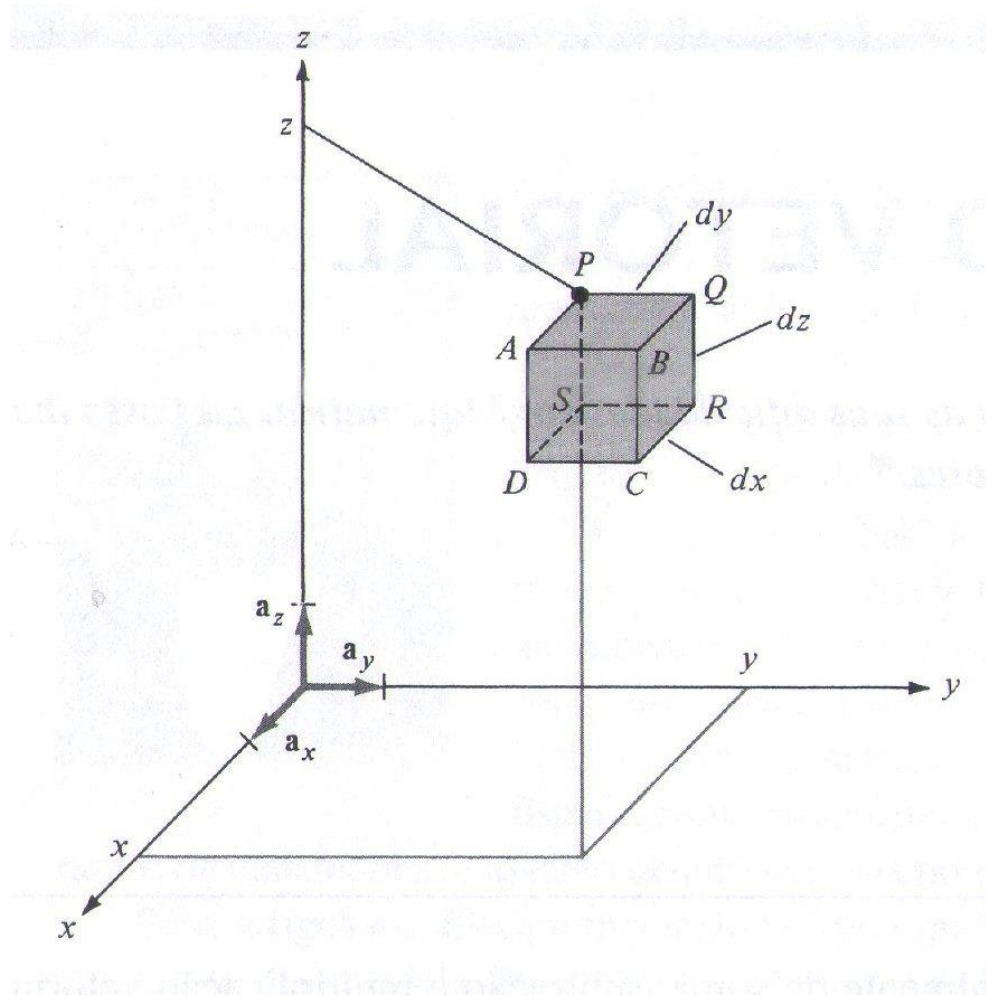
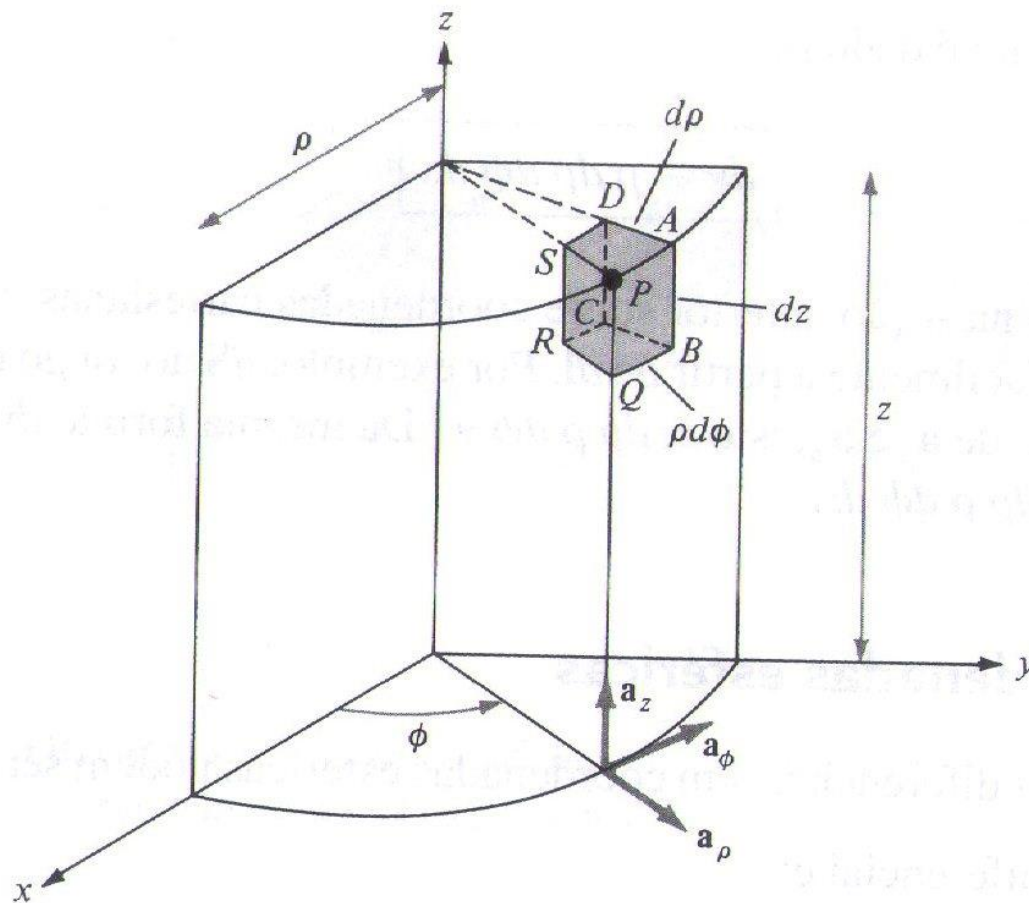


