

向量(4)

向量组的秩

定义: 向量组 $\alpha_1, \dots, \alpha_s$ 的任一极大线性无关组中所含向量的个数, 称为向量组 $\alpha_1, \dots, \alpha_s$ 的秩, 记为 $r(\alpha_1, \dots, \alpha_s)$.

规定零向量组的秩为零.

由定义可知, $0 \leq r(\alpha_1, \dots, \alpha_s) \leq s$.

结论:

- ① 向量组的秩是唯一的, 等于极大线性无关组中向量的个数
- ② 向量组线性无关 $\Leftrightarrow r = s$
向量组线性相关 $\Leftrightarrow r < s$
- ③ 若向量组(I)可由向量组(II)线性表示, 则
 $r(I) \leq r(II)$
- ④ 等价的向量组的秩相等
- ⑤ 向量组的秩 \leq 向量的个数

向量组的秩 \leq 向量的维数

- ⑥ 若向量组的秩为 r , 则向量组中必有 r 个向量线性无关, 而任意多于 r 个向量都线性相关
- ⑦ 若向量组的秩为 r ($r > 0$), 则任意含 r 个向量的线性无关部分组都是向量组的极大线性无关组

三秩相等:

$$\text{行秩} = \text{列秩} = r(A)$$