Aula 7 - Laboratório de Controle - 2022/1

Sistemas discretos: discretização e estabilidade

Nome(s): Arthur Macedo e Catarina Sastre

```
I=1 ;
turma=1 ;
g=init(turma,I)
```

```
g =
 
          90
  ----------------
  s^2 + 20 s + 100
 
Continuous-time transfer function.
```

```
datetime('now')
```

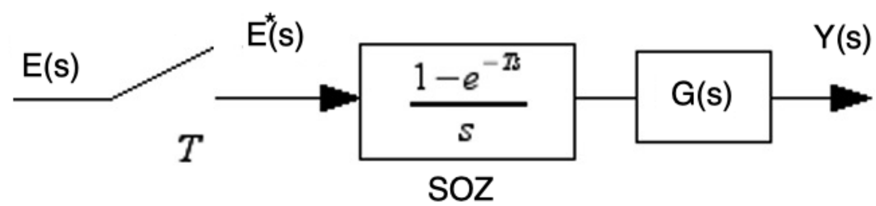
```
ans = datetime

   17-Mar-2020 02:24:37
```

Nesta aula um sistema contínuo será discretizado e analisado em malha aberta e malha fechada.

Atividade 1 - Discretização da FT de malha aberta

Dada a FT contínua $G(s)$, a FT discreta G(z) é obtida de $G(z) = Z[\frac{1-e^{-Ts}}{s}G(s)]$. Nos instantes de amostragem, a saída discretizada e a contínua são iguais.

O tempo de amostragem usado aqui será $1/20$ do tempo de estabelecimento t_s, que equivale a $1/5$ da constante de tempo. Logo, o tempo de amostragem $T = t_s/20$ será usado para obter a FT discretizada Gd (G(z)).




```
S=stepinfo(g);
```

```
T=S.SettlingTime/20
```

```
T = 0.0292
```

```
gd=c2d(g,T);
figure
```

step(g,gd);title('Fig.1 - Resposta ao degrau em malha aberta')

```
pole(g)
```

```
ans =
   -10
   -10
```

-

```
pole(gd)
```

```
ans =
    0.7470
    0.7470
```

-

1.1 Sabendo que a discretização mapeia um polo em $s = -a$ mapeia o polo do plano s para o polo do plano z em $z = e^{-aT}$, ou seja, $G(z) = Z[\frac{1}{s+a}] = \frac{z}{z-e^{-aT}}$a compare os polos de g e de gd.

Resposta: Os dois polos de g estão em -10 e os dois polos de gd estão em 0.747. Isso é esperado pois gd é a discretização de g.

$$z = e^{-10*0.0292} = 0,747$$

1.2 Sabendo que sistemas contínuos com resposta rápida têm polos no semiplano esquerdo longe da origem, onde estão os polos de sistemas discretos rápidos? (Dica: usar a expressão de 1.1).

Resposta: Partindo de z = 1, quanto mais próximo da origem estiverem os polos da função discreta, mais rápido será a resposta do sistema.

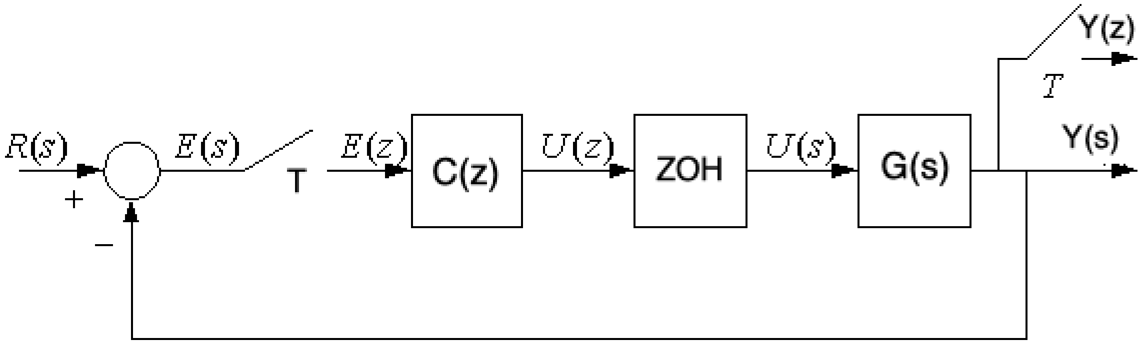
$$\lim_{a\to 0} z = 1 \lim_{a\to\infty} z = 0$$

Atividade 2 - Avaliação do efeito do ganho no caso contínuo e no caso discreto

Em malha fechada, o controlador discreto $C(z)$ é aplicado ao sistema contínuo dado pela FT $G(s)$. Um segurador de ordem zero (SOZ) mantém o sinal de controle U(s) aplicado constante entre instantes de amostragem T.

