

Exercícios de Análise de Fourier

Professor

Dr. Jorge Leonid Aching Samatelo
jlasm001@gmail.com

		Sinal	
		Periódica	Aperiódica
Tempo	Valor contínuo $x \in \mathbb{R}$	Series de Fourier de Tempo Continuo (CTFS)	Transformada de Fourier de Tempo Continuo (CTFT)
	Valor Discreto $x \in \mathbb{Z}$	Series de Fourier de Tempo Discreto (DTFS)	Transformada de Fourier de Tempo Discreto (DTFT)

Sobre a Apresentação das Soluções

Sobre a Apresentação das Soluções

Avaliação

❑ Método de Avaliação

- Cada grupo (2 alunos) apresentara em aula a solução de um problema proposto pelo professor.
- Cada problema terá um determinado valor em pontos que serão somados a nota da prova parcial correspondente.
 - ❖ Mínimo valor em pontos para um problema: 0,25
 - ❖ Máximo valor em pontos para um problema: 0,5

❑ Critérios para a avaliação da apresentação

➤ Solução

- ❖ Correta: 100%
- ❖ Incorreta: 0%

➤ Simulação em MATLAB (plus)

- ❖ Correta: +0,1
- ❖ Incorreta: 0,0

Sobre a Apresentação das Soluções

Indicações

❑ Prazo:

- Envio das soluções: Domingo 25/06/2018 - (20:00 hrs)

❑ Procedimento para o envio da solução:

- Os slides da solução de cada exercício devem ser enviados ao email jlasam001@gmail.com com o assunto: EXERCICIO_SINAIS_ANALISE_FOURIER_2018_1. O nome do arquivo **.PPT (ou PPTX)** deve iniciar com o rotulo ANALISE_FOURIER seguido pelo numero do exercício e as iniciais dos nomes dos integrantes de cada dupla (por exemplo, a dupla conformada pelos alunos **Pedro Farias e Joao Silva** que solucionaram o exercício 3 enviariam o arquivo ANALISE_FOURIER_3_PF_JS.ppt).

Sobre a Apresentação das Soluções

Recomendações para a elaboração dos *slides*

- ❑ O formato dos slides deve ser simples (fundo branco).
- ❑ O primeiro *slide* deve conter o numero de exercício e os nomes dos integrantes de cada dupla.
- ❑ O segundo *slide* deve conter o enunciado do problema.
- ❑ Os *slides* restantes devem conter os critérios e os procedimentos usados na solução. É importante indicar que **devem ser didáticos na explicação da solução do problema.**
- ❑ Em relação as equações matemáticas, usar o editor de equações:
 - **MATHTYPE**
 - ❖ <http://mathtype.softonic.com.br/>
- ❑ No caso, que sejam usados programas editores de equações que trabalham com notação **LATEX**, incluir ao final da apresentação, como um anexo, o código TEX das equações.
- ❑ **IMPORTANTE:** Não é aceitável, incluir unicamente as imagens das equações **(menos colar imagens de equações de material de referência).**

