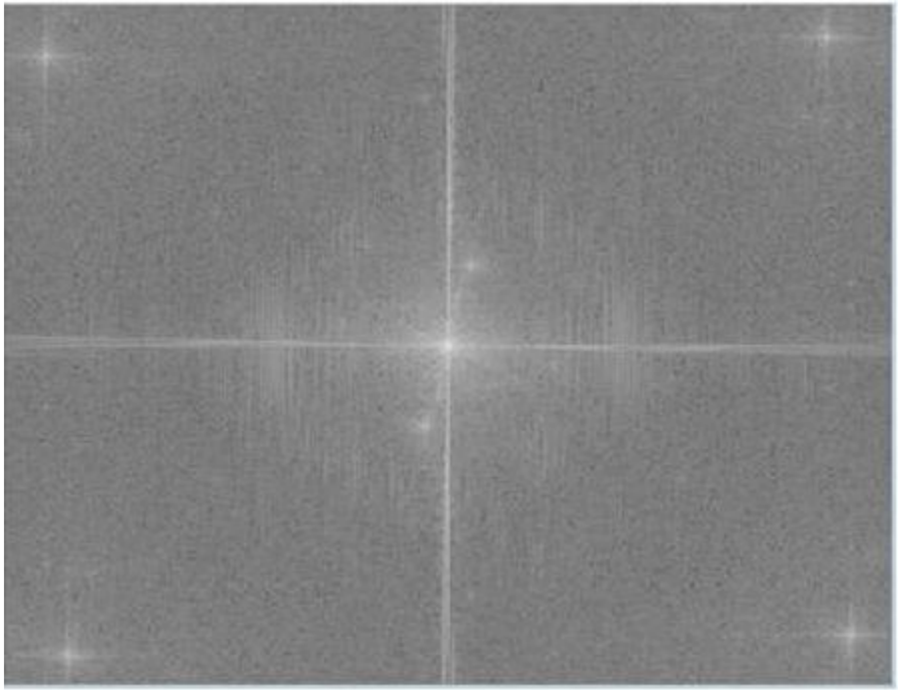
Filtrácia vybratých frekvenčných oblastí

Obrázok 1.52: Vstupný obraz.

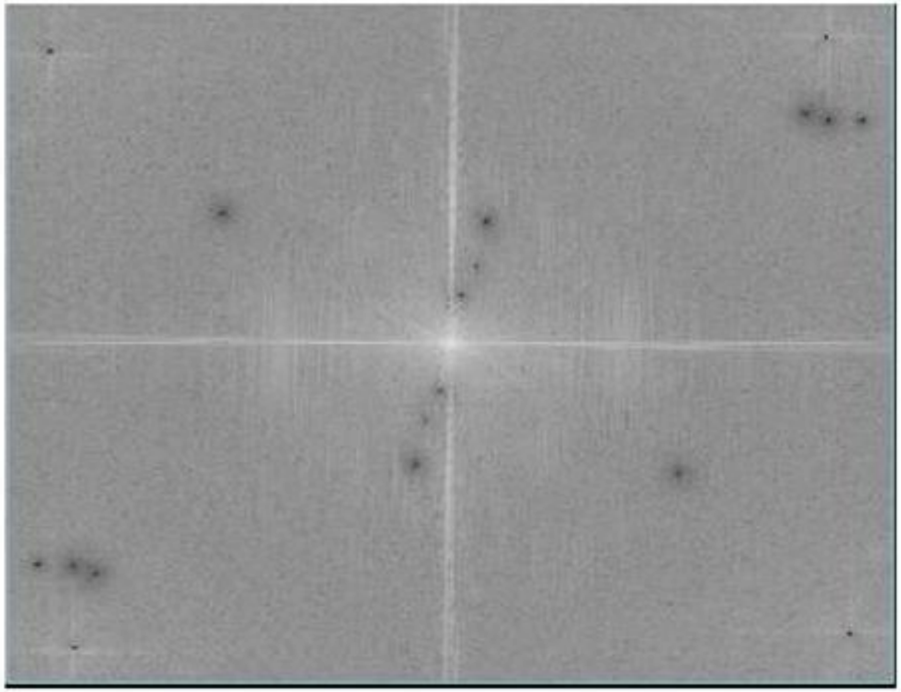


Obrázok 1.53: Detail.

