

Aula 7 - Laboratório de Controle - 2022/1

Sistemas discretos: discretização e estabilidade

Nome(s): Rodolpho Ladislau Silva

```
I=5 ;  
turma=2 ;  
g=init(turma,I)
```

g =

```
      360  
-----  
s^2 + 40 s + 400
```

Continuous-time transfer function.

```
datetime('now')
```

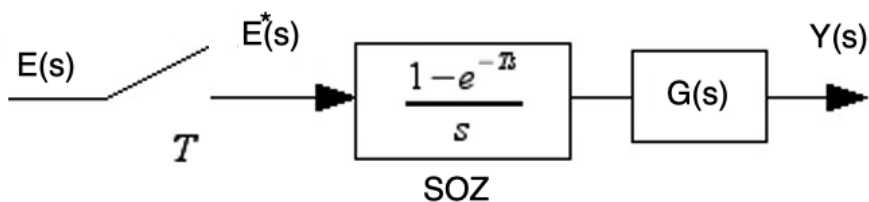
```
ans = datetime  
      06-Jul-2022 10:51:28
```

Nesta aula um sistema contínuo será discretizado e analisado em malha aberta e malha fechada.

Atividade 1 - Discretização da FT de malha aberta

Dada a FT contínua $G(s)$, a FT discreta $G(z)$ é obtida de $G(z) = Z\left[\frac{1 - e^{-Ts}}{s} G(s)\right]$. Nos instantes de amostragem, a saída discretizada e a contínua são iguais.

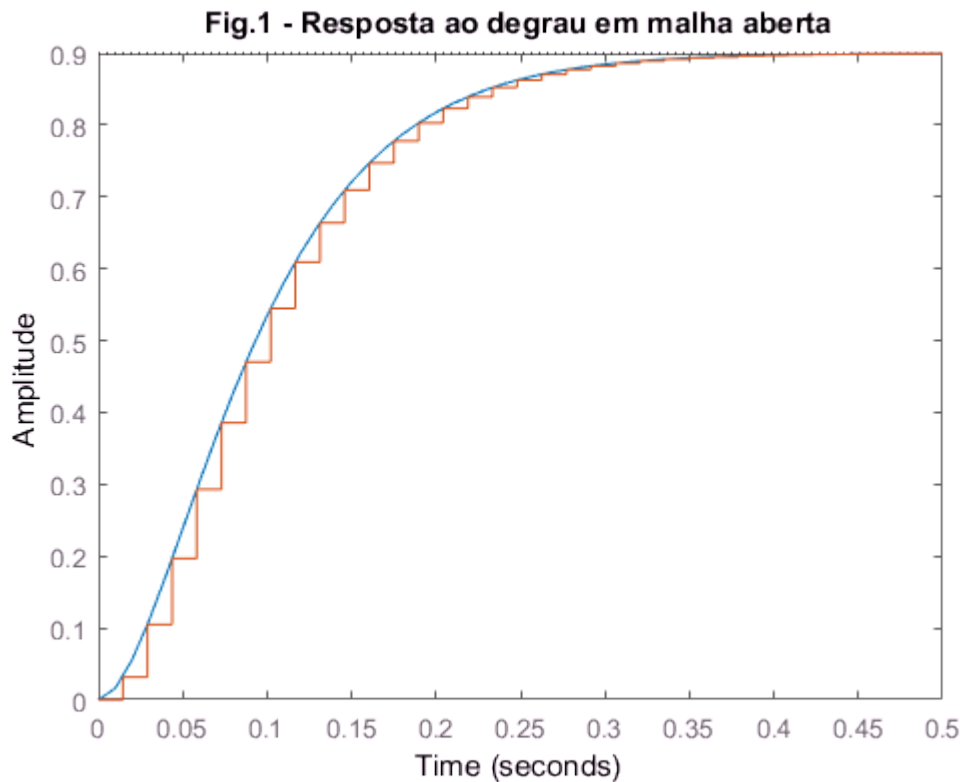
O tempo de amostragem usado aqui será $1/20$ do tempo de estabelecimento t_s , que equivale a $1/5$ da constante de tempo. Logo, o tempo de amostragem $T = t_s/20$ será usado para obter a FT discretizada $G_d(G(z))$.



```
S=stepinfo(g);  
T=S.SettlingTime/20
```

$T = 0.0146$

```
gd=c2d(g,T);  
figure  
step(g,gd);title('Fig.1 - Resposta ao degrau em malha aberta')
```



1.1 Sabendo que a discretização mapeia um polo em $s = -a$ mapeia o polo do plano s para o polo do plano z em $z = e^{-aT}$, ou seja, $G(z) = Z\left[\frac{1}{s+a}\right] = \frac{z}{z - e^{-aT}}$ compare os polos de g e de gd .

