Fortgeschrittene funktionale Programmierung in Haskell

Universität Bielefeld, Sommersemester 2015

Jonas Betzendahl & Stefan Dresselhaus

Übersicht I

- Typen
- 2 Typklassen
- 3 Praktische Arbeit

Primitive Datentypen sind eine Annotation, wie die Bits im Speicher interpretiert werden sollen.

Primitive Datentypen sind eine Annotation, wie die Bits im Speicher interpretiert werden sollen.

Einige primitive Datentypen sollten euch aus anderen Programmiersprachen schon bekannt sein:

- Zahlen (z.B. Int, Integer, Float, Double, ...)
- Zeichenketten (z.B. String, UTF-8-Strings, ...)
- Bool

Es gibt auch Datentypen höherer Ordnung. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass sie alleine nicht vollständig sind.

Es gibt auch Datentypen höherer Ordnung. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass sie alleine nicht vollständig sind.

Auch hier sollten schon einige bekannt sein: (a,k,v steht hier jeweis für einen (primitiven) Datentypen)

- Liste von a
- Hashmap von k und v
- Vektor von a
- Tree von a
- Zusammengesetzte Typen (z.B. Structs in C/C++)

Es gibt auch Datentypen höherer Ordnung. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass sie alleine nicht vollständig sind.

Auch hier sollten schon einige bekannt sein: (a,k,v steht hier jeweis für einen (primitiven) Datentypen)

- Liste von a
- Hashmap von k und v
- Vektor von a
- Tree von a
- Zusammengesetzte Typen (z.B. Structs in C/C++)

Im folgenden gehen wir auf 2 wesentliche zusammengesetzte Typen in Haskell ein: Maybe und Either.

Einen neuen Datentypen definieren wir in Haskell mit dem Keyword data:

Einen neuen Datentypen definieren wir in Haskell mit dem Keyword data:

Was hat das für einen Sinn?

Einen neuen Datentypen definieren wir in Haskell mit dem Keyword data:

Was hat das für einen Sinn?

Maybe gibt das Ergebnis einer Berechnung an, die fehlschlagen kann.

In klassischen Sprachen wird hier meist ein "abgesprochener" Fehlerzustand zurückgegeben (0, -1, null, ...). In Haskell wird dies über den Rückgabetyp deutlich gemacht.

Nachteile

• Ein neuer Datentyp, den man kennen muss

Nachteile

• Ein neuer Datentyp, den man kennen muss

Vorteile

- keine Absprachen, die man vergessen kann
- einheitliche Behandlung aller Fälle
- mehrere möglicherweise fehlschlagende Operationen gruppieren und nur solange evaluieren, bis die erste fehlschlägt oder alle erfolgreich sind

Beispiel: Finden eines Elementes in einer Liste

```
Beispiel: Finden eines Elementes in einer Liste ghci > import Data.List ghci > findIndex (== 5) [1..10]
Just 4 -- [1..10] !! 4 => 5

ghci > findIndex (== 1000) [1..10]

Nothing
```

```
Beispiel: Finden eines Elementes in einer Liste
```

Da wir 1000 in der Liste der Zahlen von 1-10 nicht finden können, haben wir keinen gültigen Index, daher bekommen wir ein Nothing.

Was hat das für einen Sinn?

Was hat das für einen Sinn?

Either benutzt man, wenn man ein erwartetes Ergebnis Right b vom Typen b hat **oder** einen Fehlerzustand Left a vom Typen a. Meistens ist das erste Argument String um eine lesbare Fehlermeldung zu bekommen.

Was hat das für einen Sinn?

Either benutzt man, wenn man ein erwartetes Ergebnis Right b vom Typen b hat **oder** einen Fehlerzustand Left a vom Typen a. Meistens ist das erste Argument String um eine lesbare Fehlermeldung zu bekommen.

Einfach zu merken: "Right" ist der "richtige" Fall.