Exercícios por dupla

Integrantes	Nº de Exercício
LUCAS BATISTA LEITE & MATHEUS BELOTI MARIANI	4
RHUAN SOUZA CAETANO & FRANCO SCHMIDT ROSSI	15
BRUNO GAMA NUNES DE OLIVEIRA & LUCAS SANTANA DA CUNHA	2
KEVIN BENFIQUES BORGES & ANDRE FELIPE SANTOS PEREIRA	16
MATHEUS DE ABREU BOZZI & MATHEUS BONGIOVANI SATHLER	3
BRUNO FRIGERI PIRAJA & GABRIEL THEBALDI DA SILVA	18
MATHEUS FRANCO GRACIANO & MARCELO SANTOS HONORATO	20
TADEU ALVES HASTENREITER & EITEL ALEX EBONGUE NG	1
ANATELLI ANNE FAGUNDES HERINGER & GABRIEL CARLOS FAVERO CHAGAS	22
MATHEUS LIMA DE ASSIS BERNARDINO & FABRICIO NUNES PAIVA	19
DEBORA CRISTINA FORTUNA LOPES & MARIANNE PONTARA MARINHO	23
ISABEL MARIA ROCHA BUSTAMANTE & MATUSALEM MANSUR	21
DIEGO RODRIGO PEREZ PACHECO & TASSIO SANTUCHI	17
ORIEL DILSON FERREIRA & CLEIDSON ALVES FAVALESSA	11
LUCAS VALENTIM VIDOTO & VITOR MONTENEGRO DE OLIVEIRA SABBAGH	5
LUIZ CLAUDIO CAMPISTA JUNIOR & RODRIGO MANZOLI DOS SANTOS	14
RAFAEL FRICKS DOS SANTOS & LUANY TONIATO OLIVEIRA	10
JHEMES PARMA MIRANDA & LEONARDO MARTINS DA SILVA	6
SANDOR FERREIRA DA SILVA & MELINA SCHNEIDER CAMPO	13
JONAS MENDES FIORINI & GUSTAVO DE ANDRADE GARCIA	7
HAYLANDER GOMES LOPES	9
RAYANE NASCIMENTO & BRENO SCALZER COIMBRA	8
BERNARDO FIGUEIREDO DE A CAMPOS & GLAUCIANE SOUZA DA SILVA	12

Lista de Exercícios



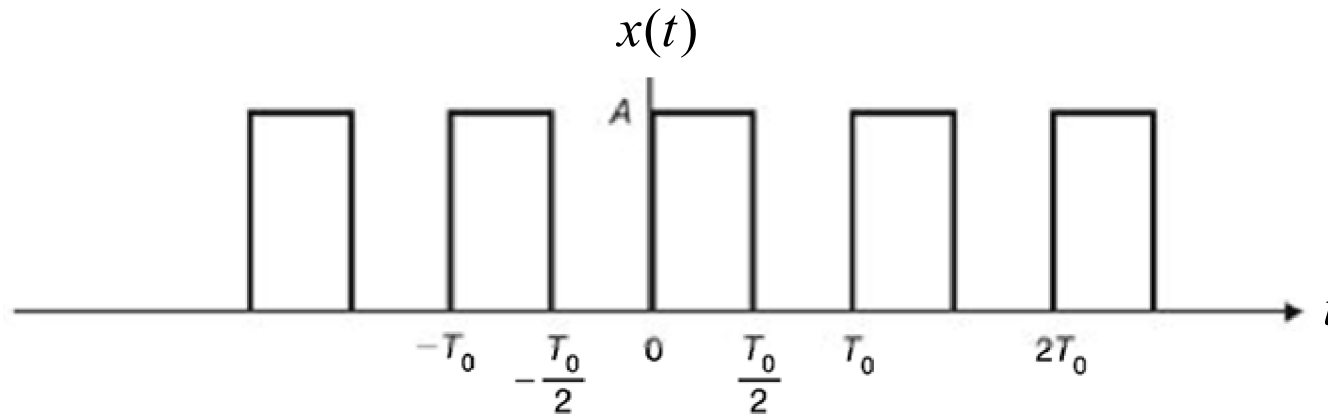
Lista de Exercícios

CTFS

Exercício 1

0,5 PT

- Considere o sinal quadrado periódico $x(t)$ mostrado na figura.
- A. Determinar a forma exponencial complexa da série de Fourier de $x(t)$.
 - B. A partir da CTFS determinada em (A) obter a forma trigonométrica da serie de Fourier de $x(t)$.



Lista de Exercícios

CTFS

Exercício 2

0,5 PT

- ❑ Encontrar os coeficientes das séries de Fourier para cada um das seguintes sinais:

A. $x(t) = \sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

B. $x(t) = 1 + \cos(2\pi t)$

C. $x(t) = (1 + \cos(2\pi t))\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

- ❑ *Dica para o item (C):* você pode primeiro multiplicar os termos e depois usar a identidade de Euler.

