INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS FLUIDOS

ESTÁTICA DOS FLUIDOS

Professor Bruno Furieri

(ÇENGEL E CIMBALA, 2015).

INTRODUÇÃO

A estática dos fluidos trata dos problemas associados aos fluidos em repouso.

A única tensão tratada na estática dos fluidos é a tensão normal, que é a pressão. A variação da pressão se deve só ao peso do fluido.

A estática dos fluidos é usada para determinar as forças que agem sobre corpos flutuantes ou submersos, e as forças desenvolvidas por dispositivos como prensas hidráulicas e macacos de automóveis.

O projeto de muitos sistemas de engenharia, como represas e tanques de armazenamento de líquidos, exige a determinação das forças que agem sobre as superfícies usando a estática dos fluidos.

EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS

Objetivo → Obter uma equação para calcular o campo de pressão em um fluido

Para obter a equação básica da estática dos fluidos, aplica-se a segunda Lei de Newton a um elemento de fluido diferencial de massa $dm = \rho dV$, com lados dx, dy e dz.

FOX et al., 2011

EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS

Tipos de força que podem atuar em um fluido

- Forças de campo
- Forças de superfície

A única força de campo que deve ser considerada na maior parte dos problemas de engenharia é aquela decorrente da gravidade.

$$\boxed{d\vec{F}_B = \vec{g}dm = \vec{g}\rho dV}$$

Onde $\vec{g}$ é o vetor gravidade [m/s^2], ρ é a massa específica [kg/m^3] e dV é o volume do elemento. Em coordenadas cartesianas, $dV = dx\ dy\ dz$

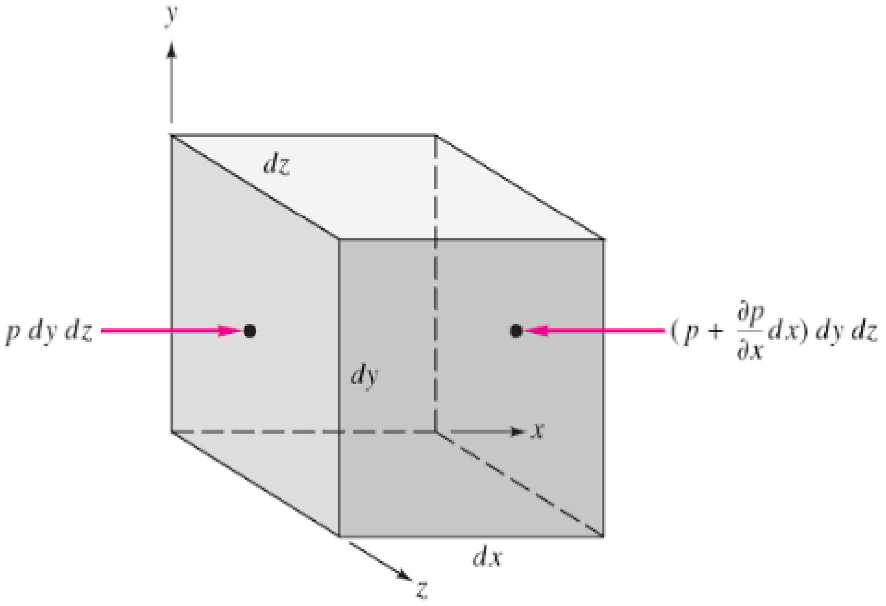
EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS

Em um fluido estático, nenhuma força de cisalhamento pode estar presente, então a única força de superfície é a força de pressão.

A pressão é um campo escalar $p = p(x, y, z)$, logo, varia com a posição dentro do fluido.

A força líquida de pressão que resulta dessa variação pode ser avaliada pela soma de todas as forças que atuam nas seis faces do elemento fluido.

EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS



Fonte: WHITE, 2011

A força líquida em decorrência da variação de pressão na direção x sobre um elemento é dada por:

$$\boxed{d\vec{F}_x = p\,dy\,dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy\,dz = -\frac{\partial p}{\partial x}dx\,dy\,dz}$$

De maneira semelhante, a força líquida $d\vec{F}_y$ envolve $-\partial p/\partial y$, e a força líquida $d\vec{F}_z$ envolve $-\partial p/\partial z$.

(WHITE, 2011).

EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS

O vetor força líquida total sobre o elemento em decorrência da pressão é:

$$\boxed{d\vec{F}_S = \left(-\frac{\partial p}{\partial x}\,\hat{\imath} - \frac{\partial p}{\partial y}\,\hat{\jmath} - \frac{\partial p}{\partial z}\,\hat{k}\right) dx\, dy\, dz}$$

O termo entre parênteses é o negativo do gradiente de pressão, representado como $-\vec{\nabla} p$

Logo, não é a pressão, mas sim o gradiente de pressão que causa uma força líquida a ser equilibrada pela gravidade.

FOX et al., 2011

EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS

Combinando as formulações desenvolvidas para as forças de superfície e de campo, de modo a obter a força total atuando sobre um elemento fluido temos:

$$\boxed{d\vec{F} = d\vec{F}_B + d\vec{F}_S = (\rho\vec{g} - \nabla\vec{p})\, dx\, dy\, dz = (\rho\vec{g} - \nabla\vec{p})dV}$$

Ou, por unidade de volume

$$\boxed{\frac{d\vec{F}}{dV} = \rho\vec{g} - \nabla\vec{p}}$$

EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS

Para uma partícula fluida, a segunda lei de Newton fornece:

$$\boxed{\vec{F} = \vec{a}\, dm = \vec{a}\, \rho dV}$$

Para um fluido estático, $\vec{a} = 0$. Então:

$$\boxed{\frac{d\vec{F}}{dV} = \rho\vec{a} = 0}$$

Substituindo

$$\boxed{\frac{d\vec{F}}{dV} = \rho\vec{g} - \nabla\vec{p}}$$

=

$$\boxed{\rho\vec{g} - \nabla\vec{p} = 0}$$

Onde $-\nabla\vec{p}$ é a força de pressão líquida por unidade de volume em um ponto e $\rho\vec{g}$ é a força de campo por unidade de volume em um ponto.

EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS

A equação anterior é vetorial, portanto ela é equivalente a três equações de componentes que devem ser satisfeitas individualmente.

$$\begin{cases} \boxed{-\dfrac{\partial p}{\partial x} + \rho \vec{g}_x = 0} \\ \boxed{-\dfrac{\partial p}{\partial y} + \rho \vec{g}_y = 0} \\ \boxed{-\dfrac{\partial p}{\partial z} + \rho \vec{g}_z = 0} \end{cases}$$

Se o sistemas de coordenadas for escolhido com o eixo z apontando para cima

$$\vec{g}_x = 0$$

$$\vec{g}_y = 0$$

$$\vec{g}_z = -g$$

FOX et al., 2011

EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS

Sob essas condições, as equações de componentes tornam-se

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

As equações acima significam que, com as considerações feitas, a pressão é independente das coordenadas x e y.

Com essas simplificações a equação básica da estática dos fluidos reduz-se a

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g = \gamma$$

O Fluido deve estar estático, a gravidade deve ser a única força de campo e o eixo z deve ser o eixo vertical voltado para cima.

Onde, γ é o peso específico do fluido, cuja unidade é o N/m^3

(ÇENGEL E CIMBALA, 2015; SEINFIELD E PANDIS, 2006).

VARIAÇÃO DE PRESSÃO NUM FLUIDO ESTÁTICO

A pressão é definida como uma força normal exercida por um fluido por unidade de área.

Só fala-se de pressão quando se lida com um líquido ou um gás.

A pressão também é usada em sólidos como sinônimo de tensão normal, que é a força que age perpendicularmente à superfície por unidade de área.

A pressão real em determinada posição é chamada de pressão absoluta, e é medida em relação ao vácuo absoluto (ou seja, pressão absoluta zero).

(ÇENGEL E CIMBALA, 2015; SEINFIELD E PANDIS, 2006).

VARIAÇÃO DE PRESSÃO NUM FLUIDO ESTÁTICO

A maioria dos dispositivos de medição da pressão é calibrada para ler o zero na atmosfera e indicam a diferença entre a pressão absoluta e a pressão atmosférica local = Pressão Manométrica.

A Pressão Manométrica pode ser negativa ou positiva.

A unidade da pressão no SI é N/m^2, também chamada Pascal (Pa).

