

# Laboratório de Controle - Aula 3 - 2022/1

## Introdução ao Matlab e Simulink para simulação de sistemas dinâmicos

**Nome: Dionatas Santos Brito**

**Objetivo desta aula: fazer simulações de um sistema de dois tanques acoplados usando modelos lineares, não lineares e discretos**

**IMPORTANTE: usar Run Section para fazer as atividades e Run para gerar o relatório final a ser entregue.**

**Assista o [video](#) sobre esta aula.**

```
turma=3;  
I=1;  
[h10,h20,q,a1,a2]=init(turma,I)
```

```
h10 = 60  
h20 = 40  
q = 60  
a1 = 2.9146  
a2 = 3.5696
```

```
Ar=pi*12.5^2;  
datetime('now')
```

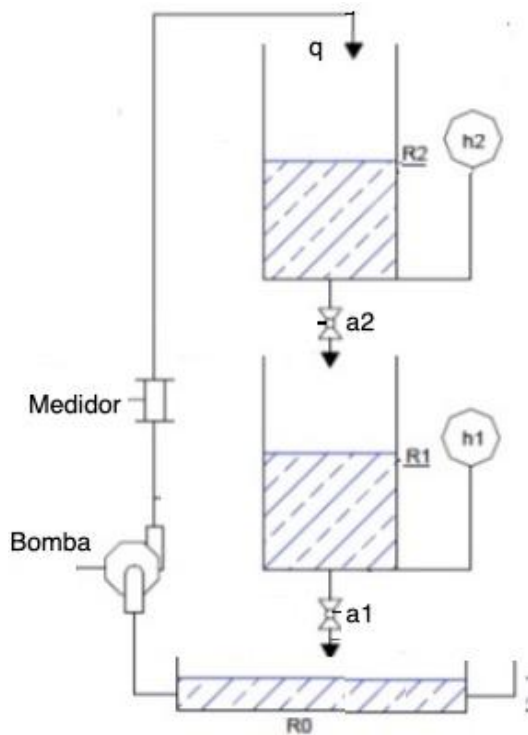
```
ans = datetime  
26-May-2022 23:25:06
```

```
pwd
```

```
ans =  
'C:\Users\diona\OneDrive\Área de Trabalho\ufes\Laboratorio de Controle Automático\Aula3'
```

```
tic
```

**Sistema de dois tanques acoplados**



A bomba produz uma vazão  $q$  no reservatório superior R2, que desce para R1 através da válvula manual  $a_2$ . A água de R1 escoar para R0 através da válvula manual  $a_1$ .

Equações que regem seu comportamento:

$$\frac{dh_1}{dt} = -\frac{a_1}{A} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_2}{A} \sqrt{2gh_2}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = -\frac{a_2}{A} \sqrt{2gh_2} + \frac{100}{6A} q$$

Vazão  $q$  em  $l/min$

Nível em  $cm$

Gravidade  $g = 981 \frac{cm}{s^2}$

Área dos tanques  $A = \pi 12.5^2 cm^2$

Ponto de operação do sistema:

Os dois níveis se estabilizam quando a vazão que passa por  $a_1$  é igual a que passa por  $a_2$ , sendo iguais a  $q$ . Os níveis  $h_1$  e  $h_2$  dependem dos valores de  $a_1$  e  $a_2$ , respectivamente. Para obter o ponto de operação, basta fazer as derivadas iguais a zero.

O ponto de operação é definido pela vazão  $q$  e pelos níveis  $h_1$  e  $h_2$ , que por sua vez depende das aberturas  $a_1$  e  $a_2$ , respectivamente.

### Linearização:

Definindo:

$$u = q - q_0$$

$$x = h - h_0$$

$\dot{x} = \dot{h}$  (para o sistema não linear tem-se  $h$  para representar o nível e para o sistema linear tem-se  $x$ ).

e usando a expansão em séries de Taylor na parte não linear da equação de nível:

$$\frac{df(x, q)}{dx} = \frac{a_1 \sqrt{2g}}{2 \sqrt{x_0}} = a_1 \sqrt{g/2x_0}$$

resultam as equações de  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  linearizadas em torno de  $x_{10}, x_{20}, q_0$ :

$$A \frac{dx_2}{dt} = \frac{100}{6} q - a_2 \sqrt{\frac{g}{2x_{20}}} x_2$$

$$A \frac{dx_1}{dt} = -a_1 \sqrt{\frac{g}{2x_{10}}} x_1 + a_2 \sqrt{\frac{g}{2x_{20}}} x_2$$

Destas equações pode-se obter o modelo em variáveis de estado

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

e o modelo por função de transferência

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = C(sI - A)^{-1}B$$

### **Atividade 1: Simulação do sistema não linear**

*1.1 Simular o modelo não linear no Matlab para o ponto de operação definido, e identificar seu ponto de operação, comentando o comportamento das curvas 3 e seus valores. Observe que a função "nivel\_2tanques" contém exatamente as equações do modelo não linear.*

```
function dh = nivel_2tanques(t,h,a1,a2,q)
```

```
g=981;
```

