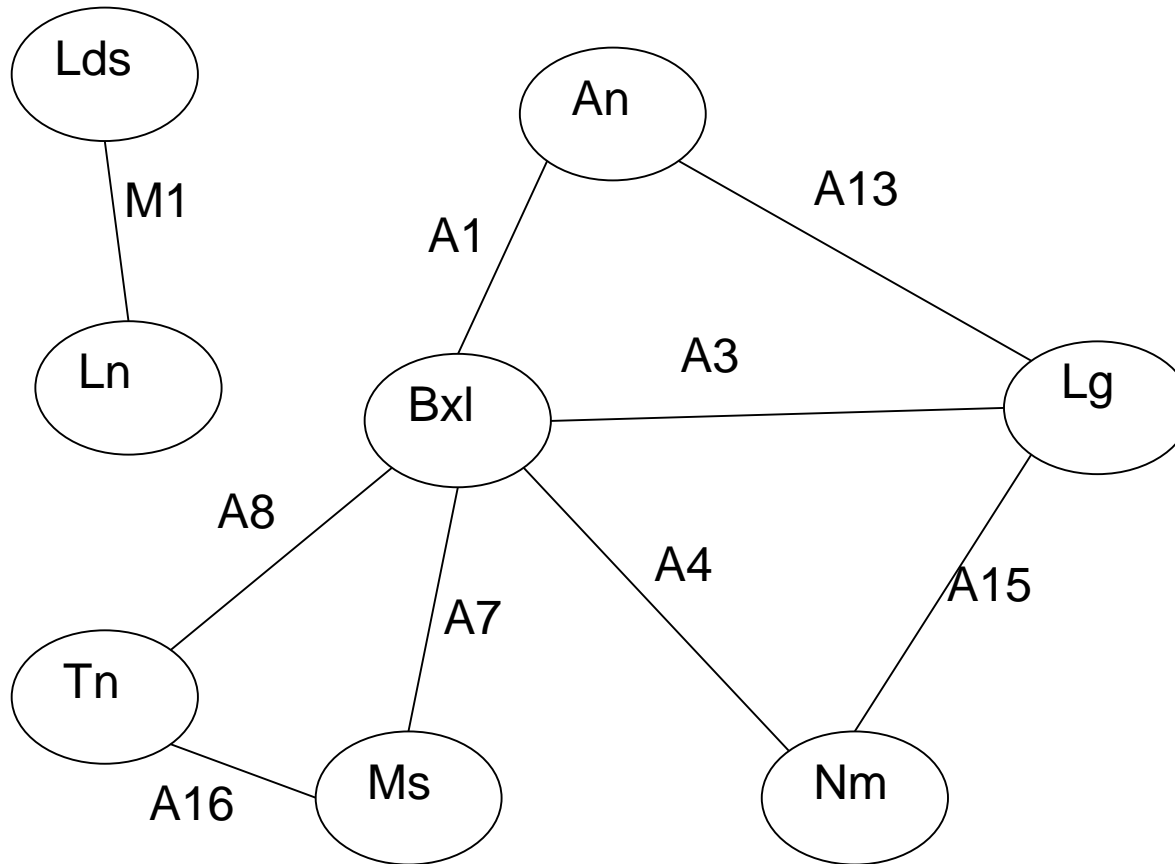


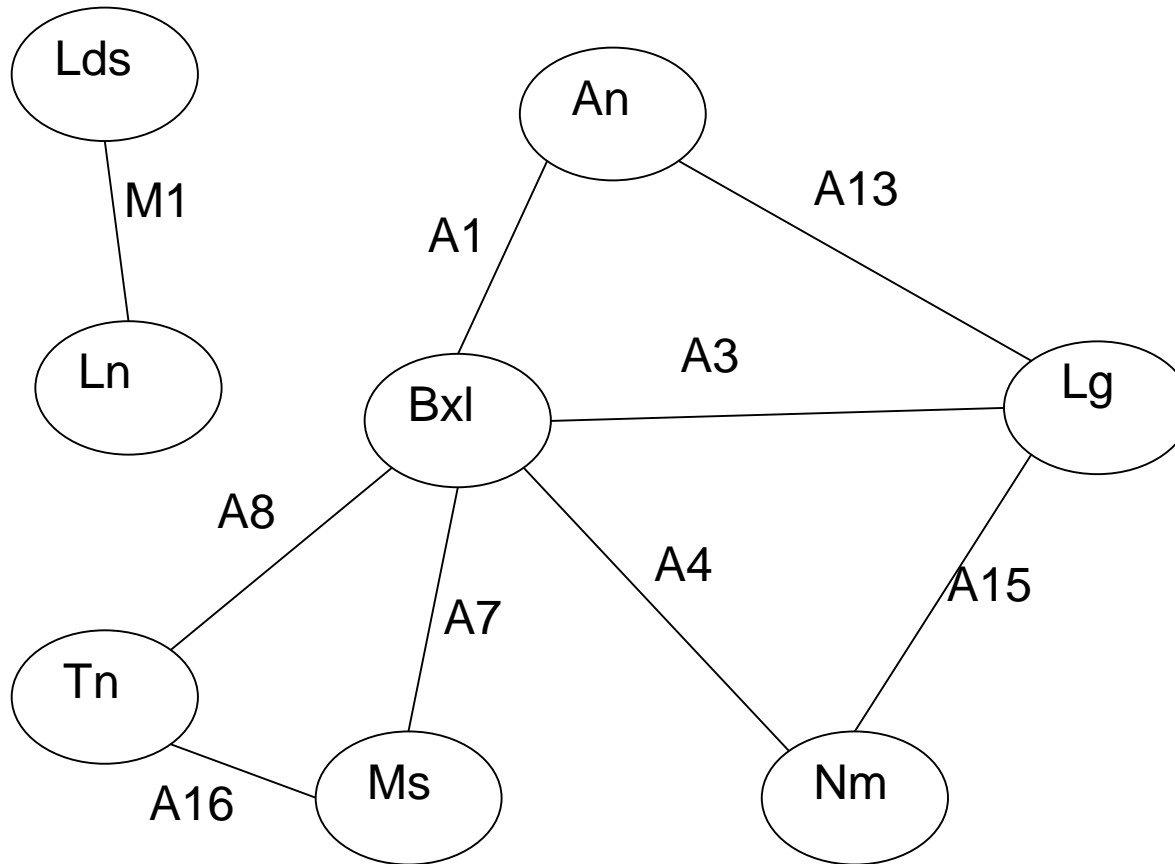
Les Graphes

(slides basés sur ceux de A. Dupont et M. Marchand)

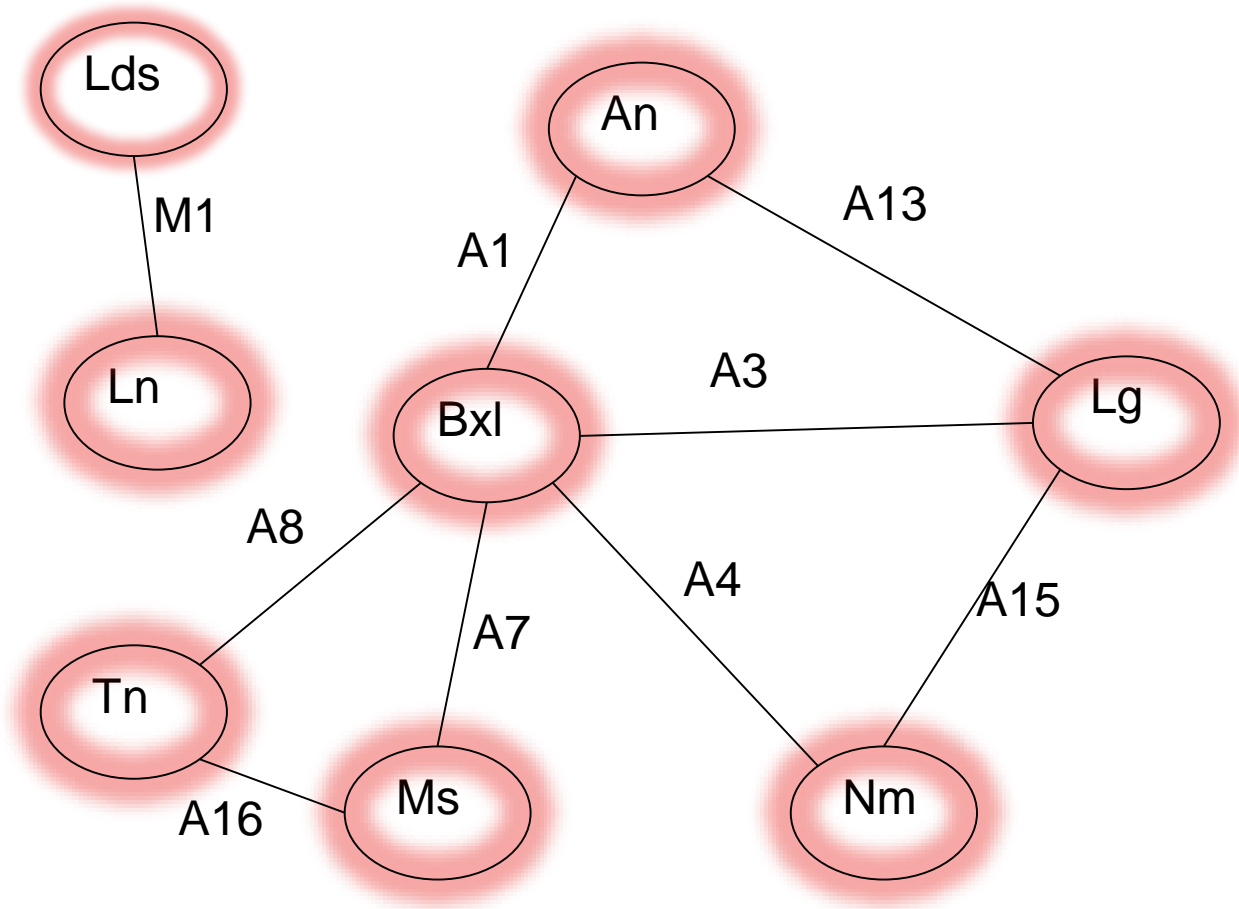
Exemple 1 : graphe non dirigé



Les sommets

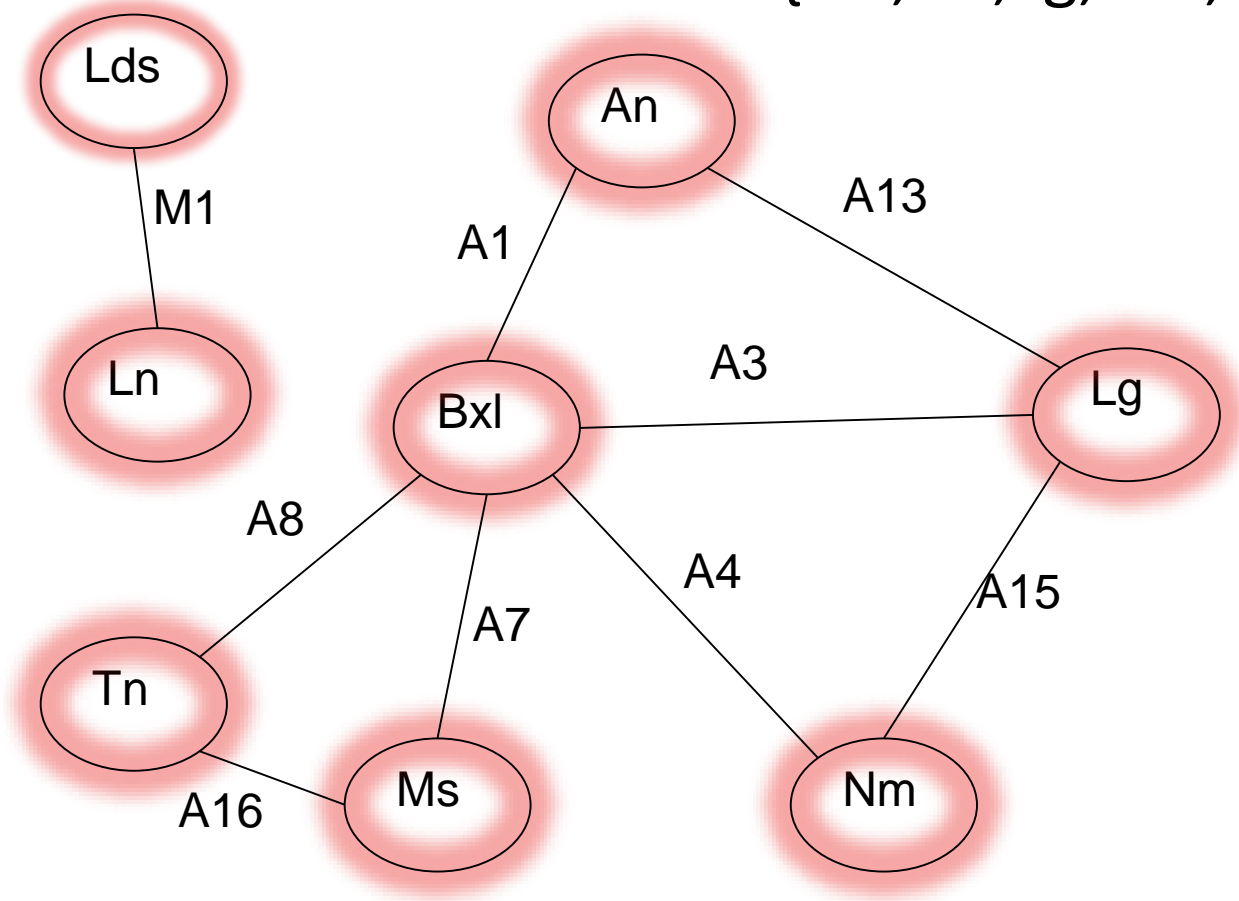


Les sommets

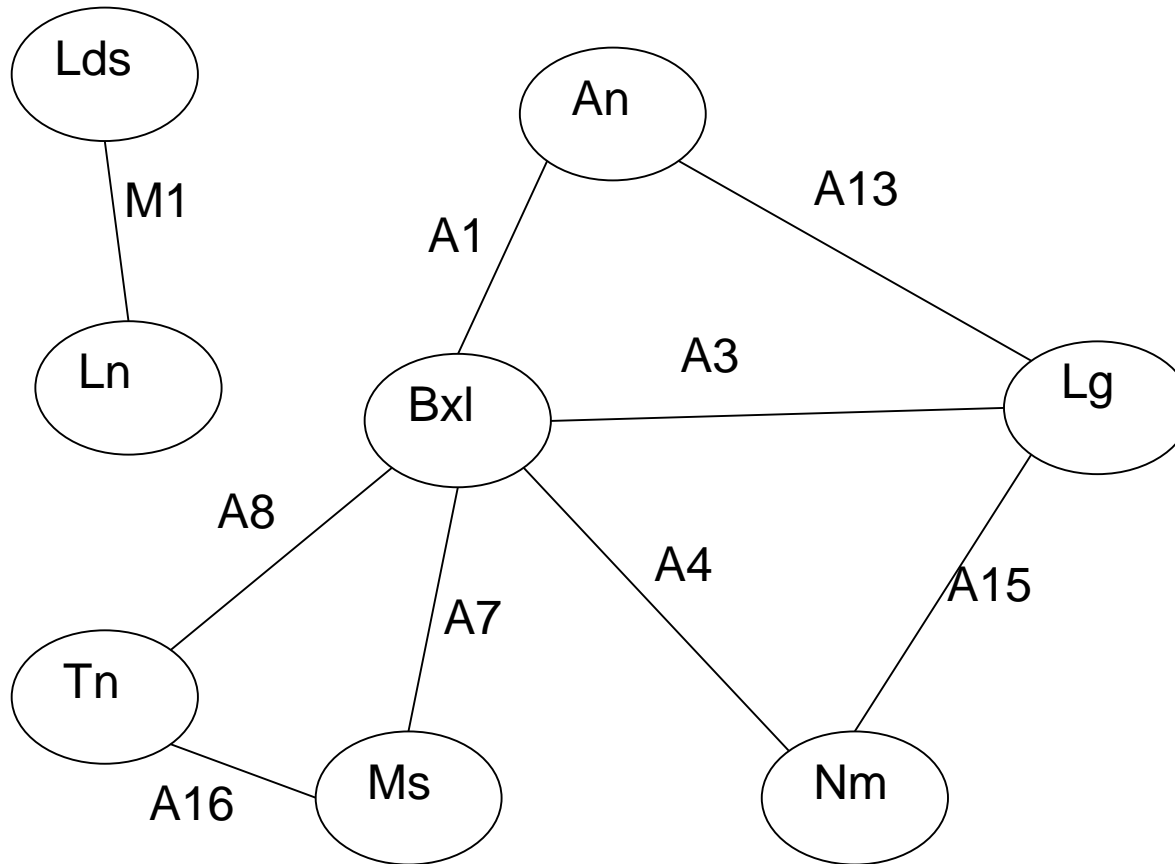


Les sommets

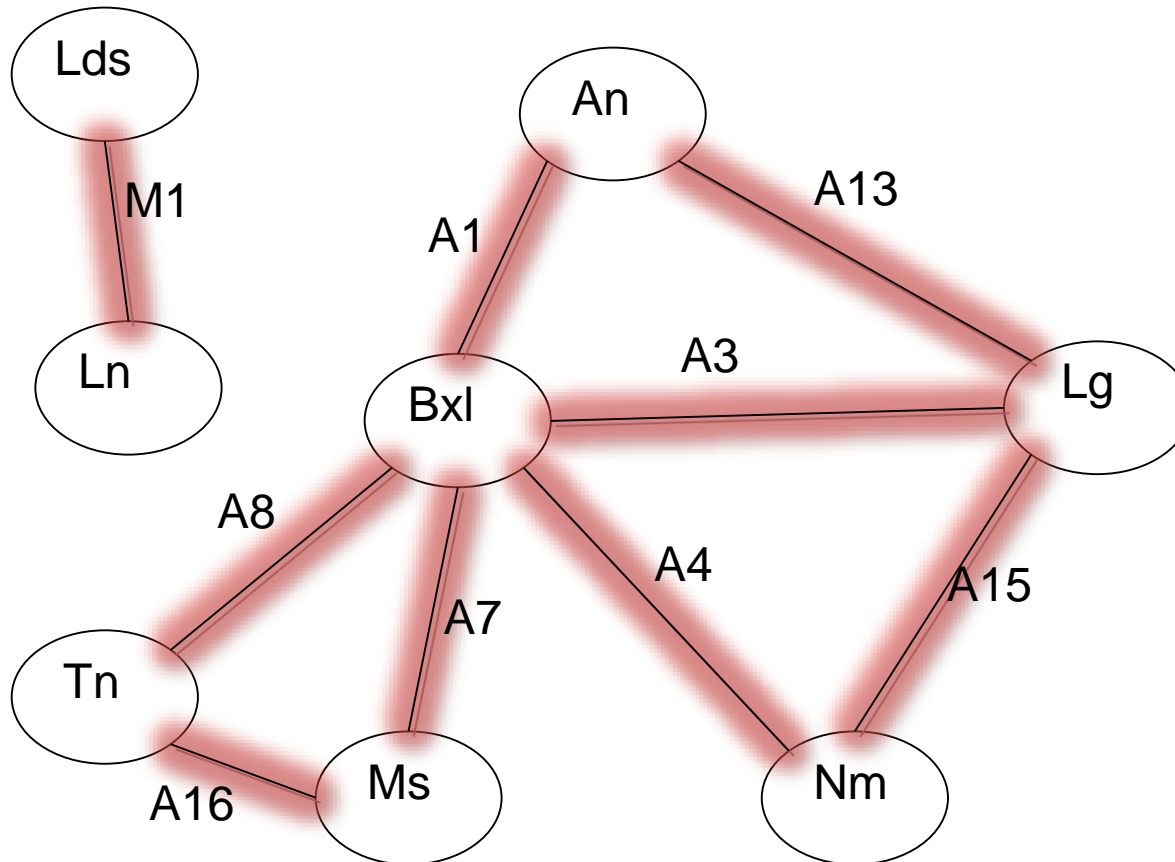
$S = \{Bxl, An, Lg, Nm, Ms, Tn, Ln, Lds\}$



