Nas questões da prova a letra "a" é o maior algarismo do número de matrícula do aluno e a letra "b" é o menor algarismo do número de matricula diferente de zero e um.

2019202307

$\boxed{a = 9 \; ; \quad b = 2}$

②

$\alpha(t) = V_{max} - V_{fotocelulas}$;

$e_a(t) = k_a \alpha(t)$;

$\theta_0(t) = \frac{\theta_m}{N} \rightarrow \frac{d\theta_m}{dt} = N \cdot \frac{d\theta_0}{dt}$

$$\begin{cases} e_a(t) = r_a i_a(t) + L_a \frac{di_a}{dt} + k_b \frac{d\theta_m}{dt}; \\ k_i i_a(t) = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + \beta \frac{d\theta_m}{dt} + Tc \\ T_c = \frac{J_{fotocelula}}{N} \frac{d^2\theta_0(t)}{dt^2} \end{cases}$$

$r_a = \frac{1}{9}$; $L_a = \frac{1}{2}$; $N = 2$

$k_b = \frac{1}{2}$; $k_a = \frac{2}{9}$

onde: θ_m é o ângulo de giro do motor; ω_m é a velocidade de giro do motor; θ_0 é o ângulo do eixo da fotocélula; $V_{fotocélula}$ é a tensão gerada nas fotocélulas; $r_a = 1/a$ e $L_a = 1/b$ são a resistência e a indutância da armadura do motor; i_a é a corrente da armadura, β e J_m são as ctes de atrito e de inércia do motor, respectivamente, que são iguais a 1; Tc é o torque de carga (fotocélulas presas no suporte); $J_{fotocélulas} = a/b$ é a inércia do suporte das fotocélulas; $N=b$ é a relação de engrenagens entre o eixo do motor e o eixo do suporte da fotocélula; $k_b = 1/b$ é a constante da força contra eletromotriz no motor CC, e k_a é o ganho do amplificador que é igual a b/a.

$\beta = J_m = 1$

$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = N\frac{d^2\theta_0}{dt^2}$

$J_{fotocelula} = a/b = 9/2$

2.1 Obtenha as equações de estado deste sistema na forma matricial, considerando que as variáveis de estados sejam $x_1 = i_a$, $x_2 = \frac{d\theta_0}{dt}$, $x_3 = \theta_0$ e que a saída seja igual a θ_0;

$\Rightarrow e_a(t) = r_a x_1 + L_a \dot{x}_1 + k_b \cdot N \cdot x_2 \Rightarrow \underbrace{e_a}_{k_a \cdot \alpha}(t) = \frac{1}{9}x_1 + \frac{1}{2}\dot{x}_1 + x_2 = \frac{2}{9} \cdot \alpha$ (1)

$\Rightarrow k_i x_1 = J_m \cdot N \dot{x}_2 + \beta \cdot N x_2 + T_c \Rightarrow \underbrace{k_i}_{?} x_1 = 2\dot{x}_2 + 2x_2 + T_c$

$\Rightarrow T_c = \frac{J_{fotocelula}}{N} \cdot \dot{x}_2$ substituir $\Rightarrow k_i x_1 = 2\dot{x}_2 + 2x_2 + \frac{9}{4} \cdot \dot{x}_2$ (2)

$\hookrightarrow = \dot{x}_2 \underbrace{(2 + \frac{9}{4})}_{= \frac{8+9}{4} = \frac{17}{4}} = k_i x_1 - 2x_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{2}{9}x_1 - 2x_2 + \frac{4}{9}\alpha & (1) \\ \dot{x}_2 = \frac{4}{17}k_i x_1 - \frac{8}{17}x_2 & (2) \\ \dot{x}_3 = x_2 & (3) \end{cases}$$

$Y = x_3$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2/9 & -2 & 0 \\ 4k_i/17 & -\frac{8}{17} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4/9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \alpha \quad ; \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_3$$

2.2 Obtenha o diagrama de blocos deste sistema de maneira que as variáveis intermediárias sejam as variáveis de estado mencionadas no item 2.1.

$\alpha(t) = V_{max} - V_{fotocelulas}$;

$e_a(t) = k_a \alpha(t)$;

$\theta_0(t) = \frac{\theta_m}{N} \Rightarrow \frac{d\theta_m}{dt} = N\frac{d\theta_0}{dt}$

$e_a(t) = r_a i_a(t) + L_a \frac{di_a}{dt} + k_b \frac{d\theta_m}{dt}; = K_a \alpha(t)$

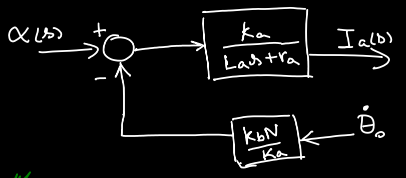
$k_i i_a(t) = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + \beta \frac{d\theta_m}{dt} + Tc$

$T_c = \frac{J_{fotocelula}}{N} \frac{d^2\theta_0(t)}{dt^2}$

$\Rightarrow K_a \alpha(t) = r_a I_a(s) + L_a \cdot s \, I_a(s) + K_b \cdot N \cdot \dot{\theta}_0(s)$

$\alpha(t) = \frac{r_a}{K_a} I_a(s) + \frac{L_a}{K_a} \cdot s \cdot I_a(s) + \frac{K_b \cdot N}{K_a} \cdot \dot{\theta}_0(s)$

$\Rightarrow I_a \left[\frac{L_a s + r_a}{K_a} \right] = \alpha(s) - \frac{K_b \cdot N}{K_a} \cdot \dot{\theta}_0(s)$



$\Rightarrow K_i I_a(t) = J_m N \cdot s \cdot \dot{\theta}_0(s) + \beta N \cdot \dot{\theta}_0(s) + \frac{J_{ft}}{N} \cdot \dot{\theta}_0(t) \cdot s$

$\frac{\dot{\theta}_0(s)}{K_i} \left[\left(J_m N + \frac{J_{ft}}{N} \right) s + \beta N \right] = I_a(t)$

$\Rightarrow \left(J_m N + \frac{J_{ft}}{N} \right) s + \beta N = \frac{(N^2 J_m + J_{ft}) s + \beta N^2}{N}$

$\Rightarrow I_a(t) \cdot K_i \left[\frac{N}{(N^2 J_m + J_{ft}) s + \beta N^2} \right] = \dot{\theta}_0(s)$