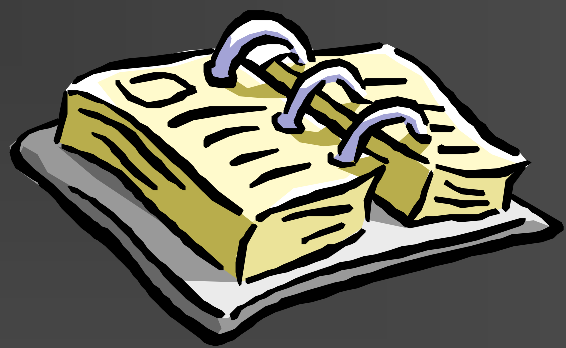
风险决策

1、设备定期维修问题

2、风险决策的矩阵形式

3、决策树

4、问题



问题一、设备的定期维修问题

设有一批同一类型的机器，考虑多长时间当对这批机器进行定期维修的问题。

1、如果不进行定期维修，或者定期维修的周期过长，那么该设备会经常地出现临时损坏，为此就要付出较多的应急修理的代价。

2、若定期修理太频繁，则定期修理的代价会增加，

问题：选择适当的定期维修的周期，就是要使定期维修的代价与应急维修的代价取得某种均衡，以达到总维修代价最小的目的。

1、数据

（1）每台机器的定期维修代价为c_0＝100元，

应急维修的代价为c_1＝1000元。

（2）已知在正常维修后一台机器于第k年发生临时损坏的概率为p_k，相应的数值设为:

p_1＝0.05，p_2＝0.1，p_3＝0.1，p_4＝0.13，p_5＝0.18

（3）这批机器的总数为n＝50

（4）设时间单位为年

2、问题分析

（1）决策D_k：以k年为周期进行定期维修。

限制$k \leqslant 5$，则可供选择的决策：5个

（2）对任何一个决策D_k，在一个周期中第k年发生临时损坏的机器数n_k是一个随机变量。

（3）两类维修代价的年平均值f_k也是一个随机变量，其中f_k：

$$f_k = c_0 \frac{n}{k} + c_1 \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_k}{k}$$

3、风险决策判别准则——期望值

（1）由于n_i是以(n, p_i)为参数的二项分布的随机变量，因而$E(n_i) = n p_i$

（2）策略D_k相应的目标函数f_k的期望值$E(f_k)$：

$$E(f_k) = E\left(\frac{c_0 n}{k} + \frac{c_1(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)}{k}\right)$$

$$= \frac{c_0 n}{k} + \frac{c_1}{k}\sum_{i=1}^{k} E(n_i) = \frac{c_0 n}{k} + \frac{c_1 n}{k}\sum_{i=1}^{k} p_i$$

4、result

$E(f_1)=7500$， $E(f_2)=5500$

$E(f_3)=5333$， $E(f_4)=5625$

风险决策：

与问题中的决策有关所发生的状态具有不确定性的决策。

问题二、风险决策的矩阵形式

1、事件：可能发生的状态θ_1、 θ_2、…、θ_n

2、可供选择的决策：a_1， a_2，…， a_m

3、收益矩阵：

每个决策a_i与状态θ_j对应的收益v_{ij}

4、决策者对各状态θ_j的概率可作出合理的估计，

记为$P(\theta_j) = p_j$，相应于a_i的期望收益：

$$\sum_j p_j v_{ij}$$

1、常用准则

（1）最大期望收益：选择a_k使：

$$\sum_j p_j v_{kj} = \max_i \left(\sum_j p_j v_{ij}\right)$$

（2）最少期望代价：用w_{ij}表示决策a_i与状态θ_j的代价

$$\sum_j p_j w_{kj} = \max_i \left(\sum_j p_j w_{ij}\right)$$

2、一个例子

设一个体育用品店经营者要决定订购用于夏季销售的网球衫数量。对某种网球衫来说，他的订购数量必须是100的整数倍。如果他订购100件，则订购价为每件10元；如果他订购200件，则订购价为每件9元；如果他订购300件或更多，则订购价为每件8．5元。销售价格为每件12元，如果在夏季结束时剩余若干，则处理价为每件6元。为简单起见，他将需求量分成三种情形：100，150，200．同时，他考虑，对每个希望买网球衫而买不到的情形，应等价于付出“愿望损失费”0.50元，他应为即将到来的夏季订货作出何种决策呢?