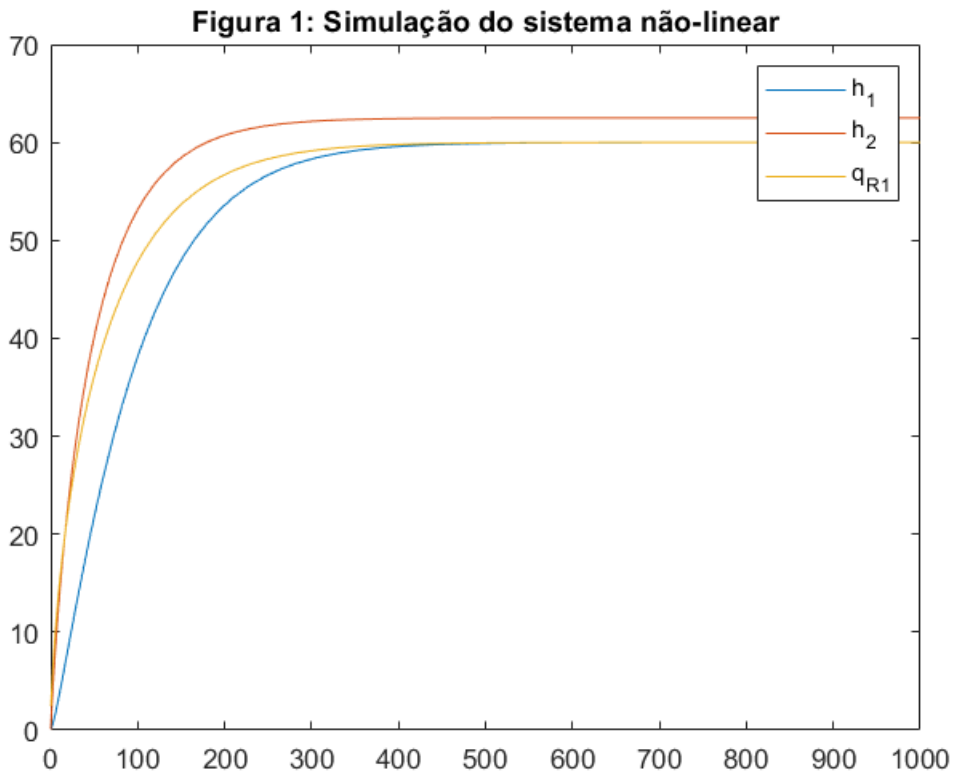
```
A=pi*12.5^2;
```

```
dh1=-(a1/A)*sqrt(2*g*h(1))+(a2/A)*sqrt(2*g*h(2));
```

```
dh2=-(a2/A)*sqrt(2*g*h(2))+(100/6)*q/A;
```

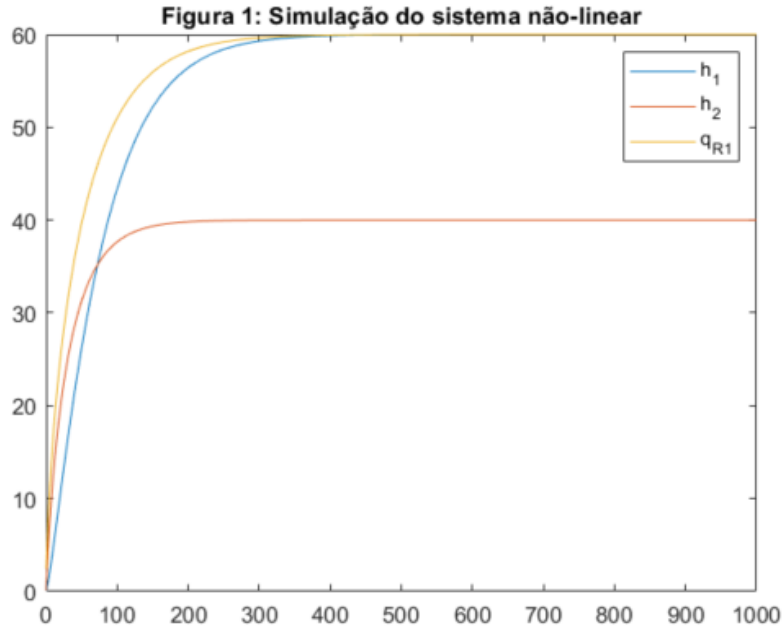
$dh=[dh1;dh2];$

```
[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques(t,y,a1,a2*0.8,q), [0 1000], [0.1;0.1]);  
%[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques(t,y,a1,a2,q), [0 1000], [0.1;0.1]);  
qr1=(6/100)*a1*sqrt(2*981*h(:,1));  
figure;  
plot(t,h,t,qr1);legend('h_1','h_2','q_{R1}');title('Figura 1: Simulação do sistema não-linear');
```



Resposta:

```
[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques(t,y,a1,a2,q), [0 1000], [0.1;0.1]);
qr1=(6/100)*a1*sqrt(2*981*h(:,1));
figure;
plot(t,h,t,qr1);legend('h_1','h_2','q_{R1}');title('Figura 1: Simulação do sistema não-linear');
```



Curva  $h_1$ : Aproximadamente 60.

Curva  $h_2$ : Aproximadamente 40.