Filtrácia vybratých frekvenčných oblastí



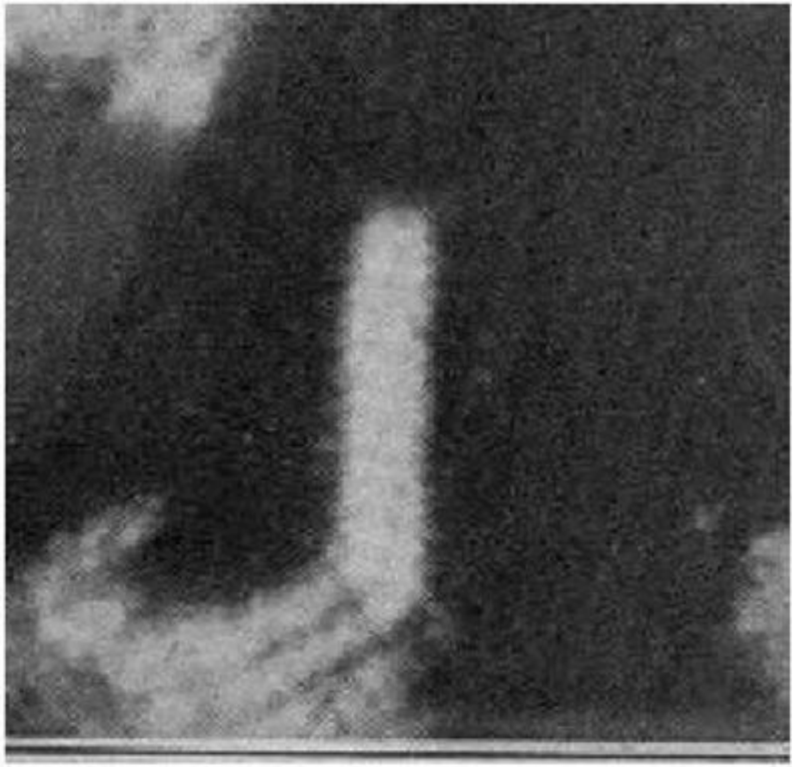
Obrázok 1.54: Spektrum vstupného obrazu.



Obrázok 1.55: Selektívne filtrované spektrum.

Filtrácia vybratých frekvenčných oblastí

Obrázok 1.56: Výstupný obraz.



Obrázok 1.57: Detail.

