

Simulação de filas MMm

Filas MMm

O sistema possui servidores e uma fila de espera de tamanho infinito.

As tarefas chegam segundo um processos de Poisson com taxa λ , ou seja, o tempo decorrido entre duas chegadas consecutivas (variável T) tem distribuição exponencial com média $\frac{1}{\lambda}$.

A taxa de serviço em cada servidor é μ , ou seja, o tempo de serviço para cada tarefa (variável S) tem distribuição exponencial com media $\frac{1}{\mu}$.

A variável R representa o tempo de resposta do sistema, ou seja, o tempo decorrido desde a chegada no sistema até a saída do mesmo.

A variável W representa o tempo de espera na fila, ou seja, o tempo que uma tarefa permanece esperando na fila.

A variável N representa a quantidade de tarefas dentro do sistema.

A variável N_q representa a quantidade de tarefas na fila.

A variável N_s representa a quantidade de tarefas sendo servidas.

Os parâmetros do sistema são:

- Quantidade de servidores: m
- Taxa de chegada: λ
- Taxa de serviço: μ
- Quantidade de eventos simulados: $nsim$

A taxa de serviço precisa ser maior do que a taxa de chegada ($\mu > \lambda$)

Classe Engine MMm

A classe **engineMMm** implementa a simulação de filas MMm.

O construtor da classe recebe como argumento a taxa de chegadas λ , a taxa de serviço de cada servidor μ e a quantidade de servidores m .

```
In [1]: from engineMMm import engineMMm
```

```
In [2]: lb=2.2
mu=10
m=3
engine = engineMMm(lb,mu,m)
```

```
In [3]: engine.simula(50000)
```

```
-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 2.2000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 3.0000
Ro                              : 0.0733
Epsilon                        : 0.0015
P0                              : 0.8025
Taxa de perda                  : 0.0000
-----
```

```
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.0001
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 0.0001
Tempo medio de servico (simulado) : 0.1005
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 0.2212
Tempo medio de resposta (simulado) : 0.1006
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 0.2213
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.1973
-----
```

```
Tempo medio na fila (analítico)  : 0.0001
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 0.0001
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 0.2200
Tempo medio de resposta (analítico) : 0.1001
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 0.2201
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.1975
-----
```

```
In [4]: # Valores fixos
mu=10
m=2
```

Experimento 1

```
In [5]: lb=2
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)
```

```
-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 2.0000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 2.0000
Ro                              : 0.1000
Epsilon                        : 0.0182
P0                              : 0.8182
Taxa de perda                  : 0.0000
-----
```

```
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.0009
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 0.0018
Tempo medio de servico (simulado) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 0.2001
Tempo medio de resposta (simulado) : 0.1010
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 0.2019
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.1825
-----
```

```
Tempo medio na fila (analítico)  : 0.0010
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 0.0020
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 0.2000
Tempo medio de resposta (analítico) : 0.1010
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 0.2020
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.1818
-----
```

Experimento 2

```
In [6]: lb=4
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)
```

```

-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 4.0000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 2.0000
Ro                              : 0.2000
Epsilon                         : 0.0667
P0                              : 0.6667
Taxa de perda                   : 0.0000
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.0039
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 0.0157
Tempo medio de servico (simulado) : 0.0995
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 0.3980
Tempo medio de resposta (simulado) : 0.1034
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 0.4137
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.3320
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (analítico)  : 0.0042
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 0.0167
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 0.4000
Tempo medio de resposta (analítico) : 0.1042
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 0.4167
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.3333
-----

```

Experimento 3

```

In [7]: lb=6
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)

```

```

-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 6.0000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 2.0000
Ro                              : 0.3000
Epsilon                        : 0.1385
P0                              : 0.5385
Taxa de perda                  : 0.0000
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.0095
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 0.0568
Tempo medio de servico (simulado) : 0.0999
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 0.5994
Tempo medio de resposta (simulado) : 0.1094
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 0.6565
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.4604
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (analítico)   : 0.0099
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 0.0593
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 0.6000
Tempo medio de resposta (analítico) : 0.1099
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 0.6593
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.4615
-----

```

Experimento 4

```

In [8]: lb=8
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)

```

```

-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 8.0000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 2.0000
Ro                              : 0.4000
Epsilon                        : 0.2286
P0                              : 0.4286
Taxa de perda                   : 0.0000
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.0193
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 0.1540
Tempo medio de servico (simulado) : 0.1001
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 0.8010
Tempo medio de resposta (simulado) : 0.1195
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 0.9558
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.5700
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (analítico)  : 0.0190
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 0.1524
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 0.8000
Tempo medio de resposta (analítico) : 0.1190
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 0.9524
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.5714
-----

```

Experimento 5

```

In [9]: lb=10
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)

```

```

-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 10.0000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 2.0000
Ro                              : 0.5000
Epsilon                        : 0.3333
P0                              : 0.3333
Taxa de perda                  : 0.0000
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.0361
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 0.3624
Tempo medio de servico (simulado) : 0.1003
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 1.0029
Tempo medio de resposta (simulado) : 0.1364
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 1.3642
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.6683
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (analítico)  : 0.0333
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 0.3333
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 1.0000
Tempo medio de resposta (analítico) : 0.1333
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 1.3333
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.6667
-----

