

# Laserspektroskopie

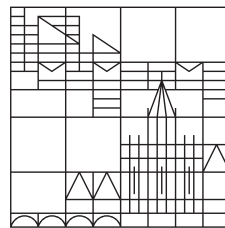
## Fortgeschrittenenpraktikumsbericht

vorgelegt von

**Hermann Böttcher & Jannik Dornseiff**

an der

Universität  
Konstanz



Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Sektion  
Fachbereich Physik

Tutor: Timo Raab

Konstanz, 2018

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>III</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>IV</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Versuch</b>	<b>2</b>
2.1 Feinstruktur . . . . .	2
2.2 Hyperfeinstruktur . . . . .	2
2.3 Termschema von Cäsium . . . . .	3
2.4 Diodenlaser . . . . .	4
2.4.1 Laserschwelle des verwendeten Diodenlasers . . . . .	4
2.5 Linienbreite . . . . .	5
2.5.1 Natürliche Linienbreite . . . . .	5
2.5.2 Dopplerverbreiterung . . . . .	6
2.5.2.1 Druckverbreiterung . . . . .	6
2.5.3 Konfokales Fabry-Perot-Etalon . . . . .	6
2.5.4 Transmissionsspektroskopie . . . . .	7
2.5.5 Linienbreite des verwendeten Diodenlasers . . . . .	7
2.6 Dopplerverbreitertes Spektrum . . . . .	9
2.7 Dopplerfreie Spektroskopie . . . . .	9
2.7.1 Cross-over Resonanzen . . . . .	10
2.8 Zeeman-Effekt . . . . .	10
<b>Bibliographie</b>	<b>11</b>
<b>Anhang</b>	<b>12</b>
.1 Netzteil-Kennlinie . . . . .	13
.2 Gaußfits und Fitparameter . . . . .	14
.2.1 Gaußfit zur Berechnung der Linienbreite des Diodenlasers . . . . .	14
.2.2 Gaußfit zur Berechnung des Vielfachen des freien Spektralbereichs im dopplerverbreiterten Spektrum . . . . .	14
.2.3 Gaußfit zur Berechnung des Abstandes der Transmissionsminima im dopplerverbreiterten Spektrum . . . . .	14

## Abbildungsverzeichnis

1	Termschema von $^{133}\text{Cs}$ ( $I = \frac{7}{2}$ ) mit Feinstruktur und Hyperfeinstruktur. Die erlaubten Anregungsübergänge sind rot markiert. . . . .	3
2	Ausgangsleistung $P$ als Funktion des Eingangsstroms $I$ der verwendeten Laserdiode bei einer Temperatur von $T = 21,4(20)^\circ\text{C}$ . Eingezeichnet ist auch die lineare Regression Gleichung (2.1) zur Bestimmung der Laserschwelle Gleichung (2.2). . .	5
3	Aufbau eines <i>Fabry-Perot-Etalons</i> aus zwei sphrischen Hohlspiegeln. Zustzlich ist der Strahlengang eines einfallenden Lichtstrahls eingezeichnet. Nach $n \cdot 4$ , $n \in \mathbb{N}$ Reflektionen setzt der Strahl seinen Weg hinter dem Interferometer geradlinig fort. Weitere Ausfhrungen in Abschnitt 2.5.3. . . . .	7
4	Dopplerfreies Spektrum zur Bestimmung der Linienbreite des Diodenlasers. Die Spannung ch2 zeigt die Interferenzmaxima des <i>Fabry-Perot-Etalons</i> . In rot ist ein fnnfacher Gaußglockenfit zur Bestimmung der Halbwertsbreite der Maxima eingezeichnet. Zuletzt ist zeigt grn den Verlauf der Spannungsmodulation des Netzteils zur Variation der Laserlichtfrequenz. . . . .	8
5	. . . . .	9
6	Zusammenhang zwischen dem <i>Coarse</i> und der Stromstrke des Netzteils des Diodenlasers. . . . .	13

## Tabellenverzeichnis

1	Universitätsstatistik . . . . .	8
2	Fitparameter des verwendeten fnffachen Gaußfits Gleichung (.5) zum fitten der Maxima des ch2 Signals des dopplerfreien Spektrums. Mit $n$ sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.5 zur Berechnung der Linienbreite des verwendeten Lasers genutzt. . . . .	14
3	Fitparameter des verwendeten zweiundzwanzigfachen Gaußfits Gleichung (.7) zum fitten der Maxima des ch2 Signals des dopplerverbreiterten Spektrums. Mit $n$ sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.5 zur Berechnung des Frequenzabstandes zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand verwendet. . . . .	15
4	Fitparameter des verwendeten zweifachen Gaußfits Gleichung (.7) zum fitten der Minima des ch1 Signals des dopplerverbreiterten Spektrums. Mit $n$ sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.5 zur Berechnung des Frequenzabstandes zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand verwendet. . . . .	16

# 1 Einleitung

Die Sekunde ist das 9.192.631.770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids  $^{133}\text{Cs}$  entsprechenden Strahlung - so die Definition nach dem SI-Einheitensystem. Genau diese Periodendauer soll im folgenden Versuch gemessen werden. Hierzu werden sowohl die Feinstruktur als auch die Hyperfeinstruktur erklärt und mittels der dopplerfreien Spektroskopie der Übergang aufgelöst.

## 2 Versuch

### 2.1 Feinstruktur

Nach dem semiklassischen Atommodell kreisen die negativ geladenen Elektronen auf einer Kreisbahn um den positiv geladenen Atomkern. Die Rotation stellt einen Kreisstrom dar. Dieser erzeugt ein magnetisches Dipolmoment, welches über den Bahndrehimpuls  $\vec{L}$  ausgedrückt werden kann. Gemäß dem Stern-Gerlach-Experiment (und anderen Experimenten) haben Elektronen ein weiteres magnetisches Dipolmoment inne, welchem der Spin  $\vec{s}$  zugrunde liegt. Die beiden magnetischen Momente wechselwirken in der sogenannten *Spin-Bahn-Kopplung*. Je nach Einstellung des Elektronenspins (*Spin-up*/*Spin-down*, d.h. für die z-Komponente des Spins  $s_z = \pm \frac{\hbar}{2}$ ) ergibt sich eine positive, bzw. negative Energiekorrektur  $\Delta E_{l,s}$ , die sogenannte *Spin-Bahn-Kopplungsenergie*.