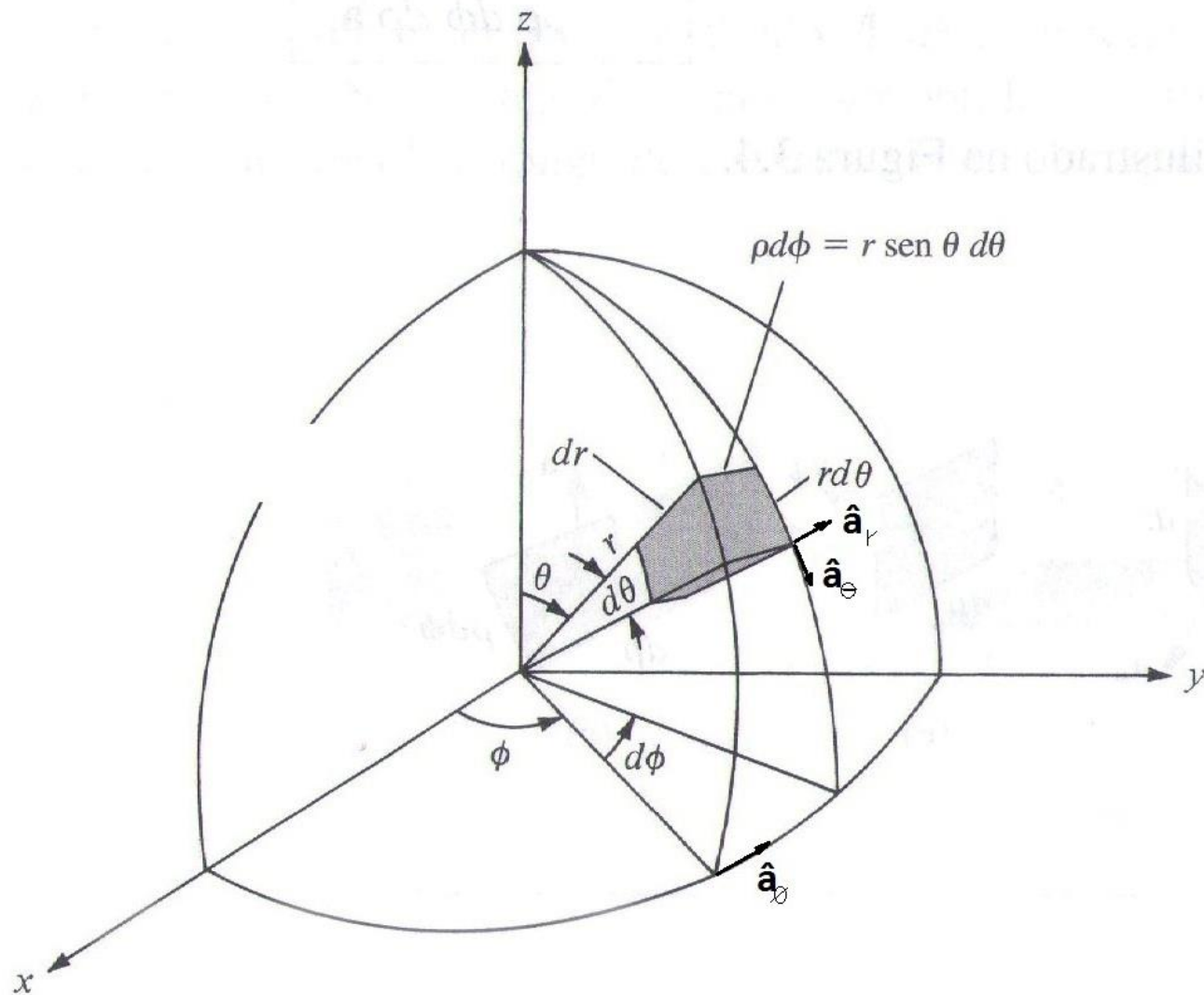
# Sistema de coordenadas: cartesiano



# Sistema de coordenadas: cilíndrico



# Sistema de coordenadas: esférico



# Irradiação de uma antena elementar

*Harrington, Time-harmonic electromagnetic fields, McGraw-Hill, 1961*

Equações de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = -j\omega\epsilon\vec{E} + \vec{J} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \rightarrow \vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (3)$$

De (1):

$$\nabla \times (\vec{E} + j\omega\mu\vec{A}) = 0 \rightarrow \vec{E} + j\omega\mu\vec{A} = -\nabla\phi \quad (4)$$

