

《数学模型实验》

任课老师：刘迎湖

时 间：2004.5

实验一 被食者——食者系统的数学模型

一、 实验大纲

通过建立被食者与食者系统的数学模型并进行模拟，将模拟结果与实际观察数据进行对照分析。并通过计算机观察改变各种参数后所引起的数量的变化。

二、 实验指导

1、建立被食者与食者系统的数学模型

(1) 害虫麦蚜的数量动态模型：

$$\frac{dx}{dt} = (\lambda - \alpha) x$$

其中 α 表示麦蚜遭天敌消灭的速率。

(2) 天敌数量动态模型：

$$\frac{dy}{dt} = -(\mu - \beta) y$$

(3) 初始条件：

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0$$

2、介绍微分方程的各种数值算法

3、通过编程模拟被食者与食者在一段时间内的数量变化，并观察出变化规律

4、改变模型中的各项参数，并观察变化规律。

三、 实验报告（见附表）

实验二 安全过河问题

一、 实验大纲

通过建立安全过河的决策模型，进行计算编程求解。

二、 实验指导

1、问题分析与建立模型

- (1) 将该问题可看作一个多步决策的过程。设第 k 次渡河前此岸的商人数为 x_k ，随从数为 y_k ， $k=1,2,\Lambda$ ， $x_k, y_k=0,1,2,3$ 。将二维向量 $S_k=(x_k, y_k)$ 定义为状态，安全渡河条件的状态集合称为允许状态集合，记作 S ，则：

$$S = \{(x, y) \mid x=0 \text{ 或 } 3, y=0,1,2,3; \quad x=y=1,2\}$$

- (2) 又设第 k 次渡船上的商人数为 u_k ，随从数为 v_k 。将二维向量 $d_k=(u_k, v_k)$ 定义为决策。相应的允许决策集合记作 D ，则由小船的容量可知： $D=\{(u, v) \mid u+v=1,2\}$