Bei der mathematischen Betrachtung sind für die *Feinstrukturaufspaltung* außerdem relativistische Effekte zu beachten. Auf der Umlaufbahn um den ruhenden Kern dreht sich das Elektron einmal um die zum Drehimpuls parallele Achse. Dies führt zu einer Korrektur der kinetischen Energie  $\Delta E_{\text{rel}}$ .

Zuletzt muss der *Darwin-Term*  $\Delta E_{\text{Darwin}}$  berücksichtigt werden. Als Folge der relativistischen Zitterbewegung des Elektrons auf seiner Kreisbahn verkompliziert sich die elektrostatische Wechselwirkung zwischen Elektron und Atomkern.

Die gesamte Energiekorrektur

$$\Delta E = \Delta E_{l,s} + \Delta E_{\text{rel}} + \Delta E_{\text{Darwin}}$$

führt zur sogenannten *Feinstrukturaufspaltung*.

Zur Beschreibung dieser Zustände wird der Gesamtdrehimpuls  $\vec{j} = \vec{L} + \vec{s}$  mit der zugehörigen gutartigen Gesamtdrehimpulsquantenzahl  $j$  eingeführt. Letzte kann die Werte

$$j = +\frac{1}{2} \quad \text{für} \quad l = 0$$

und

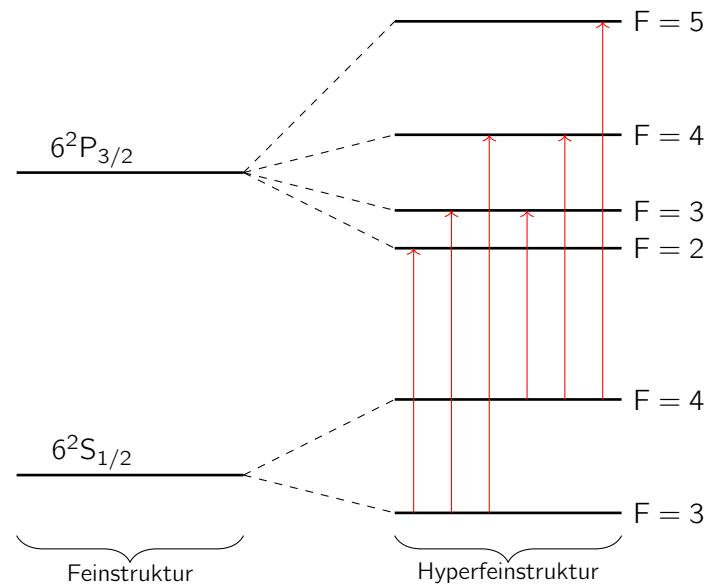
$$j = l \pm \frac{1}{2} \quad \text{für} \quad l > 0$$

annehmen. Somit spalten alle Zustände mit  $l > 0$  in zwei *Feinstrukturniveaus* auf.

### 2.2 Hyperfeinstruktur

Analog zum Spin des Elektrons wird auch dem räumlich ausgedehnten Atomkern ein Spin zugeordnet, der sogenannte *Kernspin*  $\vec{I}$ . Das dem Spin zugeordnete magnetische Moment des Kerns wechselwirkt mit dem Gesamtspin des Elektrons  $\vec{j}$ . Wiederum kommt es je nach Ausrichtung des Kernspins zu einer Energiekorrektur welche positiv und negativ ausfallen kann. Die Projektion auf die z-Richtung von  $\vec{I}$  kann die  $(2I + 1)$  Werte

$$I_z = m_I \cdot \hbar \quad \text{mit} \quad -I \leq m_I \leq +I$$



**Abbildung 1** Termschema von  $^{133}\text{Cs}$  ( $I = \frac{7}{2}$ ) mit Feinstruktur und Hyperfeinstruktur. Die erlaubten Anregungsübergänge sind rot markiert.

annehmen. Zur Zustandsbeschreibung wird nun der Gesamtdrehimpuls des Atoms  $\vec{F} = \vec{j} + \vec{I}$  mit der zugehörigen gutartigen Quantenzahl  $F$ ,

$$|j - I| \leq F \leq |j + I|$$

eingeführt. Die *Feinstruktur*niveaus spalten also in

$$\begin{cases} (2I + 1), & I < j \\ (2j + 1), & j < I \end{cases}$$

*Hyperfeinstruktur*niveaus auf. Aufgrund der im Vergleich zum Elektron extrem großen Masse des Kerns

$$m_{\text{Kern}} \approx Z \cdot 1836 \cdot m_e,$$

mit der Kernladungszahl  $Z$ , ist die Energieaufspaltung in Folge der *Hyperfeinstruktur* sehr klein. Um diese zu messen ist also extrem schmalbandiges Licht notwendig, welches gleichzeitig so intensiv sein muss, dass ein messbares Signal entsteht. Weil Monochromatoren zu breitbandig sind, erfordert das Experiment also einen Laser.

## 2.3 Termschema von Cäsium

Im Versuch wird das Nuklid  $^{133}\text{Cs}$  verwendet. Für die Zustände wird die Nomenklatur  $n^{2s+1}l_j$  verwendet. Der relevante Teil des Termschemas von Cäsium für den Versuch, d.h. der Grundzustand  $6^2S_{1/2}$  und der angeregte Zustand  $6^2P_{3/2}$  mit Feinstrukturaufspaltung und Hyperfeinstrukturaufspaltung sind in Abb. 1 abgebildet. Die Kernspinquantenzahl ist  $I = \frac{7}{2}$ . Weiter sind die erlaubten angeregten optischen Übergänge rot eingezeichnet. Für diese ist zu beachten, dass anregende Photonen einen Spin von 1 tragen. Bei Verwendung von linear polarisiertem Licht gelten die Übergangsregeln

$$\Delta I = 1 \quad \text{und} \quad \Delta F = -1, 0, +1.$$

## 2.4 Diodenlaser

Es folgt eine Kurzfassung von ??? zur Funktion von Diodenlasern.

