



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro Tecnológico

Departamento de Engenharia Elétrica

Eletromagnetismo II

Profs. Responsáveis: Marcelo Segatto (segatto@ele.ufes.br)

Edson Cardoso (edson@ele.ufes.br) e Jair Silva (jair.silva@ufes.br)

Laboratório # III – Linhas de Transmissão

1. Objetivos

Nesta aula de laboratório o aluno deverá averiguar a variação do potencial em diferentes seções de uma linha de transmissão medindo a tensão nas diversas seções. Gráficos de tensão versus βz ajudarão na análise dos resultados obtidos.

2. Conceitos Envolvidos

- Campos Eletromagnéticos guiados
- Linhas de Transmissão
- Teoria de Circuitos

3. Teoria

3.1 – Modelo de Linha de Transmissão

As linhas de transmissão envolvem os conceitos de teoria de campos eletromagnéticos e a teoria de circuitos elétricos, sendo a propagação de ondas de campo elétrico e campo magnético associadas a tensão e a corrente. Uma linha de transmissão pode então ser analisada em termos de tensão e corrente pela teoria de circuitos. Porém, tais linhas apresentam dimensões da mesma ordem do comprimento de onda da onda eletromagnética. Por isso, seus parâmetros circuitais não podem mais ser enxergados como elementos concentrados, mas sim como parâmetros distribuídos ao longo de toda a linha.

As Figuras 1.a) e 1.b) apresentam respectivamente um esquemático de uma linha de transmissão utilizada para conectar uma fonte a uma carga e o seu circuito equivalente. Neste caso os parâmetros circuitais são representados como parâmetros concentrados dependentes da geometria e das características elétricas dos materiais da linha de transmissão sendo R [Ω/m] a resistência por unidade de comprimento devido aos condutores da linha de transmissão, G [S/m] a condutância por unidade de comprimento do dielétrico entre as superfícies condutoras, C [F/m] a capacitância por unidade de comprimento proveniente dos condutores em paralelo e L [H/m] a indutância por unidade de comprimento.

Analisando apenas um trecho de comprimento Δz do circuito mostrado na Figura 1.c), pode-se realizar análise em termos de teoria de circuitos para equações de corrente e tensão. Resolvendo este circuito com $\Delta z \rightarrow 0$ tem-se para a tensão e corrente as seguintes equações:

$$-\frac{\partial V(z,t)}{\partial z} = RI(z,t) + L \frac{\partial I(z,t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$-\frac{\partial I(z,t)}{\partial z} = GV(z,t) + C \frac{\partial V(z,t)}{\partial t} \quad (2)$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro Tecnológico

