

# Estructuras y Algoritmos II

## Set de problemas II

Rubén Pérez Palacios  
Profesora: Dra. Claudia Elvira Esteves Jaramillo

3 Junio 2020

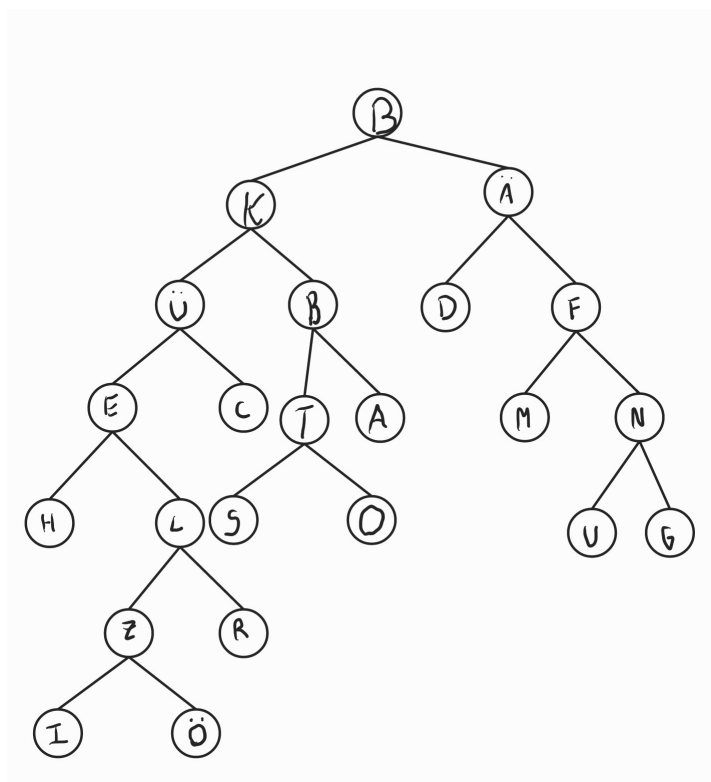
### Problemas

1. El Herr Professor Doktor Georg von den Dschungel tiene un árbol binario de 23 nodos en los que cada nodo está etiquetado con una letra única del alfabeto alemán (incluye las letras Ä, Ö, Ü y ß que no hay que confundir con A, O, U y B). Los recorridos en preorden y postorden de los nodos del árbol son :

Preorden: B K Ü E H L Z I Ö R C ß T S O A Ä D F M N U G

Postorden: H I Ö Z R L E C Ü S O T A ß K D M U G N F Ä B

Dibuja el árbol del Herr Professor Doktor von den Dschungel.



2. ¿Cuales son el número mínimo y máximo de nodos en un árbol binario completo de altura  $h$ .

EL número minimo de nodos es de  $2^h$  y el máximo es de  $2^{h+1} - 1$ .

3. ¿Cuales son la propiedades de un árbol rojo-negro?

- Todo nodo es negro o rojo.
- La raíz es negra
- Todas la hojas especiales son negras (estas son agregadas a todos los nodos hojas que no son especiales)
- Si un nodo es rojo entonces sus negros.
- Todo camino de un nodo a sus hojas especiales tienen la misma cantidad de hojas negras.

4. ¿Cuál es la complejidad (en notación asintótica) de construir un árbol rojo-negro de  $n$  nodos?

Las operaciones que tomara construir el arbol serían

$$\sum_{i=0}^{N-1} \log(i) = \log((N-1)!)$$

puesto que nos interesa solo la notación  $O$  ignoraremos el  $-1$ , luego

$$\log(N!) \leq \log(N^N) = N \log(N)$$

Ahora veamos que para  $N \geq 4$

$$N! \geq N^{\frac{N}{4}},$$

por lo que

$$\frac{N \log(N)}{\log(N!)} \leq \frac{N \log(N)}{\log(N^{\frac{N}{4}})} = 4,$$

por definición de la notación  $O$  concluimos que la complejidad de construir un árbol de  $N$  nodos es

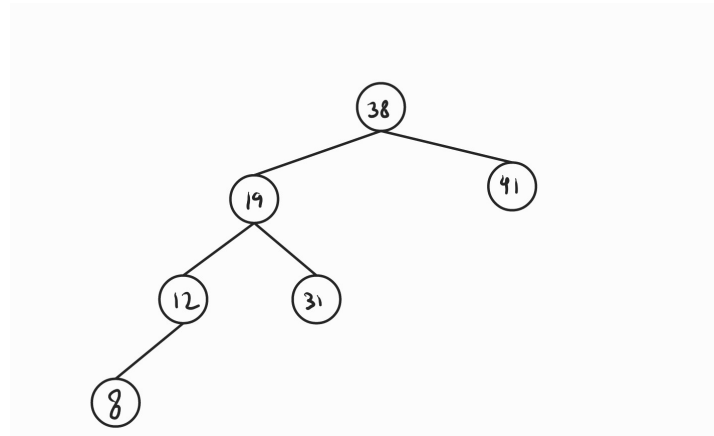
$$O(N \log(N))$$

5. ¿Cuál es la ventaja de utilizar un árbol rojo-negro en lugar de un árbol binario general?

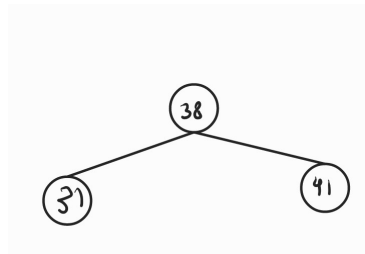
Al ser autobalanceado las operaciones en el se puede hacer en  $O(\log(N))$ , mientras que en un arbol binario serían en  $O(N)$ , ejemplo buscar un elemento.

6. Árbol rojo-negro

a) Inserta 41, 38, 31, 12, 19, 8.



b) Elimina 8, 12, 19.



7. No se puede ya que de ser así se podría tener un algoritmo de ordenamiento con  $O(N \log^2(N))$  puesto que esto es imposible ya que lo mas rapido posible en una algoritmo de ordenamiento de comparación es  $O(N \log N)$  (se demuestra con un árbol de decisiones).

8. Ilustra cada paso del COUNTING-SORT en el arreglo  $A = \{6, 0, 2, 0, 1, 3, 4, 6, 1, 3, 2\}$ .

Primero cuenta cuantos hay de cada uno

0	1	2	3	4	5	6
2	2	2	2	1	0	2

Luego hacemos sumas parciales sobre este arreglo

0	1	2	3	4	5	6
2	4	6	8	9	9	11

Obtenemos el orden sobre este arreglo, ya que el indice representan los elementos de nuestro arreglo original y sus valores representan la posición en la que deben ir, cada vez que pases por uno deberas restarle 1 a ese valor para que si hay otro igual a ti se actualice su posición.

0	0	1	1	2	2	3	3	4	6	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

9. Apartir de tu geolocalización de tu telefono podrías construir un grafo donde cada persona es un nodo y entre dos nodos hay una arista si sus telefonos estuvieron a una distancia muy cercana (habría que definir bien que significa cercana). Así cuando se detecte que alguien tiene COVID, inmediatamente todos sus vecinos inmediatos en el grafo son sospechosos (no se me ocurre otra palabra, a lo mejor propensos) a haber contraído el virus. De esta forma se podría hacer una investigación y seguimiento de los casos, para así controlar la expansión de este. Es importante mencionar que los datos recolectados por la geolocalización deberán de ser utilizados únicamente para construir el arbol.