

## Aula 7 - Laboratório de Controle - 2022/1

### Sistemas discretos: discretização e estabilidade

Nome(s): Matheus Penido Loureiro e Vinicius Breda Altoé

```
I=3 ;  
turma=4 ;  
g=init(turma,I)
```

g =

```
      291.6  
-----  
s^2 + 36 s + 324
```

Continuous-time transfer function.

```
datetime('now')
```

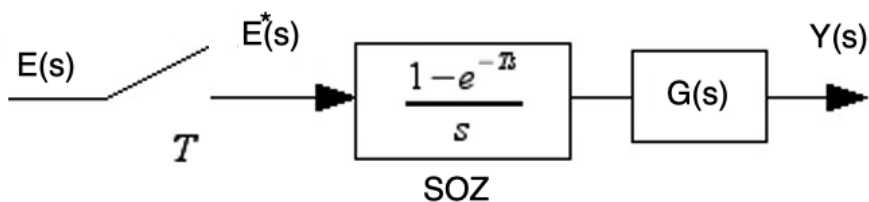
```
ans = datetime  
      08-Jul-2022 08:50:04
```

Nesta aula um sistema contínuo será discretizado e analisado em malha aberta e malha fechada.

### Atividade 1 - Discretização da FT de malha aberta

Dada a FT contínua  $G(s)$ , a FT discreta  $G(z)$  é obtida de  $G(z) = Z\left[\frac{1 - e^{-Ts}}{s} G(s)\right]$ . Nos instantes de amostragem, a saída discretizada e a contínua são iguais.

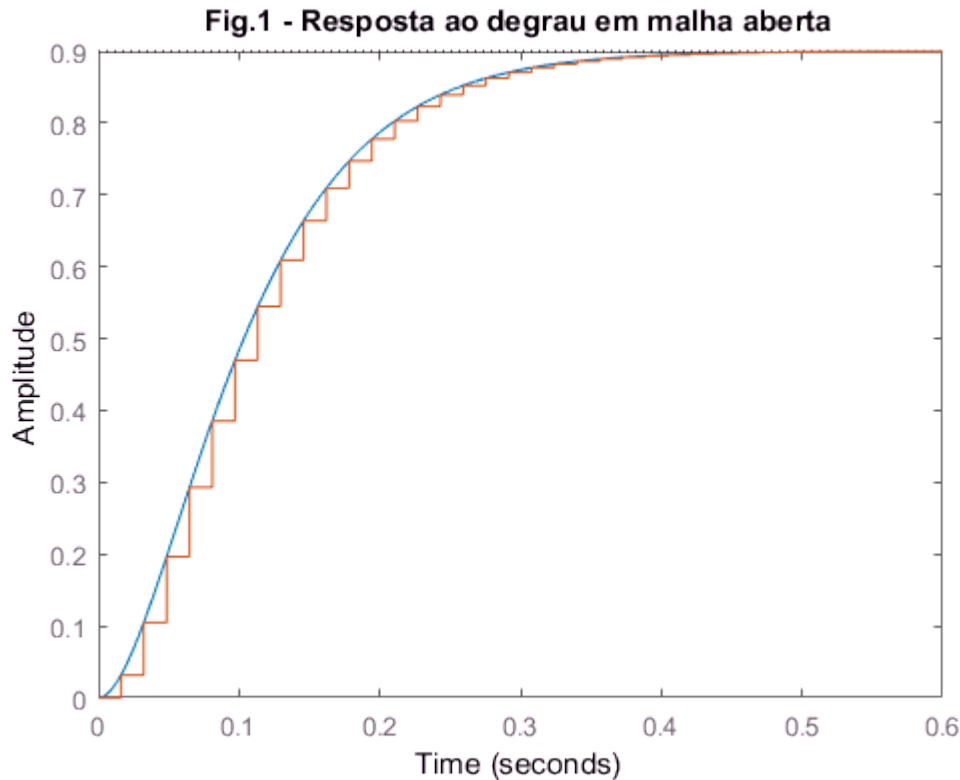
O tempo de amostragem usado aqui será  $1/20$  do tempo de estabelecimento  $t_s$ , que equivale a  $1/5$  da constante de tempo. Logo, o tempo de amostragem  $T = t_s/20$  será usado para obter a FT discretizada  $G_d(G(z))$ .



```
S=stepinfo(g);  
T=S.SettlingTime/20
```