Les arcs

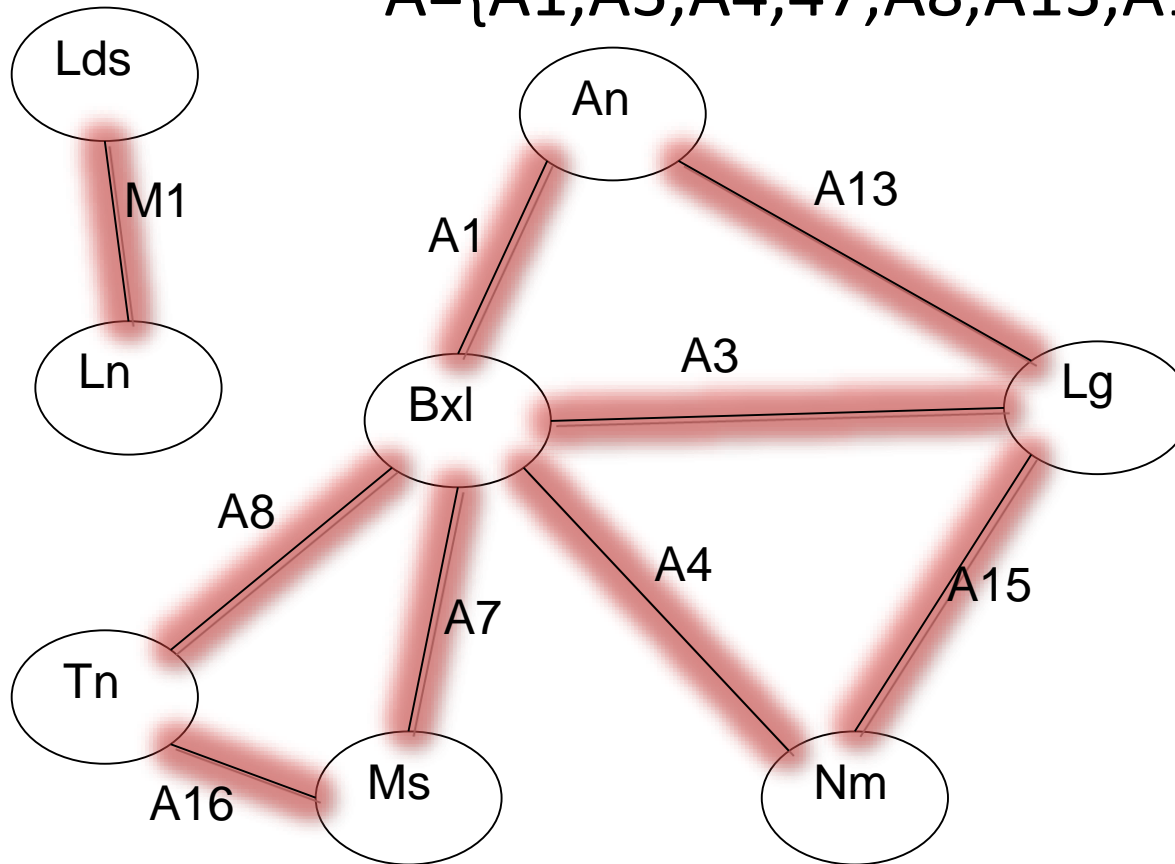


Les arcs

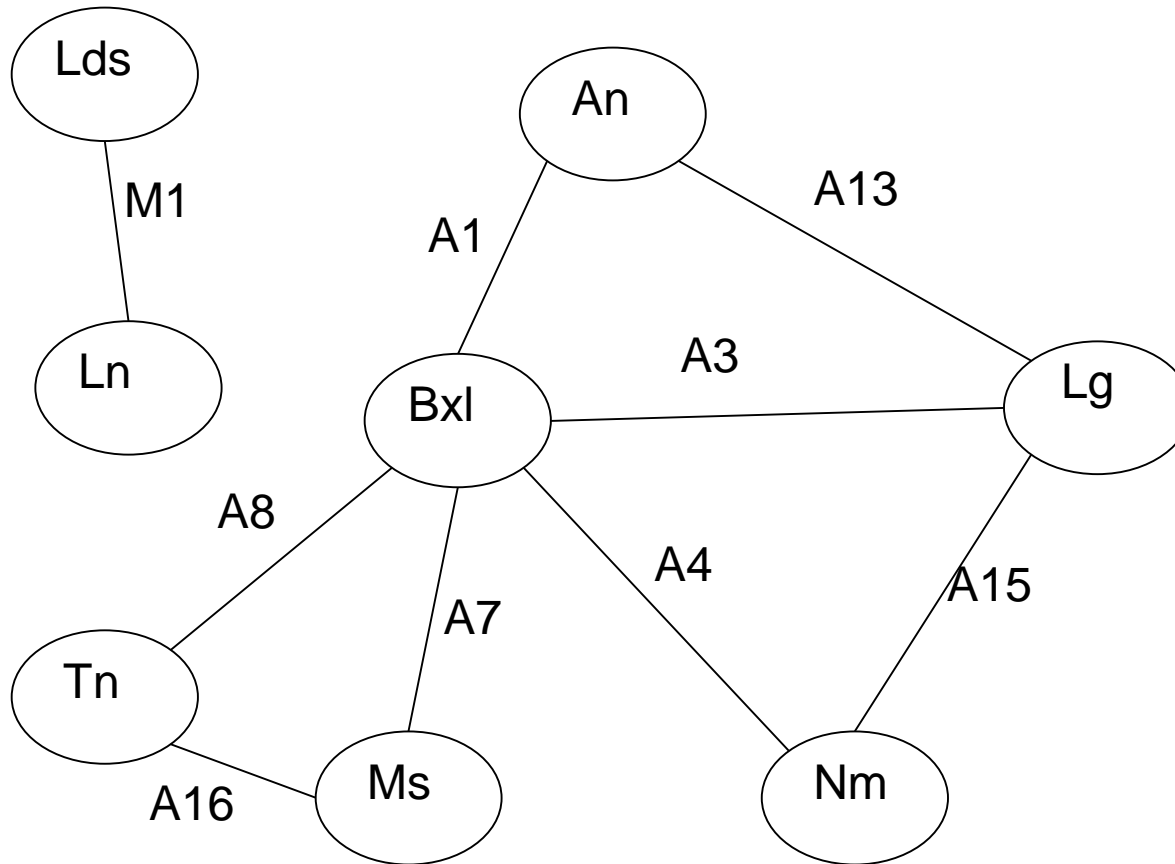


Les arcs

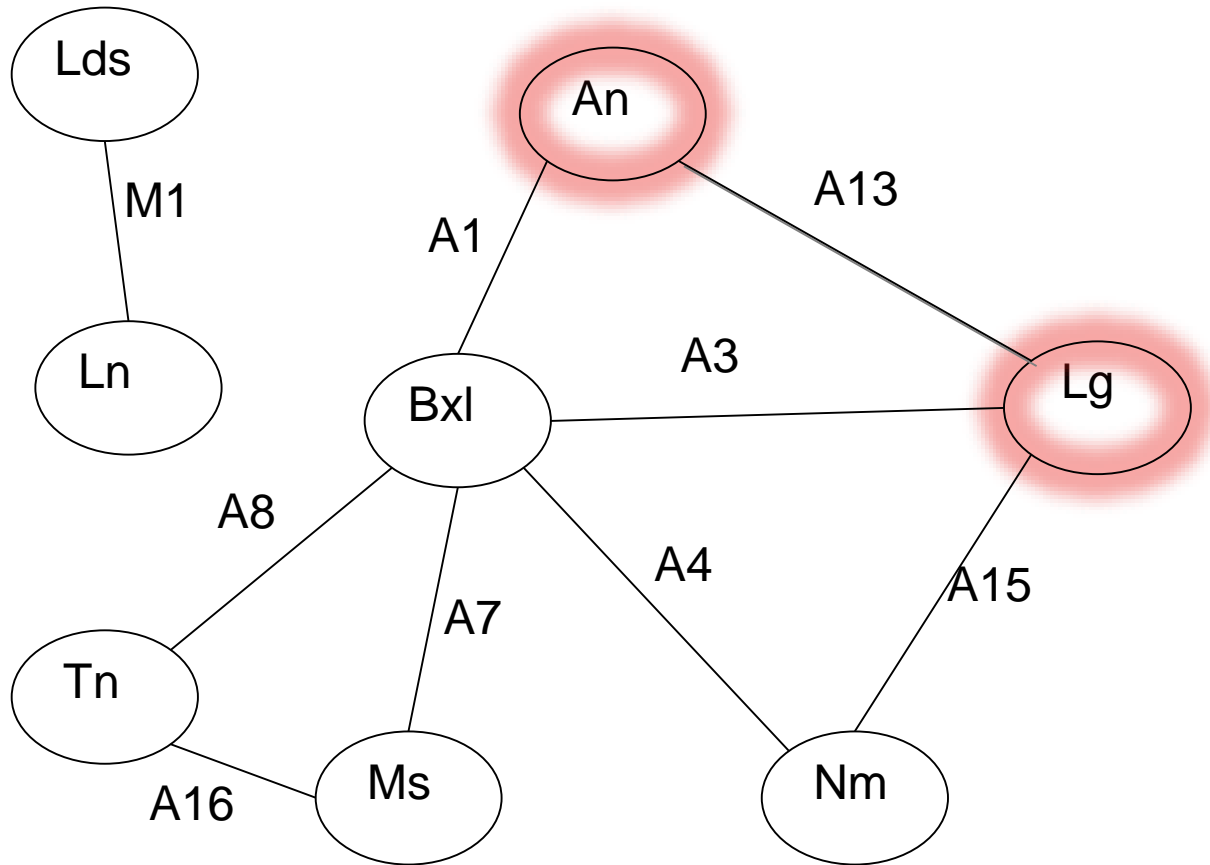
$A = \{A1, A3, A4, A7, A8, A13, A15, A16, M1\}$



Sommets adjacents

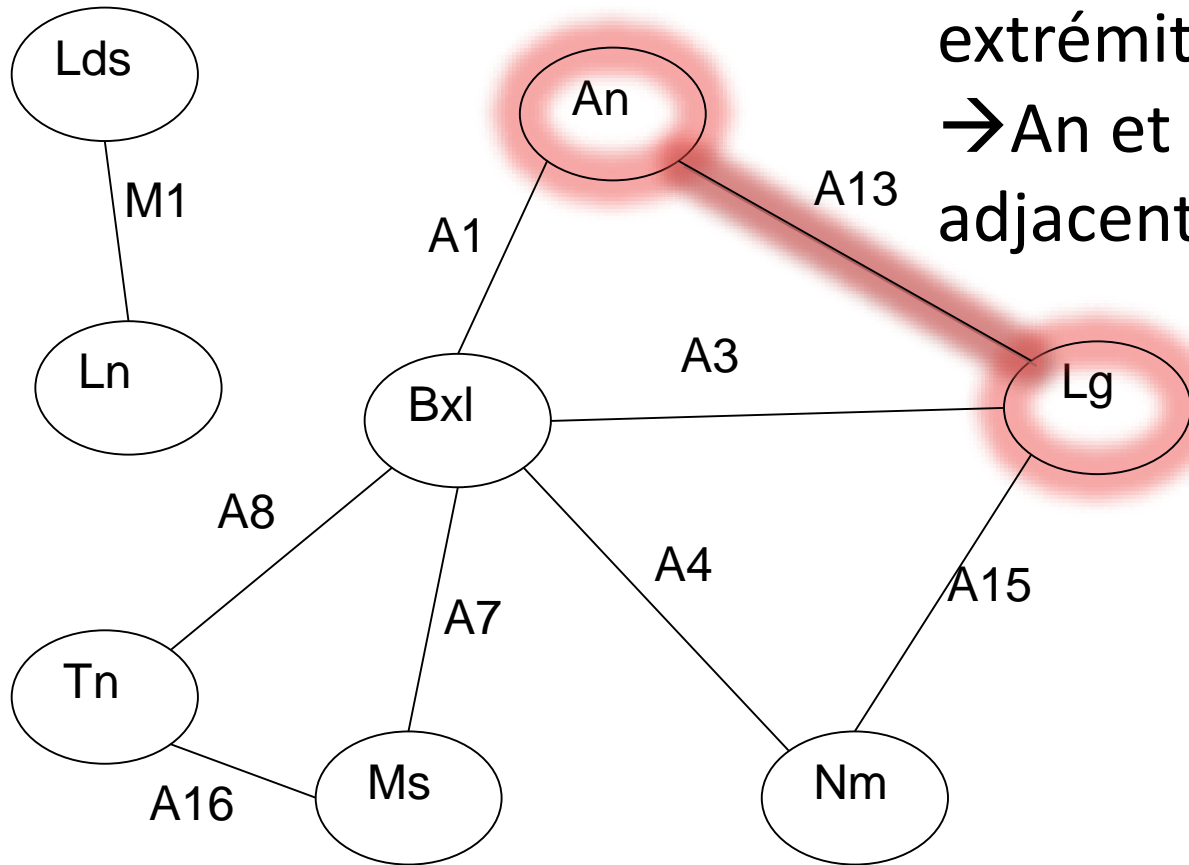


Sommets adjacents

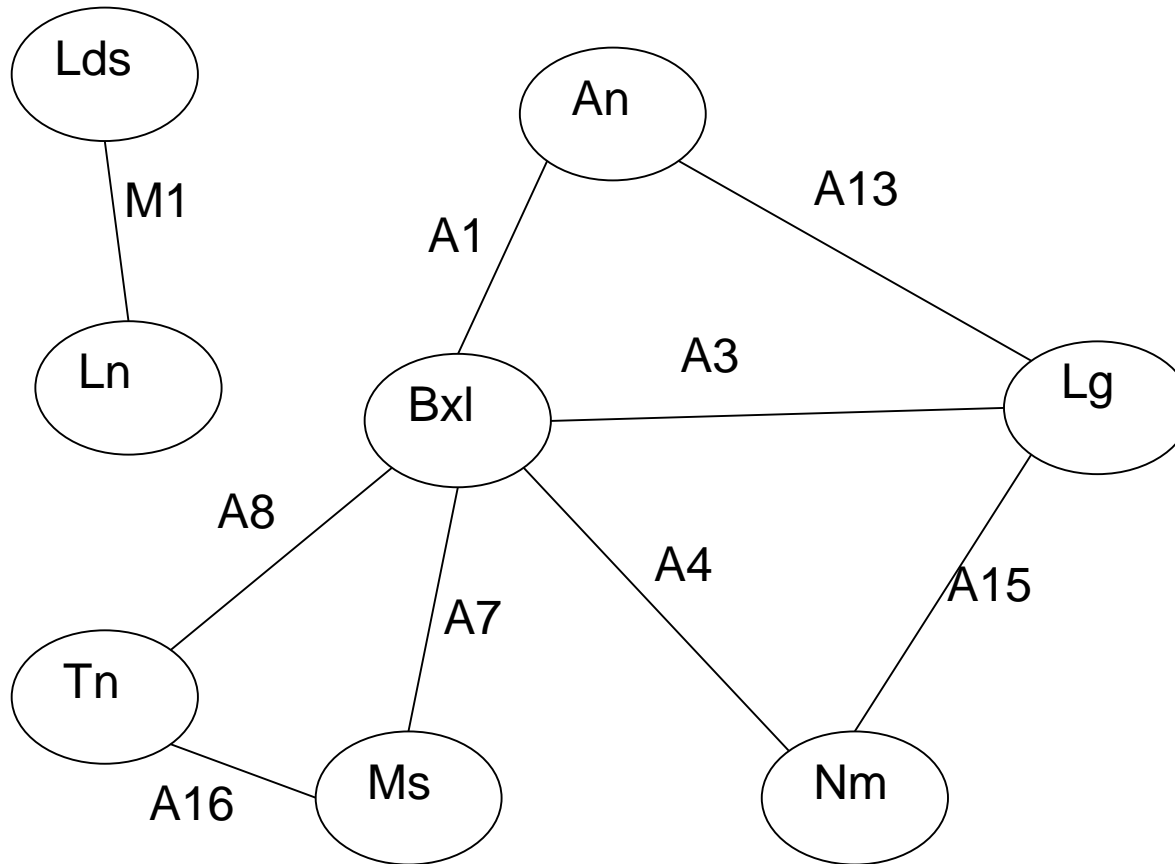


Sommets adjacents

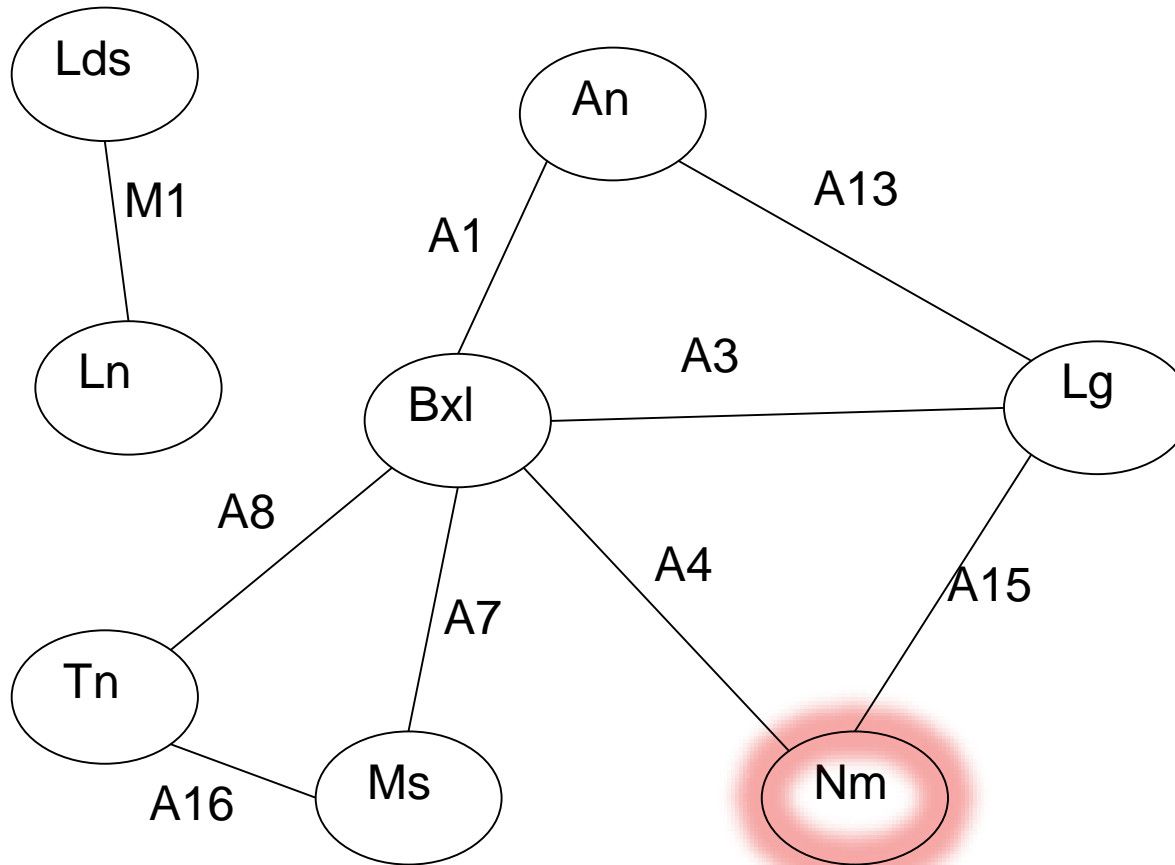
An et Lg sont les
extrémités de l'arc A13
→ An et Lg sont
adjacents



