1º QUESTÃO:

i) $\forall x(ator(x) \rightarrow \exists y(diretor(y) \wedge indicado(x,y)))$

ii) $\exists x(atleta(x) \wedge \forall y(modalidade(y) \rightarrow competiu(x,y)))$

iii) $\forall x((filme(x) \wedge gosta(Paulo,x)) \rightarrow gosta(Gilda,x))$

$\sim \exists x((novela(x) \wedge gos(Gilda,x)) \wedge gosta(Paulo,x))$

Note que: $\sim \exists x((novela(x) \wedge gosta(Gilda,x)) \wedge gosta(Paulo,x))$

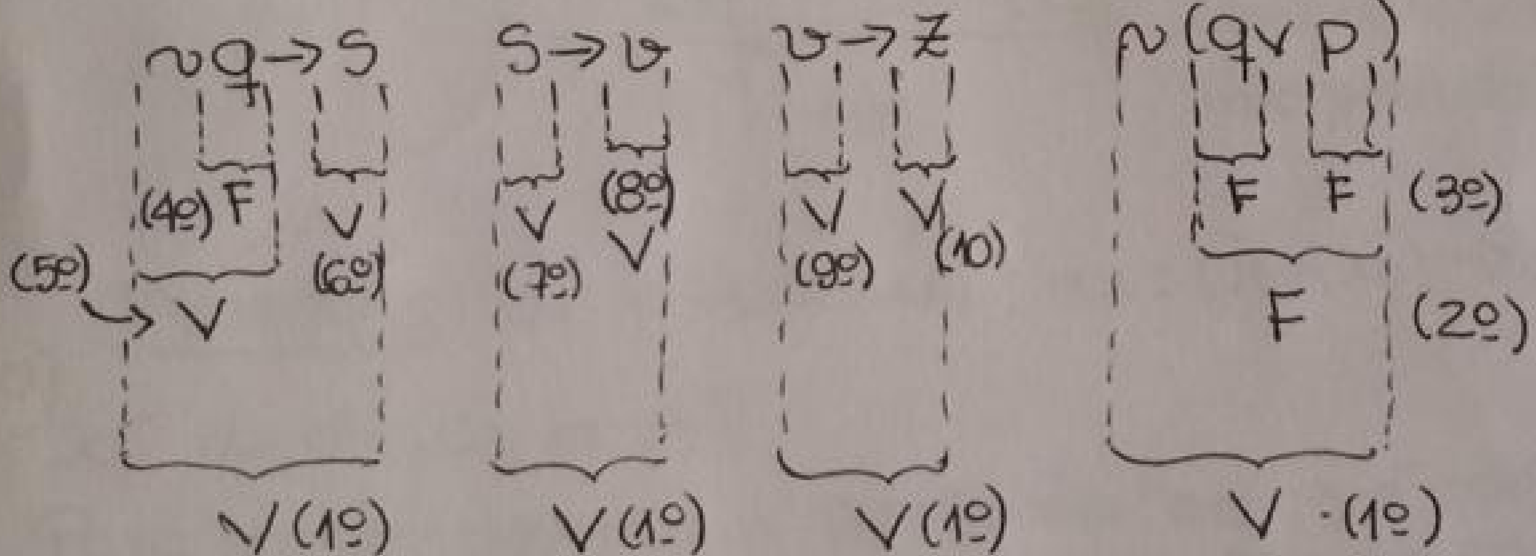
$\equiv$

$\forall x((novela(x) \wedge gosta(Gilda,x)) \rightarrow \sim gosta(Paulo,x))$

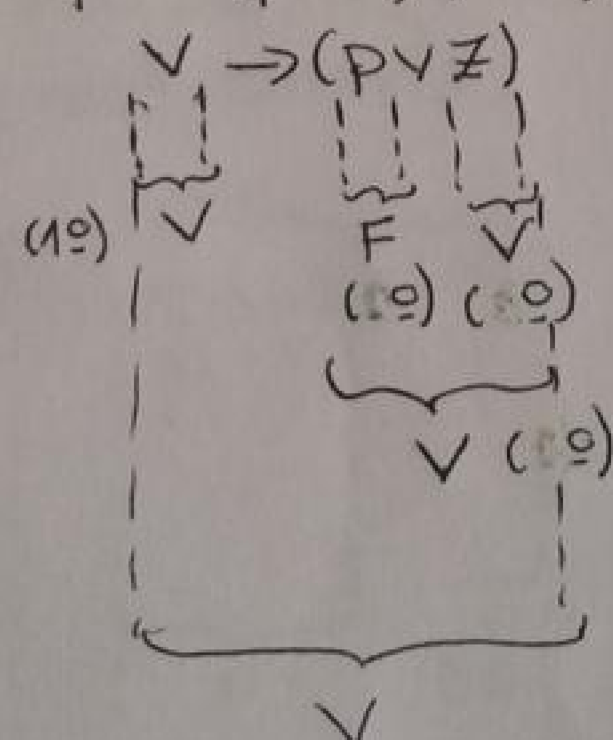
2º QUESTÃO:

a) sabendo-se que $\sim q \rightarrow s$; $s \rightarrow v$; $v \rightarrow z$ e $\sim(q \vee p)$ são simultaneamente V, daí $v \rightarrow (p \vee z)$ é .... ?

Esquematicamente:



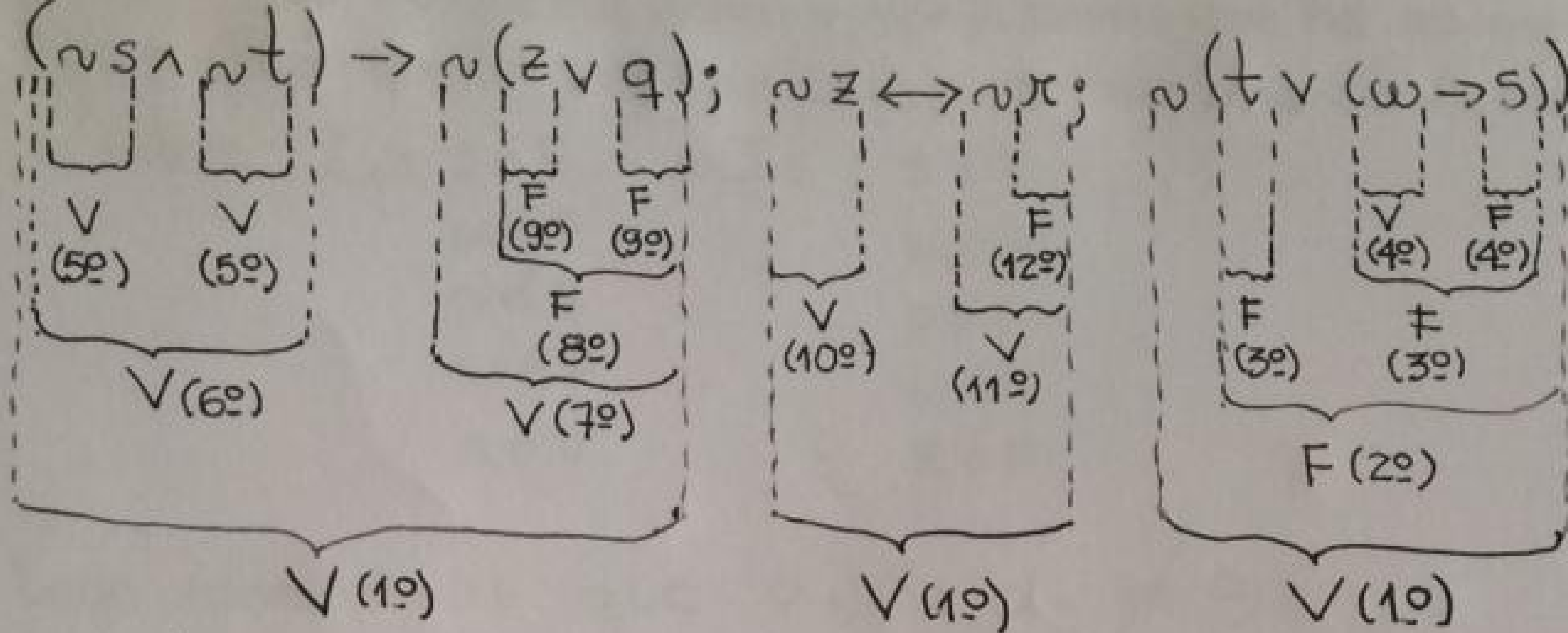
Assim temos que q é F; p é F; s é V; v é V; z é V; Logo



concluímos assim o enunciado $v \rightarrow (p \vee z)$ é V.

