

Serie 3**1. Min-Heap: HEAP-EXTRACT-MIN**

Min-Heap: $A[\text{Parent}(i)] \leq A[i]$ (Parent-Element ist immer kleiner oder gleich)

2	11	7	15	22	9	18	15	27	31
---	----	---	----	----	---	----	----	----	----

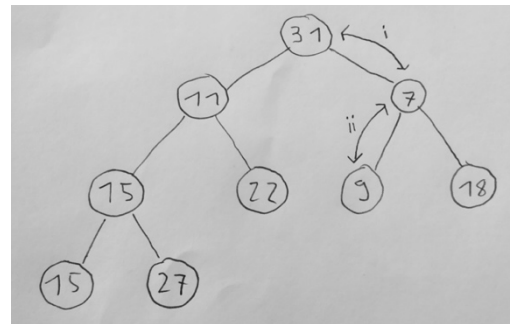
Wurzel-Element wird mit letztem Element vertauscht und der Heap um 1 Element verkleinert

31	11	7	15	22	9	18	15	27
----	----	---	----	----	---	----	----	----

Min-Heap Eigenschaft wiederherstellen

ergibt:

7	11	9	15	22	31	18	15	27
---	----	---	----	----	----	----	----	----

**2. Teilbäume von Max-Heaps**

Sei n = Höhe eines Max-Heap Baums

Für $n = 1$: $A[\text{parent}(1)] \geq A[1]$ stimmt.

Annahme: $A[\text{parent}(n)] \geq A[n]$.

Schritt: $n \rightarrow n + 1$: $A[\text{parent}(n+1)] \geq A[n]$

Da die maximale tiefe eines Unterbaumes jedoch immer um 1 kleiner ist, gilt $A[\text{parent}(n)] \geq A[n-1]$ und da $A[n] \geq A[n-1]$ folgt die Behauptung aus der Annahme.

3. Max-Heap

Max-Heap: $A[\text{Parent}(i)] \geq A[i]$ (Parent-Element ist immer grösser oder gleich)

23	17	14	6	13	10	1	5	7	12
----	----	----	---	----	----	---	---	---	----

$23 \geq 17$ und $23 \geq 14$ true

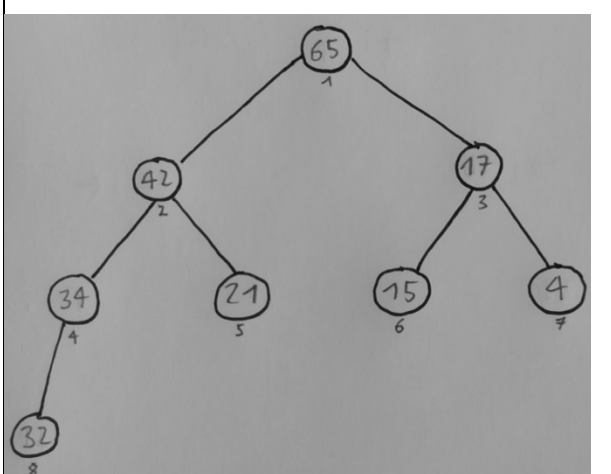
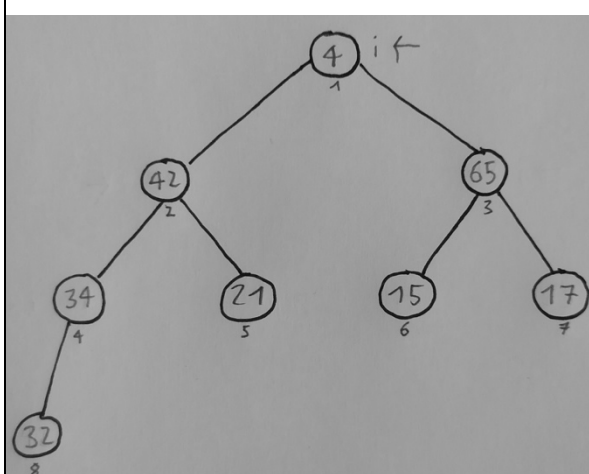
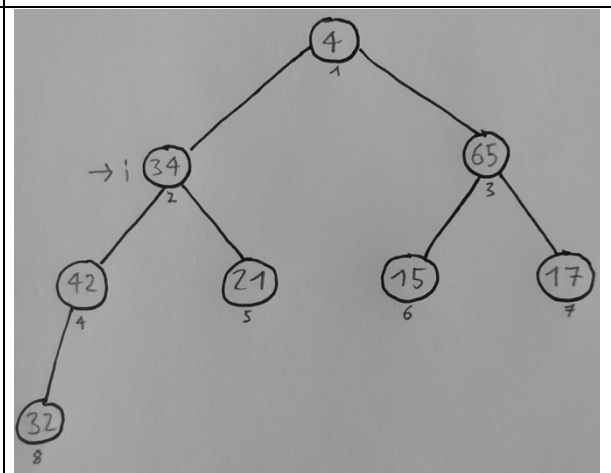
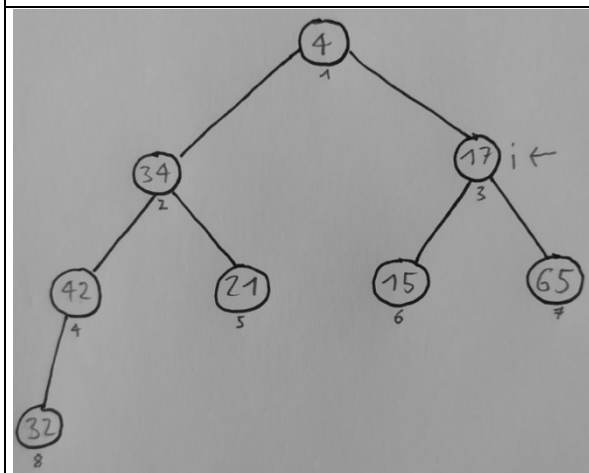
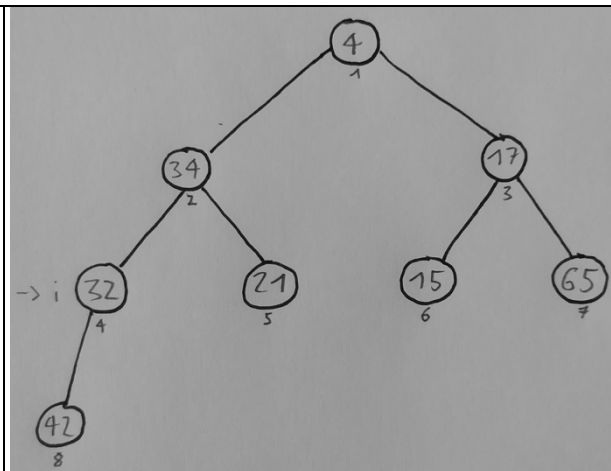
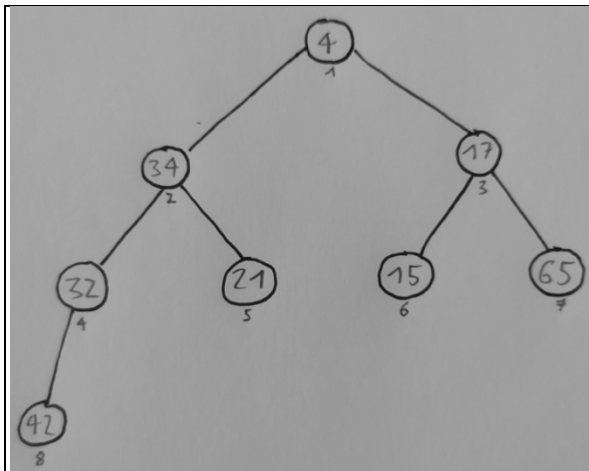
$17 \geq 6$ und $17 \geq 13$ true