Lista de Exercícios

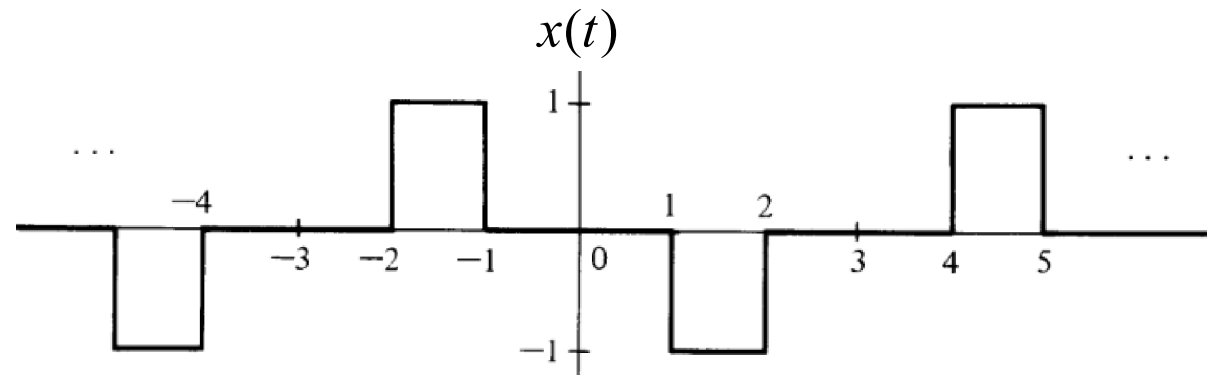
CTFS

Exercício 3

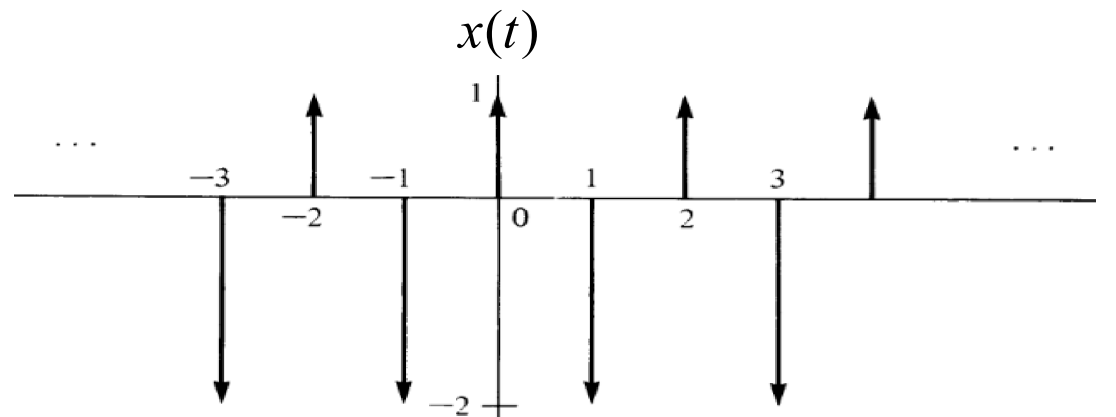
0,5 PT

□ Determine as séries de Fourier dos seguintes sinais.

A.



B.