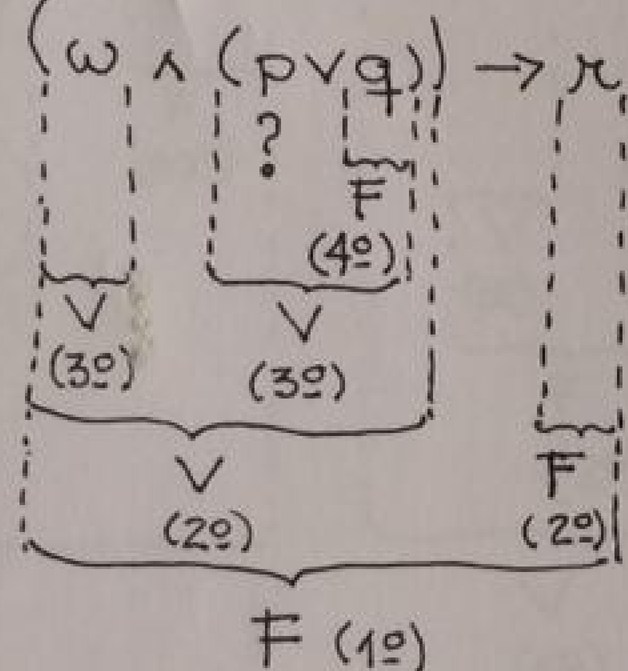
b) sabendo-se que $(\sim s \wedge \sim t) \rightarrow \sim(z \vee q)$; $\sim z \leftrightarrow \sim x$ e $\sim(t \vee (w \rightarrow s))$ são simultaneamente V, qual valor deve ser atribuído p de forma que $(w \wedge (p \vee q)) \rightarrow$ seja F?

solução 2b) (continuação)



Daí, tem-se que: t é F; w é V; s é F; z é F; r é F; q é F

Logo, para "(w ∧ (p ∨ q)) → r ser interpretado como F, temos:

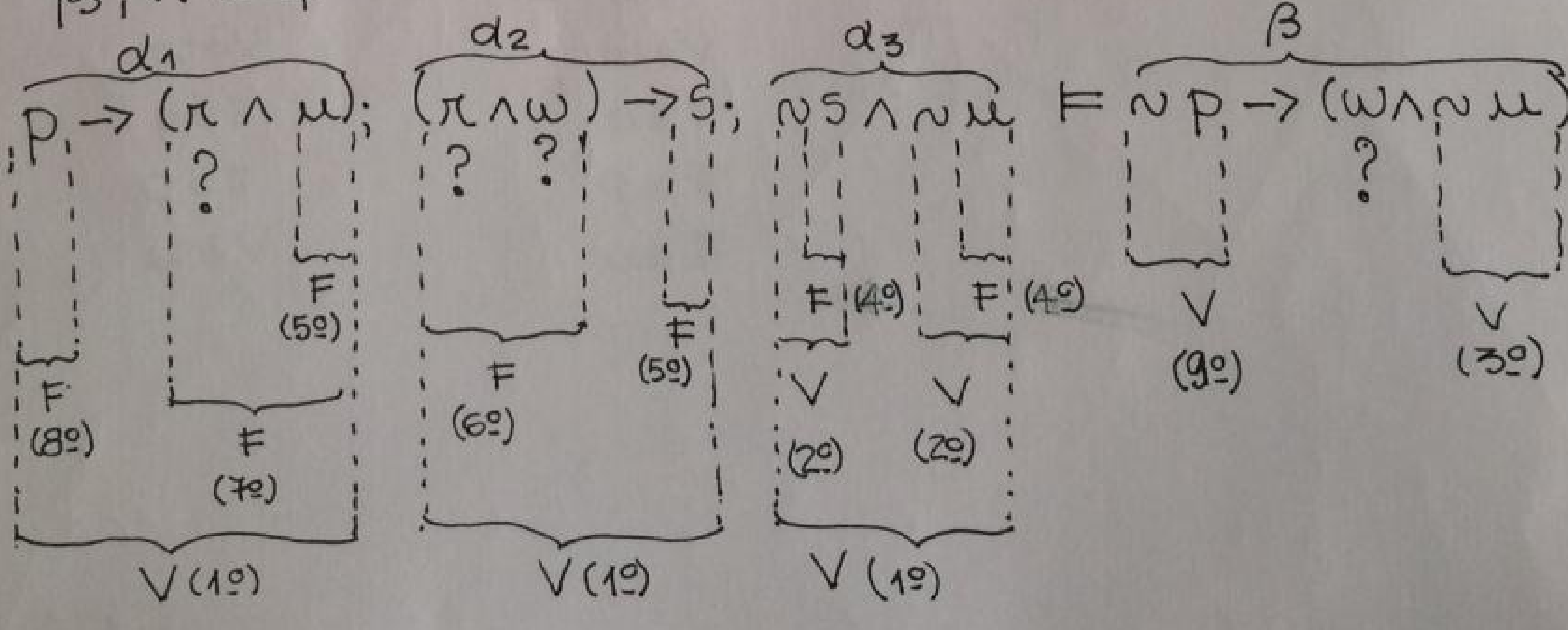


, Logo concluimos que "p" será interpretado como V.

<u>3ª QUESTÃO</u>: $\alpha_1: p \to (r \wedge u)$; $\alpha_2: (r \wedge u) \to s$; $\alpha_3: \sim p \to (w \wedge \sim u)$

a) Daí $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \models \beta$?

Para respondermos a pergunta "se β é consequência é lógica de α_1, α_2 e α_3, vamos verificar se cada interpretação I_i, que torna $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, simultaneamente V, torna também β, V. Esquematicamente:

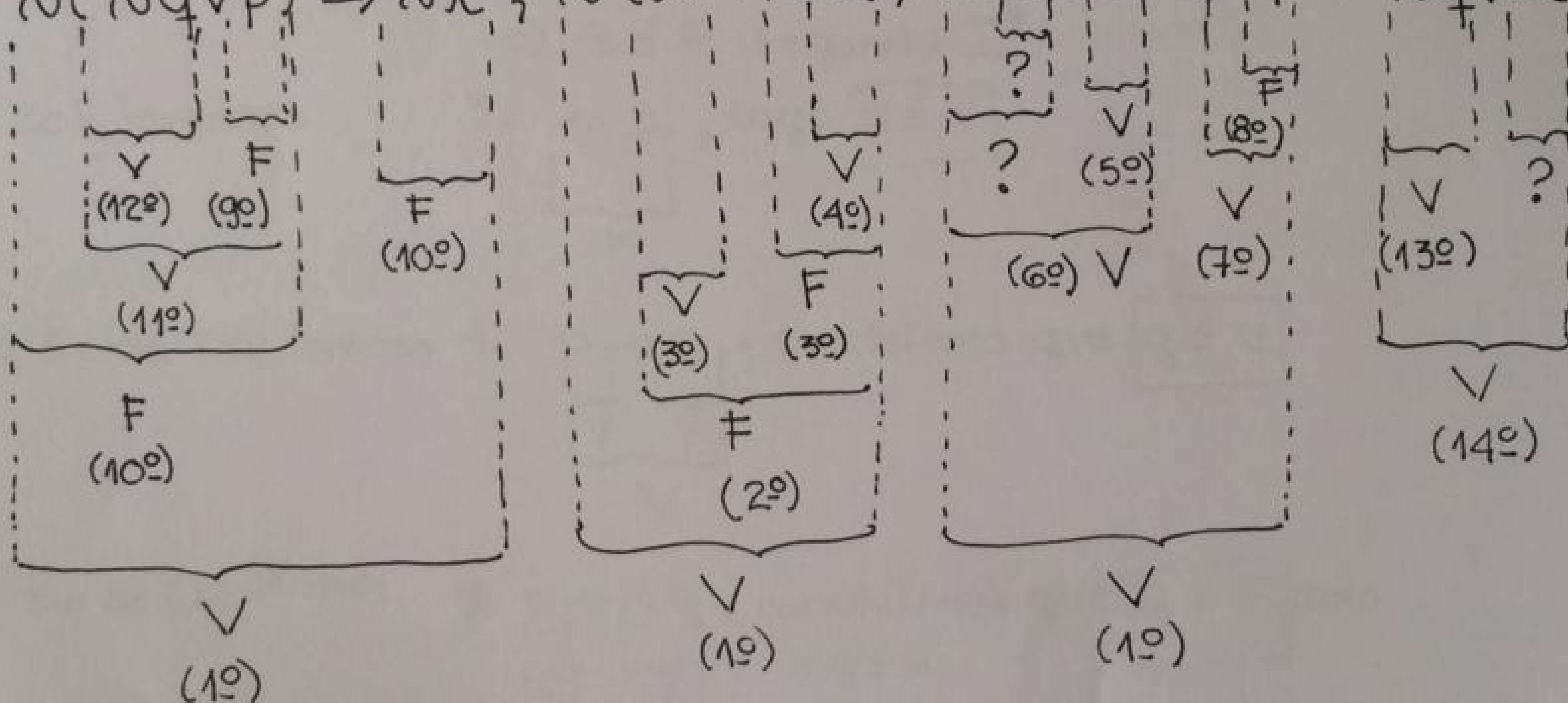


Observando o esquema anterior, verificamos que há ao menos uma interpretação que torna α_1, α_2 e α_3 simultaneamente V, mas β, F; a saber:

I_1:	s é F	e I_2:	s é F
	u é F		u é F
	p é F		p é F
	w é F		w é F
	r é V		r é F

Logo, concluimos que $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \not\models \beta$.

b) $\overbrace{\sim(\sim q \vee p) \rightarrow \sim r}^{\alpha_1}, \overbrace{\sim(r \rightarrow \sim w)}^{\alpha_2}, \overbrace{(\sim u \vee w) \rightarrow \sim p}^{\alpha_3} \models \overbrace{\sim q \vee u}^{\beta}$



Logo, concluimos que $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \models \beta$, pois toda interpretação que torna α_1, α_2 e α_3 simultaneamente V, torna também β, V; a saber:

I_1:	r é V	e I_2:	r é V
	w é V		w é V
	p é F		p é F
	q é F		q é F
	u é V		u é F

4ª QUESTÃO $(p \to q);(p \to \sim q) \vDash \sim p$ (demonstre)

Demonstraremos usando o método de prova conhecido como "prova por absurdo"; que consiste em refutarmos a informação dada acima, como se segue.

Esquematizando:

suponhamos que: 1- $\overbrace{(p \to q)}^{\alpha_1};\overbrace{(p \to \sim q)}^{\alpha_2} \nvDash \overbrace{\sim p}^{\beta}$

de 1 e definição, teremos 2- Há I^*, interpretação tal que:

a) α_1 é V segundo I^*

b) α_2 é V segundo I^*

c) β é F segundo I^*

de 2c), teremos 3- $\underbrace{\sim p}_{F}$, Logo $\boxed{p \text{ é } V}$

de 3 e de 2a), teremos 4- $\underbrace{\underset{V}{p} \to \underset{?}{q}}_{V}$; concluímos que $\boxed{q \text{ é } V}$

de 3 e de 2b), teremos 5- $\underbrace{\underset{V}{p} \to \underset{V}{\sim q}}_{V}$, concluímos que $\boxed{q \text{ é } F}$, pois $\sim q$ é V.

de 4 e 5, concluímos 6. $\boxed{q \text{ é } V \text{ e } q \text{ é } F}$ ← contradição!!!

de 1, 6, e prova por "absurdo", concluímos 7- $(p \to q);(p \to \sim q) \vDash \sim p$ (vale a negativa do que foi suposto)

OBS: . A contradição encontrada em 6., indica que uma afirmativa "estranha" foi acrescentada às verdades da teoria; o que significa que vale a negativa do que foi suposto inicialmente. Logo $\alpha_1, \alpha_2 \vDash \beta$

5º QUESTÃO:

a) $p \to ((p \vee q) \to (q \wedge r))$ é uma fórmula válida.

Falso; pois a fórmula dada acima é F, segundo a Interpretação dada abaixo:

I_1: p é V; daí
q é F
r é V

$$\underbrace{\underbrace{p}_{V} \to \underbrace{(\underbrace{(\underbrace{p}_{V} \vee \underbrace{q}_{F})}_{V} \to \underbrace{(\underbrace{q}_{F} \wedge \underbrace{r}_{V})}_{F})}_{F}}_{F}$$

b) A fórmula $\alpha: (p \to q) \to [(p \to \sim q) \to \sim p]$ é inválida e satisfatível.

F, pois α é válida e satisfatível.

(Justificativa)

Como provar que α é válida? Provaremos por absurdo.

suponhamos que α não é válida; ou seja, que há uma Interpretação específica, I^*, tal que α é F segundo I^*. Assim, teremos:

$$\underbrace{\underbrace{(\underbrace{p}_{V\,\text{(5º)}} \to \underbrace{q}_{V\,\text{(6º)}})}_{V\,\text{(2º)}} \to \underbrace{[\underbrace{(\underbrace{p}_{V\,\text{(5º)}} \to \underbrace{\sim \underbrace{q}_{V\,\text{(7º)}}}_{F\,\text{(8º)}})}_{V\,\text{(3º)}} \to \underbrace{\sim \underbrace{p}_{V\,\text{(4º)}}}_{F\,\text{(3º)}}]}_{F\,\text{(2º)}}}_{F\ (\text{segundo } I^*)\ \text{(1º)}}$$

, concluímos que "q" é V e F simultaneamente, o que é absurdo; mas isto ocorreu a partir do momento em que foi suposta a existência da interpretação I^*; ou seja não há uma Interpretação que torne α falsa.

5º QUESTÃO:

a) $p \to ((p \lor q) \to (q \land r))$ é uma fórmula válida.

Falso; pois a fórmula dada acima é F, segundo a Interpretação dada abaixo:

I_1: p é V; daí
q é F
r é V

$$\underbrace{\underbrace{p}_{V} \to \underbrace{(\underbrace{(\underbrace{p}_{V} \lor \underbrace{q}_{F})}_{V} \to \underbrace{(\underbrace{q}_{F} \land \underbrace{r}_{V})}_{F})}_{F}}_{F}$$

b) A fórmula $\alpha : (p \to q) \to [(p \to \sim q) \to \sim p]$ é inválida e satisfatível.

F, pois α é válida e satisfatível.

(Justificativa)

Como provar que α é válida? Provaremos por absurdo.
suponhamos que α não é válida; ou seja, que há uma Interpretação específica, I^*, tal que α é F segundo I^*. Assim, teremos:

$$\underbrace{\underbrace{(\underbrace{p}_{V\,(5º)} \to \underbrace{q}_{V\,(6º)})}_{V\,(2º)} \to \underbrace{[\underbrace{(\underbrace{p}_{V\,(5º)} \to \underbrace{\sim \overset{(8º)\,F}{q}}_{V\,(7º)})}_{V\,(3º)} \to \underbrace{\sim \underbrace{p}_{V\,(4º)}}_{F\,(3º)}]}_{F\,(2º)}}_{F\ (\text{segundo } I^*)\ (1º)}$$

, concluímos que "q" é, V e F simultaneamente, o que é absurdo; mas isto ocorreu a partir do momento em que foi suposta a existência da interpretação I^*; ou seja não há uma Interpretação que torne α falsa.

5º QUESTÃO:

a) $p \to ((p \lor q) \to (q \land r))$ é uma fórmula válida.

Falso; pois a fórmula dada acima é F, segundo a Interpretação dada abaixo:

I_1: p é V; daí
q é F
r é V

$$\underbrace{\underbrace{p}_{V} \to \underbrace{(\underbrace{(\underbrace{p}_{V} \lor \underbrace{q}_{F})}_{V} \to \underbrace{(\underbrace{q}_{F} \land \underbrace{r}_{V})}_{F})}_{F}}_{F}$$

b) A fórmula $\alpha : (p \to q) \to [(p \to \sim q) \to \sim p]$ é inválida e satisfatível.

F, pois α é válida e satisfatível.

(Justificativa)

Como provar que α é válida? Provaremos por absurdo.

Suponhamos que α não é válida; ou seja, que há uma Interpretação específica, I^*, tal que α é F segundo I^*. Assim, teremos:

$$\underbrace{\underbrace{(\underbrace{p}_{V\,\text{(5º)}} \to \underbrace{q}_{V\,\text{(6º)}})}_{V\,\text{(2º)}} \to \underbrace{[\underbrace{(\underbrace{p}_{V\,\text{(5º)}} \to \underbrace{\sim \underbrace{q}_{V\,\text{(7º)}}}_{F\,\text{(8º)}})}_{V\,\text{(3º)}} \to \underbrace{\sim \underbrace{p}_{V\,\text{(4º)}}}_{F\,\text{(3º)}}]}_{F\,\text{(2º)}}}_{F\text{ (segundo } I^*)\ \text{(1º)}}$$

, concluímos que "q" é, V e F simultaneamente, o que é absurdo; mas isto ocorreu a partir do momento em que foi suposta a existência da interpretação I^*; ou seja não há uma Interpretação que torne α falsa.