Filtrácia vybratých frekvenčných oblastí -príklad

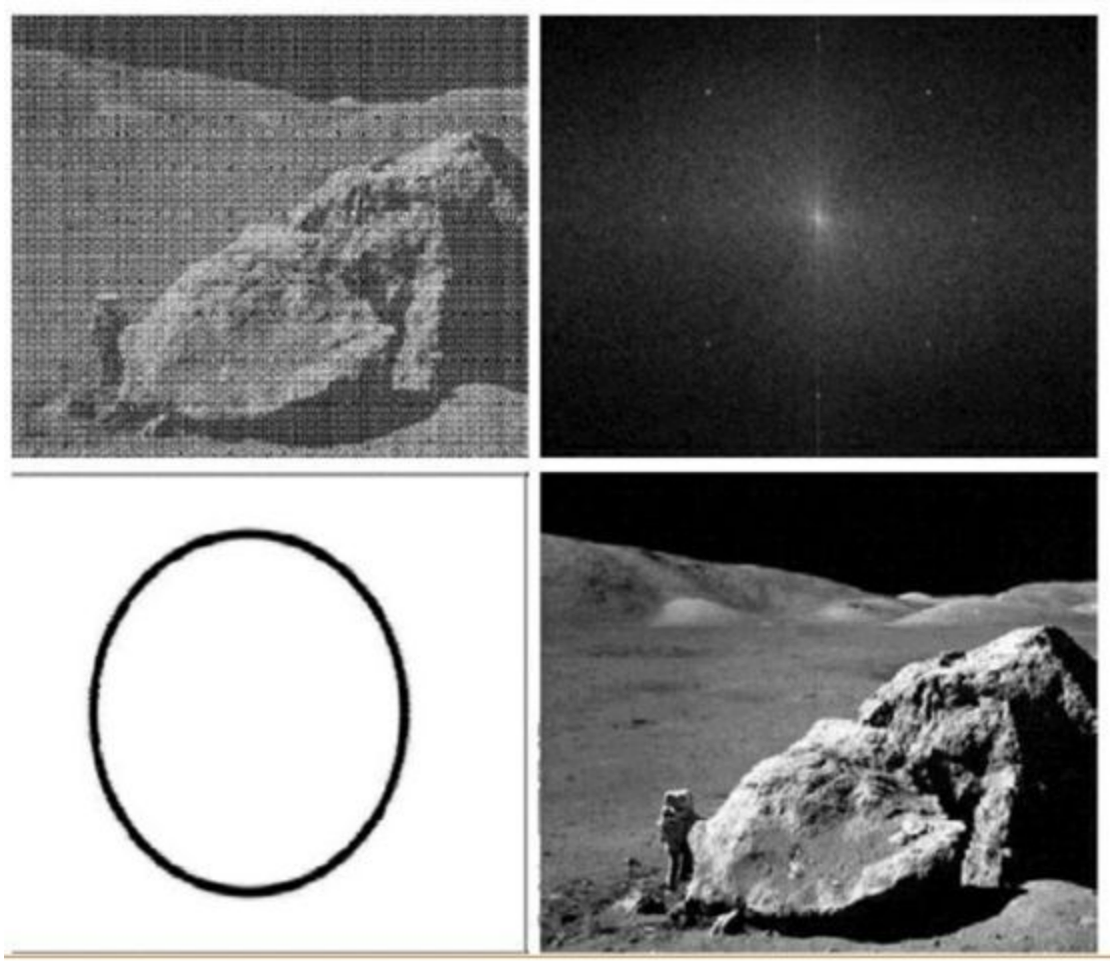
Vstupný obraz : použijeme jednu z prvých snímok, ktoré boli v digitalizovanej forme prenesené cez Atlantik v 20. rokoch minulého storočia.(Viď obr. 1.52.)

Na ďalšom obrázku 1.54 je znázornené spektrum, v ktorom vidíme niekoľko lokálnych maxím. Tieto selektívne odstránime. Vybraté lokálne maximá takpovediac „vymažeme zo spektra násobením špeciálnym filtrom - viacnásobne použijeme Gaussov filter centrovaný na príslušné maximum. Takto filtrované spektrum vidíme na obrázku 1.55.

Po spätnej filtrácii získame obraz znázornený na obrázku 1.56.