Beispiele für eine Benutzung von Either:

```
parse5 :: String -> Either String Int
parse5 "5" = Right 5
parse5 _ = Left "Could not parse 5"

parse5 "5" -- Right 5
parse5 "abc" -- Left "Could not parse 5"
```

Man kann Typen generell in 4 Kategorien einteilen:

Man kann Typen generell in 4 Kategorien einteilen:

- Summentypen: Maybe, Either, Bool, Int, ...
- Produkttypen: Vektoren, Tupel, ...
- rekursive Typen: Liste, Stream, ...
- Exponentialtypen: Funktionen

```
Wie viele mögliche Werte kann
data Sum = S1 Bool | S2 (Maybe Bool) deriving Show
annehmen?
```

```
Wie viele mögliche Werte kann data Sum = S1 Bool | S2 (Maybe Bool) deriving Show annehmen? S1 True | S1 False | S2 (Just True) | S2 (Just False) | S2 (Nothing) Insgesamt 5. Daher auch die Bezeichnung Summentyp, da 2+(2+1)=5 (2 Belegungen für Bool, 2+1 für Maybe Bool).
```

Wie viele mögliche Werte kann data Prod = P Bool Sum annehmen?

2*5=10 (2 Belegungen für Bool, 5 für Sum).

```
Wie viele mögliche Werte kann
data Prod = P Bool Sum
annehmen?

P True (S1 True) | P False (S1 True) | P True (S1 False) | ...
... | P1 True (S2 Nothing) | P1 False (S2 Nothing)

Insgesamt 10. Daher auch die Bezeichnung Produkttyp, da
```

```
Wie viele mögliche Funktionen der Form
```

```
f :: Maybe Bool -> Bool
gibt es?
```

```
Wie viele mögliche Funktionen der Form
f :: Maybe Bool -> Bool
gibt es? Insgesamt 8, weil 8 = 2^3:
Just True |
             Just False
                            Nothing
    False
                   False
                              False
    False
                  False
                               True
    False
                    True
                              False
    False
                    True
                               True
     True
                              False
                  False
                  False
     True
                               True
     True
                    True
                              False
     True
                    True
                               True
```

Wozu interessiert uns das?

Wozu interessiert uns das?

- Wir können Abschätzen, wie viele mögliche Implementationen es gibt
- Es sollte uns lehren immer die kleinstmöglichen Typen zu nehmen
- Es bietet viele theoretische Spielereien (Beweise, Kategorientheorie, ...)

Wozu interessiert uns das?

- Wir können Abschätzen, wie viele mögliche Implementationen es gibt
- Es sollte uns lehren immer die kleinstmöglichen Typen zu nehmen
- Es bietet viele theoretische Spielereien (Beweise, Kategorientheorie, ...)
- Wir können euch jetzt mit "Summentyp" und "Produkttyp" nerven und können hierauf verweisen :)

Typen **Typk**lassen Praktische Arbeit Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Viele Typen haben ähnliche oder gleiche Eigenschaften. Diese Eigenschaften fasst man zu Typklassen zusammen.

Viele Typen haben ähnliche oder gleiche Eigenschaften. Diese Eigenschaften fasst man zu Typklassen zusammen.

- Zahlen kann man alle verrechnen, auch wenn z.B. Int und Double verschiedene Typen haben
- Listen, Vektoren, Arrays haben alle Elemente, über die man z.B. iterieren kann
- Maybe, Either, Listen, etc. haben (vielleicht) Elemente, die man verändern kann

Viele Typen haben ähnliche oder gleiche Eigenschaften. Diese Eigenschaften fasst man zu Typklassen zusammen.

- Zahlen kann man alle verrechnen, auch wenn z.B. Int und Double verschiedene Typen haben
- Listen, Vektoren, Arrays haben alle Elemente, über die man z.B. iterieren kann
- Maybe, Either, Listen, etc. haben (vielleicht) Elemente, die man verändern kann

Warnung: Typklassen haben nichts mit den Klassen der Objektorientierung zu tun, sondern eher mit Templates und abstrakten Klassen

```
class Eq a where
    (==) :: a -> a -> Bool
--or (/=) :: a -> a -> Bool

class Eq a => Ord a where
    (<=) :: a -> a -> Bool
-- definiert automatisch: compare, >=, <, >, max, min
```

```
class Eq a where
    (==) :: a -> a -> Bool
--or (/=) :: a -> a -> Bool

class Eq a => Ord a where
    (<=) :: a -> a -> Bool
-- definiert automatisch: compare, >=, <, >, max, min
```

Im folgenden stellen wir 3 Zentrale Typklassen vor: Functor, Applicative, Monad



Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Ein Funktor F lässt sich auf jedem Datentypen definieren, der sowas wie einen "Inhalt" hat.

