Cálculo 2 2022/2

Aula 1

Aula passada: sistemas lineares
Aula hoje: vetores

Capítulo 1: Vetores

Motivação

- Grandezas escalares:

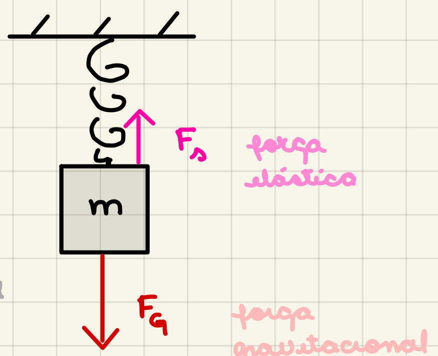
um valor determina completamente a grandeza

- comprimento
- peso
- altura

Grandezas vetoriais:

precisa mais de um elemento para descrever a grandeza.

- força

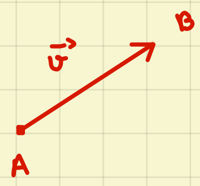


para descrever precisa
- intensidade
- direção
- sentido

- aceleração
- velocidade
- campo elétrico

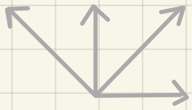
Ponto de vista Geométrico

definição Um vetor é um segmento de reta orientado (com origem A e extremidade B)



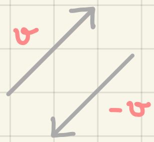
Observação

Um vetor possui
- tamanho
- direção
- sentido
- infinitos representantes



direções infinitas

fixa uma direção



dois sentidos

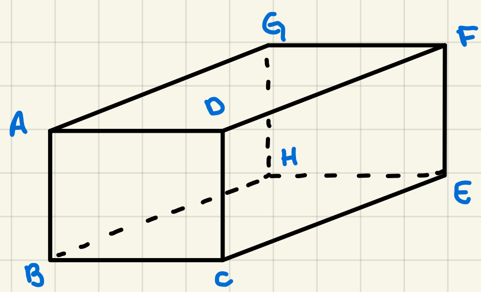
"sentido contrário"

Recorde $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \dots$

infinitos modos de representar o 0,5.

Vetores são iguais (ou representação diferente) se tem mesmo: tamanho direção e sentido

Exemplo Reconheça os vetores iguais



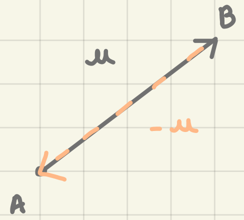
Solução

$\vec{AD} = \vec{BC} = \vec{HG} = \vec{GF}$
$\vec{AG} = \vec{DF} = \vec{CE} = \vec{BH}$
$\vec{AB} = \vec{DC} = \vec{FE} = \vec{GF}$

Nomenclaturas

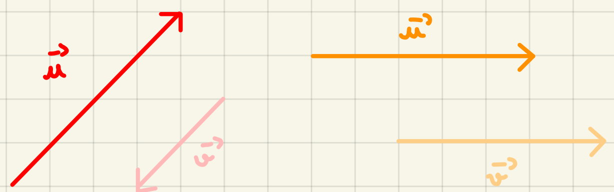
- O **vetor nulo**, em que a origem e a extremidade são iguais, é denotado por $\vec{0}$

- se $\vec{AB}$ (origem em A e extremidade em B) representa o vetor $\vec{u}$ então o **vetor oposto**, indicado por $-\vec{u}$ é representado pelo por $\vec{BA}$



portanto $-\vec{AB} = \vec{BA}$

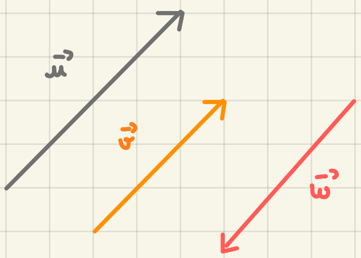
- Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são **paralelos** quando tem a mesma direção neste caso escrevemos $\vec{u} // \vec{v}$



Obs O vetor nulo é paralelo a qualquer outro $\vec{v} // \vec{0}$.

