Laboratório de Controle
Departamento de Engenharia Elétrica - UFES

Projeto do controlador PI via método do lugar das raízes

Seja a resposta ao degrau do motor mostrada na figura 1. O primeiro degrau visa fazer o motor ir para o ponto de operação, a velocidade em torno de 3000. O segundo degrau visa obter o modelo para esta região de operação.

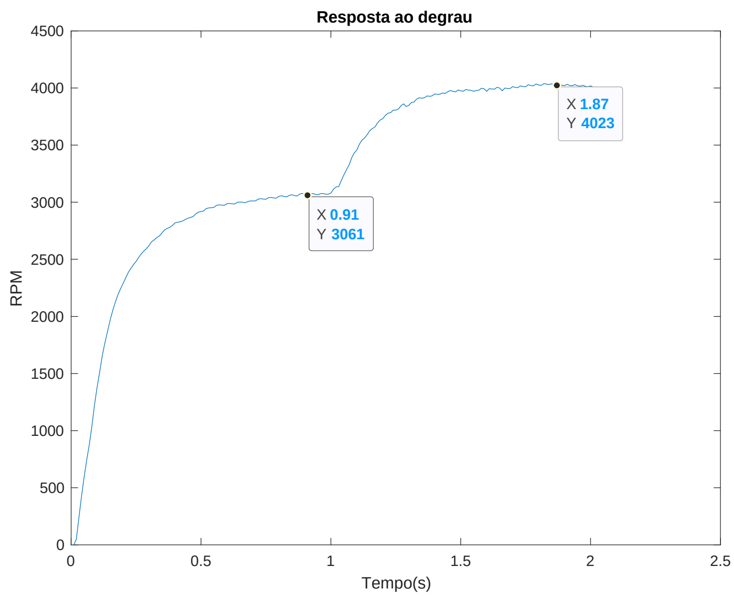

Figura 1. Resposta do motor CC aos degraus

O função procest permite obter modelos de ordem 1 e 2, como mostrado na figura 2.

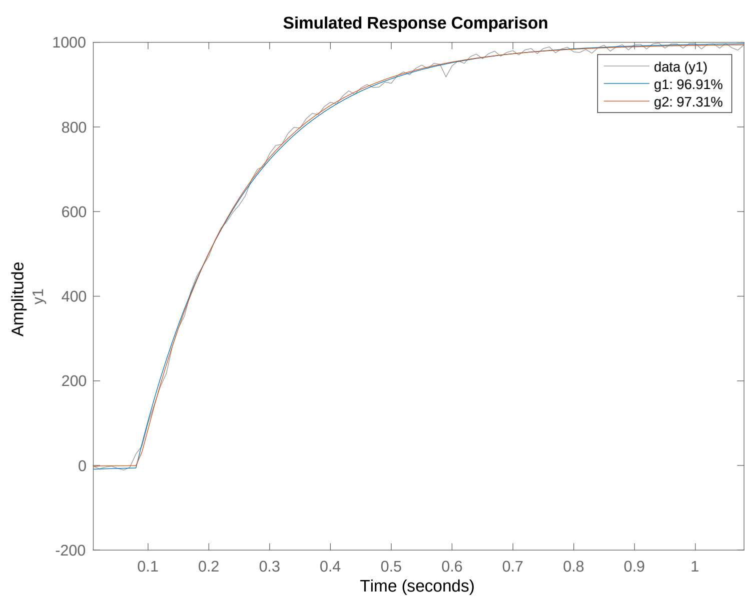

Figura 2. Modelos de ordem 1 e 2 obtidos

Para ordem 1, tem-se $G_1(s) = \frac{55}{0.17s+1}$. Para ordem 2, tem-se $G_2(s) = \frac{55}{(1+0.14s)(1+0.026s)}$.
Ou seja, o polo dominante está em torno de $s = -7$ e o polo rápido de segunda ordem em $s = -37$.
Para ordem 1, a constante de tempo é $\tau = 0.17$ e o ganho é $K = 55$.
Para o método de sintonia lambda, tem-se
$K_p = \frac{\tau}{K\lambda}$ e $K_I = \frac{1}{\tau}$.

Para projetar o PI pelo método do lugar das raízes, podemos usar a ferramenta rltool com $G_2(s)$.
Os passos são:

1) rltool(g2)
2) Introduzir o polo do integrador na origem
3) Escolher um local para o zero do controlador PI
4) Variar o ganho proporcional K_p para a resposta adequada.

Eventualmente rever a escolha do zero para melhores respostas.
Para o projeto do motor com a FT $G_2(s)$ de ordem 2, o LR conterá os dois polos da FT mais o polo do integrador. Um dos polos tenderá para o zero do controlador PI e os outros dois tenderão para assíntotas.

