

## Carga e Descarga em um Circuito RC

### 1 Relação Tensão-Corrente em um Capacitor

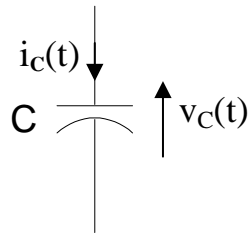


Figura 1: Tensão e corrente em um capacitor.

Podemos determinar a relação tensão-corrente em um capacitor a partir da relação entre carga, tensão e capacitância:

$$q(t) = Cv(t) \quad (1)$$

onde  $q$  é a carga nas placas do capacitor,  $C$  é a capacitância em Farad e  $v$  é a tensão, em Volts, nos terminais do capacitor.

Uma pequena variação  $\Delta v$  na tensão, causa uma pequena variação na carga e vice-versa, daí

$$\Delta q(t) = C\Delta v(t) \quad (2)$$

dividindo (2) por  $\Delta t$  temos

$$\frac{\Delta q(t)}{\Delta t} = C \frac{\Delta v(t)}{\Delta t}. \quad (3)$$

No limite quando  $\Delta t \rightarrow 0$

$$\frac{dq(t)}{dt} = C \frac{dv(t)}{dt}. \quad (4)$$

Como  $i(t) = \frac{\Delta q(t)}{\Delta t} = \frac{dq(t)}{dt}$ ,

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}. \quad (5)$$

ou na forma integral

$$v(t) = \frac{1}{C} \int i dt \quad (6)$$

## 2 Carga e Descarga em um Circuito RC série

Vamos analisar agora a carga e descarga em um circuito RC série, como o ilustrado na Figura 2.

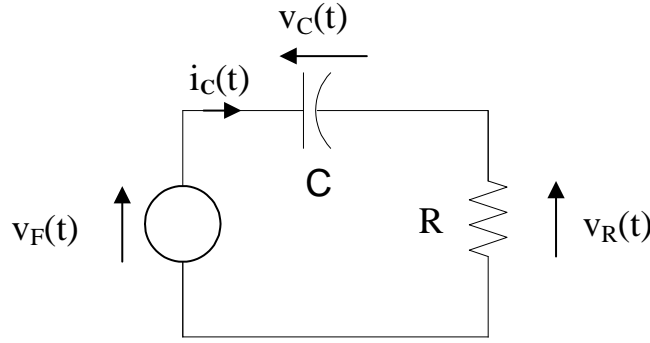


Figura 2: Circuito RC série.

Aplicando a lei de Kirchoff das tensões (LKT) no circuito da Figura 2, temos

$$v_F(t) = Ri_C(t) + v_C(t). \quad (7)$$

Da expressão (5)

$$v_F(t) = Ri_C(t) + v_C(t) = R\left(C\frac{dv_C(t)}{dt}\right) + v_C(t). \quad (8)$$

Deste modo,

$$\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{RC} = \frac{v_F(t)}{RC}. \quad (9)$$

A equação (9) é uma equação diferencial de primeira ordem que descreve o comportamento da tensão de um capacitor em um circuito RC série em função da tensão da fonte e dos parâmetros R e C.

Podemos considerar agora uma fonte de tensão degrau, como ilustrado na Figura 3.

Fazendo uma análise da equação (9), podemos determinar a tensão  $v_C(t)$ :

1. Para  $t < t_0$ ,  $v_C(t) = 0$  pois a fonte de tensão ainda não transferiu energia para o circuito;
2. Para  $t \rightarrow \infty$ ,  $v_C(t) = A$ , pois o capacitor estará carregado com a mesma tensão da fonte;

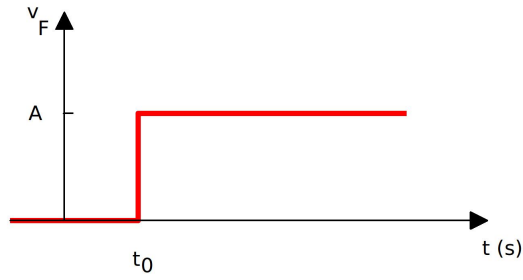


Figura 3: Fonte de tensão com excitação Degrau em  $t = t_0$ .

3. Para  $t > t_0$ , temos:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{RC} = \frac{A}{RC}. \quad (10)$$

A equação (10) é uma equação diferencial de primeira ordem cuja solução pode ser obtida através do método da substituição. Podemos supor uma solução e verificar se essa satisfaz à equação.

Nesse caso particular, a solução encontrada é [1]:

$$v_C(t) = A(1 - \exp^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}}), \quad (11)$$

onde  $\tau = RC$  é a constante de carga e descarga do capacitor em um circuito RC série.

A Figura 4 ilustra a tensão no capacitor para dois valores de  $\tau$ . A linha vermelha representa a tensão da fonte e as linhas azul e verde a tensão no capacitor.

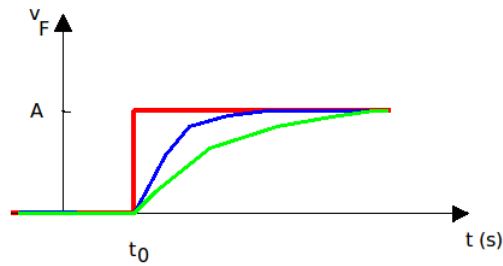


Figura 4: Tensão no capacitor em função do tempo considerando dois valores para  $\tau$ .

## Referências

- [1] J. W. Nilsson e S. A. Riedel, *Circuitos Elétricos* (LTC Editora, 2003).