Resposta: utilizando o comando `pole(g)` obtemos como resposta dois polos em -20, porem ao analisarmos os valor de `pole(gd)` temos que após a discretização dois polos em 0,7469.

1.2 Sabendo que sistemas contínuos com resposta rápida têm polos no semiplano esquerdo longe da origem, onde estão os polos de sistemas discretos rápidos? (Dica: usar a expressão de 1.1).

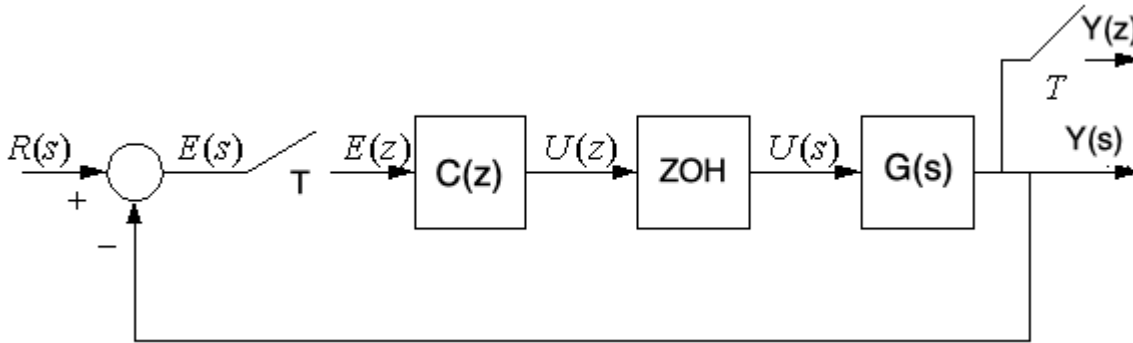
Resposta: Quanto mais afastados os polos da origem para o semi plano esquerdo, os polos no sistema discreto tendem a se aproximar da origem no semi plano direito.

Atividade 2 - Avaliação do efeito do ganho no caso contínuo e no caso discreto

Em malha fechada, o controlador discreto $C(z)$ é aplicado ao sistema contínuo dado pela FT $G(s)$. Um segurador de ordem zero (SOZ) mantém o sinal de controle $U(s)$ aplicado constante entre instantes de amostragem T .

A função de transferência discreta de malha fechada para o diagrama abaixo é dada por

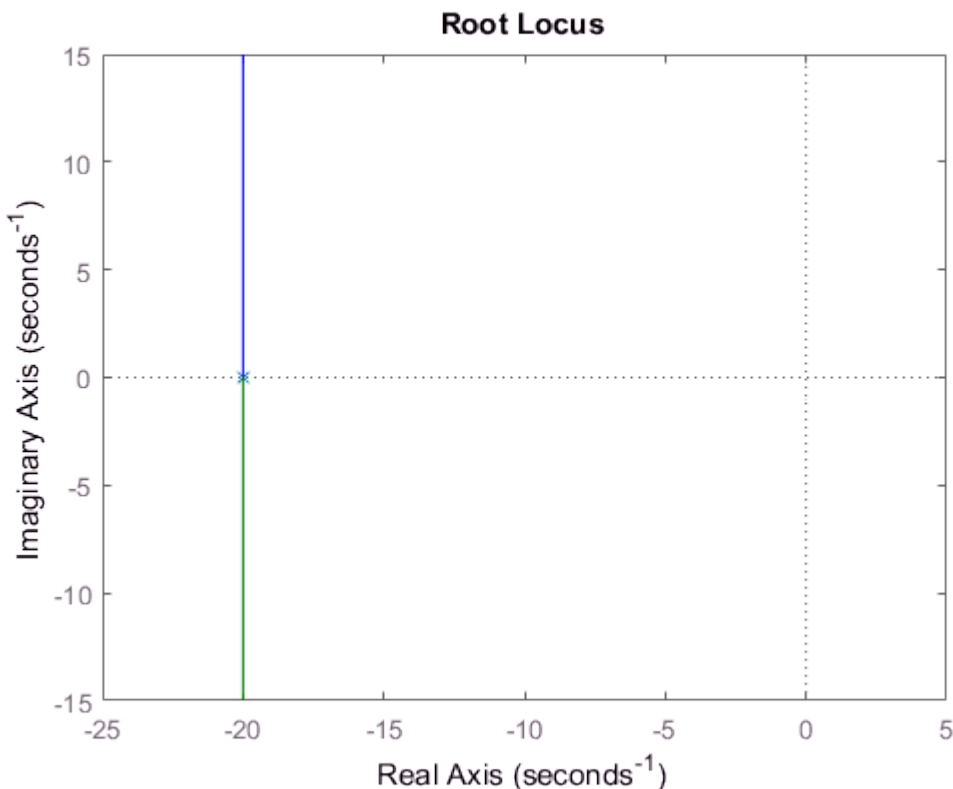
$$M(z) = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)}, \text{ com } G(z) = Z\{SOZ * G(s)\}.$$



