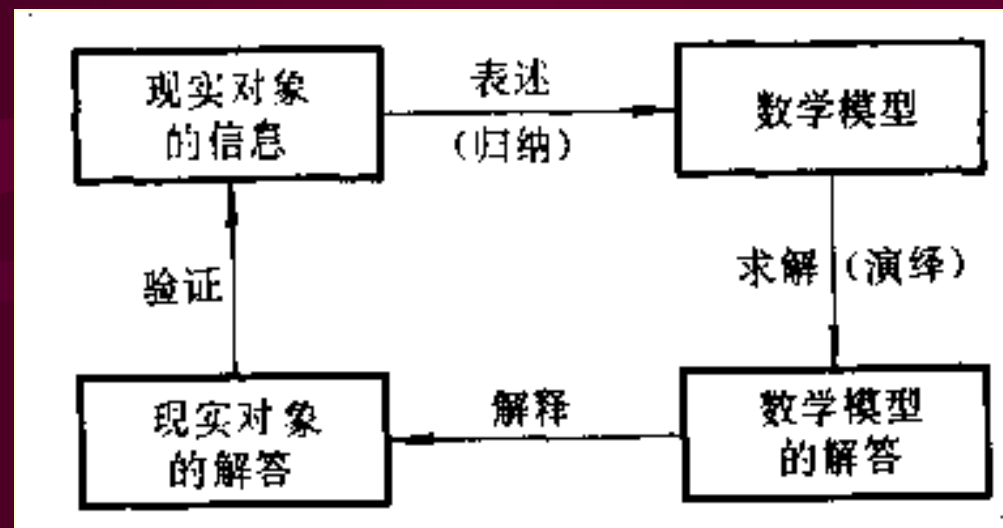


什么是数学建模

把现实世界中的实际问题加以提炼，抽象为数学模型，求出模型的解，验证模型的合理性，并用该数学模型所提供的解答来解释现实问题，我们把数学知识的这一应用过程称为数学建模。

建模全过程示意图



数学建模的一般步骤

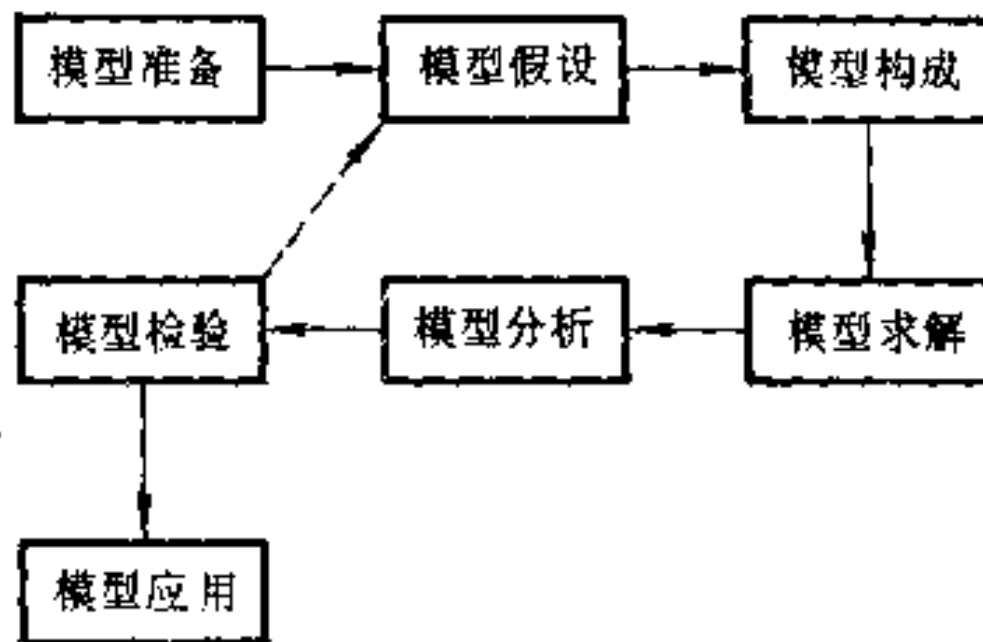


图 1-5 建模步骤示意图

堂上思考题



如何估计一个人体内血液的总量？

示例3、人口预报

一、两个经典模型：

1、指数增长模型：

$$\frac{dx}{dt} = rx$$

2、阻滞增长模型（Logistic模型）

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{x_m}\right)$$

二、两个重要名词：

固有增长率与人口容纳量

三、如何估计Logistic模型的参数

课后作业

- (1) 用P11表2的数据，分别确定两个模型的参数。
- (2) 分别对两个模型进行误差分析。
- (3) 将程序附上

作业编号： h01-02

1、模型各项参数的意义

指数增长部分

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{x_m}\right)$$

种群尚未实现
部分的比例

固有增长率：种群数量很少时的增长率

环境容纳量

2、模型的解

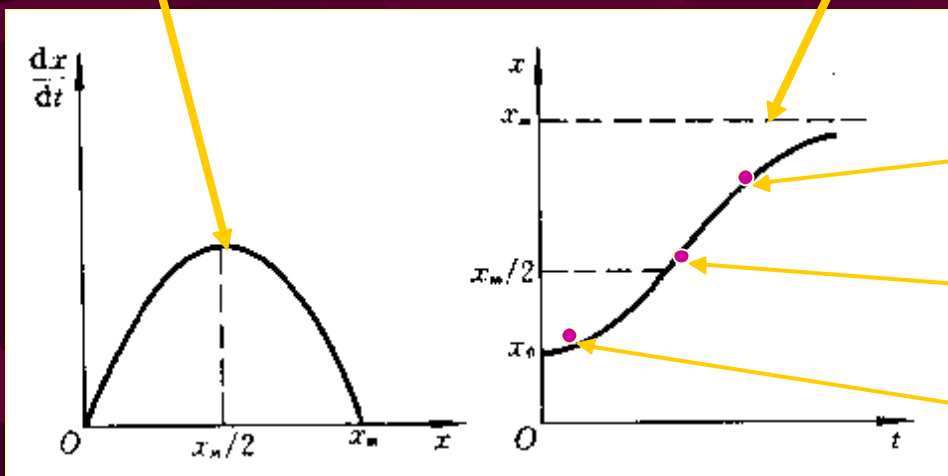
方法：分离变量法

解：

$$x(t) = \frac{x_m}{1 + (\frac{x_m}{x_0} - 1)e^{-rt}}$$

增长最快的地方

S形曲线



稳定生长阶段

指数增长阶段

初始生长阶段

3、如何对模型进行参数估计

(1) 将模型变形:

$$\frac{dx/dt}{x} = r - sx, \quad x_m = \frac{r}{s}$$

(2) 如何根据数据计算
以P14表4为例:

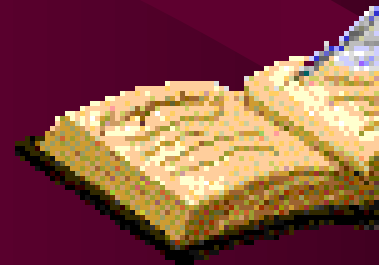
$$\frac{dx}{dt}$$

年	实际人口数	$dx/dt \approx (x_{i+1} - x_i)/\Delta T$
1790	3.9	
1800	5.3	0.14
1810	7.2	0.19

(3) 参数估计方法: 最小二乘法, 用matlab实现

4、logistic模型的应用

- (1) 水稻叶伸长生长变化
- (2) 变形虫细胞重量生长

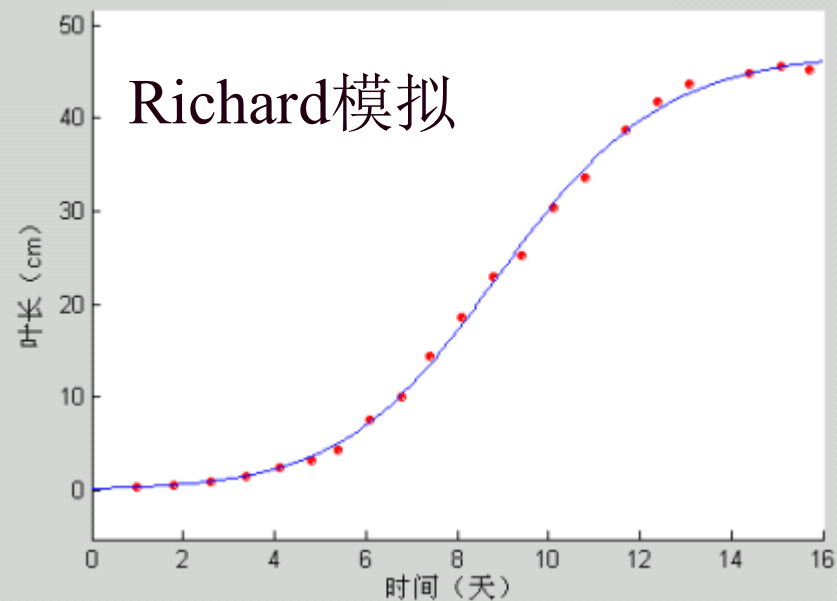


(1) 水稻叶伸长生长变化

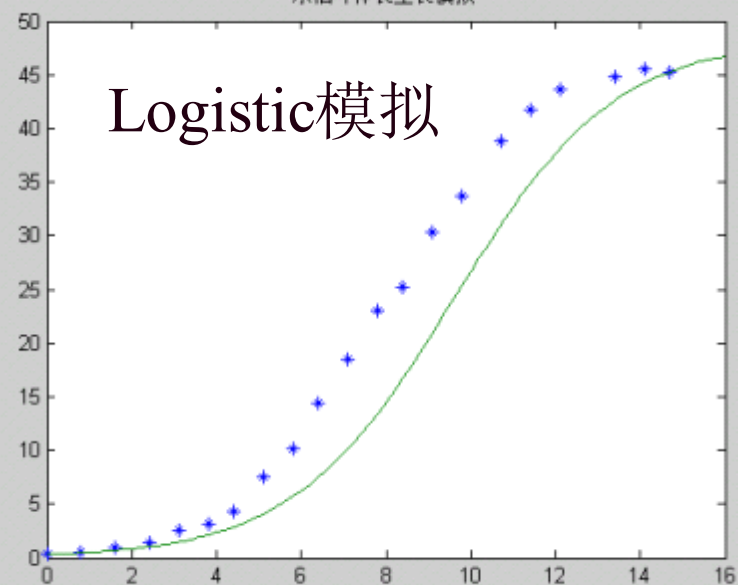
生长观测记录

时间	1	1.8	2.6	3.4	4.1	4.8	5.4	6.1	6.8	7.4	8.1
重量	0.3	0.5	0.9	1.4	2.5	3.2	4.3	7.6	10.1	14.4	18.5
时间	8.8	9.4	10.1	10.8	11.7	12.4	13.1	14.4	15.1	15.7	
重量	23.0	25.2	30.4	33.7	38.8	41.7	43.7	44.8	45.5	45.3	