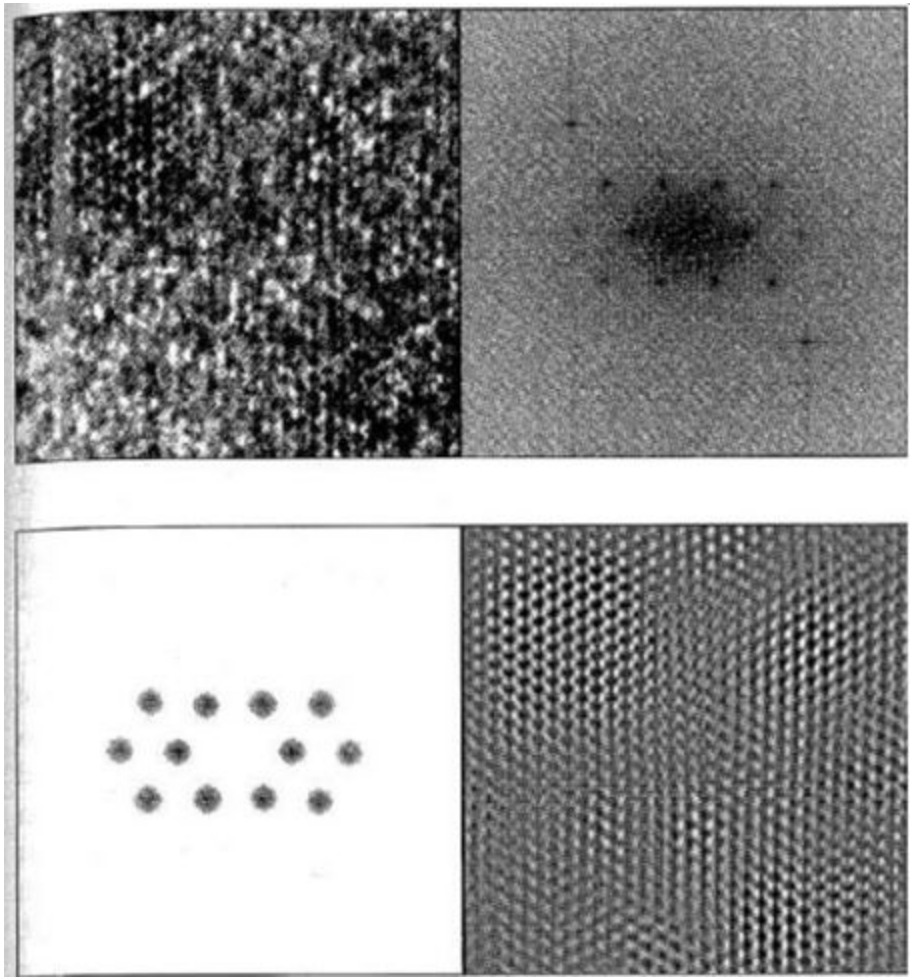
Pri pohľade na vstupný a výstupný obraz vidíme, že periodické rušenie bolo touto filtráciou do značnej miery odstránené.