Arcs incidents

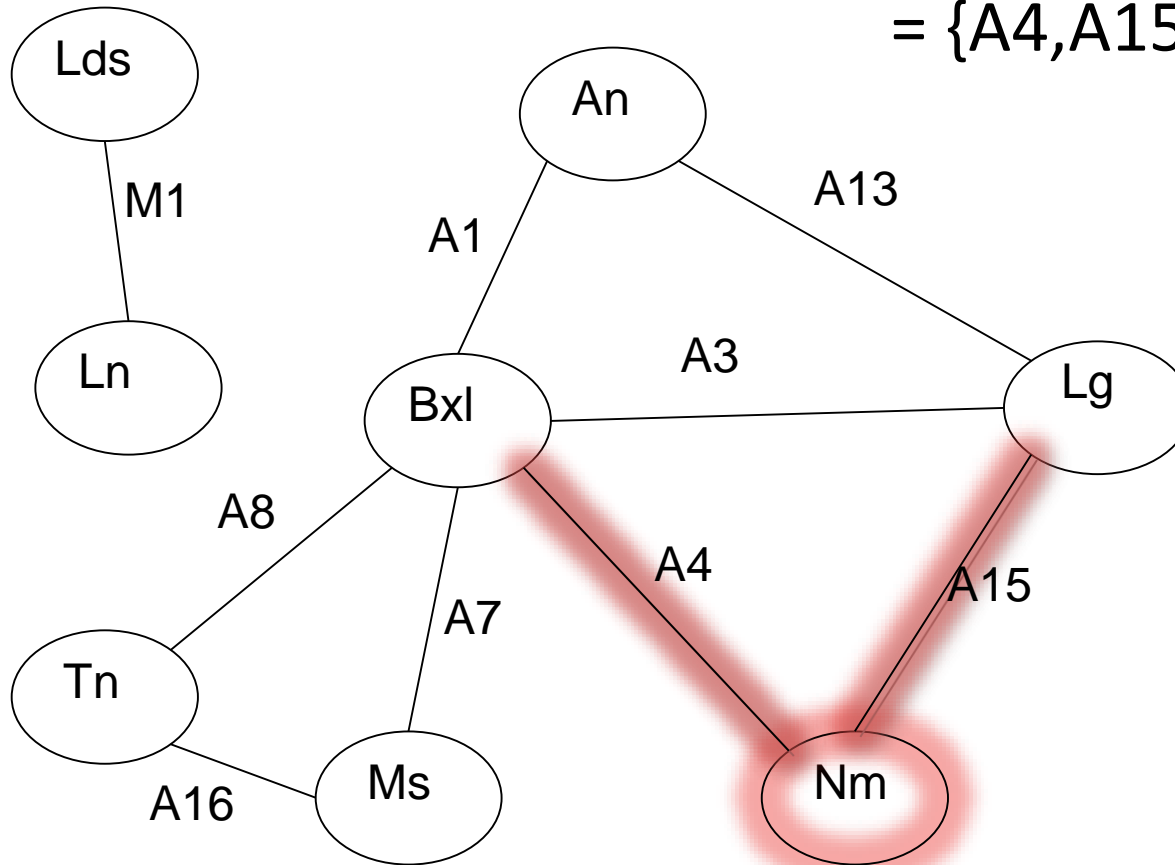


Arcs incidents

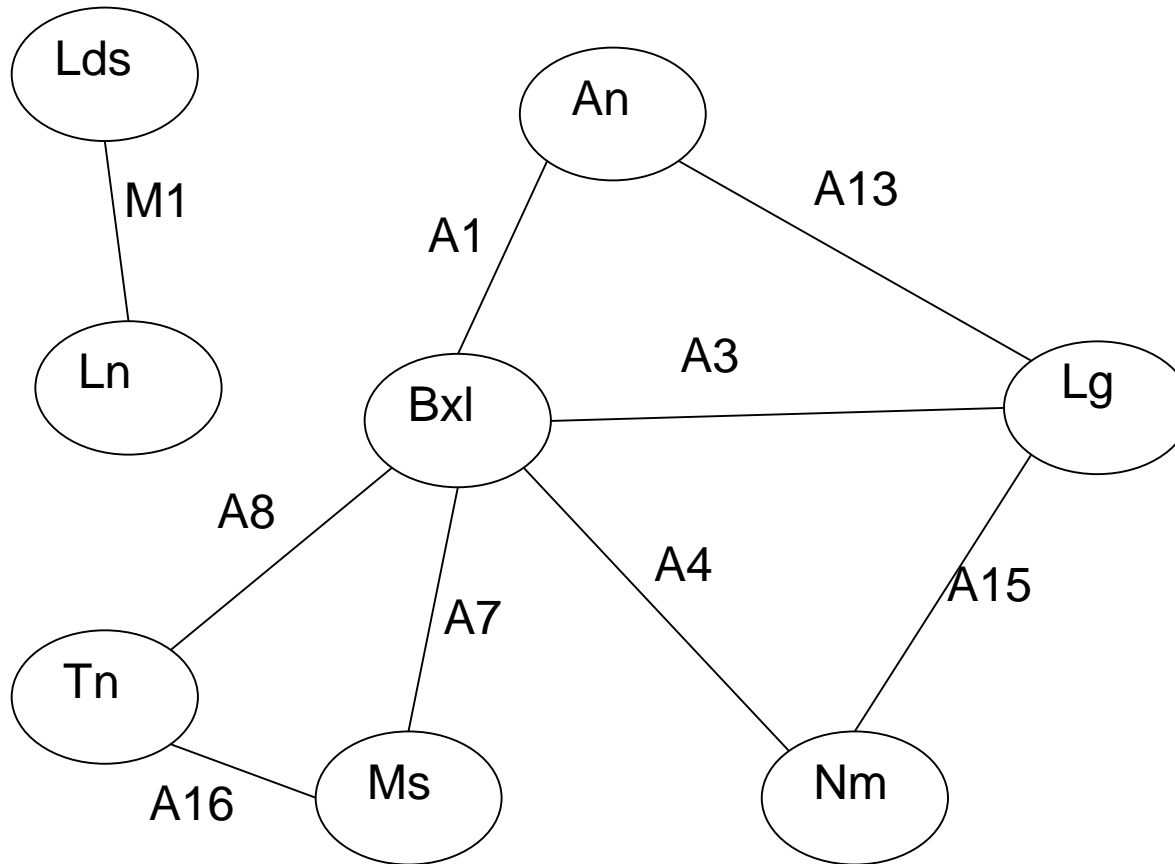


Arcs incidents

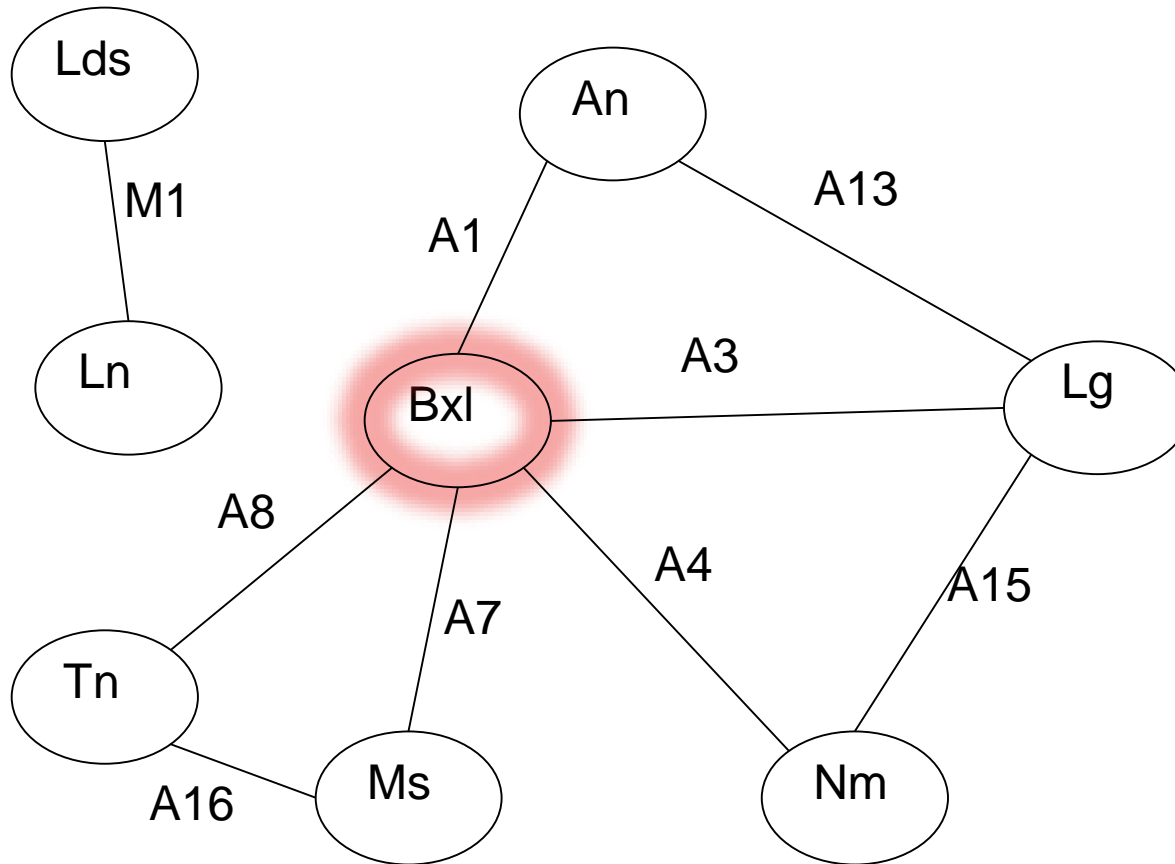
Arcs incidents de Nm
= {A4,A15}



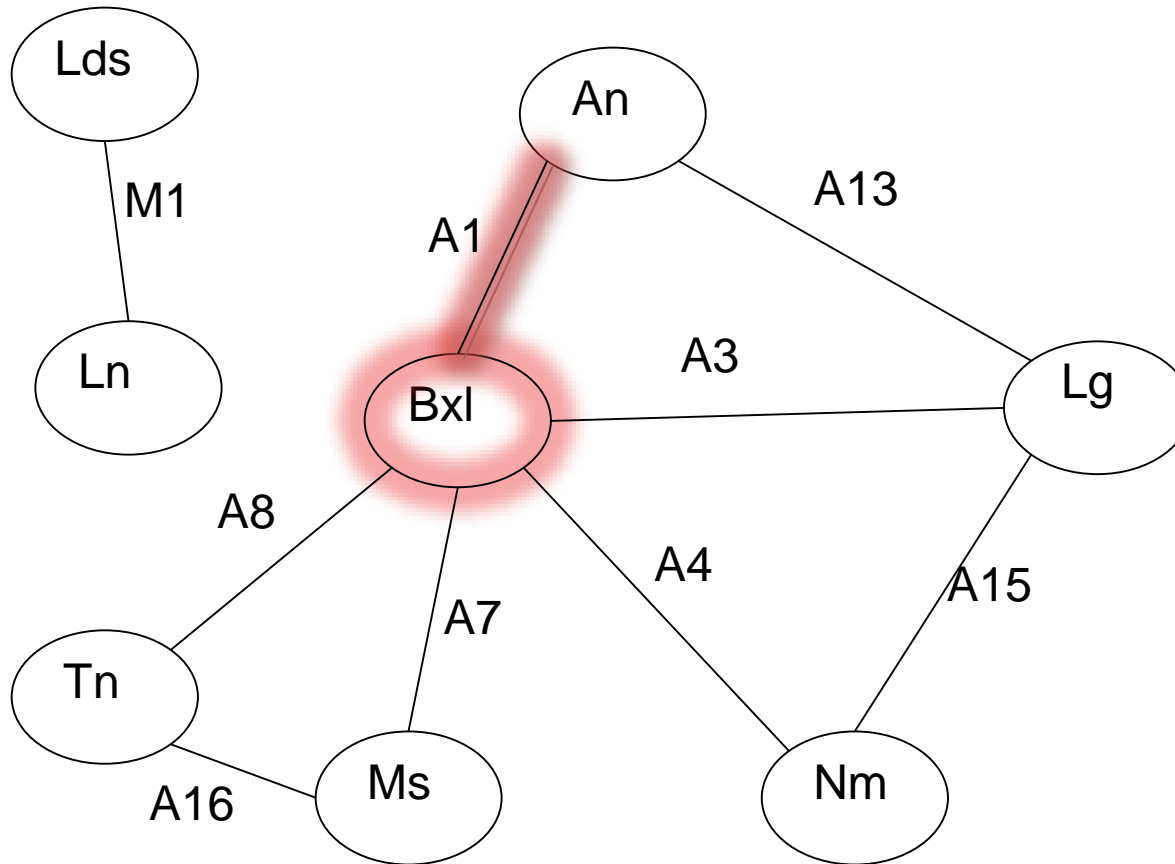
Degré d'un sommet



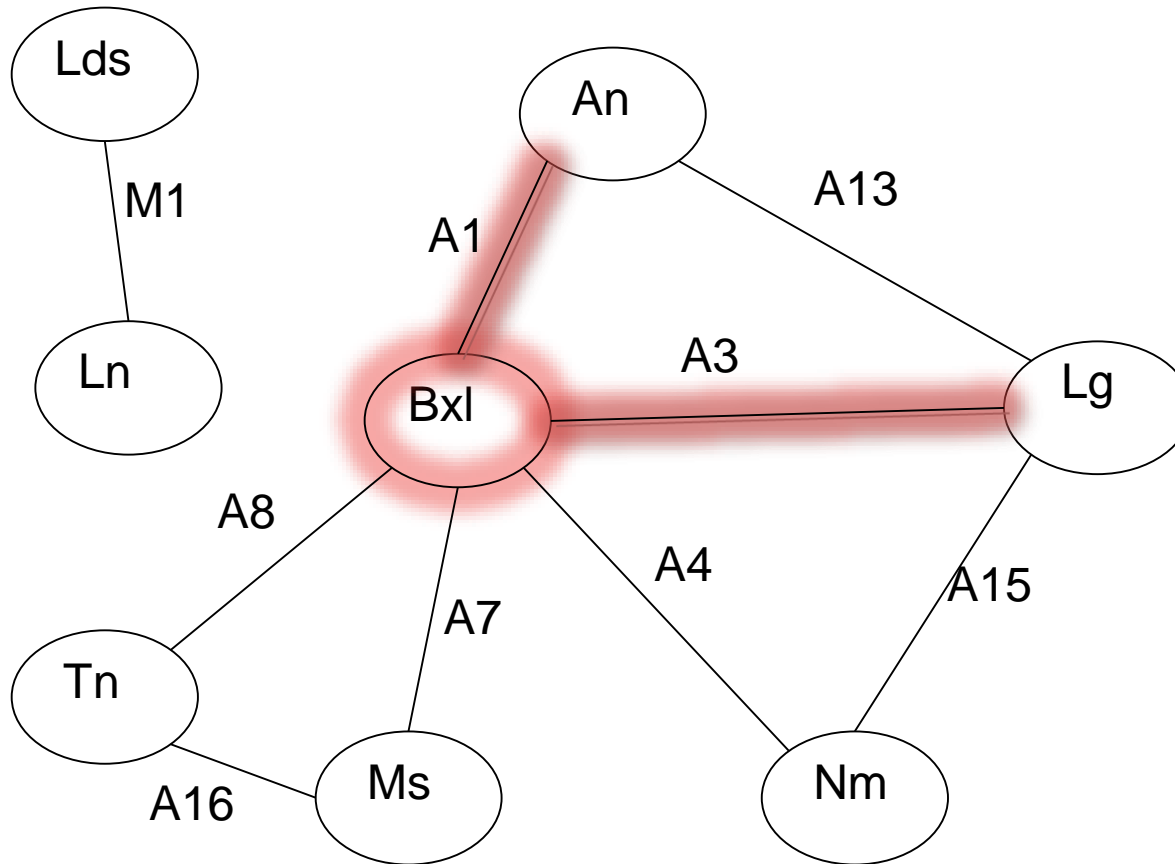
Degré d'un sommet



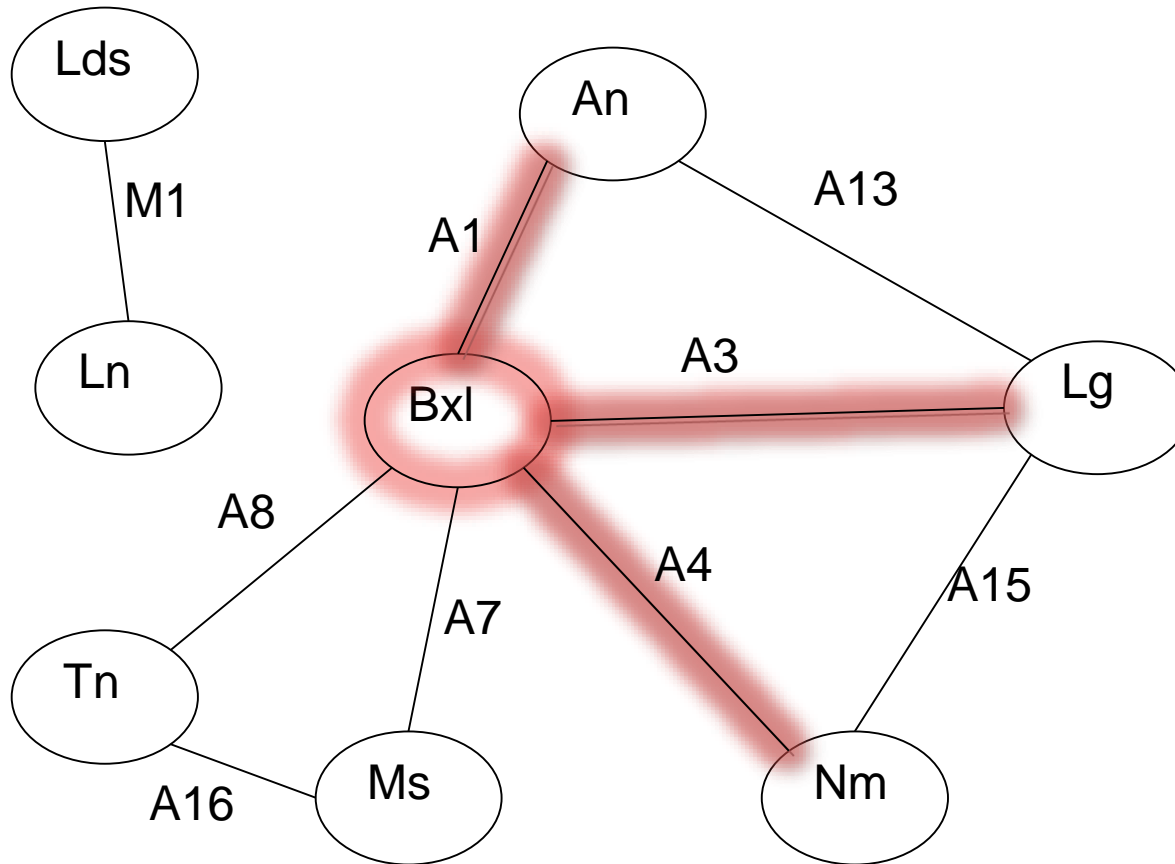
Degré d'un sommet



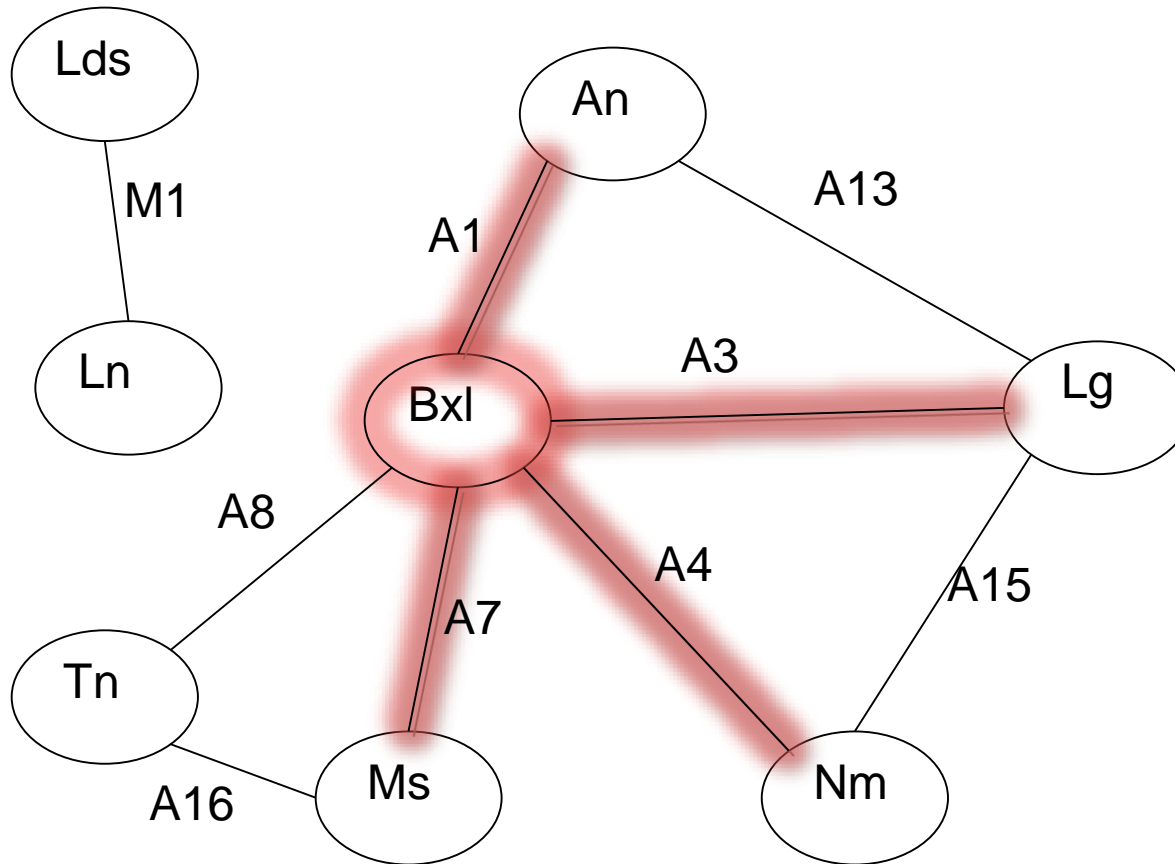
Degré d'un sommet



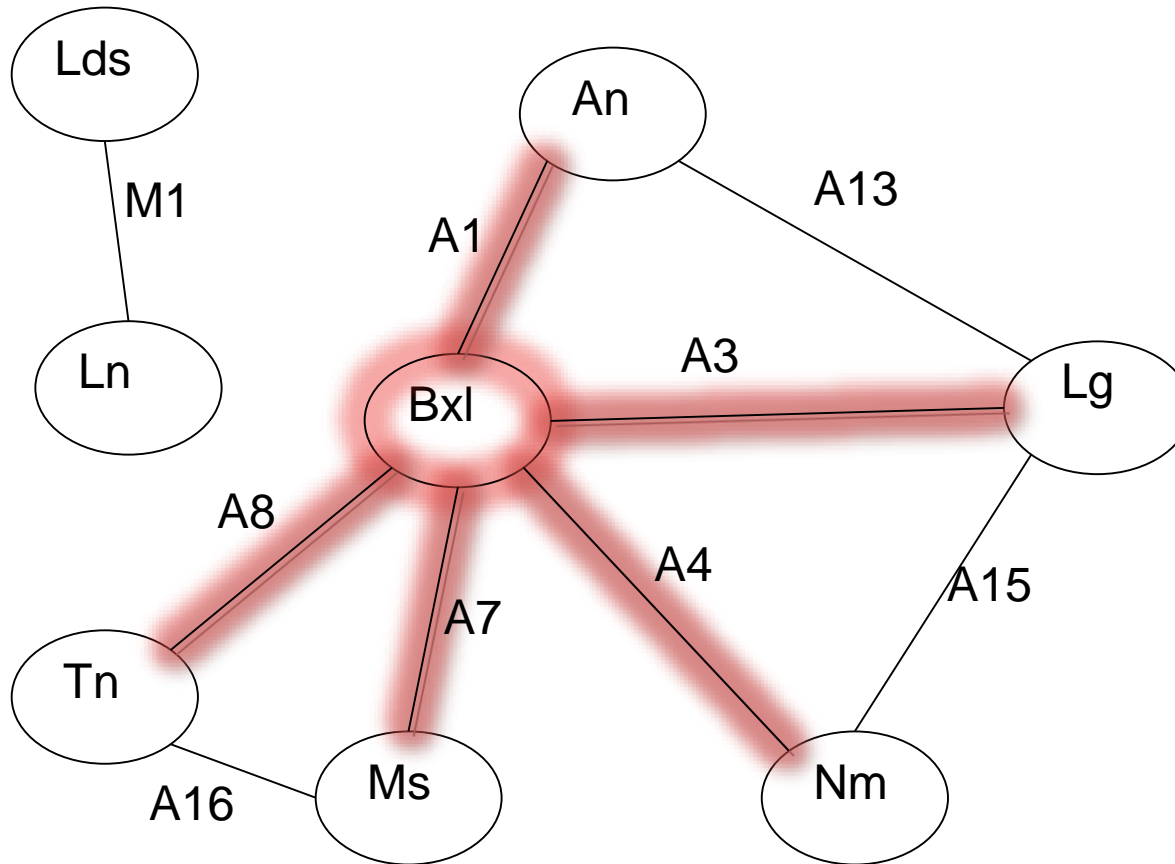
Degré d'un sommet



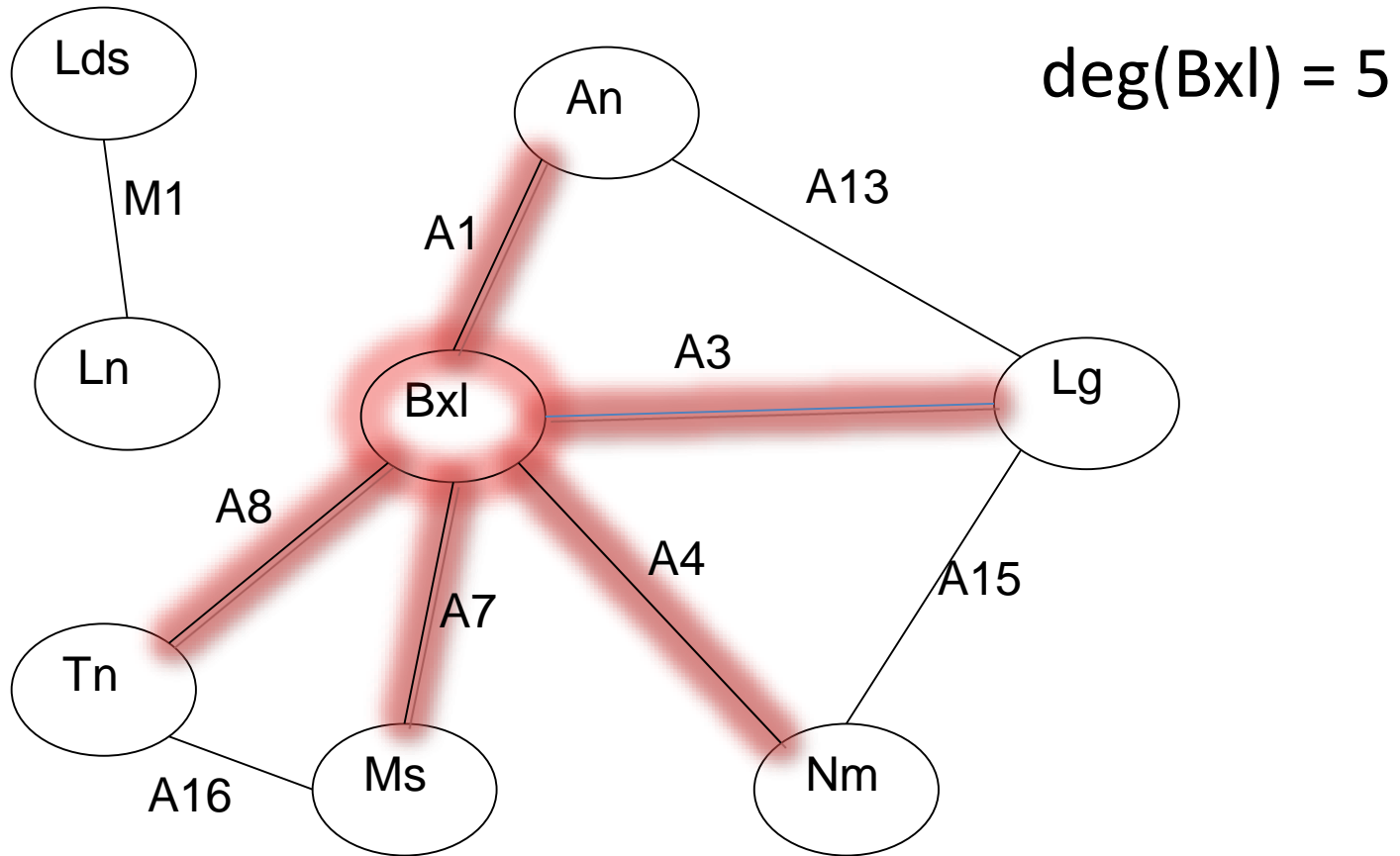