Diodenlaser sind aus Halbleitern aufgebaut. Bei der Rekombination von Elektronen im Leitungsband mit den Löchern im Valenzband wird das Laserlicht emittiert. Der Hauptteil eines Diodenlasers besteht aus einem  $p-n$ -Übergang, welcher durch Dotierung erzeugt wird. Die Besetzungsinversion mit Löchern im Valenzband und Elektronen im Leitungsband wird durch das Anlegen einer Spannung erreicht. Dieser Prozess ist der Pumpprozess des Lasers. Die Rekombination der Löcher und Elektronen kann spontan oder stimuliert erfolgen. Das dabei emittierte Licht ist nur kohärent, falls die stimulierte Emission überwiegt. Aufgrund des hohen Brechungsindex  $n$  der Halbleiterkristalle beträgt die Reflektivität der Grenzfläche zu Vakuum in etwa 30 %. Damit können die Kristalle selbst, ohne weitere Behandlung, als Resonatoren fungieren. Diejenige Seite, auf der kein Licht austreten soll, wird zusätzlich verspiegelt. Für die Ausbildung von stehenden Wellen im Resonator gilt der Zusammenhang

$$\lambda = \frac{2nL}{m}.$$

Hierbei ist  $\lambda$  die Wellenlänge des Lichts,  $L$  die Länge des Resonators (Halbleiterkristalls) und  $m$  eine natürliche Zahl.

Einer der Vorteile eines Diodenlasers ist dessen Durchstimmbarkeit bezüglich der Frequenzen. In Abhängigkeit der Betriebstemperatur  $T$  und der Stromstärke  $I$  ändert sich die Frequenz der Laserstrahlung. Die Temperatur beeinflusst die Ausdehnung des Kristalls und damit die Länge des Resonators. Unter Voraussetzung einer konstanten Temperatur ändert sich mit der Stromstärke die Ladungsträgerdichte im Halbleiter. Damit ändert sich auch der Brechungsindex des Kristalls und somit die optische Länge des Resonators. Die Durchstimmbarkeit ist für diesen Versuch von Bedeutung, um die Resonanzfrequenz von Cäsium zu treffen.

Weiter weist ein Diodenlaser, wie alle Laser, eine schmale Linienbreite auf. Dieser Vorteil, welcher für dieses Experiment von großer Bedeutung ist, wird in Abschnitt 2.5 vertieft.

### 2.4.1 Laserschwelle des verwendeten Diodenlasers

Der in diesem Versuch verwendete Diodenlaser weist den in Abb. 2 abgebildeten Zusammenhang zwischen Eingangsstrom und Ausgangsleistung auf. Die lineare Regression für Messpunkte mit Eingangsstrom  $I \geq 31$  liefert die Gerade

$$P(I) = -5,21(6) \text{ mW} + 0,156(1) \text{ V} \cdot I \quad (2.1)$$

Und damit die Laserschwelle

$$I_{\text{Schwelle}} = 33,37(56) \text{ A}. \quad (2.2)$$

Gemessen wurde die Ausgangsleistung in Abhängigkeit des *Coarse* der Spannungsquelle. Mithilfe von *Coarse*-Stromstärke-Kennlinie des Netzteils des Diodenlasers (Abschnitt .1) wird die Eingangsstromstärke des Lasers ermittelt. Diese Daten liegen nicht in digitaler Form vor und mussten deshalb vom Graphen abgelesen werden. Hierbei ist ein nicht zu vernachlässigender Fehler aufgetreten, der, zusammen mit dem unbekannten Fehler der des Graphen selber, auf

$$\delta I = \pm 2 \text{ mA}$$

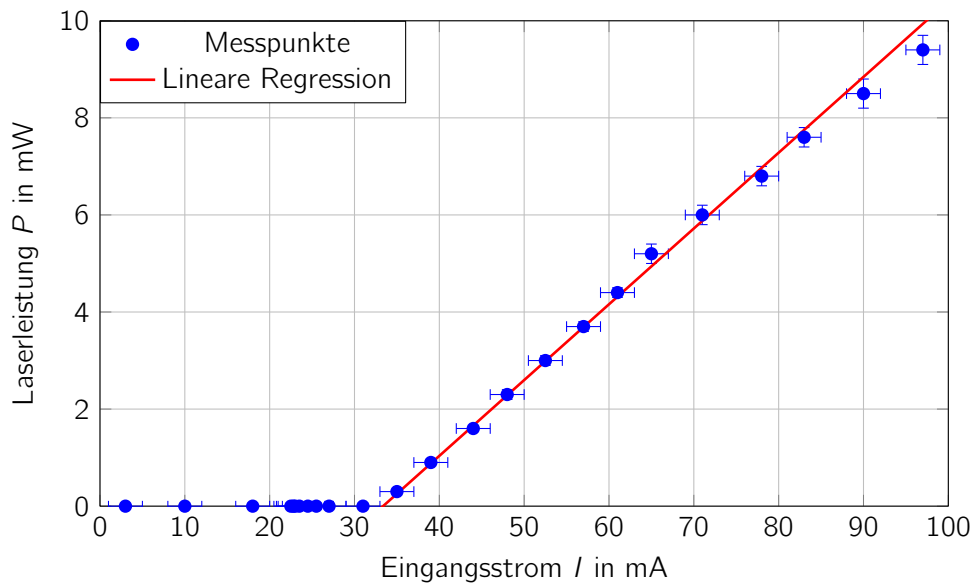
geschätzt wird. Zudem liegt der Fehler des Powermeters??? bei

$$\delta P = 0,003 \cdot P.$$

Beide Fehler sind mithilfe der Fehlerbalken in Abb. 2 angegeben. Bei der Berechnung der linearen Regression wurde der Fehler des Powermeters mit einer  $\frac{1}{\text{Fehler}}$ -Gewichtung berücksichtigt. Die Messungen wurden bei der Diodenlasertemperatur

$$T = 21,4(20)^\circ\text{C}$$





**Abbildung 2** Ausgangsleistung  $P$  als Funktion des Eingangsstroms  $I$  der verwendeten Laserdiode bei einer Temperatur von  $T = 21,4(20)^\circ\text{C}$ . Eingezeichnet ist auch die lineare Regression Gleichung (2.1) zur Bestimmung der Laserschwelle Gleichung (2.2).

