Sistemas Realimentados - 2023/1

Nome: Dionatas Santos Brito

Data limite para entrega: 28/5

Trabalho 3 - Análise da resposta em frequência

```
I=7; % Seu valor de I
%[nyq1,nyq2,g3,g4,g5]=Init_t3(I);
%save dados.mat
load dados.mat
datetime('now')
```

```
ans = datetime
   28-May-2023 21:08:46
```

Atividade 1: Análise de gráficos de Bode

Os gráficos de Bode abaixo contém ganhos, polos e zeros, todos afastados de pelo menos uma década.

Para a figura a seguir:

1.1 Obtenha a localização dos polos e dos zeros.

Analisando o gráfico de bode para a figura é possivel perceber que ele começa com um polo na origem e possui um polo em aproximadamente -4, ele tende acabar a fase em 180, entretanto, antes de alcança-lo é notável que há um zero próximo ao -40 e um polo em -400.

$$\text{Ganho} \rightarrow 50 = 20\log(x) \Rightarrow 10^{\left(\frac{50}{20}\right)} = 316$$

$$\begin{aligned}\text{Polos} - > \text{p1} = &\ 0,\\ \text{p2} = &\ -4,\\ \text{p3} = &\ -400\end{aligned}$$

$$\text{Zero} - > -40$$

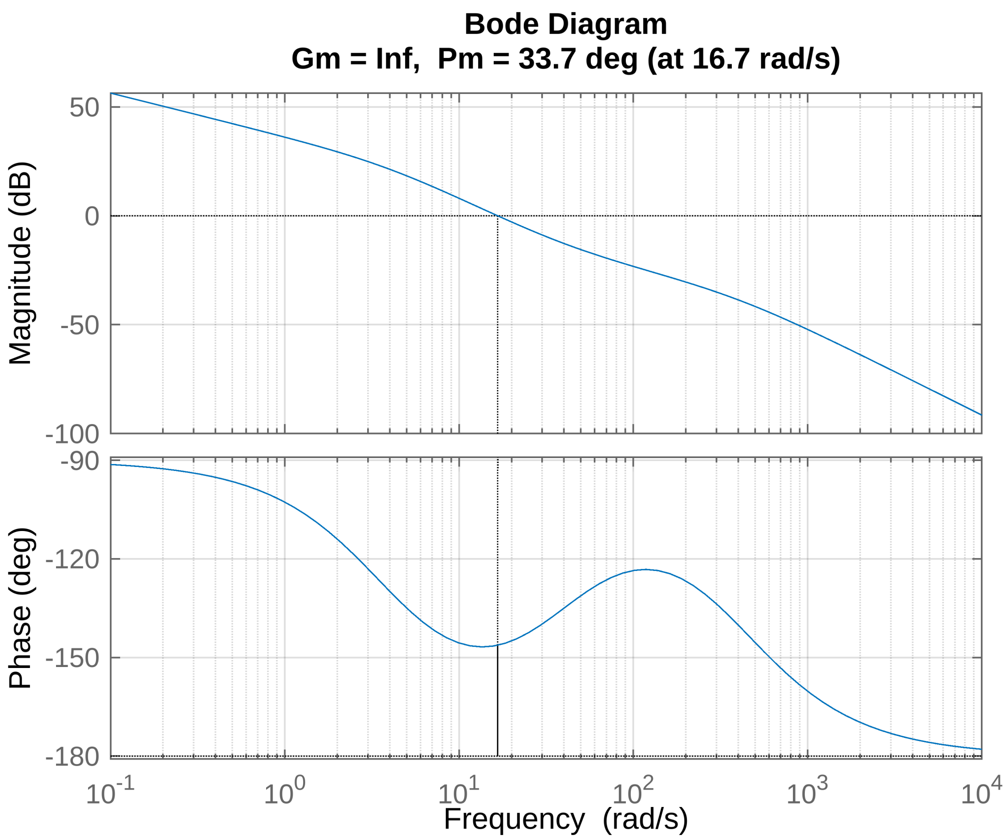
1.2 Obtenha as margens de fase e de ganho.

A margem de fase se localiza no exato instante em que a curva do ganho cruza o 0dB, projetando para o gráfico de fase e vendo o quanto que falta para chegar a -180. No caso do gráfico da da figura 11.png, o instante em que a curva de ganho cruza o 0dB projetando para o gráfico de fase, se encontra em aproximadamente -145°, fazendo MF = 180° - 145°, temos aproximadamente uma margem de fase igual a 35°.

A margem de ganho se encontra no instante que a fase cruza -180° projetando para o gráfico de módulo e vendo o quanto que falta para chegar em 0db. no caso do gráfico da da figura 11.png, o gráfico de fase não crusa o -180, logo temos a margem de fase infinita.

Podemos conferir as margens de fase e de ganho gerado pelo matlab utilizando comando abaixo:

```
%fazendo uma função aproximada da figura 11.
num_12 = [1 40];
den_12= [1 404 1600 0];
gma_12=tf(num_12,den_12);
s_12=0.2;
ganho = 316;
k_12 = (ganho*s_12*(s_12 +4)*(s_12+400))/(s_12+40);

margin(k_12*gma_12)
grid;
```



É possivel observar que segundo a resposta gerada pelo matlab MF = Infinito e MF = 33.7, que são resultados bem próximos do analisado.

1.3 Obtenha a função de transferência e refaça o gráfico de Bode para verificar se está igual ao fornecido.

```
figure
imshow('fig11.png');
```

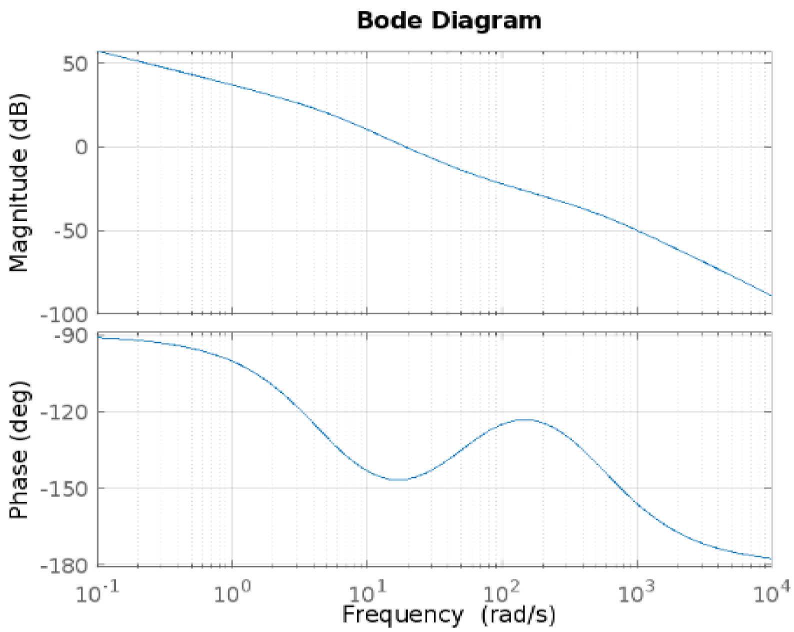
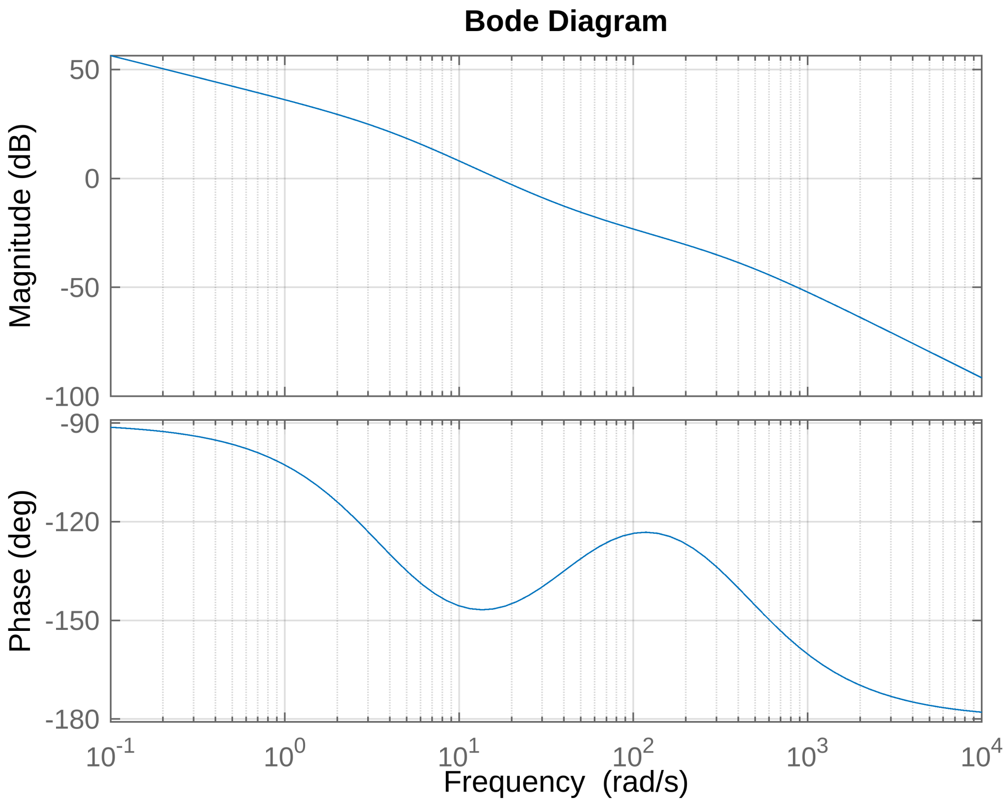


Figura gerada apartir da função transferência estimada:

$$\text{Ganho} \rightarrow 50 = 20\log(x) \Rightarrow 10^{\left(\frac{50}{20}\right)} = 316$$

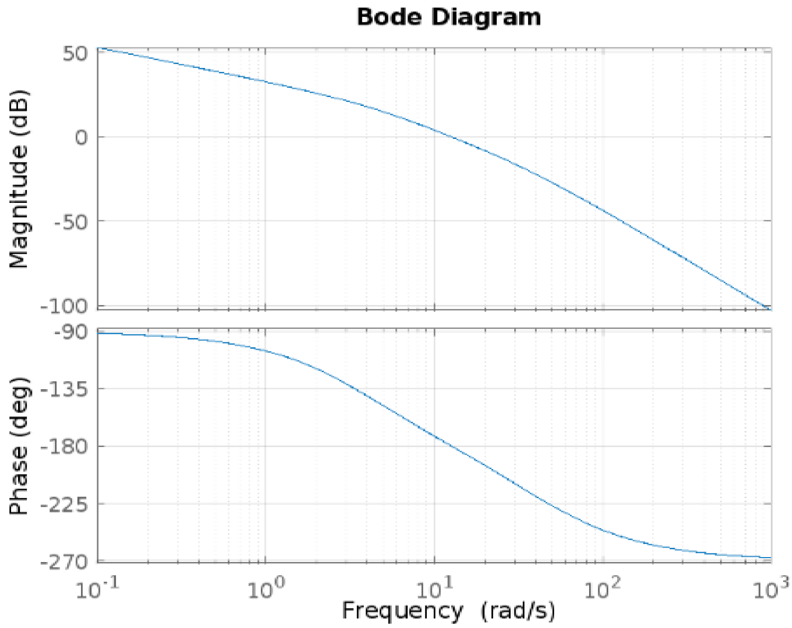
$$\text{Função Transferência Aproximada} \rightarrow G(s) = \frac{(s+40)}{s(s+4)(s+400)} = \frac{s+40}{s^3+404s^2+1600}$$

```
%fazendo uma função aproximada da figura 11.

gma_12=tf([1 40],[1 404 1600 0]);
s_12=0.2;
ganho = 316;
k_12 = (ganho*s_12*(s_12 +4)*(s_12+400))/(s_12+40);

bode(k_12*gma_12)
grid;
```



Para a figura seguir:

```
figure;
imshow('fig12.png');
```



1.4 Obtenha a localização dos polos e dos zeros.

$$\text{Polos} \rightarrow \text{p1} = 0$$
$$\text{p2} = -3.5$$
$$\text{p3} = -50$$

1.5 Obtenha as margens de fase e de ganho.

Analisando a figura12.png temos:

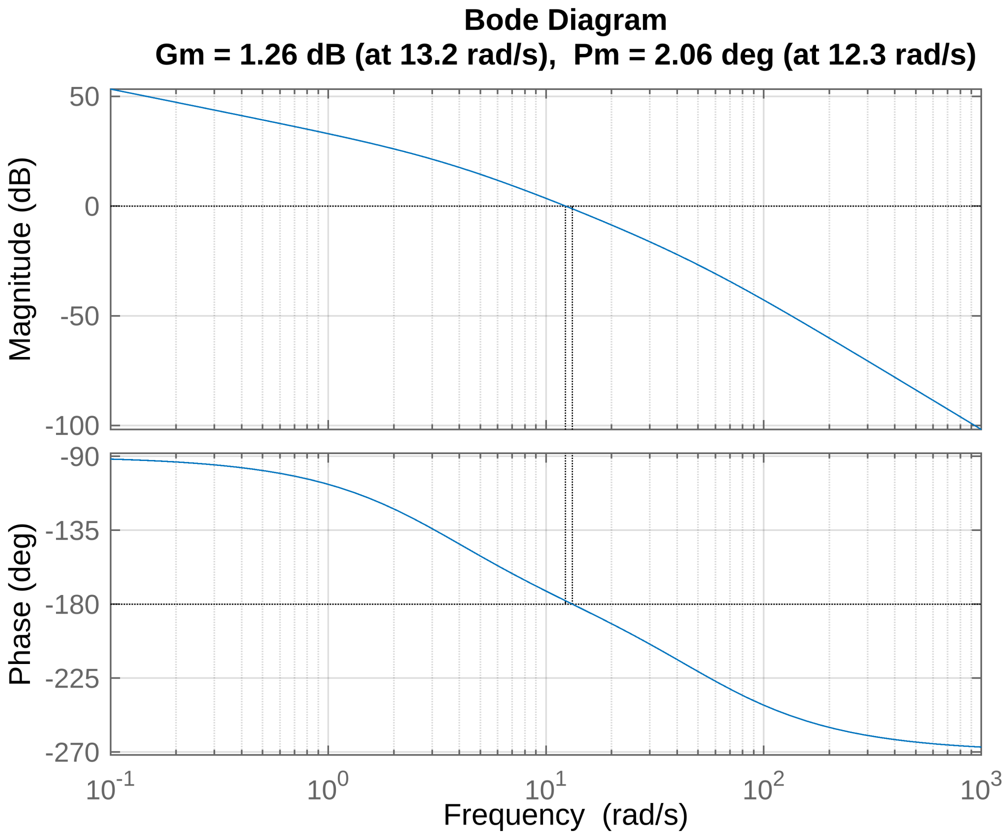
Fase -> MF = 180° - 178° = 2° aproximadamente.

Ganho -> MG = Wf - Wg (Frequência onde toca 180° - Frequência onde toca 0dB)

MG = |3° - 4° | = 1° aproximadamente

Podemos conferir as margens de fase e de ganho gerado pelo matlab utilizando comando abaixo:

```
gma_16 = tf([1],[1 53.5 175 0]);
k_16 = 8100;

figure;
margin(k_16*gma_16);
grid;
```



É possivel observar que segundo a resposta gerada pelo matlab MF = 2.06° e MG = 1.26°, que são resultados bem próximos do analisado da figura12.png.

1.6 Obtenha a função de transferência e refaça o gráfico de Bode para verificar se está igual ao fornecido.

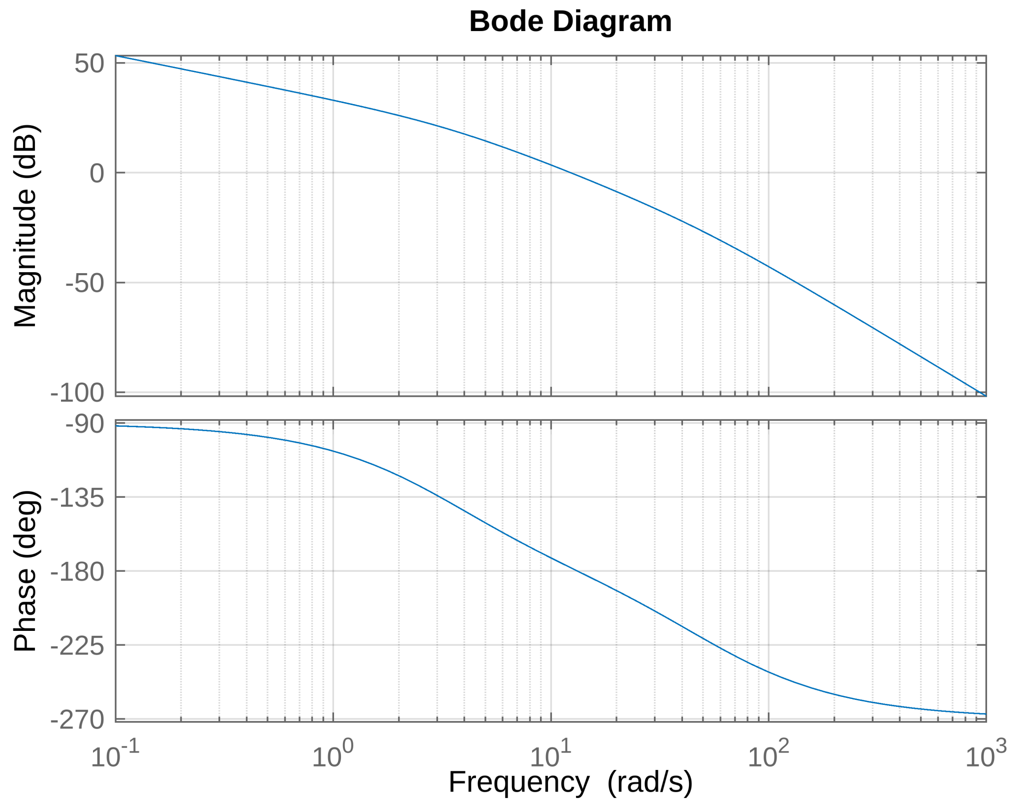
$$G = \frac{1}{s(s + 3.5)(s + 50)}$$

Na frequência de 10 rad/s temos um ganho equivalente a 0 dB.

$$\text{Ganho} \rightarrow 0 = 20\log(x) \Rightarrow 10^{\left(\frac{0}{20}\right)} = 1$$

$$K_{16} = \frac{10(10 + 3.5)(10 + 50)}{1} = 8100$$

```
gma_16 = tf([1],[1 53.5 175 0]);
s_16 = 10;
k_16 = 8100;

figure;
bode(k_16*gma_16)
grid;
```

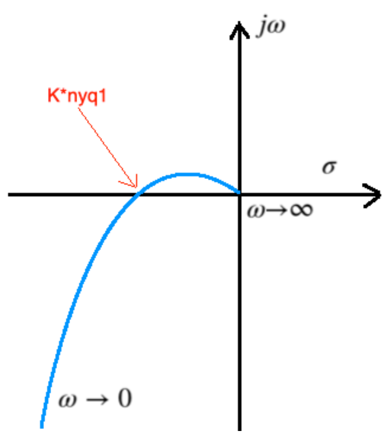


Atividade 2: critério de Nyquist

Seja o gráfico de Nyquist abaixo, desenhado para um sistema de fase mínima. O gráfico de $G(j\omega)$ cruza o eixo real no ponto K*nyq1

```
nyq1
```

```
nyq1 = -0.9943
```



2.1 Obtenha as condições para estabilidade usando o critério simplificado de Nyquist. Escreva aqui, ou faça à mão, digitalize e coloque aqui como figura (imshow).

Analisando o grafico de Nyquist acima, é possivel perceber que quando $\omega \rightarrow 0$, o gráfico também tende ao infinito com o ângulo de -90°, esse comportamento se da pois há um polo na origem e temina em 270°, indicando que existe mais dois polos. (cada polo atrasa -90°)

Desenhando:

$|G(\mathrm{jw})|$	|	Fase $G(\mathrm{jw})$
$\omega \rightarrow 0$	∞	-90°
$\omega \rightarrow \infty$	0	-270°

Segundo o critério de estabilidade de Nyquist:

Pw = 1

$$\phi = \left(Zd \ - Pd \ - \frac{1}{2}Pw \ \right) * 180 \Rightarrow \phi = \left(0 - 0 - \frac{1}{2}\right) * 180 \Rightarrow \phi = -90^\circ$$

Com base na análise feita e pelo critério de nyquist o gráfico tende ao infinito com um ângulo de -90°.

2.2 Obtenha os valores de $K \in [-\infty, \infty]$ para que esse sistema seja estável.

Para obter esses valores, precisamos que o ângulo do fasor seja de -90° e que cruze o lado direito do ponto -1 no eixo real. Esse cruzamento ocorrerá quando :

$$K > \frac{1}{\mathrm{nyq1}}$$

```
nyq1
```

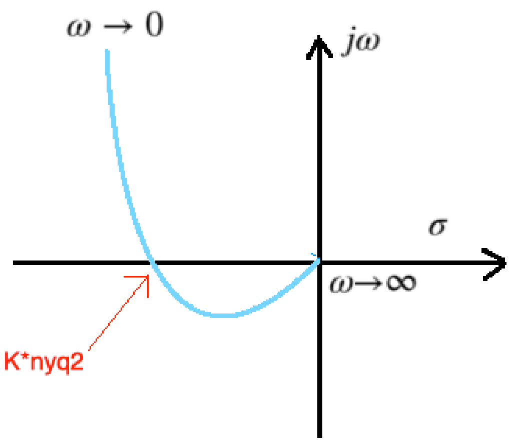
```
nyq1 = -0.9943
```

$$K * \mathrm{nyq1} < \ -1$$
$$K * -0.9943 < \ -1$$
$$K > \frac{1}{0.9943}$$
$$K > 1.0057$$

Seja agora o gráfico de $G(j\omega)$ cruza o eixo real em K*nyq2

```
nyq2
```

```
nyq2 = -0.9000
```



2.3 Obtenha as condições para estabilidade usando o critério simplificado de Nyquist. Escreva aqui, ou faça à mão, digitalize e coloque aqui como figura.

Analisando o grafico de Nyquist acima, é possivel perceber que quando $\omega \to 0$, o módulo tende ao infinito com o ângulo de -270°, esse comportamento se da pois há 3 polos na origem atrasando em 270°.

O ângulo quando $\omega \to \infty$ é igual a 90°, esse comportamento é explicado pela presença de 2 zeros no semi plano esquerdo (SPE), pois cada zero irá aumentar o angulo em + 90°.

Desenhando:

	$\lvert G(\mathrm{jw})\rvert$	Fase $G(\mathrm{jw})$
$\omega \to 0$	∞	-270°
$\omega \to \infty$	0	-90°

Segundo o critério de estabilidade de Nyquist:

Pw = 3

$$\phi = \left(Zd \ - Pd \ - \frac{1}{2}Pw \ \right) * 180 \Rightarrow \phi = \left(0 - 0 - \frac{1}{2} * 3\right) * 180 \Rightarrow \phi = -270°$$

Com base na análise feita e pelo critério de nyquist o gráfico tende ao infinito com um ângulo de -270°.

2.4 Obtenha os valores de $K \in [-\infty, \infty]$ para que esse sistema seja estável.

Para obter esses valores, precisamos que o ângulo do fasor seja de -270° e que cruze o lado esquedo do ponto -1 no eixo real. Esse cruzamento ocorrerá quando :

$K > \frac{1}{\text{nyq2}}$

```
nyq2
```

```
nyq2 = -0.9000
```

$K * \text{nyq1} < \ -1$

$K * -0.9943 < \ -1$

$K > \frac{1}{0.9000}$

$K > 1.1111$

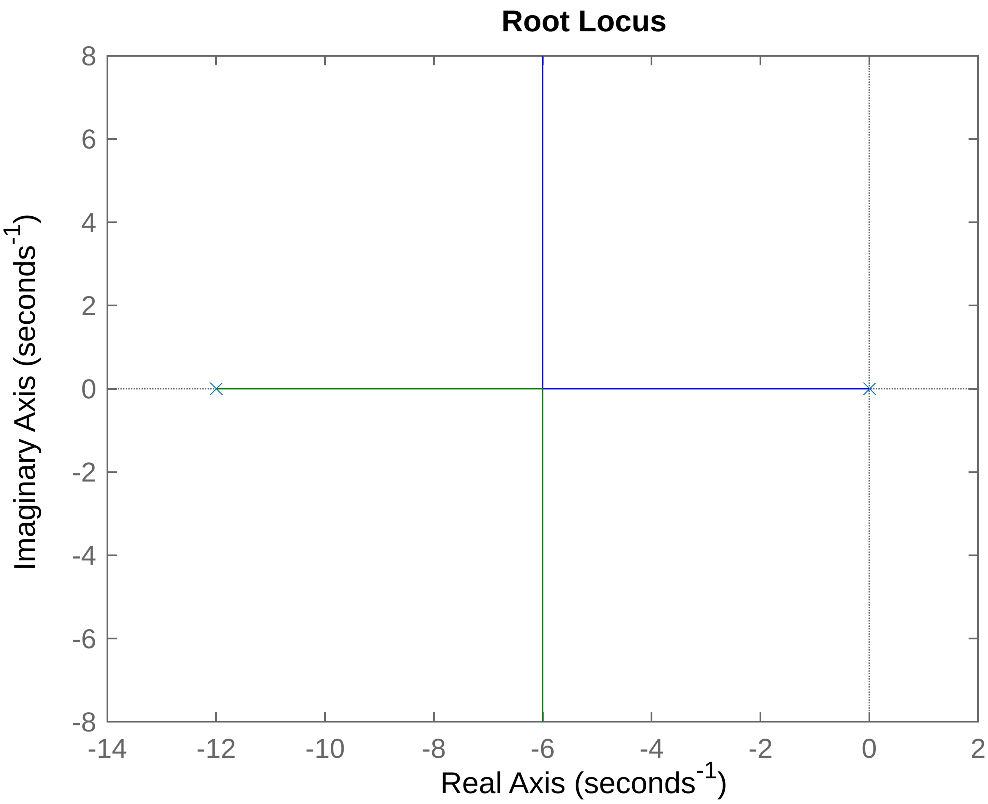
Atividade 3: Efeito do ganho na estabilidade relativa.

3.1 Use o rltool (na linha de comando) para ver o efeito do ganho nas margens de fase e ganho usando g3, explicando o efeito do ganho sobre o amortecimento e sobre a margem de fase.

```
g3
```

```
g3 =

      3
  ----------
  s^2 + 12 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

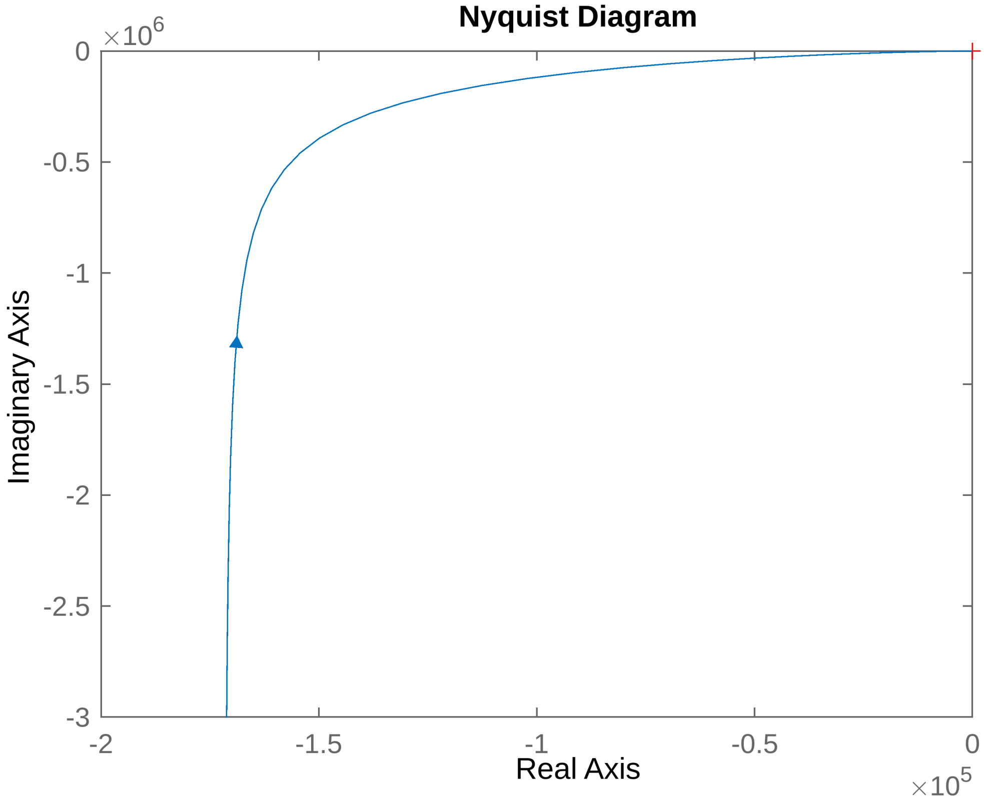
```
figure;
rlocus(g3);
```



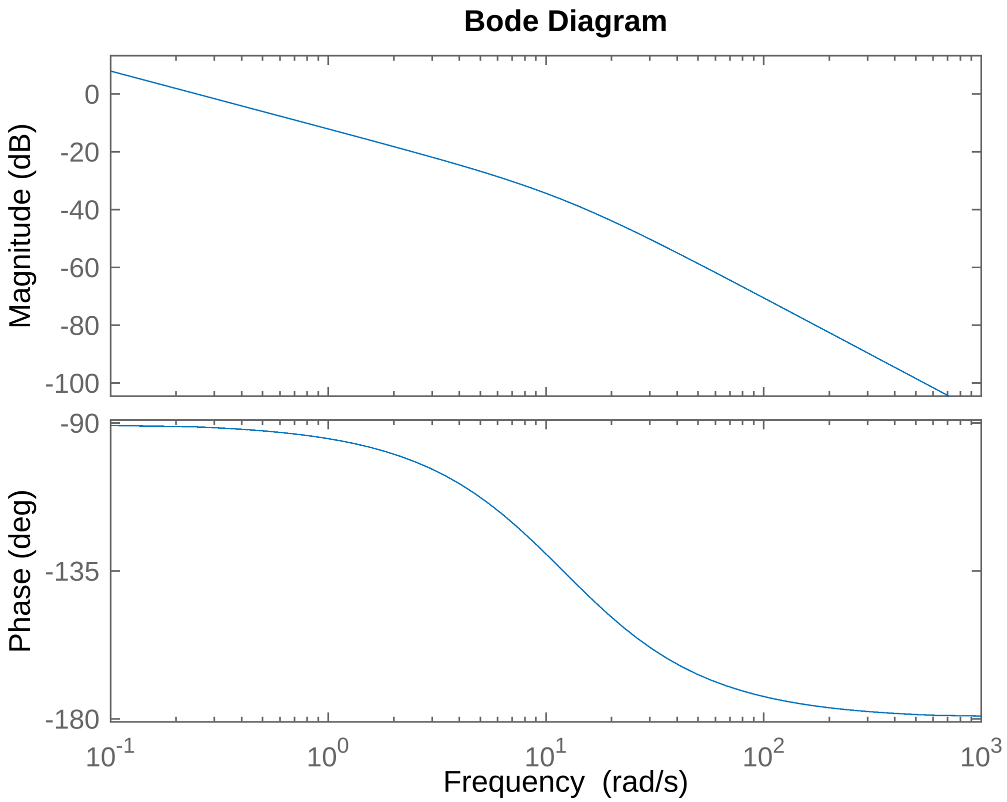

```
%rltool(g3)
s=tf('s');
%supondo um ganho de aproximadamente 8.3*10^7
g_31 = ((8.243*10^6)*g3)
```

```
g_31 =

   2.473e07
  ----------
  s^2 + 12 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

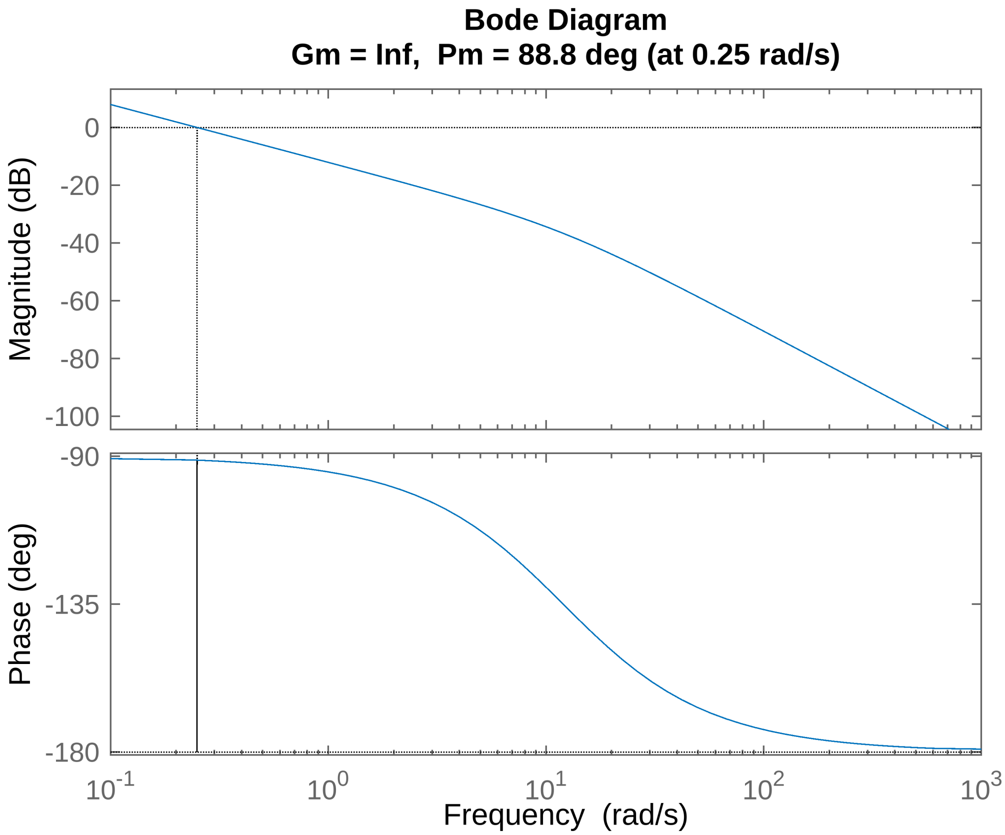
```
h=nyquistplot(g_31);
set(h,'ShowFullContour','off');
```


Nyquist Diagram
×10^6
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
Imaginary Axis
-2
-1.5
-1
-0.5
0
Real Axis
×10^5

```
bode(g3)
```


Bode Diagram
Magnitude (dB)
0
-20
-40
-60
-80
-100
Phase (deg)
-90
-135
-180
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency (rad/s)

```
margin(g3)
```



Analisando o gráfico de g3, eu testei o valor de varios ganhos no rltool e obtive como resposta que não importa o valor do ganho, o K sempre irá ser estável pois não irá caminha sobre o semiplano direito.

Através do gráfico de bode, verifiquei o 1 nunca estará depois e que o ângulo quando $\omega \to 0$ irá ser igual a 90° idependente do valor de K

Através da analise da margem, obtive como resposta que a margem de ganho será infinita e a margem de fase deu 88.8 (aproximadamente 90°)

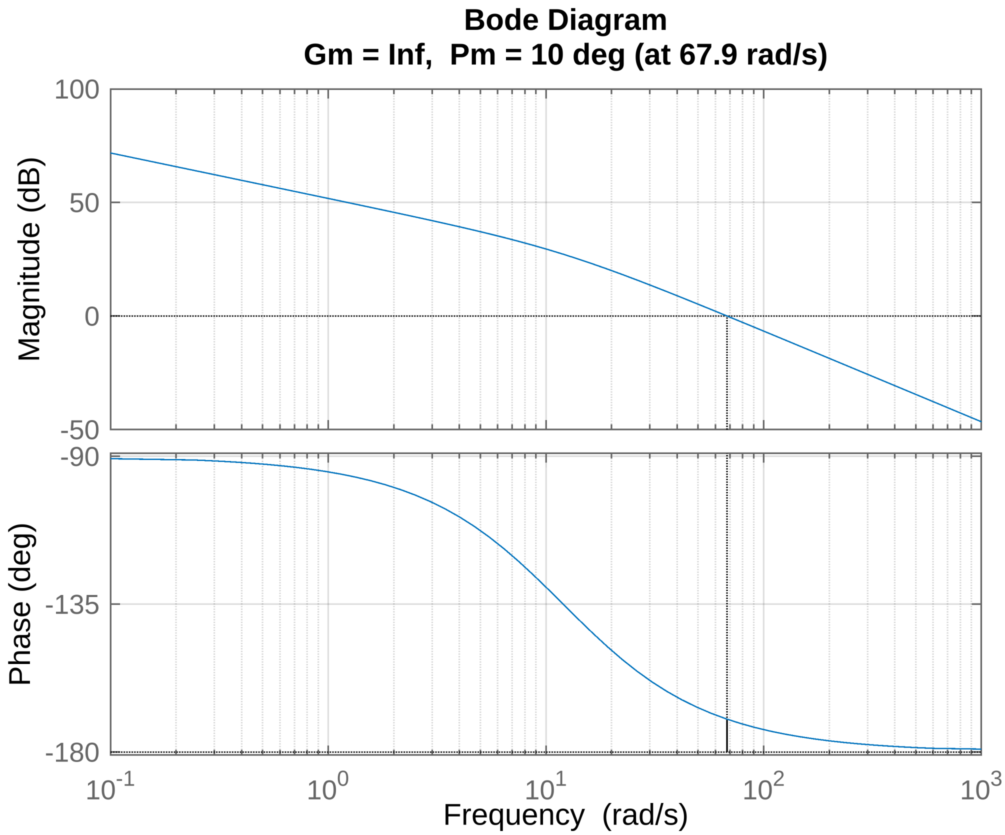
Após observar todas as análises (rltool, bode, margem) é possível perceber que a medida que a margem de fase e o armortecimento diminui, o valor do ganho K aumenta.

3.2 Escolha um ganho K tal que a margem de fase seja reduzida a 10 graus, mostrando o LR e o gráfico de Bode para este ganho K. Qual a margem de ganho ?

A medida que o valor d e K diminui, a margem de fase aumenta.

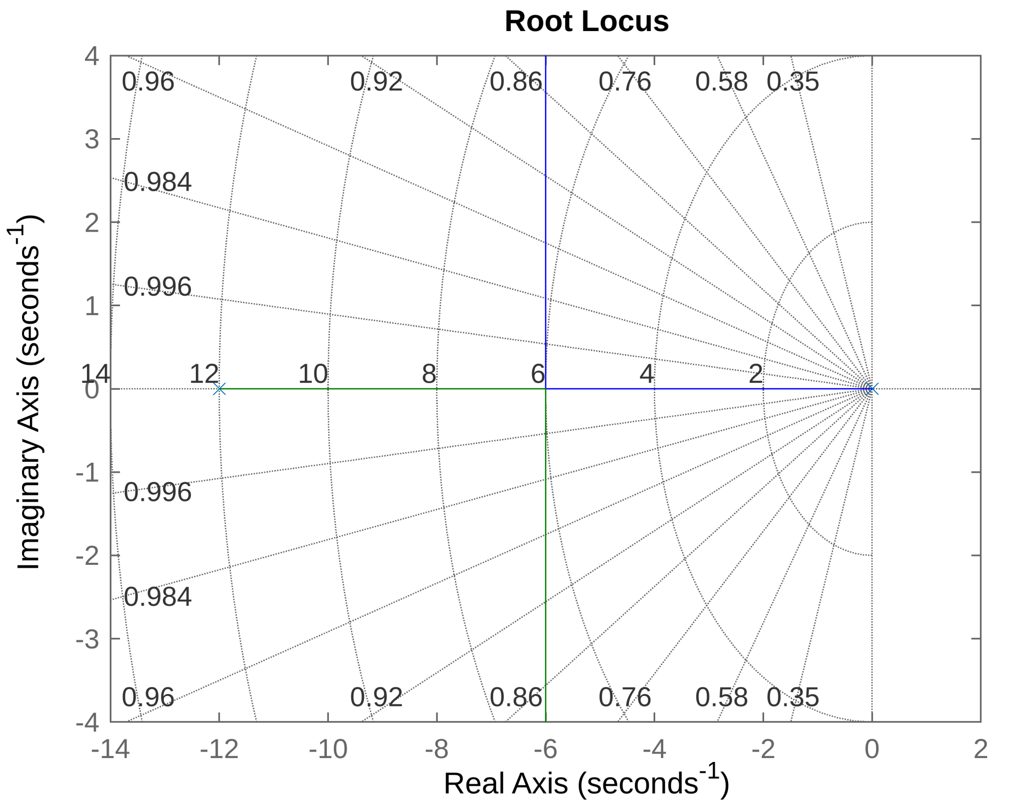
Escolhendo o valor de K igual a : 1560 temos uma margem de fase igual a 10 deg a 67.9 rad/s

```
figure;
margin(1560*g3)
grid;
```



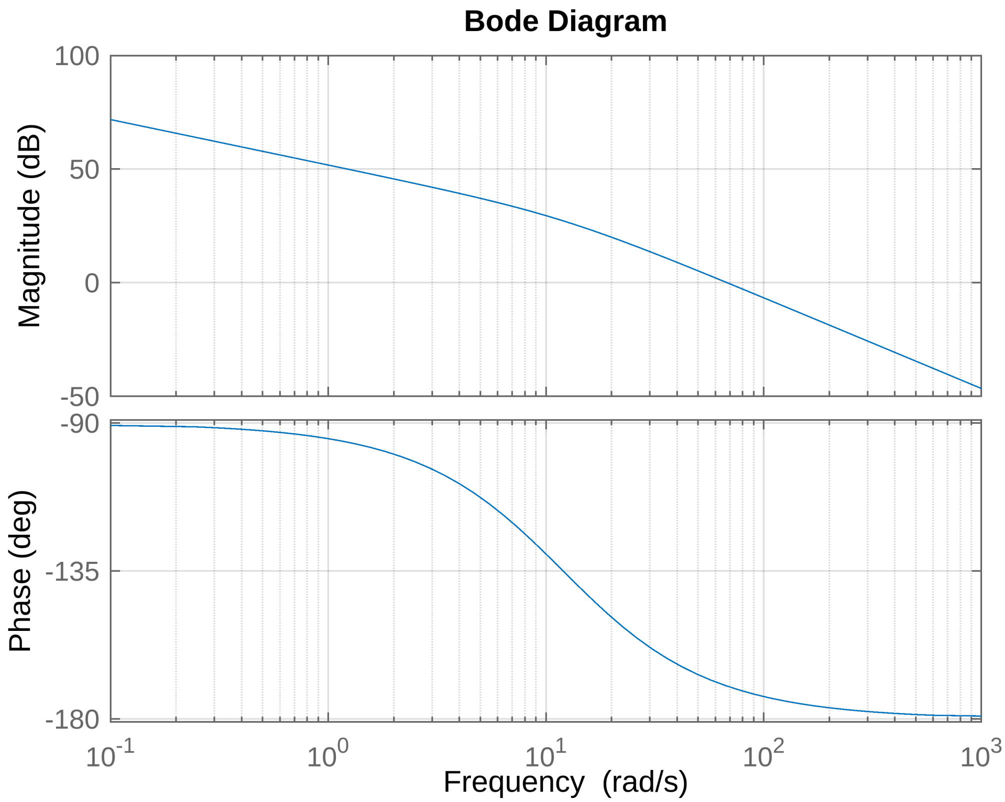
Mostrando o LR:

```
figure;
rlocus(1560 * g3)
grid;
```



Mostrando o gráfico de bode:

```
figure;
bode(1560*g3)
grid;
```



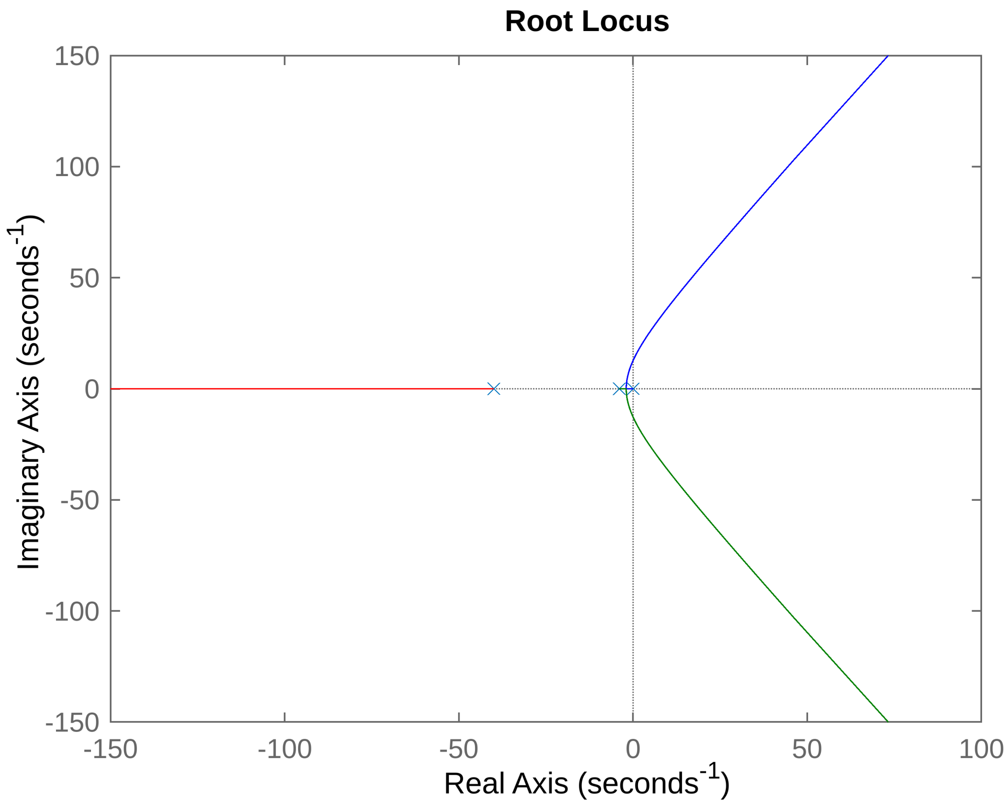
Atividade 4: Efeito de um zero na estabilidade relativa

4.1 Use o rltool (na linha de comando) para ver o efeito de um zero nas margens de fase e ganho, explicando.

```
g4
```

```
g4 =

          7000
  --------------------
  s^3 + 44 s^2 + 160 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

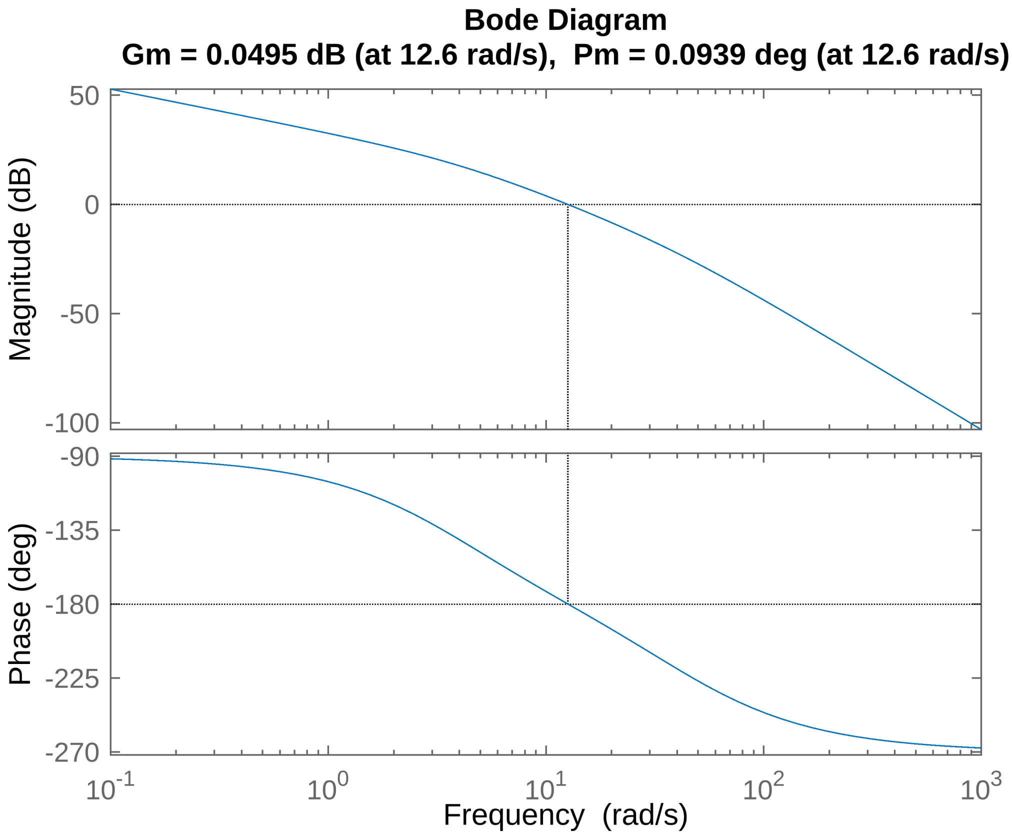
```
figure;
rlocus(g4);
```



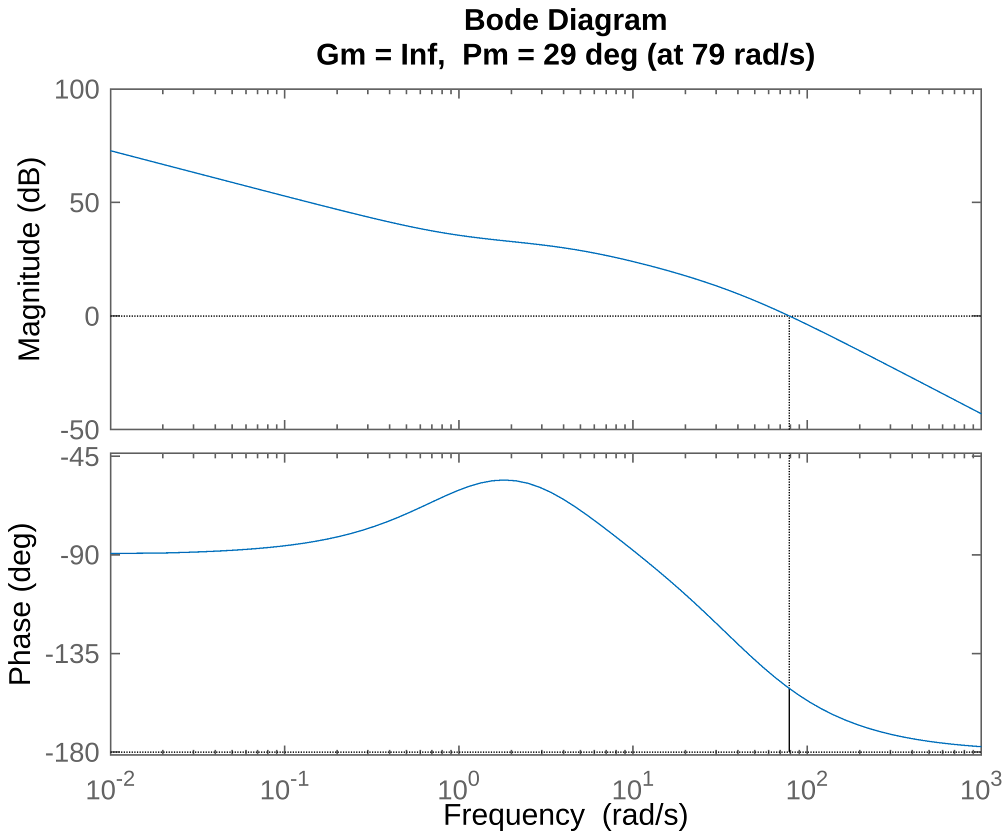

```
pole(g4);
s = tf('s');
g_41 = (s+1)*g4
```

```
g_41 =

      7000 s + 7000
  --------------------
  s^3 + 44 s^2 + 160 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
%rltool(g_41)
%Margem de fase e de ganho para g4
margin(g4)
```




```
%Margem de fase e ganho para g4 após adicionar o polo
margin(g_41)
```



Após adicionar um zero, a margem de ganho (GM) se torna infinita enquanto a margem de fase aumenta (pois a presença de um zero a mais, faz a MF subir). Em relação a variação do ganho K no rltool, foi possível observar que independente do ganho K, o sistema irá ficar estável. Caso o zero seja ocorrar em uma frequência anterior, o sistema terá uma margem de fase negativa

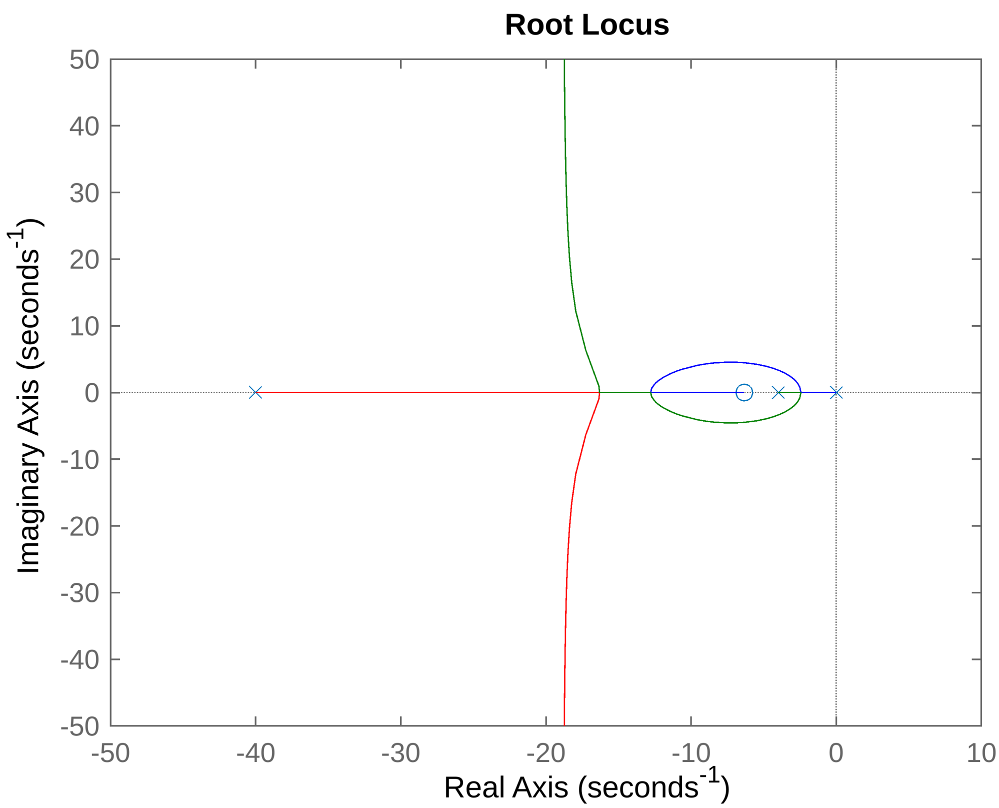
Adicionando um zero à esqueda do polo 44, o sistema não fica estável para qualquer K e a margem de fase diminui.

4.2 Escolha um local para o zero tal que a margem de fase seja de 60 graus, mostrando o LR e o gráfico de Bode para este zero. Qual a margem de ganho ? Caso não consiga MF=60 graus, obtenha a maior MF que conseguir.

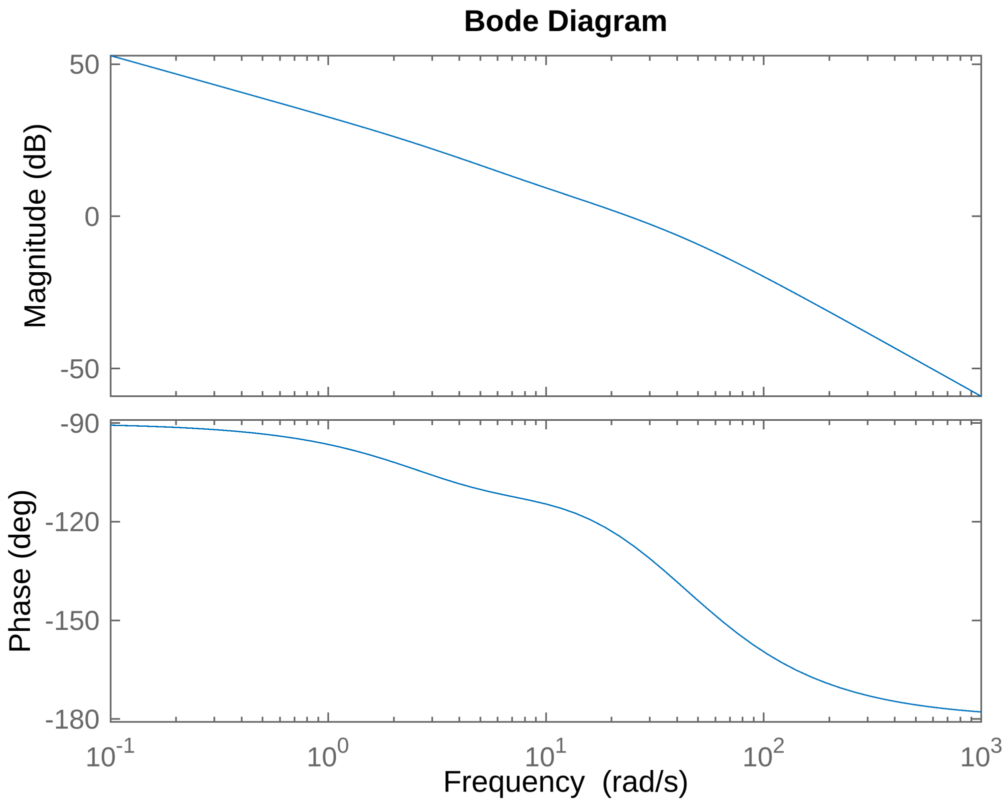
```
s = tf('s');
r=0.15761*(s+6.345);
g4
```

```
g4 =

          7000
  --------------------
  s^3 + 44 s^2 + 160 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

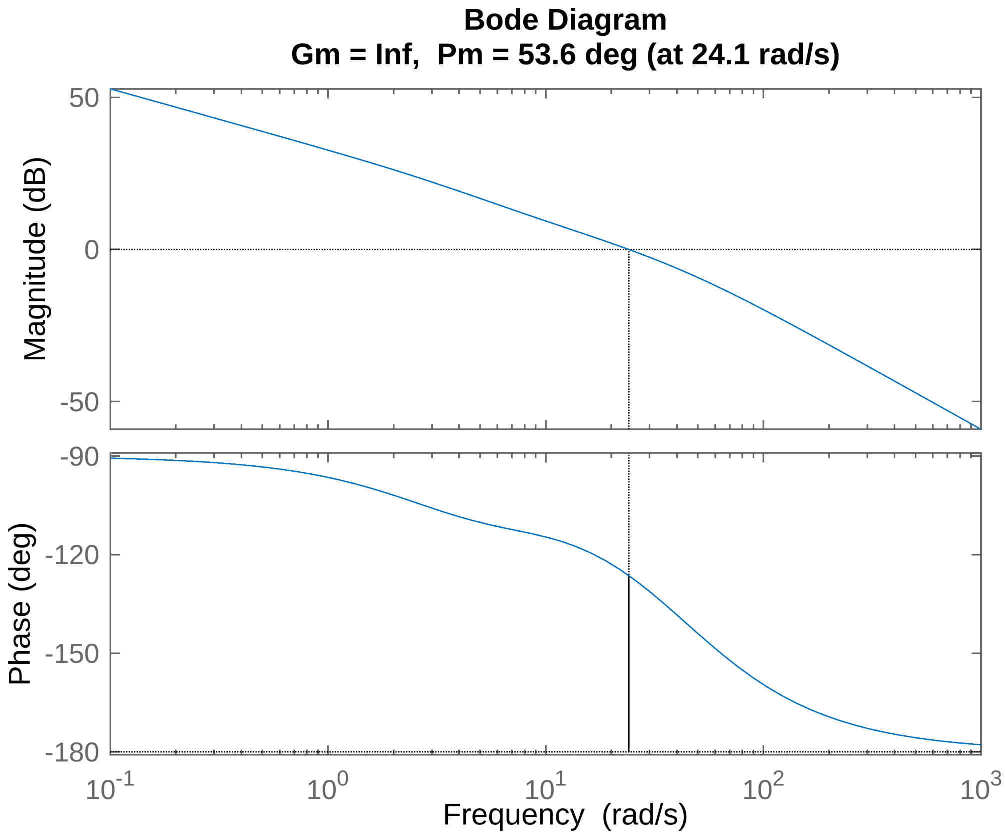
```
g_r4 = r * g4;

rlocus(g_r4)
```




```
bode(g_r4)
```


Bode Diagram
Magnitude (dB)
50
0
-50
Phase (deg)
-90
-120
-150
-180
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency (rad/s)

```
margin(g_r4)
```



Após todas as análise, infelizmente é impossível que a margem de fase chegue a 60° (por conta dos meus valores de g4), entretanto, utilizando o rltool o maior valor que pude chegar foi MF = 53.6 numa frequência de polo igual a 0.15761*(s+6.345), após este valor a margem de fase diminui.