A funcão de transferência discreta de malha fechada para o diagrama abaixo é dada por

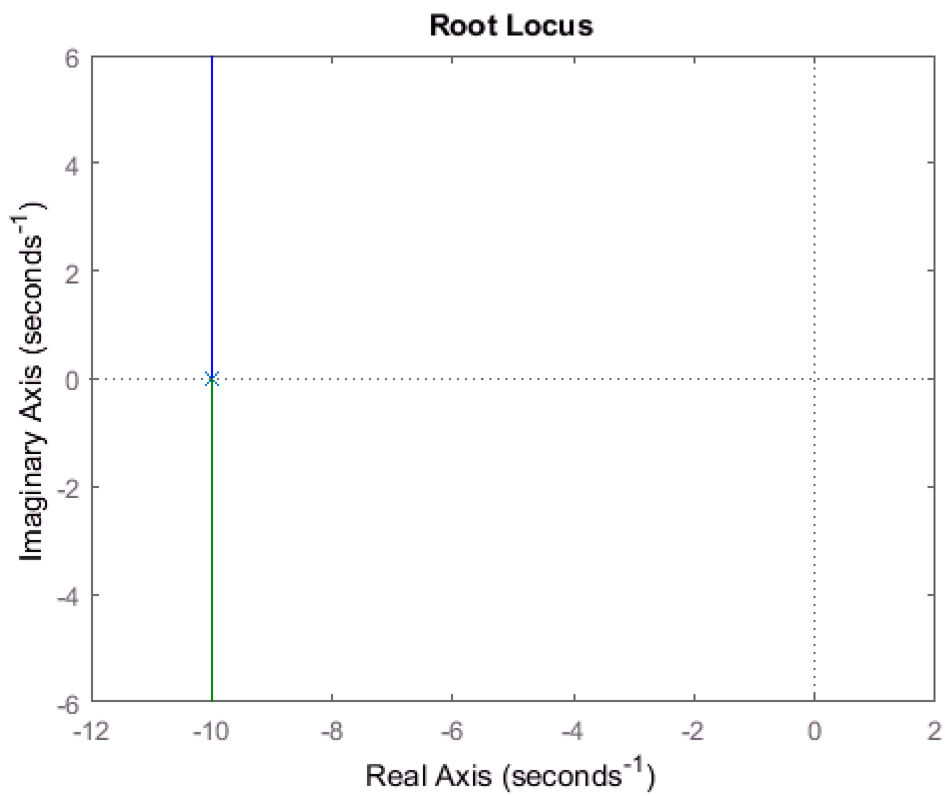
$M(z) = \frac{C(z)G(z)}{1+C(z)G(z)}$, com $G(z) = Z\{SOZ * G(s)\}$.



Nesta atividade se avalia a diferença do comportamento do sistema contínuo e discreto em malha fechada quando o ganho varia, fazendo, $C(z) = K$.

2.1 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema contínuo em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(s) = 0$.

