Probabilidad
Tarea III - Ejercicio 1

Rubén Pérez Palacios
Ricardo Alberto Gloria Picazzo
Mercé Nachón Moreno
Josue Emmanuel Ornelas Hernández
Profesor: Dr. Ehyter Matías Martín González

19 de octubre de 2020

Problemas

1. Sea $\{X_n\}$ una sucesión de variables aleatorias iid no negativas que representan los choques eléctricos que recibe cierto componente. Interesa estudiar la variables

$$S(x) = \text{ínf}\left\{n \geq 1 : \sum_{j=1}^{n} X_j > x\right\},$$

donde $x > 0$ y $S(x) = \infty$ si nunca se sobre pasa el nivel x. El valor x es un valor crítico al cual el componente dejará de funcionar debido al efecto acumulativo de los choques.

a) (Rubén Pérez Palacios) Investigue sobre el algoritmo de Graver-Stehfest para invertir transdormadas de Laplace, escriba una breve pero concisa reseña sobre él.

El algoritmo de Graver-Stehfest para invertir transdormadas de Laplace aproxima a la función transdormada digamos f mediante una sucesión de funciones dada por

$$f_n(x) = \log(2)x^{-1}\sum_{k=1}^{2n} a_k(n)F(k\log(2)x^{-1}), n \geq 1, x > 0,$$

donde los coeficientes son

$$a_k(n) = \frac{(-1)^{m+n}}{n!}\sum_{[(k+1)/2]}^{min(k,n)} j^{n+1}\binom{n}{j}\binom{2j}{j}\binom{j}{k-j}.$$

Stehfest en el libro "Numerical Inversion of Laplace transformation.$^{\text{es}}$cribe que "teoricamente $f_n(x)$ se vuelve mas precisa mientra n crecez en la prosición 8.2 del libro "the fourier-series method for inverting transforms of probability distributions"de Abeth y Whitt aseguran que $f_n(x) - f(x) = O(n^{-k})$ para todo $k > 0$. Hay mucha falta de rigurosidad en la prueba de que esta sucesión si converge a f, hay algunas coondiciones que debe cumplir f para cuando esto es cierto. Un ejemplo son la funciones constante ya que esta suceción aproxima exactamente a ellas.

Computacionalmente el calculo de cada $f_n(x)$ para una x fija se tiene una complejijdad de $\theta(n^2)$ si los coeficientes binomiales son precalculados antes de calcular $f_n(x)$ lo cual requier de complejijdad de memoria $\theta(n^2)$ lo cual puede a llegar a ser mucho, de precalcularse entonces tendria una complejijdad de $\theta(n^3)$.

b) (Rubén Pérez Palacios) Implemente dicho algoritmo para simular el comportamiento de $e(x)$ cuando las variables aleatorias se distribuyen $exp(0{,}02)$ y cuando ellas se distribuyen Pareto($\alpha = 2, \theta = 10$). Realice esta simulación para valores de x en $(0, 20)$.

Se incluyo el archivo en el classroom.