水稻第3叶片伸长生长拟合曲线



水稻叶伸长生长模拟

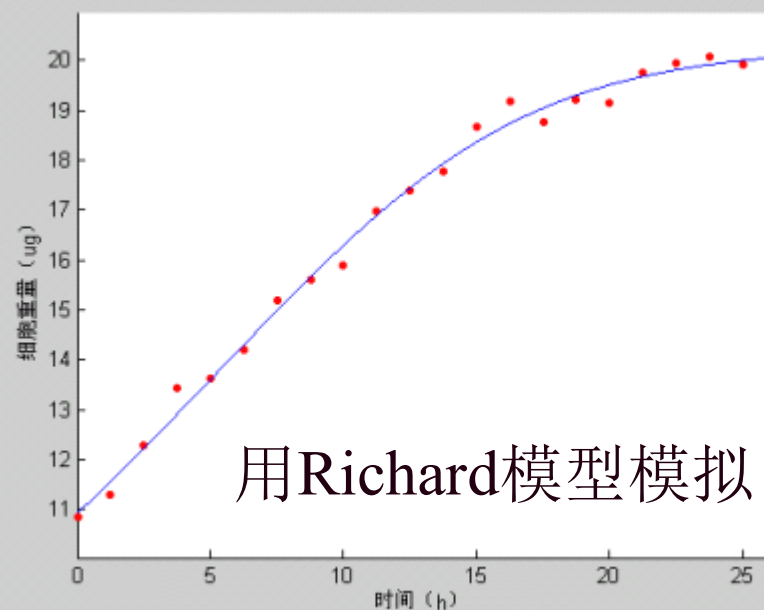


(2) 变形虫细胞重量生长

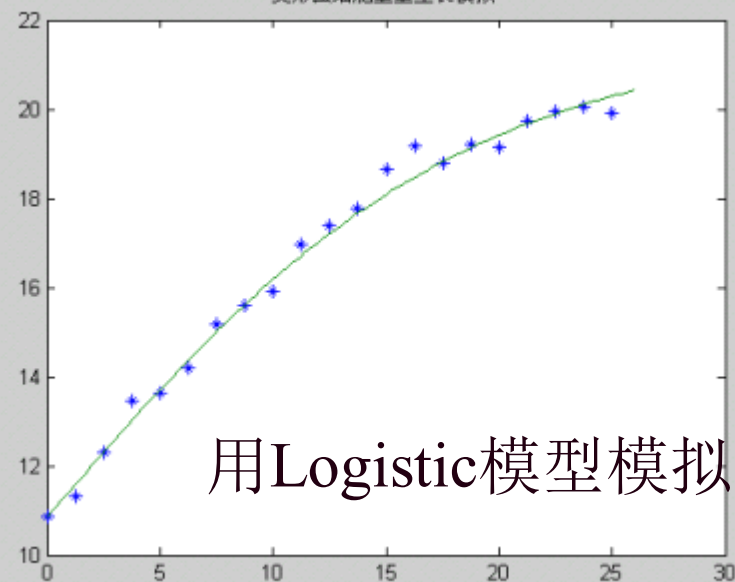
观测数据

时间	0	1.25	2.50	3.75	5.00	6.25	7.50	8.75	10.00	11.25	12.50
重量	10.85	11.31	12.30	13.44	13.63	14.19	15.18	15.61	15.90	16.98	17.38
时间	13.75	15.00	16.25	17.50	18.75	20.00	21.25	22.50	23.75	25.00	
重量	17.78	18.66	19.19	18.78	19.21	19.14	19.74	19.96	20.06	19.91	

变形虫细胞重量生长的拟合曲线



变形虫细胞重量生长模拟



5、Logistic模型的演变

(1) Logistic模型的特点:

模型具有固定的拐点，只能描述一种特定形状的S曲线。

(2) 面临的问题:

生物在一个完整的时间序列里，生物的总生长量最初比较小，随时间的增加逐渐增长而达到一个快速生长时期，尔后增长速度趋缓，最终达到稳定的总生长量。此生长过程的图象描述称为是一种拉长的S形曲线。

(3) 更合适的模型描述——Richards模型 (1951)