Degré d'un sommet



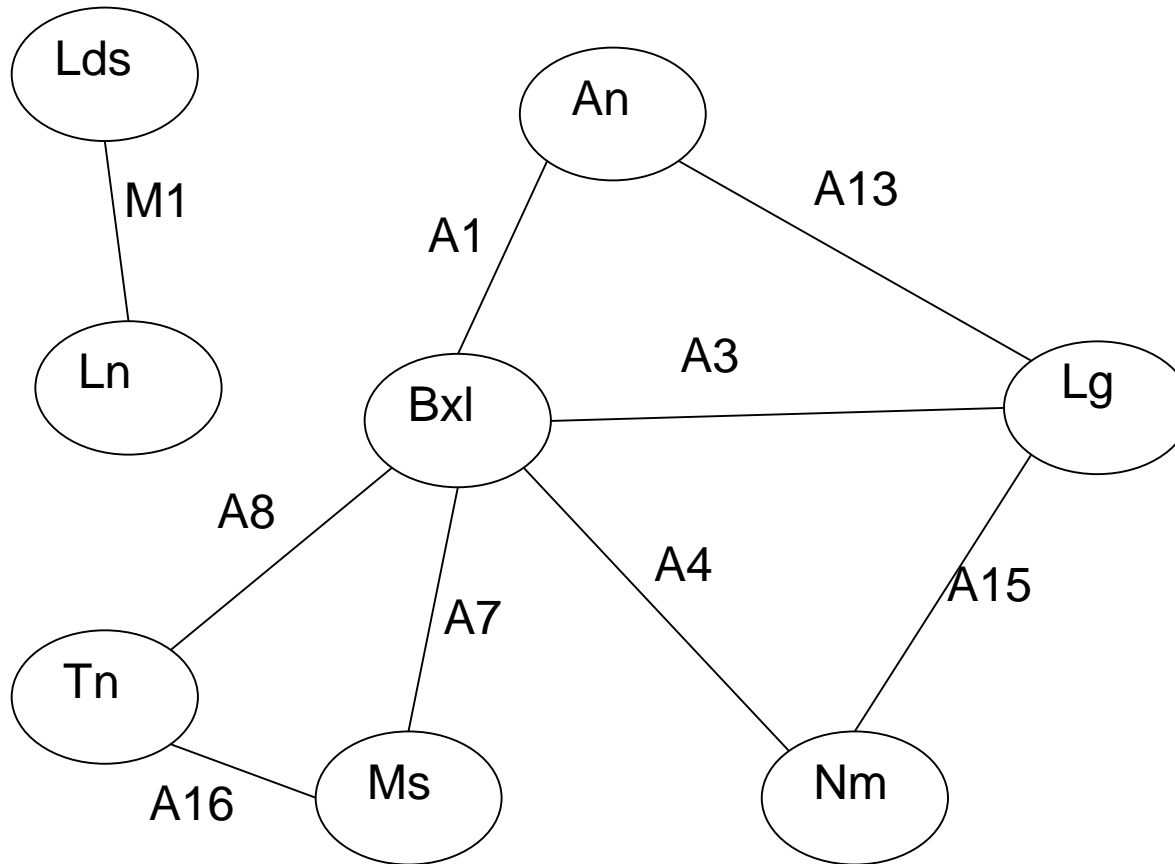
Degré d'un sommet



Degré d'un sommet

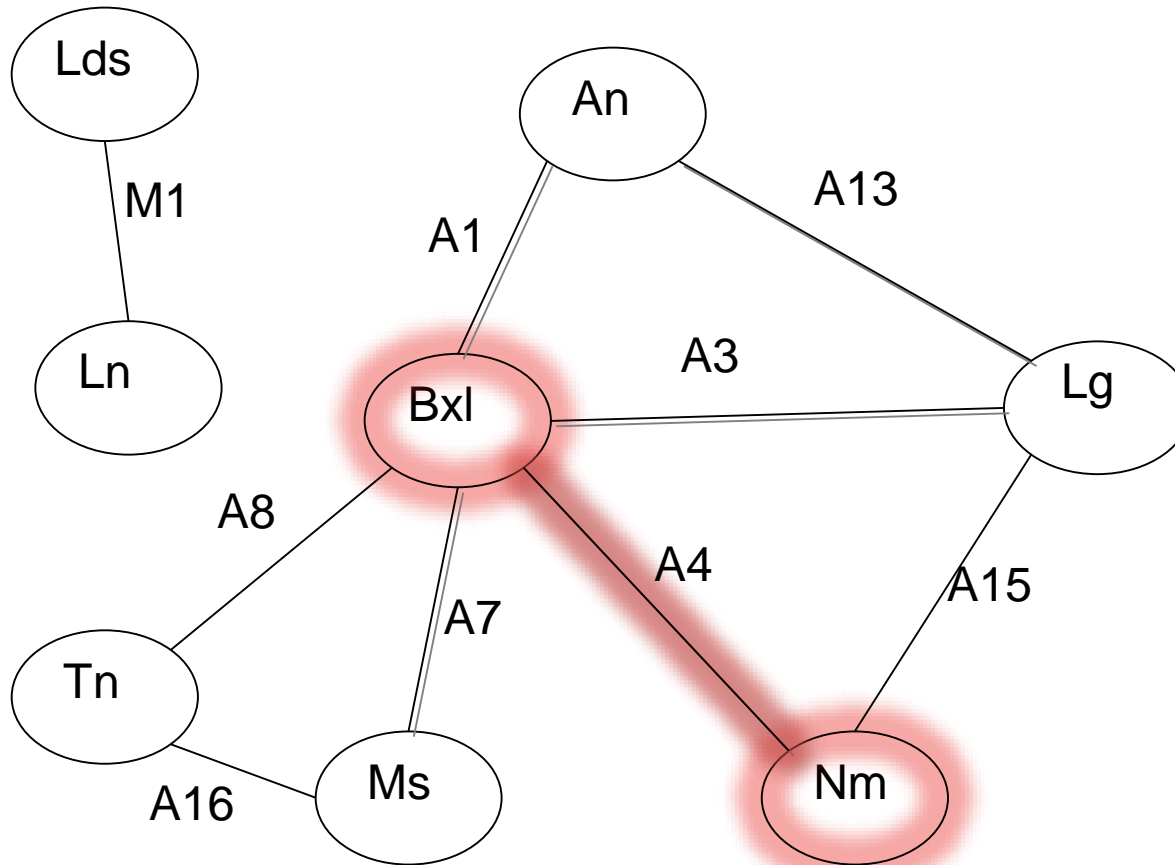


Chemin



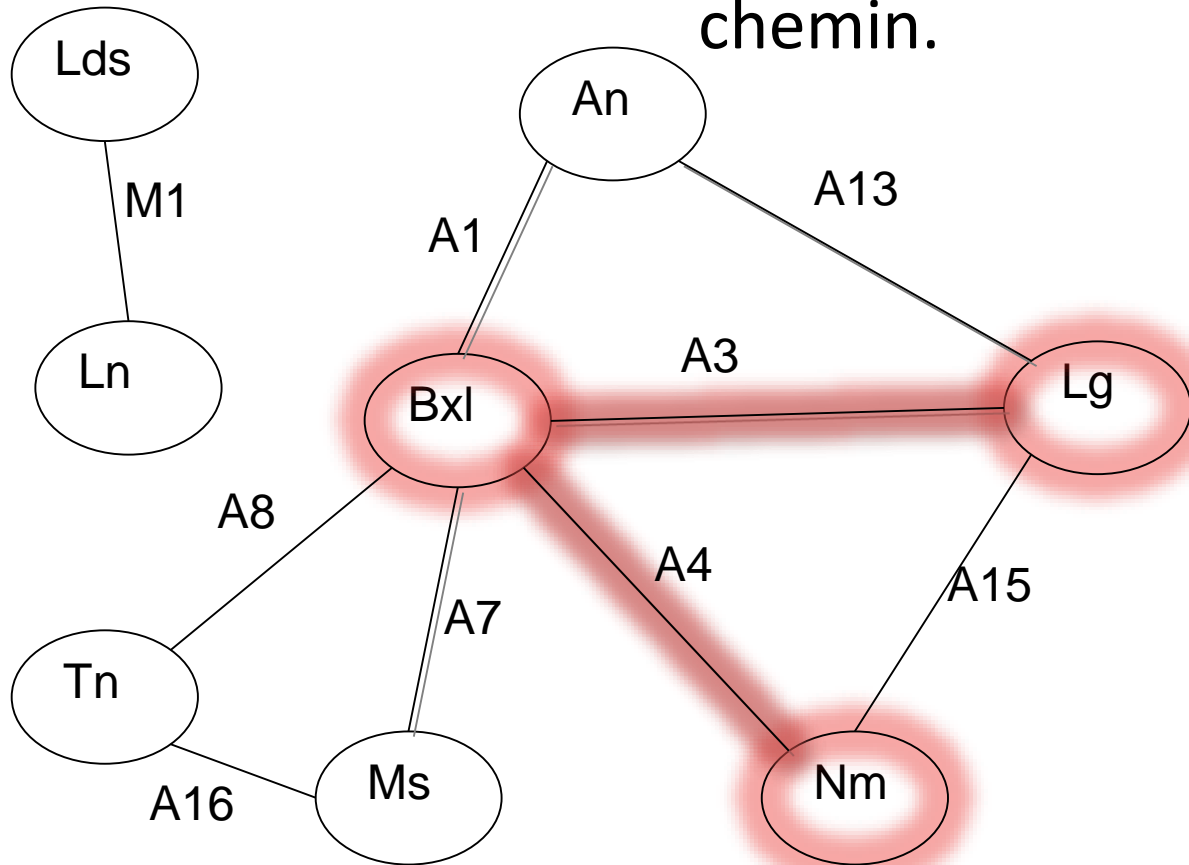
Chemin

(Nm,A4,Bxl) est un chemin.



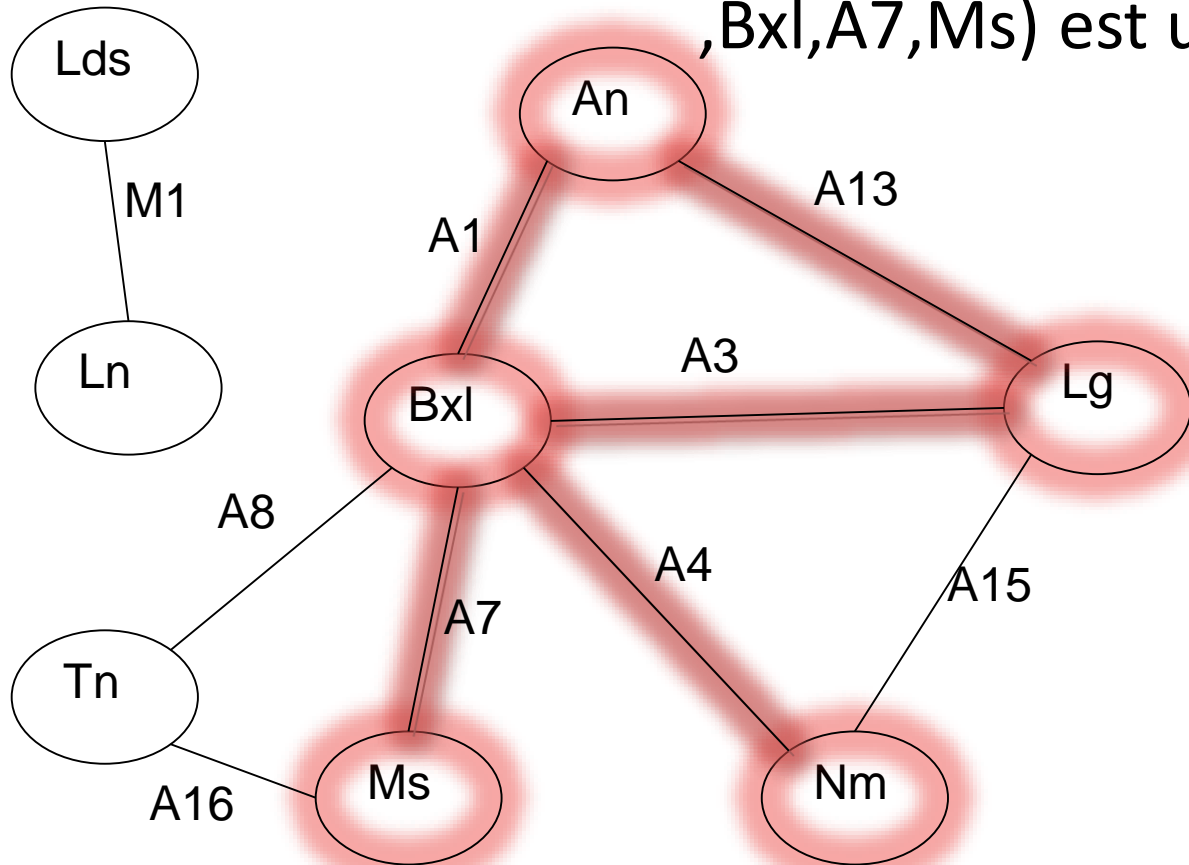
Chemin

(Nm,A4,Bxl,A3,Lg) est un chemin.



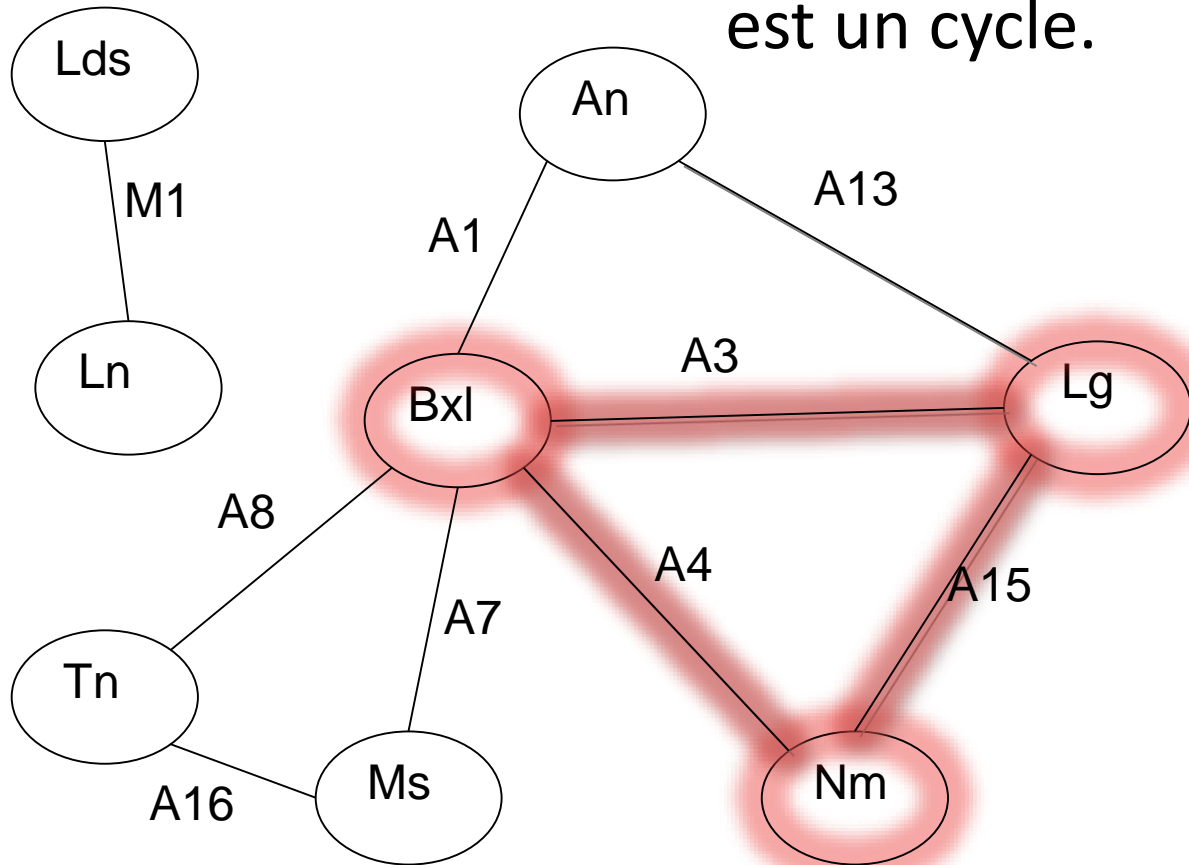
Chemin

(Nm,A4,Bxl,A3,Lg,A13,An,A1,Bxl,A7,Ms) est un chemin.

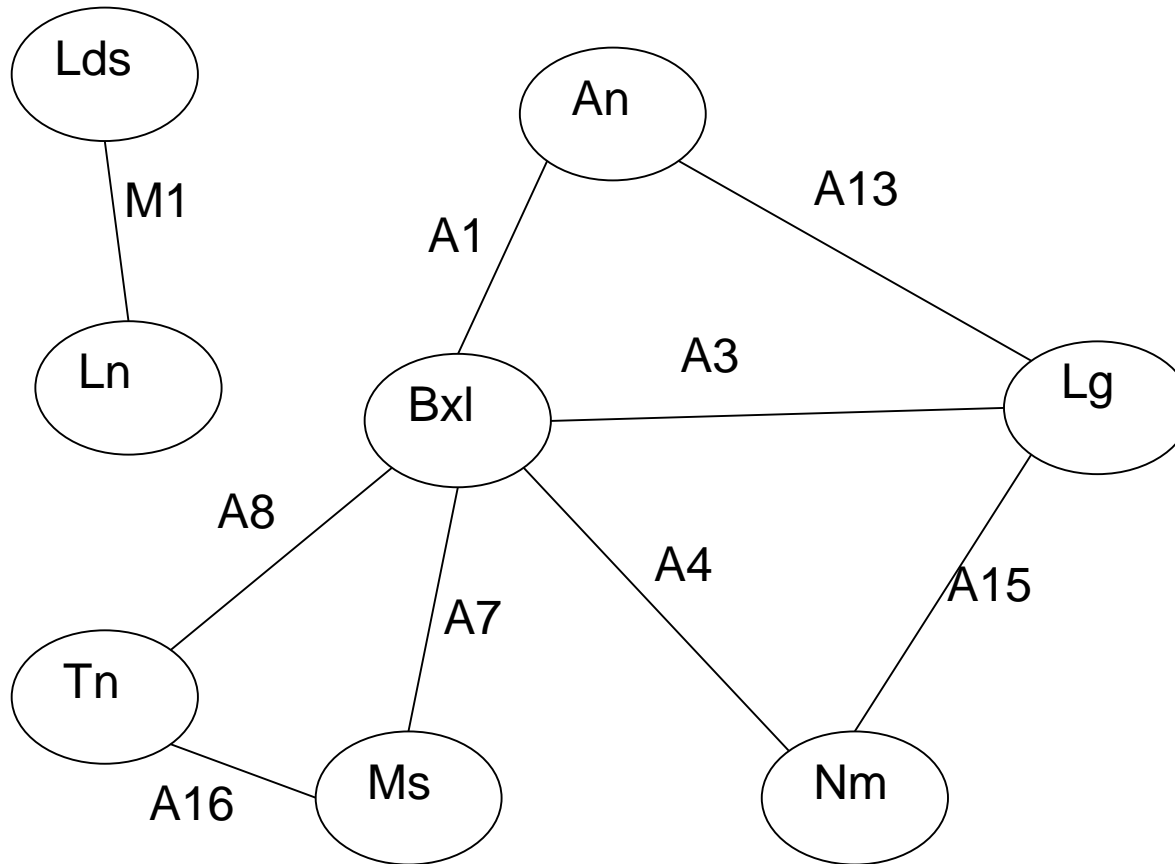


Chemin

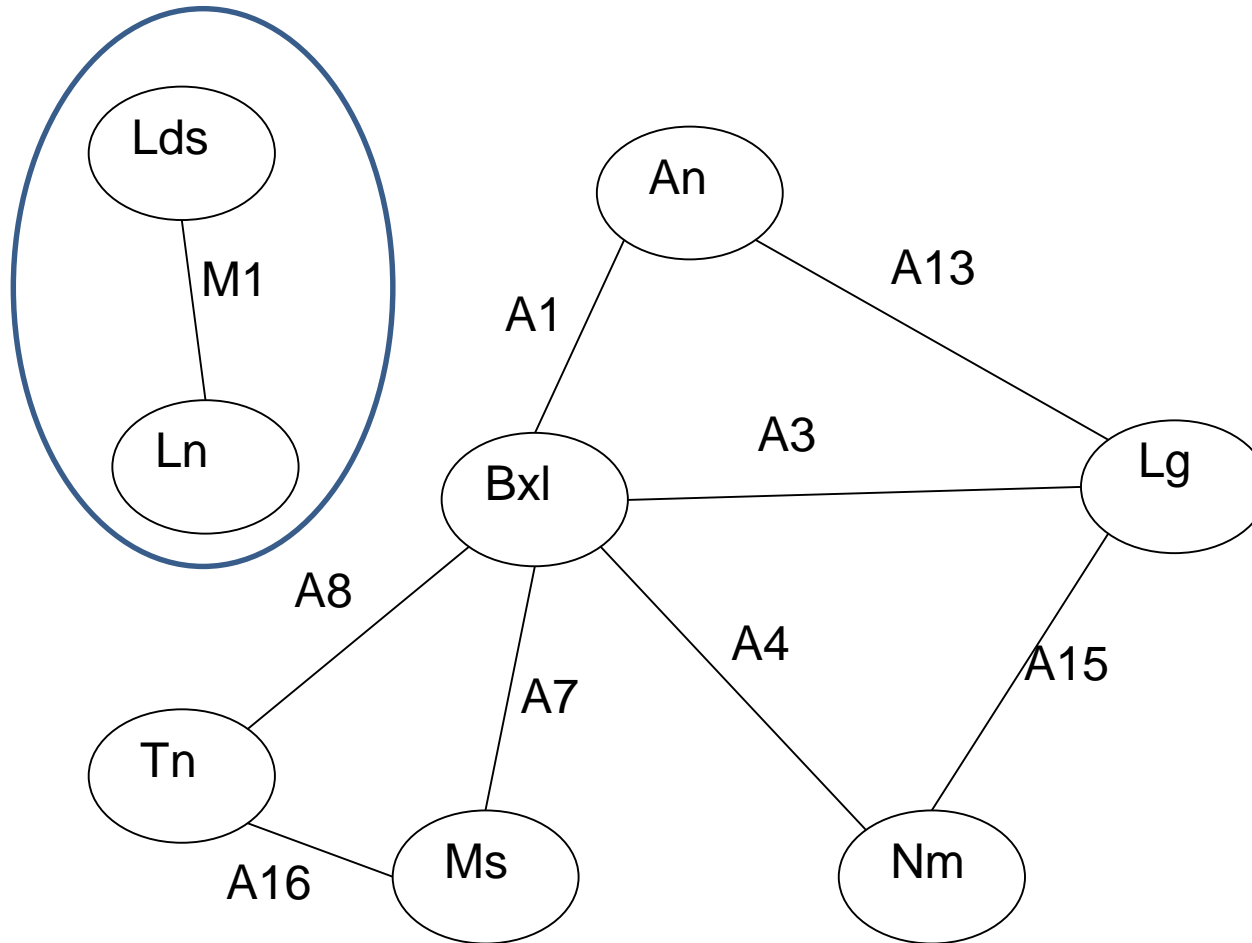
(Nm,A4,Bxl,A3,Lg,A15,Nm)
est un cycle.



