UFES

Centro Tecnológico
Departamento de Engenharia Elétrica

Laboratório de Circuitos Elétricos I
ELE08475 – 2022/2

Experiência Nº 08

Medição de Impedância e Potência em Circuitos CA

1. OBJETIVOS

- Medição de impedância em circuitos CA;
- Realizar medidas de potência aparente e ativa em circuitos CA.

2. INTRODUÇÃO

2.1. Impedância

Define-se como impedância a razão entre o fasor tensão de um elemento de circuito e seu fasor de corrente. Assim, a impedância de um resistor é R, a impedância de um indutor é $j\omega L$ e a impedância de um capacitor é $1/j\omega C$. Em todos os casos, a impedância é medida em ohms. A parte imaginária da impedância é denominada reatância. Os valores de impedância e reatância para cada um dos componentes passivos são apresentados na Tabela 8.1.

Tabela 8.1 – Dados de impedância e reatância.

	Impedância	**Reatância**
Resistor	R	-
Indutor	$j\omega L$	ωL
Capacitor	$1/j\omega C$	$1/\omega C$

2.2. Reatância

Para determinar que a reatância indutiva é calculada como descrito na Tabela 8.1, basta aplicar ao circuito da figura 8.1(a) uma corrente alternada $i_L = I_m \sin(\omega t)$ (ver Figura 8.1(b)) e relembrar a relação de tensão no indutor com a variação de corrente e a indutância, ou seja, $v_L = L\frac{di_L}{dt}$. Após resolver as equações ($v_L = V_m \cos(\omega t) = V_m \sin(\omega t + 90°)$, com $V_m = \omega L I_m$), chegamos à conclusão que $X_L = \frac{V_m}{I_m} = \omega L$. A Figura 8.1(c) apresenta a relação de corrente e tensão alternadas para um

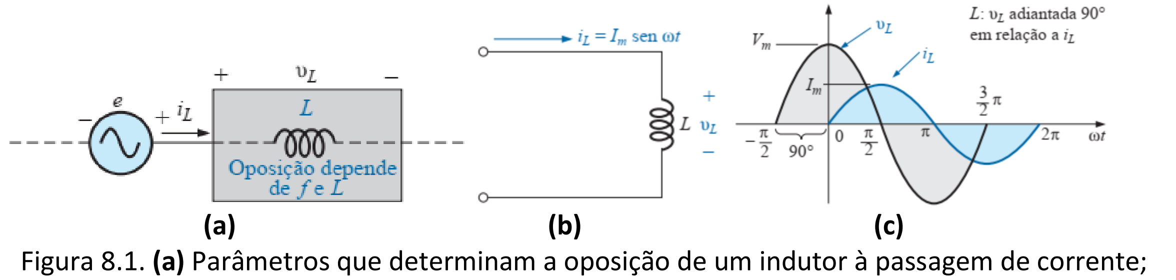

Figura 8.1. **(a)** Parâmetros que determinam a oposição de um indutor à passagem de corrente; **(b)** circuito para análise; **(c)** relação de v_L e i_L.

indutor. No caso, v_L está adiantada 90° em relação a i_L, ou i_L está atrasada 90° em relação a v_L. V_m e I_m são usados para determinar X_L. A reatância indutiva é uma oposição à corrente que resulta em uma troca contínua de energia entre a fonte e o campo magnético do indutor.

Para determinar que a reatância capacitiva é equivalente à expressão descrita na Tabela 8.1, basta aplicar ao circuito exibido na figura 8.2(a) uma tensão alternada $v_C = V_m \sin(\omega t)$ (ver Figura 8.2(b)), e relembrar a relação de corrente no capacitor com a variação de tensão e a capacitância, ou seja, $i_C = C\frac{dv_C}{dt}$. Após resolver as equações ($i_C = \omega V_m \cos(\omega t) = I_m \sin(\omega t + 90°)$, com $I_m = \omega C V_m$), chegamos à conclusão que $X_C = \frac{V_m}{I_m} = 1/\omega C$. A Figura 8.2(c) apresenta a relação de corrente e tensão alternadas para um capacitor. No caso, i_C está adiantada 90° em relação a v_C, ou v_C está atrasada 90° em relação a i_C. V_m e I_m são usados para determinar X_C. A reatância capacitiva é uma oposição à corrente que resulta em uma troca contínua de energia entre a fonte e o campo elétrico no capacitor.

