CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

DEF: Seja $\sum$ um alfabeto. Os conjuntos regulares sobre $\sum$ são definidos por:

R_1: **BASE**: $\varnothing$, $\{\varepsilon\}$ e $\{a\}$, "$\forall a$; $a \in \sum$, são conjuntos regulares (**cr**) sobre $\sum$.

R_2: **PASSO RECURSIVO**: Seja X e Y conjuntos regulares sobre $\sum$.

Então

a) $X \cup Y$;
b) XY;
c) X^*;

São conjuntos regulares (**cr**) sobre $\sum$.

R_3: Só serão considerados conjuntos regulares sobre $\sum$, aqueles obtidos a partir de R_1 por um número finito de aplicações de R_2.

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

Ex1: O conjunto de todos os strings contendo o substring “bb”.

{a,b}*{bb}{a,b}*

CONJUNTOS	JUSTIFICATIVA
1-{a}	base
2-{b}	base
3-{a} $\cup$ {b}={a,b}	1,2,R_2a
4-{a,b}*	3, R_2c
5-{b}{b}={bb}	2,R_2b
6-{a,b}*{bb}	4,5,R_2b
7-{a,b}*{bb}{a,b}*	6,4,R_2b

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

Ex2: O conjunto de todos os strings contendo ao menos uma ocorrência de “b” e que iniciam e terminam com “a”.

{a}{a,b}*{b}{a,b}*{a}

CONJUNTOS	JUSTIFICATIVA
1-{a}	base
2-{b}	base
3-{a} $\cup$ {b}={a,b}	1,2,R_2a
4-{a,b}*	3, R_2c
5-{a}{a,b}*	1,4,R_2b
6-{a}{a,b}*{b}	5, 2, R_2b
7-{a}{a,b}*{b}{a,b}*	6,4,R_2b
8.{a}{a,b}*{b}{a,b}*{a}	7, 1, R_2b

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

Ex3: O conjunto de todos os strings sobre {a,b} de comprimento par.

{aa,bb,ab,ba}*

CONJUNTOS	**JUSTIFICATIVA**
1-{a}	base
2-{a}{a}={aa}	1,R_2b
3-{b}	base
4-{b}{b}={bb}	3, R_2b
5-{a}{b}={ab}	1,3,R_2b
6-{b}{a}={ba}	3,1,R_2b
7-{aa} $\cup$ {bb}={aa,bb}	2,4,R_2a
8-{aa,bb} $\cup$ {ab}={aa,bb,ab}	7,5,R_2a
9-{aa,bb,ab} $\cup$ {ba}={aa,bb,ab,ba}	8,6,R_2a
10-{aa,bb,ab,ba}*	9,R_2c

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

DEF: Seja ∑ um conjunto (alfabeto). As **expressões regulares** sobre ∑ são : definidos por:

R_1: BASE: ∅, ε e a, ∀a; a ∈ ∑, são expressões regulares (er) sobre ∑.

R_2: PASSO RECURSIVO: Seja X e Y expressões regulares sobre ∑.

Então

$$\left.\begin{array}{l} \text{a) } (X \cup Y) \\ \text{b) } XY \\ \text{c) } (X)^{*} \end{array}\right\} \text{ São expressões regulares (er) sobre } \Sigma.$$

R_3: Só serão considerados expressões regulares sobre ∑, aquelas obtidos a partir de R_1 por um número finito de aplicações de R_2

.

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

OBS: $\{b\} \equiv b$ $\{a,b\} = \{a\} \cup \{b\} \equiv a \cup b$ $\{a\}\{b\} \equiv ab$

EXPRESSÃO REGULAR	LINGUAGEM
0	$\{0\}$
$0 \cup 1$	$\{0,1\}$
0^*	$\{0\}^*=\{0^n / n \geqq 0\}$
01	$\{01\}=\{0\}\{1\}$
$(0^*)^*$	$\{0\}^*$
$ba(a \cup b)^*$	$\{ba\}\{a,b\}^*$
$(a \cup b)^*$	$\{a,b\}^*$
ba	$\{b\}\{a\}$

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

EX: O conjunto dos strings sobre {a,b} que contém os substrings aa ou bb.

