1. **Introduction**

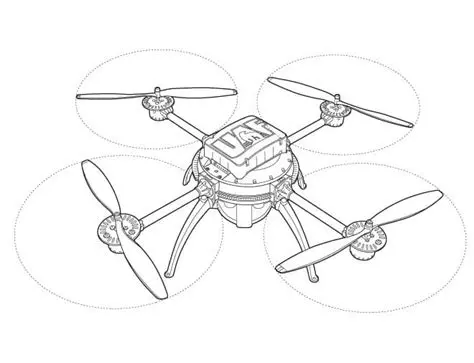
Les progrès récents dans la technologie des capteurs, les systèmes de contrôle et l'aérodynamique ont permis le développement de petits véhicules aériens sans pilote (sUAV), les rendant de plus en plus pertinents pour diverses applications telles que la surveillance, le contrôle de l'environnement et la recherche et le sauvetage. Ces systèmes sont très appréciés pour leur taille compacte, leur faible coût et leur maniabilité. Cependant, leur petite taille introduit des défis importants, notamment une sensibilité accrue aux perturbations liées à leur environnement et le recours à des capteurs compacts de systèmes micro électromécaniques qui sont sujets au bruit et aux vibrations. Assurer une stabilisation fiable et un suivi précis de la trajectoire de ces véhicules nécessite des stratégies de contrôle robustes.

Dans cette étude, nous décrivons le modèle mathématique de la dynamique d'un quadrirotor à l'aide des lois de Newton et d'Euler et d’une représentation d’état. Sur la base de ce modèle linéarisé, la technique de contrôle LQR est conçue et mise en œuvre pour réaliser la stabilisation et le suivi de trajectoire. Le régulateur quadratique linéaire (LQR) se distingue par son efficacité pour réaliser la stabilisation et le suivi de trajectoire dans les quadri rotors. Le LQR offre une efficacité de calcul et des performances de contrôle optimales en minimisant une fonction de coût qui équilibre les écarts d'état du système. Ce régulateur est particulièrement adapté aux véhicules aériens de petite taille fonctionnant dans des conditions spécifiques, telles que le vol stationnaire.

Des études de simulation sont menées pour évaluer les performances du régulateur, et le comportement du quadrirotor est visualisé dans un environnement virtuel 3D à l'aide de la boîte à outils Simulink 3D Animation. En se concentrant sur cette approche de contrôle classique mais puissante, cette étude vise à démontrer l'efficacité du LQR pour relever les défis de stabilisation et de suivi de trajectoire auxquels sont confrontés les drones de petite taille.

* 1. **Quadrirotor**

Un drone quadrirotor est un aéronef sans pilote (UAV) caractérisé par son architecture à quatre rotors. Il se compose principalement d'un châssis léger, habituellement en matériaux composites ou en aluminium, sur lequel sont montées quatre hélices disposées en configuration symétrique. Chaque rotor est associé à un moteur électrique qui permet une modulation précise de la puissance, facilitant ainsi des manœuvres telles que le vol stationnaire, les translations horizontales et les rotations autour de l'axe vertical.



Le contrôle de vol est généralement assuré par un système de stabilisation multi-axes basé sur des gyroscopes et des accéléromètres, intégré dans une unité de contrôle principale. Cette unité reçoit des informations de divers capteurs (GPS, baromètres, caméras) pour calculer en temps réel les commandes nécessaires afin de maintenir la stabilité et l'orientation de l'appareil face aux perturbations externes.

Les quadrirotors sont appréciés dans des applications variées, allant de la prise de vue aérienne, de la surveillance environnementale, à des missions de recherche et sauvetage, en passant par le transport de charges légères. Leurs capacités de vol agile et leur facilité d'utilisation en font un choix privilégié dans le développement d'applications autonomes et dans le cadre de missions complexes.

* 1. **Control**

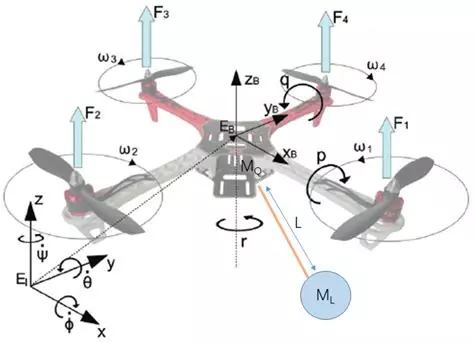
Le contrôle est une exigence fondamentale pour le fonctionnement des quadrirotors, notamment en raison de leur nature intrinsèquement instable et de leur dynamique non linéaire complexe. Sans contrôle efficace, les quadrirotors ne peuvent pas réaliser un vol stable, ce qui rend impossibles des tâches telles que le suivi de trajectoire.