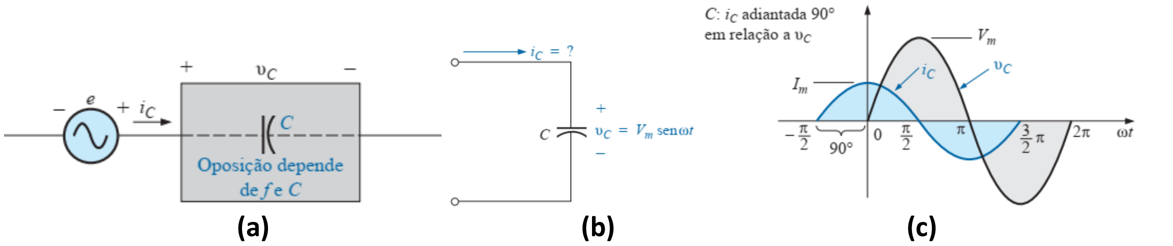

Figura 8.2. **(a)** Parâmetros que determinam a oposição de um capacitor à passgem de corrente; **(b)** circuito para análise; **(c)** relação de v_L e i_L.

2.3. O fasor

O fasor (vetor radial com módulo constante centrado na origem do plano cartesiano) permite realizar operações entre sinais (tensões ou correntes **senoidais da mesma frequência**) de forma muito mais simples, em comparação a somar algebricamente as ordenadas de dois sinais em cada ponto ao longo da abscissa.

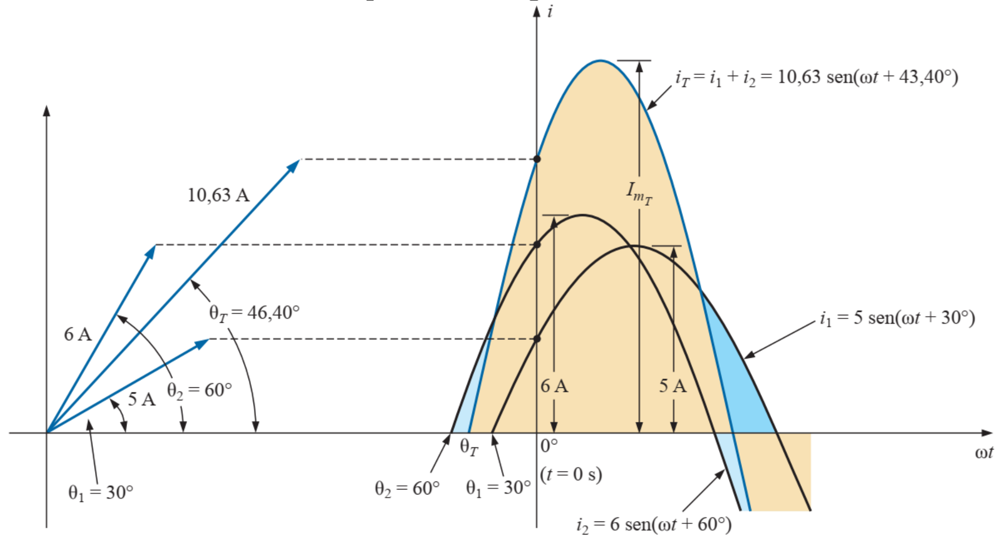

Figura 8.3. Representação de fasores (valor instantâneo dos vetores girantes em t = 0 s). Adição de duas correntes com fase diferente de 90°.

$$v = V_m \cos(\omega t + \theta) \rightarrow V_m \angle \pm \theta; \tag{8.1}$$

Representação na forma retangular; $\Re = V_m \cos\theta\,; \Im = V_m \sin\theta$ (8.2)

Representação na forma polar; $V_m = \sqrt{\Re^2 + \Im^2};\ \theta = \tan^{-1}\frac{\Im}{\Re}$ (8.3)

O diagrama que mostra os módulos e posições relativas dos fasores (diagrama de fasores), é um valor instantâneo dos vetores girantes em t = 0 s.

Procedimento para uso de fasores:

a) Converter do domínio do tempo para do domínio dos fasores (lembre-se dividir a amplitude por $\sqrt{2}$, para obter o "valor eficaz");
b) Representar os fasores em forma retangular e realizar as operações na forma de números complexos;
c) Converter o resultado em forma complexa para forma polar – fasor resultante;
d) Converter do domínio dos fasores para o domínio do tempo (lembre-se multiplicar a amplitude por $\sqrt{2}$, para obter os "valores de pico").