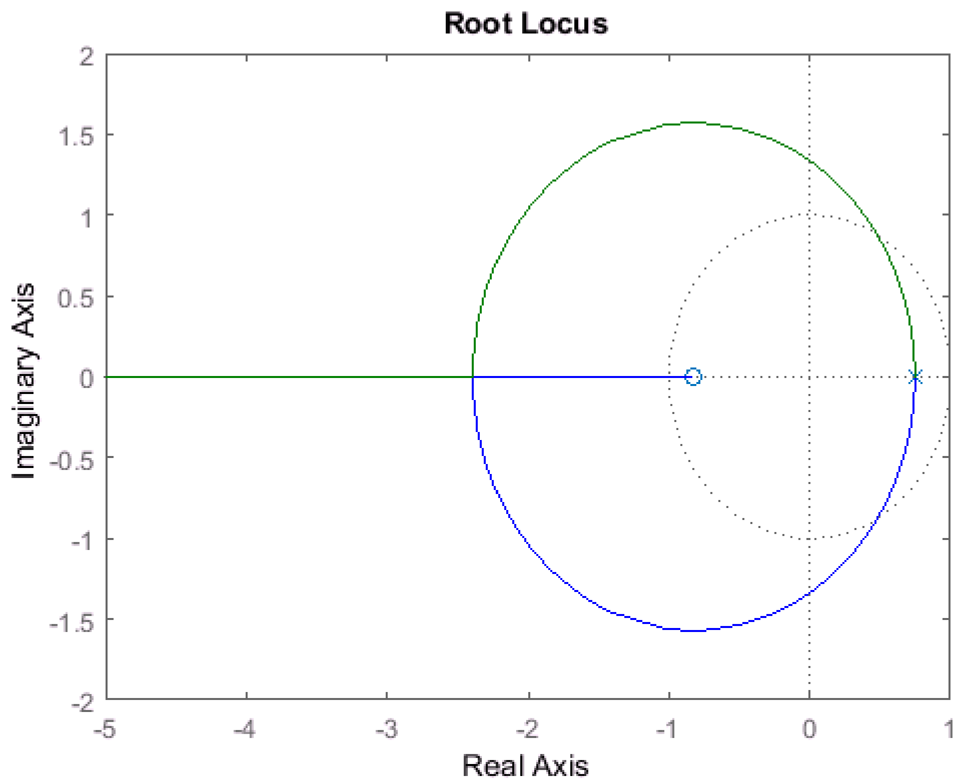
```
rlocus(g)
```



Resposta: Quando K = 0, os polos são reais em -10. Quando K aumenta, os polos se tornam complexos conjugados com a parte real em -10.

2.2 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema discreto em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(z) = 0$ (gd é G(z)).

```
rlocus(gd)
```



Resposta: Primeiramente, sabemos que o efeito do aumento de K no sistema discreto é o mesmo do sistema contínuo, porém discretizado com a expressão dada em 1.1.

Com K = 0, os polos são iguais e estão em z = 0.747. Conforme K aumenta, os polos se tornam complexos conjugados e seguem uma trajetória circular centrada no zero de gd e raio 0.747 - zero(gd). Quando os polos se encontram novamente, um vai em direção ao zero(gd) e outro vai para -infinito.

2.3 Para que valores de K o sistema discreto é estável?

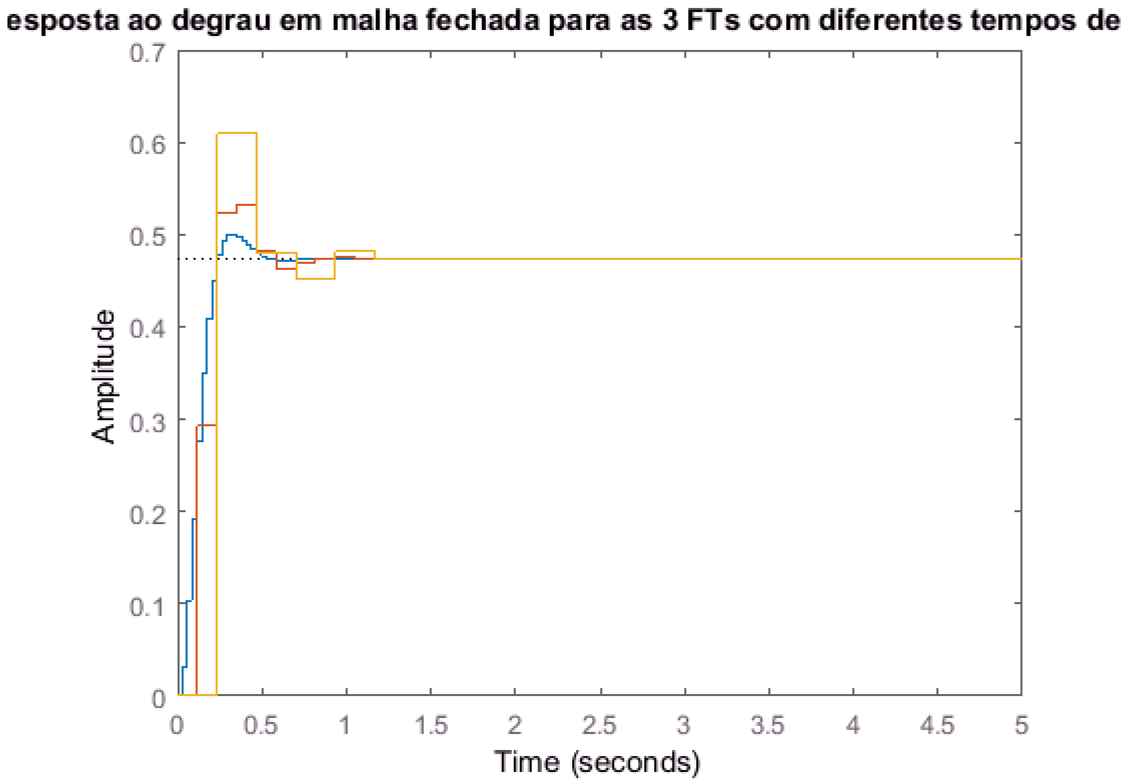
Resposta: O sistema discreto será estável enquanto os polos estiverem dentro do círculo unitário, que no caso de gd corresponde até K = 16.