Curva  $q$ : Aproximadamente 60.

**Ponto de operação:** Seria em torno do 60.

Os dois níveis " $h_1$ " e " $h_2$ " não se estabilizaram nessa simulação.

O nível da curva do  $h_1$  se tornou igual a " $q$ ", entretanto o nível de " $h_2$ " não atingiu o mesmo valor que nível de " $h_1$ ".

O ponto de operação do sistema seria em torno do 60, se o nível de  $h_2$  fosse o mesmo valor que os níveis de  $h_1$  e  $q$ .

1.2 Mostre ao professor o resultado da simulação e obtenha com ele a simulação que deve ser feita neste item, explicando abaixo o que foi pedido e o resultado da análise.

Resposta:

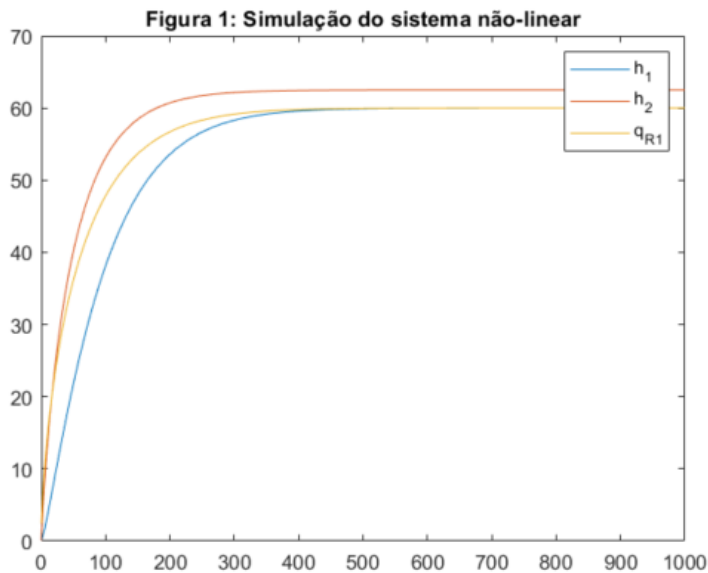
Não foi possível obter com o professor a simulação desejada, pois ele estava em uma audiência.

Foi pedido para multiplicar o  $a_2$  por 0.8 (em apenas uma linha):

```
t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques(t,y,a1,a2*0.8,q), [0 1000], [0.1;0.1]);
```

A modificação do  $a_2$  gerou a seguinte simulação:

```
[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques(t,y,a1,a2*0.8,q), [0 1000], [0.1;0.1]);  
%[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques(t,y,a1,a2,q), [0 1000], [0.1;0.1]);  
qr1=(6/100)*a1*sqrt(2*981*h(:,1));  
figure;  
plot(t,h,t,qr1);legend('h_1','h_2','q_{R1}');title('Figura 1: Simulação do sistema não-linear');
```



Como o ponto de operação é definido pela vazão  $q$  e pelos níveis  $h_1$  e  $h_2$ , que por sua vez depende das aberturas  $a_1$  e  $a_2$ , ao multiplicar por 0,8 alterando o valor da abertura de " $a_2$ ", o nível de  $h_2$  aumentou, se tornando mais próximo do valor **que seria o ponto de operação**

1.3 Refazer a simulação começando do ponto de operação e aumentando ou diminuindo um pouco a vazão  $q$ , variando  $dq$ , comentando o efeito sobre as curvas e seus valores.

Resposta:

Efeito do aumento no reservatório superior  $h_2$ , foi variado o  $dq$  cinco vezes, partindo de 5 até 25, de 5 em 5