$T = 0.0162$

```
gd=c2d(g,T);  
figure  
step(g,gd);title('Fig.1 - Resposta ao degrau em malha aberta')
```



1.1 Sabendo que a discretização mapeia um polo em  $s = -a$  mapeia o polo do plano  $s$  para o polo do plano  $z$  em  $z = e^{-aT}$ , ou seja,  $G(z) = Z\left[\frac{1}{s+a}\right] = \frac{z}{z - e^{-aT}}$  compare os polos de  $g$  e de  $gd$ .

Resposta:

Para  $g$ , foi obtido um polo duplo em  $-18$ , enquanto que para  $gd$ , um polo duplo em  $0.7470$ . A mudança de polos ocorre com a discretização do sinal onde é feita a transformação de fourier. Neste caso, o polo da função discreta está relacionado não somente com " $a$ ", mas também com  $T$ . Ambos os sistemas são estáveis pois os polos do sistema contínuo se localizam a esquerda do eixo imaginário, enquanto que os polos do sistema discreto se localizam dentro do círculo unitário.

1.2 Sabendo que sistemas contínuos com resposta rápida têm polos no semiplano esquerdo longe da origem, onde estão os polos de sistemas discretos rápidos? (Dica: usar a expressão de 1.1).

Resposta:

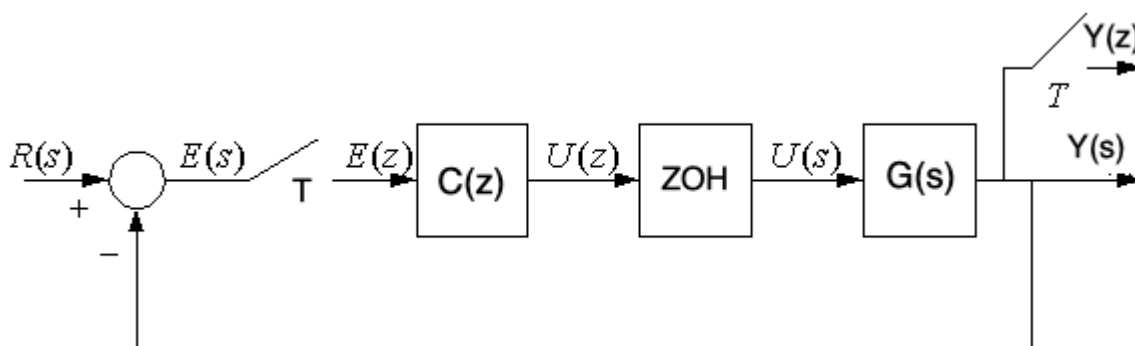
Os polos dos sistemas discretos rápidos estão próximos a origem do círculo unitário. Isso ocorre pois, a velocidade da resposta do sistema contínuo é diretamente proporcional ao valor do polo " $a$ ", assim quando " $a$ " tende a infinito, tem-se que  $e^{-aT}$  tende a zero.

## Atividade 2 - Avaliação do efeito do ganho no caso contínuo e no caso discreto

Em malha fechada, o controlador discreto  $C(z)$  é aplicado ao sistema contínuo dado pela FT  $G(s)$ . Um segurador de ordem zero (SOZ) mantém o sinal de controle  $U(s)$  aplicado constante entre instantes de amostragem  $T$ .

A função de transferência discreta de malha fechada para o diagrama abaixo é dada por

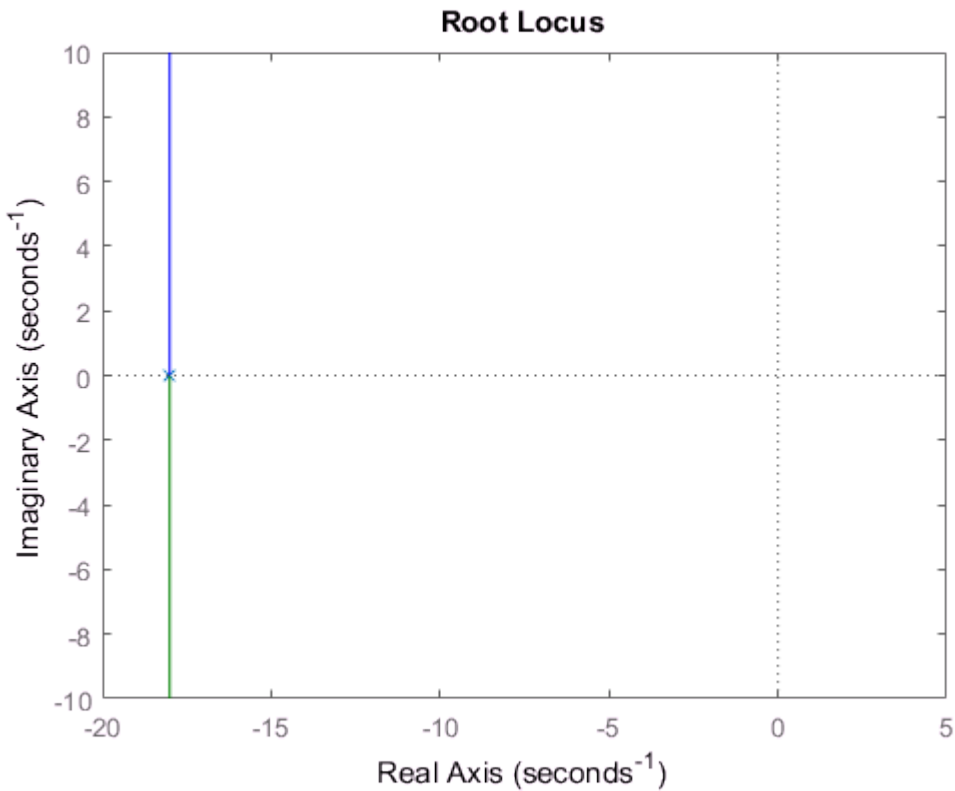
$$M(z) = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)}, \text{ com } G(z) = Z\{SOZ * G(s)\}.$$



Nesta atividade se avalia a diferença do comportamento do sistema contínuo e discreto em malha fechada quando o ganho varia, fazendo,  $C(z) = K$ .

2.1 Use o comando `rlocus` e avalie o efeito do aumento do ganho  $K$  nos polos do sistema contínuo em malha fechada, ou seja, o efeito de  $K$  em  $1 + KG(s) = 0$ .

```
rlocus(g)
```



Resposta:

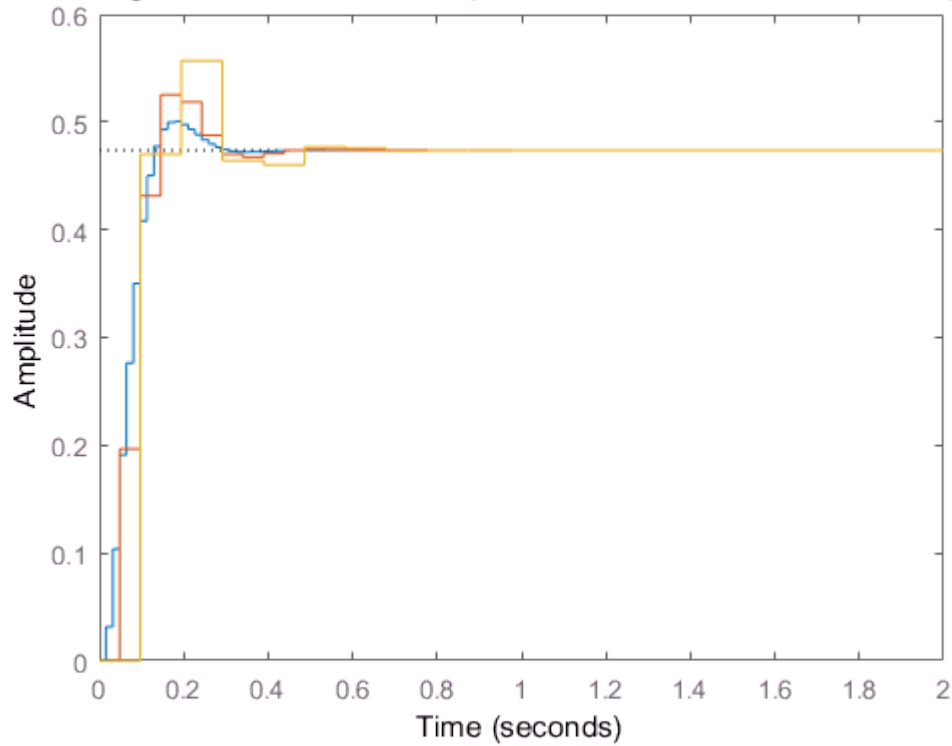
O aumento do ganho  $K$  não influencia no estabilidade do sistema contínuo, pois ele se mantém a esquerda do plano imaginário, com a parte real constante em  $-18$  e parte imaginária crescente a medida que cresce o ganho. Teoricamente, o **sobressinal do sistema se manteria constante com** aumento do ganho pela parte real do polo se manter em  $-18$ , mas em laboratórios anteriores foi visto que na simulação existe ua **pequena mudança do sobressinal**.

2.2 Use o comando `rlocus` e avalie o efeito do aumento do ganho  $K$  nos polos do sistema discreto em malha fechada, ou seja, o efeito de  $K$  em  $1 + KG(z) = 0$  (gd é  $G(z)$ ).

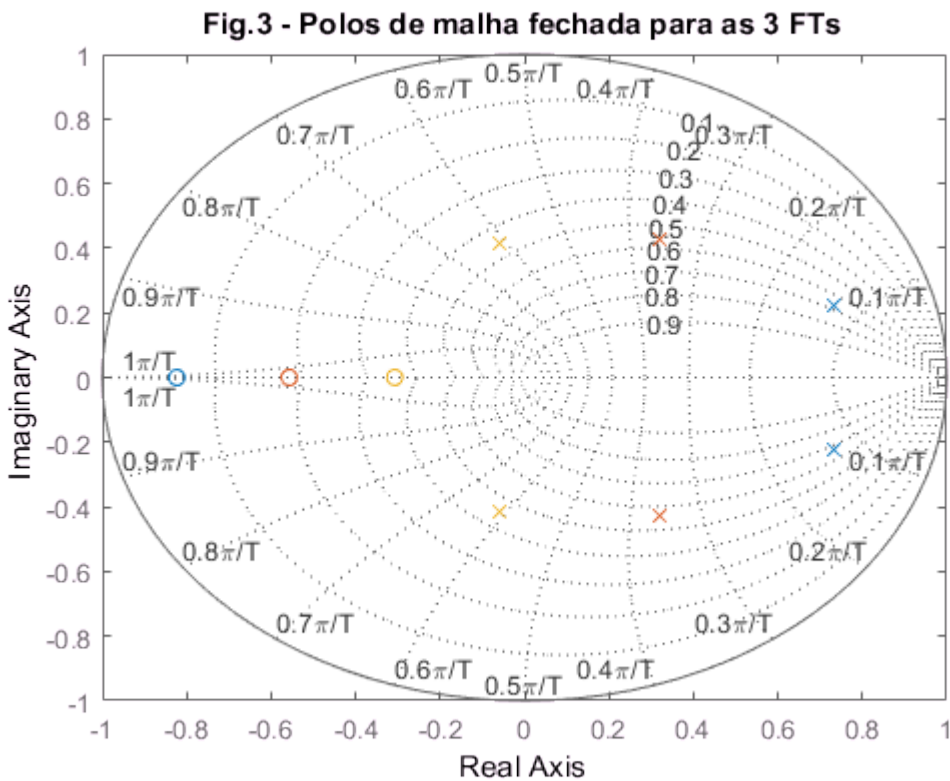
```
rlocus(gd)
```



esposta ao degrau em malha fechada para as 3 FTs com diferentes tempos de



```
figure
pzmap(m1,m2,m3);title('Fig.3 - Polos de malha fechada para as 3 FTs');grid
```



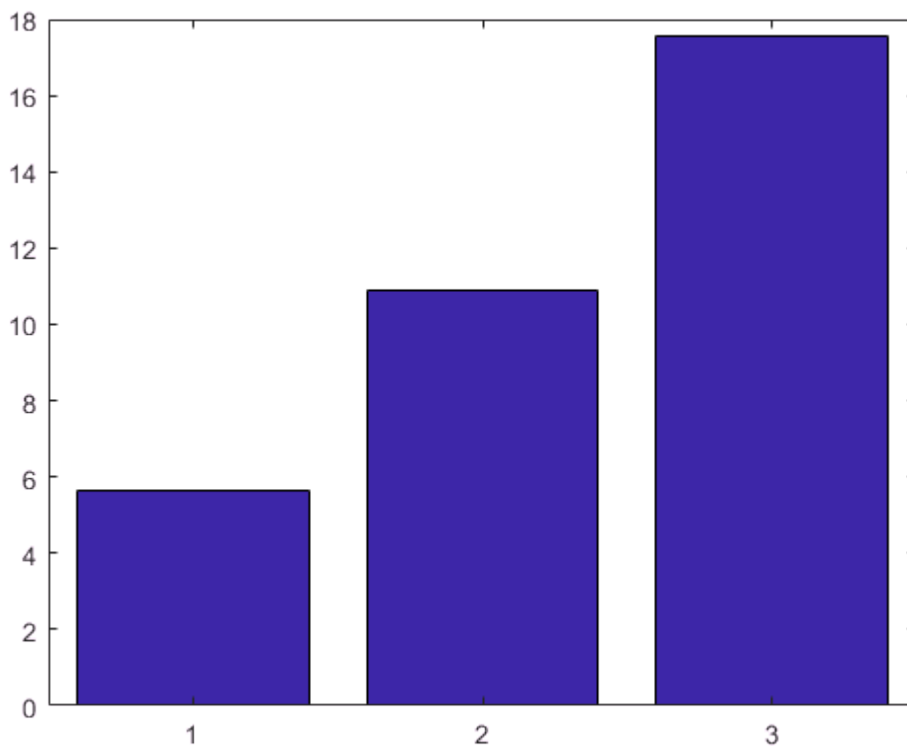
3.1 Compare a localização dos polos e a resposta ao degrau e explique a relação da localização dos polos no plano  $z$  e a respectiva resposta ao degrau em termos de sobrelevação. Dica: observe as curvas de amortecimento constante.

Resposta:

Pela figura 2, percebe-se que para o menor valor de  $T$  o sistema possui o menor sobressinal entre os 3, sendo possível notar que quanto maior o  $T$  maior o sobressinal. Isso pode ser explicado a partir da figura 3, onde percebe-se que com o menor  $T$ , os polos estão sobre a curva de amortecimento de 0.7, para o  $T$  intermediário os polos estão sobre a curva de 0.55 e para o maior os polos estão sobre a curva de amortecimento de 0.4. Sabe-se que existe uma relação inversamente proporcional entre amortecimento e sobressinal, o que explica o acontecimento na figura 2.

3.2 Faça um gráfico de barras dos tempos de amostragem versus a sobrelevação para os três casos acima, escrevendo as linhas de código abaixo.

```
S1=stepinfo(m1);  
S2=stepinfo(m2);  
S3=stepinfo(m3);  
UP=[S1.Overhoot S2.Overhoot S3.Overhoot];  
figure;  
bar(UP)
```

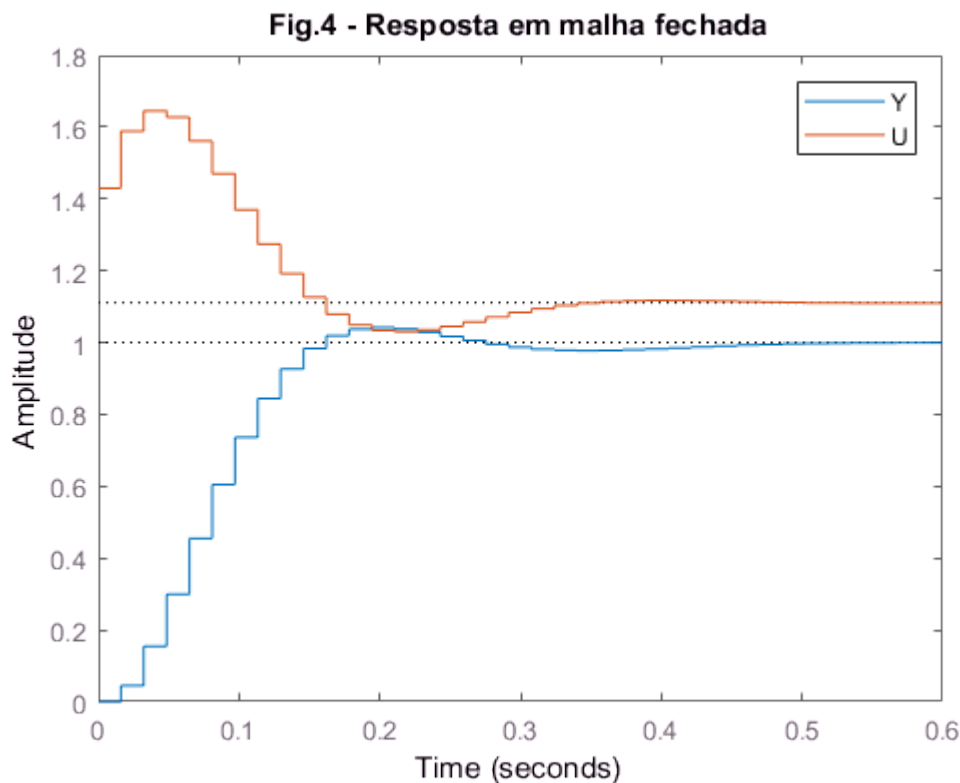


## Atividade 4 - Avaliação da sintonia de um controlador contínuo discretizado

Usualmente se projeta os controladores usando FTs contínuas, e depois se discretiza o controlador para a implementação controlando uma planta contínua, como mostrado na figura da atividade 2.

Os comandos abaixo aproximam a FT de ordem 2 por uma de ordem 1, como feito na aula 6. A seguir, é feita a sintonia de um controlador PI usando o método lamba, com um valor de lambda que deve ser escolhido e justificado (ver relatório 6). Lembre-se que lambda é a constante de tempo de malha fechada, e deve ser menor que a constante de tempo de malha aberta.

```
[y,t]=step(g);  
delay=t(sum(y<0.1*y(end)));  
tau=t(sum(y<0.63*y(end)))-delay;  
lambda=tau*0.9; %Escolher lambda  
  
Kp=y(end);  
g1=tf(Kp,[tau 1],'InputDelay',delay);  
C=sintonia(g1,'PI','lam',lambda);  
Cd=c2d(C,T);  
Mry=feedback(Cd*gd,1);  
Mru=feedback(Cd,gd);  
step(Mry,Mru);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```





4.1 Explique a Fig.4 e os passos que foram seguidos desde o projeto (usando  $G(s)$  e escolhendo  $\lambda$ ) até a implementação deste controlador na forma discreta.

Resposta:

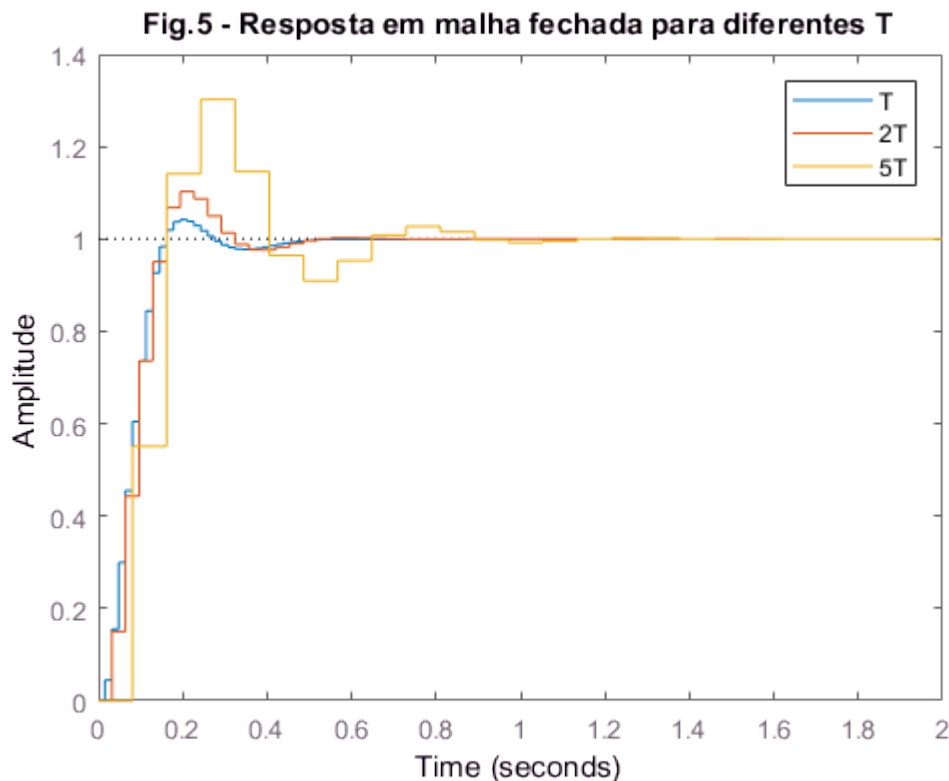
Para a escolha do  $\lambda$ , foi estipulado uma relação com a constante de tempo do sistema " $\tau$ ", neste experimento, 90% de  $\tau$ . Para a discretização do sistema em malha fechada, primeiro foram discretizados o controlador e  $G(s)$ , uma vez que é possível concatená-los em seguida obtendo o resultado desejado. Na Fig. 4, é possível visualizar a resposta em degral do sistema na curva Y e o sinal de saída do controlador U(s) na curva U.

Com o  $\lambda$  escolhido, foi obtido um sobressinal na saída baixo, inferior a 10%, e um tempo de estabelecimento de aproximadamente 0.39 segundos.

4.2 Explique como avaliar este controlador para tempos de amostragem maiores. Pode usar código para ilustrar.

Resposta:

```
Cd2=c2d(C,T*2);  
gd2 = c2d(g,T*2);  
Mry2=feedback(Cd2*gd2,1);  
gd3 = c2d(g,T*5);  
Cd3=c2d(C,T*5);  
Mry3=feedback(Cd3*gd3,1);  
step(Mry,Mry2,Mry3);title('Fig.5 - Resposta em malha fechada para diferentes T');legend('T', '2T', '5T');
```



Com o aumento dos tempos de amostragem, percebe-se um aumento do sobressinal dos gráficos, isso pode ser explicado conforme o item 3.1, também pode-se perceber um aumento do tempo de estabelecimento. Todas essas observações são constatadas na figura 5.