Ein Funktor F lässt sich auf jedem Datentypen definieren, der sowas wie einen "Inhalt" hat.

Genauer: Ër wird definiert über die Funktion fmap, die es erlaubt eine Funktion auf den Inhalt anzuwenden.

f heisst hier der Kontext, in dem a existiert.

Ein Funktor F lässt sich auf jedem Datentypen definieren, der sowas wie einen "Inhalt" hat.

Genauer: Ër wird definiert über die Funktion fmap, die es erlaubt eine Funktion auf den Inhalt anzuwenden.

```
class Functor f where fmap :: (a \rightarrow b) \rightarrow f a \rightarrow f b
```

f heisst hier der Kontext, in dem a existiert.

Spoiler: Liste ist ein Funktor. Maybe auch. Wieso?

Typen **Typk**lassen Praktische Arbeit Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Hilfreiche Analogie:

Für den Anfang kann man sich den Kontext als eine Kiste vorstellen, in der etwas liegt.

Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Hilfreiche Analogie:

Für den Anfang kann man sich den **Kontext** als eine Kiste vorstellen, in der etwas liegt.

fmap wertet also nur Funktionen, die auf dem Inhalt der Kiste funktionieren würden, zu Funktionen auf, die auf Kisten mit Dingen funktionieren.

Hilfreiche Analogie:

Für den Anfang kann man sich den **Kontext** als eine Kiste vorstellen, in der etwas liegt.

fmap wertet also nur Funktionen, die auf dem Inhalt der Kiste funktionieren würden, zu Funktionen auf, die auf Kisten mit Dingen funktionieren.

Man kann fmap daher auch etwas anders Klammern:

$$fmap :: (a \rightarrow b) \rightarrow (f a \rightarrow f b)$$

fmap nimmt somit eine Funktion und gibt eine neue Funktion zurück, die auf dem Kontext f funktioniert.

Functor-Instanz von Maybe:

```
instance Functor Maybe where
   fmap f (Just a) = Just (f a)
   fmap _ Nothing = Nothing
```

```
Functor-Instanz von Maybe:
```

```
instance Functor Maybe where
   fmap f (Just a) = Just (f a)
   fmap _ Nothing = Nothing
Functor-Instanz von Listen:
instance Functor [] where
   fmap f (x:xs) = f x : (fmap f xs)
   fmap _ [] = []
```

fmap auf Listen ist einfach das bekannte map.

```
Functor-Instanz von Maybe:
```

```
instance Functor Maybe where
   fmap f (Just a) = Just (f a)
   fmap _ Nothing = Nothing
Functor-Instanz von Listen:
instance Functor [] where
   fmap f (x:xs) = f x : (fmap f xs)
   fmap _ [] = []
fmap auf Listen ist einfach das bekannte map.
```

fmap hat auch eine infix-Schreibweise: <\$>.

Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

```
ghci > fmap (+1) (Just 3)
              Just 4
ghci > fmap (+1) Nothing
```

```
ghci > fmap (+1) (Just 3)
          Just 4
ghci > fmap (+1) Nothing
          Nothing
ghci > fmap (+1) [1..10]
```

```
ghci > fmap (+1) (Just 3)
       Just 4
ghci > fmap (+1) Nothing
       Nothing
ghci > fmap (+1) [1..10]
       [2,3,4,5,6,7,8,9,10,11]
ghci > fmap (+1) (Right 2)
       Right 3
ghci > fmap (+1) (Left 2)
```

```
ghci > fmap (+1) (Just 3)
       Just 4
ghci > fmap (+1) Nothing
       Nothing
ghci > fmap (+1) [1..10]
       [2,3,4,5,6,7,8,9,10,11]
ghci > fmap (+1) (Right 2)
       Right 3
ghci > fmap (+1) (Left 2)
       Left 2
```