Figura 2: Simulação do sistema não-linear variando a vazão

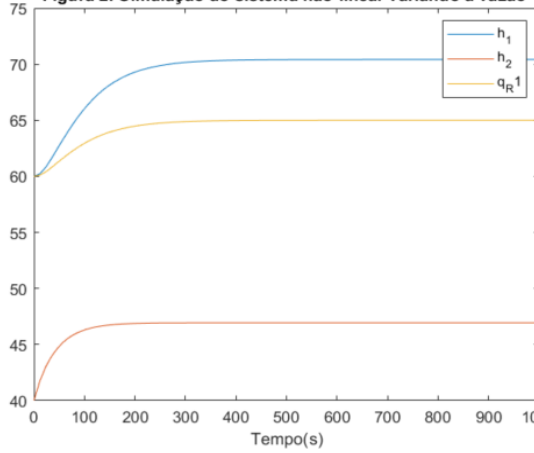


Figura 2: Simulação do sistema não-linear variando a vazão

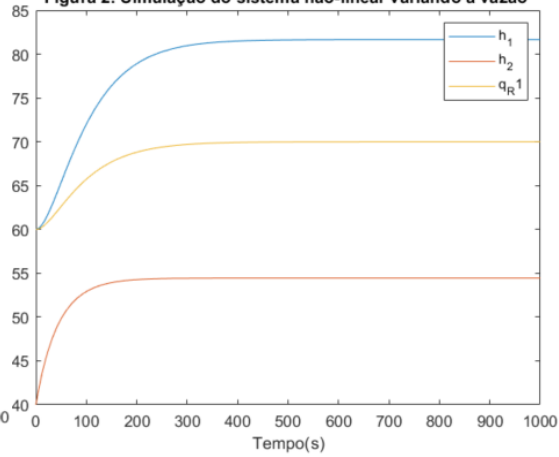


Figura 2: Simulação do sistema não-linear variando a vazão

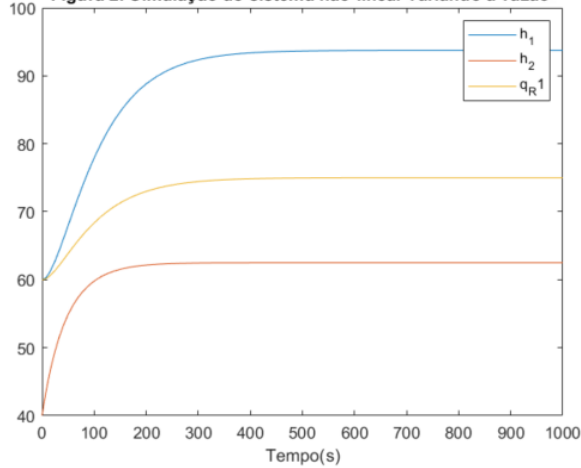


Figura 2: Simulação do sistema não-linear variando a vazão

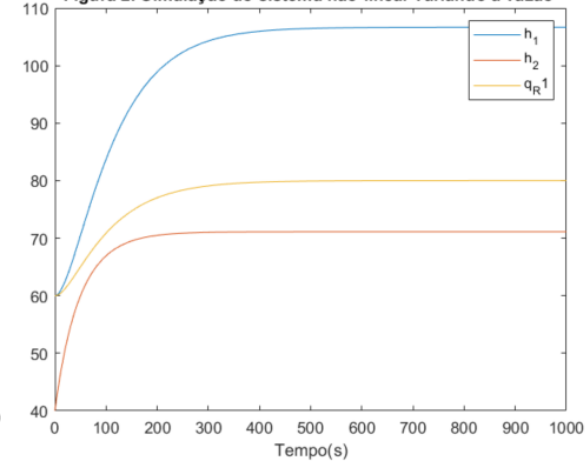
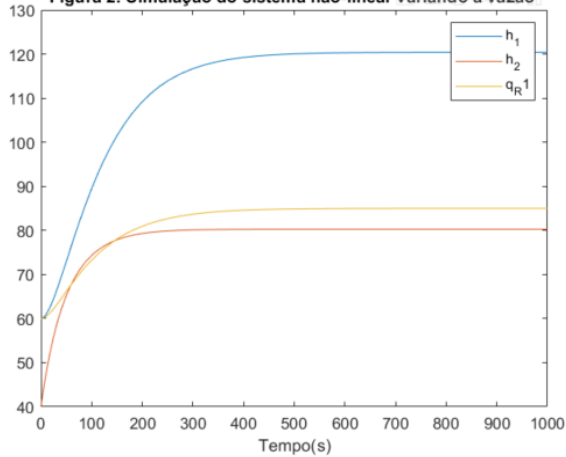


