LISTA DE EXERCÍCIOS CAPÍTULO 6 – ÁLGEBRA LINEAR

1- Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}$. Sabendo que -9 é autovalor de A e que o vetor (2,1,0) é um autovetor de A, diagonalize A por uma matriz ortogonal. Ou seja, exiba A como um produto PDP^{-1}, no qual P seja uma matriz cujas colunas formam um conjunto ortonormal. (Dica: Diagonalize normalmente até encontrar um conjunto de autovetores LI de A, depois utilize Gram−Schmidt para ortogonalizar o conjunto e depois ortonormalize−o).

2- Seja W o subespaço de R^5 gerado por $w_1, w_2\ e\ w_3$, encontre complemento ortogonal de W.

$$w_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix},\ w_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix},\ w_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

3- Diagonalize por matriz ortogononal as matrizes a seguir:

a) $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, cujo polinômio característico é $-(\lambda - 7)^2(\lambda + 2)$.

b) $B = \begin{bmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -2 & 6 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$, cujo polinômio característico é

$-(\lambda - 8)(\lambda - 6)(\lambda - 3)$.

4- Seja $W = \{(x, y, z, r, s)\ \epsilon\ \mathbb{R}^5; x - y + r - s = 0\}$ subespaço vetorial e $\boldsymbol{u}$=(1, 0, −1,1,0) um vetor em $\mathbb{R}^5$.
a) Encontre uma base ortogonal de W.
b) Calcule $proj_W \boldsymbol{u}$.

5- Encontre uma base ortonormal para o ColA tal que:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ -2 & 2 & -6 \\ -5 & 4 & -14 \end{bmatrix}$$

6- Aplique o Processo de Gram-Schmidt para construir uma base ortogonal para o subespaço $W = ger(x_1, x_2, x_3)$

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

7- Seja $W = \mathcal{L}\{u_1, u_2, u_3\}$ e $u_1 = (1,1,1,1)$, $u_2 = (0,1,1,1)$ e $u_3 = (0,0,1,1)$.
a) Mostre que o conjunto dos três vetores é LI e, portanto, formam uma base para W.
b) Encontre uma base ortonormal de W.