Оглавление

Глава 1

28.05.2018, математический анализ

1.0.1 Метод Эйлера

$y_{k+1} = y_k + f(x_k, y_k)(x_{k+1} - x_k)$

Можно улучшить точность: $y_{k+1} = y_k + f($

Метод приближённого решения дифференциального уравнения высшего порядка заключается в его сведении к системе линейных уравнений.

1.0.2 Графический метод

Приближённые решения уравнения вида $y' = f(x, y)$ можно получить графическим методом, находя изоклины — линии, на которых производная функции не меняет значение. По ним можно получить представление о том, какую форму имеет кривая.

Рассмотрим **динамическую систему**

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, t) \\ \dot{y} = g(x, y, t) \end{cases}$$

Если $\begin{cases} f(a, b, t) = 0 \\ g(a, b, t) = 0 \end{cases}$, то (a, b) называется **точкой покоя**, или **положением равновесия**.

Исследуем систему

$$\begin{cases} \dot{x} = ax + by \\ \dot{y} = cx + dy \end{cases}$$

Для неё $(0, 0)$ — точка покоя.

Решая уравнение $\begin{vmatrix} a - k & b \\ c & d - k \end{vmatrix} = 0$, получим корни k_1 и k_2.

Тогда

1. Если $k_1, k_2 \in \mathbb{R}$, то

$$x = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} y = C_1 \frac{k_1 - a}{b} e^{k_1 t} + C_2 \frac{k_2 - a}{b} e^{k_2 t}$$

- Если $k_1, k_2 < 0$, то $(0, 0)$ — устойчивый узел.
- Если $k_1, k_2 > 0$, то $(0, 0)$ — неустойчивый узел.
- Если $k_1 < 0 < k_2$, то $(0, 0)$ — седло.

2. Если $k_{1,2} = \alpha \pm i\beta$, то

$$\begin{cases} x = C_1 e^{\alpha t} \cos \beta t + C_2 e^{\alpha t} \sin \beta t \\ y = \left(\frac{\alpha - a}{b} C_1 + \frac{\beta}{b} C_2 \right) e^{\alpha t} \cos \beta t + C_2 e^{\alpha t} \sin \beta t \end{cases}$$

- Если $\alpha < 0$, то $(0, 0)$ — устойчивый фокус.
- Если $\alpha > 0$, то $(0, 0)$ — неустойчивый фокус.

- Если $\alpha = 0$, то $(0, 0)$ — центр.

3. Если $k_1 = k_2 = \alpha \in R$, то

$$x =$$