durchgeführt. Während die Anzeige des Regelungsinstruments den Wert laut technischer Daten präziser angibt, ist das Gerät seit Jahren nicht geeicht geworden. Deshalb dient die Anzeige nur als Anhaltspunkt, bzw. für Temperaturdifferenzen, jedoch nicht für absolute Temperaturmessungen. Dementsprechend groß ist der Fehler mit  $2^\circ\text{C}$  gewählt.

## 2.5 Linienbreite

Als *Linienbreite* bezeichnet man das zunächst unerwartete Frequenzintervall, welches beispielsweise von der Strahlung eines einzelnen optischen bergangs abgedeckt wird. Anstelle einer diskreten Frequenz wird eine glockenförmige Verteilung gemessen. Die Verbreiterung setzt sich aus mehreren Beiträgen zusammen. Im Folgenden werden nur diejenigen Mechanismen betrachtet, welche für dieses Experiment von Bedeutung sind. Dazu gehören die *natürliche Linienbreite*, die *Dopplerverbreiterung* und die *Druckverbreiterung*.

### 2.5.1 Natürliche Linienbreite

Die *natürliche Linienbreite* wird quantenmechanisch mit der Heisenberg'schen Energie-Zeit-Unschärferelation

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

begründet, mit der Energieunschärfe  $\Delta E$  und der Zeitunschärfe  $\Delta t$ . Da ein observiertes Photon welches von einem Elektron emittiert wurde den Zeitpunkt des optischen bergangs einschränkt, ist dessen Frequenz wegen

$$\Delta E = \hbar \Delta f$$

nur bis auf eine Frequenzunschärfe  $\Delta f$  definiert. Umgekehrt kann so von Atomen Strahlung mit einer entsprechenden Frequenzunschärfe absorbiert werden. Die *natürliche Linienbreite* kann auch über den klassischen Ansatz eines gedämpften harmonischen Oszillators für das angeregte Elektron gezeigt werden. Eine ausführliche Herleitung bietet geeignete Fachliteratur (z.B. [1]).

## 2.5.2 Dopplerverbreiterung

Der *Dopplerverbreiterung* liegt der relativistische Dopplereffekt zugrunde. Bewegt sich ein Atom im Laborsystem mit einer Geschwindigkeitskomponente  $v_z \neq 0$  parallel zum emittierten, bzw. absorbierten Photon, so ist die Frequenz des Photons im Laborsystem eine rot-, bzw. blauverschoben. Im Falle von entgegengesetzten Bewegungen von Atom und Photon kommt es zur Blauverschiebung (die vom Atom observierte Frequenz wird größer), im Falle von gleichgerichteten Bewegungen zur Rotverschiebung (die vom Atom observierte Frequenz wird kleiner).

Die *Dopplerverbreiterung* ist etwa 1000-mal größer als die Verbreiterung durch die *natürliche Linienbreite*. Damit liegt sie in der Größenordnung der Hyperfeinstrukturaufspaltung des angeregten Cesium-Niveaus und muss bei der Messung eliminiert werden. Das Vorgehen wird in Abschnitt 2.7 erläutert.

### 2.5.2.1 Druckverbreiterung

Im Experiment befinden sich die Cesiumatome in einem Gas in einer Glasampulle. Je nach Gasdruck in der Gaskammer kommt es zu mehr oder weniger Stößen zwischen den Cäsium-Atomen. Die Wechselwirkung zwischen den Atomen beeinflusst das Termschema und verbreitert damit die Spektrallinien. Die Linienverbreiterung ist proportional zum Druck. Somit kann und wird der Effekt der *Druckverbreiterung* durch einen geringen Druck in der Gaskammer minimiert, sodass die Größenordnung weit unter der der Hyperfeinstrukturaufspaltung liegt.

## 2.5.3 Konfokales Fabry-Perot-Etalon

Zur Messung der Linienbreite muss ein Spektrum des Lasers aufgezeichnet werden. Um dabei nicht die Vorteile der Schmalbandigkeit eines Lasers zu verlieren, kann hierzu keine einfache Diode verwendet werden. Stattdessen kommt ein *konfokales Fabry-Perot-Etalon* zum Einsatz. Dieses ist aus zwei gegenüberliegenden sphärischen Hohlspiegeln im Abstand  $L$  aufgebaut. Der Vorteil der sphärischen Spiegel gegenüber Planspiegeln liegt darin, dass die Empfindlichkeit bezüglich Justierungen der Spiegel minimiert wird und außerdem die Beugungsverluste reduziert. Der exemplarische Aufbau eines *konfokales Fabry-Perot-Etalon* ist in Abb. 3 abgebildet und ein Strahlenverlauf eingezeichnet. Geometrisch ist klar, dass Parallel einfallende Strahlen genau dann ihren Weg hinter dem Etalon geradlinig fortsetzen und interferieren, wenn sie  $n \cdot 4$ -mal ( $n \in \mathbb{N}$ ) reflektiert werden. Der Krümmungsradius der Spiegel ist gleich dem Abstand der beiden Spiegel  $L$ . Wenn die Abstände zwischen den Reflektionspunkten und der optischen Achse viel kleiner als der Spiegelabstand sind und weiter für den Winkel zwischen einfallendem Strahl und der optischen Achse  $\theta \ll 1$  gilt, dann ist die Bedingung für konstruktive Interferenz gegeben durch

$$4L = m \frac{c}{f},$$

mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$ . Die Auflösung von unterschiedlichen Frequenzen  $f_n$  und  $f_m$ ,  $n, m \in \mathbb{N}$  mit  $n \neq m$ , ist wegen