$\vec{A}$  vetor potencial magnético

$\phi$  potencial elétrico escalar

# Irradiação de uma antena elementar

De (3) e (4) em (2)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} - k^2 \vec{A} = \vec{J} - j\omega\epsilon \nabla \phi$$

onde  $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} - k^2 \vec{A} = \vec{J} - j\omega\epsilon \nabla \phi$$

Escolhendo  $\nabla \cdot \vec{A} = -j\omega\epsilon \phi$

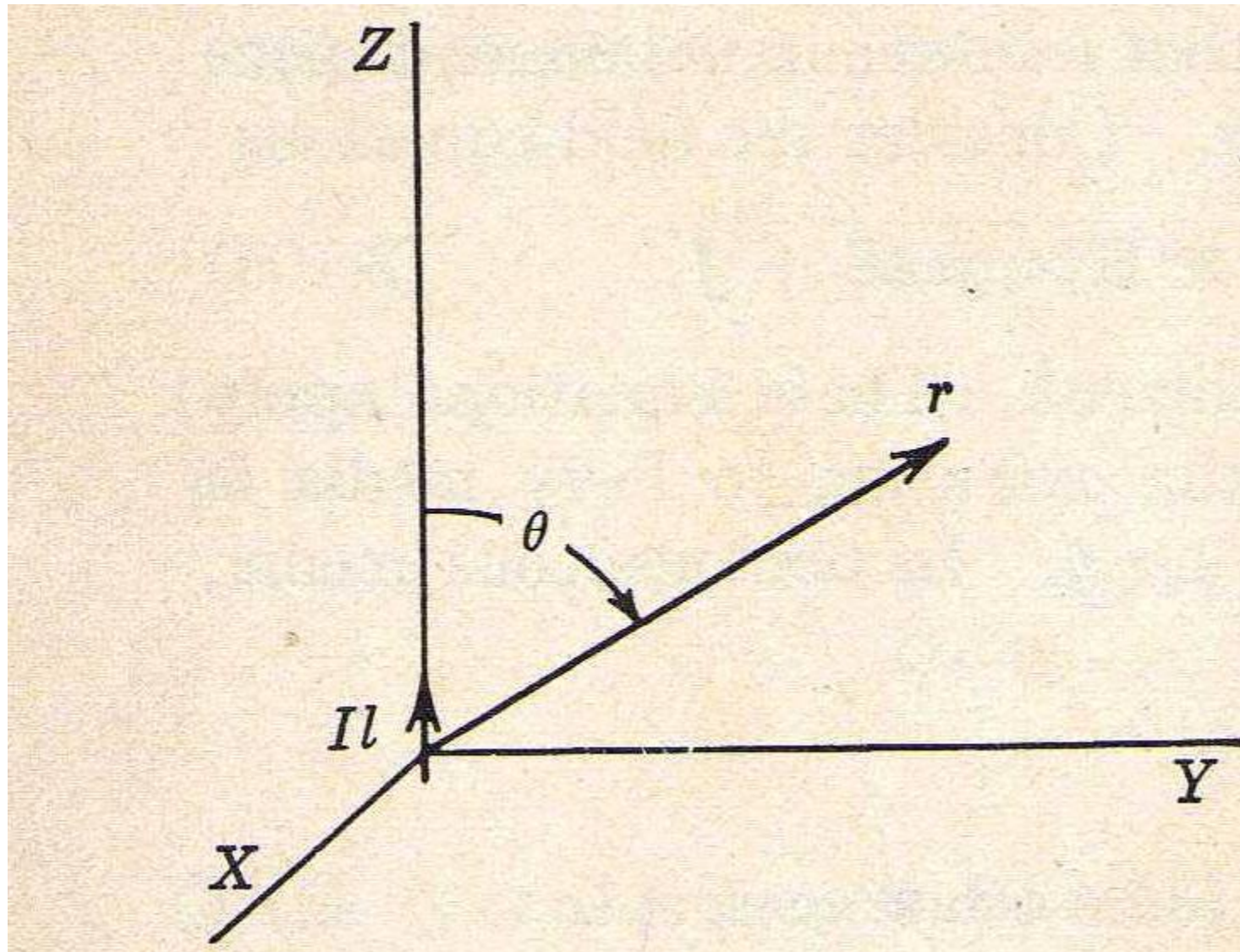
$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\vec{J} \quad \text{equação de Helmholtz}$$