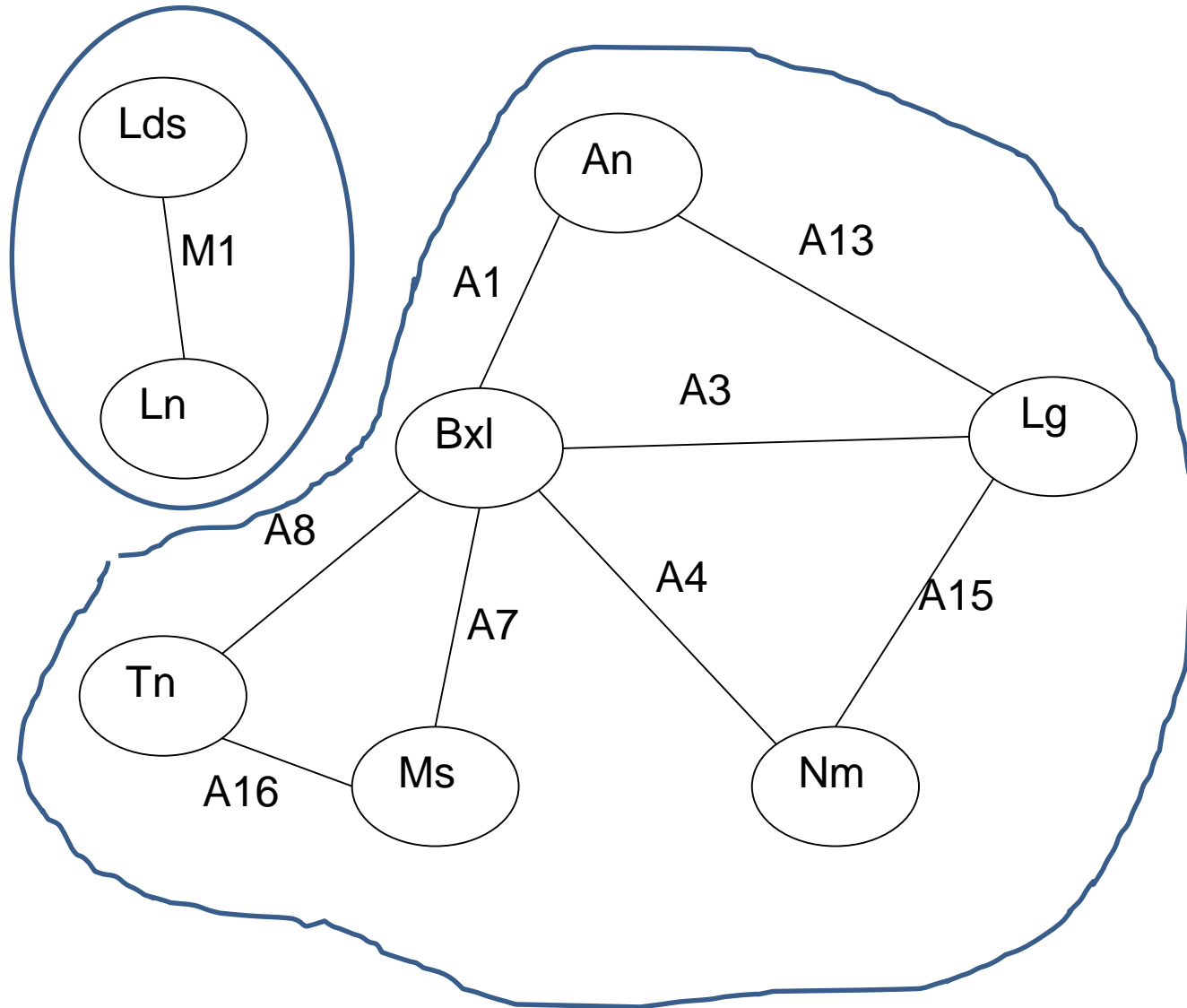
Composantes connexes



Composantes connexes

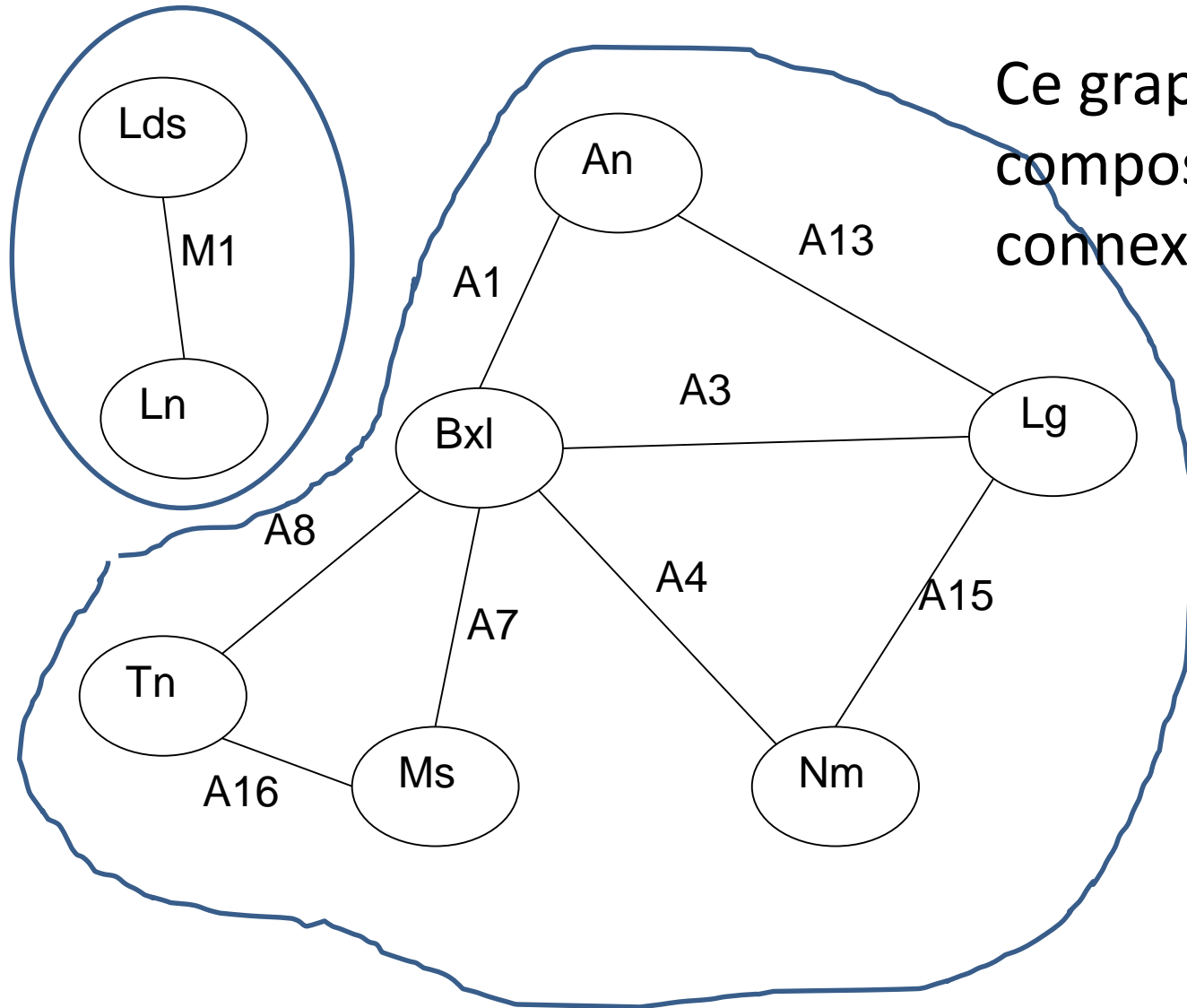


Composantes connexes

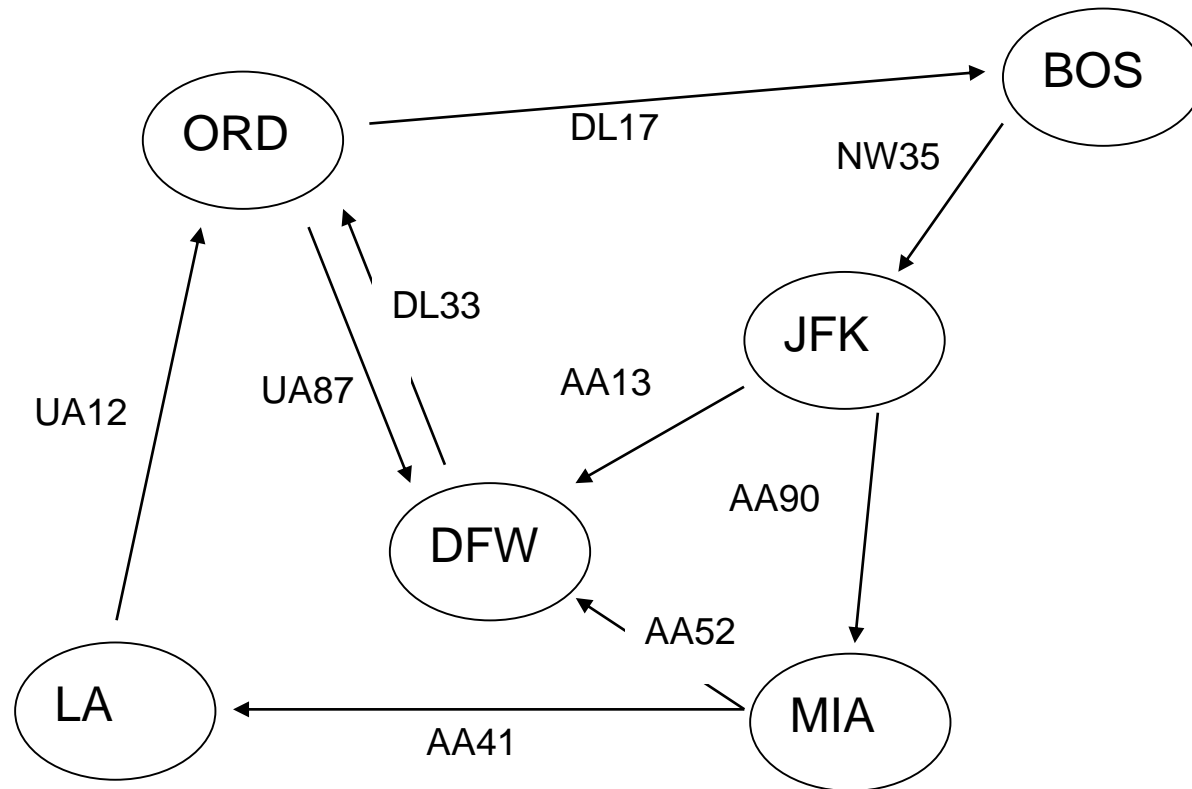


Composantes connexes

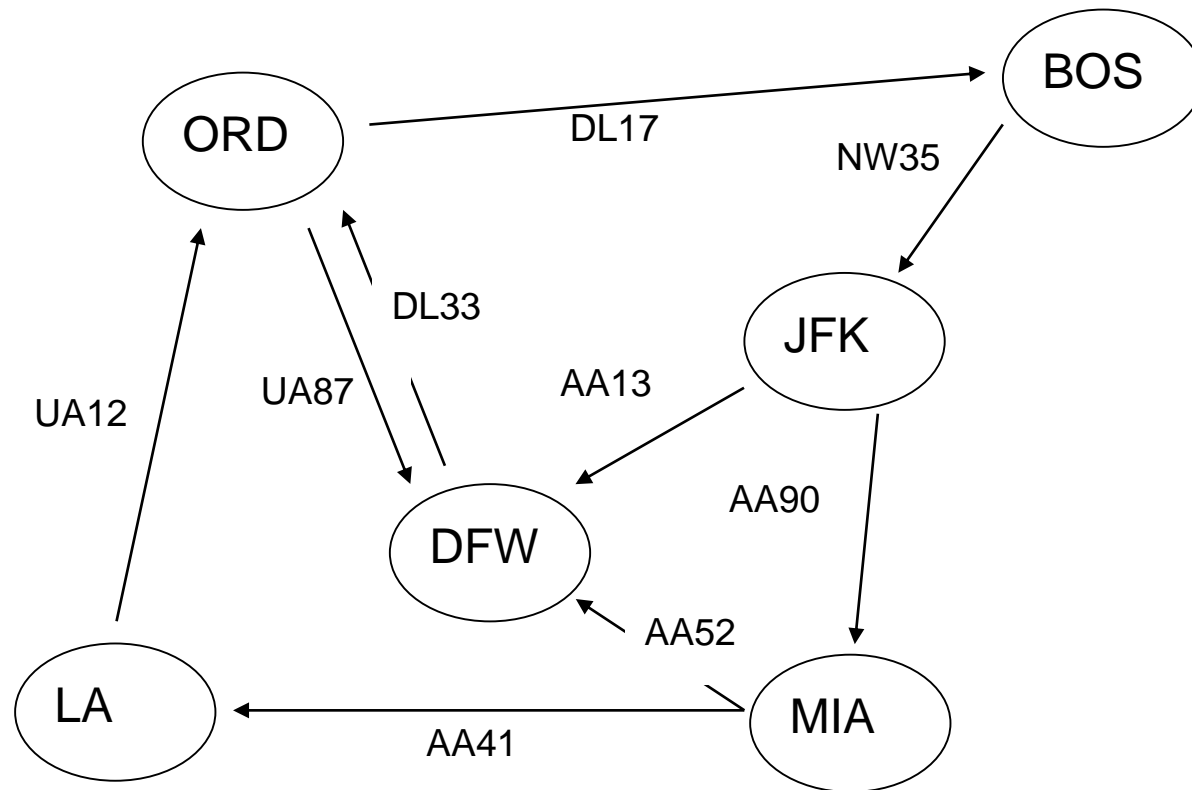
Ce graphe a deux composantes connexes.