$$\Delta f = f_n - f_m = c \frac{n - m}{4L}$$

sehr gut. Man nennt die kleinste auflösbare Frequenzverschiebung

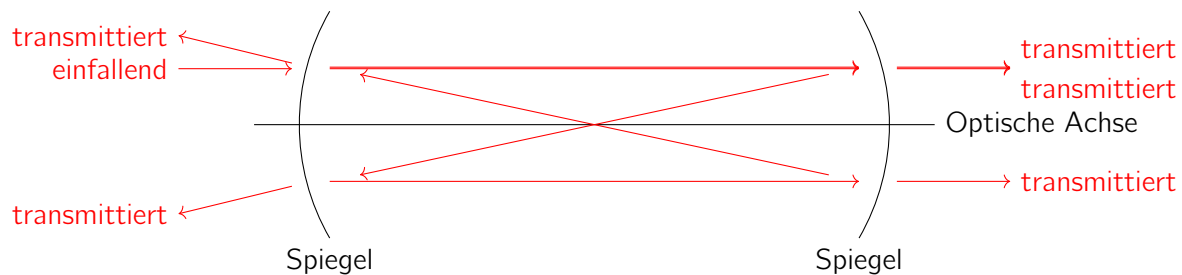
$$\Delta f_{\text{FPE}} = f_n - f_{n+1} = \frac{c}{4L} = 599,58(1199) \text{ MHz} \quad (2.3)$$

auch den *freien Spektralbereich*, wobei im letzten Schritt die gemessene Länge des *Fabry-Perot-Etalons*

$$L = 12,5(10) \text{ cm}$$

verwendet wurde. Der Fehler ergibt sich hierbei durch das unsichere Messen mit einem einfachen Lineal. Die Spiegel sind in Gehäusen versenkt. Weiter erlaubt der Aufbau es nicht, das Lineal direkt

anzulegen, es muss stattdessen ein paar Zentimeter oberhalb des Etalons in der Luft gehalten werden. Somit kommen das Peilen und die Unsicherheit, an welcher Stelle genau im Gehäuse sich die Spiegel befinden, zusammen. Entsprechend wurde der Fehler mit 1 cm grob gewählt.



**Abbildung 3** Aufbau eines *Fabry-Perot-Etalons* aus zwei sphärischen Hohlspiegeln. Zusätzlich ist der Strahlengang eines einfallenden Lichtstrahls eingezeichnet. Nach  $n \cdot 4$ ,  $n \in \mathbb{N}$  Reflektionen setzt der Strahl seinen Weg hinter dem Interferometer geradlinig fort. Weitere Ausführungen in Abschnitt 2.5.3.

## 2.5.4 Transmissionsspektroskopie

Nun muss noch eine Messung durchgeführt werden. Für diese bedient sich das Experiment der *dopplerfreien Spektroskopie*. Zunächst muss zu deren Verständnis die Transmissionsspektroskopie erklärt werden. Bei dieser Methode wird das Spektrum der durch die mit Cesium gefüllte Gaskammer transmittierten Lichts gemessen. Die Resonanzfrequenzen von Cesium erscheinen damit als Minima im aufgezeichneten Spektrum. Wie in Abschnitt 2.5 erläutert liegen die Minima der Frequenzen aber verbreitert vor, wobei mehrere Resonanzfrequenzen der Hyperfeinstrukturaufspaltung des angeregten Niveaus in der Dopplerverbreiterung liegen.

Für die dopplerfreie Spektroskopie wird der Laserstrahl nun geteilt und antiparallel durch die Gaskammer geleitet. Derjenige Strahl, welcher analysiert wird (in diesem Fall mit dem *Fabry-Perot-Etalon*), heißt *Abfragestrahl*. Der andere ist der *Anregestrah*. Nun werden zwei Messungen durchgeführt. Einmal wird der *Anregestrah* geblockt, und einmal nicht. Im ersten Fall entsteht so ein dopplerverbreitertes Spektrum gemäß der Transmissionsspektroskopie. Im zweiten Fall aber regt der *Anregestrah* die Cesiumatome in der Gaskammer an. Ist die Intensität hinreichend hoch, so wird der Grundzustand entvolumiert und der angeregte Zustand bevolumiert. Damit kann der *Abfragestrahl* kaum noch Atome anregen und transmittiert fast ungehindert.

## 2.5.5 Linienbreite des verwendeten Diodenlasers

Abbildung 4 zeigt die Daten der dopplerfreien Messung zur Bestimmung der Linienbreite des Lasers. Ch1 ist das Signal vor dem *Fabry-Perot-Etalon*, ch2 das hinter dem Etalon und ch3 ist die Aufzeichnung der Spannungsmodulation des Piezoelements zur Veränderung der Länge des *Fabry-Perot-Etalons*. Zunächst wird ch2 betrachtet.