Departamento de Engenharia Elétrica

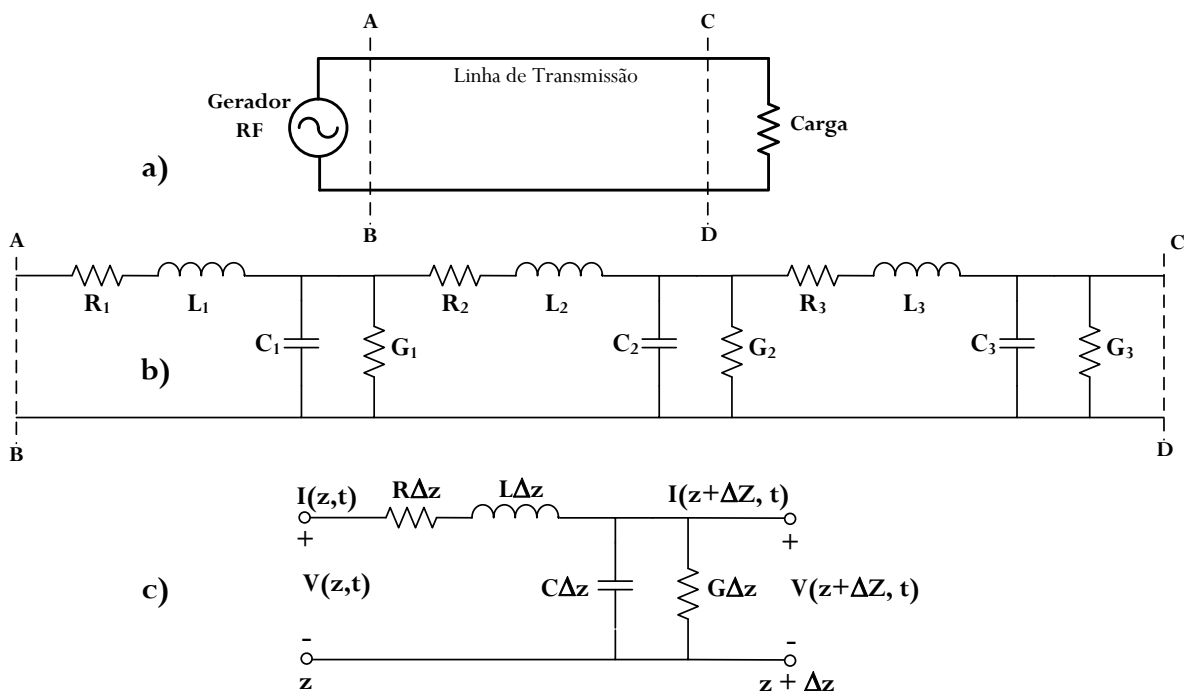


Figura 1 – a) Linha de transmissão e b) seu circuito equivalente, c) trecho de comprimento Δz de um circuito equivalente de uma linha.

Para caracterizar a dependência harmônica temporal faz-se:

$$V(z, t) = \text{Re}[V_s(z)e^{j\omega t}] \quad (3)$$

$$I(z, t) = \text{Re}[I_s(z)e^{j\omega t}] \quad (4)$$

Substituindo (3) e (4) em (1) e (2) e tomando a segunda derivada de V_s e depois de I_s chega-se as seguintes equações

$$\frac{d^2 V_s}{dz^2} - \gamma^2 V_s = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d^2 I_s}{dz^2} - \gamma^2 I_s = 0 \quad (6)$$

onde γ é a constante de propagação que pode ser dividida na parte real e imaginária como:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (7)$$

sendo α a constante de atenuação [Np/m ou dB/m] e β é a constante de fase [rad/m]. As equações (5) e (6) são equações de onda apresentando como solução ondas de tensão e corrente que podem se propagar na direção positiva e negativa de z conforme as equações (9) e (10).

$$V_s(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{+\gamma z} \quad (8)$$

$$I_s(z) = I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{+\gamma z} \quad (9)$$

Assim, utilizando (3), (4) e (7) obtemos expressões para a tensão e a corrente instantânea:



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro Tecnológico

Departamento de Engenharia Elétrica

$$V(z, t) = V_0^+ e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) + V_0^- e^{+\alpha z} \cos(\omega t + \beta z) \quad (10)$$

$$I(z, t) = I_0^+ e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) + I_0^- e^{+\alpha z} \cos(\omega t + \beta z) \quad (11)$$

A impedância característica Z_0 da linha de transmissão é a razão entre a onda de tensão e a onda de corrente, que se propagam no sentido positivo, em qualquer ponto da linha. Substituindo as equações (8) e (9) em (1) e (2) e igualando os coeficientes dos termos $e^{\gamma z}$ e $e^{-\gamma z}$, obtém-se:

$$Z_0 = \frac{V_0^+}{I_0^+} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = R_0 + jX_0 \quad (12)$$

onde R_0 e X_0 são as partes reais e imaginárias de Z_0 . Ao considerar a linha sem perdas, isto é a quando condutividade do condutor tende ao infinito e a do dielétrico tende a zero pode-se admitir $R = G = 0$ e assim tem-se:

$$\alpha = 0, \quad \gamma = j\beta = j\omega\sqrt{LC} \quad (13)$$

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = f\lambda \quad (14)$$

$$X_0 = 0, \quad Z_0 = R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (15)$$

sendo v a velocidade de propagação da onda eletromagnética na linha de transmissão dependente de L e C que por sua vez são funções das características geométricas e elétricas da linha. Porém, o produto LC é função apenas das características elétricas dos materiais da linha sendo então possível determinar a velocidade de propagação conhecendo-se apenas as características dos materiais da linha independente da sua geometria.

