Diego Garcia Rueda A01735217

a) **$J\ddot{q}+k\dot{q}+mga\cos(q)=\tau$,** $a=l/2$, $J=4/3\ ma^2$**,** donde la entrada es **"τ"** y la salida es **"q" (Robot de 1 link)**

$$J\ddot{q} + k\dot{q} + amg\cos(q) = \tau, \quad a = \frac{1}{2}, \quad J = \frac{4}{3}ma^2$$

Entrada: τ

Salida: q

① $y = q$

$x_1 = y \rightarrow x_1 = q$

$x_2 = \dot{y} \rightarrow x_2 = \dot{q}$

② $\dot{x}_1 = \dot{q} \rightarrow \dot{x}_1 = x_2$

$$\dot{x}_2 = \ddot{q} \rightarrow \dot{x}_2 = \frac{\tau - K\dot{q} - mga\cos(q)}{J}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{\tau - K x_2 - mga\cos(x_1)}{J}$$

③ $$\ddot{q} = \frac{\tau - K\dot{q} - mga\cos(q)}{J}$$

④ $\dot{x}_1 = 0x_1 + 1x_2 + 0\tau(u)$

$$\dot{x}_2 = \frac{-mga\cos(x_1)}{J} - \frac{K}{J}x_2 + \frac{1}{J}\tau(u)$$

⑤ $$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-mga\cos(x_1)}{J} & -\frac{K}{J}\end{bmatrix}}_{A}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{J}\end{bmatrix}}_{B} U$$

⑥ $y = q \rightarrow y = x_1 + 0x_2 + 0\tau \rightarrow y\ \underbrace{[1\ \ 0]}_{C} + \underbrace{0}_{D}\tau(u)$

En el desarrollo de este modelo dinámico se definen en el paso 1 las variables de estado estableciendo cuál es la salida del sistema (y) así obteniendo tanto x1 y x2.

Posteriormente en el paso 2 se obtienen las variables que sirven para el desarrollo del sistema matricial, en el paso 3 se establece el despeje necesario para la obtención de la segunda derivada a partir de la ecuación diferencial, se reemplaza las variables de la ecuación diferencial por las variables del espacio de estados usando como base las equivalencias de los primeros pasos.

En el paso 4 se establecen los sistemas de ecuaciones usando los resultados del paso 2, estableciendo cuales son las variables de estados y cuál valor corresponde a la entrada del sistema dinámico que en este caso sería el Torque del sistema. Con estos valores se establece el sistema matricial A y B. Finalmente con la primera equivalencia se definen los componentes C y D del sistema matricial.

b) **$L\ddot{q}+R\dot{q}+1/C\ q=E$,** donde la entrada es **"E"** y la salida es **"q"**
(Circuito eléctrico RLC)

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = E \ , \quad \text{Entrada: } E \quad \text{Salida: } q$$

① $y = q$

$x_1 = y \rightarrow x_1 = q$

$x_2 = \dot{y} \rightarrow x_2 = \dot{q}$

② $\dot{x}_1 = \dot{q} \rightarrow \dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = \ddot{q} \rightarrow \dot{x}_2 = \frac{E}{L} - \frac{R\dot{q}}{L} - \frac{1}{LC}q$

$\dot{x}_2 = \frac{E}{L} - \frac{Rx_2}{L} - \frac{x_1}{LC}$

③ $\ddot{q} = \frac{E - R\dot{q} - \frac{1}{C}q}{L}$

$\downarrow \ \ddot{q} = \frac{E}{L} - \frac{R\dot{q}}{L} - \frac{1}{LC}q$

④ $\dot{x}_1 = 0x_1 + 1x_2 + 0E(u)$

$\dot{x}_2 = -\frac{1}{LC}x_1 - \frac{R}{L}x_2 + \frac{1}{L}E(u)$

⑤ $$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}}_{B} u$$

⑥ $y = q \rightarrow y = x_1 + 0x_2 + 0E \searrow y = \underbrace{[1 \ 0]}_{C}x + \underbrace{0}_{D}E$

En el desarrollo de este modelo dinámico se definen en el paso 1 las variables de estado estableciendo cuál es la salida del sistema (q) así obteniendo tanto x1 y x2.

Posteriormente en el paso 2 se obtienen las variables que sirven para el desarrollo del sistema matricial, en el paso 3 se establece el despeje necesario para la obtención de la segunda derivada a partir de la ecuación diferencial, se reemplaza las variables de la ecuación diferencial por las variables del espacio de estados usando como base las equivalencias de los primeros pasos.

En el paso 4 se establecen los sistemas de ecuaciones usando los resultados del paso 2, estableciendo cuales son las variables de estados y cuál valor corresponde a la entrada del sistema dinámico que en este caso es E. Con estos valores se establece el sistema matricial A y B. Finalmente con la primera equivalencia se definen los componentes C y D del sistema matricial.

c) **τ^2 ÿ+2ετy ̇+y=x ,** donde la entrada es **“x”** y la salida es **“y”**
(Sistema arbitrario)

$$\tau^2\ddot{y} + 2\varepsilon\tau\dot{y} + y = x \ , \quad \text{Entrada: } x \quad \text{Salida: } y$$

① $y = y$

$x_1 = y \rightarrow x_1 = y$

$x_2 = \dot{y} \rightarrow x_2 = \dot{y}$

② $\dot{x}_1 = \dot{y} \rightarrow \dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = \ddot{y} \rightarrow \dot{x}_2 = \frac{x - 2\varepsilon\tau x_2 - x_1}{\tau^2}$

③ $\ddot{y} = \frac{x - 2\varepsilon\tau\dot{y} - y}{\tau^2}$

$\downarrow \ \ddot{y} = \frac{x - 2\varepsilon\tau x_2 - x_1}{\tau^2}$

④ $\dot{x}_1 = 0x_1 + 1x_2 + 0x(u)$

$\dot{x}_2 = -\frac{1}{\tau^2}x_1 - \frac{2\varepsilon\tau}{\tau^2}x_2 + \frac{1}{\tau^2}x(u)$

⑤ $$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{\tau^2} & -\frac{2\varepsilon\tau}{\tau^2} \end{bmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau^2} \end{bmatrix}}_{B} u$$

⑥ $y = y \rightarrow y = x_1 + 0x_2 + 0x \searrow y = \underbrace{[1 \ 0]}_{C}x + \underbrace{0}_{D}x(u)$

En el desarrollo de este modelo dinámico se definen en el paso 1 las variables de estado estableciendo cuál es la salida del sistema (y) así obteniendo tanto x1 y x2.

Posteriormente en el paso 2 se obtienen las variables que sirven para el desarrollo del sistema matricial, en el paso 3 se establece el despeje necesario para la obtención de la segunda derivada a partir de la ecuación diferencial, se reemplaza las variables de la ecuación diferencial por las variables del espacio de estados usando como base las equivalencias de los primeros pasos.

En el paso 4 se establecen los sistemas de ecuaciones usando los resultados del paso 2, estableciendo cuales son las variables de estados y cuál valor corresponde a la entrada del sistema dinámico (x). Con estos valores se establece el sistema matricial A y B. Finalmente con la primera equivalencia se definen los componentes C y D del sistema matricial.