Dans ce travail, le régulateur quadratique linéaire (LQR) est utilisé comme stratégie de contrôle pour relever ces défis. Le LQR est une méthode de contrôle optimale bien établie qui minimise une fonction de coût quadratique, équilibrant les écarts d'état et l'effort de contrôle. Cela le rend idéal pour assurer la stabilisation et le suivi de trajectoire, en particulier dans des conditions de vol stationnaire ou stable. En concevant le contrôleur à l'aide d'un modèle linéarisé de la dynamique du quadrirotor.

* 1. **Mathematical model** 
     1. **Notions préliminaires**

Le mouvement du quadrirotor est régi par l’interaction des forces et des moments générés par ses quatre rotors. Il s’agit notamment de la poussée pour le mouvement vertical, des moments de tangage et de roulis causés par les différences de poussée entre les rotors, et des moments de lacet dus aux couples réactifs déséquilibrés.

Ce dernier est géré par des hélices : deux rotors diagonaux tournent dans le sens des aiguilles d’une montre, tandis que les deux autres tournent dans le sens inverse des aiguilles d’une montre, assurant la stabilité pendant le vol. En modulant les vitesses de rotation des rotors, le quadrirotor atteint six degrés de liberté : trois mouvements de translation (avant/arrière, latéral et vertical) et 3 de rotation (roulement, tangage et lacet).



Les quadrirotors sont des systèmes contrôlant ces six sorties (degrés de liberté). Cette complexité nécessite certaines hypothèses de modélisation, comme traiter le quadrirotor comme un corps rigide et symétrique et négliger les effets de sol. Ces hypothèses simplifient la représentation du système tout en conservant ses caractéristiques essentielles.

Les entrées de commande fondamentales permettent au quadrirotor d'effectuer des manœuvres de base telles que le vol stationnaire, le déplacement dans différentes directions et la rotation autour de ses axes, constituant la base de modèles de vol plus complexes.

* + 1. **Forces, Moments et modèle du Quadrirotor.**

Le contrôle du quadrirotor est réalisé par la modulation des vitesses angulaires des quatre rotors, notées . Ces vitesses angulaires produisent des forces et des moments de poussée, qui sont responsables du mouvement du véhicule.

Nous décrivons les relations entre les vitesses angulaires des rotors et les forces/moments. Les vitesses individuelles des rotors sont déterminées comme suit :

Ici, représente la poussée totale et , et représentent respectivement les moments de roulis et de tangage et de lacet. Les paramètres, , et désignent la distance du rotor, le coefficient de poussée et d'autres constantes aérodynamiques.

La poussée totale et les couples autour des axes de roulis, de tangage et de lacet sont définis tel que :

* Représente la poussée verticale totale, qui contrôle l'altitude.
* Représente le couple autour de l'axe de tangage (inclinaison avant/arrière).
* Représente le couple autour de l'axe de roulis (inclinaison latérale).
* Représente le couple autour de l'axe de lacet.

La dynamique de rotation du quadrirotor est décrite à l'aide des équations d'accélération angulaire suivantes :

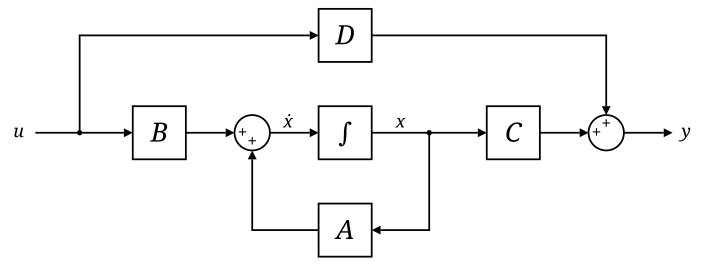
Ici, , , sont les moments d'inertie et l'inertie du rotor. Les équations décrivent comment les couples de commande , , affectent les accélérations angulaires (roulis, tangage, lacet), tout en prenant en compte les effets gyroscopiques dus à la dynamique du rotor.

Les moments d’inerties sont définis comme :

est la masse du rotor et est la distance entre le rotor et le centre de masse.

* + 1. **State-space model**

Les systèmes d'états permettent une modélisation précise des dynamiques du drone, facilitant l'anticipation des mouvements durant le vol. Grâce à leur robustesse, ces systèmes compensent les perturbations et incertitudes environnementales, garantissant un contrôle fiable. De plus, l'utilisation du retour d'état contribue à maintenir une stabilité optimale, même face aux aléas du vol.



Le vecteur d’état est défini comme :

* : angles de roulis, de tangage et de lacet.
* : vitesses angulaires autour des axes.
* : vitesses linéaires dans le référentiel du drone.
* : positions dans le référentiel inertiel.

