Lenguajes formales

Valencia Gonzalez David Leneck

February 27, 2025

1

2 Lenguajes Formales

Un lenguaje formal es un conjunto de cadenas sobre un alfabeto Σ, that is a finito conjunto of smbolos. Se utilizan en la teoría de la computación y en la lingüística computacional para definir estructuras sintácticas.

Los lenguajes formales pueden clasificarse en la **jerarquía de Chomsky**, que los divide en:

- **Lenguajes regulares**: Aquellos que pueden ser reconocidos por un autómata finito determinista (AFD) o no determinista (AFND) y definidos por expresiones regulares.
- **Lenguajes libres de contexto**: Son reconocidos por autómatas de pila y definidos por gramáticas libres de contexto.
- **Lenguajes sensibles al contexto**: Definidos por gramáticas sensibles al contexto y reconocidos por autómatas linealmente acotados.
- **Lenguajes recursivamente enumerables**: Aquellos que pueden ser reconocidos por una máquina de Turing.

Ejemplos:

- Lenguaje regular: $L = \{a^n b^n | n \geq 0\}$, reconocido por un AFD.
- Lenguaje libre de contexto: $L = \{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$, reconocido por un autómata de pila.
- Lenguaje no regular: $L = \{a^n b^n | n \geq 0\}$, demostrado por el lema del bombeo.

3 Operaciones con Palabras

Dadas dos palabras x y y, pertenecientes a un alfabeto Σ, las principales operaciones son:

- **Concatenación**: La operación de concatenación entre dos palabras x y y es la secuencia de símbolos de x seguida de los símbolos de y, denotada como xy.
- **Longitud**: La función longitud de una palabra x, denotada como $|x|$, devuelve el número de símbolos que la componen.
- **Reversa**: La reversa de una palabra x, denotada como x^R, es la palabra obtenida invirtiendo el orden de sus símbolos.
- **Potenciación**: La potencia de una palabra x^n consiste en repetir x un total de n veces, con x^0 definido como la cadena vacía ε.

Ejemplos:

- Si $x = ab$ y $y = cd$, entonces $xy = abcd$.
- La reversa de $x = abc$ es $x^R = cba$.
- La potencia de $x = ab$ con $n = 3$ es $x^3 = ababab$.

4 Autómatas Finitos Deterministas (AFD) y No Deterministas (AFND)

Un **autómata finito determinista (AFD)** es una quíntupla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ donde:

- Q es un conjunto finito de estados.
- Σ es un alfabeto finito de entrada.
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la función de transición.
- $q_0 \in Q$ es el estado inicial.
- $F \subseteq Q$ es el conjunto de estados de aceptación.

Un **autómata finito no determinista (AFND)** difiere en que la función de transición permite múltiples transiciones para un mismo estado y símbolo de entrada, es decir, $\delta : Q \times \Sigma \to 2^Q$.

Ejemplos:

- Un AFD que reconoce el lenguaje $L = \{a^n b^n | n \geq 0\}$.
- Un AFND con transiciones múltiples en un mismo símbolo.
- Un AFND con una transición-ϵ que permite cambiar de estado sin consumir un símbolo.

5 Conversión de AFND a AFD

El **algoritmo de subconjuntos** permite transformar un AFND en un AFD mediante los siguientes pasos:

1. Construir el conjunto de estados del AFD como subconjuntos de estados del AFND.
2. El estado inicial del AFD es el conjunto de estados alcanzables desde el estado inicial del AFND mediante transiciones-ϵ.
3. Para cada símbolo del alfabeto, determinar las transiciones desde cada subconjunto de estados.
4. Definir los estados de aceptación como aquellos subconjuntos que contienen al menos un estado de aceptación del AFND.

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Ejemplos:

- Conversión de un AFND con tres estados a un AFD con cuatro estados.
- Eliminación de transiciones-ϵ en un AFND para convertirlo en AFD.
- Determinización de un AFND con múltiples caminos para un mismo símbolo.

6 Autómata con Transiciones

Los **autómatas con transiciones-ϵ** permiten movimientos entre estados sin consumir un símbolo de entrada. Se eliminan mediante:

1. Calcular el cierre-ϵ de cada estado, que es el conjunto de estados alcanzables mediante transiciones-ϵ.
2. Modificar la función de transición del autómata para reflejar el cierre-ϵ en lugar de las transiciones-ϵ directas.
3. Eliminar las transiciones-ϵ del autómata resultante.

Ejemplos:

- Un AFND con una transición-ϵ desde q_0 a q_1.
- Un autómata con cierre-ϵ aplicado para convertirlo en AFD.
- Eliminación de transiciones-ϵ en un autómata con múltiples estados.

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Referencias Biblioteca digital