Example of Filtering in the Fourier Domain
Periodic noise & band reject filter



Features of periodicity

Texture description

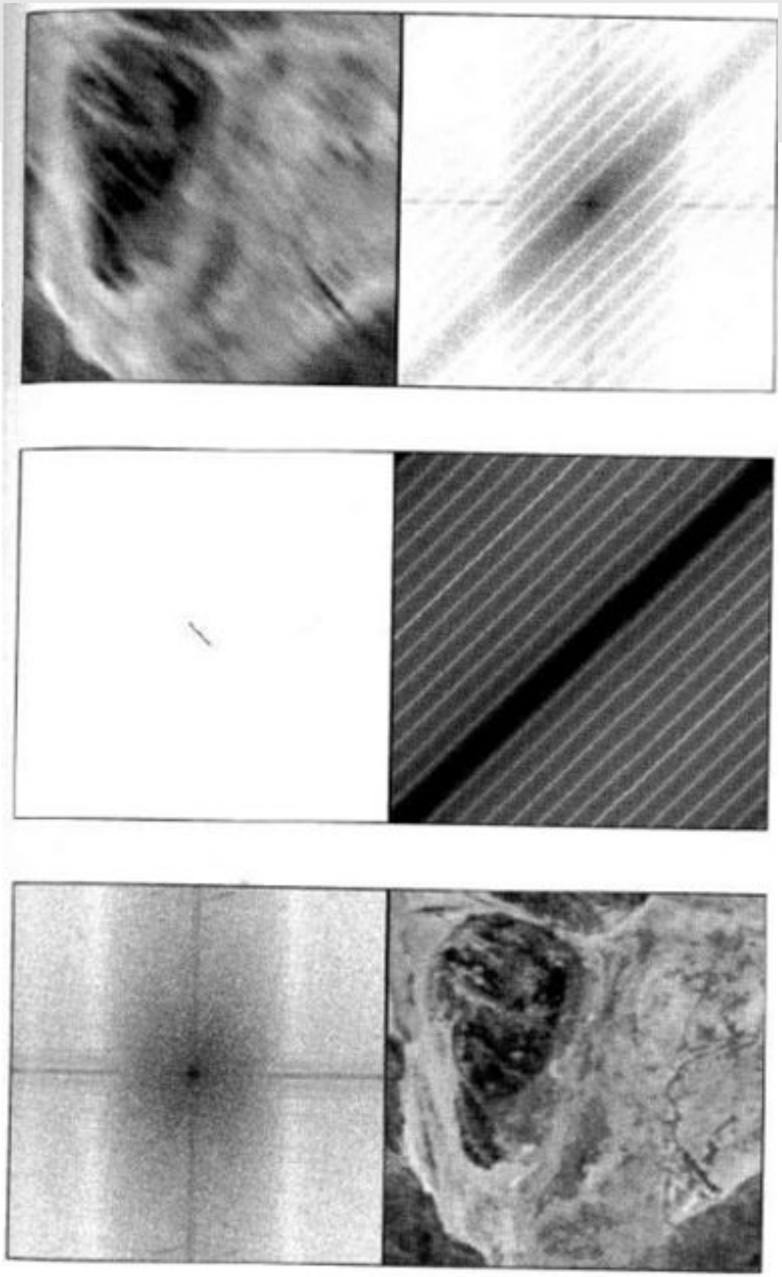


Motion blur

Motion blurred image

Estimation of motion

Inverse filtered image



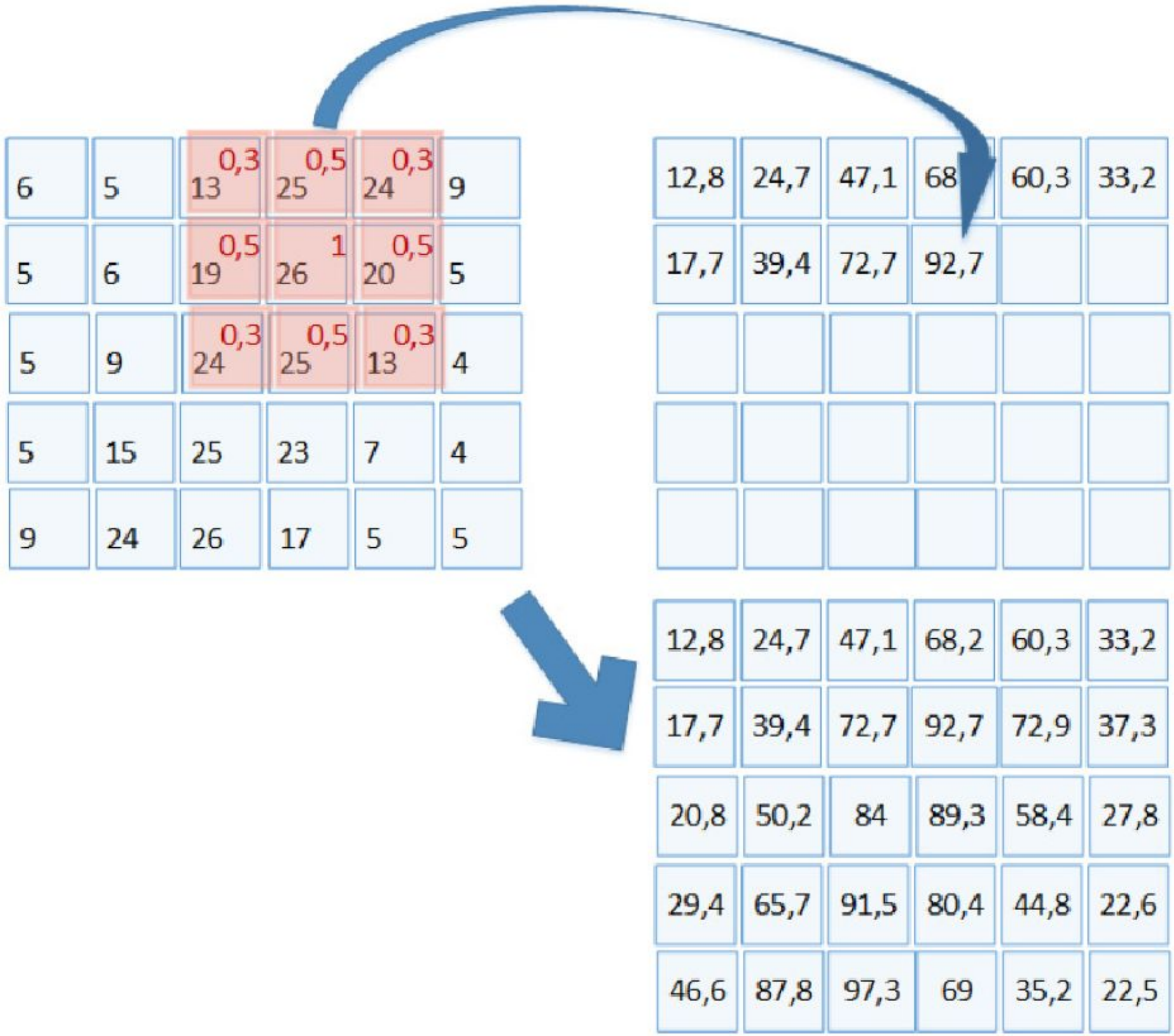
Filtration in the spatial domain

2D convolution

The discrete convolution of two functions f(x, y) and h(x, y) of size M X N is denoted by f(x,y) * h(x,y) and is defined by the expression:

$$f(x,y) * h(x,y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n) h(x-m, y-n).$$

Example of 2D Convolution



(a) $f_{(2,4)} = 13.0,3+25.0,5+24.0,3+19.0,5+26.1.0+20.0,5+24.0,3+25.0,5+13.0,3 =$ 92.7

Border Effects

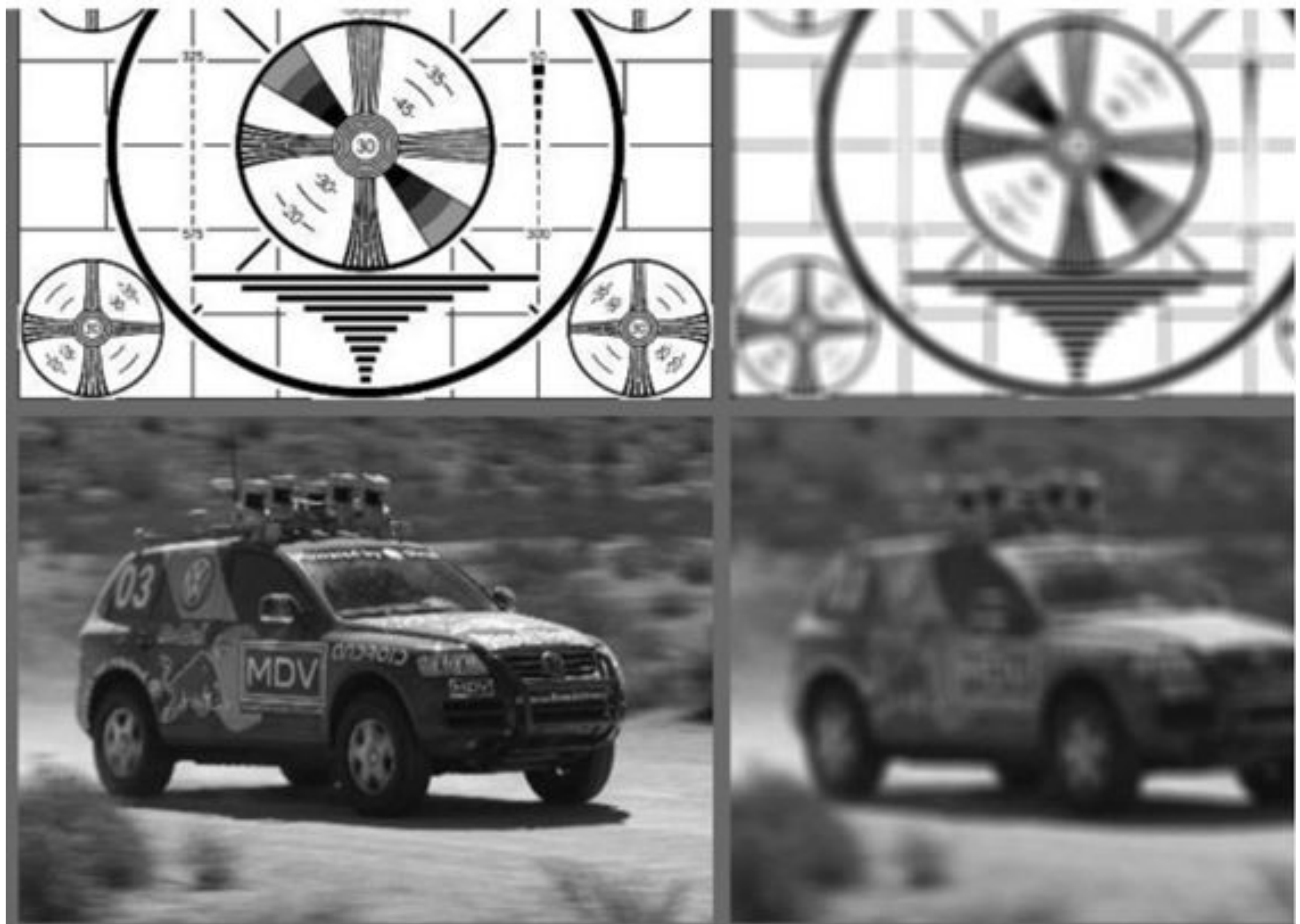
- constant (border color): set all pixels outside the source image to a specified border value
- mirror: reflect pixels across the image edge
- reduced size of the output image

