Algoritmos Numéricos DI/CT/UFES
Lista de Exercícios - Raízes de funções

Nos exercícios a seguir, use um dos critérios de parada descritos abaixo:
Critério 1 : $|x_{k+1} - x_k| \leq tol$
Critério 2 : $|f(x_k)| \leq tol$
Critério 3 : $(b - a) \leq tol$, onde a e b são extremos de um intervalo gerado em uma iteração da bisseção.
Critério 4 : $DistRel = |x_{k+1} - x_k|/|x_{k+1}| \leq tol$
Critério 5 : Se $|b| = 0$ então $(b-a)/|a| \leq tol$ senão $(b-a)/|b| \leq tol$, onde a e b são os extremos de um intervalo gerado em uma iteração da bisseção.

1. Seja a função $f(x) = senx - x^2 + 1$.
   (a) Localize graficamente a(s) raízes de $f(x)$ indicando, em um par de eixos cartesianos, os intervalo(s) (de tamanho, no máximo, igual a 1) onde se encontra(m) a(s) raíz(es).
   (b) Obtenha uma das raízes de $f(x)$, com precisão $tol = 0.1$ pelo método da tangente, tomando como ponto inicial $x_0 = 0$. Use o critério 2 como critério de parada. Lembre-se que x é um valor em radianos.
   (c) Obtenha a maior raíz de $f(x)$, com precisão $tol = 10^{-15}$ pelo método da tangente. Use o critério 4 como critério de parada. Tome como ponto inicial (x_0) um valor escolhido dentro do intervalo localizado em (a). Lembre-se que x é um valor em radianos.

2. (a) Localize graficamente a(s) raízes de $g(x) = x^2 - 7$ indicando, em um par de eixos cartesianos, os intervalos (de tamanho, no máximo, igual a 1) onde se encontram as raízes.
   (b) Obtenha a raíz positiva de $g(x) = x^2 - 7$, com precisão $tol = 0.001$, pelo método da tangente, tomando como ponto inicial (x_0) o ponto médio do intervalo estabelecido em (a), que contenha a maior raíz. Adote o critério 4 como forma de parada do processo iterativo.
   (c) Represente graficamente o que foi feito nos dois primeiros passos de (b) explicando a ideia de como foram geradas as novas aproximaçãoes x_1 e x_2.
   (d) Obtenha a raíz positiva de $g(x) = x^2 - 7$, com precisão $tol = 0.01$, pelo método da secante tomando como valores iniciais os seguintes pontos: $x_0 = 2.5$ e $x_1 = 2.7$. Use o critério 2 como critério de parada. Faça no máximo 5 iterações, caso não atinja a precisão antes de 5 iterações.

3. Dada uma função $f(x)$ qualquer, definida e contínua em um intervalo $I = [a, b]$. Sabendo que neste intervalo existe uma raíz α de $f(x)$ responda: é sempre possível obter usando, unicamente, o método da tangente (Newton-Raphson) uma aproximção para esta raíz com com precisão $tol = 0.0001$? Justifique a sua resposta.

4. Quer-se obter uma aproximação para a raíz de $f(x) = 2x^2 - 2.5x - 8.25$ em $I = [2.0, 4.0]$. (a) Seria possível obter tal aproximação pelo método da bissecção? Justifique sua resposta sem gerar o processo iterativo, ou seja, sem calcular os novos intervalos. Se sim, faça duas iterações do método partindo

de $I = [2.0, 4.0]$. (b) Seria possível obter uma aproximação para a maior raiz, pelo método da bissecção, partindo de $I = [-1.0, 3.0]$? Justifique sua resposta sem gerar o processo iterativo.

(c) Seria possível obter uma aproximação para a raíz em $I = [2.0, 4.0]$ pelo método da tangente (Newton-Raphson), tomando $x_0 = 1.0$? E tomando $x_0 = 0.5$? Justifique as suas respostas sem gerar os x_k, ou seja, fazendo uma análise do comportamento da função.

5. Seja $f(x) = cos(\frac{\pi}{2}x)$. Sendo dados $x_0 = 0.3$, $x_1 = 0.6$ obtenha duas novas aproximações para raíz de $f(x)$ via método de secante (ou seja, gere x_2 e x_3). Represente graficamente o que foi feito no primeiro passo, explicando a ideia de como foi gerada a nova aproximação x_2.