Para ter-se uma ideia de onde colocar o zero do PI, observe onde foi colocado o zero no projeto de sintonia lambda
$C(s) = K_p + \frac{K_p K_I}{s} = K_p(\frac{s+K_I}{s})$
Ou seja, o zero foi colocado em $s = -K_I = -{}^{1}\!/_{\tau}$.
No caso acima, o zero estaria em torno de $s = -7$.

Na figura 1 se observa o LR quando o zero é colocado próximo à origem. O polo que está na origem tende no máximo até este zero, ou seja, tem-se um polo de malha fechada lento. Isso tende a deixar a resposta lenta, ou com demora a convergir para o valor de regime.

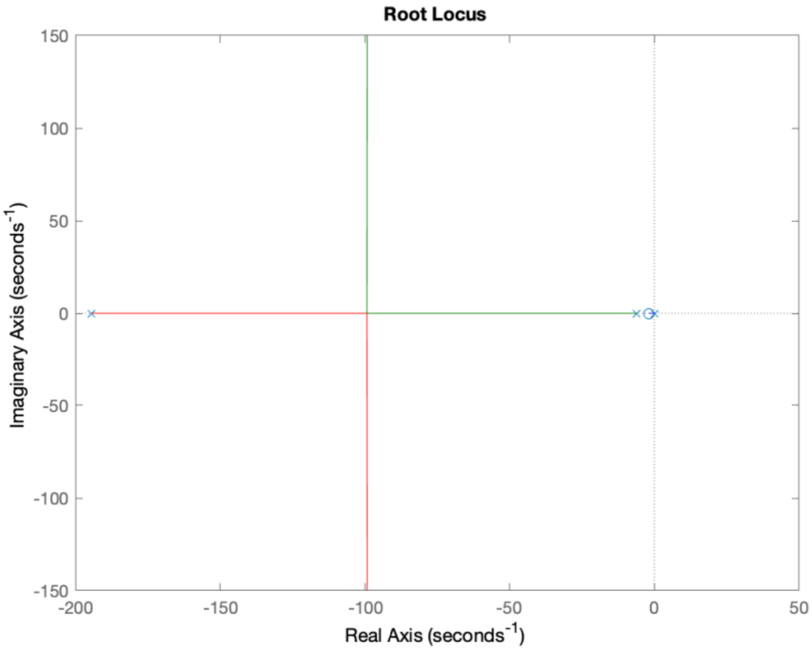

Figura 3. LR colocando o zero do PI próximo da origem

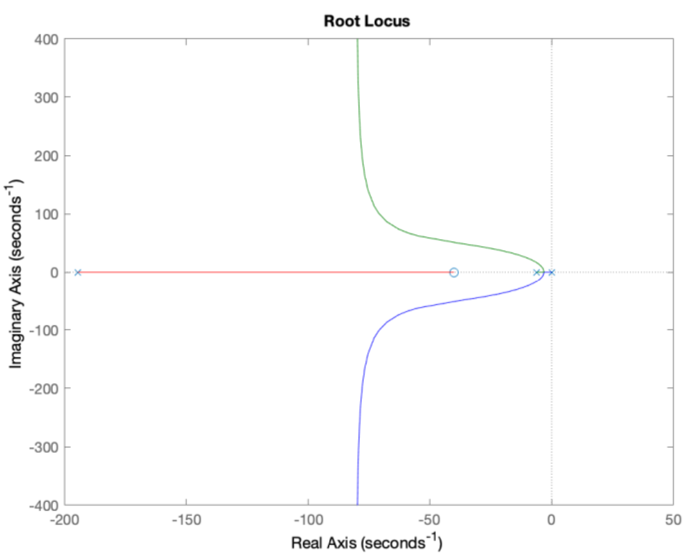

Figura 4. LR colocando o zero do PI afastado da origem

Ao afastar bastante o zero da origem, Figura 4, dois polos complexos tendem a deixar a resposta menos amortecidas para ganhos grandes.

Na figura 5 se observa a resposta ao degrau para estes dois casos, donde se conclui que nenhuma delas é boa. Deve-se buscar uma localização do zero entre estes valores, ficando claro que o polo dominante é uma boa referência para decidir sobre esta localização.

A liberdade para alterar tanto K_p quanto K_I permite que o projeto do PI via LR tenha melhor desempenho do que o projeto via método lambda, que é mais simples e permite alterar apenas K_p.