Figura 2: Simulação do sistema não-linear variando a vazão

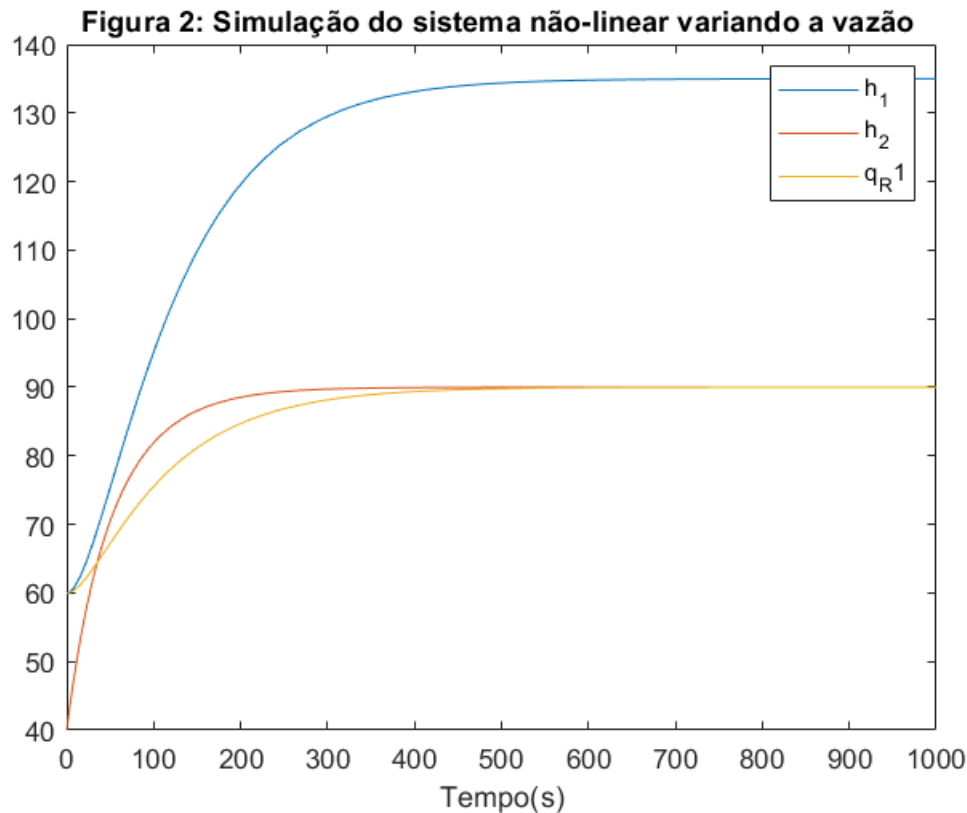


Com essas simulações, foi observado que ao alterar o valor de  $dq$  ocasiona na aproximação do nível do reservatório  $h_2$  em relação com o nível de  $h_1$  e a vazão  $q$ , que consequentemente, irá convergir no ponto de operação próximo ao 60.

```

dq=30;
[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques(t,y,a1,a2,q+dq), [0 1000], [h10;h20]);
qr1=(6/100)*a1*sqrt(2*981*h(:,1));
    
```

```
figure;
plot(t,h,t,qr1);legend('h_1','h_2','q_R1');
title('Figura 2: Simulação do sistema não-linear variando a vazão ');
xlabel('Tempo(s)')
```



## Atividade 2: Simulação do sistema linear

No código a seguir, o sistema linearizado é representado em variáveis de estado por  $s1$ .

A FT  $G$  é obtida considerando como saída apenas o nível  $h1$  de  $R1$ .