2.4. Impedância

Impedância do elemento resistivo: Ela é medida em ohms e indica quanto o elemento 'impede' a passagem de corrente no circuito

$$Z_R = R\angle 0^\circ \tag{8.4}$$

Impedância do indutor: É medida em ohms e indica quanto o indutor 'controla ou impede' a passagem de corrente no circuito

$$Z_L = j\omega L = jX_L = X_L \angle 90^\circ \tag{8.5}$$

Impedância do capacitor: É medida em ohms e indica quanto o capacitor 'controla ou impede' a passagem de corrente no circuito

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C} = X_C \angle -90^\circ \tag{8.6}$$

É importante entender que Z_R, Z_L, e Z_C não são uma grandeza fasorial, embora a notação seja semelhante à notação fasorial usada para correntes e tensões senoidais. O termo fasor é reservado a grandezas que variam no tempo, sendo R, L e C e o seu ângulo grandezas fixas.

2.5. Potência complexa

A potência fornecida a cada instante de tempo é definida por:

$$p = vi = V_m \sin(\omega t + \theta_v)\, I_m \sin(\omega t + \theta_i) \tag{8.7}$$

Se aplicamos a identidade trigonométrica $\sin A \sin B = \frac{\cos(A-B) - \cos(A+B)}{2}$ temos:

$$p = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\delta) - \frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) \tag{8.8}$$

Onde $\delta = \theta_v - \theta_i$ é o ângulo de fase entre v e i. O primeiro termo é a **Potência Ativa *(P)*** (potência média ou potência real) e retrata uma potência efetivamente entregue (ou absorvida). Como $\cos(-\delta) = \cos(\delta)$, o valor da potência média não depende do fato da tensão estar atrasada ou adiantada em relação à corrente.

O segundo termo da Equação 8.8 representa uma cossenoide de amplitude $\frac{V_m I_m}{2}$ e frequência duas vezes maior que a da tensão e a da corrente. O valor médio desse termo é zero e, portanto, ele não tem nenhuma influência no processo de dissipação de energia. Isto indica que nada é efetivamente entregue (ou absorvido). Em razão de possuir valor médio nulo, sua identificação é feita pelo seu valor de pico, dado por:

$$\boldsymbol{Q} = \frac{V_m I_m}{2}\sin(\delta) \tag{8.9}$$

Este termo recebe o nome de **Potência Reativa** e é representada normalmente pela letra Q. A potência reativa é muito importante, principalmente no estabelecimento de campos eletromagnéticos em máquinas elétricas (rotativas ou estacionárias) os quais são necessários para a operação adequada, bem como no estabelecimento de perfis de tensão na transmissão de energia elétrica.

A potência complexa é a soma complexa da potência ativa e da potência reativa, ou

$$S = \boldsymbol{P} + j\boldsymbol{Q} \tag{8.10}$$

Utiliza-se volts-ampères (VA) para potência complexa, watts (W) para potência ativa e volts-ampère reativo (VAr) para potência reativa.

O módulo da potência complexa é conhecido como **Potência Aparente**:

$$|\boldsymbol{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \boldsymbol{V_{rms}} * \boldsymbol{I_{rms}} \tag{8.11}$$

A relação entre a potência útil e a potência total é denominada **fator de potência**

$$\boldsymbol{Fp} = \frac{P}{|S|} = \frac{P}{V_{rms} * I_{rms}} = \cos(\delta) = \frac{R}{Z_T} \tag{8.12}$$

Se $\delta > 0$ ou $\delta < 0$, o valor do $\boldsymbol{Fp}$ é o mesmo. Para diferenciar estes casos utiliza-se o termo:

- **Adiantado**: quando a corrente está adiantada em relação à tensão

$$\delta = \theta_v - \theta_i < 0 \tag{8.13}$$

- **Atrasado**: quando a corrente está atrasada em relação à tensão

$$\delta = \theta_v - \theta_i > 0 \tag{8.14}$$

Quanto mais resistiva for a impedância total, mais próximo da unidade estará o fator de potência; quanto mais reativa é a impedância total mais o fator de potência se aproxima de zero.

Quando $\delta = 0$ (carga puramente resistiva) a corrente está em fase com a tensão, e neste caso o fator de potência é unitário, que é o caso ideal, quando não há nenhuma potência reativa. Note que quanto maior for a potência reativa é preciso aumentar a tensão ou a corrente para se obter a mesma potência ativa, o que é um problema.