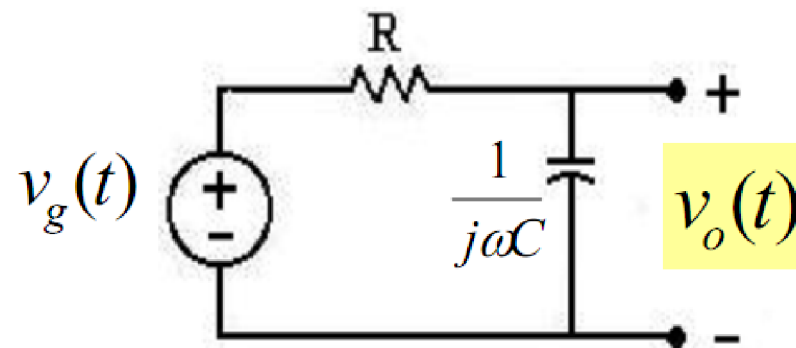
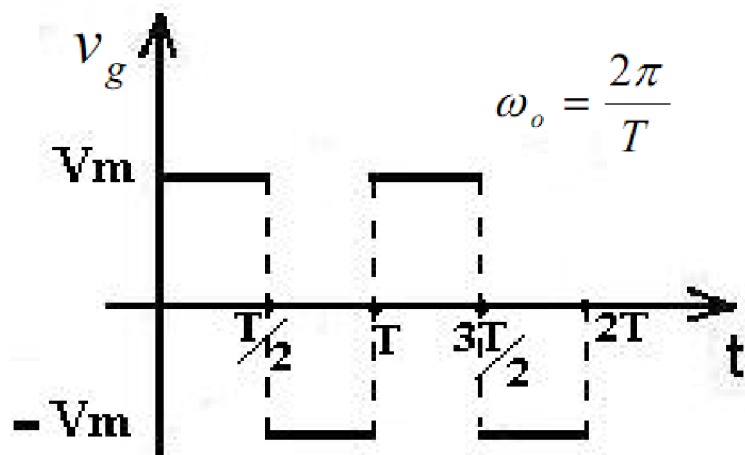
Lista de Exercícios

CTFS

Exercício 4

0,5 PT

- Para o circuito da Figura abaixo, determine a serie de Fourier da tensão de saída $v_o(t)$ quando a entrada é a tensão $v_g(t)$.



Lista de Exercícios

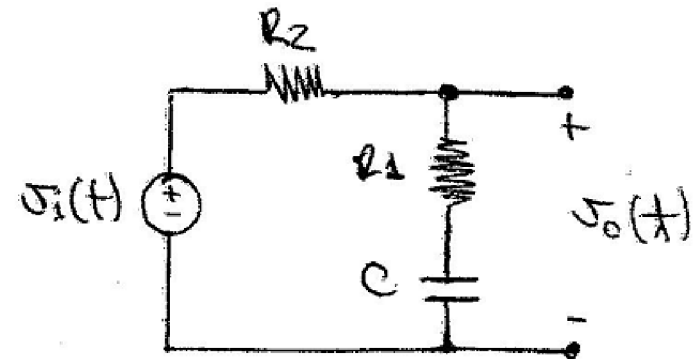
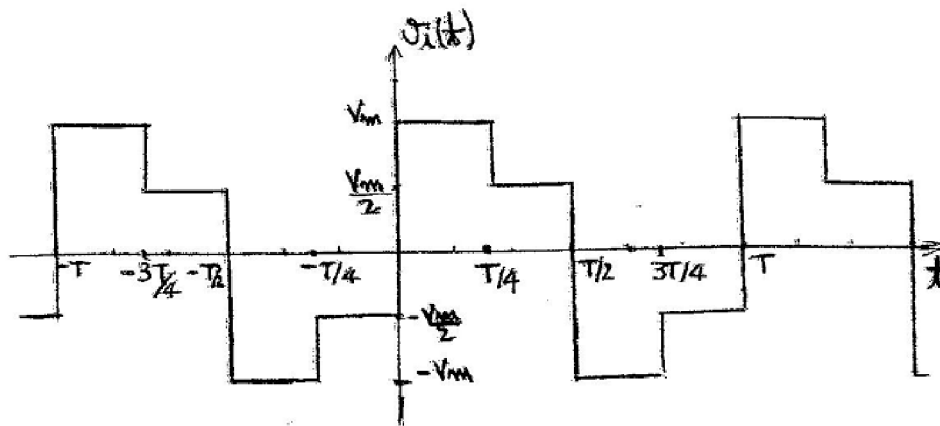
CTFS