3.2 – Casamento de Impedância

Considere agora uma linha de transmissão de comprimento L conectada a uma carga Z_c conforme a Figura 2. A diferença entre a impedância da carga e a impedância característica da linha gera um padrão de onda estacionária na linha de transmissão responsável pela variação da relação tensão e corrente em todo o circuito. Por causa disso, a forma como esta impedância de carga é vista ao longo de toda a linha de transmissão é dependente da posição da mesma e é expressa pela equação (16).

$$Z_{ent} = Z_0 \left[\frac{Z_c + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_c \tan \beta l} \right] \quad (16)$$

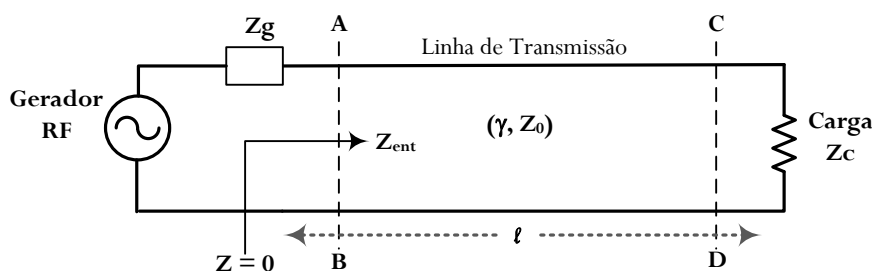


Figura 2 – Linha de transmissão de comprimento L conectada a uma carga Z_c .



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro Tecnológico

Departamento de Engenharia Elétrica

A equação (16) mostra que quando a impedância da carga difere de Z_0 o padrão de onda estacionária pode ser responsável por gerar um valor de impedância visto na entrada junto ao gerador bem diferente do valor da impedância de carga na saída. Posto isto, uma alteração na máxima potência entregue à linha de transmissão pode ocorrer devido a um possível descasamento entre a impedância de carga vista na entrada com a impedância do gerador.

4. Experimento

A Figura 3 ilustra o *setup* experimental a ser utilizado para medir os níveis de tensão nas 10 secções da linha de transmissão ilustrada. Neste circuito os valores de indutância e capacitância são $820 \mu\text{H}$ e 1 nF respectivamente.

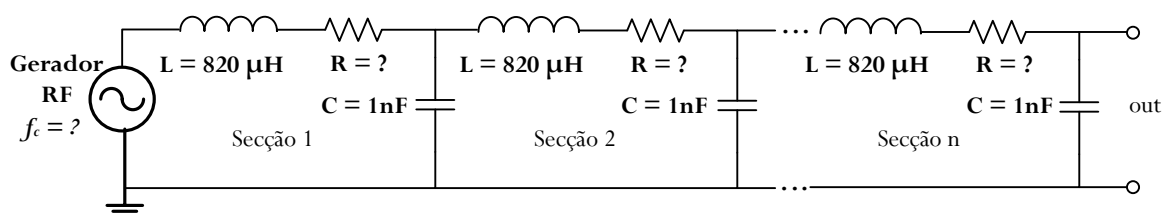


Figura 3 – Linha de transmissão ($\lambda/4$) para o experimento.

5. Tarefas e Análises

- Monte o circuito de 10 secções ilustrado na Figura 3 e determine a frequência do sinal de entrada da linha, de maneira a garantir uma defasagem de 9° entre secções sucessivas. Para este sinal de saída do gerador use uma tensão igual a 10 V ;
- Através de cálculos de impedância característica mostre que esta linha de transmissão pode ser considerada uma linha quase sem perdas;
- Faça medidas das constantes de atenuação e de fase entre sucessivas secções ao longo de toda a linha para as seguintes situações:
 - Linha Casada;
 - Linha em circuito aberto;
 - Linha em curto circuito.
- Plote gráficos para as constantes acima mencionadas para as três diferentes situações;
- Faça análises do comportamento da linha de transmissão experimentada em um relatório que deverá ser entregue ao Professor.