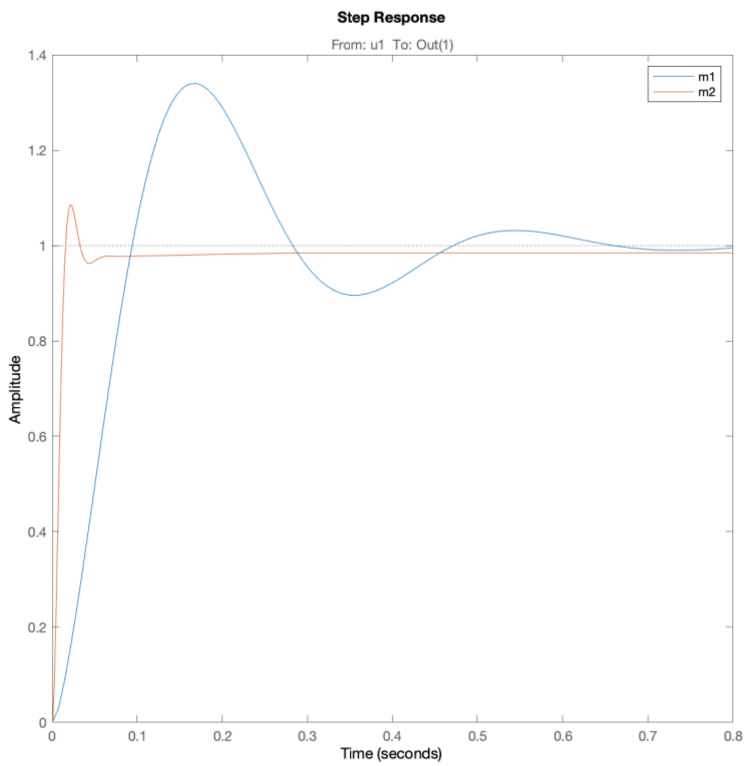

Figura 5. Resposta ao degrau para as duas escolhas do zero do PI

A Figura 6 mostra o LR para uma boa escolha neste caso. Na figura 7 se observa a melhoria na resposta que se obteve escolhendo o zero do PI e o ganho proporcional.

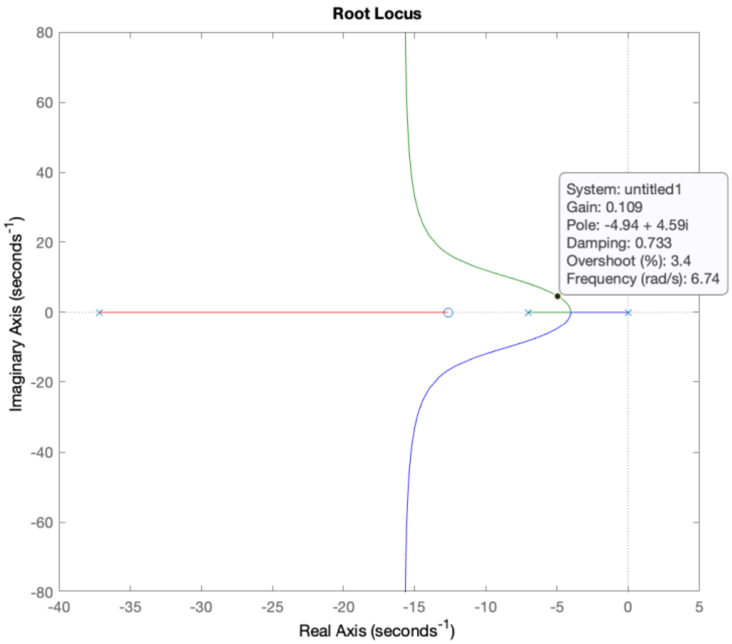

Figura 5. LR do projeto do PI

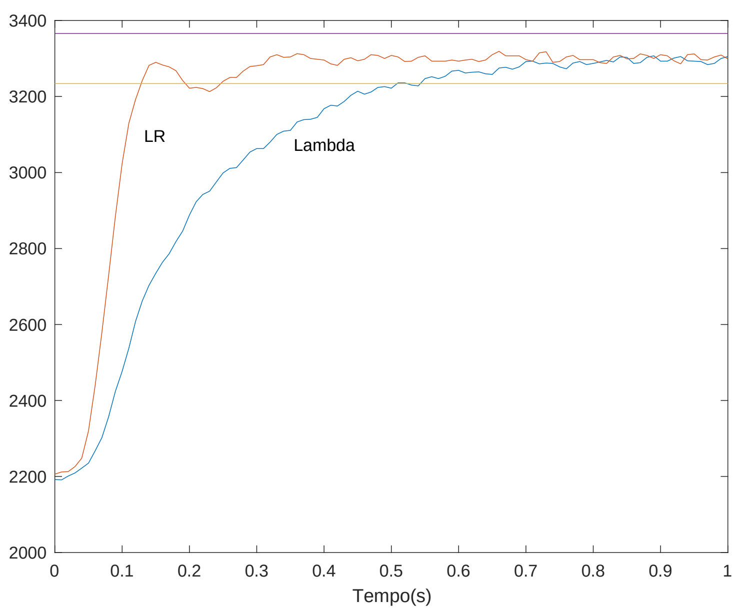

Figura 6. Projeto via PI e método lambda