Atividade 3 - Avaliação do efeito do tempo de amostragem

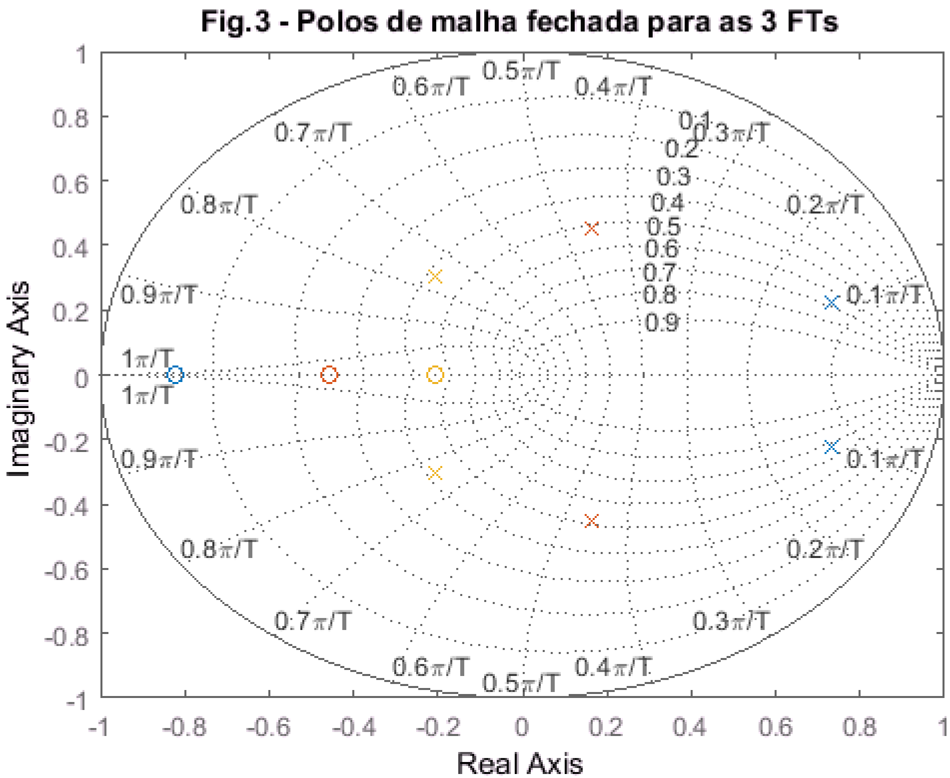
Os comandos abaixo geram 3 FTs discretas, cada uma com um tempo de amostragem diferente e crescente. Escolha estes valores de modo a ter respostas estáveis mas com sobreelevação crescente.

```
T1=[1 4 8]*T; % Escolher valores crescentes
gd1=c2d(g,T1(1));
gd2=c2d(g,T1(2));
gd3=c2d(g,T1(3));
m1=feedback(gd1,1);
m2=feedback(gd2,1);
m3=feedback(gd3,1);
```

```
figure;
step(m1,m2,m3);title('Fig.2 - Resposta ao degrau em malha fechada para as 3 FTs com diferentes
```




```
figure
pzmap(m1,m2,m3);title('Fig.3 - Polos de malha fechada para as 3 FTs');grid
```



3.1 Compare a localização dos polos e a resposta ao degrau e explique a relação da localização dos polos no plano z e a respectiva resposta ao degrau em termos de sobreelevação. Dica: observe as curvas de amortecimento constante.

Resposta: Com o aumento de T, vemos na Fig.3 que os polos no plano Z se posicionam em coordenadas com o fator de amortecimento menor, o que, consequentemente, ocasiona em um sobressinal maior.