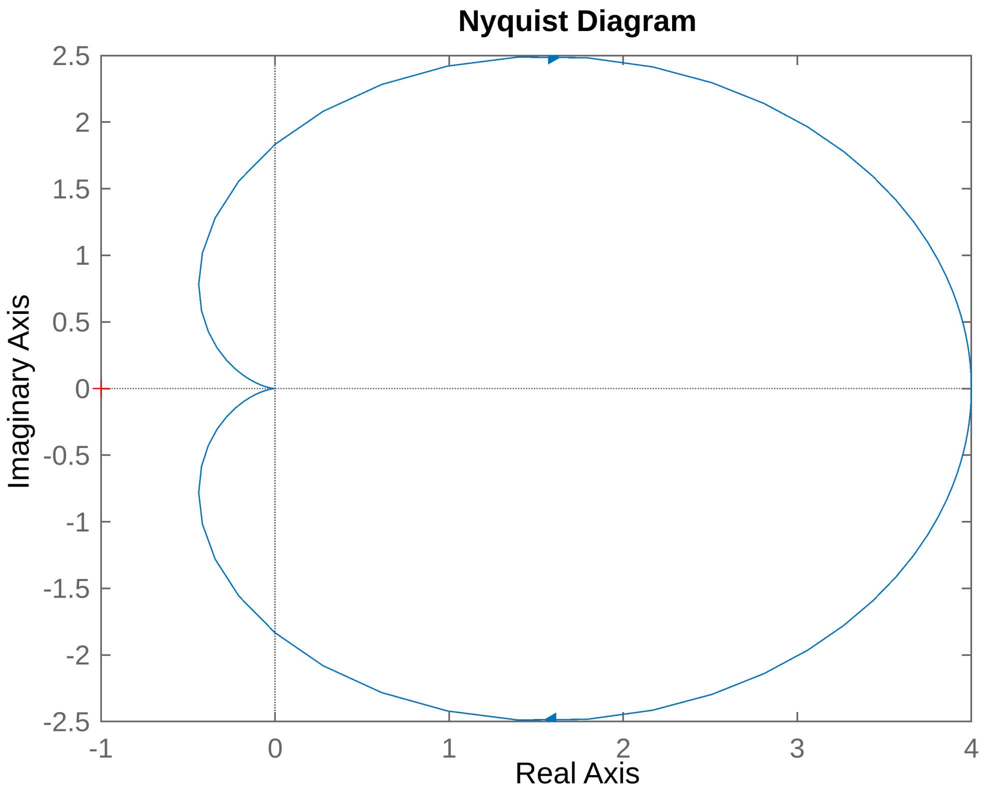
Atividade 5: Efeito de um atraso de tempo na estabilidade relativa.

5.1 Obtenha o atraso tal que MF=0 para g5. Plote então o gráfico de Bode da FT com e sem o atraso, verificando a margem de fase e de ganho.

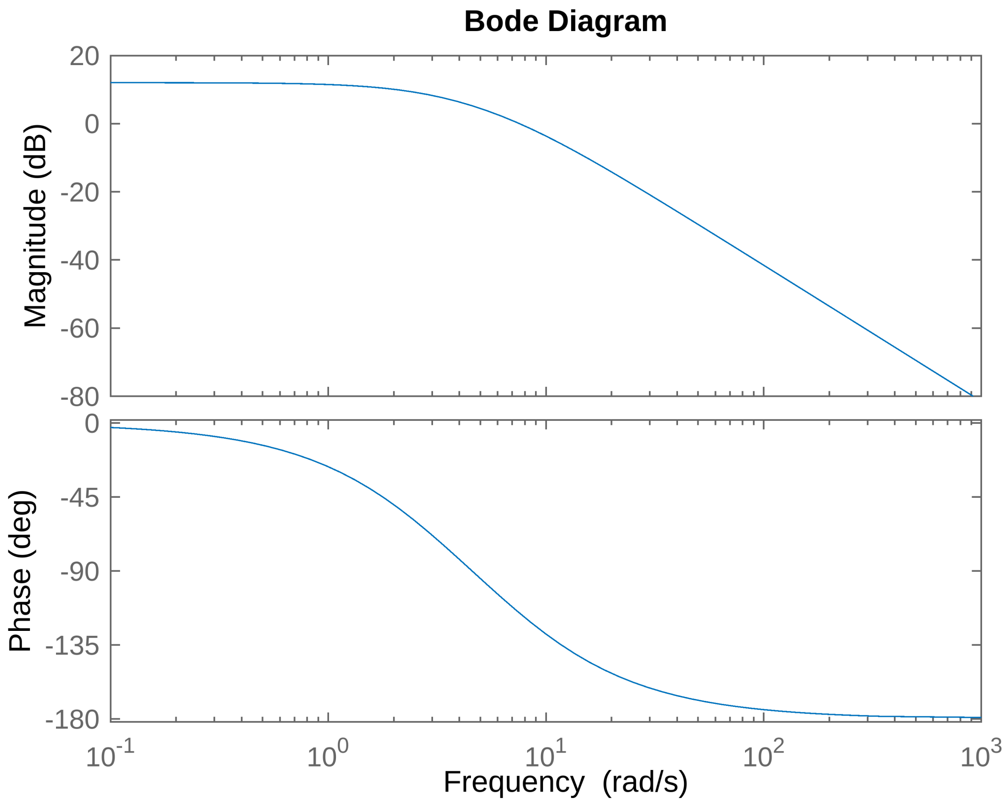
```
g5
```

```
g5 =

        84
  ---------------
  s^2 + 10 s + 21

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

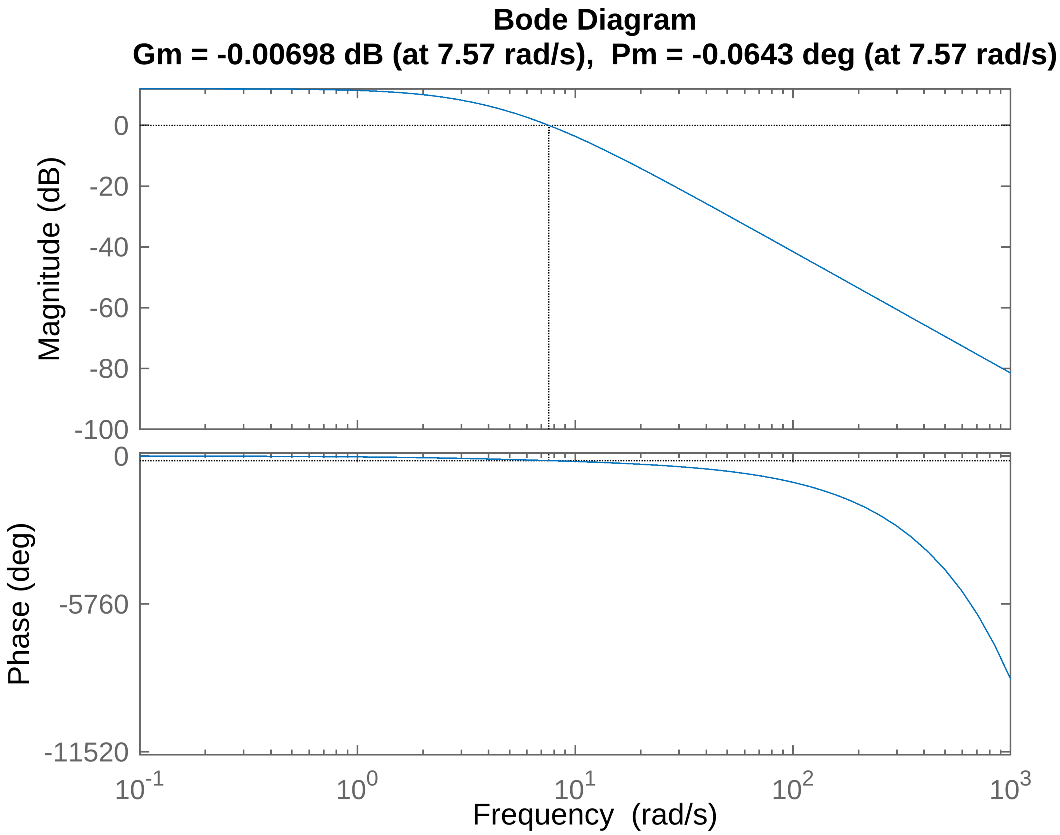
```
figure;
nyquist(g5);
```




```
%sem atraso
bode(g5)
```




```
%com atraso
s = tf('s');
d = (pi * 64.4)/(180*7.57);
g5_atraso = g5* exp(-d*s);
margin(g5_atraso)
```



O módulo permanece constante com o atraso no tempo (não sofre alteração), então analisando a margem de fase é possivel determinar o atraso para aproximadamente MF =0.

$$\text{Formula} \Rightarrow \; d \leq \frac{r * \text{MF}}{180 * w}$$

Nessa fórmula se converte o valor de MF para graus.