$$(a \cup b)^* aa (a \cup b)^* \cup (a \cup b)^* bb (a \cup b)^*$$

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

Ex: $G_1=(\{S,A,B\},\{a,b\},P,S)$

P= 1-$S \rightarrow AB$

2-$A \rightarrow aA$

3-$A \rightarrow a$

4-$B \rightarrow bB$

5-$B \rightarrow \varepsilon$

$L(G) = a^+b^*$

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

Ex: $G_2=(\{S,B\},\{a,b\},P,S)$

$P=$ 1-$S \longrightarrow aS$

2-$S \longrightarrow aB$

3- $B \longrightarrow bB$

4-$B \longrightarrow \varepsilon$

$L(G_1) = L(G_2) = a^+b^*$

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

Ex: $G_3=(\{S,B\},\{a,b\},P,S)$

P= 1-$S \longrightarrow AbAbA$

2-$A \longrightarrow aA$

4-$A \longrightarrow \varepsilon$

$G_4=(\{S,B\},\{a,b\},P,S)$

1-$S \longrightarrow aS$

2-$S \longrightarrow bA$

3-$A \longrightarrow aA$

4-$A \longrightarrow bC$

5-$C \longrightarrow aC$

6-$C \longrightarrow \varepsilon$

$L(G_3) = L(G_4) = a^*ba^*ba^*$

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

Ex: G_3=({S,B},{a,b},P,S)

P= 1-S$\longrightarrow$AbAbA

2-A$\longrightarrow$aA

3-A$\longrightarrow$bA

4-A$\longrightarrow$ε

L(G)= $(a \cup b)^*b\,(a \cup b)^*b(a \cup b)^*$

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

Exercícios: As expressões regulares abaixo representam que conjuntos?

1. $a^*ba^*b(a \cup b)^*$

2. $(a \cup b)^*ba^*ba^*$

3. $(a \cup b)^*b(a \cup b)^*b(a \cup b)^*$

GRAMÁTICAS

<u>exercício-18</u>: G=< {S, A,B},{a,b},P, S> onde, P = {

1. $S \rightarrow aB$;

2. $S \rightarrow bA$;

3. $A \rightarrow aS$

4. $A \rightarrow bAA$

5. $A \rightarrow a$

6. $B \rightarrow bS$

7. $B \rightarrow aBB$

8. $B \rightarrow b$ }

2

$$S \overset{1}{\Rightarrow} aB \overset{6}{\Rightarrow} abS \overset{1}{\Rightarrow} abaB \overset{6}{\Rightarrow} ababS \overset{1}{\Rightarrow} ababab$$

$$S \overset{2}{\Rightarrow} bA \overset{3}{\Rightarrow} baS \overset{2}{\Rightarrow} babA \overset{4}{\Rightarrow} babbAA \overset{3}{\Rightarrow} babbaSA \overset{1}{\Rightarrow} babbaaBA \overset{8}{\Rightarrow} babbaabA \overset{5}{\Rightarrow} babbaaba$$

$$S \overset{1}{\Rightarrow} aB \overset{7}{\Rightarrow} aaBB \overset{8}{\Rightarrow} aabB \overset{6}{\Rightarrow} aabbS \overset{2}{\Rightarrow} aabbbA \overset{4}{\Rightarrow} aabbbbAA \overset{5}{\Rightarrow} aabbbbaA \overset{5}{\Rightarrow} aabbbbaa$$

$$S \overset{1}{\Rightarrow} aB \overset{7}{\Rightarrow} aaBB \overset{7}{\Rightarrow} aaaBBB \overset{8}{\Rightarrow} aaabBB \overset{8}{\Rightarrow} aaabBBb \overset{8}{\Rightarrow} aaabbB \overset{8}{\Rightarrow} aaabbb$$

GRAMÁTICAS

exercício-18: $G=<\{S, A,B\},\{a,b\},P, S>$ onde, $P = \{$
1. $S\rightarrow aB$; **5.** $A\rightarrow a$
2. $S\rightarrow bA$; **6.** $B\rightarrow bS$
3. $A\rightarrow aS$ **7.** $B\rightarrow aBB$
4. $A\rightarrow bAA$ **8.** $B\rightarrow b\ \}$

$$L(G)= \{w\in\{a,b\}^+/\ n_w(a)=n_w(b)\}$$

Resultado: Para qualquer que seja $w \in V^+_T$, tem-se:

a. $S \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} w \leftrightarrow n_w(a) = n_w(b)$

b. $A \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} w \leftrightarrow n_w(a)-1 = n_w(b)$

c. $B \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} W \leftrightarrow n_w(b)-1 = n_w(a)$