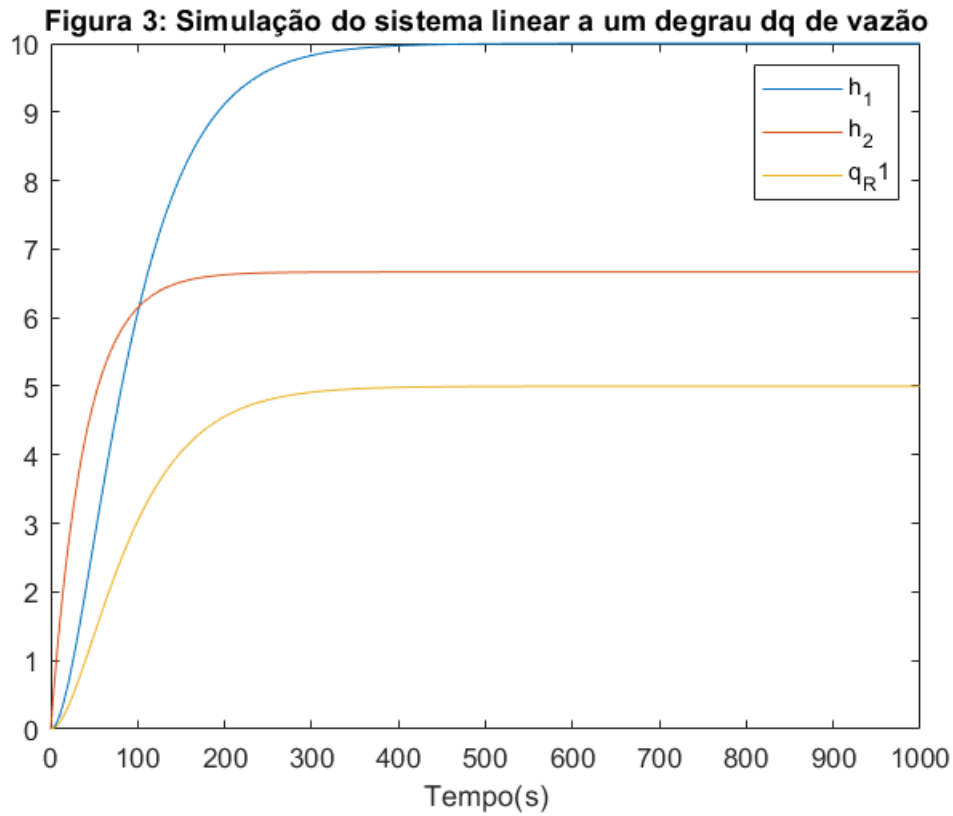
Aplica-se uma variação  $dq$  à vazão do ponto de operação  $q$ , ou seja, aplica-se uma vazão  $q+dq$ . Escolher o tempo de simulação adequado  $T1$ .

```
T1=1000;
dq=5;
A=[-(a1/Ar)*sqrt(981/(2*h10))    (a2/Ar)*sqrt(981/(2*h20));0 -(a2/Ar)*sqrt(981/(2*h20))];

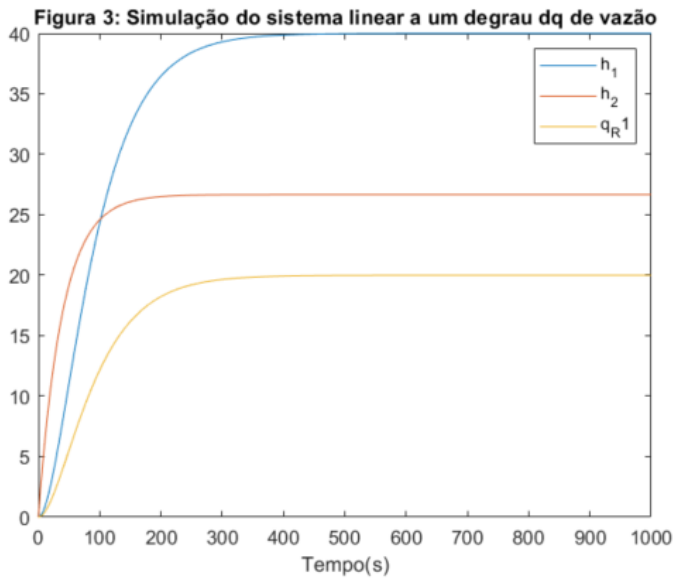
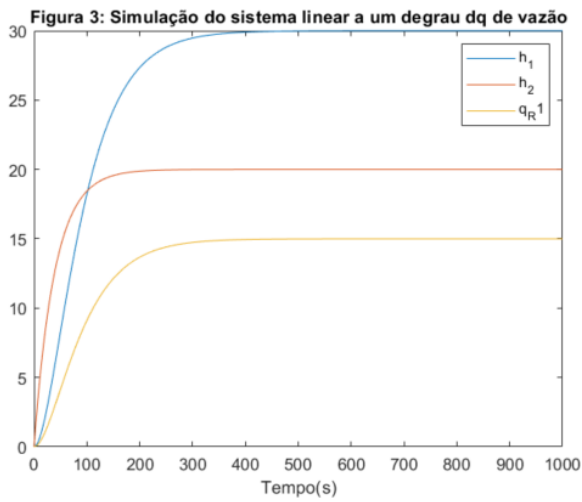
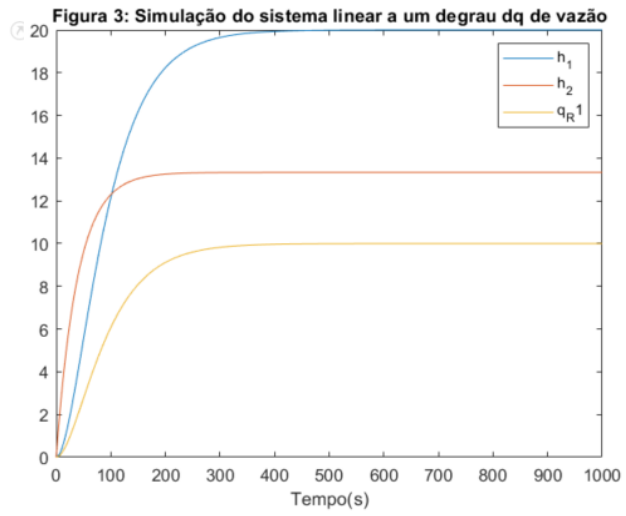
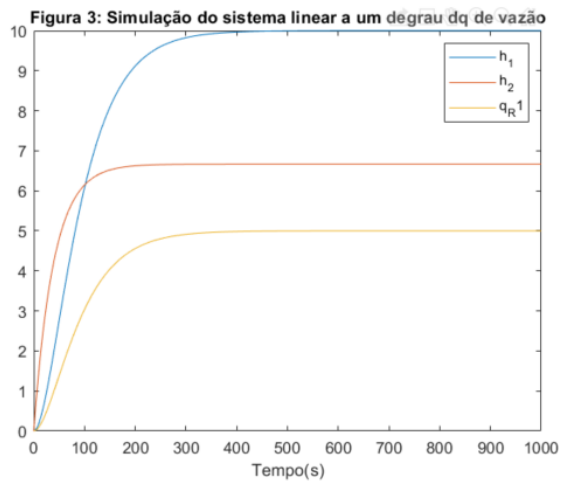
B=[0;100/(6*Ar)];
C=[1 0;0 1;(6/100)*a1*sqrt(981/(2*h10)) 0];
C0=[1 0];
D=[];
s1=ss(A,B,C,D);
s0=ss(A,B,C0,D);
G=tf(s0);
```



```
[x,t,z]=step(dq*s1,T1);
figure;
plot(t,x);legend('h_1','h_2','q_R1');
title('Figura 3: Simulação do sistema linear a um degrau dq de vazão');
xlabel('Tempo(s)')
```



2.1 Comentar as variações dos níveis e da vazão em torno do ponto de operação para o degrau aplicado.



Resposta:

Foi variando o dq quatro vezes (5,10,15,20)

Vazão e Níveis: A medida que foi aumentado  $dq$ , a vazão  $q$  aumentou e consequentemente os níveis de  $h_1$  e  $h_2$  também aumentaram em torno do ponto de operação após o degrau ser aplicado.