Proposição

se $\vec{u} // \vec{v}$ e $\vec{v} // \vec{w}$ então $\vec{u} // \vec{w}$



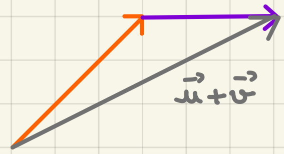
- A **norma** (ou **módulo**) de um vetor $\vec{v}$ é o seu comprimento e será denotado por $\|\vec{v}\|$.
Um vetor é **unitário** se $\|\vec{v}\| = 1$

Capítulo 2 · Soma de vetores

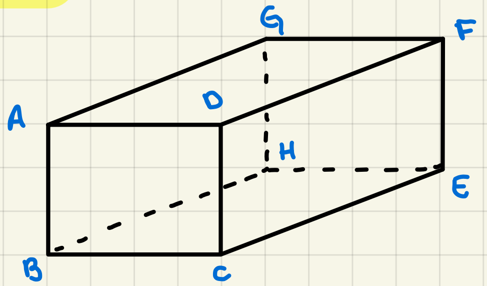
definição o **vetor soma** de $\vec{u}$ e $\vec{v}$ indicado por $\vec{u}+\vec{v}$ é o vetor ligando a origem de $\vec{u}$ a extremidade de $\vec{v}$, quando a extremidade de $\vec{u}$ é a origem de $\vec{v}$

Em particular

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

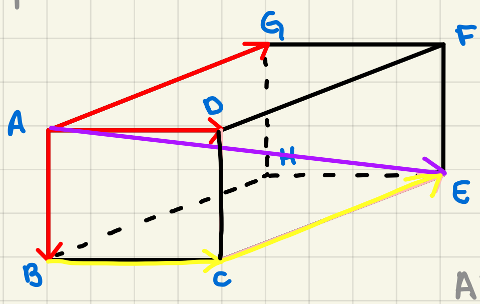


Exemplo Considere



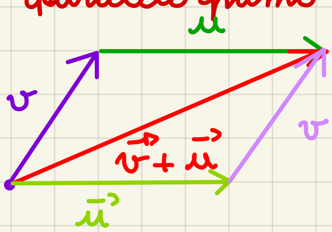
Determine AB + AD + AG

solução

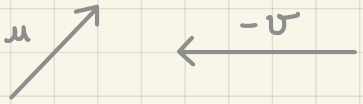


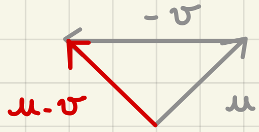
AE //

Regra do paralelogramo

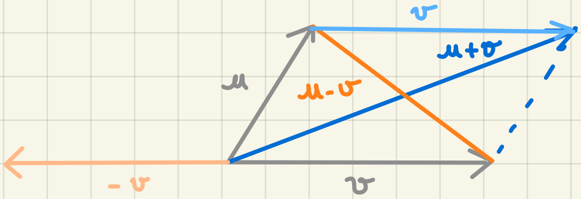


Definição Dados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, a soma de $\vec{u}$ com oposto de $\vec{v}$ $(-\vec{v})$ é dito **diferença** entre u e v (nesta ordem) e indicada por $\vec{u}-\vec{v}$





Observação



Proposição Para $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ vetores

i) $\vec{u}+\vec{v} = \vec{v}+\vec{u}$

ii) $\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w}) = (\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}$

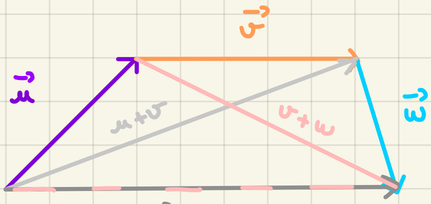
iii) existe $\vec{0}$ tal que $\vec{u}+\vec{0}=\vec{u}$

(elemento neutro)

iv) Para todo $\vec{u}$ existe $-\vec{u}$ tal que $\vec{u}+(-\vec{u})=0$

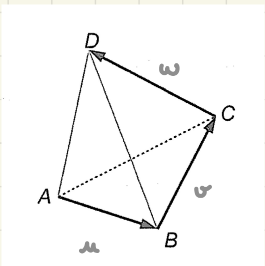
(elemento oposto)