Typen **Typk**lassen Praktische Arbeit Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Funktoren sind mathematische Objekte mit Eigenschaften. Damit der Compiler auch die richtigen Optimierungen machen kann, muss jeder Funktor folgende Regeln erfüllen: Funktoren sind mathematische Objekte mit Eigenschaften. Damit der Compiler auch die richtigen Optimierungen machen kann, muss jeder Funktor folgende Regeln erfüllen:

```
-- Strukturerhaltung
fmap id = id
```

Die Datenstruktur darf sich nicht ändern.

Funktoren sind mathematische Objekte mit Eigenschaften. Damit der Compiler auch die richtigen Optimierungen machen kann, muss jeder Funktor folgende Regeln erfüllen:

```
-- Strukturerhaltung
fmap id = id
```

Die Datenstruktur darf sich nicht ändern.

```
-- Composability fmap (f . g) = fmap f . fmap g
```

Mehrere fmaps hintereinander dürfen zusammengefasst werden, ohne, dass sich das Ergebnis ändert.

Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

```
fmap' f [] = []
fmap' f (a:as) = (f a):a:(fmap' f as)
```

```
fmap' f [] = []
fmap' f (a:as) = (f a):a:(fmap' f as)
fmap' id [1,2,3] = [1,1,2,2,3,3] /= [1,2,3]
```

Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

```
fmap' f Nothing = Nothing
fmap' f (Just a) = Just (f (f a))
```

```
fmap' f Nothing = Nothing
fmap' f (Just a) = Just (f (f a))

(fmap' (+1) . fmap' (*2)) (Just 1)
= fmap' (+1) (Just (*2) (*2) 1))
= fmap' (+1) (Just 4)
= Just 6

(fmap' ((+1).(*2)) (Just 1)
= Just (((+1).(*2).(+1).(*2)) 1)
= Just 7
```

Typen **Typklassen** Praktische Arbeit Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Applicative funktioniert ähnlich zu Funktor. Hierbei kann man auch mit Funktionen in einem Kontext arbeiten.

Applicative funktioniert ähnlich zu Funktor. Hierbei kann man auch mit Funktionen in einem Kontext arbeiten.

```
class Functor f => Applicative f where
   pure :: a -> f a
   (<*>) :: f (a -> b) -> f a -> f b
```

Applicative

```
class Functor f => Applicative f where
  pure :: a -> f a
  (<*>) :: f (a -> b) -> f a -> f b
```

pure bringt etwas in den Standardkontext (z.B. Liste mit 1 Element, Just x, Right x, ..).

<*> ist fast ein fmap, nur dass die Funktion auch in demselben Kontext liegt.

Applicative-Instanz von Maybe:

Applicative

Applicative-Instanz von Maybe:

Auch für Applicative gibt es Gesetze:

Diese Gesetze regeln (abgesehen von der Verkettung) nur, dass sich Applicative konsistent zu Functor verhält.

Typklassen

Applicative

Praktische Arbeit

```
ghci > import Control.Applicative
ghci > Just (+1) <*> Just 3
```

```
ghci > import Control.Applicative
ghci > Just (+1) <*> Just 3
       Just 4
ghci > Nothing <*> Just 3
       Nothing
ghci > pure (+1) <*> Right 2
       Right 3
ghci > pure (+1) <*> Just 2
       Just 3
ghci > [(+1),(*2)] <*> [1..5]
```

```
ghci > import Control.Applicative
ghci > Just (+1) <*> Just 3
       Just 4
ghci > Nothing <*> Just 3
       Nothing
ghci > pure (+1) <*> Right 2
       Right 3
ghci > pure (+1) <*> Just 2
       Just 3
ghci > [(+1),(*2)] < * > [1..5]
       [2,3,4,5,6,2,4,6,8,10]
ghci > pure (*) <*> [1..3] <*> [1..3]
```

```
ghci > import Control.Applicative
ghci > Just (+1) <*> Just 3
       Just 4
ghci > Nothing <*> Just 3
       Nothing
ghci > pure (+1) <*> Right 2
       Right 3
ghci > pure (+1) <*> Just 2
       Just 3
ghci > [(+1),(*2)] < * > [1..5]
       [2,3,4,5,6,2,4,6,8,10]
ghci > pure (*) <*> [1..3] <*> [1..3]
       [1,2,3,2,4,6,3,6,9]
```