Le mouvement du quadrirotor est régi par les équations non linéaires dérivées des lois de Newton et d’Euler. Ces équations relient les forces et les couples aux variables d’état. Pour faciliter la conception du contrôle, le système est linéarisé autour d’un point d’équilibre (par exemple, une condition de vol stationnaire), où le vecteur d’état et les entrées de contrôle sont constants. Le modèle d’espace d’état linéarisé est exprimé comme suit :

A est la matrice d'état qui capture la dynamique du système et B est la matrice d'entrée qui relie les entrées de contrôle aux dérivées d'état.

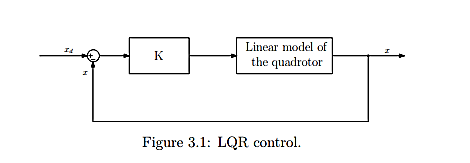
Les matrices A et B sont définies comme :

Dans notre cas, nous avons .

1. **Stratégie de Controle**
   1. **Régulateur Quadratique Linéaire.**

Le régulateur quadratique linéaire (LQR) est une stratégie de contrôle optimale largement utilisée pour les systèmes linéarisés, tels que le quadrirotor de cette étude. L'objectif principal du contrôleur LQR est de déterminer un signal de contrôle qui minimise une fonction de coût prédéfinie.

L'approche LQR est particulièrement efficace pour la stabilisation du quadrirotor autour d'un point de fonctionnement, comme le vol stationnaire, où le système est linéarisé.



En minimisant la fonction de coût, le contrôleur LQR garantit que le quadrirotor atteint les états souhaités avec une efficacité énergétique optimale tout en maintenant la stabilité. Cette méthode est particulièrement adaptée aux applications en temps réel en raison de son efficacité de calcul et de sa capacité à gérer des systèmes multi-entrées, multi-sorties (MIMO) comme le quadrirotor.

1. **Simulation and Results**

Pour évaluer les performances du régulateur linéaire quadratique (LQR) conçu, des simulations ont été réalisées à l'aide de MATLAB/Simulink. Le modèle dynamique du quadrirotor a été implémenté sous forme d'espace d'état et le contrôleur LQR a été appliqué pour stabiliser le système et réaliser le suivi de trajectoire. Différents scénarios ont été simulés, notamment la stabilisation autour du point de vol stationnaire et le suivi de trajectoires prédéfinies.

Simulation

Image du Simulink avec juste les blocs

Control

Graph de stabilisations + description des graphs

3D

Image en environnement 3D

**Étape 1 : Prédiction**

À chaque itération, une **prédiction** de l'état futur est effectuée à partir du modèle :

où :

* est la prédiction de l’état au pas k, basée sur l’état estimé au pas k−1.
* représente l’évolution de l’état par le modèle.
* est l'effet des commandes appliquées.

La covariance de l’incertitude de l’état est aussi mise à jour :

Gain K

Correction de l’état estimé :

Mise à jour de la covariance

où P est la matrice de covariance de l’incertitude sur l’état.

**Étape 2 : Mise à jour (Correction avec les mesures)**

Lorsque de nouvelles mesures yky\_kyk​ sont disponibles, elles sont utilisées pour corriger l'estimation avec la mise à jour suivante :

1. **Calcul du gain de Kalman** :

Kk=Pk∣k−1CT(CPk∣k−1CT+R)−1K\_k = P\_{k|k-1} C^T (C P\_{k|k-1} C^T + R)^{-1}Kk​=Pk∣k−1​CT(CPk∣k−1​CT+R)−1

où KkK\_kKk​ est le **gain de Kalman**, qui pondère l’influence des nouvelles mesures en fonction de leur incertitude.

1. **Correction de l’état estimé** :

x^k∣k=x^k∣k−1+Kk(yk−Cx^k∣k−1)\hat{x}\_{k|k} = \hat{x}\_{k|k-1} + K\_k (y\_k - C \hat{x}\_{k|k-1})x^k∣k​=x^k∣k−1​+Kk​(yk​−Cx^k∣k−1​)

Le terme (yk−Cx^k∣k−1)(y\_k - C \hat{x}\_{k|k-1})(yk​−Cx^k∣k−1​) représente l’**innovation**, c'est-à-dire la différence entre la mesure réelle et la prédiction du modèle.

1. **Mise à jour de la covariance** :

Pk∣k=(I−KkC)Pk∣k−1P\_{k|k} = (I - K\_k C) P\_{k|k-1}Pk∣k​=(I−Kk​C)Pk∣k−1​

Cette mise à jour réduit l’incertitude sur l’état estimé en fonction des nouvelles mesures.