(ÇENGEL E CIMBALA, 2015)

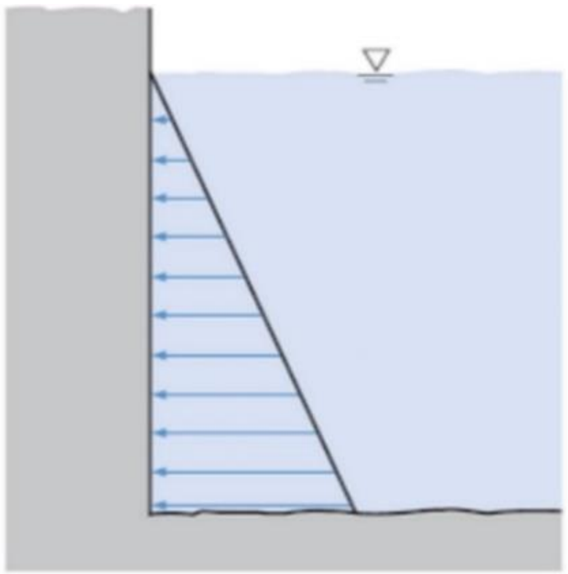
VARIAÇÃO DE PRESSÃO NUM FLUIDO ESTÁTICO

A pressão em um fluido varia verticalmente, pois há a presença de um campo gravitacional.

A pressão de um fluido aumenta com a profundidade ou altura, pois mais fluido se apoia nas camadas inferiores, e o efeito desse "peso extra" em uma camada mais profunda é equilibrado por um aumento na pressão.

O mesmo ocorre na atmosfera da Terra.

Pressão versus profundidade em fluido líquido



Fonte: ÇENGEL E CIMBALA, 2015.

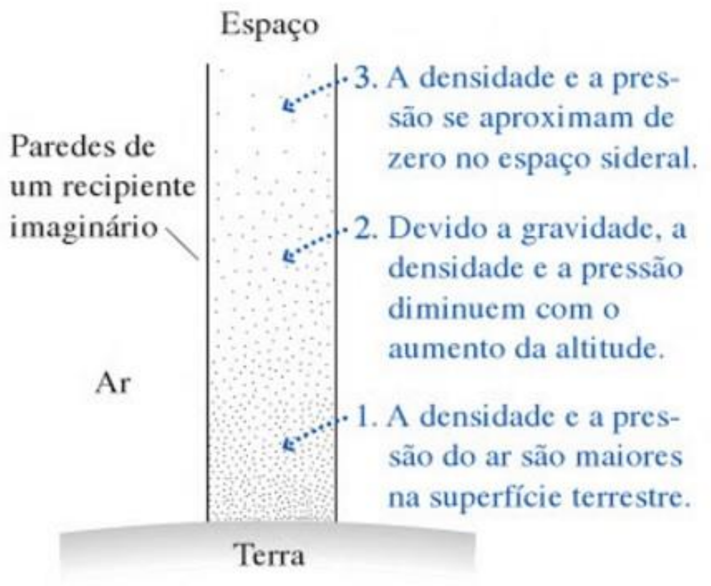
(KNIGHT, 2009)

VARIAÇÃO DE PRESSÃO NUM FLUIDO ESTÁTICO

A altura da atmosfera é tão grande que a contribuição gravitacional à pressão se torna altamente importante.

A Figura ao lado mostra a densidade do ar, que diminui com o aumento da altura, até atingir zero no vácuo do espaço. Consequentemente a pressão pressão atmosférica diminui com o aumento da altitude.

Pressão e densidade versus altitude



Fonte: KNIGHT, 2009

(FOX et al., 2011)

VARIAÇÃO DE PRESSÃO NUM FLUIDO ESTÁTICO

A variação da pressão em qualquer fluido em repouso é descrita por

$$\boxed{\frac{dp}{dz} = -\rho g}$$

Embora ρg possa ser definido como o peso específico γ, ele foi escrito como ρg na equação acima para enfatizar que ambos devem ser considerados variáveis.

Na integração desta equação para achar a distribuição de pressão, devemos fazer considerações sobre as variações de ambas incógnitas, porém, **para a maioria das situações práticas em engenharia, a variação da gravidade é desprezível.**

VARIAÇÃO DE PRESSÃO NUM FLUIDO ESTÁTICO

Líquidos incompressíveis

Para um fluido incompressível, ρ é constante. Então, considerando a gravidade constante

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g = \text{constante}$$

Para determinar a variação de pressão, devemos integrar e aplicar condições de contorno apropriadas. Se a pressão no nível de referência, z_0, for designada como p_0, então a pressão p no nível z é encontrada por integração

$$\int_{p_0}^{p} dp = -\int_{z_0}^{z} \rho g \, dz \quad \Rightarrow \quad p - p_0 = -\rho g(z - z_0) = \rho g\,(z_0 - z)$$

VARIAÇÃO DE PRESSÃO NUM FLUIDO ESTÁTICO

Líquidos incompressíveis

Em geral adota-se a origem do sistema de coordenadas na superfície livre e mede-se as distâncias para baixo a partir dessa superfície como positivas. Com h medido positivo para baixo, tem-se

$$\boxed{z_0 - z = h}$$

E obtêm-se a equação

$$\boxed{p - p_0 = \Delta p = \rho g h}$$

A equação acima indica que a diferença de pressão entre dois pontos num fluido estático pode ser determinada pela medida da diferença de elevação entre os dois pontos. <u>Os dispositivos utilizados com esse propósito são os manômetros.</u>

VARIAÇÃO DE PRESSÃO NUM FLUIDO ESTÁTICO

Gases

A massa específica de gases depende geralmente da pressão e da temperatura: equação de estado de gás ideal

$$\boxed{p = \rho R T} \longrightarrow \boxed{\rho = \frac{p}{RT}}$$

onde R é a constante universal dos gases [J/(kg.K)] e T a temperatura absoluta [K], modelando com exatidão o comportamento de grande parte dos gases em condições usadas em engenharia

+

$$\boxed{T = T_0 - mz}$$

uma hipótese adicional deve ser feita sobre a variação da temperatura antes da integração da equação da variação da pressão

=

$$dp = -\rho g\, dz = -\frac{pg}{RT}\, dz = -\frac{pg}{R\,(T_0 - mz)}\, dz$$

Separando as variáveis e integrando de z = 0, em $p = p_0$, *até a elevação z, em que a pressão é p*

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = -\int_0^z \frac{g\, dz}{R\,(T_0 - mz)}$$

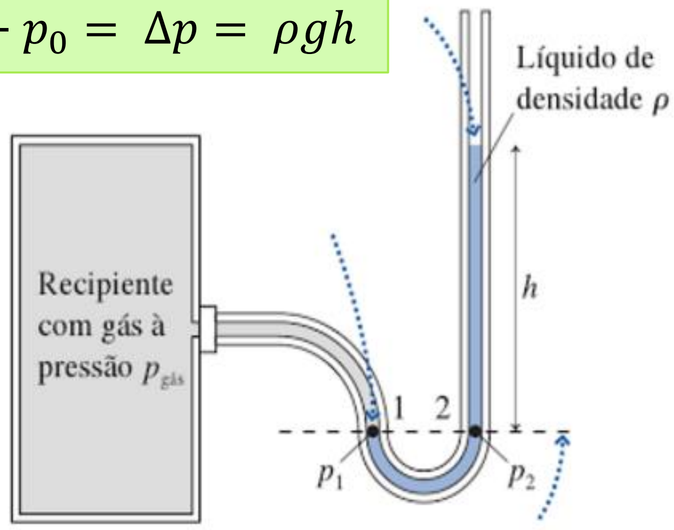
$$p = p_0 \left(1 - \frac{mz}{T_0}\right)^{\frac{g}{mR}} = p_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{g}{mR}}$$

(FOX et al., 2011)

MEDIÇÃO DE PRESSÃO: MANÔMETROS

Para analisar situações de manômetros de múltiplos líquidos, deve-se seguir as **seguintes regras básicas**:

$$p - p_0 = \Delta p = \rho g h$$



1. Quaisquer dois pontos na mesma elevação em um volume contínuo do mesmo líquido estão à mesma pressão.

2. A pressão cresce à medida que se desce na coluna de líquido (lembre-se da mudança de pressão quando se mergulha numa piscina).

Para determinar a diferença de pressão Δp entre dois pontos separados por uma série de fluidos, a equação a seguir pode ser utilizada:

$$\boxed{\Delta p = g \sum_i \rho_i h_i}$$

Onde ρ_i e h_i representam as massas específicas e as profundidades dos vários fluidos, respectivamente. Cuidado ao aplicar os sinais para as alturas h_i (elas serão positivas para baixo e negativas para cima)

FORÇAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFÍCIES SUBMERSAS

Superfícies planas submersas

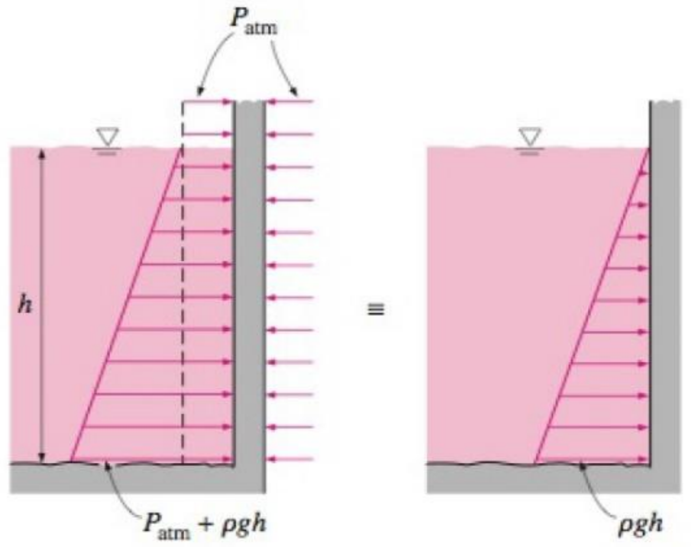
Superfície plana →

Forças hidrostáticas: sistema de forças paralelas

geralmente é necessário se determinar a intensidade da força e seu ponto de aplicação, que é chamado de centro de pressão

Na maioria dos casos, o outro lado da placa está aberto para a atmosfera (ex: comporta – um lado é seco)

É conveniente subtrair a pressão atmosférica e trabalhar somente com a pressão manométrica



(ÇENGEL E CIMBALA, 2015)

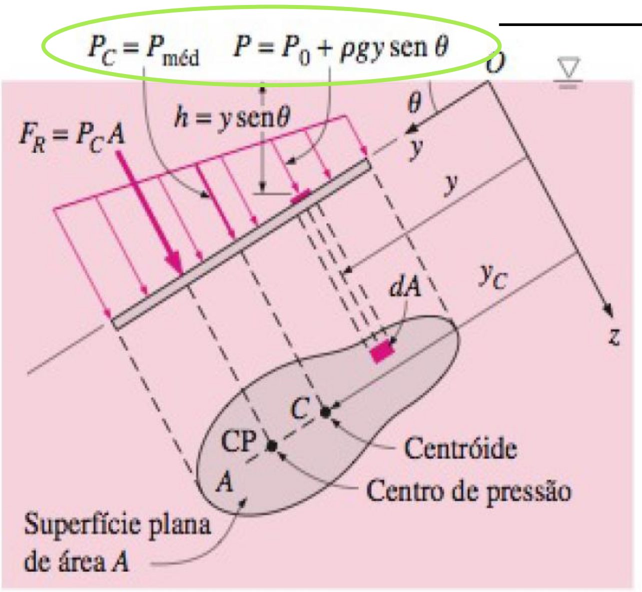
FORÇAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFÍCIES SUBMERSAS

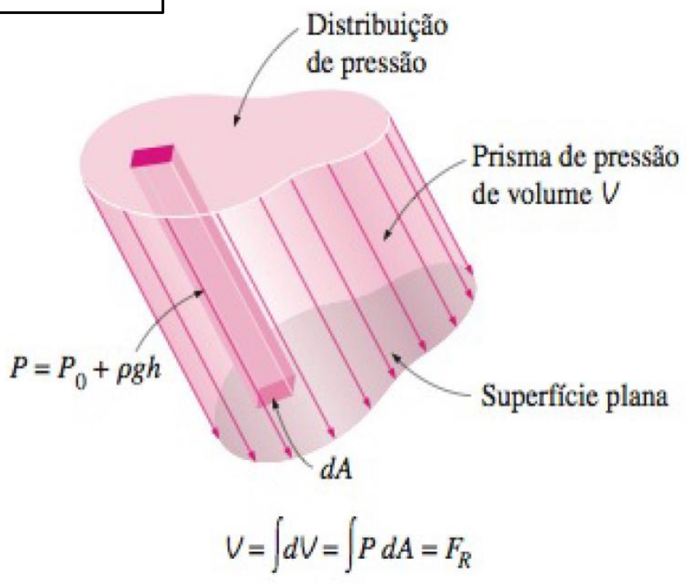
Superfícies planas submersas

Força hidrostática em uma superfície plana inclinada completamente submersa em um líquido:

pressão absoluta em qualquer ponto da placa

onde h é a distância vertical entre o ponto e a superfície livre e y é a distância entre o ponto e o eixo x





FORÇAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFÍCIES SUBMERSAS

Superfícies planas submersas

A força hidrostática F_R resultante que age sobre a superfíice é determinada pela integração da força PdA que age em uma área diferencial dA em toda a área de superfície:

$$F_R = \int_A PdA = \int_A (P_0 + \rho gysen\theta)dA = P_0A + \rho gsen\theta \int_A ydA$$

O primeiro momento da área $\int_A ydA$ está relacionado à coordenada y do centro de superfície (centroide) por:

$$\boxed{y_C = \frac{1}{A}\int_A ydA}$$

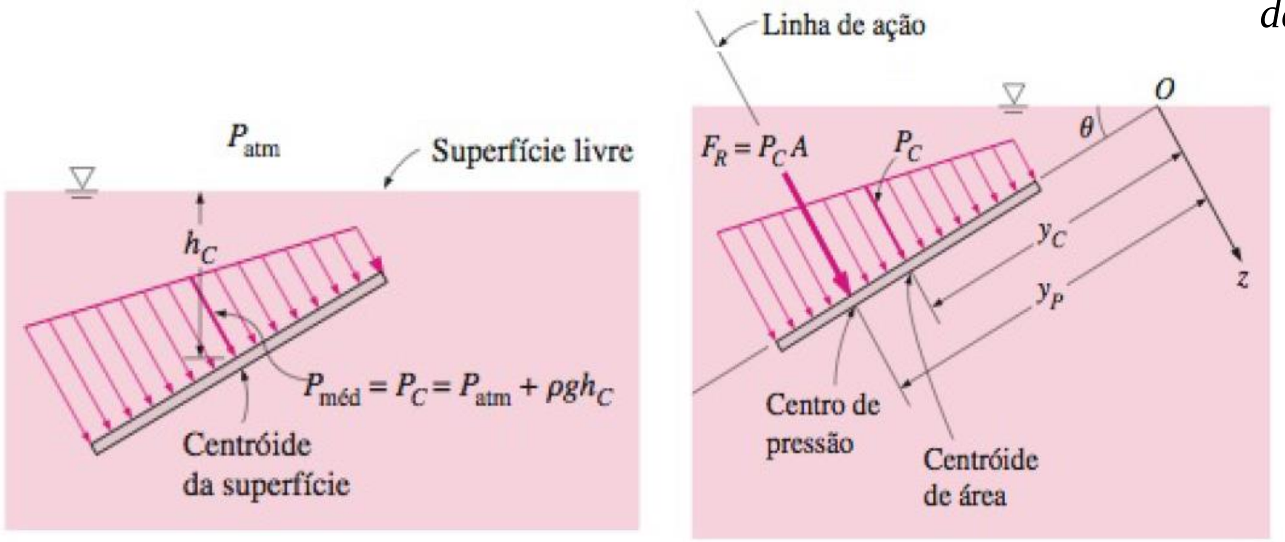
$$\boxed{F_R = (P_0 + \rho gy_c sen\theta)A = (P_0 + \rho gh_c)A = P_c\, A}$$

onde $P_c = P_0 + \rho gh_c$ é a **pressão no centróide da superfície**, que é equivalente à pressão **média** na superfície, e $h_c = y_c sen\,\theta$ é a **distância vertical entre o centróide e a superfície livre do líquido**

FORÇAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFÍCIES SUBMERSAS

Superfícies planas submersas

Superfície plana submersa: *à esquerda mostra a pressão no centróide de uma superfície (pressão média sobre a superfície) e à direita, a força resultante que age sobre uma superfície plana é igual ao produto entre a pressão no centróide da superfície e a área da superfície, sendo que sua linha de ação passa através do centro da pressão.*



CONCLUSÃO:
a magnitude da força resultante que age sobre uma superfície plana de uma placa completamente submersa em um fluido homogêneo (densidade constante) é igual ao produto da pressão Pc no centróide da superfície pela área A da superfície

FORÇAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFÍCIES SUBMERSAS

Superfícies planas submersas

O ponto de intersecção entre a linha de ação da força resultante e a superfície é o centro de pressão

O local vertical da linha de ação é determinado igualando o momento da força resultante e o momento da força de pressão distribuída com relação ao eixo x. Isso resulta em:

$$\boxed{y' F_R = \int_A y\, P dA = \int_A y\,(P_0 + \rho g y sen\theta) dA = P_0 \int_A y\, dA + \rho g sen\theta \int_A y^2\, dA}$$

ou

$$\boxed{y' F_R = \ P_0\, y_C\, A + \ \rho g sen\theta\, I_{xx,0}}$$

onde y_P é a distância do centro de pressão ao eixo x (ponto O da Figura 8) e $I_{xx,0} = \int_A y^2\, dA$ é o segundo momento de área (também chamado de inércia da área) com relação ao eixo x

(ÇENGEL E CIMBALA, 2015)

FORÇAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFÍCIES SUBMERSAS

Superfícies planas submersas

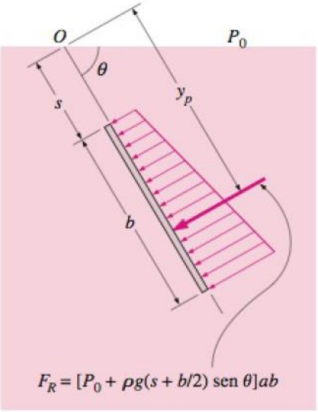
CASO ESPECIAL: PLACA RETANGULAR SUBMERSA

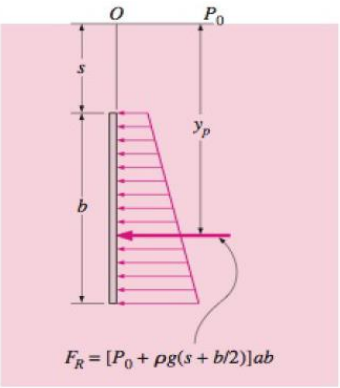
Placa retangular inclinada → $F_R = P_C A = \left[P_0 + \rho g\left(s + \frac{b}{2}\right) sen\theta\right] ab$ $\xrightarrow{s=0}$ $F_R = \left[P_0 + \frac{\rho g(bsen\theta)}{2}\right] ab$

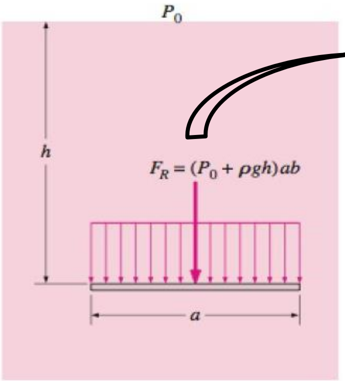
Placa retangular vertical → $F_R = \left[P_0 + \rho g(s + \frac{b}{2})\right] ab$ $\xrightarrow{s=0}$ $F_R = (P_0 + \frac{\rho g b}{2})ab$

Placa retangular horizontal → $F_R = (P_0 + \rho g h)ab$ →

A distribuição da pressão em uma superfície horizontal é uniforme e sua intensidade é $P = P_0 + \rho g h$ onde h é a distância entre a superfície e a superfície livre.







A força hidrostática age no ponto médio da placa

FORÇAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFÍCIES SUBMERSAS

Superfícies curvas submersas

A forma mais fácil de determinar a força resultante F_R que age sobre uma superfície curva bidimensional é determinar os componentes horizontal e vertical F_H e F_V separadamente

Peso do bloco de líquido confinado de volume V

$$W = \rho g V$$

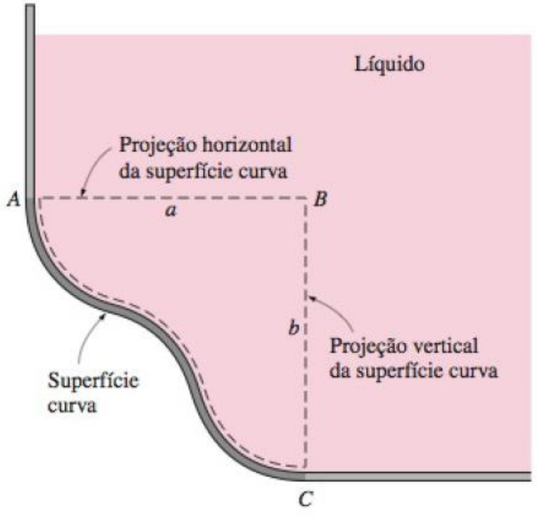
Componente da força vertical na superfície curva:

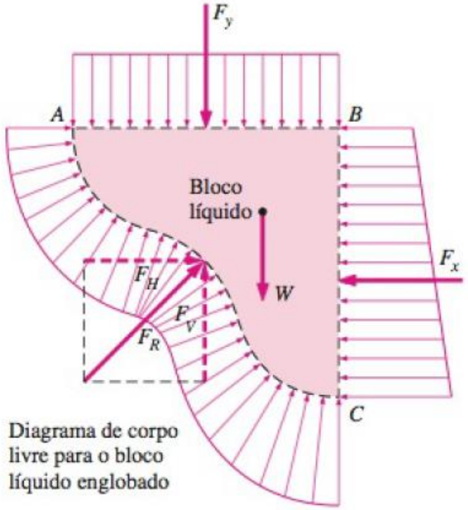
$$F_V = F_y + W$$

Onde a soma $F_y + W$ é uma adição vetorial (soma de intensidades que agem na mesma direção e subtrai as que agem em direções opostas)

Componente da força horizontal na superfície curva:

$$F_H = F_x$$



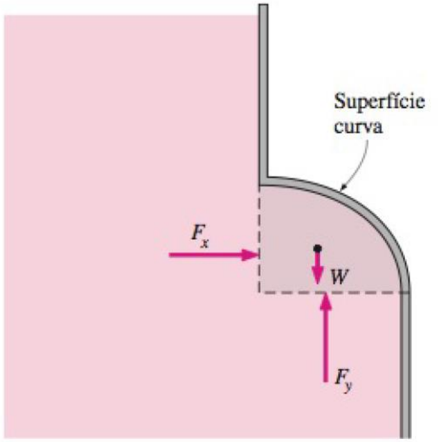


FORÇAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFÍCIES SUBMERSAS

Superfícies curvas submersas

A intensidade da força hidrostática resultante que age sobre a superfície curva é dada por $F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2})$ e a tangente do ângulo que ela forma com a horizontal é $tg\ \alpha = \frac{F_V}{F_H}$.

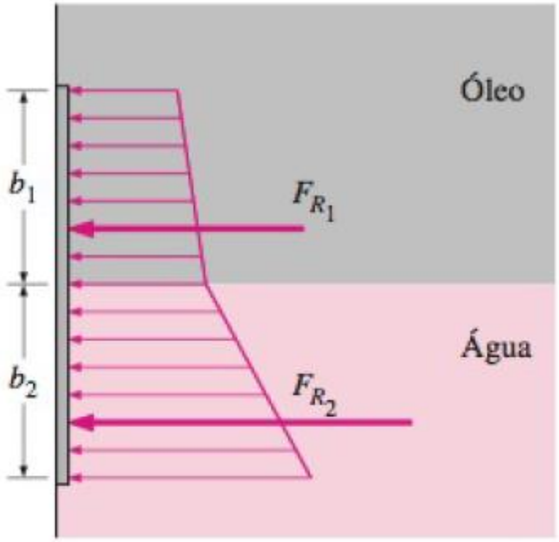
Quando a supefície curva está acima de um líquido, o peso do líquido e a componente vertical da força hidrostática agem em direções opostas



(ÇENGEL E CIMBALA, 2015)

FORÇAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFÍCIES SUBMERSAS

Várias camadas de diferentes fluidos



A força hidrostática em uma superfície (seja ela plana ou curva) submersa em um fluido com várias camadas pode ser determinada considerando-se as partes da superficie nos diferentes fluidos como superfícies diferentes