Ein Monoid ist ein Konzept, was häufiger mal auftaucht. Mathematisch gesehen ist ein Monoid eine Menge mit assoziativer Operation und neutralem Element. Folglich lautet die Definition in Haskell:

```
class Monoid a where
mempty :: a
mappend :: a -> a -> a
mconcat :: [a] -> a
mconcat = foldr mappend mempty
```

Ein Monoid ist ein Konzept, was häufiger mal auftaucht.

Mathematisch gesehen ist ein Monoid eine Menge mit assoziativer Operation und neutralem Element.

Folglich lautet die Definition in Haskell:

```
class Monoid a where
mempty :: a
mappend :: a -> a -> a
mconcat :: [a] -> a
mconcat = foldr mappend mempty
```

Monoide, die ihr schon kennt, sind z.B. Listen (mit [] und ++) und Bäume.

Ein Monoid ist ein Konzept, was häufiger mal auftaucht.

Mathematisch gesehen ist ein Monoid eine Menge mit assoziativer Operation und neutralem Element.

Folglich lautet die Definition in Haskell:

```
class Monoid a where
mempty :: a
mappend :: a -> a -> a
mconcat :: [a] -> a
mconcat = foldr mappend mempty
```

Monoide, die ihr schon kennt, sind z.B. Listen (mit [] und ++) und Bäume.

Für mappend schreibt man auch <>.

Typen **Typklassen** Praktische Arbeit Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Wozu Monaden?

Typen **Typklassen** Praktische Arbeit Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Wozu Monaden?

• Man kann auch ohne funktional programmieren

Wozu Monaden?

- Man kann auch ohne funktional programmieren
- Monaden verhalten sich wie ein Semikolon in anderen Sprachen

Wozu Monaden?

- Man kann auch ohne funktional programmieren
- Monaden verhalten sich wie ein Semikolon in anderen Sprachen
- Monaden "arbeiten" im Hintergrund

Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Beispiel

f :: Maybe Header
getInbox :: Maybe Folder

getFirstMail :: Folder -> Maybe Mail
getHeader :: Mail -> Maybe Header

```
Beispiel
f
             :: Maybe Header
getInbox :: Maybe Folder
getFirstMail :: Folder -> Maybe Mail
getHeader :: Mail -> Maybe Header
Ohne Monaden:
f = case getInbox of
      (Just folder) ->
         case getFirstMail folder of
            (Just mail) ->
               case getHeader mail of
                  (Just head) -> return head
                 Nothing -> Nothing
           Nothing -> Nothing
```

Nothing -> Nothing

```
Beispiel
```

Typen Typklassen Praktische Arbeit Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Wie funktioniert diese Magie?

Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Wie funktioniert diese Magie? Monaden benutzen die Funktion "bind " (»=) um Berechnungen zu verketten und arbeit für uns im Hintergrund zu übernehmen. Wie funktioniert diese Magie?

Monaden benutzen die Funktion "bind" (»=) um Berechnungen zu verketten und arbeit für uns im Hintergrund zu übernehmen.

```
class Applicative m => Monad m where
  return :: a -> m a
  (>>=) :: m a -> (a -> m b) -> m b
```

Wie funktioniert diese Magie?

Monaden benutzen die Funktion "bind" (»=) um Berechnungen zu verketten und arbeit für uns im Hintergrund zu übernehmen.

```
class Applicative m => Monad m where
 return :: a -> m a
  (>>=) :: m a -> (a -> m b) -> m b
```

return funktioniert analog zu pure und bringt ein Element in den Standardkontext.

»= enthält die ganze Magie. Prinzipiell "packt" es ein m a aus und wendet die mitgegegbene Funktion an.

