Gabarito da lista de exercícios sobre resolução de sistemas lineares

==========================

1.

Matriz ampliada

```
  10    -2     1     | 0
   5     2     5     | 4
  -1    -1     0     | 1
```

<u>1ª etapa:</u>

m21= 0.5
m31=-0.1

Após a 1ª etapa

```
  10     -2     1     | 0
   5     3.0    4.5   | 4
   0    -1.2    0.1   | 1
```

<u>2ª etapa</u>:

m32= -0.4

Após a 2ª etapa, tem se que o sistema equivalente é (a matriz triangularizada e o vetor b modificado)

```
   10.0   -2.0    1.0   | 0
    5.0    3.0    4.5   | 4
    0.0    0.0    1.9   | 2.6
```

Obs: a solucão deste sistema sem e com e sem pivoteamento será a mesma já que, neste caso, as linhas já estão em uma configuração tal que os multipilcadores ficam sempre |m|< =1, isto é, não há necessidade de pivoteamento.

===========================

2.

(a) x_{sol} =
137.5
-185.3

(b) vetor erro =
1.5909
-2.1545

Relativos
erro_rel_em_x1 = 0.011438
erro_rel_em_x2 = 0.011494

Erros relativos percentuais
Erro_p_x1 = 1.1438 %
Erro_P_x2 = 1.1494 %

(c) Há apenas erros de arredondamento já que a máquina não armazena todos os dígitos necessários nos valores envolvidos nas operações.

===========================

3. -- Matriz triangularizada ---

```
5.000    0.000    1.000    0.000 |    0.500
0.000    8.000    1.000    2.000 |   12.800
0.000    0.000    3.050    1.500 |   -1.000
0.000    0.000    0.000    2.459 |    8.361
```

x_{sol} =
0.5
1.0
-2.0
3.40

===========================

4. Inicialmente, faz se a troca da linha 1 com a linha 2

<u>1ª etapa:</u>

m21=2.65/5.3=0.5
m31=0

Após a 1ª etapa

$$\begin{array}{ccc|c} 5.3 & 0 & 2 & 12.3 \\ 0 & -2 & -1 & -0.85 \\ 0 & 0.09 & 0.09 & 0.09 \end{array}$$

Não há necessidade de troca antes de realizar a 2ª etapa, dado que a configuração para iniciar a 2ª etapa já é a melhor

<u>2ª etapa:</u>

m21=0.09/(-2)=-0.045   a33 = 0.09 - (-0.045)(-1) = 0.045
b3 = 0.09 - (-0.045)(-0.85) = 0.09-0.03825
na máquina => b3 = 0.09-0.0382=0.0518

Assim, a matriz triangularizada e o vetor b modificado, ou seja, o sistema equivalente é:

$$\begin{array}{ccc|c} 5.3 & 0 & 2 & 12.3 \\ 0 & -2 & -1 & -0.85 \\ 0 & 0 & 0.045 & 0.0518 \end{array}$$

x_{sol}=
1.88
-0.15
1.15

5.

Ver slides e livro texto

Métodos Iterativos

6.

(a) escrever a atualização para cada componente para este problema (tal como feito no exemplo resolvido nos slides e tal como no exercicio 7)

Por exemplo, para 1ª componente , por Gauss Jacobi, seria:

$$x_1^{(k+1)} = (2.8 + x_2^{(k)} - 0.5\, x^{(k)})/ 3$$

(b) G Jacobi

```
Vetor na iteracao 1,   x =
   0.93333   1.66667   0.69000
```

Vetor na iteracao 2, x =
1.3739 1.2811 1.2600

Vetor na iteracao 3, x =
1.1504 1.0177 1.1774

A solução exata neste caso é:
x = 1.1191 1.1111 1.1073

(c) Gauss Seidel

Vetor na iteracao 1, x =
0.93333 1.51111 1.21333

Vetor na iteracao 2, x =
1.2348 1.0564 1.0995

Vetor na iteracao 3, x =
1.1022 1.1165 1.1076

Obs: a solução exata, neste caso, é:
x = 1.1191 1.1111 1.1073

7

***(a)** Vetor na 1^a iteração*

X[0]: 0.30
X[1]: 1.50
X[2]: 1.00
X[3]: 1.00

Vetor na 2^a iteração

X[0]: 0.650
X[1]: 0.925
X[2]: 0.440
X[3]: 1.280

***(b)** Sim, a sequencia de vetores vai convergir para a solução do sistema pois a matriz A é diagonalmente dominante*
Neste caso, o processo iterativo corresponde ao sistema linear Ax=b, onde A é matriz abaixo:

$$\begin{matrix} \mathbf{10} & -1 & -1 & -1 \\ 1 & \mathbf{4} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \mathbf{5} & 1 \\ -1 & -1 & -1 & \mathbf{10} \end{matrix}$$

Para esta matriz, em cada linha, o elemento da diagonal (em módulo) é sempre maior que a soma dos elementos (em módulo) fora da diagonal.
Linha 1: 10 >|-1| + | -1| + | -1|
Linha 2: 4 > |1| + | 1| + | 1|
etc.

8

Sobre a configuração da matriz.

Primeiro, vê se que não é possível usar a equação 2 do sistema para calcular X_2 , já que A(2,2)=0. É preciso trocar as linhas.

A ordem interessante, que faz com que a convergência da sequência fique garantida (ou seja, torna a matriz diagonalmente dominante) é trocar a linha 1 com a linha 2.

```
 Vetor na iteracao 1,   x =
  -0.00000   0.80000   0.63429


 Vetor na iteracao 2,   x =
   0.012686   0.639526   0.634159

                       Como  Dif rel > 0.02  => Continuar!!

Vetor na iteracao 3,   x =
   0.012683   0.639558   0.634159
                       Como  Dif rel  < 0.02  => Parar
```

10. *Para um sistema dimensão n: O (n^2) operações*

11. *GaussJacobi.m, em anexo.*