```

Experimento 6

```

In [10]: lb=12
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)

```

```

-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 12.0000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 2.0000
Ro                              : 0.6000
Epsilon                        : 0.4500
P0                             : 0.2500
Taxa de perda                  : 0.0000
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.0558
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 0.6673
Tempo medio de servico (simulado) : 0.1001
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 1.2013
Tempo medio de resposta (simulado) : 0.1559
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 1.8713
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.7491
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (analítico)   : 0.0562
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 0.6750
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 1.2000
Tempo medio de resposta (analítico) : 0.1562
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 1.8750
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.7500
-----

```

Experimento 7

```

In [11]: lb=14
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)

```



```

-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 14.0000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 2.0000
Ro                              : 0.7000
Epsilon                        : 0.5765
P0                              : 0.1765
Taxa de perda                  : 0.0000
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.1038
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 1.4622
Tempo medio de servico (simulado) : 0.1005
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 1.4063
Tempo medio de resposta (simulado) : 0.2042
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 2.8590
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.8298
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (analítico)  : 0.0961
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 1.3451
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 1.4000
Tempo medio de resposta (analítico) : 0.1961
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 2.7451
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.8235
-----

```

Experimento 8

```

In [12]: lb=16
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)

```

```

-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 16.0000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 2.0000
Ro                              : 0.8000
Epsilon                        : 0.7111
P0                              : 0.1111
Taxa de perda                   : 0.0000
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.2004
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 3.2213
Tempo medio de servico (simulado) : 0.1010
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 1.6163
Tempo medio de resposta (simulado) : 0.3014
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 4.8224
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.8958
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (analítico)  : 0.1778
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 2.8444
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 1.6000
Tempo medio de resposta (analítico) : 0.2778
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 4.4444
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.8889
-----

```

Experimento 9

```

In [13]: lb=18
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)

```

```

-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 18.0000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 2.0000
Ro                              : 0.9000
Epsilon                        : 0.8526
P0                              : 0.0526
Taxa de perda                   : 0.0000
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.4326
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 7.7753
Tempo medio de servico (simulado) : 0.0995
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 1.7909
Tempo medio de resposta (simulado) : 0.5321
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 9.5773
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.9437
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (analítico)  : 0.4263
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 7.6737
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 1.8000
Tempo medio de resposta (analítico) : 0.5263
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 9.4737
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.9474
-----

```

Experimento 10

```

In [14]: lb=19
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)

```

```

-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 19.0000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 2.0000
Ro                              : 0.9500
Epsilon                        : 0.9256
P0                              : 0.0256
Taxa de perda                  : 0.0000
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.9119
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 17.3880
Tempo medio de servico (simulado) : 0.0995
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 1.8904
Tempo medio de resposta (simulado) : 1.0114
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 19.2161
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.9729
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (analítico)   : 0.9256
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 17.5872
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 1.9000
Tempo medio de resposta (analítico) : 1.0256
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 19.4872
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.9744
-----

```

Tests

```

In [15]: lb=17.8
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)

```

```

-----
Numero de eventos                : 50000
Lambda                          : 17.8000
Mu                              : 10.0000
Numero de servidores            : 2.0000
Ro                              : 0.8900
Epsilon                        : 0.8382
P0                              : 0.0582
Taxa de perda                   : 0.0000
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (simulado)   : 0.4465
Numero medio de elementos na fila (simulado) : 8.0217
Tempo medio de servico (simulado) : 0.1002
Numero medio de elementos servidos (simulado) : 1.7829
Tempo medio de resposta (simulado) : 0.5467
Numero medio de elemento no sistema (simulado) : 9.7309
Taxa de utilizacao do sistema (simulado) : 0.9466
-----

```

```

-----
Tempo medio na fila (analítico)  : 0.3810
Numero medio de elementos na fila (analitico) : 6.7818
Tempo medio de servico (analítico) : 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico) : 1.7800
Tempo medio de resposta (analítico) : 0.4810
Numero medio de elemento no sistema (analitico) : 8.5618
Taxa de utilização do sistema (analítico) : 0.9418
-----

```

```

In [16]: lb=17.9
engine = engineMMm(lb,mu,m)
engine.simula(50000)

```

Numero de eventos	: 50000
Lambda	: 17.9000
Mu	: 10.0000
Numero de servidores	: 2.0000
Ro	: 0.8950
Epsilon	: 0.8454
P0	: 0.0554
Taxa de perda	: 0.0000

Tempo medio na fila (simulado)	: 0.3551
Numero medio de elementos na fila (simulado)	: 6.3630
Tempo medio de servico (simulado)	: 0.0988
Numero medio de elementos servidos (simulado)	: 1.7689
Tempo medio de resposta (simulado)	: 0.4540
Numero medio de elemento no sistema (simulado)	: 8.1258
Taxa de utilizacao do sistema (simulado)	: 0.9385

Tempo medio na fila (analítico)	: 0.4026
Numero medio de elementos na fila (analitico)	: 7.2061
Tempo medio de servico (analítico)	: 0.1000
Numero medio de elementos servidos (analitico)	: 1.7900
Tempo medio de resposta (analítico)	: 0.5026
Numero medio de elemento no sistema (analitico)	: 8.9961
Taxa de utilização do sistema (analítico)	: 0.9446