Exercício 5

0,5 PT

- Para o circuito da Figura abaixo, determine os termos da série de Fourier da tensão $v_i(t)$ até o 5º (quinto) harmônico, e com isso, determine cada termo da tensão $v_o(t)$. Assuma:

$$V_m = 100\pi V \quad T = 2\pi 10^{-3} \text{ s} \quad R_1 = 1\text{K}\Omega \quad R_2 = 9\text{K}\Omega \quad C = 1\mu\text{F}$$



Lista de Exercícios

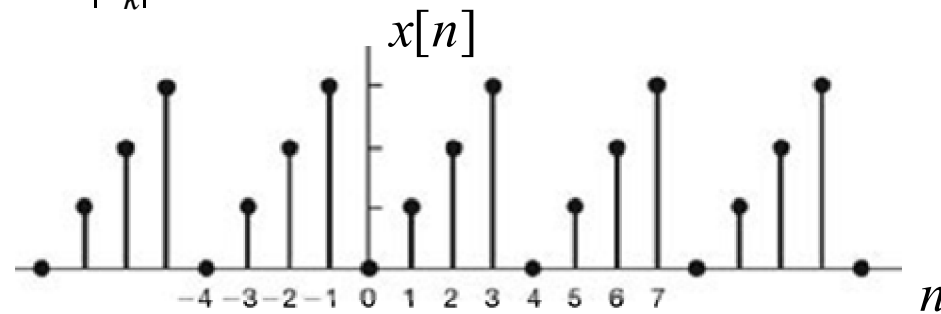
DTFS

Exercício 6

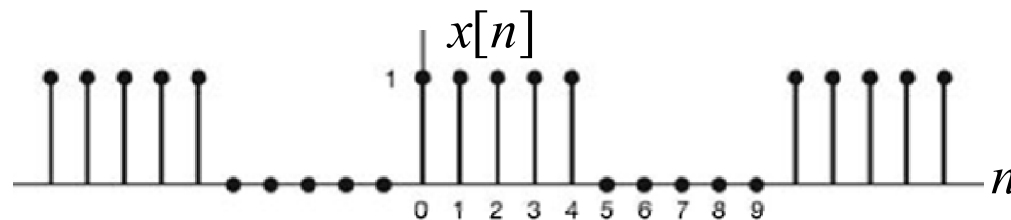
0,5 PT

- Considerar as sequências periódicas $x[n]$ mostradas nas Figuras abaixo. Determine os coeficientes da Serie de Fourier c_k e desenhe a representação espectral da magnitude $|c_k|$.

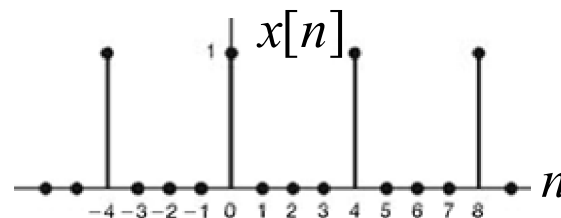
A.



B.



C.



Lista de Exercícios

DTFS

Exercício 7

0,5 PT

- Considere um sistema LTI com resposta ao impulso

$$h[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 2 \\ -1, & -2 \leq n \leq -1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Encontre a representação da série de Fourier da saída $y^*[n]$ para cada uma das seguintes entradas.

A. $x^*[n] = \sin\left(\frac{3\pi n}{4}\right)$

B. $x^*[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-4k]$

C. $x^*[n] = \begin{cases} 1, & n = 0, \pm 1 \\ 0, & n = \pm 2, \pm 3, \pm 4 \end{cases} \quad x^*[n] = x^*[n+6]$

D. $x^*[n] = j^n + (-1)^n$

Lista de Exercícios

DTFS

Exercício 8

0,5 PT

- Considere um sistema LTI com resposta ao impulso

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$$

- Encontre a representação da série de Fourier da saída $y^*[n]$ para cada uma das seguintes entradas.