3、对事件的概率估计

1、需求数量：　100　　150　　200
　　事　　件：　θ_1　　θ_2　　θ_3
　　订 购 价：　10　　9　　8.5　（元）

2、订 购 量：　100　　200　　300
　　决　　策：　a_1　　a_2　　a_3
　　销售价：12元　处理价：6元　愿望损失费：0.5

3、对事件发生概率的合理估计：
　　$p_1=p(\theta_1)=0.5$　　$p_2=p(\theta_2)=0.3$　　$p_3=p(\theta_3)=0.2$

一个实用有效的方法：计算机模拟

4、最大期望收益

（1）收益矩阵：

$$v=\begin{pmatrix} 200 & 175 & 150 \\ 0 & 300 & 600 \\ -150 & 150 & 450 \end{pmatrix}$$

采取的策略：

订购量200

（2）期望收益：

$$E(a_1)=\sum_j p_j v_{1j}=182.5$$

$$E(a_2)=\sum_j p_j v_{2j}=210$$

$$E(a_3)=\sum_j p_j v_{3j}=60$$

5、最小期望机会损失

机会损失的数量化：

当选择决策a$_i$，而事件θ$_j$发生所带来的损失

$$l_{ij} = \max_k v_{kj} - v_{ij}$$

（1）损失矩阵

$$l = \begin{pmatrix} 0 & 125 & 450 \\ 200 & 0 & 0 \\ 350 & 150 & 150 \end{pmatrix}$$