Monad-Instanz von Maybe:

Monad-Instanz von Maybe:

Typen **Typk**lassen Praktische Arbeit Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Zurück zu unserem Beispiel. Wie helfen nun Monaden?

```
Zurück zu unserem Beispiel. Wie helfen nun Monaden?
```

Typen **Typ**klassen Praktische Arbeit Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

Schreiben wir mittels »= um zu:

```
Schreiben wir mittels »= um zu:
```

»= fäng hier den Nothing-Fall ab und wir geben eine Funktion mit, die nur noch den Just-Fall behandeln muss.

Da dieses ganze x \gg = (\v -> ... \gg = (\w -> ...)) hässlich ist, gibt es die do-notation.

Wir können das Beispiel von oben also umschreiben als:

```
Da dieses ganze x >= (\v -> ... >= (\w -> ...)) hässlich ist, gibt es die do-notation.

Wir können das Beispiel von oben also umschreiben als:

f = do

folder <- getInbox
mail <- getFirstMail folder
header <- getHeader mail
return header
```

```
Da dieses ganze x \gg= (\v -> ... \gg= (\w -> ...)) hässlich ist,
gibt es die do-notation.
Wir können das Beispiel von oben also umschreiben als:
f = do
      folder <- getInbox
      mail <- getFirstMail folder
      header <- getHeader mail
      return header
<- extrahiert hier den Wert "aus der Monade":
getInbox :: Maybe Folder
folder :: Folder
```

```
Da dieses ganze x \gg= (\v -> ... \gg= (\w -> ...)) hässlich ist,
gibt es die do-notation.
Wir können das Beispiel von oben also umschreiben als:
f = do
      folder <- getInbox
      mail <- getFirstMail folder
      header <- getHeader mail
      return header
<- extrahiert hier den Wert "aus der Monade":
getInbox :: Maybe Folder
folder :: Folder
```

Dieses automatische Zusammenfassen funktioniert nur, wenn alle Funktionen als letzten Wert etwas in derselben Monade zurückgeben.

Typen **Typk**lassen Praktische Arbeit Beispiele Functor Applicative Monoid Monad do-notation Monad-Rules

In manchen Fällen können wir sogar auf die do-notation verzichten. Wenn jeder zurückgegebene Wert direkt von der nächsten Funktion gebraucht wird, dann sparen wir uns die lambda-Ausdrücke und verketten direkt:

In manchen Fällen können wir sogar auf die do-notation verzichten. Wenn jeder zurückgegebene Wert direkt von der nächsten Funktion gebraucht wird, dann sparen wir uns die lambda-Ausdrücke und verketten direkt:

f = getInbox >>= getFirstMail >>= getHeader

In manchen Fällen können wir sogar auf die do-notation verzichten. Wenn jeder zurückgegebene Wert direkt von der nächsten Funktion gebraucht wird, dann sparen wir uns die lambda-Ausdrücke und verketten direkt:

```
f = getInbox >>= getFirstMail >>= getHeader
```

Eine weitere Funktion, die einem in diesem Kontext begegnet ist », welche das Ergebnis verwirft und die nächste Funktion ohne Parameter aufruft:

In manchen Fällen können wir sogar auf die do-notation verzichten. Wenn jeder zurückgegebene Wert direkt von der nächsten Funktion gebraucht wird, dann sparen wir uns die lambda-Ausdrücke und verketten direkt:

```
f = getInbox >>= getFirstMail >>= getHeader
```

Eine weitere Funktion, die einem in diesem Kontext begegnet ist », welche das Ergebnis verwirft und die nächste Funktion ohne Parameter aufruft:

Dieses Programm gibt einen String aus (mit dem Ergebnis IO ()) und wir schmeissen das Ergebnis weg und rufen einfach die nächsten Funktionen auf.

Monaden haben ähnlich zu Functor und Applicative auch mathematische Regeln, die man erfüllen Muss.

Linksidentität

Rechtsidentität

Assoziativität

$$(m >>= f) >>= g == m >>= (\x -> f x >>= g)$$

Monaden haben ähnlich zu Functor und Applicative auch mathematische Regeln, die man erfüllen Muss.