No caso de uma carga puramente reativa (indutiva ou capacitiva), a diferença de fase entre v e i é 90° e $\boldsymbol{Fp} = \cos(90°) = 0$. Nesse caso, a potência entregue à carga é nula.

3. PROCEDIMENTO

Parte 1: para o circuito da Figura 8.4 calcule a tensão e corrente do circuito, e obtenha a sua impedância, reatância e resistência, e anote os valores nas Tabelas 8.2 e 8.3. Valores: $e = 10\cos(2\pi 600t)$; $R = 330\ \Omega/0{,}5\ W$; $C = 0{,}33\ \mu F$.

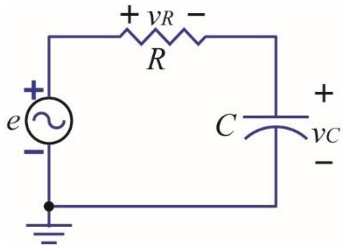

Figura 8.4. Circuito RC série.

Tabela 8.2 – Fasores de tensão e corrente do circuito RC série.

	Fonte	Resistor	Capacitor
V			
I			

Tabela 8.3 – Impedância, resistência e reatância do circuito RC série.

Impedância	Resistência	Reatância

Tabela 8.4 – Valor de potência calculado do circuito RC série.

Potência		
Aparente (VA)	**Ativa (W)**	**Reativa (VAr)**

Monte agora o circuito mostrado na Figura 8.4, ajustando o gerador de sinais para fornecer um sinal senoidal com 10 V de amplitude e 600 Hz de frequência. Meça, então, a tensão na fonte e a tensão no resistor. Anote na Tabela 8.5 os valores obtidos. Meça agora a defasagem entre a tensão no resistor e no capacitor, e também os anote na Tabela 8.5.

Tabela 8.5 – Valores obtidos na simulação do circuito RC série.

	Fonte	Resistor	Capacitor
Tensão			
Defasagem em relação R		-	

Parte 2: para o circuito da Figura 8.5 calcule as tensões e correntes do circuito, a potência ativa, reativa e aparente do circuito e anote os valores nas Tabelas 8.6 e 8.7.

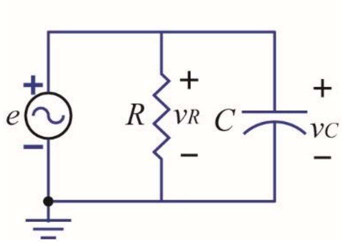

Figura 8.5. Circuito RC paralelo.

Tabela 8.6 – Fasores de tensão e corrente do circuito RC paralelo.

	Fonte	Resistor	Capacitor
V			
I			

Tabela 8.7 – Valor de potência calculado do circuito RC paralelo.

Potência		
Aparente (VA)	**Ativa (W)**	**Reativa (VAr)**

Agora, monte o circuito mostrado na Figura 8.5, ajustando o gerador de sinais para fornecer um sinal senoidal com 10 V de amplitude e 600 Hz de frequência. Meça, então, a tensão e corrente na fonte, no resistor e no capacitor, e anote-os na Tabela 8.8.

Tabela 8.8 – Fasores de tensão e corrente do circuito RC paralelo simulado.

	Fonte	Resistor	Capacitor
V			
I			

4. RESULTADOS E CONCLUSÕES

1) Para o circuito da Figura 8.4, determine a impedância, a tensão eficaz e a corrente eficaz para cada elemento, utilizando os dados da Tabela 8.5;
2) Com os dados da Tabela 8.5, desenhe o diagrama fasorial do circuito da Figura 8.4;
3) Para o circuito da Figura 8.4, analise criticamente os valores medidos e calculados no que diz respeito a valores eficazes de tensão e de corrente, e desfasamento entre tensão e corrente em cada elemento do circuito;
4) Com os dados V_{Fonte} e I_{Fonte} da Tabela 8.8, calcule a potência aparente do circuito da Figura 8.5;
5) Com dados de tensão e corrente no resistor e no capacitor da Tabela 8.8, determine as potências ativa e reativa do circuito da Figura 8.5;
6) Com dados calculados no item anterior, determine a potência aparente do circuito e o fator de potência;
7) Monte o triângulo das potências com os valores calculados no item 5 e 6;
8) Compare os valores de potência aparente encontrados nos itens 4 e 6;
9) Comente a interferência de componentes não resistivos (indutores e capacitores) na transferência de potência e corrente da fonte para o circuito.