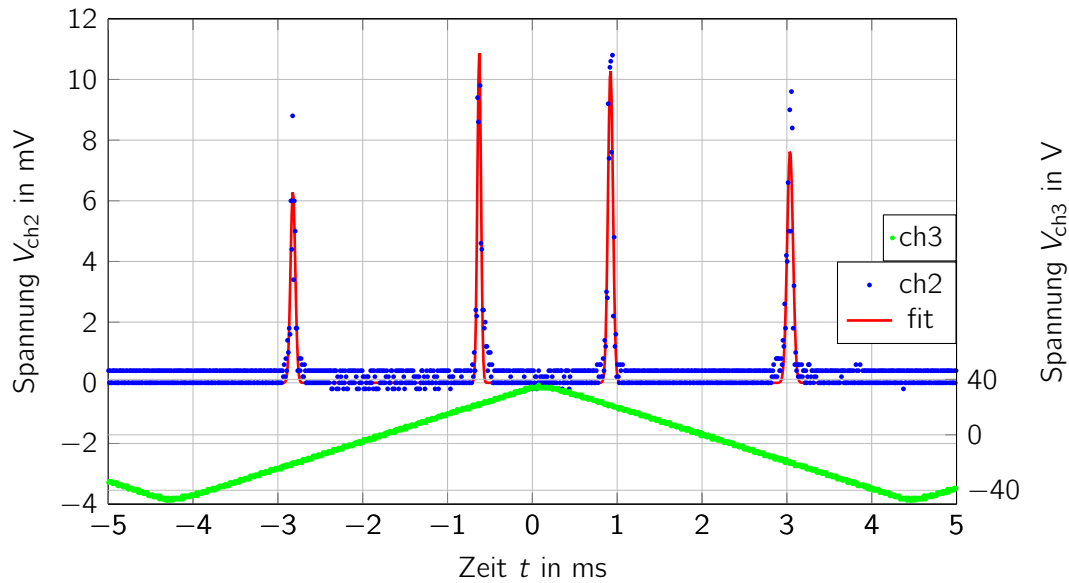
Es erscheinen fünf Maxima. Der Abstand zwischen zwei Maxima bei einem monoton steigenden/fallenden Signal von ch3  $\Delta t_{\text{FPE}}$  entspricht gerade dem freien Spektralbereich des *Fabry-Perot-Etalons*  $\Delta f_{\text{FPE}}$  (vgl. Gleichung (2.3)).

Damit ist die *Linienbreite* des Lasers gegeben durch den Zusammenhang

$$\Delta f_{\text{Laser}} = \frac{\Delta f_{\text{FPE}}}{\Delta t_{\text{FPE}}} \cdot \Delta t_{\text{FWHM}}, \quad (2.4)$$

mit der Halbwertsbreite der Maxima von ch2

$$\Delta t_{\text{FWHM}} = \frac{1}{2\sqrt{2 \ln 2} \sigma}.$$



**Abbildung 4** Dopplerfreies Spektrum zur Bestimmung der Linienbreite des Diodenlasers. Die Spannung ch2 zeigt die Interferenzmaxima des *Fabry-Perot-Etalons*. In rot ist ein fnnfacher Gaußglockenfit zur Bestimmung der Halbwertsbreite der Maxima eingezeichnet. Zuletzt ist zeigt grn den Verlauf der Spannungsmodulation des Netzteils zur Variation der Laserlichtfrequenz.

**Tabelle 1** Universitätsstatistik

Aufsteigender Zweig			Absteigender Zweig		
$\Delta t_{FWHM}^{links}$	$\Delta t_{FWHM}^{rechts}$	$\Delta t_{FPE}$	$\Delta t_{FWHM}^{links}$	$\Delta t_{FWHM}^{rechts}$	$t_{FPE}$
-0,0396(20)	0,0304(10)	2,1958(16)	0,0409(12)	0,0489(18)	2,1168(15)

Hierbei ist  $\sigma$  die Standardabweichung vom jeweiligen Gaußfit eines Maximums. Dementsprechend werden die fnf Maxima von ch2 mit einer fnnfachen Gaußglocke gefittet. Fitfunktion und -parameter sind in Abschnitt .2 einzusehen. Zur weiteren Rechnung werden nun jeweils die zwei Maxima von ch2 bei dem vollständigen aufsteigenden Zweig von ch3 und die dem absteigenden Zweig getrennt betrachtet. Neben der Standardabweichung  $\sigma$  werden die Fitparameter auch zum Berechnen der  $\Delta t_{FPE}^{aufsteigend/absteigend}$  genutzt. Tabelle 1 enthält die so erhaltenen Werte für  $\Delta t_{FWHM}$  und  $\Delta t_{FPE}$ .

Durch Einsetzen in Gleichung (2.4) folgen die Werte

$$\begin{aligned}\Delta f_{Laser}^{aufsteigend,links} &\approx 10,81(59) \text{ MHz} \\ \Delta f_{Laser}^{aufsteigend,rechts} &\approx 8,30(32) \text{ MHz} \\ \Delta f_{Laser}^{absteigend,links} &\approx 11,59(41) \text{ MHz} \\ \Delta f_{Laser}^{absteigend,rechts} &\approx 13,85(58) \text{ MHz}.\end{aligned}$$

Mitteln der zusammengehörenden Werte liefert dann

$$\begin{aligned}\Delta f_{Laser}^{aufsteigend} &\approx 9,56(34) \text{ MHz} \\ \Delta f_{Laser}^{absteigend} &\approx 12,72(36) \text{ MHz},\end{aligned}$$