Linksidentität

Rechtsidentität

Assoziativität

$$(m >>= f) >>= g == m >>= (\x -> f x >>= g)$$

Die Assoziativität ist etwas schwer zu erkennen. Deutlicher wird es, wenn wir eine umgeformte Funktion definieren:

$$(<=<)$$
 :: (Monad m) => (b -> m c) -> (a -> m b) -> (a -> m c) f <=< g = (\x -> g x >>= f)

Somit gibt sich für die Regeln:

Monad-Rules

Somit gibt sich für die Regeln:

Diese Regeln sind relativ "natürlich", da sie im prinzip nur Funktionskomposition (.) auf Monaden wohldefinieren.

do-notation List-Comprehension State-Monade

Die do-notation hängt - wie wir eben gesehen haben - mit der Monade zusammen und ist über »= definiert. Die do-notation hängt - wie wir eben gesehen haben - mit der Monade zusammen und ist über »= definiert.

Damit verhält sich diese Notation für jede Monade anders.

Die do-notation hängt - wie wir eben gesehen haben - mit der Monade zusammen und ist über »= definiert.

Damit verhält sich diese Notation für jede Monade anders.

Vorher hatten wir nur do im Kontext von IO. Daher gehen wir nun auf andere Monaden ein und wie hier die do-notation genutzt wird.

Die bereits bekannte List-Comprehension

```
let 1 = [x*y \mid x \leftarrow [1..5], y \leftarrow [1..5], x + y == 5] ist nur syntaktischer Zucker für die monadische do-notation:
```

```
let 1 = do
    x <- [1..5]
    y <- [1..5]
    guard (x + y == 5)
    return x*y</pre>
```

mit

```
guard :: (MonadPlus m) => Bool -> m ()
guard True = return ()
guard False = mzero
```

Häufig hat man das Problem, dass man einen Zustand in einem Programm herumreichen möchte.

Häufig hat man das Problem, dass man einen Zustand in einem Programm herumreichen möchte.

Hierzu gibt es 2 Möglichkeiten:

- Oen Zustand immer explizit an die Funktion übergeben
- 2 Den Zustand in einer Monade verstecken

Häufig hat man das Problem, dass man einen Zustand in einem Programm herumreichen möchte.

Hierzu gibt es 2 Möglichkeiten:

- Oen Zustand immer explizit an die Funktion übergeben
- Oen Zustand in einer Monade verstecken

Letzteres hat den Vorteil, dass man auch Funktionen aufwerten kann, die den Zustand ignorieren.

Die State-Monade macht keine "Magie" im Hintergrund, sondern hält einfach nur einen Zustand fest und hat den Typen

State s a

wobei s der interne Zustand und a der Rückgabewert ist.

Die State-Monade macht keine "Magie" im Hintergrund, sondern hält einfach nur einen Zustand fest und hat den Typen

```
State s a
```

wobei s der interne Zustand und a der Rückgabewert ist. Um damit zu arbeiten gibt es u.A. folgende Hilfsfunktionen:

```
get :: State s s
put :: s -> State s ()
modify :: (s -> s) -> State s ()
```

jeweils um den internen Zustand zu holen, setzen oder zu modifizieren.

```
Beispiel:
```

```
countme :: a -> State Int a
countme a = do
                modify (+1)
                return a
example :: State Int Int
example = do
                x \leftarrow countme (2+2)
                v \leftarrow return (x*x)
                z \leftarrow countme (y-2)
                return z
examplemain = runState example 0
-- \rightarrow (14,2), 14 = wert von z, 2 = interner counter
```

Beispiel 2:

```
module Main where
import Control.Monad.State
type CountState = (Bool, Int)

startState :: CountState
startState = (False, 0)

play :: String -> State CountState Int
--play ...
```

```
play [] = do
              (_, score) <- get
              return score
play(x:xs) = do
 (on, score) <- get
 case x of
   'C' -> if on then put (on, score + 1) else put (on, score)
   'A' -> if on then put (on, score - 1) else put (on, score)
   'T' -> put (False, score)
   'G' -> put (True, score)
      -> put (on, score)
 play xs
main = print $ runState (play "GACAACTCGAAT") startState
-- -> (-3.(False.-3))
```