Solução:

$$\vec{E} = -j\omega\mu\vec{A} + \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) \quad (5)$$

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (6)$$

## Irradiação de um elemento de corrente



# Irradiação de uma antena elementar

Para o elemento de corrente  $I\ell$  localizado na origem e na direção  $\hat{a}_z$

$$\nabla^2 A_z + k^2 A_z = 0 \text{ com } A_z = A_z(r)$$

$$\vec{J}=0 \text{ (meio livre)}$$

Neste caso a equação se torna

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dA_z}{dr} \right) + k^2 A_z = 0$$

$$\text{Solução: } A_z = \frac{I\ell}{4\pi r} e^{-jkr}$$

Os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  vêm de (5) e (6)

## Irradiação de um elemento de corrente

$$E_r = \frac{Il}{2\pi} e^{-jkr} \left( \frac{\eta}{r^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r^3} \right) \cos\theta$$

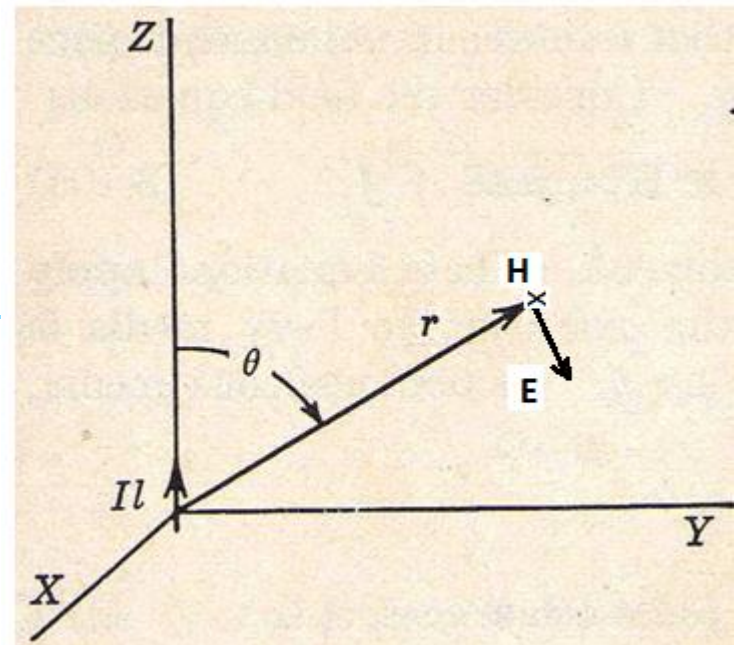
$$E_\theta = \frac{Il}{4\pi} e^{-jkr} \left( \frac{j\omega\mu}{r} + \frac{\eta}{r^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r^3} \right) \sin\theta$$

$$H_\phi = \frac{Il}{4\pi} e^{-jkr} \left( \frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin\theta$$