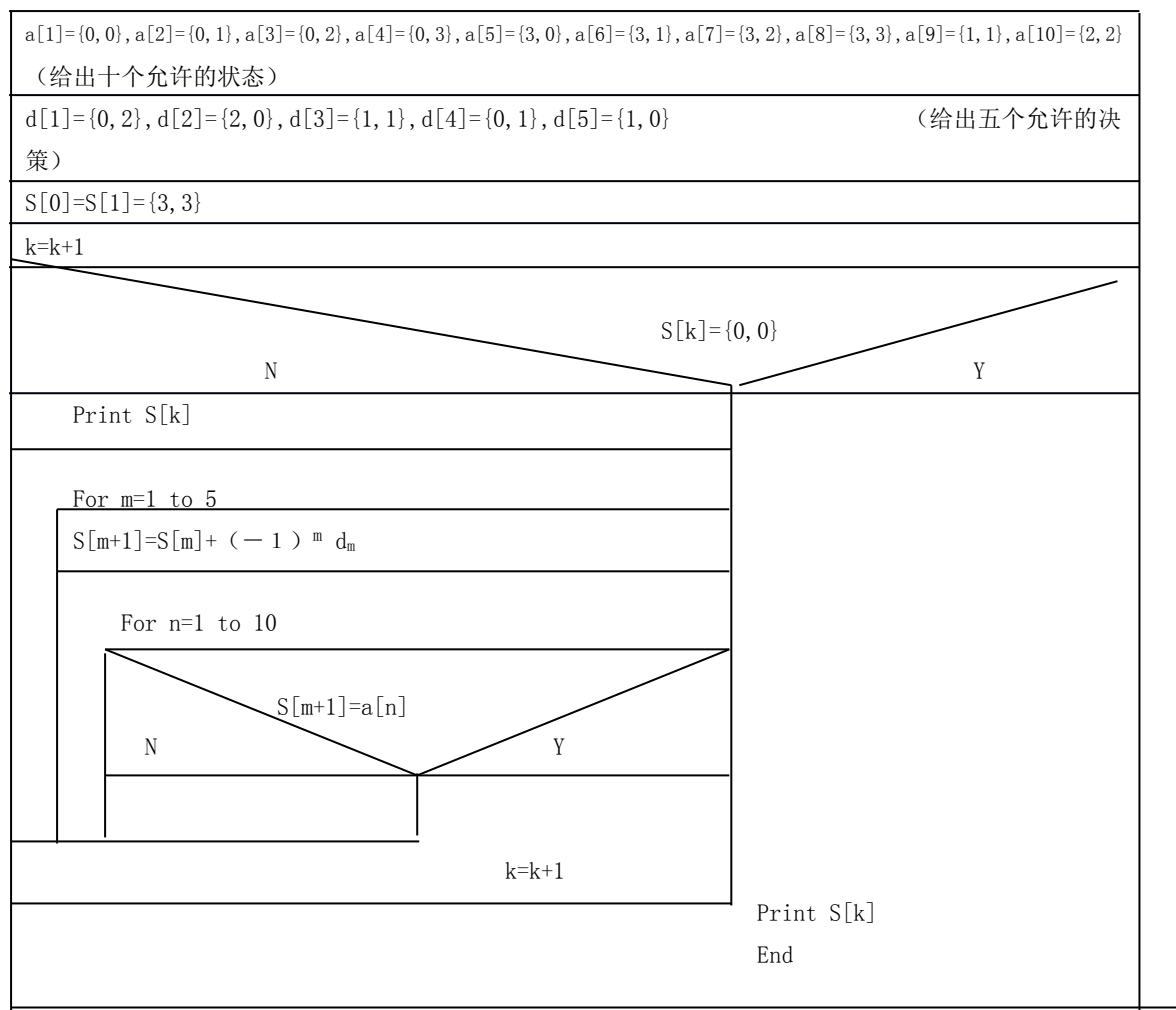
- (3) 分析状态 S_k 随着决策 d_k 变化的规律：

$$S_{k+1} = S_k + (-1)^k d_k$$

2、算法分析

将问题转化为求决策 $d_k \in D (k=1,2,\Lambda, n)$ ，使状态 $S_k \in S$ 按照转移律 (5.3)，

由初始状态 $S_1=(3,3)$ 经有限步（设为 n 步）到达状态 $S_{n+1}=(0,0)$ 。



- 3、探讨无解的情况及其满足的条件
- 4、将问题推广至 n 人的情形

三、 实验报告（见附表）

实验三 飞行管理问题

一、实验目的

通过分析飞机空中飞行可能发生的各种问题与应对策略后,建立模型与计算机模拟,能更快速的科学的指导某区域中飞机的飞行航向。

二、实验指导

1、模型分析并进行条件假设

对一架欲进入某区域的飞机到达区域边缘并记录其数据后,要立即计算并判断是否会与区域内的飞机发生相撞.如果发生相撞,则应计算如何调整各架(包括新进入的)飞机飞行的方向角,以避免碰撞。假设条件如下:

- (1) 不相撞的标准为任意两架飞机的距离大于 8 千米;
- (2) 飞机飞行方向角调整的幅度不应超过 30 度;
- (3) 所有飞机飞行速度均为每小时 800 千米;
- (4) 进入该区域的飞机在到达区域边缘时,与区域内飞机的距离应在 60 千米以上;
- (5) 最多需考虑 6 架飞机;
- (6) 不必考虑飞机离开此区域后的情况。

2、模型建立

将该问题转换为一个优化问题.目标为各飞机调整的角度最小,约束条件为按调整后的角度飞行,任意两架飞机在区域内的距离大于 8 千米,各飞机飞行方向的调整角度为约束变量.目标函数为各飞机调整角度的平方和,即数学模型为:

$$\min f = \sum_{i=1}^6 (a_i - a_0)^2$$
$$\text{s. t.} \quad l_{ij}^2 = \frac{(s_{ij}\Delta x_{ij} - c_{ij}\Delta y_{ij})^2}{s_{ij}^2 + c_{ij}^2} > 64 \text{ 或 } T = h_{ij} \cdot u_{ij} = \Delta x_{ij}c_{ij} + \Delta y_{ij}s_{ij} > 0.$$

3、算法分析及计算机求解

三、实验报告（见附表）

实验四 作物高产模拟实验

一、实验目的

通过用数学模型方法研究农作物种植业生产系数,对农作物产量与其影响因素之间的相互关系进行定量分析,从而可以高经济效益地使用栽培技术措施和合理地配制生产要素,寻找某种作物在某个地方的高产途径。

二、实验指导

1、模型的建立

作物高产的数学模型使用二次回归方程,其模型如下:

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^p b_i x_i + \sum_{i=1(i < j)}^p b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^p b_{ii} x_i^2 + \xi$$

Y_a 为作物产量, x_i 为参试因素的编码值, $b_i x_i, b_{ii} x_i^2$ 表示参试因素对作物产量的作用, b_i, b_{ii} 为其作用系数, $b_{ij} x_i x_j$ 为参试因素 x_i 与 x_j 对作物产量的交互作用, b_{ij} 为其交互作用系数, ξ 为随机误差。

2、设计实验点数和实验方案

全部试验点数 N 由三部分组成,即析因点数 M_c 、“星点”数 M_γ 及中心点数 M_0 :

$$N = M_c + M_\gamma + M_0$$

其中,在因子数为 p , 试验为 $\frac{1}{n}$ 实施时, $M_c = 2^{p-n+1}$, $M_\gamma = 2p$, 适当地选取 M_0 保持正交性。因此本实验中

$$M_c = 2^{5-2+1} = 16, \quad M_\gamma = 2p = 10$$

选取 10 个中心点,即 $M_0 = 10$, 总试点数为

$$N = M_c + M_\gamma + M_0 = 16 + 10 + 10 = 36$$

3、介绍多维响应面拟合的交互界面

MATLAB 中的函数 `rstool` 是用来进行响应面拟合的交互界面,调用格式如下

RSTOOL(X,Y,MODEL,ALPHA)

其中：X 为试验设计矩阵，Y 为试验结果

另外：MODEL 可由以下几个字符值定义：

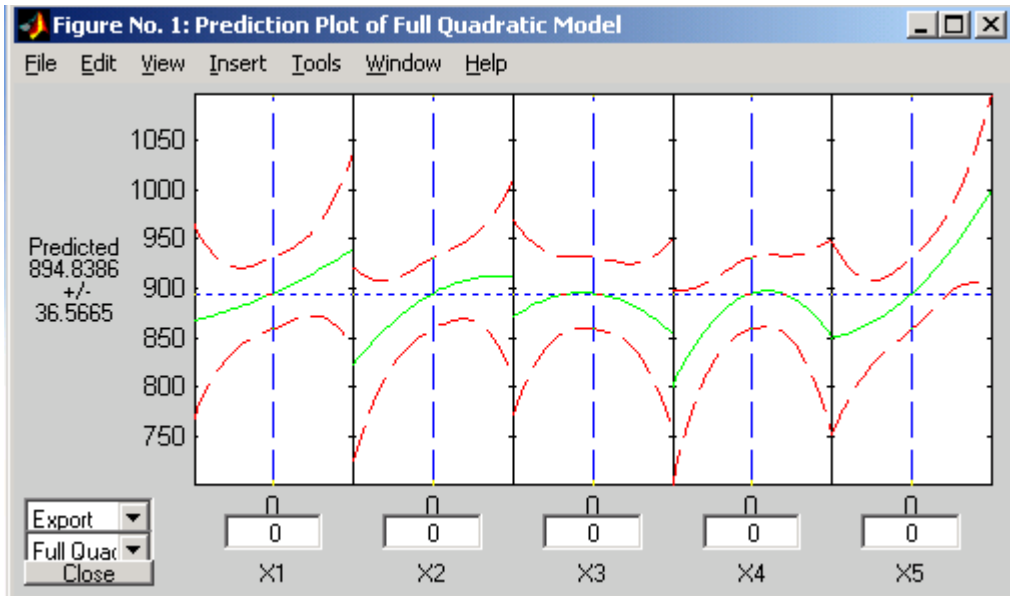
Linear——只有线性部分

interaction ——包括常数、线性和交叉乘积部分

quadratic ——包括常数、线性、交叉乘积和平方项部分

purequadratic ——只包括平方项及常数部分

在 MATLAB 输入 `rstool(A,Y,'q',0.05)`后，出现如下图所示界面：



rstool 函数的交互界面

上述界面中，显示了预测值 95% 的置信区间，在选项 export 中可以输出参数 (Parameters)、剩余均方 (RSME)、残差 (Residuals) 到工作区间，以后可以直接调用它们。

三、 实验报告（见附表）

附表：实验报告

实 验 （ ）

姓名： 系别： 日期：

题目	
算法：	
模拟结果：	