A. $x^*[n] = \sin\left(\frac{3\pi n}{4}\right)$

B. $x^*[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-4k]$

C. $x^*[n] = \begin{cases} 1, & n = 0, \pm 1 \\ 0, & n = \pm 2, \pm 3, \pm 4 \end{cases} \quad x^*[n] = x^*[n+6]$

D. $x^*[n] = j^n + (-1)^n$

Lista de Exercícios

DTFS

Exercício 9

0,5 PT

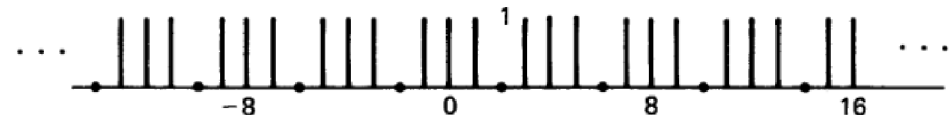
- Nos itens (A), (B), (C) e (D) especificamos os coeficientes das séries de Fourier de um sinal que é periódico com período igual a 8. Determine o sinal $x[n]$ para cada caso.

A.
$$a_k = \cos\left(k \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(3k \frac{\pi}{4}\right)$$

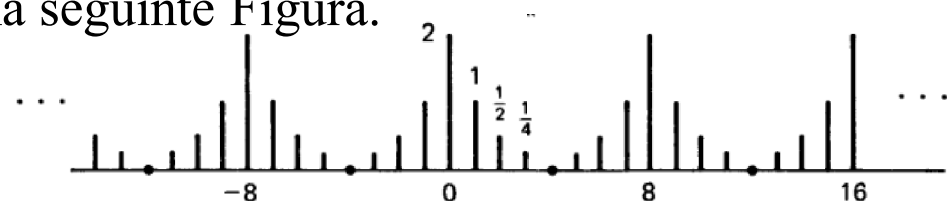
B.

$$a_k = \begin{cases} \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right) & 0 \leq k \leq 6 \\ 0, & k = 7 \end{cases}$$

C. a_k como na seguinte Figura.



D. a_k como na seguinte Figura.



Lista de Exercícios

DTFS

Exercício 10

0,5 PT

- ❑ Considerar um sistema de tempo discreto com resposta ao impulso

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

- ❑ Determine a saída $y[n]$ para cada uma das seguintes entradas periódicas:

A.

$$x[n] = (-1)^n = e^{j\pi n} \quad \text{para todo } n$$

B.

$$x[n] = e^{j(\pi n/4)} \quad \text{para todo } n$$

C.

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{4} + \frac{\pi}{8}\right) \quad \text{para todo } n$$

Lista de Exercícios

CTFT

Exercício 11

0,5 PT

- ❑ Considere o sinal $x(t)$ com CTFT $X(w)$, suponha que são conhecidos os seguintes fatos:

- O sinal $x(t)$ é real e não negativa.
- é válido o seguinte par da transformada de Fourier

$$Ae^{-2t}u(t) \xleftrightarrow{CTFT} (1 + jw)X(w)$$

Onde A é independente de t .

- $X(w)$ tem energia finita:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \|X(w)\|^2 dw = 2\pi$$

- ❑ Então, determine a expressão fechada para $x(t)$.

Lista de Exercícios

CTFT

Exercício 12

0,5 PT

□ Considere o par da transformada de Fourier

$$e^{-|t|} \xleftrightarrow{CTFT} \frac{2}{1 + w^2}$$

A. Use as apropriadas propriedades da CTFT para determinar a CTFT do sinal:

$$x(t) = te^{-|t|}$$

B. Use o resultado item (A), e a propriedade dual para determinar a CTFT do sinal:

$$x(t) = \frac{4t}{(1 + t^2)^2}$$

Lista de Exercícios

CTFT

Exercício 13

0,5 PT

□ Dado $x(t) \xleftrightarrow{CTFT} X(w)$, expresse o CTFT dos sinais listados embaixo em termos de $X(w)$.