$14 \geq 10$ und $14 \geq 1$ true

$6 \geq 5$ aber nicht $6 \geq 7 \rightarrow$ Widerspruch, es handelt sich nicht um ein Max-Heap

4. BUILD-MAX-HEAP

4	34	17	32	21	15	65	42
---	----	----	----	----	----	----	----



➔

65	42	17	34	21	15	4	32
----	----	----	----	----	----	---	----

5. Laufzeit von HEAPSORT

In aufsteigender Reihenfolge sortiert

Heap Konstruktion: Build Max-Heap $\rightarrow O(n)$

Aufrechterhaltung der Heap Eigenschaft:

- das Element an Stelle 1 wird mit dem letzten Element des Heaps vertauscht
 - der Heap wird um 1 Element gekürzt
 - das kleinste Element, dass nun anstelle 1 ist «rutscht» wieder herunter im Baum (Max-Heapify(A,1))
- ➔ das ganze wird (n-1) mal wiederholt: $O(n \lg n)$

Total (Konstruktion + Aufrechterhaltung): $O(n) + O(n \lg n) = O(n \lg n)$

In absteigender Reihenfolge sortiert

Heap Konstruktion: ist bereits ein Max-Heap

Aufrechterhaltung der Heap Eigenschaft:

- ➔ Gleicher Ablauf wie oben: $O(n \lg n)$

Total (Konstruktion + Aufrechterhaltung): $O(n \lg n)$

6. Quicksort

```

Quicksort(A, 1, 9)
  ( Quicksort(A, 1, 0) )
  Quicksort(A, 2, 9)
    Quicksort(A, 2, 3)
      ( Quicksort (A,2, 1) )
      Quicksort(A, 3, 3)
    Quicksort(A, 5, 9)
      Quicksort(A, 5, 5)
      Quicksort(A, 7, 9)
        Quicksort(A, 7, 7)
        Quicksort(A, 9, 9)

```

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
A =	19	17	3	28	60	33	20	30	2	Partition
Partition (A,1,9)	19	17	3	28	60	33	20	30	2	pivot Element x
	19	17	3	28	60	33	20	30	2	i Block < x
	2	17	3	28	60	33	20	30	19	j Block > x
Partition (A,2,9)	2	17	3	28	60	33	20	30	19	fixes Element
	2	17	3	28	60	33	20	30	19	
	2	17	3	19	60	33	20	30	28	
Partition (A,2,3)	2	17	3	19	60	33	20	30	28	
	2	17	3	19	60	33	20	30	28	
	2	3	17	19	60	33	20	30	28	
Partition (A,3,3)	2	3	17	19	60	33	20	30	28	
	2	3	17	19	60	33	20	30	28	
	2	3	17	19	60	33	20	30	28	
Partition (A,5,9)	2	3	17	19	60	33	20	30	28	
	2	3	17	19	20	33	60	30	28	
	2	3	17	19	20	28	60	30	33	
Partition (A,5,5)	2	3	17	19	20	28	60	30	33	
	2	3	17	19	20	28	60	30	33	
	2	3	17	19	20	28	60	30	33	
Partition (A,7,9)	2	3	17	19	20	28	60	30	33	
	2	3	17	19	20	28	30	60	33	
	2	3	17	19	20	28	30	33	60	
Partition (A,7,7)	2	3	17	19	20	28	30	33	60	
	2	3	17	19	20	28	30	33	60	
	2	3	17	19	20	28	30	33	60	
Partition (A,9,9)	2	3	17	19	20	28	30	33	60	
	2	3	17	19	20	28	30	33	60	
	2	3	17	19	20	28	30	33	60	