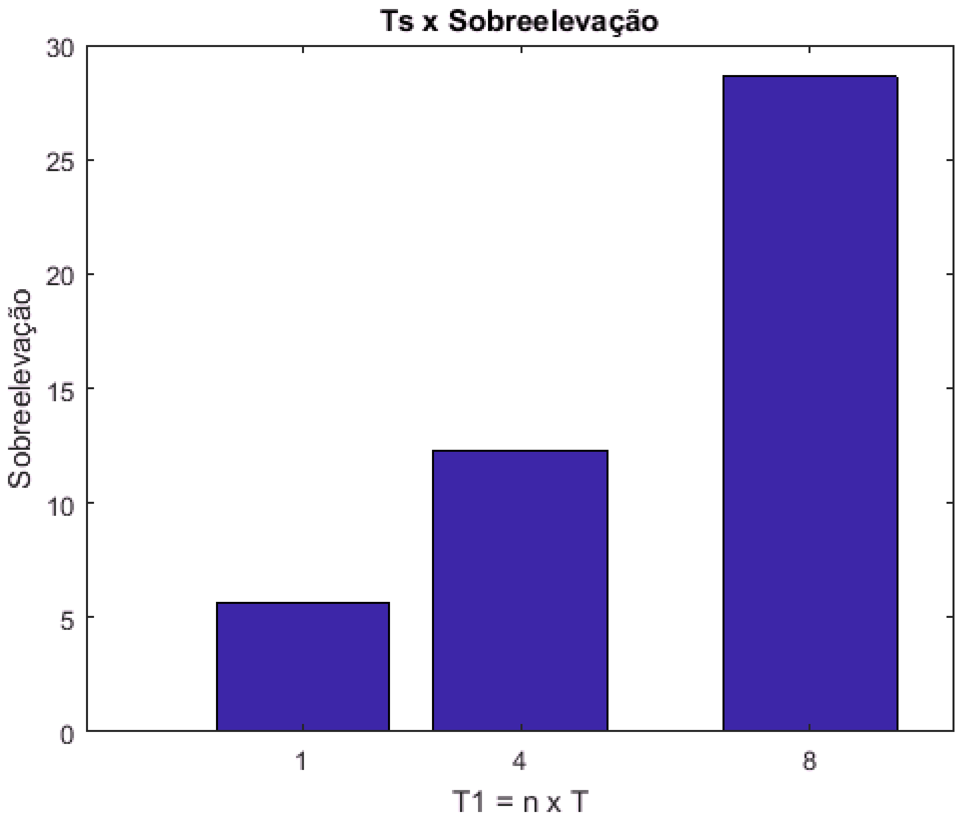
Para T1 = T, amortecimento = 0.7

Para T1 = 4T, amortecimento = 0.5

Para T1 = 8T, amortecimento = 0.4

3.2 Faça um gráfico de barras dos tempos de amostragem versus a sobreelevação para os três casos acima, escrevendo as linhas de código abaixo.

```
S1=stepinfo(m1);
S2=stepinfo(m2);
S3=stepinfo(m3);
UP=[S1.Overshoot S2.Overshoot S3.Overshoot ];
figure
bar(T1/T,UP)
xlabel('T1 = n x T')
ylabel('Sobreelevação')
title('Ts x Sobreelevação')
```



Atividade 4 - Avaliação da sintonia de um controlador contínuo discretizado

Usualmente se projeta os controladores usando FTs contínuas, e depois se discretiza o controlador para a implementação controlando uma planta contínua, como mostrado na figura da atividade 2.

Os comandos abaixo aproximam a FT de ordem 2 por uma de ordem 1, como feito na aula 6. A seguir, é feita a sintonia de um controlador PI usando o método lambda, com um valor de lambda que deve ser escolhido e justificado (ver relatório 6). Lembre-se que lambda é a constante de tempo de malha fechada, e deve ser menor que a constante de tempo de malha aberta.

```
lambda=0.1; %Escolher lambda
[y,t]=step(g);
delay=t(sum(y<0.1*y(end)));
tau=t(sum(y<0.63*y(end)))-delay;
Kp=y(end);
g1=tf(Kp,[tau 1],'InputDelay',delay)
```

```
g1 =

                      0.8973
  exp(-0.05*s) * ----------
                  0.16 s + 1

Continuous-time transfer function.
```