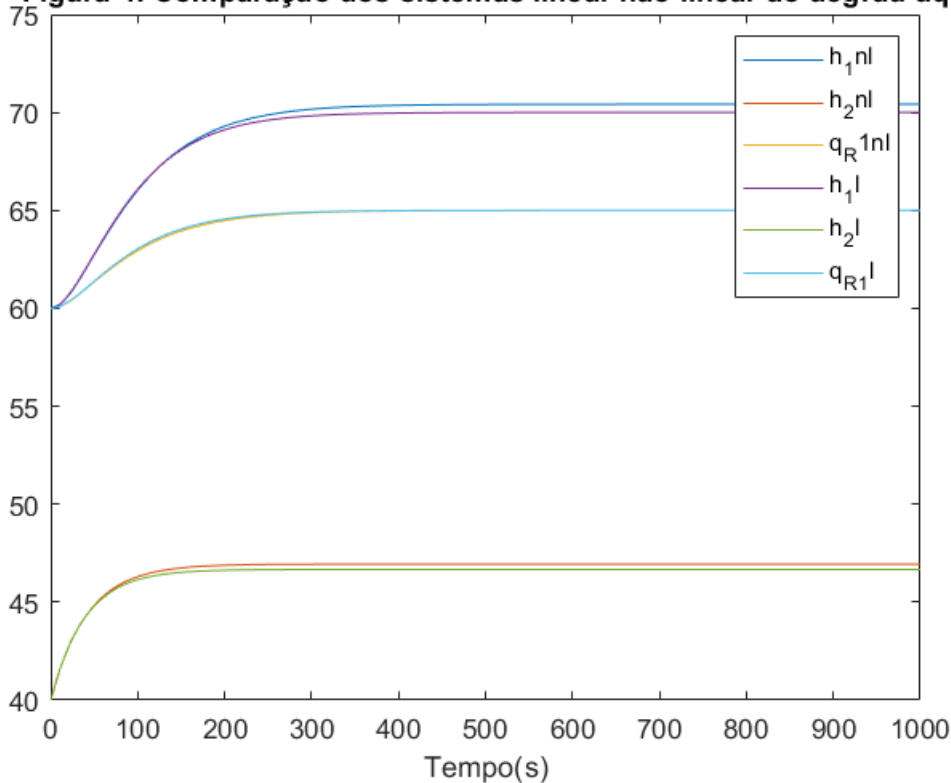
Para comparar a resposta linear e não linear, deve-se somar o ponto de operação ao sistema linear, uma vez que sua simulação começa em zero. A função `bsxfun` soma o ponto de operação aos níveis e a vazão da simulação linear.

```

xnl=bsxfun(@plus,x,[h10 h20 q]);
[t1,h1] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques(t,y,a1,a2,q+dq), [0 T1], [h10;h20]);
qr11=(6/100)*a1*sqrt(2*981*h1(:,1));
figure;
plot(t1,[h1 qr11],t,xnl);legend('h_1nl','h_2nl','q_R1nl','h_1l','h_2l','q_{R1}l')
title('Figura 4: Comparação dos sistemas linear não linear ao degrau dq');
xlabel('Tempo(s)')

```

**Figura 4: Comparação dos sistemas linear não linear ao degrau  $dq$**



```
erro_regime=100*xnl(end,1:2)./h1(end,1:2)
```

```

erro_regime = 1x2
    99.4083    99.4083

```

```
TOE=toc
```

```
TOE = 43.5322
```

2.2 Comparar a resposta do sistema linear e não linear variando a vazão aplicada via dq. Qual a máxima variação na vazão aplicada para que o erro em regime de  $h_1$  e  $h_2$  não passe de 2%?

Resposta: A máxima variação na vazão aplicada seria 99.4083 e o erro de regime irá ser aproximadamente 0.6%

```
erro_regime=100*xnl(end,1:2)./h1(end,1:2)
```

```
erro_regime = 1x2  
99.4083    99.4083
```

2.3 Gere um modelo s1d discreto justificando a escolha do tempo de amostragem  $T_s$ . Plote então a resposta ao degrau dos sistemas contínuos e discretos na mesma figura (step(s1,s1d)).

Justificativa para escolha de  $T_s$ : Eu escolhi o valor do  $T_s$  por chute, foi tentativa de deixar o gráfico com uma diferença adequada e visível.

```
Ts=18
```

```
Ts = 18
```