$$y(t) = a(1 - be^{-kt})^{\frac{1}{1-m}}$$

注：当 $m=2$ 时为Logistic模型

内 容

一、Logistic模型的性质、参数估计
、应用与模型演变

二、Matlab入门

Matlab使用

1、**matlab**使用环境

2、一些常用函数

3、关于矩阵提取

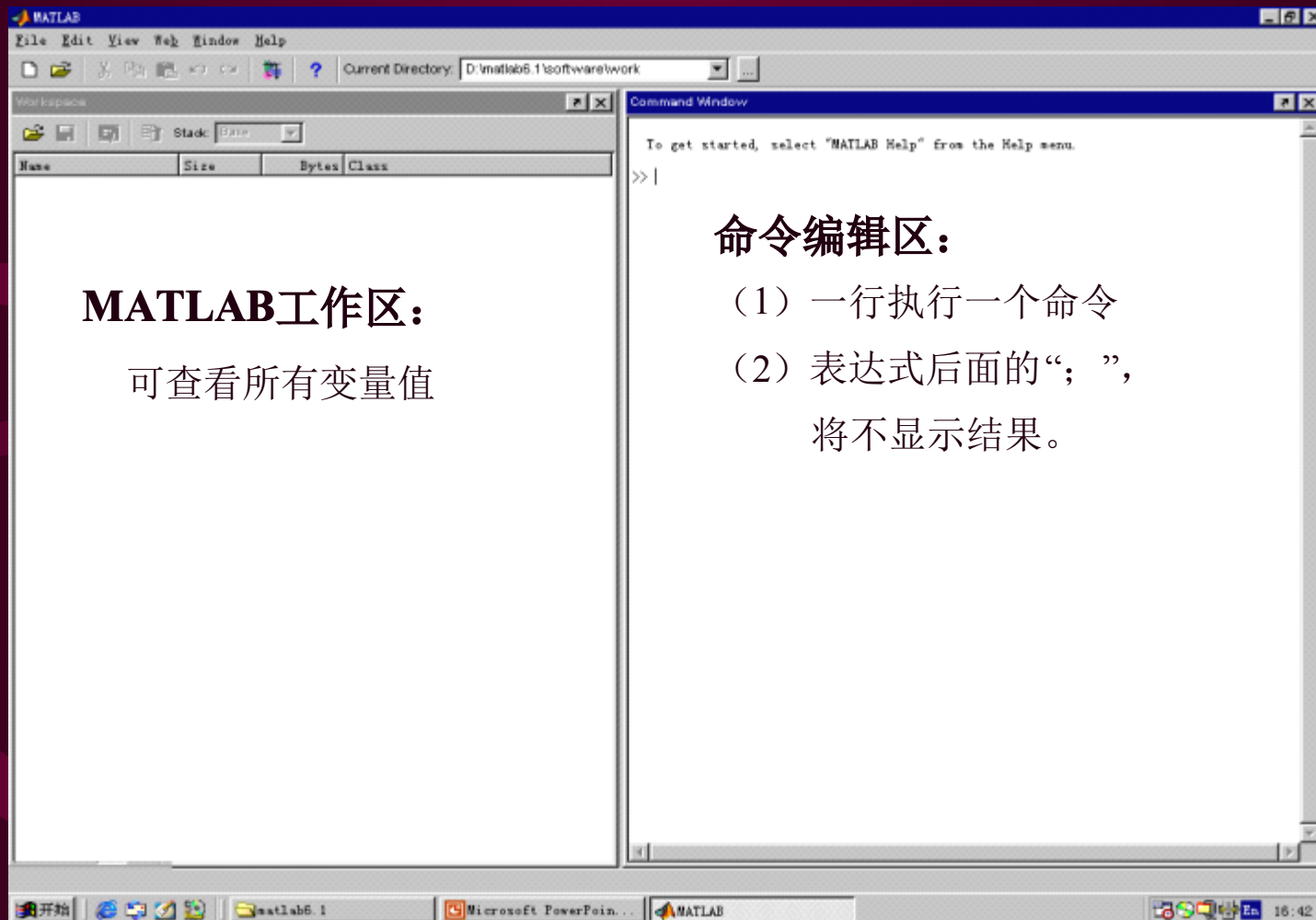
4、图形功能

5、M-文件编写



1、Matlab使用环境

开机画面：



MATLAB

File Edit View Web Window Help

Current Directory: C:\MATLAB6p5p1\work

The element type "name" must be terminated by the matching end-tag "</name>".
Could not parse C:\MATLAB6P5P1\toolbox\rtw\targets\osek\osek\info.xml

```
>> disp('计算(1):'), result1=(log(3)-exp(1.2))^2/81
```

计算(1):

result1 =

0.0609

```
>> disp('计算(2):定义矩阵a'), a=[1 2 5;4 7 8;3 5 6]
```

计算(2):定义矩阵a

a =

1	2	5
4	7	8
3	5	6

```
>> disp('(1)求a的行列式:'), det(a)
```

(1)求a的行列式:

ans =

-3

```
>> disp('(2)求a的逆矩阵:'), inva=inv(a)
```

(2)求a的逆矩阵:

inva =

-0.6667	-4.3333	6.3333
0	3.0000	-4.0000
0.3333	-0.3333	0.3333

计算: ① $\frac{(\ln 3 - e^{1.2})^2}{81}$

(2) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 7 & 8 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, 求A的行列式与逆矩阵

没有;

disp

没有定义
变量名

det(a)
inv(a)

Start

开始 Microsoft PowerPoint MATLAB 15:36

Matlab使用

1、**matlab**使用环境

2、四则运算与一些常用函数

3、关于矩阵提取

4、图形功能

5、M-文件编写



2、四则运算注意事项

```
a =  
    1    2    3  
    4    5    6  
  
b =  
    3    7    9  
  
c =  
    5    7  
    8    9  
    1    4  
  
>> a*b  
??? Error using ==> *  
Inner matrix dimensions must agree.  
  
>> a*c  
  
ans =  
    24    37  
    66    97  
  
>> b.*b  
  
ans =  
     9    49    81  
  
>>
```

- (1) *与.:. 矩阵乘法与数组乘法
- (2) 矩阵的左除运算与右除运算

常用的基本数学函数（1）

`abs(x)`: 纯量的绝对值或向量的长度

`sqrt(x)`: 开平方

`round(x)`: 四舍五入至最近整数

`fix(x)`: 无论正负，舍去小数至最近整数

`floor(x)`: 地板函数，即舍去正小数至最近整数

`ceil(x)`: 天花板函数，即加入正小数至最近整数

`rat(x)`: 将实数 x 化为分数表示

`rats(x)`: 将实数 x 化为多项分数展开

`sign(x)`: 符号函数 (Signum function)。

常用的基本数学函数（2）

`sin(x)`: 正弦函数

`cos(x)`: 余弦函数

`tan(x)`: 正切函数

`asin(x)`: 反正弦函数

`acos(x)`: 反余弦函数

`atan(x)`: 反正切函数

`atan2(x,y)`: 四象限的反正切函数

`sinh(x)`: 超越正弦函数

`cosh(x)`: 超越余弦函数

`tanh(x)`: 超越正切函数

`asinh(x)`: 反超越正弦函数

`acosh(x)`: 反超越余弦函数

`atanh(x)`: 反超越正切函数

`min(x)`: 向量x的元素的最小值

`max(x)`: 向量x的元素的最大值

`mean(x)`: 向量x的元素平均值

`median(x)`: 向量x的元素的中位数

`std(x)`: 向量x元素的标准差

`diff(x)`: 向量x的相邻元素的差

`sort(x)`: 对向量x的元素进行排序（Sorting）

`length(x)`: 向量x的元素个数

`norm(x)`: 向量x的欧氏（Euclidean）长度

`sum(x)`: 向量x的元素总和

`prod(x)`: 向量x的元素总乘积

`cumsum(x)`: 向量x的累计元素总和

`cumprod(x)`: 向量x的累计元素总乘积

`dot(x, y)`: 向量x和y的内积

矩阵函数

`det(A)`: 行列式计算

`inv(A)`: 矩阵的逆

`poly(A)`: 特征多项式

`trace(A)`: 矩阵的迹

`ones(m,n)`: m行n列的全1矩阵

`A'`: 矩阵的转置

`orth(A)`: 正交化

`rank(A)`: 矩阵的秩

`zeros(m,n)`: m行n列的零矩阵

`eye(n)`: n阶单位矩阵

`d=eig(A), [v,d]=eig(A)`: 特征值与特征向量

`rand(m,n)`: m行n列均匀分布随机数矩阵

`randn(m,n)`: m行n列正态分布随机数矩阵

Matlab使用

1、**matlab**使用环境

2、四则运算与一些常用函数

3、关于矩阵提取

4、图形功能

5、M-文件编写



3、关于矩阵的提取，:运算

```
a =  
1 2 3  
4 5 6  
7 8 9
```

```
>> b1=a(3,:)
```

取矩阵a第三行

```
b1 =  
7 8 9
```

```
>> b2=a(1:2,2:3)
```

取矩阵a第1、2行与第2、3列交叉点的数

```
b2 =  
2 3  
5 6
```

```
>> b3=a(:)
```

将矩阵a所有元素作一列

```
b3 =  
1  
4  
7  
2  
5  
8  
3  
6  
9
```

```
>>
```

Start

开始

教案 (2004)

Microsoft PowerPoin...

MATLAB

16:24

Matlab使用

- 1、**matlab**使用环境
- 2、四则运算与一些常用函数
- 3、关于矩阵提取
- 4、图形功能
- 5、M-文件编写



二维图形功能（一）

plot: x轴和y轴均为线性刻度

注:

1、图形颜色: y(黄) k(黑) w(白) b(蓝) g(绿) r(红)

2、线条形状: -(实线) -. (点虚线) -- (虚线)

3、数轴范围调整: `axis([xmin,xmax,ymin,ymax])`

3、图形的各种注解与处理:

x轴注解: `xlabel('Input Value')`

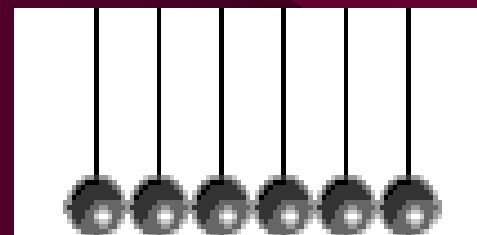
y轴注解: `ylabel('Function Value');`

图形标题: `title('Two Trigonometric Functions')`

图形注解: `legend('y = sin(x)', 'y = cos(x)')`

显示格线: `grid on`

4、画出数个小图形于同一个视窗之中: `subplot`



更多的二维作图命令

bar 长条图

fplot 较精确的函数图形

hist 累计图

stairs 阶梯图

fill 实心图

compass 罗盘图

errorbar 图形加上误差范围

polar 极坐标图

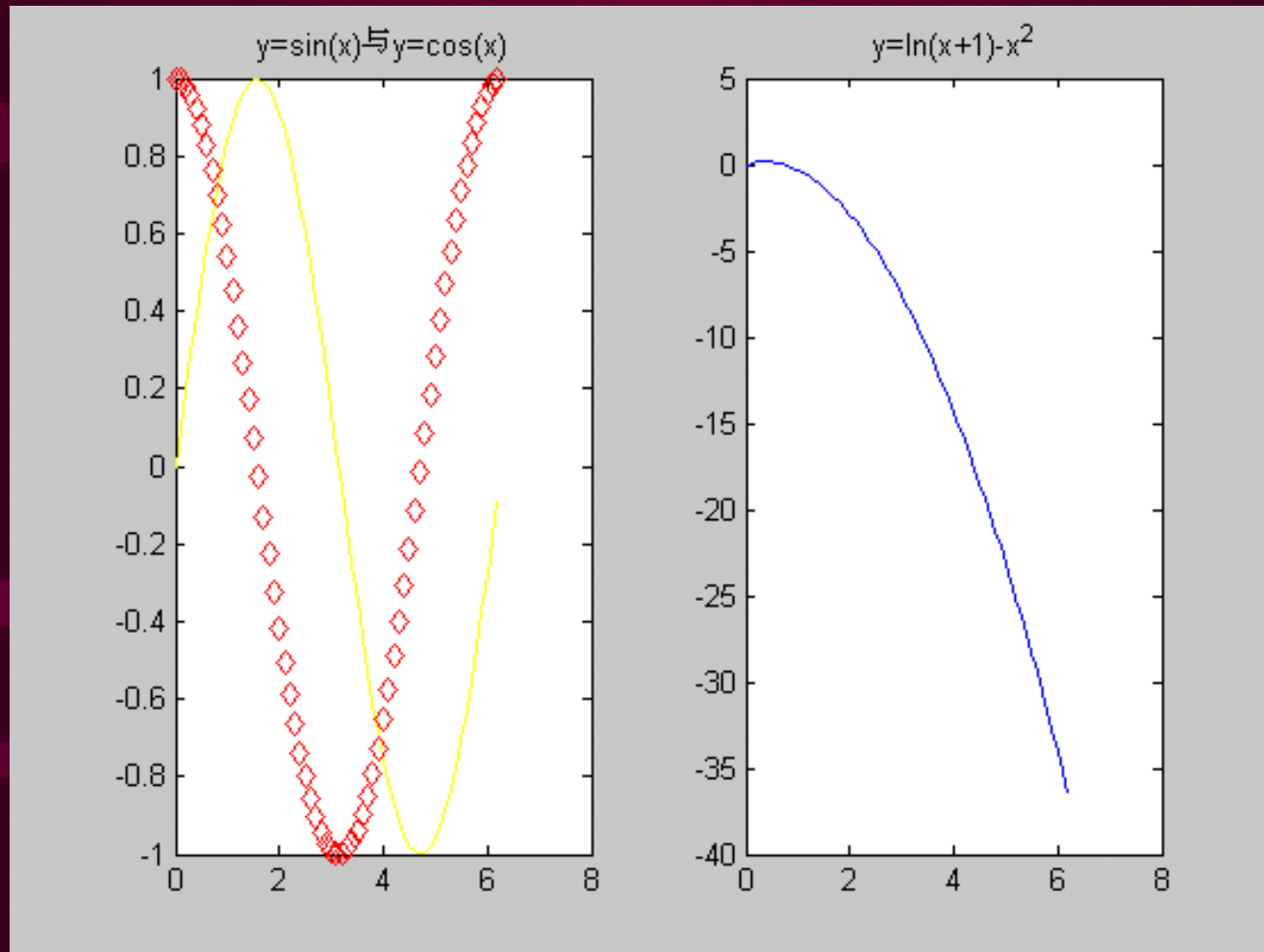
rose 极坐标累计图

stem 针状图

feather 羽毛图

quiver 向量场图





```
x=0:0.1:2*pi;
```

```
y1=sin(x);y2=cos(x);y3=log(x+1)-x.^2;
```

```
subplot(1,2,1),plot(x,y1,'y',x,y2,'rd'),title('y=sin(x)与y=cos(x)')
```

```
subplot(1,2,2),plot(x,y3,'b'),title('y=ln(x+1)-x^2')
```

Matlab使用

- 1、**matlab**使用环境
- 2、四则运算与一些常用函数
- 3、关于矩阵提取
- 4、图形功能
- 5、**M-文件编写**



M-文件



1、关系运算符

<: 小于

<=: 小于等于

>: 大于

>=: 大于等于

~=: 不等于

2、逻辑运算符

&: 与运算

|: 或运算

~: 非运算

3、for循环、while循环

4、break语句: 跳出上述循环

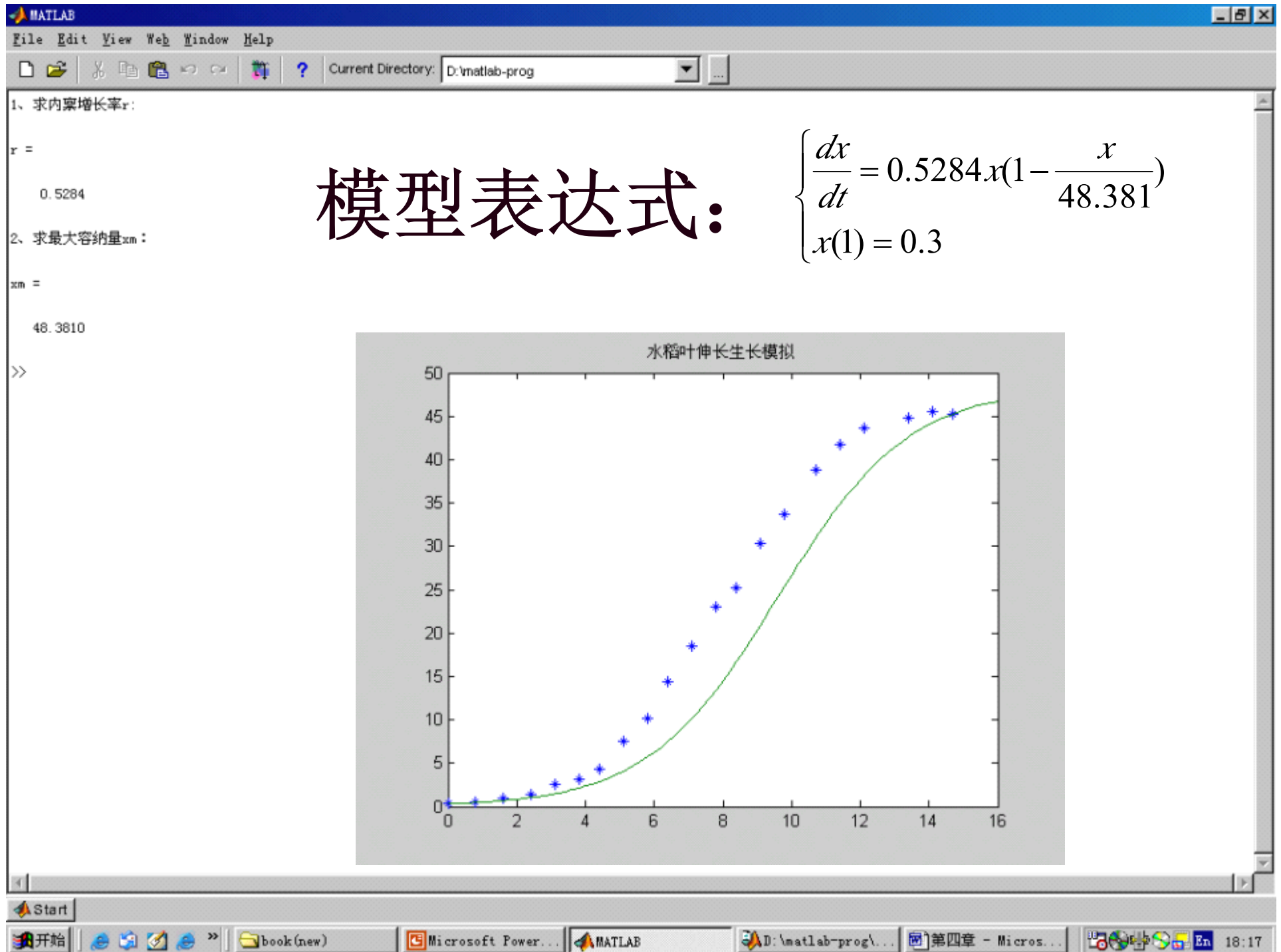
5、定义函数: `function y=new_fun(x)`

用Logistic模拟水稻叶伸长生长

生长观测记录数据

时间	1	1.8	2.6	3.4	4.1	4.8	5.4	6.1	6.8	7.4	8.1
重量	0.3	0.5	0.9	1.4	2.5	3.2	4.3	7.6	10.1	14.4	18.5
时间	8.8	9.4	10.1	10.8	11.7	12.4	13.1	14.4	15.1	15.7	
重量	23.0	25.2	30.4	33.7	38.8	41.7	43.7	44.8	45.5	45.3	

$$\frac{dx/dt}{x} = r - sx, \quad x_m = \frac{r}{s}$$

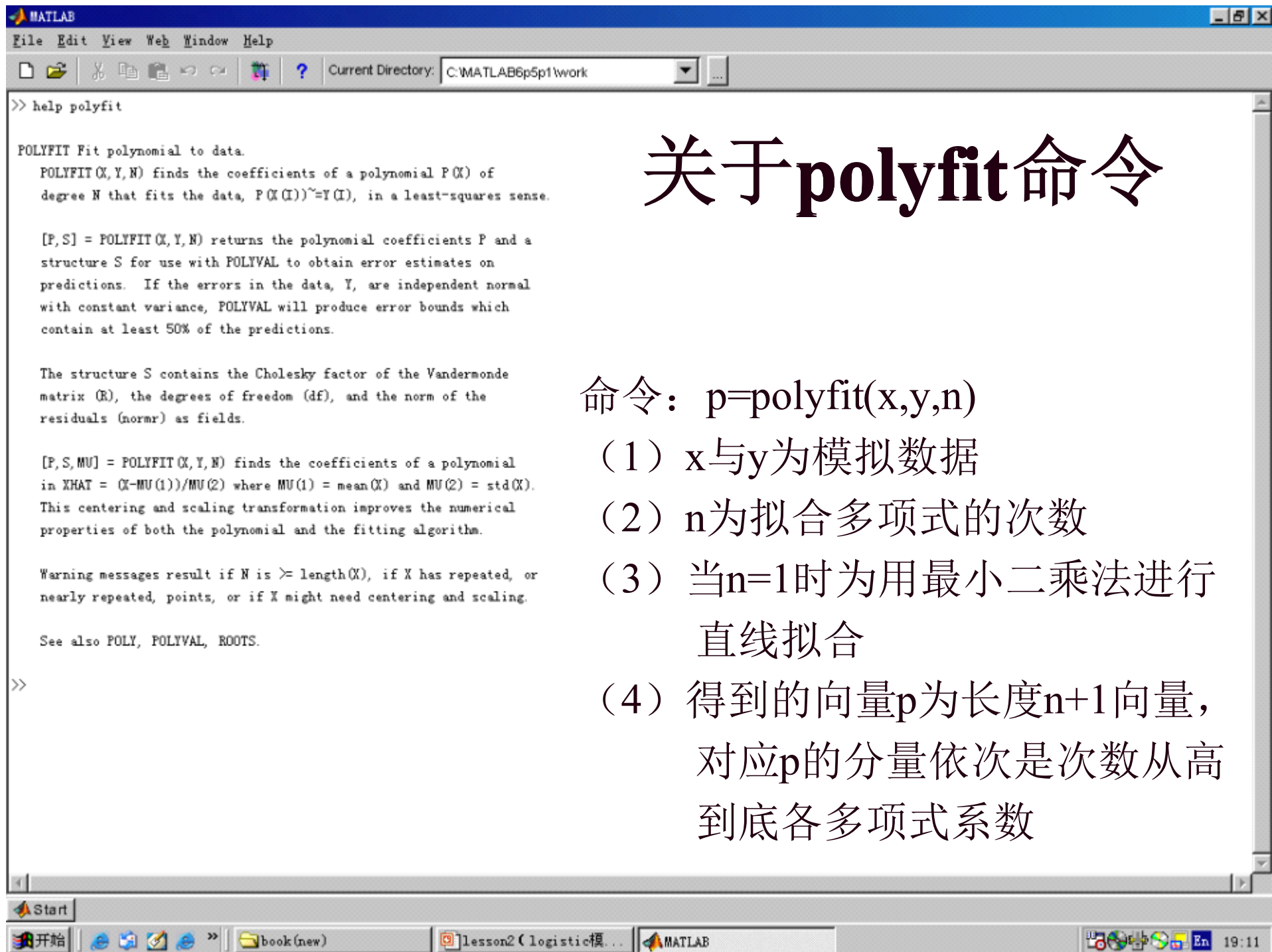


```
D:\matlab-prog\ex.m
File Edit View Text Debug Breakpoints Web Window Help
[Icons] Stack: Base
1 - clear all, clc
2 - t=[1 1.8 2.6 3.4 4.1 4.8 5.4 6.1 6.8 7.4 8.1 8.8 9.4 10.1 10.8 11.7 12.4 13.1 14.4 15.1 15.7];
3 - y=[0.3 0.5 0.9 1.4 2.5 3.2 4.3 7.6 10.1 14.4 18.5 23.0 25.2 30.4 33.7 38.8 41.7 43.7 44.8 45.5 45.3];
4 - r=size(y,2);
5 - dy=y(2:r)-y(1:r-1);
6 - dt=t(2:r)-t(1:r-1);
7 - dydtx=(dy./dt)./y(2:r); % 计算(dy/dt)/x
8 - p=polyfit(y(2:r), dydtx, 1);
9 - disp('1、求内禀增长率r:'), r=p(2)
10 - disp('2、求最大容纳量xm:'), s=-p(1); xm=r/s
11 - t=t-1;
12 - x=0:0.2:16; y1=xm./(1+(xm/y(1)-1).*exp(-r.*x));
13 - plot(t,y,'*',x,y1), title('水稻叶伸长生长模拟')
```

script Ln 13 Col 38

开始 [Icons] book(new) Microsoft PowerPoin... MATLAB D:\matlab-prog\ex.m 18:45

程序！



关于polyfit命令

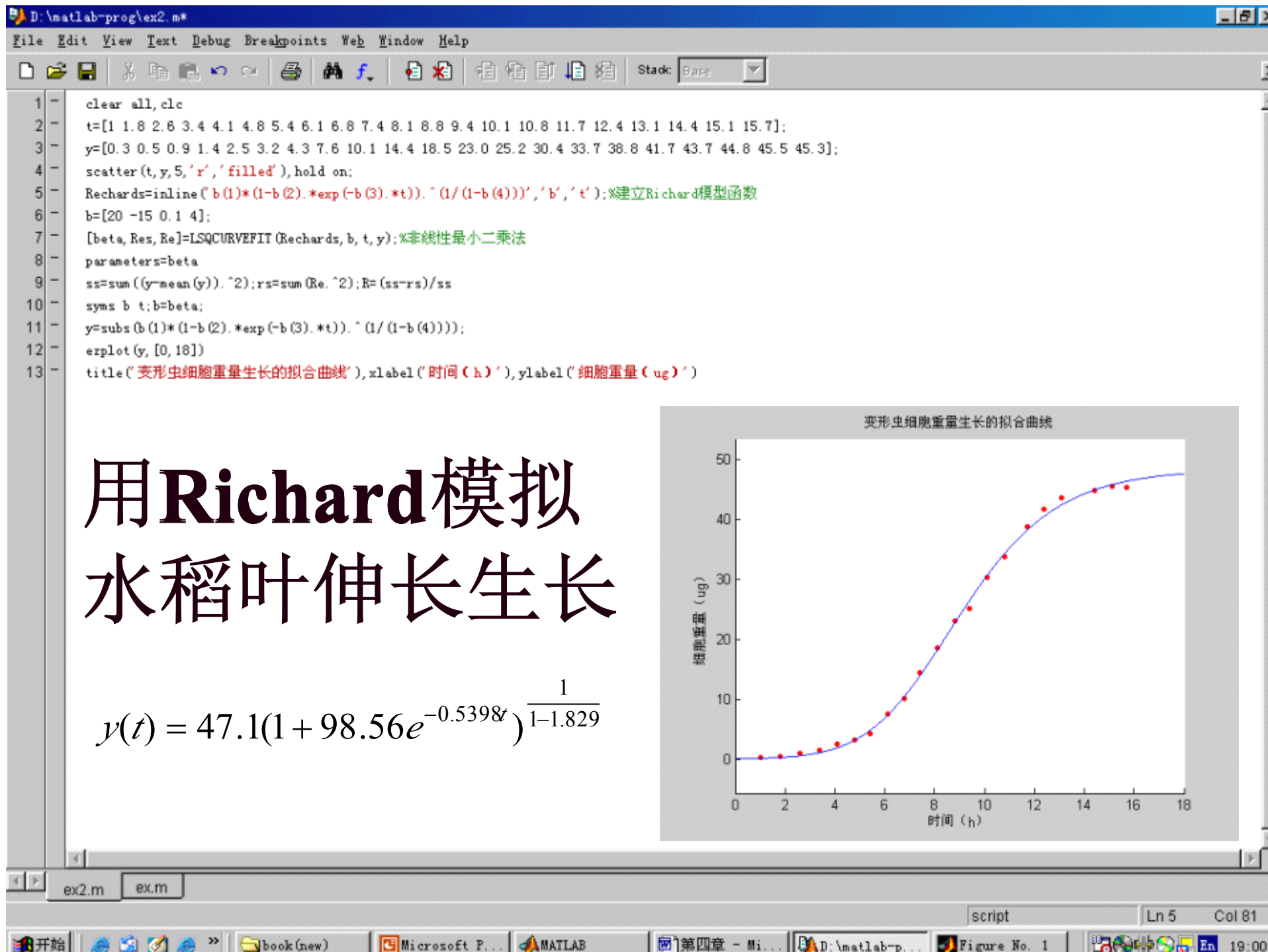
命令： $p = \text{polyfit}(x, y, n)$

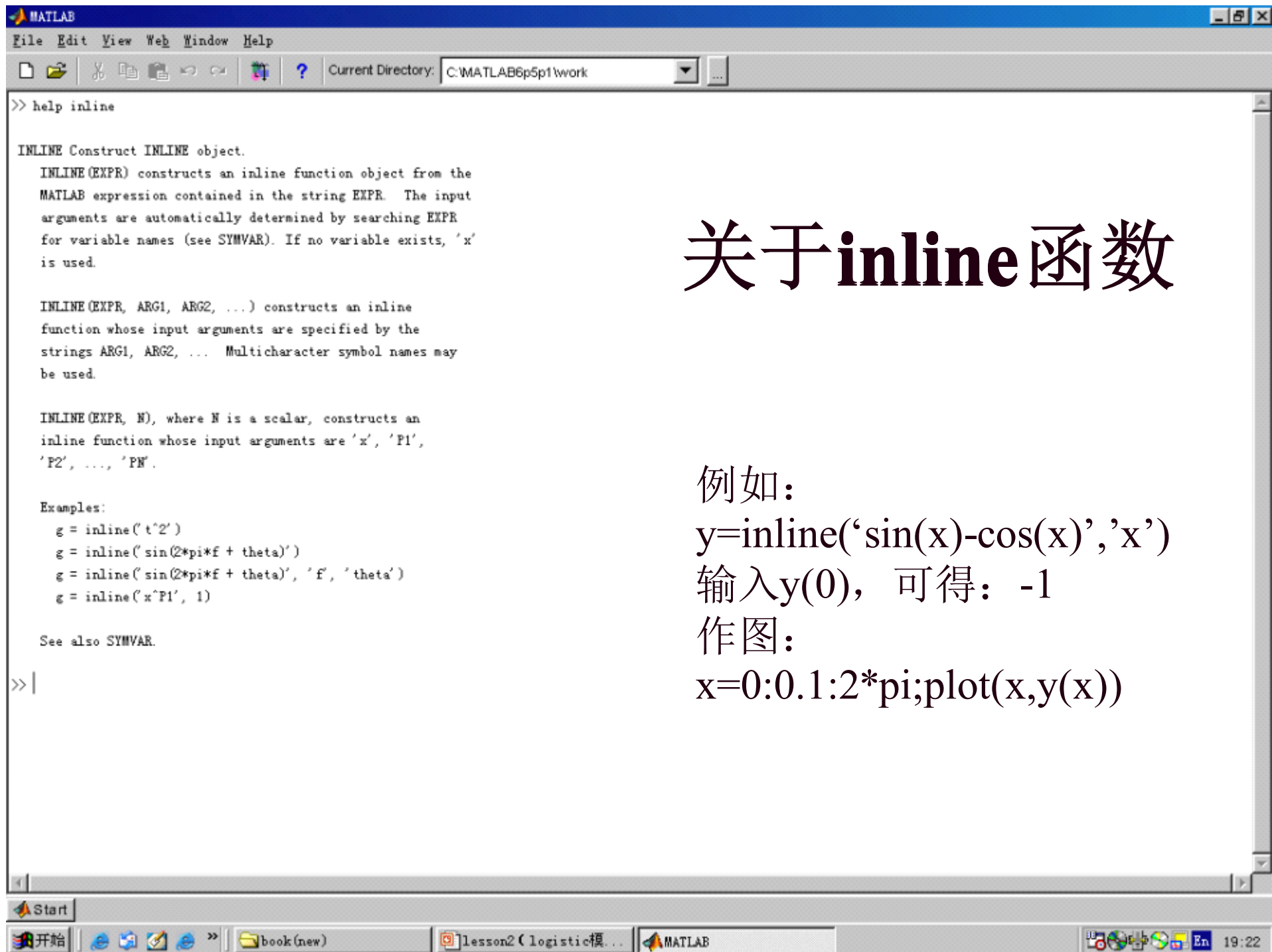
(1) x与y为模拟数据

(2) n为拟合多项式的次数

(3) 当 $n=1$ 时为用最小二乘法进行
直线拟合

(4) 得到的向量p为长度 $n+1$ 向量，
对应p的分量依次是次数从高
到底各多项式系数





关于inline函数

例如：

`y=inline('sin(x)-cos(x)','x')`

输入`y(0)`，可得：-1

作图：

`x=0:0.1:2*pi;plot(x,y(x))`



再见!