

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Tarea 1

Rubén Pérez Palacios Lic. Computación Matemática

Profesor: Dr. Manuel Cruz López

5 de febrero de 2023

1. Analiza el campo de pendientes definido por las ecuaciones diferenciales dadas y bosqueja la gráfica de las curvas solución:

a) $x' = x^2 - t$.

b) $x' = -tx + x^2$.

2. Resuelve los problemas de valor inicial dados y determina los dominios de las soluciones:

a) $\frac{dx}{dt} = \frac{t}{x}$, $x(2) = 1$.

b) $\frac{dx}{dt} = 2(x-1)(x+2)$, $x(0) = 2$.

3. Resuelve el problema de valor inicial para $t > 1$:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2\sqrt{x}e^{-t}}{t}, \quad x(1) = 4.$$

4. Prueba que para una condición inicial dada $x(t_0) = x_0 \neq 0$, la solución de la ecuación diferencial $x' = a(t)x$ está dada por

$$x(t) = x_0 \exp \left(\int_{t_0}^t a(\tau) d\tau \right).$$

5. Una bola de masa m se tira hacia arriba desde un edificio a altura h con velocidad inicial v . Supongamos que la única fuerza que actúa sobre la bola es la fuerza de gravedad $F = -mg$. Si $x(t)$ denota la altura de la bola sobre el piso al tiempo t , resuelve el problema de valor inicial determinado por la segunda ley de Newton y prueba que la altura al tiempo $t > 0$ está dada por la fórmula

$$x(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + vt + h, \quad (t > 0).$$

6. Cuatro gramos de una muestra radioisotópica decae a 0.8 gramos en 3 años. ¿Cuál es la constante de decaimiento λ ? ¿Cuál es la *vida promedio*, o el tiempo en que solo la mitad de la muestra permanece?
7. Un censo del año 1999 estimaba que la población mundial era de 6 billones de habitantes y se iba incrementando a razón de 212,000 personas por día. ¿Cuál es la tasa de crecimiento anual? A este ritmo de crecimiento, ¿cuál es la población mundial que se predice para el año 2050?
8. Una población de insectos muere exponencialmente y este decrecimiento está gobernado por la ley $p'(t) = -\lambda p(t)$ donde λ es la tasa de mortalidad. Si 1000 insectos hatch y solo 90 permanecen después de 2 días, ¿cuál es la tasa de mortalidad?