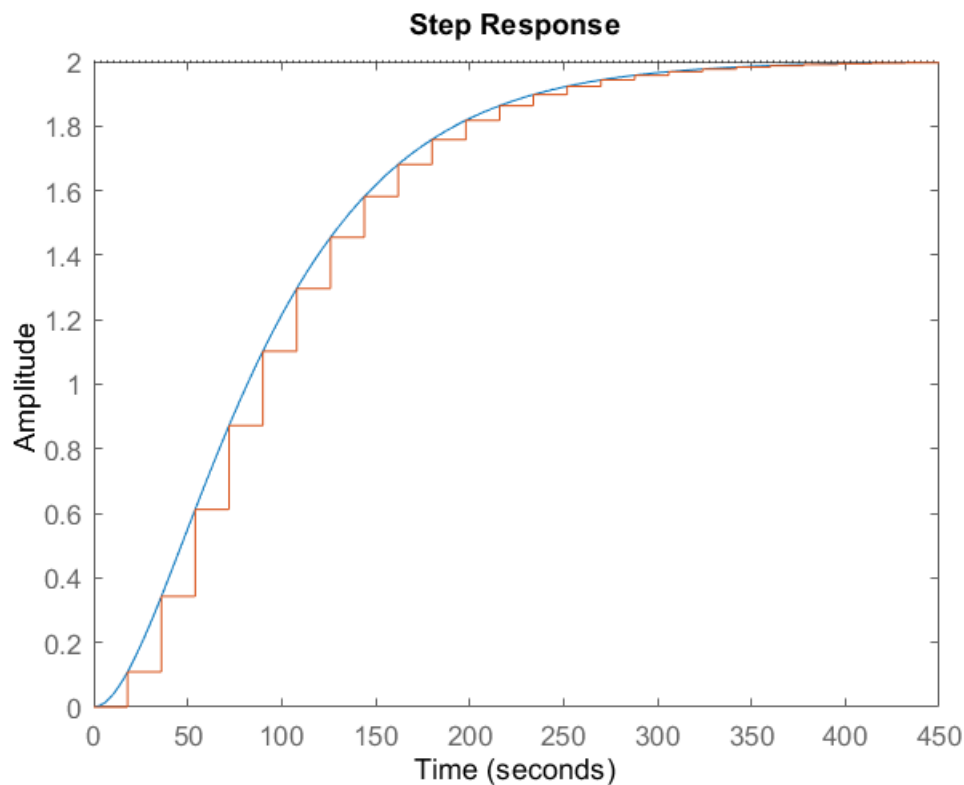
```
gd=c2d(G,Ts)
```

```
gd =
```

```
0.1091 z + 0.08455  
-----  
z^2 - 1.369 z + 0.4658
```

```
Sample time: 18 seconds  
Discrete-time transfer function.
```

```
step(G,gd)
```

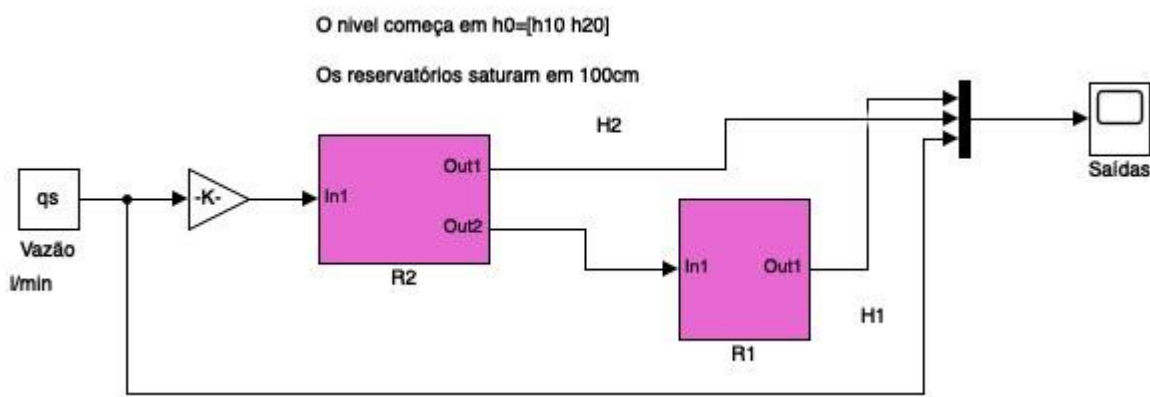


### Atividade 3: Simulação dos dois tanques no simulink

O diagrama mostrado é utilizado para simular o sistema de dois tanques. Uma saturação é introduzida nos integradores de R1 e R2 para que o nível não passe de 100 cm, para uma simulação mais real.

Todos os parâmetros já definidos são utilizados no diagrama. Pode-se variar a vazão de entrada  $q_s$ , escolhendo uma variação  $dq_s$ . A simulação inicia no ponto de operação já definido.

3.1 Escolha um valor de  $dq_s$  tal que apenas um dos reservatórios chegue em 100cm. Comente as curvas e seus valores.



$dq_s=0;$

```
qs=q+dqs;  
[y2,t2]=simula_slx(T1);
```

Simulink startup was interrupted. To ensure that Simulink is ready to use, run sl\_refresh\_customizations before opening a model.

```
ans =  
'Error using slCustomizer.staticRefresh  
Program interruption (Ctrl-C) has been detected.'
```

```
figure;  
plot(t2,y2);  
legend('h_1n1','h_2n1','q')  
title('Figura 5: Simulação do sistema não linear no simulink');  
xlabel('Tempo(s)')
```

#### Atividade 4: Avaliação dos modelos

4.1 Verique os polos do sistema de dois tanques, informando se são reais ou complexos e se o sistema é estável, e por quê. Analise tanto o sistema contínuo quanto o discreto.

Caso contínuo: são reais, polos no lado esquerdo (negativos) é um sistema estável

```
pole(G)
```

```
ans = 2x1  
-0.0255  
-0.0170
```

Caso discreto: são reais, polos dentro do círculo unitário (menor que 1) é um sistema estável

```
pole(gd)
```

```
ans = 2x1  
0.7367  
0.6323
```

4.2 Obtenha a função de transferência que relacione a vazão aplicada  $Q(s)$  com a vazão de saída do reservatório R2. Aplique então um degrau unitário na FT e explique o comportamento da saída.

Resposta: