Aula 7 - Laboratório de Controle - 2022/1

Sistemas discretos: discretização e estabilidade

Nome(s): Lázaro Villela Neto e Victoria Nippes

```
I=10 ;
turma=1 ;
g=init(turma,I)
```

```
g =

        360
  ----------------
  s^2 + 40 s + 400

Continuous-time transfer function.
```

```
datetime('now')
```

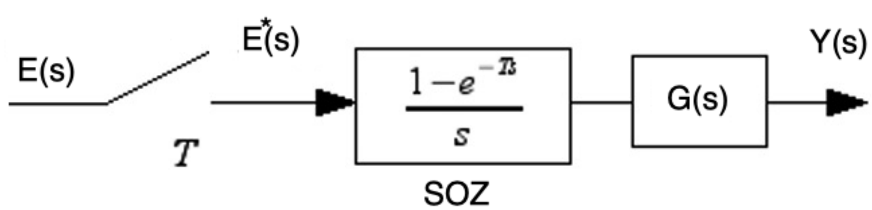
```
ans = datetime
   22-Jun-2022 07:05:33
```

Nesta aula um sistema contínuo será discretizado e analisado em malha aberta e malha fechada.

Atividade 1 - Discretização da FT de malha aberta

Dada a FT contínua $G(s)$, a FT discreta G(z) é obtida de $G(z) = Z[\frac{1 - e^{-Ts}}{s}G(s)]$. Nos instantes de amostragem, a saída discretizada e a contínua são iguais.

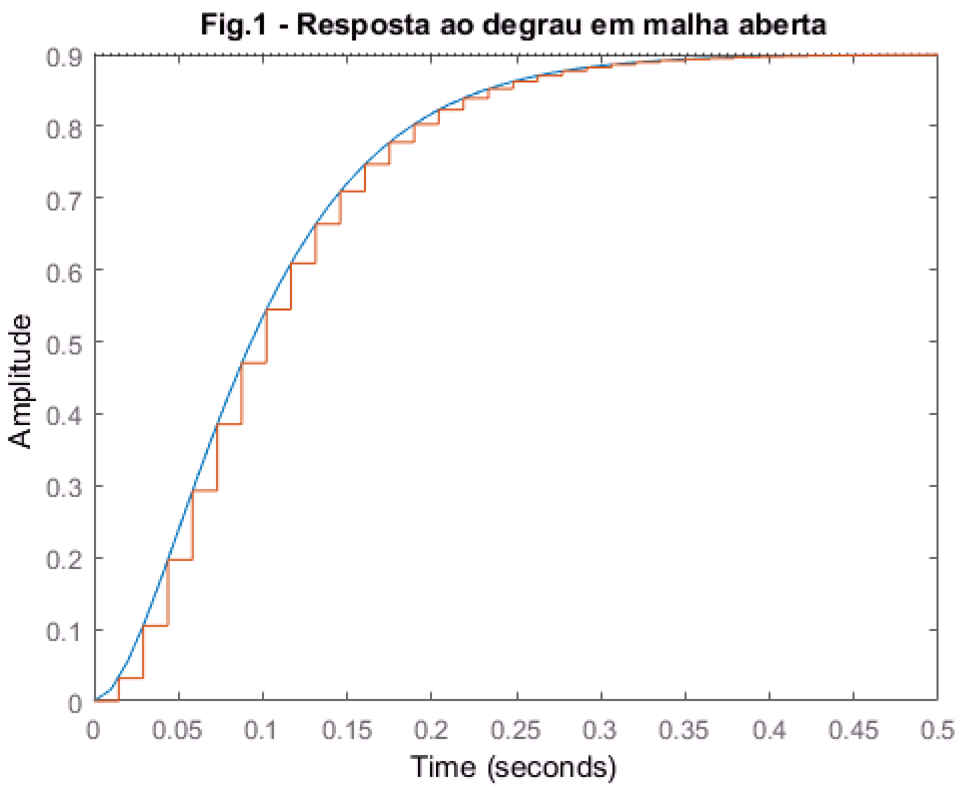
O tempo de amostragem usado aqui será $1/20$ do tempo de estabelecimento t_s, que equivale a $1/5$ da constante de tempo. Logo, o tempo de amostragem $T = t_s/20$ será usado para obter a FT discretizada Gd (G(z)).




```
S=stepinfo(g);
T=S.SettlingTime/20
```

```
T = 0.0146
```

```
gd=c2d(g,T);
figure
step(g,gd);title('Fig.1 - Resposta ao degrau em malha aberta')
```



1.1 Sabendo que a discretização mapeia um polo em $s = -a$ mapeia o polo do plano s para o polo do plano z em $z = e^{-aT}$, ou seja, $G(z) = Z[\frac{1}{s+a}] = \frac{z}{z - e^{-aT}}$a compare os polos de g e de gd.

Resposta: Vemos que no sistema continuo, temos dois polos reais em -20 e no mapeamento pro discreto, temos dois polos reais em 0.7469.

Para o continuo

```
pole(g)
```

```
ans =
   -20
   -20
```

-

Para o discreto:

```
pole(gd)
```

```
ans =
    0.7469
    0.7469
```

-

1.2 Sabendo que sistemas contínuos com resposta rápida têm polos no semiplano esquerdo longe da origem, onde estão os polos de sistemas discretos rápidos? (Dica: usar a expressão de 1.1).

Resposta:

Os polos de sistemas discretos rápidos estão do lado esquerdo do plano, e mais pertos da origem. Podemos provar essa afirmação, pela expressão $z = e^{-aT}$, e demonstrar convertendo um valor de polo que sabemos que traz uma resposta rápida no sistema continuo para o discreto e uma que sabemos que traz uma resposta lenta e realizar a mesma discretização, mostrando assim a posição no eixo.

No exemplo, temos g1, com uma resposta mais lenta no continuo, e g2, como uma mais rápida no contínuo. Ao discretizar, e comparar os polos, vemos que o polo de g1d, que é mais lento, está mais longe da origem, e o g2d, que é mais rápido, está mais próximo da origem.

```
g1 = tf(1, [1 1]);
gd1=c2d(g1,T);
g2 = tf(1, [1 10]);
gd2=c2d(g2,T);
% Polo continuo e discreto de g1
[pole(g1) pole(gd1)]
```

```
ans =
   -1.0000    0.9855
```

-

```
% Polo continuo e discreto de g2
[pole(g2) pole(gd2)]
```

```
ans =
  -10.0000    0.8642
```

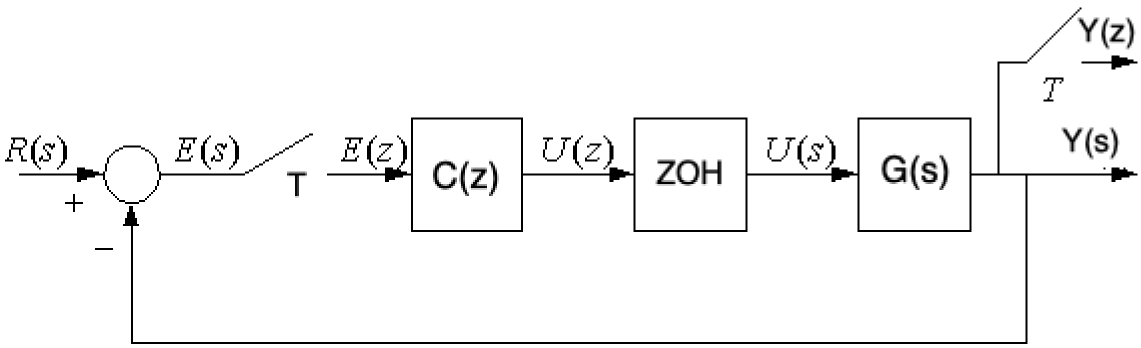
-

Atividade 2 - Avaliação do efeito do ganho no caso contínuo e no caso discreto

Em malha fechada, o controlador discreto $C(z)$ é aplicado ao sistema contínuo dado pela FT $G(s)$. Um segurador de ordem zero (SOZ) mantém o sinal de controle U(s) aplicado constante entre instantes de amostragem T.

A funcão de transferência discreta de malha fechada para o diagrama abaixo é dada por

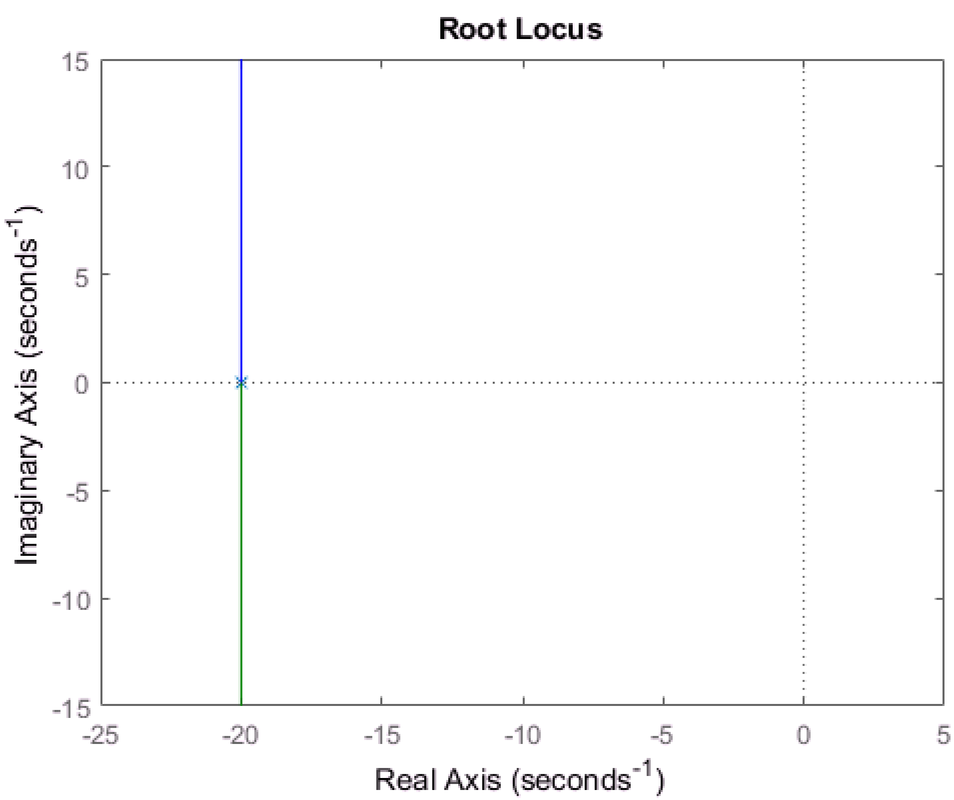
$M(z) = \dfrac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)}$, com $G(z) = Z\{SOZ * G(s)\}$.



Nesta atividade se avalia a diferença do comportamento do sistema contínuo e discreto em malha fechada quando o ganho varia, fazendo, $C(z) = K$.

2.1 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema contínuo em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(s) = 0$.

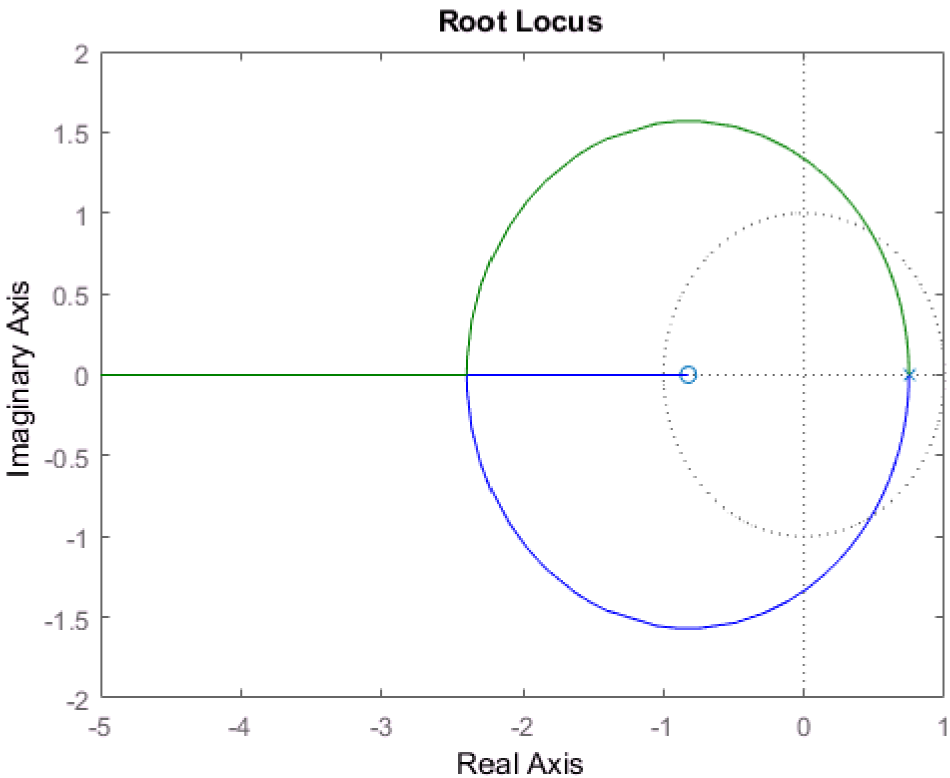
```
rlocus(g)
```



Resposta: Com o aumento de K, os polos se deslocam no eixo imaginário, partindo de [0,0] até [0, $-\infty$] e [0, $+\infty$].

2.2 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema discreto em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(z) = 0$ (gd é G(z)).

```
rlocus(gd)
```



Resposta:

Em K=0 os polos são reais e se concentram em 0.7469, e a medida que o K aumenta, os polos percorrem o circulo unitário (tendo componentes reais e complexas) até cerca de K=200, onde voltam a ser polos reais, e a partir de então, os polos se separam, e um deles tende a $-\infty$ e o outro a -0.8232, de $K > 200$ até ∞.

2.3 Para que valores de K o sistema discreto é estável?

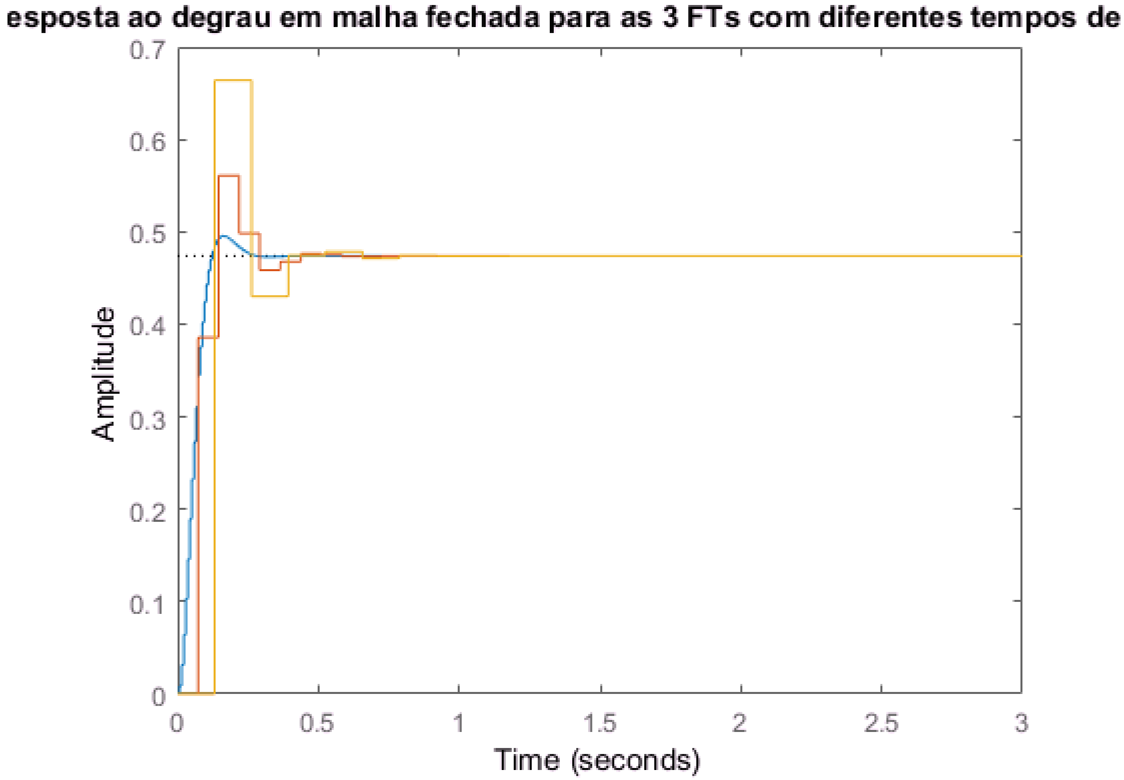
Resposta:

Será estável quando os polos estiverem dentro do circulo unitário

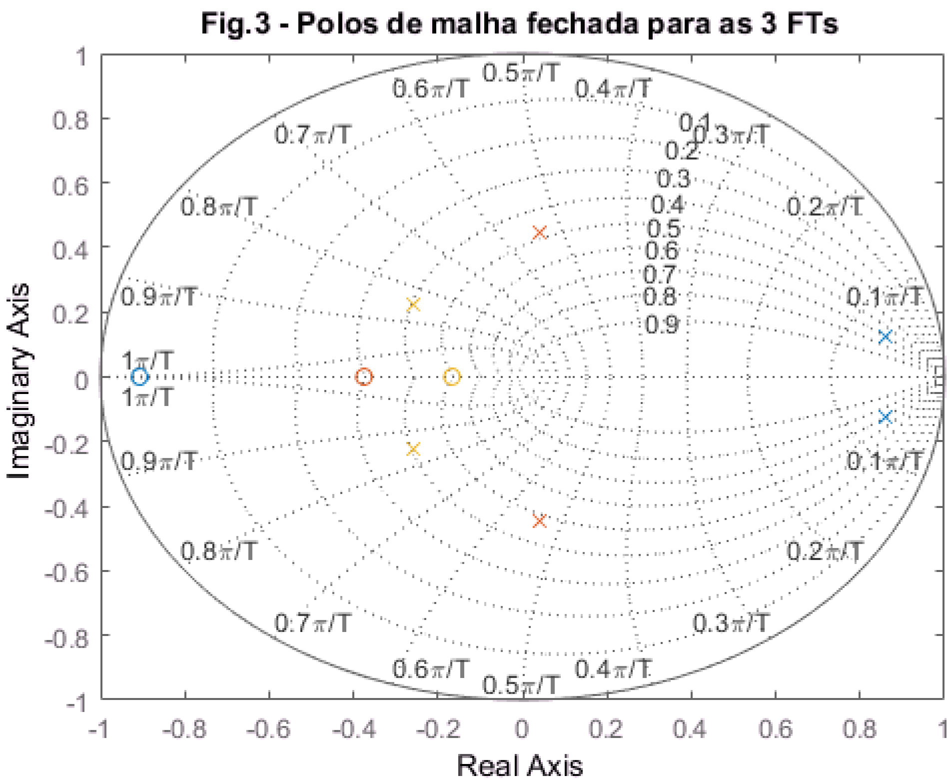
Atividade 3 - Avaliação do efeito do tempo de amostragem

Os comandos abaixo geram 3 FTs discretas, cada uma com um tempo de amostragem diferente e crescente. Escolha estes valores de modo a ter respostas estáveis mas com sobreelevação crescente.

```
T1=[0.5 5 9]*T; % Escolher valores crescentes
gd1=c2d(g,T1(1));
gd2=c2d(g,T1(2));
gd3=c2d(g,T1(3));
m1=feedback(gd1,1);
m2=feedback(gd2,1);
m3=feedback(gd3,1);
figure;
step(m1,m2,m3);title('Fig.2 - Resposta ao degrau em malha fechada para as 3 FTs com diferentes
```




```
figure
pzmap(m1,m2,m3);title('Fig.3 - Polos de malha fechada para as 3 FTs');grid
```



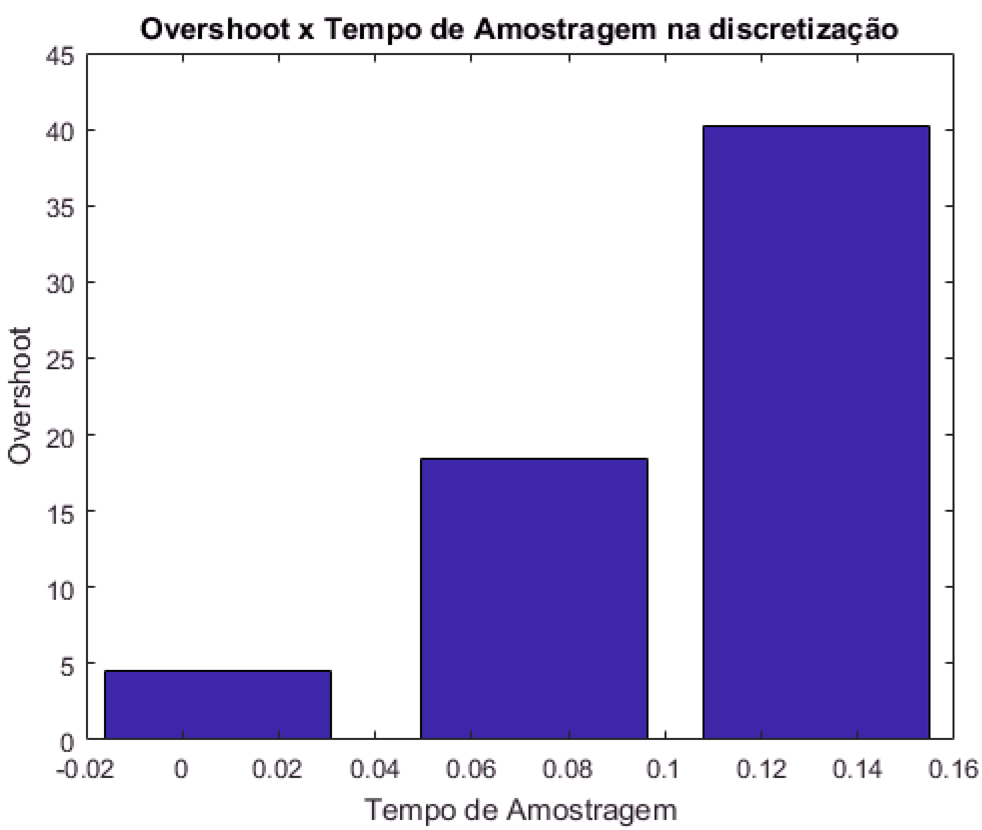
3.1 Compare a localização dos polos e a resposta ao degrau e explique a relação da localização dos polos no plano z e a respectiva resposta ao degrau em termos de sobreelevação. Dica: observe as curvas de amortecimento constante.

Resposta:

Nota-se com a figura 2, que como esperado, um maior tempo de amostragem nos trás uma pior resposta ao degrau, visto que o controlador demora mais para atuar na correção do erro, e portando obtendo uma maior sobreelevação e também um maior tempo de estabelecimento. Com a figura 3, podemos comparar os polos para cada resposta. Para o T=0.1, vemos que a constante de amortecimento ζ é próxima de 0.8, enquanto para o tempo de amostragem T=5, temos que $0.4 < \zeta < 0.5$, e para T=9, temos que o fator de amortecimento é o menor de todos, se aproximando de 0.4. Podemos ver então que a localização dos polos no plano Z tem relação direta com o tempo de amostragem, portanto é necessário observar a sua escolha a fim de obter a correta resposta projetada.

3.2 Faça um gráfico de barras dos tempos de amostragem versus a sobreelevação para os três casos acima, escrevendo as linhas de código abaixo.

```
S1=stepinfo(m1);
S2=stepinfo(m2);
S3=stepinfo(m3);
UP=[S1.Overshoot S2.Overshoot S3.Overshoot ];
figure
bar(T1, UP)
xlabel("Tempo de Amostragem");ylabel("Overshoot")
title("Overshoot x Tempo de Amostragem na discretização")
```



Atividade 4 - Avaliação da sintonia de um controlador contínuo discretizado

Usualmente se projeta os controladores usando FTs contínuas, e depois se discretiza o controlador para a implementação controlando uma planta contínua, como mostrado na figura da atividade 2.

Os comandos abaixo aproximam a FT de ordem 2 por uma de ordem 1, como feito na aula 6. A seguir, é feita a sintonia de um controlador PI usando o método lamba, com um valor de lambda que deve ser escolhido e justificado (ver relatório 6). Lembre-se que lambda é a constante de tempo de malha fechada, e deve ser menor que a constante de tempo de malha aberta.

```
lambda=0.05; %Escolher lambda

[y,t]=step(g);
delay=t(sum(y<0.1*y(end)));
tau=t(sum(y<0.63*y(end)))-delay
```

```
tau = 0.0800
```

```
Kp=y(end)
```

```
Kp = 0.8991
```

```
g1=tf(Kp,[tau 1],'InputDelay',delay)
```

```
g1 =

                  0.8991
  exp(-0.02*s) * ----------
                 0.08 s + 1

Continuous-time transfer function.
```

```
C=sintonia(g1,'PI','lam',lambda)
```

```
C =

             1
  Kp + Ki * ---
             s

  with Kp = 2, Ki = 22.2

Continuous-time PI controller in parallel form.
```

```
Cd=c2d(C,T)
```

```
Cd =

              Ts
  Kp + Ki * ------
              z-1

  with Kp = 2, Ki = 22.2, Ts = 0.0146

Sample time: 0.014591 seconds
Discrete-time PI controller in parallel form.
```

```
Mry=feedback(Cd*gd,1)
```

```
Mry =

  0.06331 z^2 - 0.0009319 z - 0.04366
  -----------------------------------
  z^3 - 2.431 z^2 + 2.051 z - 0.6015

Sample time: 0.014591 seconds
Discrete-time transfer function.
```

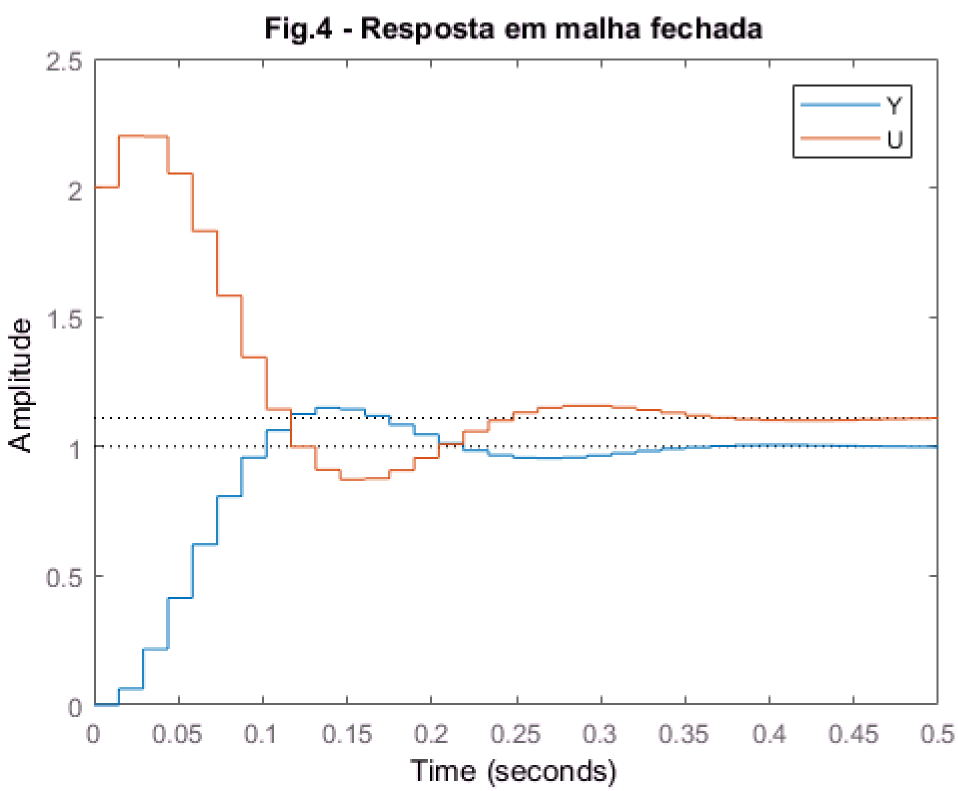
```
Mru=feedback(Cd,gd)
```

```
Mru =

  2.002 z^3 - 4.668 z^2 + 3.623 z - 0.9358
  ----------------------------------------
     z^3 - 2.431 z^2 + 2.051 z - 0.6015

Sample time: 0.014591 seconds
Discrete-time transfer function.
```

```
step(Mry,Mru);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```



4.1 Explique a Fig.4 e os passos que foram seguidos desde o projeto (usando G(s) e escolhendo lambda) até a implementação deste controlador na forma discreta.

Resposta: A constante de tempo de malha aberta, como observada na resposta ao degrau da função de transferencia, é 0.11 [s]. Portanto, escolhemos um valor de $\lambda \leq$ 0.11 [s]. A figura 4 nos mostra o sinal de controle U, e a saída do sistema Y.

Para a construção da figura, foi escolhido um λ arbitrário menor do que 0.11, e sintonizado um controlador de ordem 1 usando a sintonia lambda, calculando os parametros a partir do λ escolhido. O controlador foi então discretizado e plotados a saida Y em relacao a entrada R(s), e a saida U em relacao a entrada R(s) de malha fechada.

4.2 Explique como avaliar este controlador para tempos de amostragem maiores. Pode usar código para ilustrar.

Resposta:

Observa-se que com o aumento do tempo de amostragem, há uma demora maior na estabilização do sistema, possibilidade de instabilidades e outros problemas, como aumento de sobressinal. Podemos avaliar então a qualidade do controlador pelo tempo de amostragem observando a sua resposta aos diferentes tempos de amostragem, e obtendo um tempo de amostragem adequado para o tipo de planta a ser controlado.