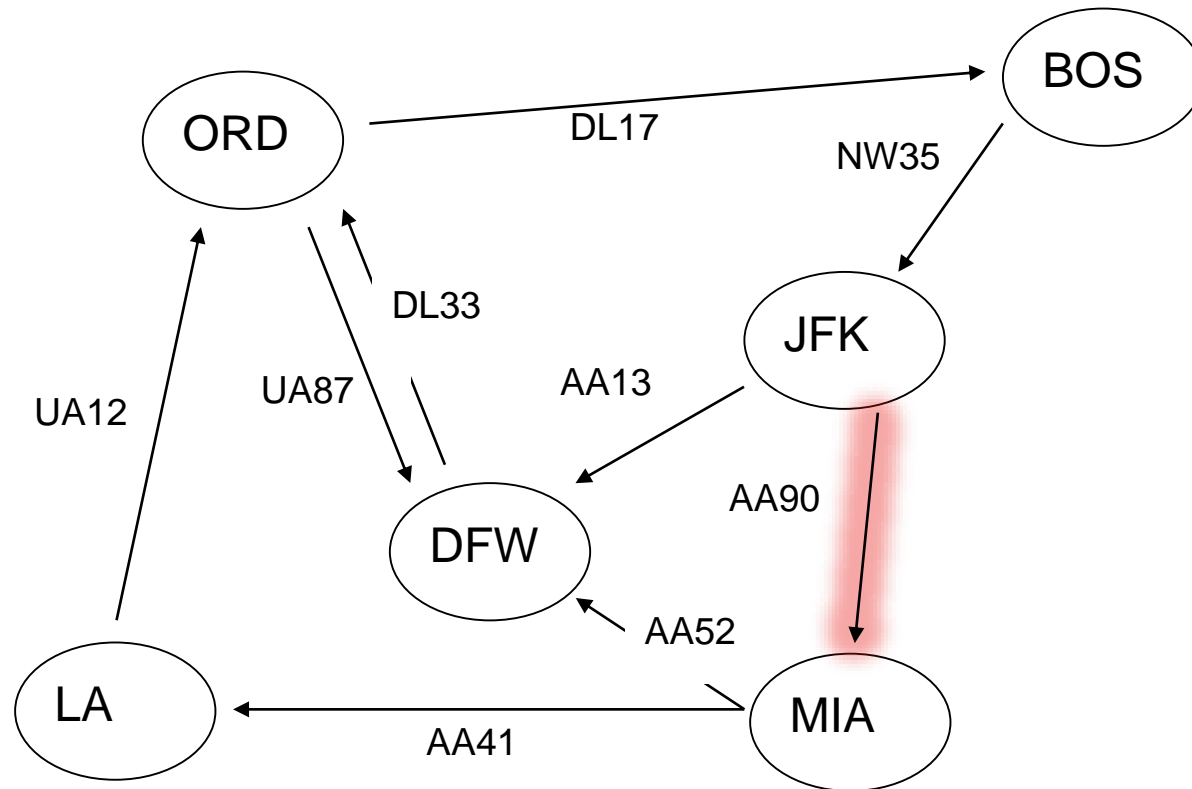
Exemple 2 : graphe dirigé



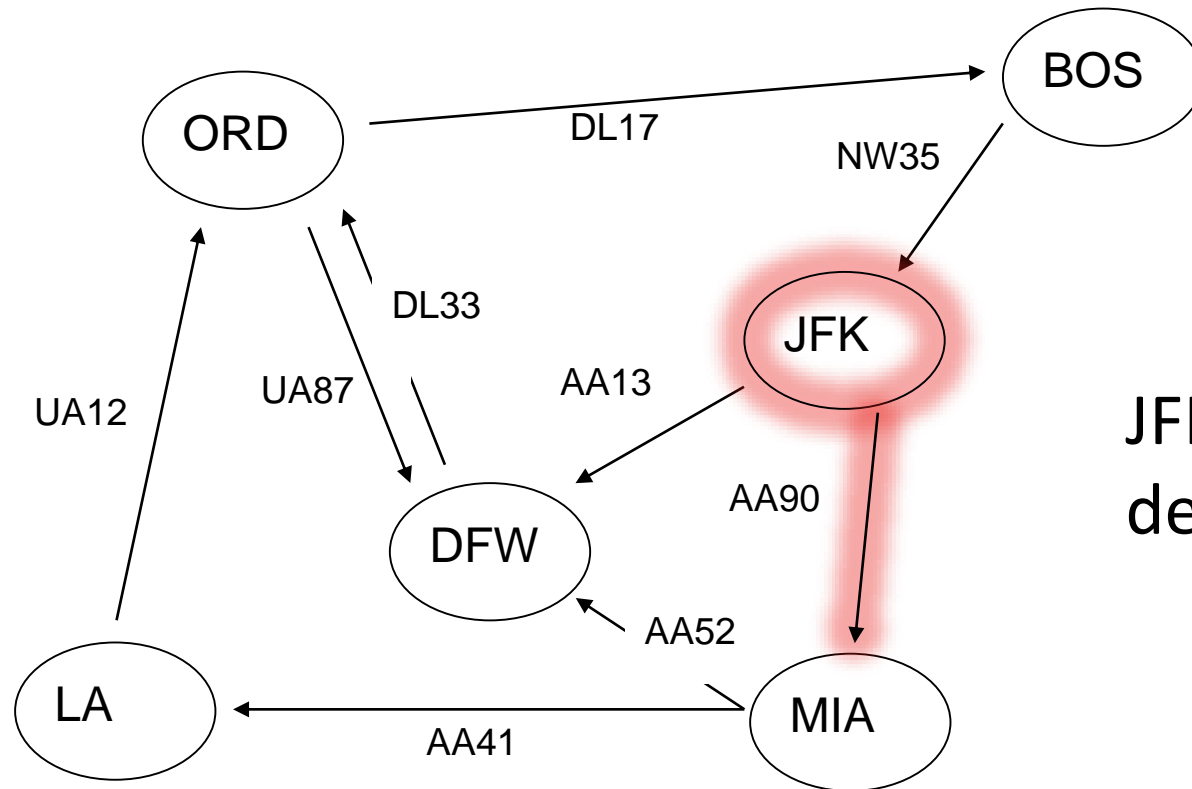
Origine



Origine

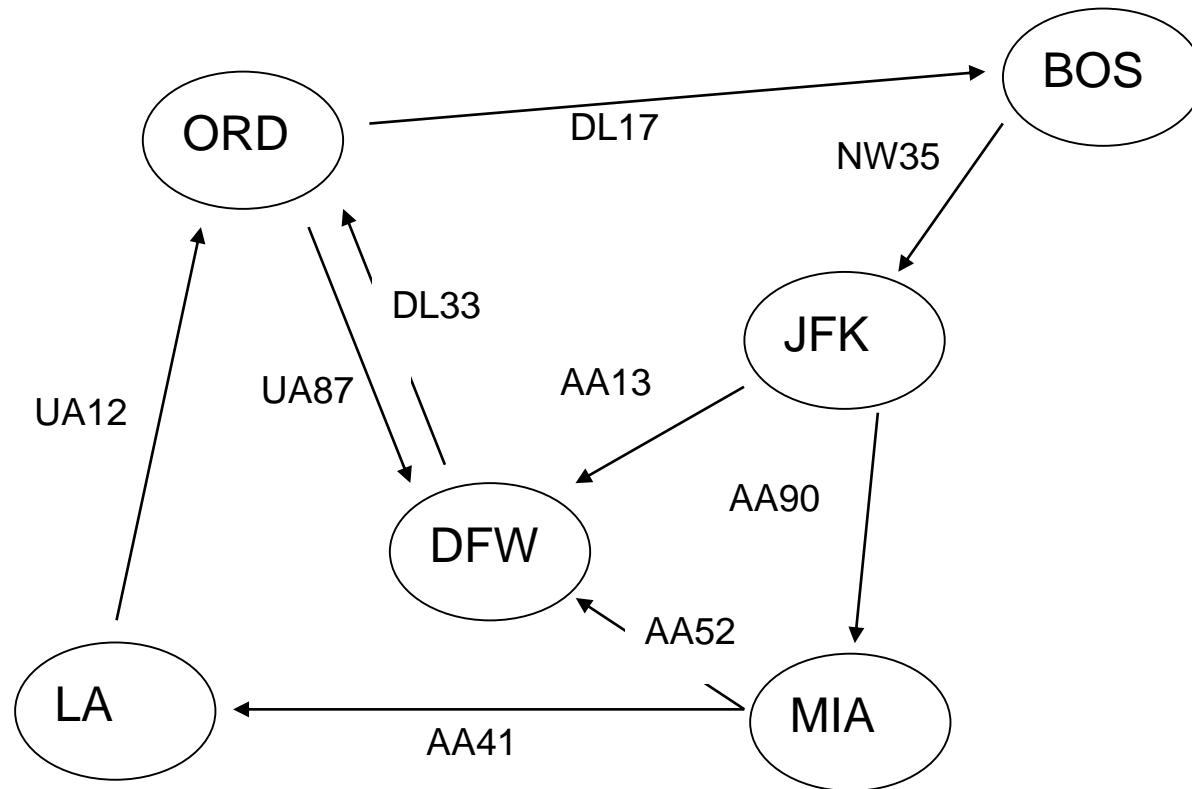


Origine

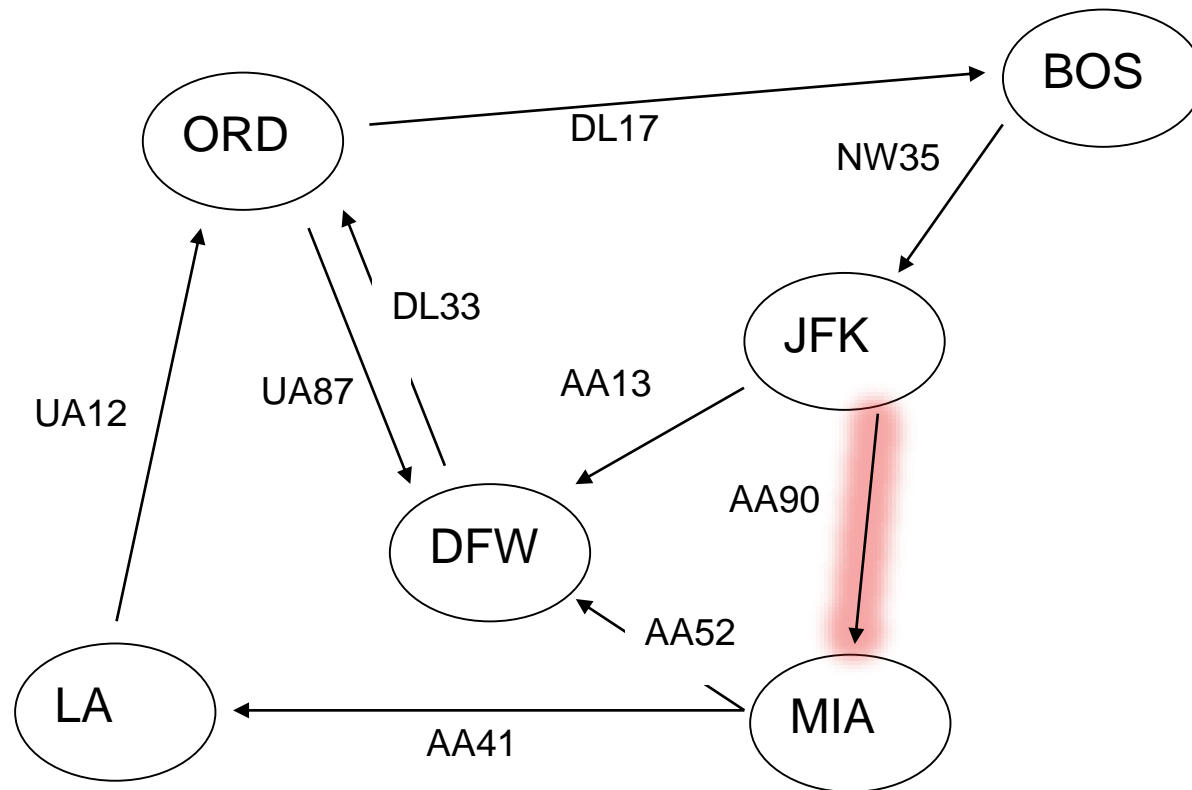


JFK est l'origine
de l'arc AA90

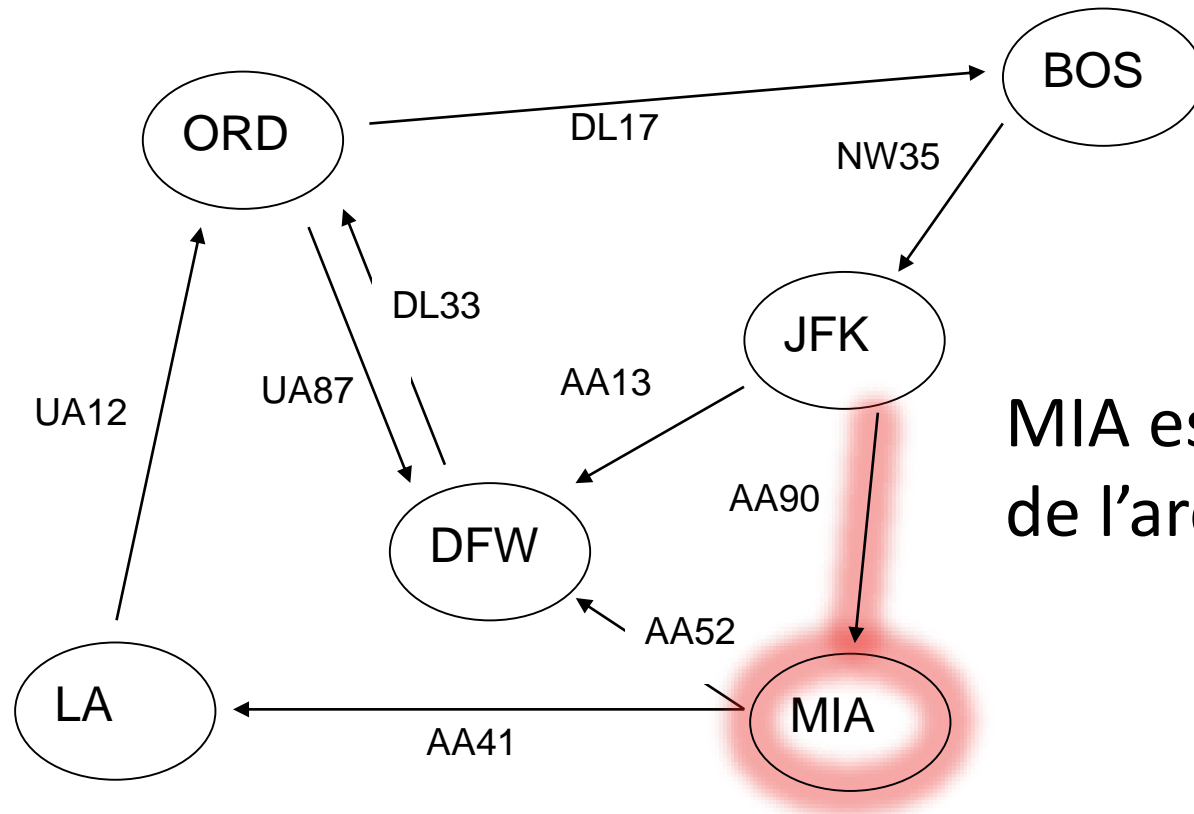
Destination



Destination

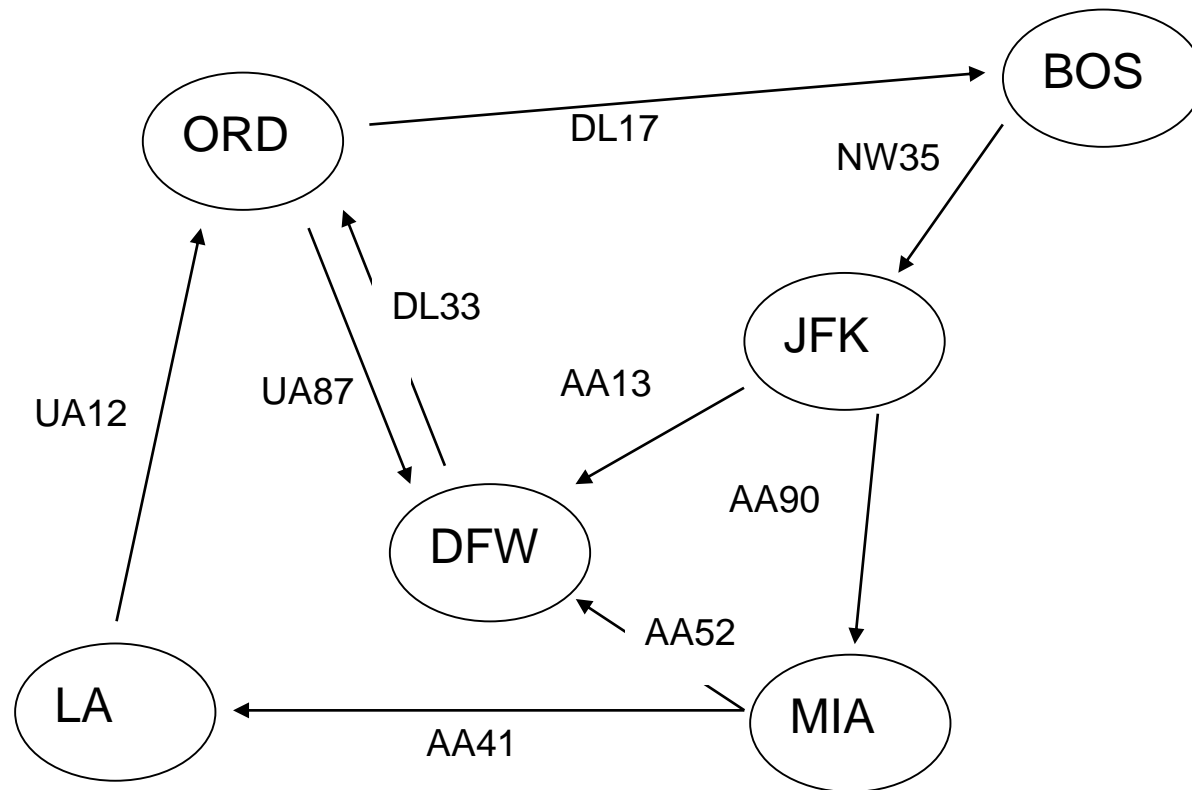


Destination

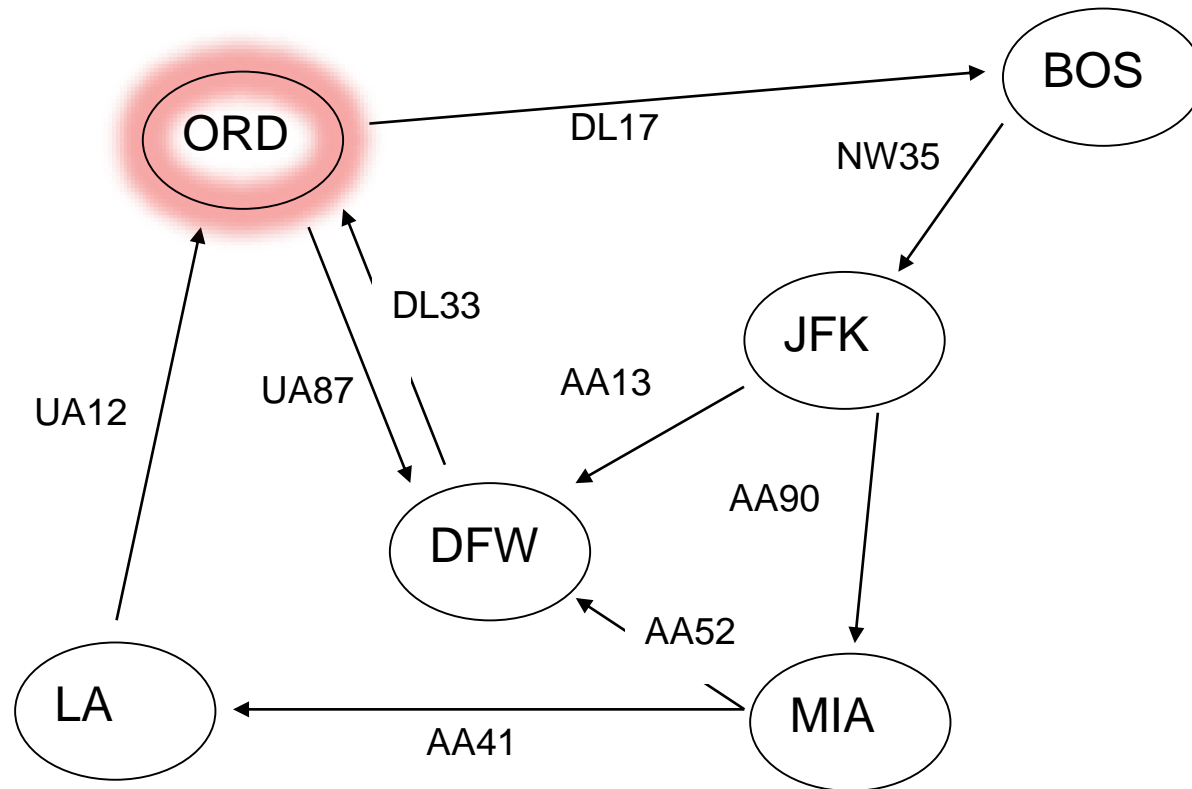


MIA est la destination
de l'arc AA90

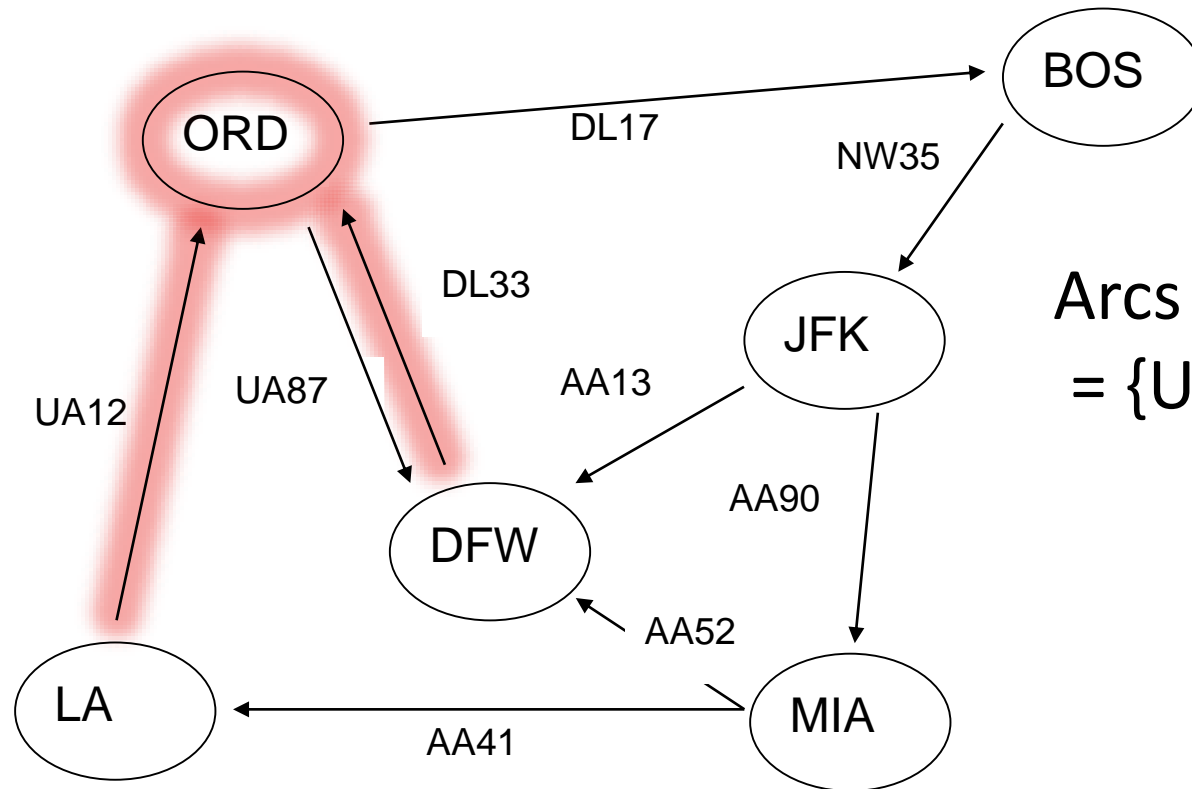
Arcs entrants



Arcs entrants

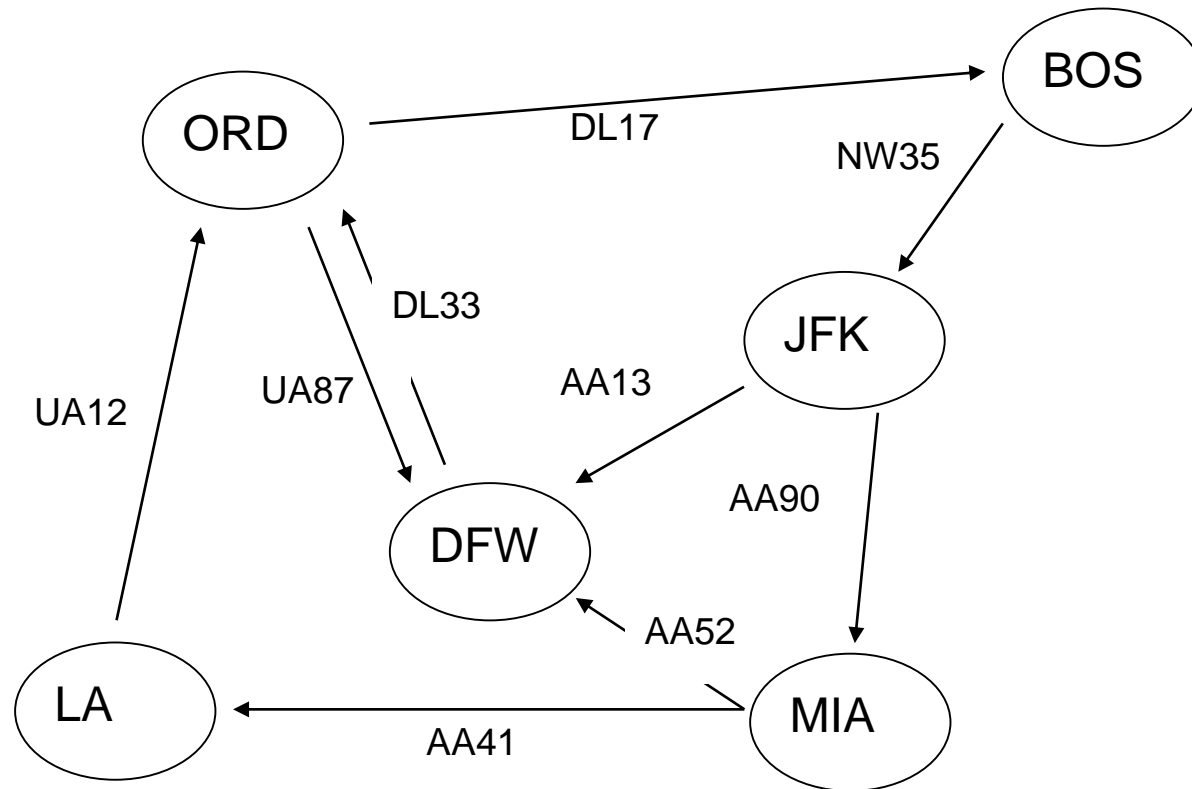


Arcs entrants

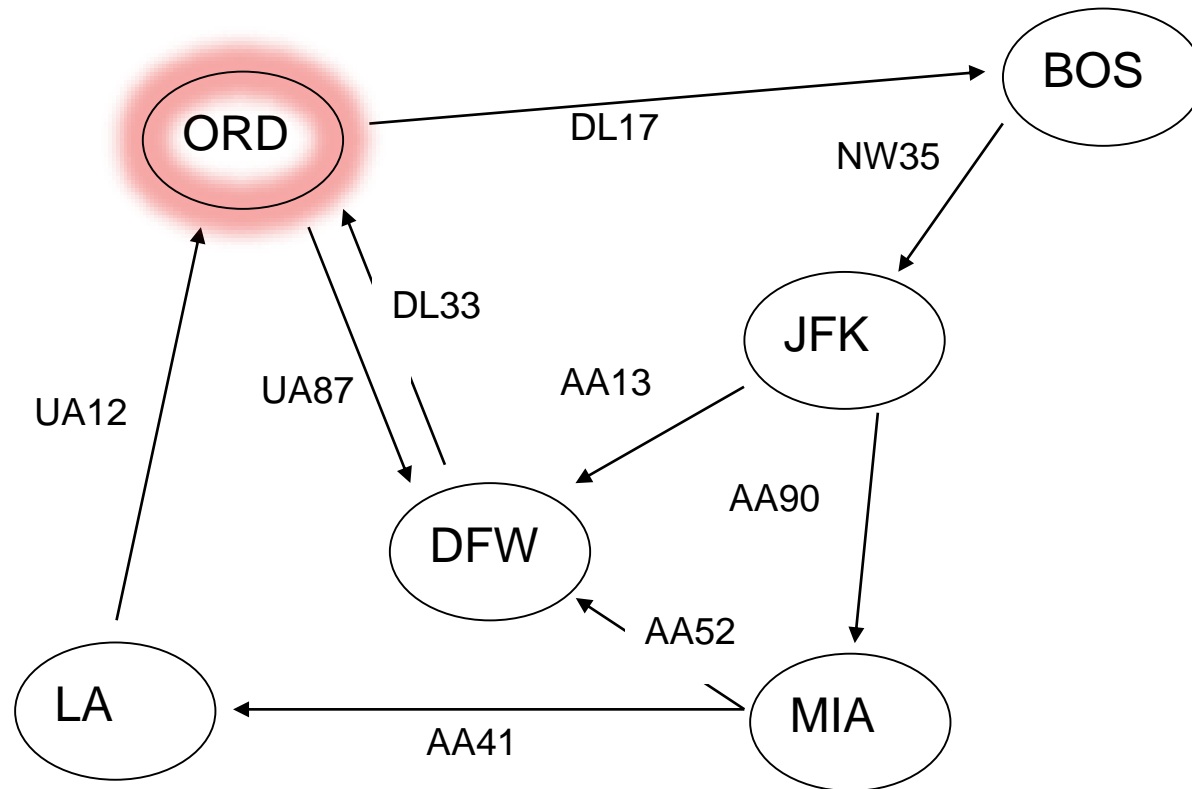


Arcs entrants de OR
= {UA12,DL33}

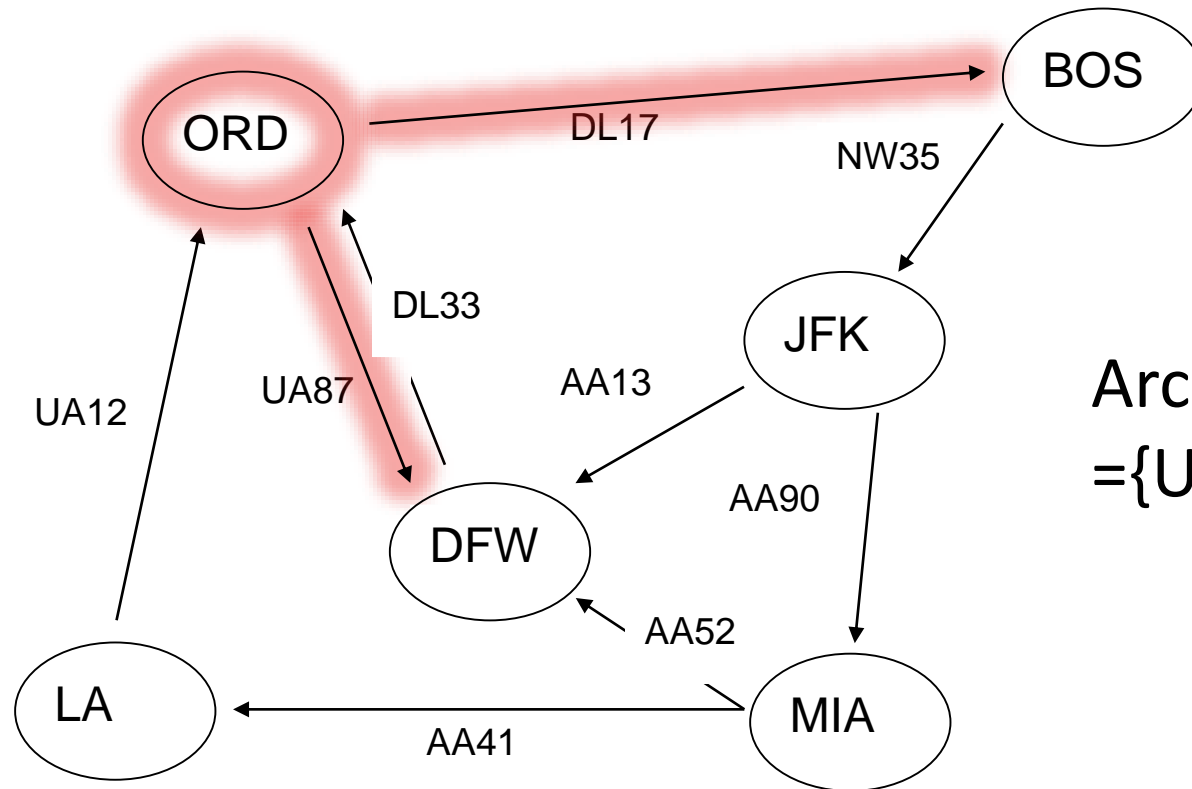
Arcs sortants



Arcs sortants

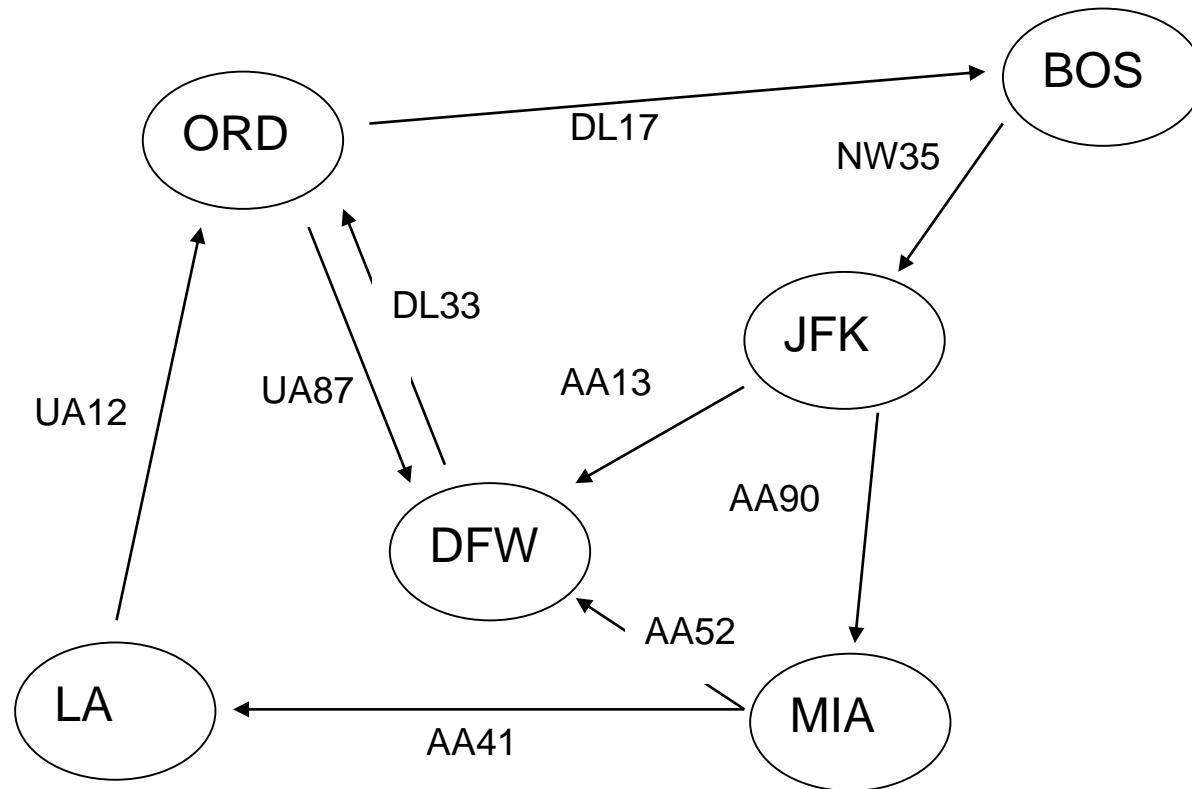


Arcs sortants

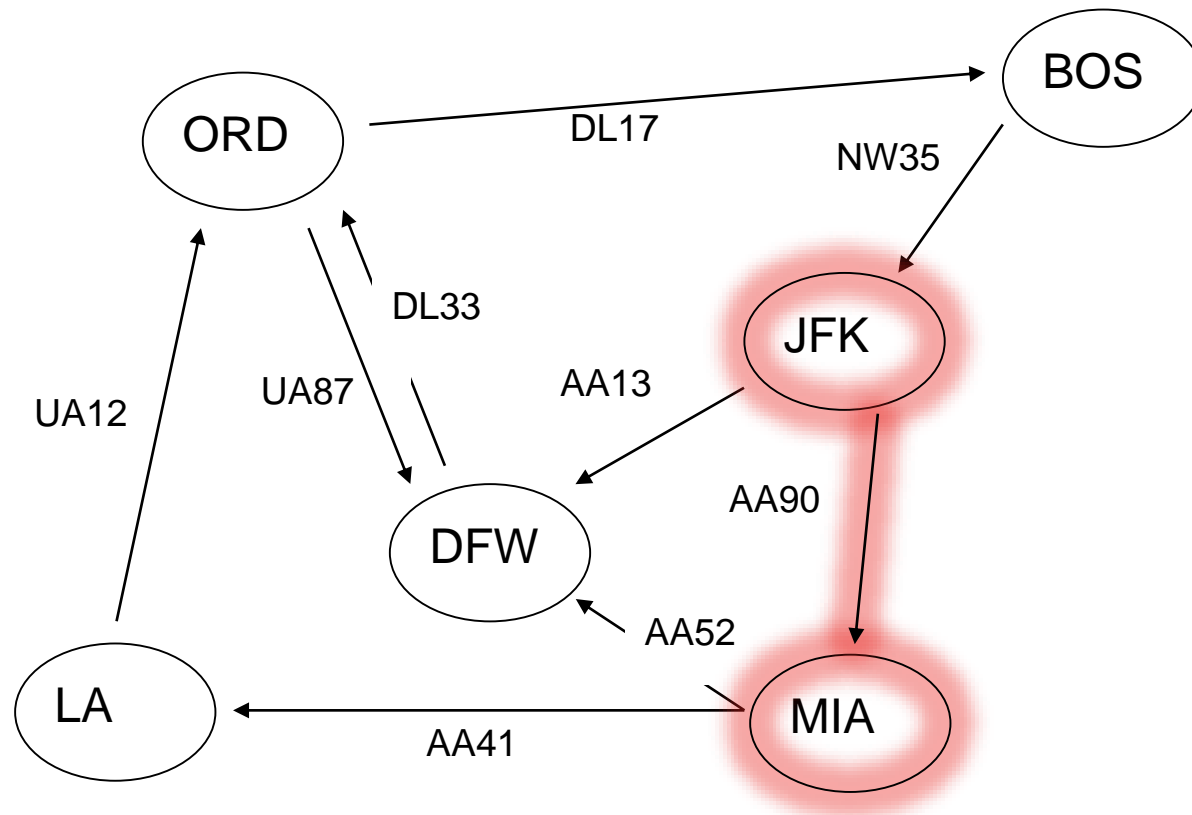


Arcs sortants de OR
= $\{UA87, DL17\}$

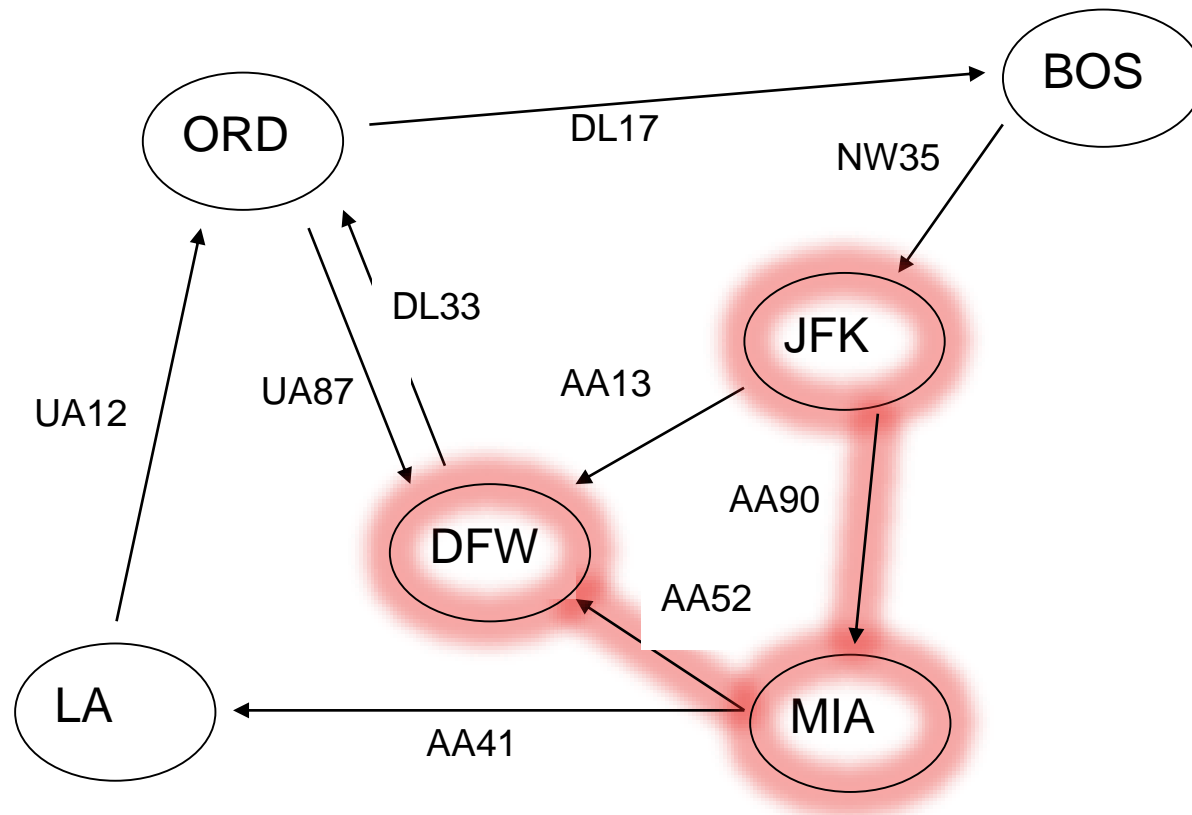
Chemin



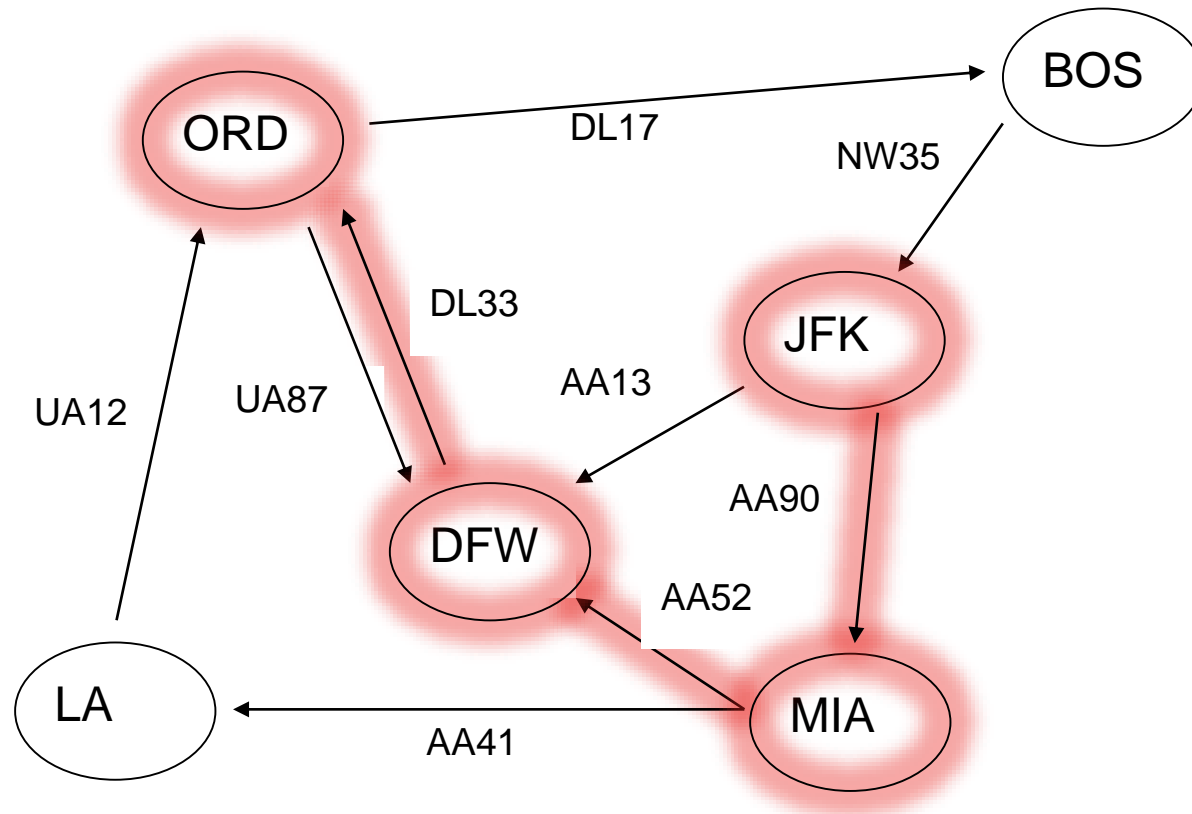
Chemin



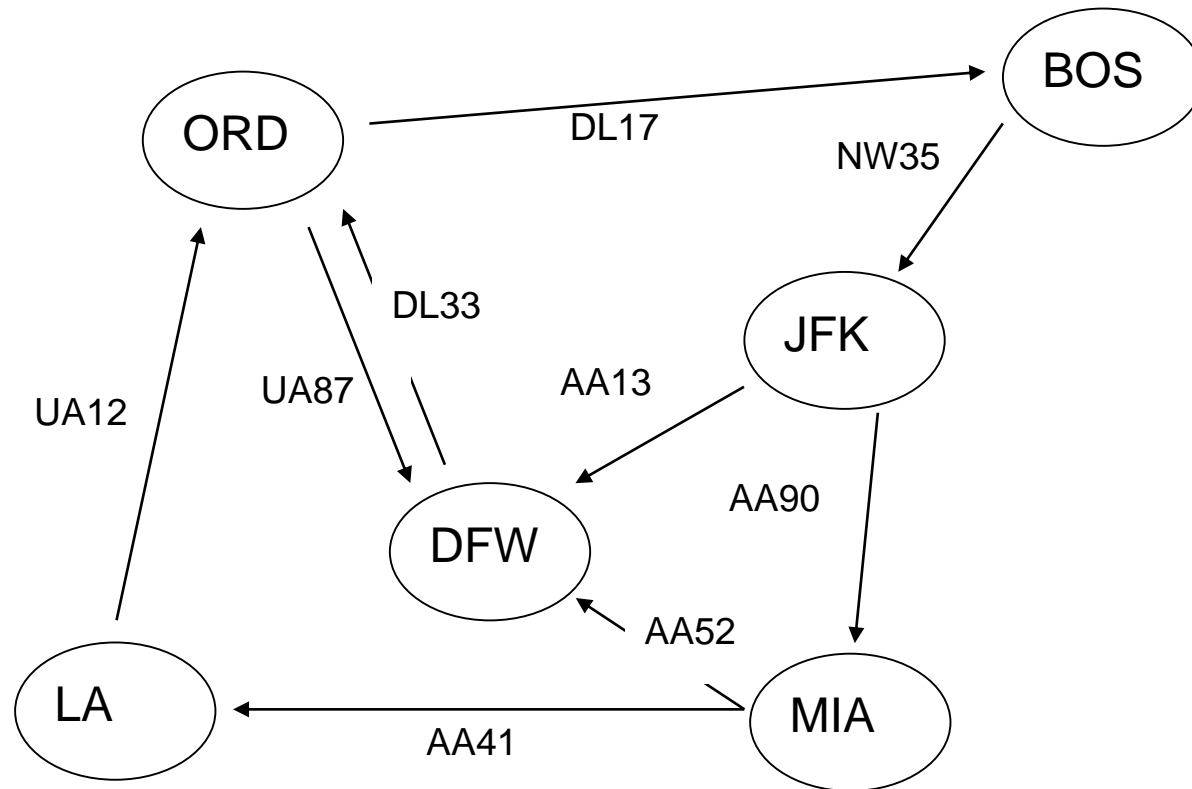
Chemin



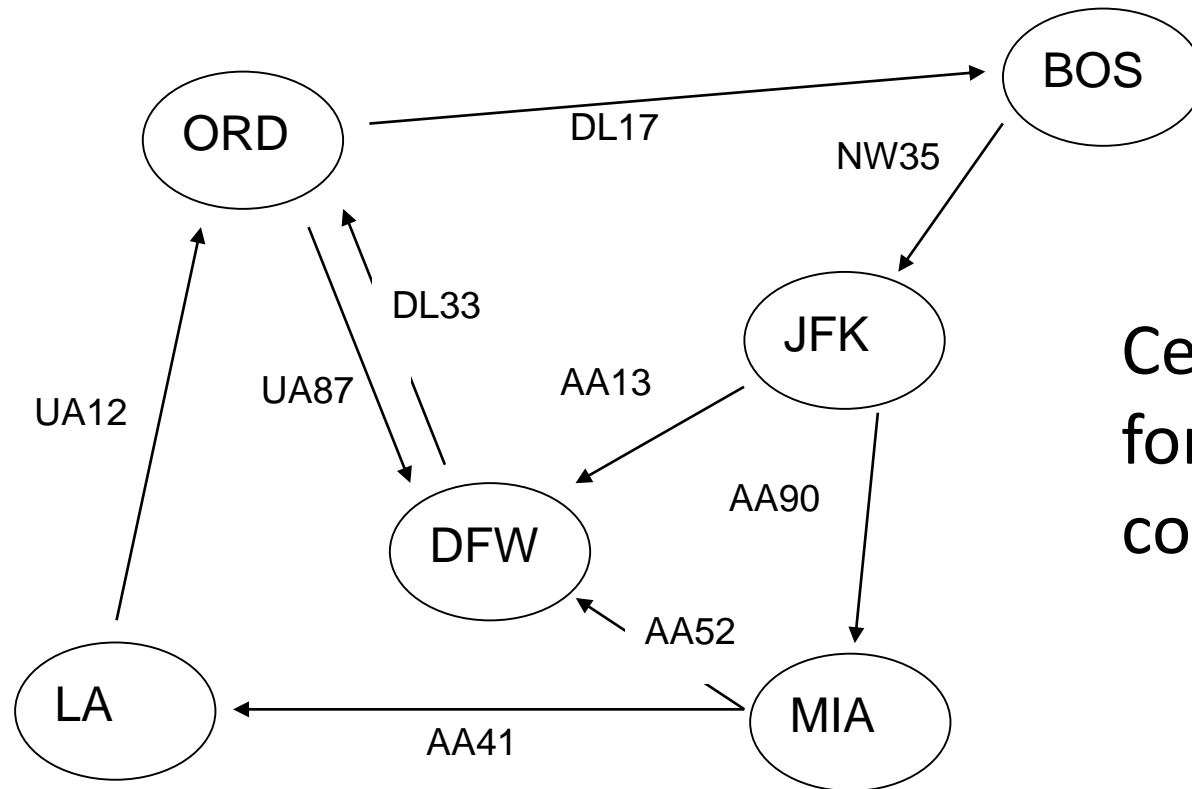
Chemin



Connexité



Connexité



Ce graphe est
fortement
connexe.

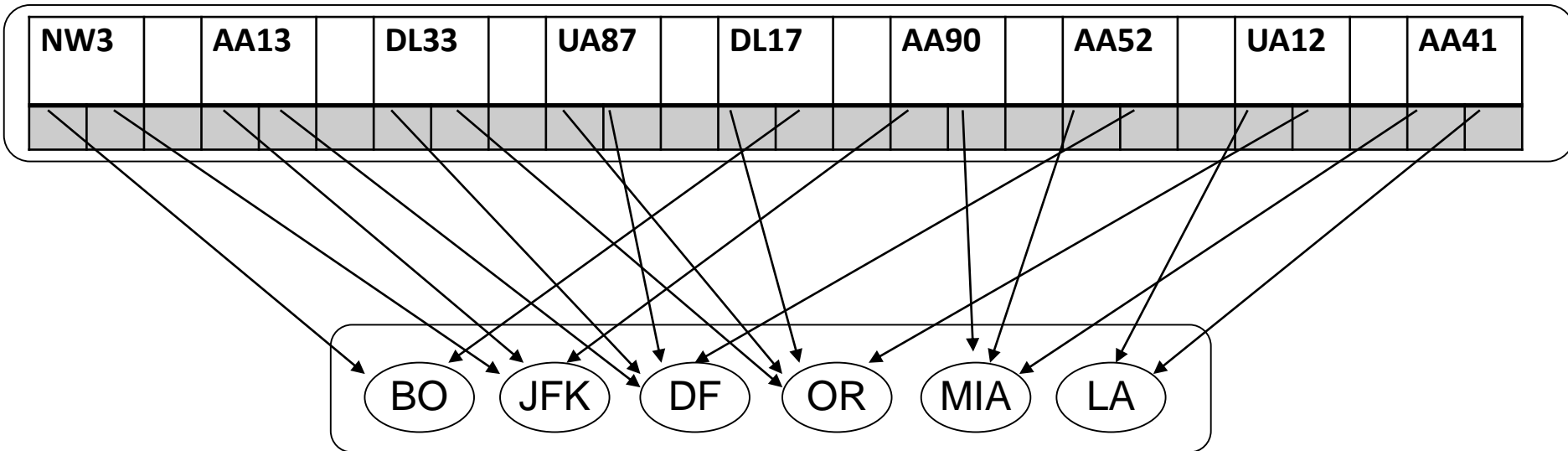
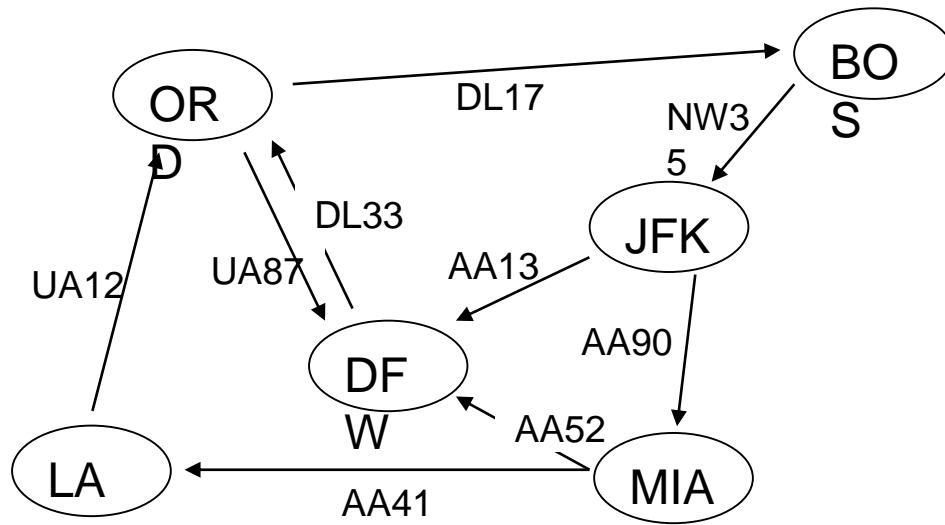
Exemple d'implémentation des graphes

- Classe Sommet
 - valeur du sommet
- Classe Arc
 - valeur de l'arc
 - référence vers le sommet origine
 - référence vers le sommet destination

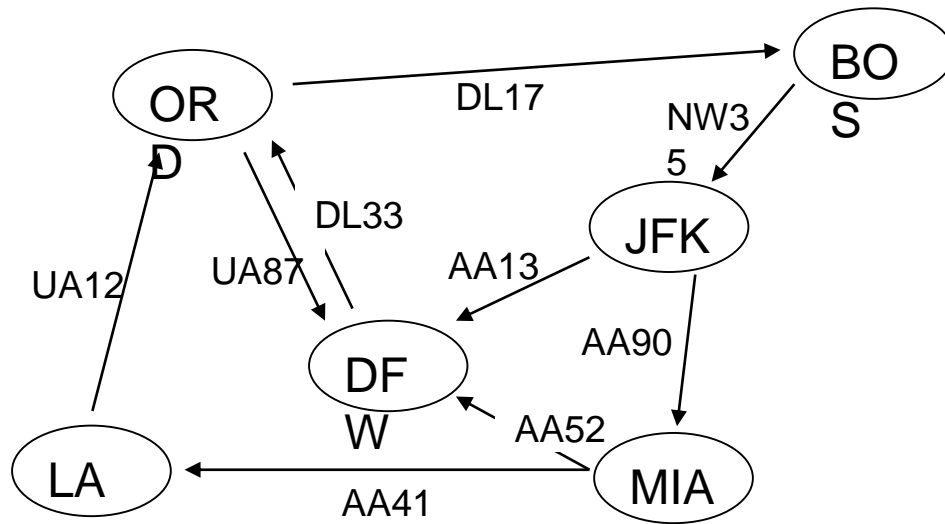
3 exemples d'implémentation d'un graphe

- Liste d'arcs
- Matrice d'adjacence
- Liste d'adjacence

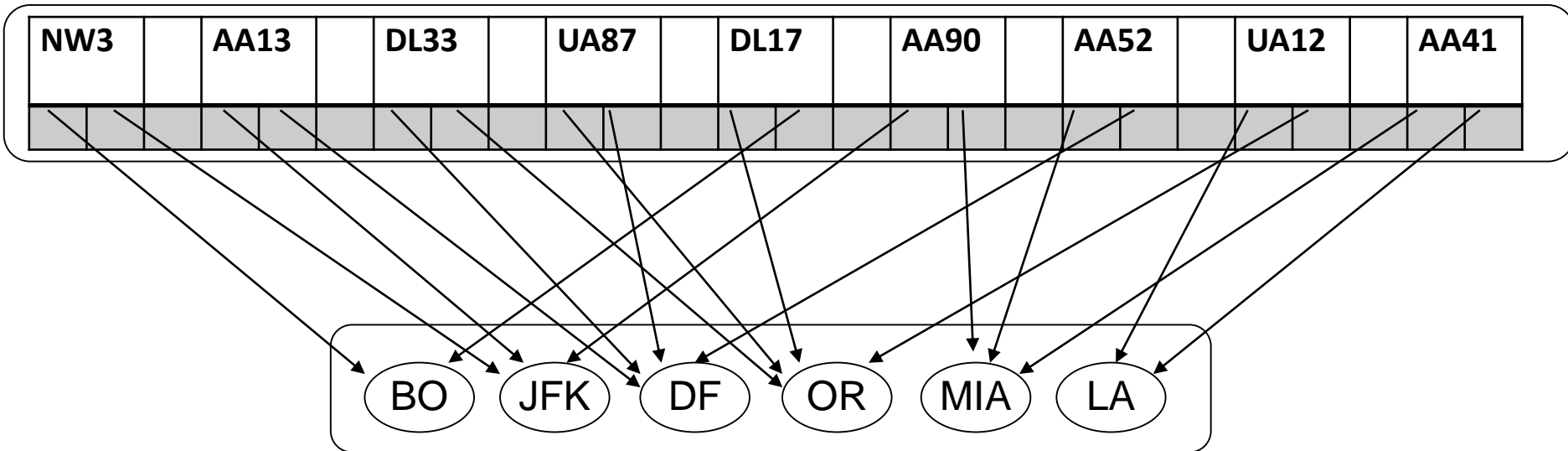
Liste d'Arcs



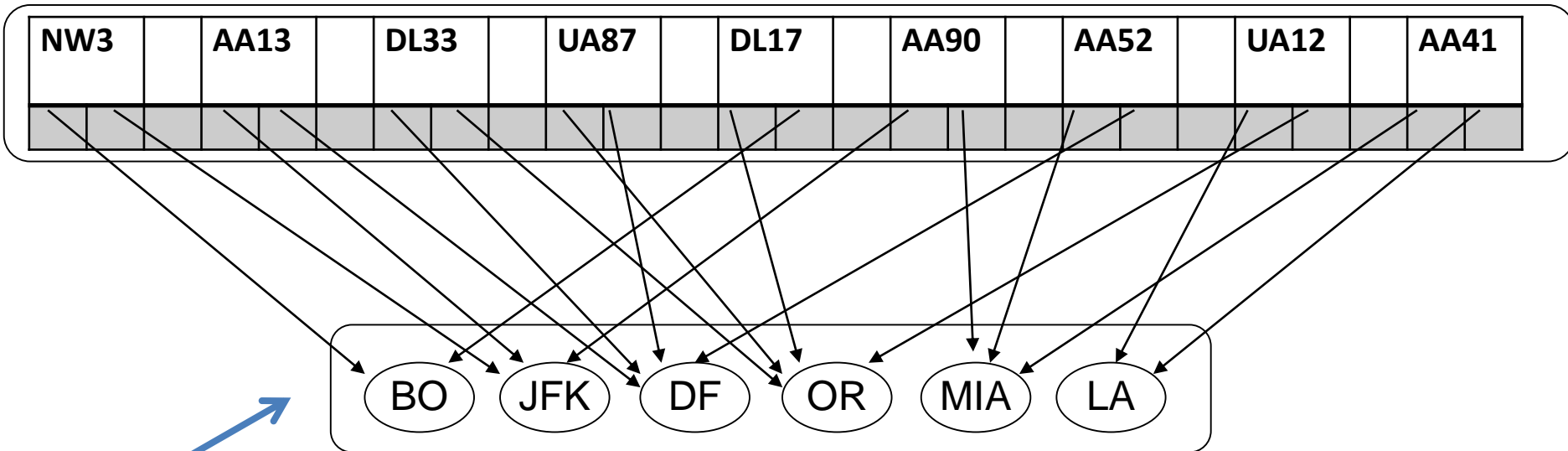
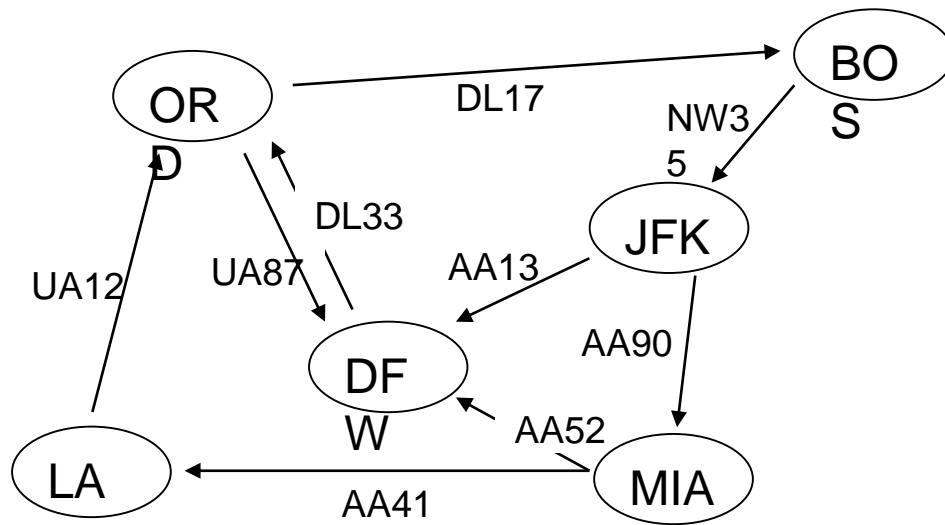
Liste d'Arcs



↙ Liste simple

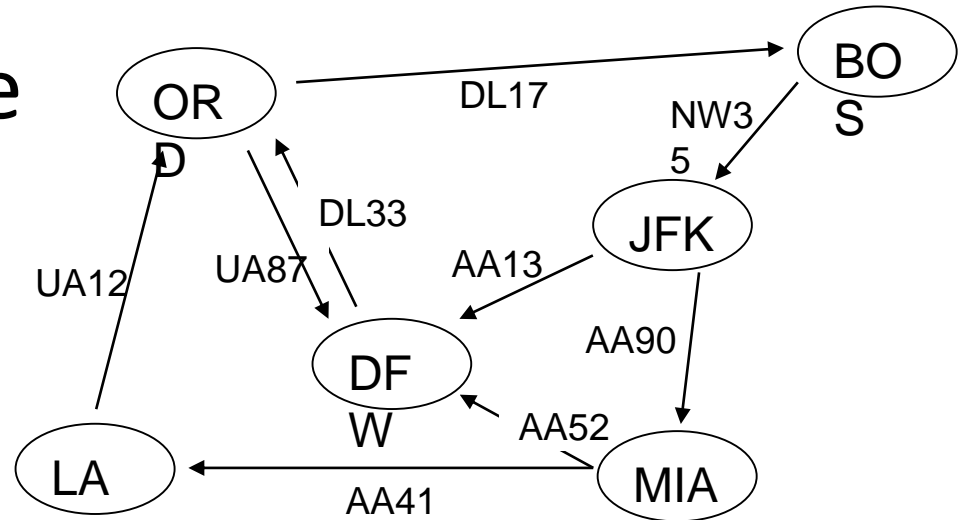


Liste d'Arcs

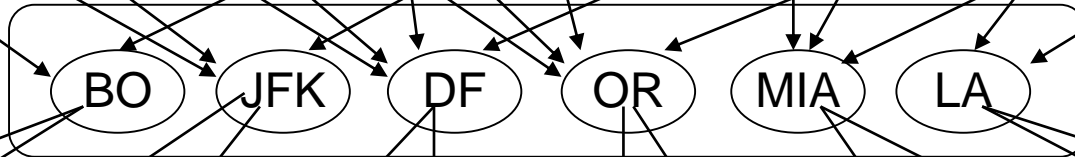


Liste simple

Liste d'Adjacence

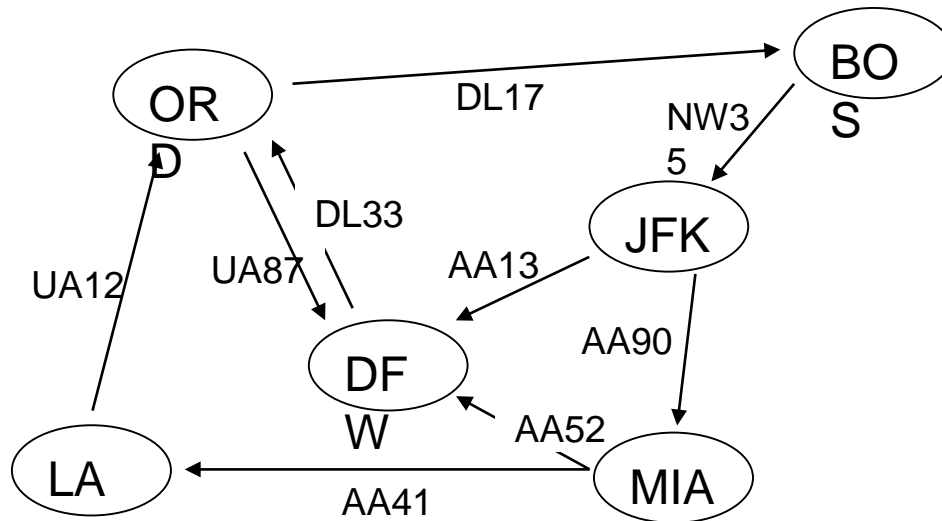


NW3		AA13		DL33		UA87		DL17		AA90		AA52		UA12		AA41



in	out		in	out		in	out		in	out		in	out		in	out
DL17	NW3		NW3	AA13 AA90		AA13 UA87 AA52	DL33		DL33 UA12	DL17 UA87		AA90	AA41 AA52		AA41	UA12

Matrice d'Adjacence



	0	1	2	3	4	5
0	-	DL17	-	-	UA87	-
1	-	-	-	NW3	-	-
2	UA12	-	-	-	-	-
3	-	-	-	-	AA13	AA90
4	DL33	-	-	-	-	-
5	-	-	AA41	-	AA52	-

0	1	2	3	4	5
OR	BO	LA	JFK	DF	MIA

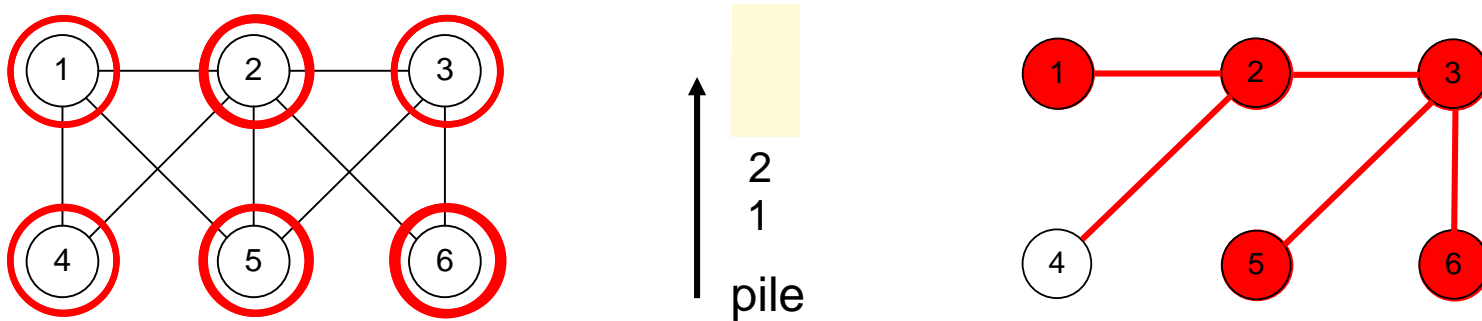
Algorithmes sur le graphes

- Depth First Search (DFS)
- Breadth First Search (BFS)
- Algorithme du plus court chemin (Dijkstra)

Depth First Search

Objectif : construire « en profondeur » un arbre couvrant pour un graphe connexe.

Exemple



- 1° Fixer un sommet de départ (sommet **courant**)
- 2° Utiliser une « pile » auxiliaire
- 3° Sélectionner dans l'adjacence du sommet courant un **nouveau** sommet et le relier au sommet courant
- 4° Si c'est impossible, remonter au sommet précédent (dépiler)

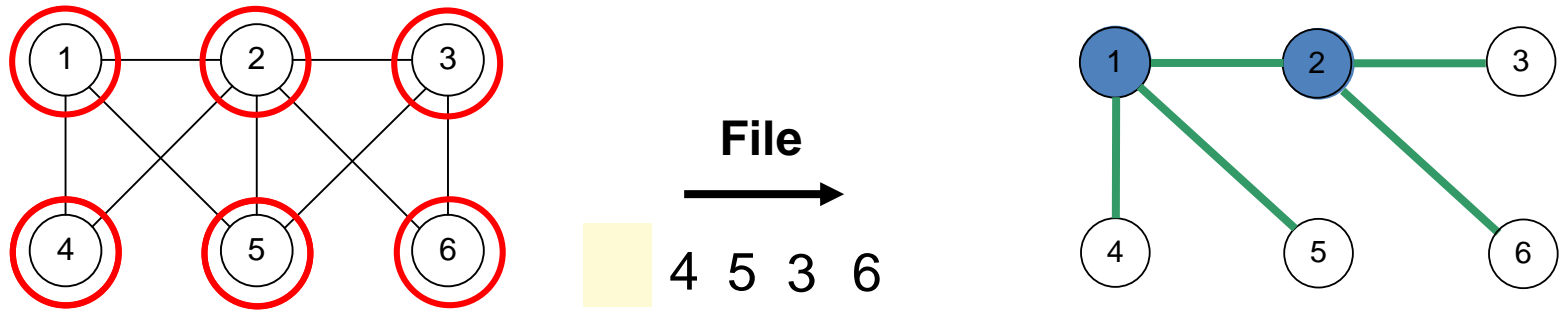
DFS

- Pour un graphe quelconque, le processus prend fin quand
 - On a capté tous les sommets
 - Le graphe est alors connexe
 - Ou lorsque la pile est vide
 - Le graphe est non connexe
 - On a construit un arbre couvrant pour la composante connexe du sommet de départ

Breadth-First Search

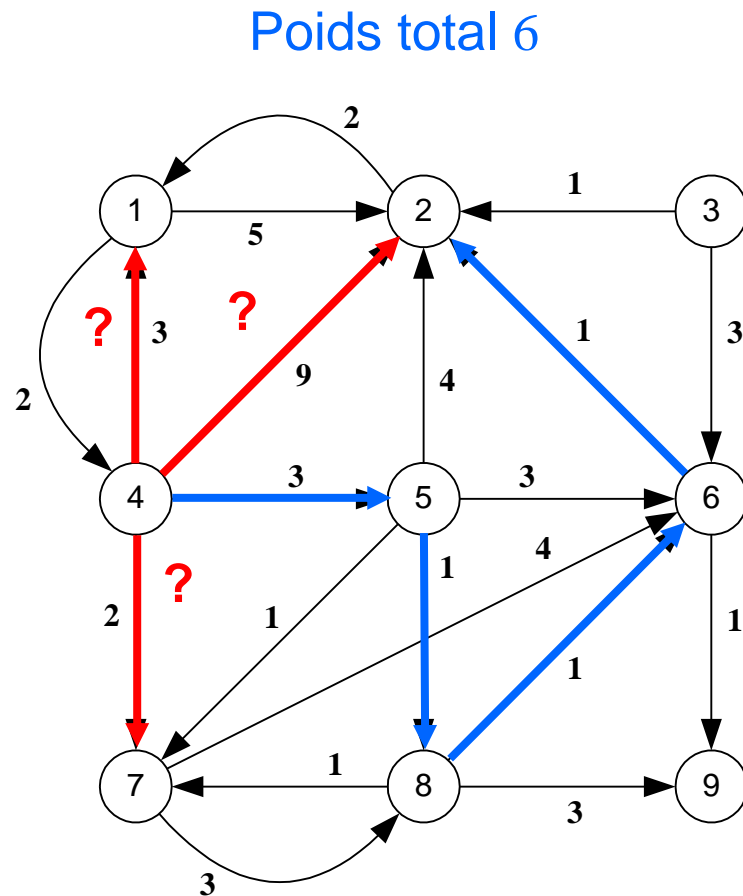
Objectif : construire « en largeur » un arbre couvrant pour un graphe connexe.

Exemple



- 1° Fixer un sommet de départ (sommet **courant**)
- 2° Dans l'adjacence du sommet courant sélectionner **tous** les sommets non encore atteints, et les stocker dans une « file »
- 3° Le « premier » de file devient le nouveau courant

Algorithme du plus court chemin



Rechercher le chemin
de **poids total minimum**,
d'un sommet d à un sommet a
dans un digraphe pondéré.

Par exemple, quel est le
« meilleur chemin »
de 4 à 2 ?

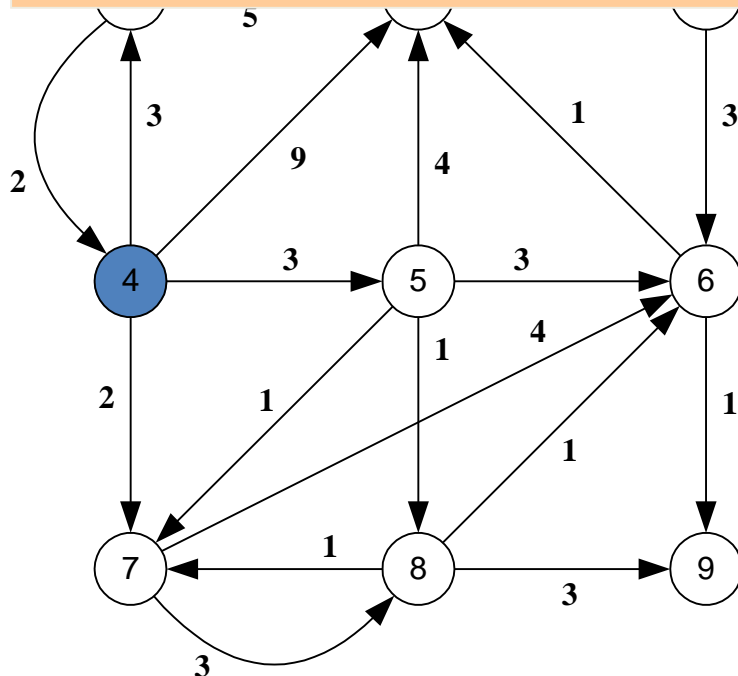
Comment choisir ?

Comment concevoir un **algorithme**
permettant de découvrir
le « meilleur chemin »
d'un sommet à un autre ?

La réponse de Dijkstra

Dijkstra apporte une réponse
à la question :
sommet de départ : 4

« quel est le meilleur chemin
d'un **sommet de départ fixé** à chacun des autres sommets ? »



donnent les poids des meilleurs chemins du sommet de départ vers chacun des sommets accessibles.

Etiquettes définitives : etc....

3	6	-	0	3	5	2	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---