und noch einmal mitteln führt zu

$$\Delta f_{Laser} \approx 11,14(25) \text{ MHz}.$$

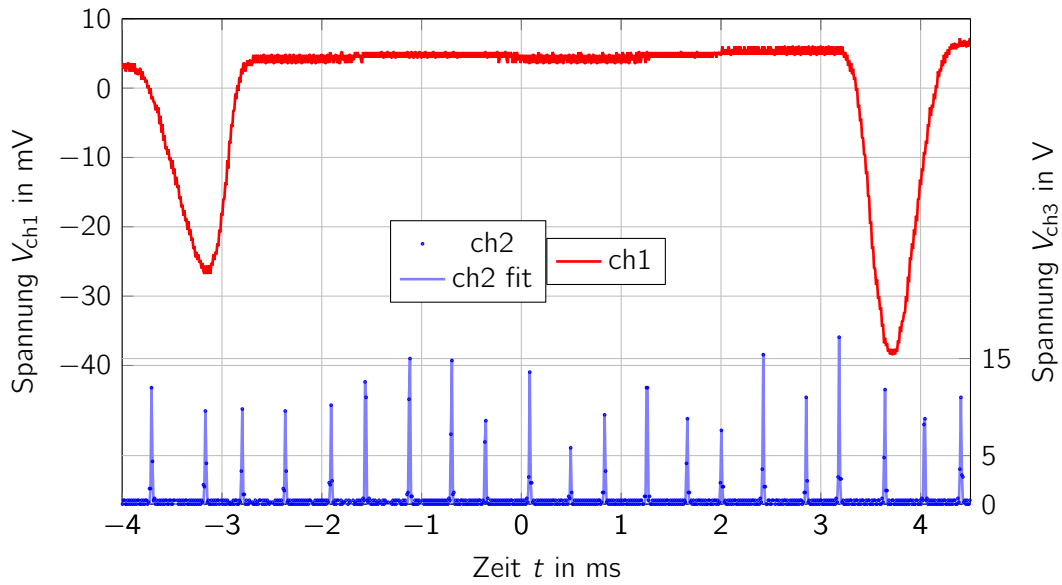


Abbildung 5

## 2.6 Dopplerverbreitertes Spektrum

Abbildung 5 zeigt das dopplerverbreiterte Spektrum. Wie erwartet sind nur einzelne tiefe Minima in der Messung vor dem *Fabry-Perot-Etalon* zu sehen – nicht mehrere eng beieinander liegende Minima wie sie nach der Hyperfeinstrukturaufspaltung zu erwarten sind. Der Grund ist, dass die Aufspaltung innerhalb der dopplerverbreiterten Minima liegt, wie bei den dopplerfreien Spektren der einzelnen Minima erkennbar werden wird.

Betrachtet werden nun die zwei Minima von ch1, welche bei dem homogenen Anstieg von ch3 liegen. Das linke Minimum des Transmissionsspektrums gehört zum Grundzustand  $6^2S_{1/2}$ , das Rechte zum angeregten Zustand  $6^2P_{3/2}$ . Die in Abb. 1 abgebildete Hyperfeinstrukturaufspaltung ist im Spektrum nicht zu erkennen. Mithilfe der im vorherigen Abschnitt durchgeführten Kalibrierung lässt sich nun der Frequenzabstand zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand

$$\Delta f_{6^2S_{1/2}}^{6^2P_{3/2}} = \frac{\Delta f_{\text{FPE}}}{\Delta t_{\text{FPE}}} \cdot \Delta t_{6^2S_{1/2}}^{6^2P_{3/2}}$$

berechnen.

$$\Delta t_{6^2S_{1/2}}^{6^2P_{3/2}} = 6,9472(87) \text{ ms}$$

ergibt sich aus den Fitparametern eines zweifachen Gaußfits von ch1 (vgl. Abb. 5 und Abschnitt .2.3). Hierbei werden die beiden stark ausgeprägten Minima bei dem monoton ansteigenden Spannungssignal ch3 betrachtet. Ein zweiundzwanzigfacher Gaußfit der Maxima von ch2 bei demselben Zeitpunkt von ch3 erleichtert das Zählen der Maxima, welche sich zwischen den Minima von ch1 befinden, 17 an der Zahl. Damit folgt der Frequenzabstand

$$\Delta f_{6^2S_{1/2}}^{6^2P_{3/2}} = 17 \cdot \Delta f_{\text{FPE}} = 10,19286 \text{ GHz}$$

## 2.7 Dopplerfreie Spektroskopie

6 statt 3 erwartete Peaks

### **2.7.1 Cross-over Resonanzen**

genau in der mittels

### **2.8 Zeeman-Effekt**

nicht observierbar!

## **Literatur**

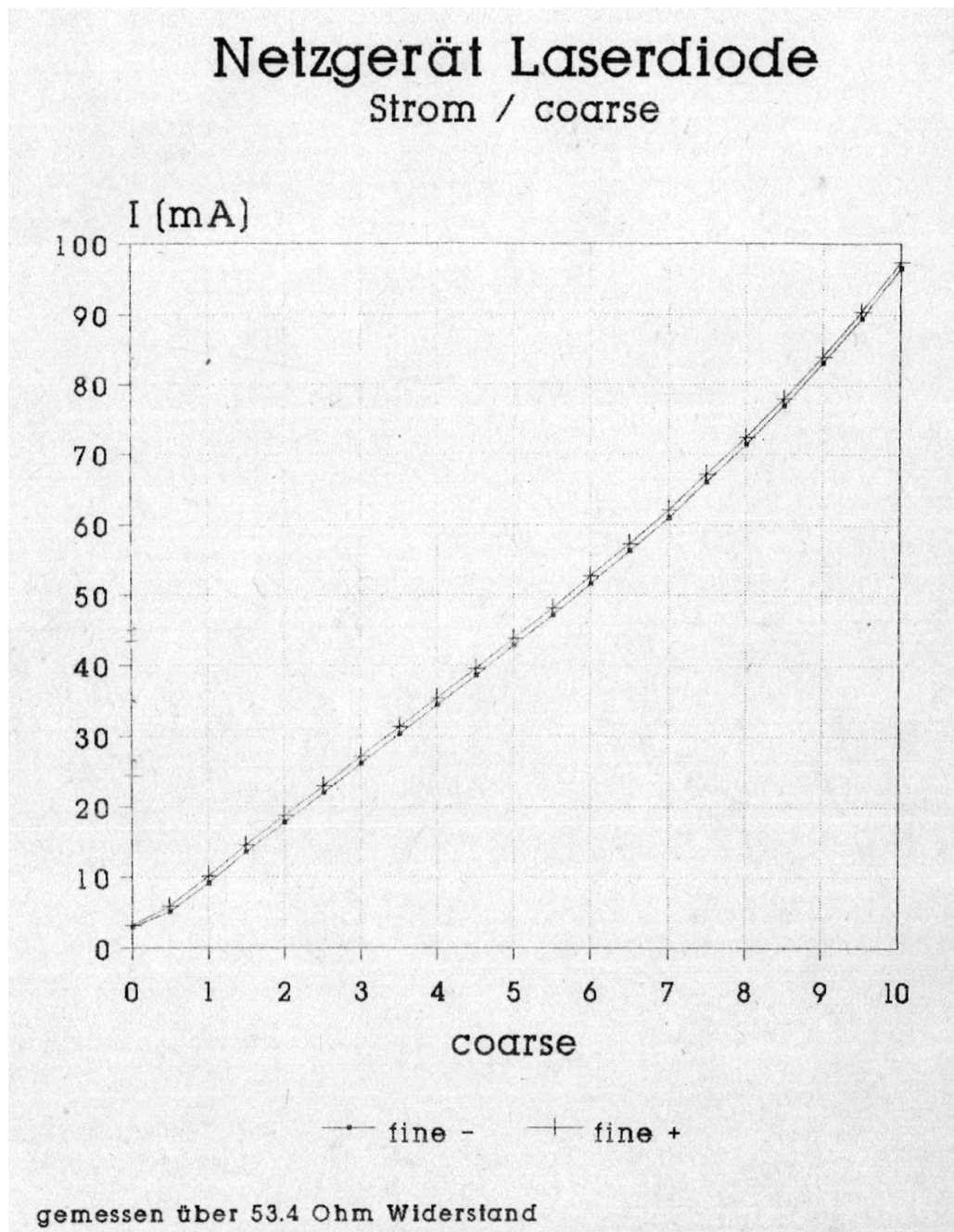
- [1] Wolfgang Demtröder. „Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper“. In: Hrsg. von Wolfgang Demtröder. Springer Spektrum, 2015. Kap. 7, 226 ff.