Mean filter - LP (blur, smooth)

Convolution kernel 3x3:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

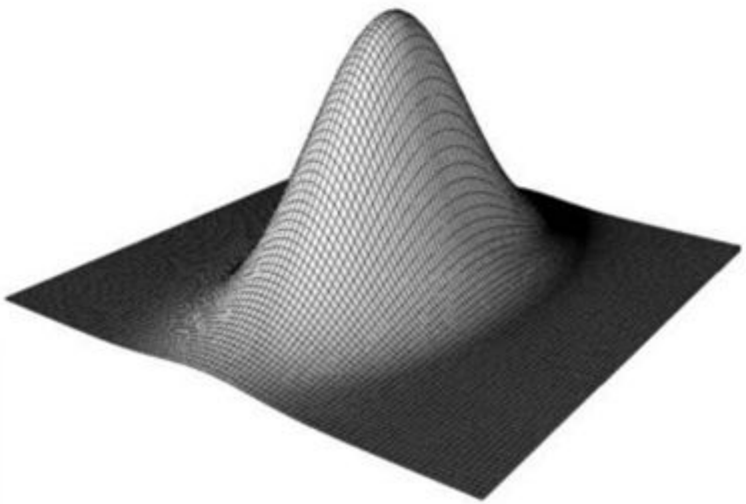
Mean filter - example



Gauss filter - LP (blur, smooth)

Gauss convolution kernel 5x5:

$$K_\sigma(x,y) := \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot exp\left(\frac{-x^2-y^2}{2\sigma^2}\right)$$



$\frac{1}{273}$

1	4	7	4	1
4	16	26	16	4
7	26	41	26	7
4	16	26	16	4
1	4	7	4	1

Gradient (Edge) filters - HP
Sobel filter

Calculates the gradient of the image intensity (at each point)

$$\mathbf{G}_y = \begin{bmatrix} +1 & +2 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} * \mathbf{A} \quad \text{and} \quad \mathbf{G}_x = \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 \\ +2 & 0 & -2 \\ +1 & 0 & -1 \end{bmatrix} * \mathbf{A}$$

Gradient (Edge) filters
Roberts, Laplace, Prewitt

Roberts

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Laplace

$$h = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad h = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Prewitt

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \ldots$$