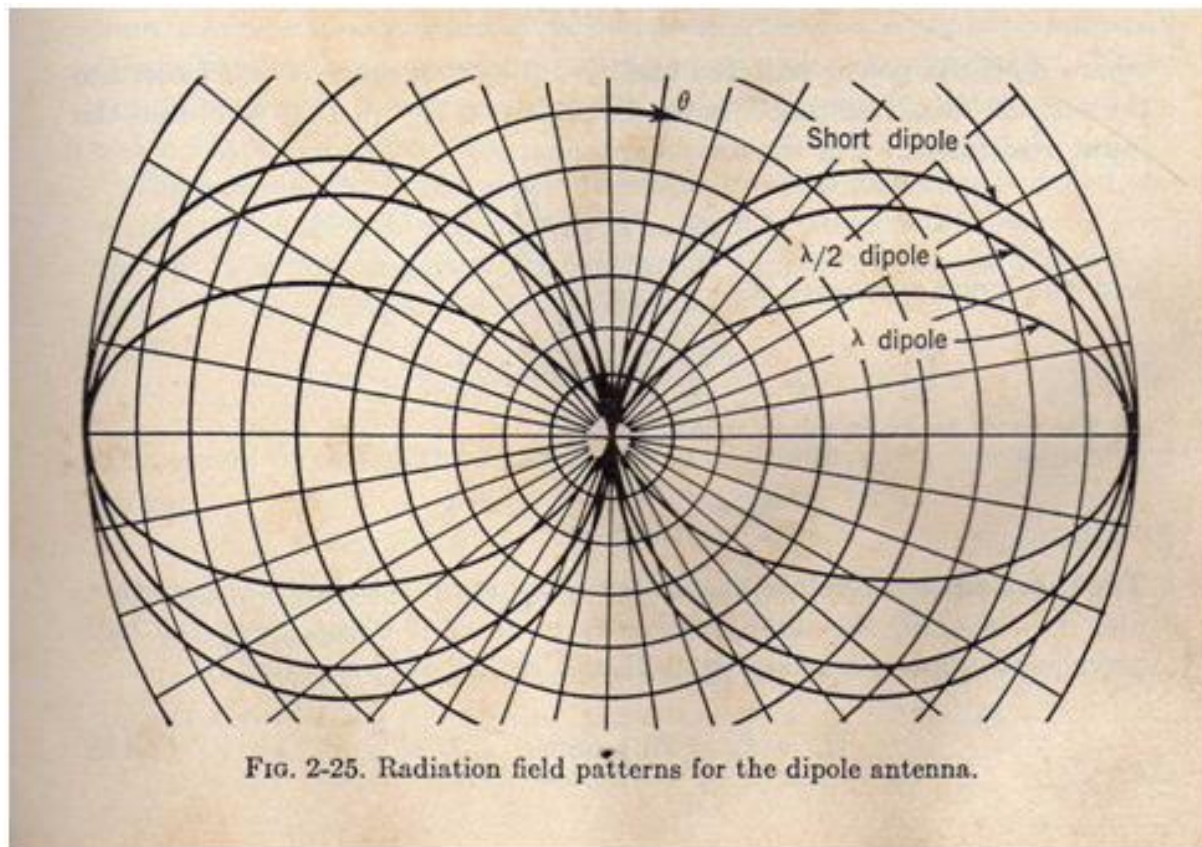


## Irradiação de um elemento de corrente

$$\left. \begin{aligned} E_{\theta} &= \eta \frac{jIl}{2\lambda r} e^{-jkr} \sin\theta \\ H_{\phi} &= \frac{jIl}{2\lambda r} e^{-jkr} \sin\theta \end{aligned} \right\} r \gg \lambda$$



# Irradiação de um dipolo



Far-field (Fraunhofer)  
region

Radiating near-field (Fresnel) region

Reactive near-field  
region

$D$

$R_1$

$R_2$

$$R_1 = 0.62 \sqrt{D^3 / \lambda}$$

$$R_2 = 2D^2 / \lambda$$

Field regions of an antenna.