# Anhang



## .1 Netzteil-Kennlinie

Abbildung 6 zeigt die für die Berechnung der Laserschwelle in Abschnitt 2.4.1 verwendete Charakteristik des verwendeten Netzteils.



**Abbildung 6** Zusammenhang zwischen dem Coarse und der Stromstärke des Netzteils des Diodenlasers.

**Tabelle 2** Fitparameter des verwendeten fnffachen Gaußfits Gleichung (.5) zum fitten der Maxima des ch2 Signals des dopplerfreien Spektrums. Mit  $n$  sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.5 zur Berechnung der Linienbreite des verwendeten Lasers genutzt.

$n_{\text{fit}}$	$t_0$ [ms]	$V_0$ [mV]	$\sigma$ [mV]
1	-5,5875(09)	9,18(28)	-0,0365(13)
2	-2,8228(14)	6,32(27)	-0,0396(20)
3	-0,6269(07)	10,88(31)	0,0304(10)
4	0,9207(09)	10,34(27)	0,0409(12)
5	3,0375(13)	7,6593(24)	0,0489(18)

## **.2 Gaußfits und Fitparameter**

### **.2.1 Gaußfit zur Berechnung der Linienbreite des Diodenlasers**

Der zur Auswertung der Linienbreite des verwendeten Diodenlasers genutzter fnffacher Gaußfit des ch2-Signals des dopplerfreien Spektrums ist gegeben durch

$$f(t) = \sum_{n=1}^5 V_0 \cdot \exp[-(fract - t_0\sigma)]. \quad (.5)$$

Die erhaltenen Fitparameter sind in Tabelle 2 aufgefñhrt.

### **.2.2 Gaußfit zur Berechnung des Vielfachen des freien Spektralbereichs im dopplerverbreiterten**

Fr den zweiundzwanzigfachen Gaußfit des ch2-Signals vom dopplerverbreiterten Spektrum wurde die Formel

$$f(t) = \sum_{n=1}^2 2V_0 \cdot \exp[-(fract - t_0\sigma)] \quad (.6)$$

verwendet und die Fitparameter sind in Tabelle 4 aufgefñhrt.

### **.2.3 Gaußfit zur Berechnung des Abstandes der Transmissionsminima im dopplerverbreiterten Sp**

Fr den zweiundzwanzigfachen Gaußfit des ch2-Signals vom dopplerverbreiterten Spektrum wurde die Formel

$$f(t) = \sum_{n=1}^2 2V_0 \cdot \exp[-(fract - t_0\sigma)] \quad (.7)$$

verwendet und die Fitparameter sind in Tabelle 4 aufgefñhrt.

**Tabelle 3** Fitparameter des verwendeten zweiundzwanzigfachen Gaußfits Gleichung (.7) zum fitten der Maxima des ch2 Signals des dopplerverbreiterten Spektrums. Mit  $n$  sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.5 zur Berechnung des Frequenzabstandes zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand verwendet.

$n_{\text{fit}}$	$t_0$ [ms]	$V_0$ [mV]	$\sigma$ [mV]
1	-3,7043(08)	12,49(108)	-0,0082(08)
2	-3,1644(09)	9,89(101)	-0,0090(10)
3	-2,7978(10)	10,35(121)	0,0078(11)
4	-2,3645(10)	9,90(104)	0,0083(10)
5	-1,9057(10)	10,20(093)	0,0081(08)
6	-1,5614(04)	18,14(391)	0,0076(18)
7	-1,1199(04)	18,67(202)	0,0083(11)
8	-0,6989(06)	17,00(186)	0,0077(10)
9	-0,3602(08)	12,16(536)	0,0072(33)
10	0,0837(08)	13,62(093)	0,0077(06)
11	0,4949(19)	5,89(097)	-0,0072(16)
12	0,8357(10)	9,60(110)	0,0082(11)
13	1,2580(04)	17,42(258)	-0,0082(15)
14	1,6617(10)	9,42(116)	0,0086(13)
15	2,0037(12)	7,58(090)	0,0088(11)
16	2,4230(07)	15,65(101)	0,0075(06)
17	2,8549(10)	11,17(102)	0,0073(86)
18	3,1839(07)	17,20(093)	0,0074(05)
19	3,6420(08)	12,54(118)	0,0082(09)
20	4,0392(05)	12,47(275)	0,0081(22)
21	4,4037(82)	10,94(093)	0,0093(08)
22	4,8789(05)	12,11(267)	0,0081(22)

**Tabelle 4** Fitparameter des verwendeten zweifachen Gaußfits Gleichung (.7) zum fitten der Minima des ch1 Signals des dopplerverbreiterten Spektrums. Mit  $n$  sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.5 zur Berechnung des Frequenzabstandes zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand verwendet.

$n_{\text{fit}}$	$t_0$ [ms]	$V_0$ [mV]	$\sigma$ [mV]
1	-3,2192(73)	-30,32(085)	-0,321(1)
2	3,7280(47)	-43,44(092)	-0,271(7)