A.

$$x_1(t) = x(1-t) + x(-1-t)$$

B.

$$x_2(t) = x(3t-6)$$

C.

$$x_3(t) = \frac{d^2}{dt^2} x(t-1)$$

Lista de Exercícios

CTFT

Exercício 14

0,5 PT

□ Determine a CTFT de cada um das seguintes sinais periódicas:

A.

$$x(t) = \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

B.

$$x(t) = 1 + \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{8}\right)$$

Lista de Exercícios

CTFT

Exercício 15

0,5 PT

- ❑ O sinal $x(t) = e^{bt}u(-t)$ é um exemplo de um sinal exponencial real de lado esquerdo. Desenhar o sinal para $b > 0$ e mostrar que a CTFT de $x(t)$ é:

$$X(w) = \frac{1}{b - jw}$$

- ❑ se $b > 0$, Também, mostre que a CTFT não existe se $b \leq 0$.

Lista de Exercícios

CTFT

Exercício 16

0,5 PT

- ☐ Para a função ímpar real

$$x(t) = e^{at}u(-t) - e^{-at}u(t)$$

- ☐ Mostre que a CTFT é:

$$X(\omega) = \frac{j2\omega}{a^2 + \omega^2}$$

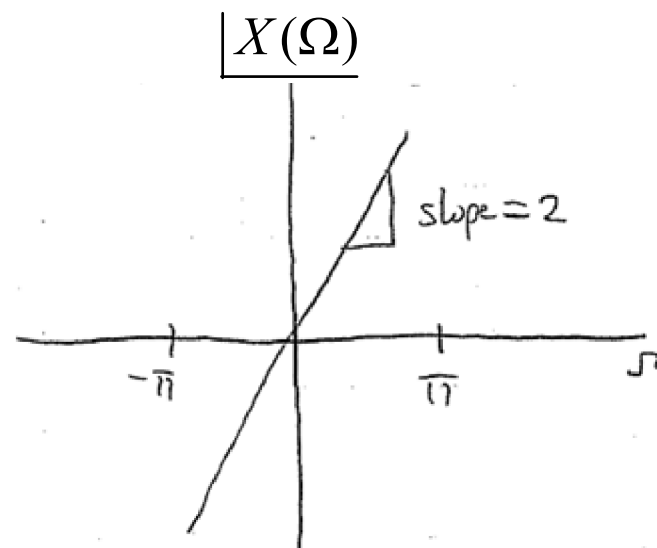
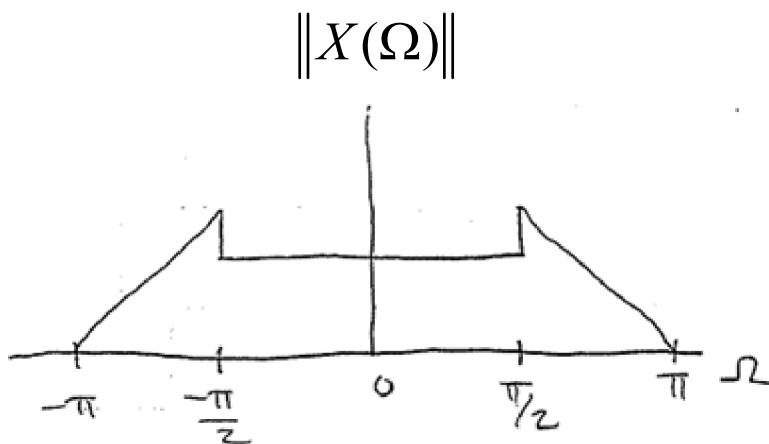
Lista de Exercícios

DTFT

Exercício 17

0,5 PT

- Considere a sequência $x[n]$ cuja DTFT é mostrado abaixo para $-\pi \leq \Omega \leq \pi$. Desejamos determinar se no domínio do tempo $x[n]$ é periódico, real, par e/ou de energia finita.