（2）期望机会损失

$$E(a_1) = \sum_j p_j l_{1j} = 127.5$$

$$E(a_2) = \sum_j p_j l_{2j} = 100$$

$$E(a_3) = \sum_j p_j l_{3j} = 250$$

6、最小期望机会损失原则

定理：

最小期望机会损失原则与最大期望收益原则是等价的。

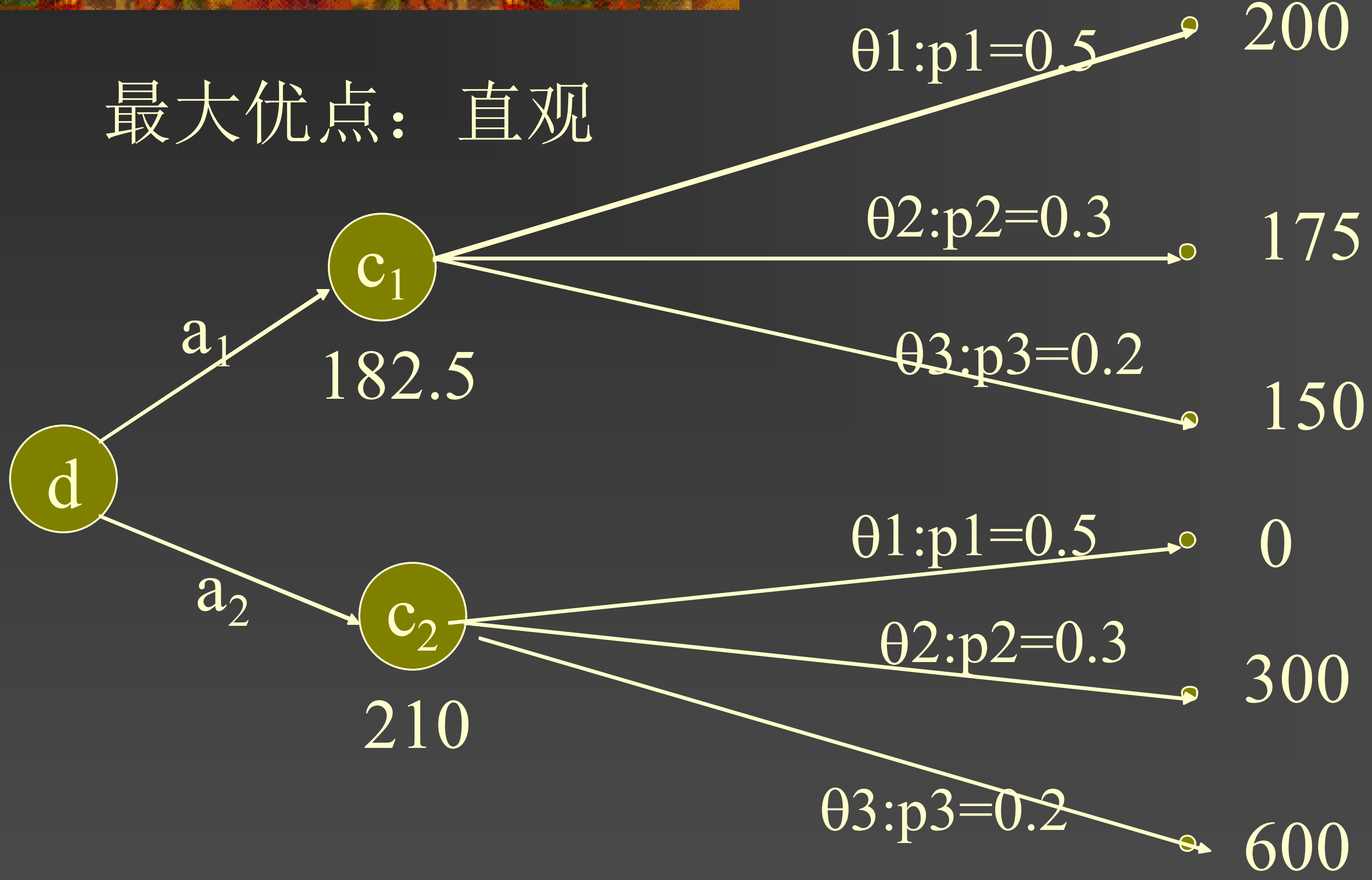
意义：

（1）设想经过市场调查，对于究竟发生哪个事件能获得完全信息，从而可得到相应的最大收益

（2）在获得完全信息的条件下，期望最大收益与没有获得该信息的最大期望收益相比，两者之差恰为最小期望机会损失

问题三、决策树

最大优点：直观



1、更大优点——多阶段

某投资人考虑一个两年投资计划。第一年他可以选择三个决策：100％买股票，50％买股票，买债券。在第一年选择50%买股票的情况下，他在第二年可以有两个决策：再用另外50％买股票或者不买。这里设所要的股票均为A公司的股票。然后投资人与经济分析师一起分析后认为收益与A公司运营状况的好坏有密切关系，并得到表所示之数据。

2、数据

决策	第一年买100%				二年各买50%				仅第一年买50%				买债券
第1年A	好	好	坏	坏	好	好	坏	坏	好	好	坏	坏	
第1年A	好	坏	好	坏	好	坏	好	坏	好	坏	好	坏	
收益	800	-500	600	-700	300	0	100	-100	600	-600	500	-400	50

3、问题

另外，经过分析认为，A公司运营状况好坏的概率如下：第一年“好”的概率为0.6，“坏”的概率为0.4。在第一年“好”的条件下，第二年“好”的概率为0.7，“坏”的概率为0.3。在第一年“坏”的情况下，第二年“好”的概率为0.4，“坏”的概率为0.6。

在投资人与经济师获得这些数据后，投资人可以找系统分析工程师做决策分析，设想你就是一个系统分析工程师，如何用决策树作为工具，对这个问题作出分析呢?