Item ii

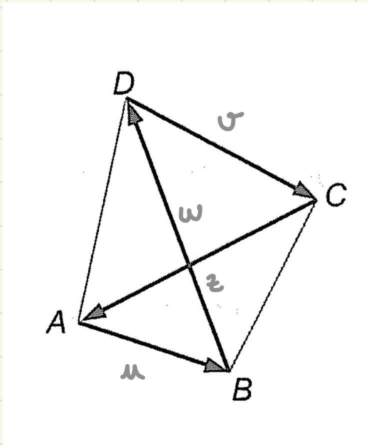


$(u+v)+\vec{w} = u+(v+w)$

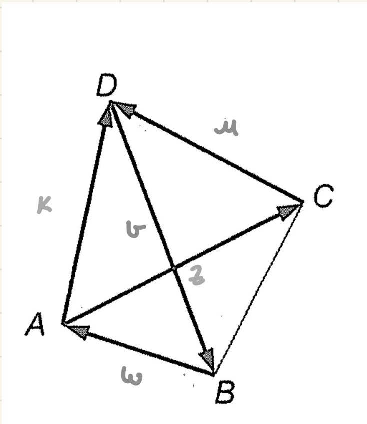
Exemplo Determine a soma dos vetores indicados



$u+v+w = \vec{AD}$

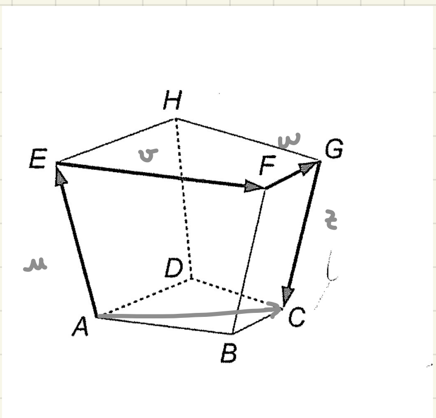


$u+w+v+z=\vec{0}$

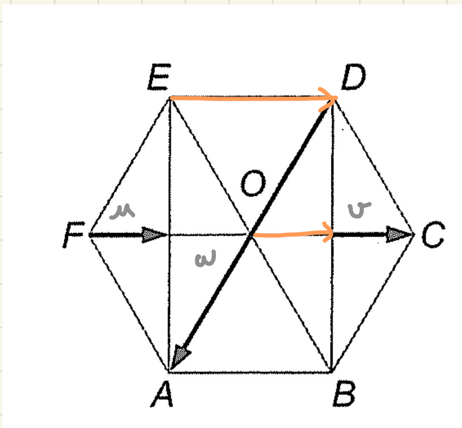


$\underbrace{\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}+\vec{z}}_{=0}+\vec{k} = \vec{k}$

$= \vec{AD}$

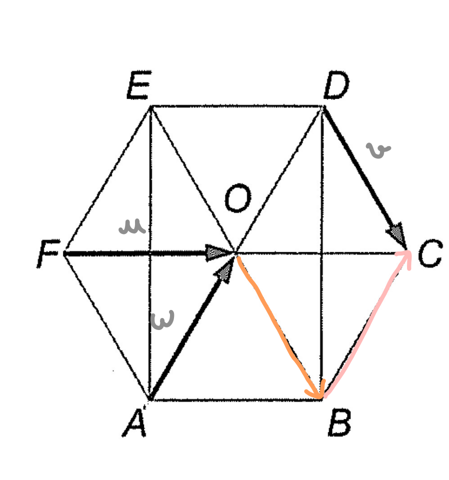


$u+v+w+z = \vec{AC}$



$u+v = \vec{OC} = \vec{ED}$

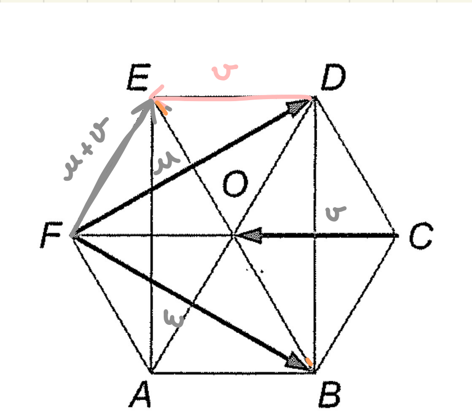
$\Rightarrow u+v+w = \vec{EA}$



$v = \vec{DC} = \vec{OB}$

$w = \vec{AO} = \vec{BC}$

$u + v + w = \vec{FC}$



$v = \vec{CO} = \vec{DE}$

$u + v = \vec{FD} + \vec{DE} = \vec{FE} = \vec{BC}$

$w = \vec{FB}$

$u + v + w = \vec{BC} + \vec{FB} = \vec{FB} + \vec{BC}$

$= \vec{FC}$