Lista de Exercícios

DTFT

Exercício 18

0,5 PT

- ❑ Derivar o DTFT do degrau unitário

$$x[n] = u[n]$$

Lista de Exercícios

DTFT

Exercício 19

0,5 PT

- ☐ Considere o sistema causal LTI descrito pela equação de diferenças

$$y[n] + \frac{1}{2} y[n-1] = x[n]$$

- ☐ Usando a DTFT, determine:

- A. A resposta de frequência $H(\Omega)$ do sistema.
- B. A resposta ao impulso $h[n]$ do sistema.

Lista de Exercícios

DTFT

Exercício 20

0,5 PT

□ Determine a DTFT dos seguintes sinais.

A. $x[n] = u[n] - u[n - 6]$

E. $x[n] = |\alpha|^n \sin(\omega_0 n), |\alpha| < 1$

B. $x[n] = 2^n u[-n]$

F.
$$x[n] = \begin{cases} 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n, & |n| \leq 4 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

C. $x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n + 4]$

G. $x[n] = \{-2, -1, \underset{\uparrow}{0}, 1, 2\}$

D.
$$x[n] = \alpha^n \sin(\omega_0 n) u[n] \\ |\alpha| < 1$$

H.
$$x[n] = \begin{cases} A(2M + 1 - |n|) & |n| \leq M \\ 0 & |n| > M \end{cases}$$

Lista de Exercícios

DTFT

Exercício 21

0,5 PT

□ Determine o sinal tendo as seguintes DTFT⁻¹.

A.

$$X(\Omega) = \begin{cases} 0 & 0 \leq |\Omega| \leq \Omega_0 \\ 1 & \Omega_0 < |\Omega| \leq \pi \end{cases}$$

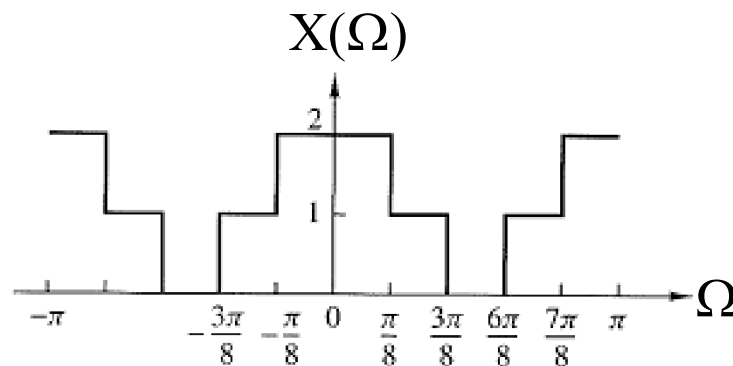
B.

$$X(\Omega) = \cos^2(\Omega)$$

C.

$$X(\Omega) = \begin{cases} 1 & \Omega_0 - \Delta\Omega / 2 \leq |\Omega| \leq \Omega_0 + \Delta\Omega / 2 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

D. O sinal mostrado na seguinte Figura



Lista de Exercícios

DTFT

Exercício 22

0,5 PT

❑ Considere o sinal

$$x[n] = \{-1, 2, -\underset{\uparrow}{3}, 2, -1\}$$

❑ Cujas transformadas de Fourier são $X(\Omega)$. Calcule as seguintes quantidades, sem calcular explicitamente $X(\Omega)$:

A.

$$X(0)$$

B.

$$\underline{|X(\Omega)|}$$

C.

$$\int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) d\Omega$$

D.

$$X(\pi)$$

E.

$$\int_{-\pi}^{\pi} |X(\Omega)|^2 d\Omega$$

Lista de Exercícios

DTFT

Exercício 23

0,5 PT

- ☐ Considere o sinal

$$x[n] = \{-1, -2, -\underset{\uparrow}{3}, 2, -1\}$$

- ☐ Determine a DTFT de $x[n]$.

Bom Trabalho!!!

