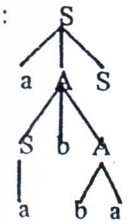
LINGUAGENS FORMAIS

ÁRVORES DE DERIVAÇÃO

Essas figuras chamadas árvores de derivação, impõe uma estrutura nas palavras de uma linguagem. Os vértices (nós) de uma árvore de derivação são rotulados com os símbolos terminais ou não terminais, da gramática ou possivelmente com ε.

Se um vértice (nó) interior **n** é rotulado pôr **A** e seus filhos são rotulados pôr $X_1, X_2, X_3, \dots X_K$. Então $A \rightarrow X_1\ X_2\ X_3 \dots X_K$ deve ser uma produção da gramática.

Ex:



Produções

S→aAS
A→SbA
S→a
A→ba

Formalmente

<u>*DEF*</u>: Seja $G=<V_N,V_T,P,S>$ uma glc. Uma árvore é uma **árvore de derivação** de G, se :

- Todo vértice (nó) é rotulado pôr um símbolo de $V_N \cup V_T \cup \{\varepsilon\}$;
- O nó da raiz é **S**;
- Se um nó é interior e seu rótulo é **A** então **A** deve pertencer a V_N.;
- Se o nó **n** tem rótulo **A** e seus filhos tem rótulos $X_1, X_2, X_3, \dots X_K$
  então
  $A \rightarrow X_1\ X_2\ X_3 \dots X_K$

é uma produção de P.

- Se o nó **n** tem rótulo ε então **n** é **folha** e é o único filho de seu pai

Uma árvore de derivação é uma descrição natural de uma forma sentencial particular da gramática G. Se lermos os rótulos das folhas da esquerda para a direita, teremos uma forma sentencial. Chamaremos este string de "o resultado" da árvore de derivação.

<u>*Teorema*</u>: α é o resultado de uma árvore de derivação se e somente se

$$S \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \alpha$$

RELAÇÕES ENTRE ÁRVORES DE DERIVAÇÕES E DERIVAÇÕES.

<u>*Teorema*</u>: Seja $G=<V_N,V_T,P.S>$ uma glc

$$S \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \alpha$$

se e somente se há uma árvore de derivação em G com resultado α.

<u>*Derivações mais a esquerda e mais a direita*</u>

<u>*DEF:*</u> Se a cada passo numa derivação, uma produção é aplicada à variável mais a esquerda(direita), a derivação é dita ser mais a esquerda(direita).

Ex: Seja G a gramática definida pôr:
G=<{S,A},{a,b},P,S>
P: 1- S→AA
2- A→AAA
3- A→bA
4- A→Ab
5- A→a

Considere as derivações abaixo:

1- S⇒AA⇒aA⇒aAAA⇒abAAA⇒abaAA⇒
⇒ababAA⇒ababaA⇒ababaa

2- S⇒AA⇒AAAA⇒aAAA⇒abAAA⇒abaAA
⇒ababAA⇒ababaA⇒ababaa

Note que (1) e (2) são ex. De derivações mais a esquerda de G enquanto que;

3- S⇒AA⇒Aa⇒AAAa⇒AAbAa⇒AAbaa⇒
⇒AbAbaa⇒Ababaa⇒ababaa

é ex. de uma derivação mais a direita.

- Se w está em L(G) para alguma glc G então w tem pelo menos uma árvore de derivação;

e, correspondendo a uma particular árvore de derivação, w tem uma única derivação mais a esquerda e uma única derivação mais a direita.

DEF: Uma glc,é dita ambigua se para alguma palavra gerada ela possuir duas derivações mais a esquerda distintas.

DEF: Uma llc é dita inerentemente ambígua se todas as possíveis gramáticas que a geram forem ambiguas.

<u>Teorema:-</u> Seja $G=<V_N,V_T,P,S>$, uma glc. Um string $w \in L(G)$ se e somente se há uma derivação mais a esquerda de w a partir de S.

<u>Exercícios:</u> Considerando as derivações abaixo determine o que se pede:

1. *Classifique caso seja possível as derivações abaixo:*
2. *Determine as árvores de derivações de cada uma das derivações dadas.*

a) S ⇒ AA ⇒ AAAA ⇒ AAAa
⇒ AAbAa ⇒ AA baa ⇒ AbAbaa
⇒ Ababaa ⇒ ababaa

b) S ⇒ AA ⇒ aA ⇒ aAAA ⇒ aAAa
⇒ abAAa ⇒ abAbAa ⇒ ababAa
⇒ ababaa