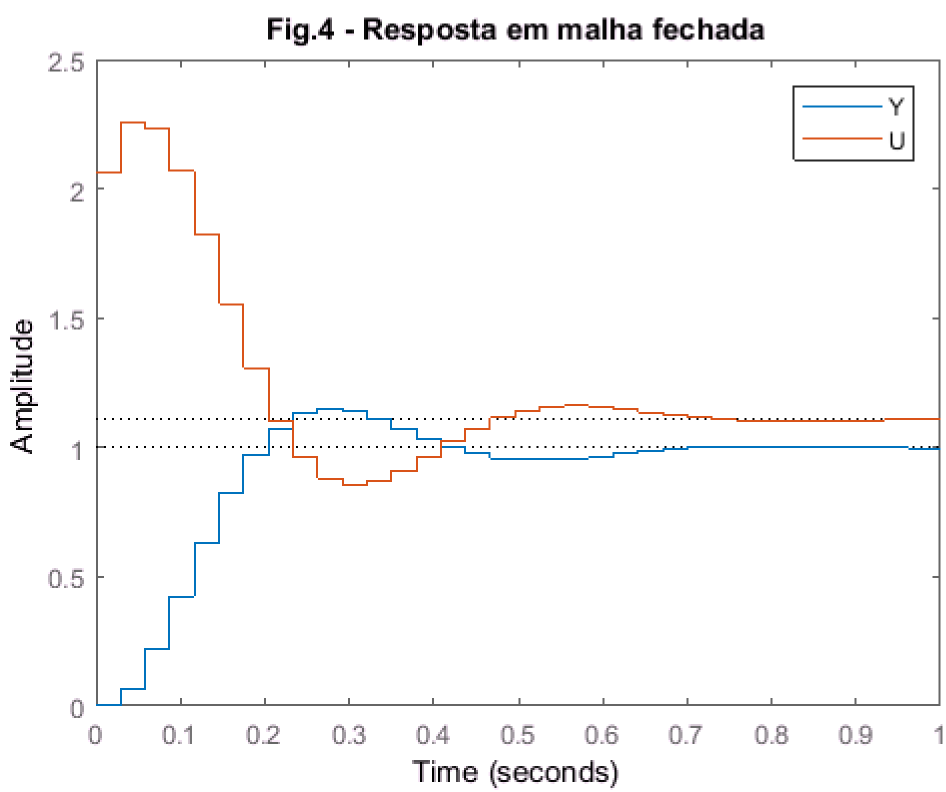
```
C=sintonia(g1,'PI','lam',lambda)
```

```
C =

              1
  Kp + Ki * ---
              s

  with Kp = 2.06, Ki = 11.1

Continuous-time PI controller in parallel form.
```

```
Cd=c2d(C,T)
```

```
Cd =

               Ts
  Kp + Ki * ------
               z-1

  with Kp = 2.06, Ki = 11.1, Ts = 0.0292

Sample time: 0.029174 seconds
Discrete-time PI controller in parallel form.
```

```
Mry=feedback(Cd*gd,1);
Mru=feedback(Cd,gd);
step(Mry,Mru);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```



4.1 Explique a Fig.4 e os passos que foram seguidos desde o projeto (usando G(s) e escolhendo lambda) até a implementação deste controlador na forma discreta.

Resposta: Primeiramente analisamos a resposta de malha aberta de g para definir a constante de tempo = time(0.63*y(end)) = 0.21. Logo em seguida, definimos um valor para lambda menor que a constante de tempo, foi escolhido lambda = 0.1. O código fez a aproximação de g(s) em um sistema de primeira ordem, com isso foi possível sintonizar um controlador PI a partir desse sistema aproximado e logo após o controlador foi discretizado. Foi feito então a resposta ao degrau do sistema de malha fechada com o controlador discretizado e realimentação unitária (curva Y). A curva U representa o sinal de controla (saída do controlador).

Observamos que ao diminuir lambda, a resposta do sistema se torna cada vez mais rápida.

4.2 Explique como avaliar este controlador para tempos de amostragem maiores. Pode usar código para ilustrar.

Resposta: Variando o tempo de amostragem para valores maiores, observamos que o sinal de controle demora mais para estabilizar. Quanto maior o tempo de amostragem, menos amostras serão utilizadas na construção do gráfico da resposta, ocasionando no aumento de sua sobreelevação, das oscilações e do tempo de assentamento.