Nesta atividade se avalia a diferença do comportamento do sistema contínuo e discreto em malha fechada quando o ganho varia, fazendo, $C(z) = K$.

2.1 Use o comando `rlocus` e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema contínuo em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(s) = 0$.

```
rlocus(g)
```





```
rlocus(gd)
```



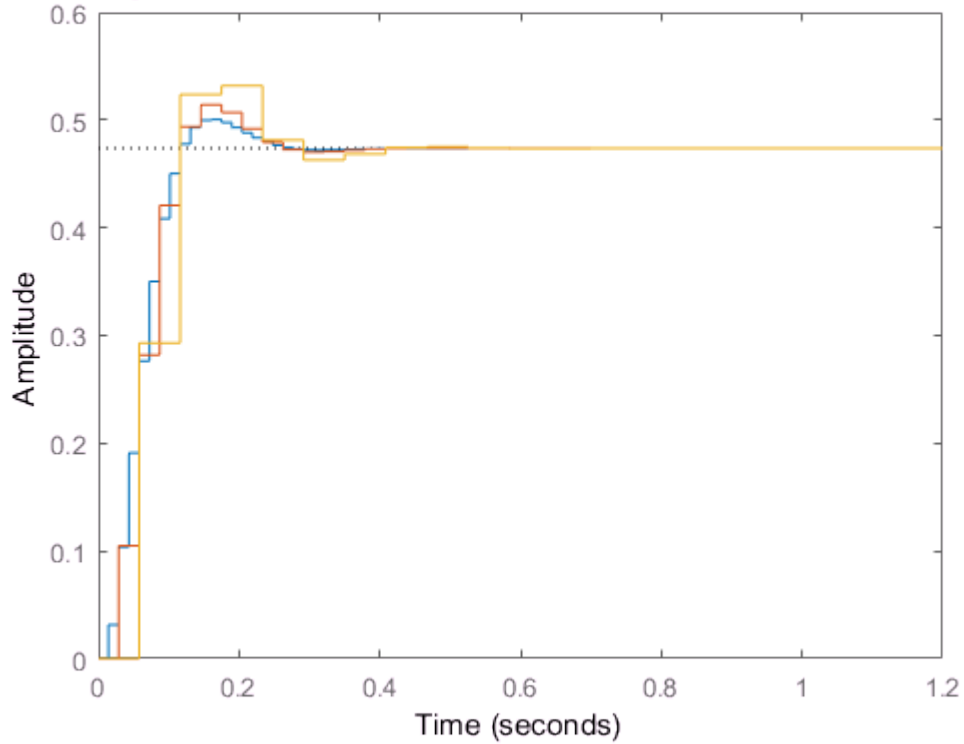
```
T1=[1 2 4]*T; % Escolher valores crescentes
gd1=c2d(g,T1(1));
gd2=c2d(g,T1(2));
gd3=c2d(g,T1(3));
```

```

m1=feedback(gd1,1);
m2=feedback(gd2,1);
m3=feedback(gd3,1);
figure;
step(m1,m2,m3);title('Fig.2 - Resposta ao degrau em malha fechada para as 3 FTs com diferentes

```

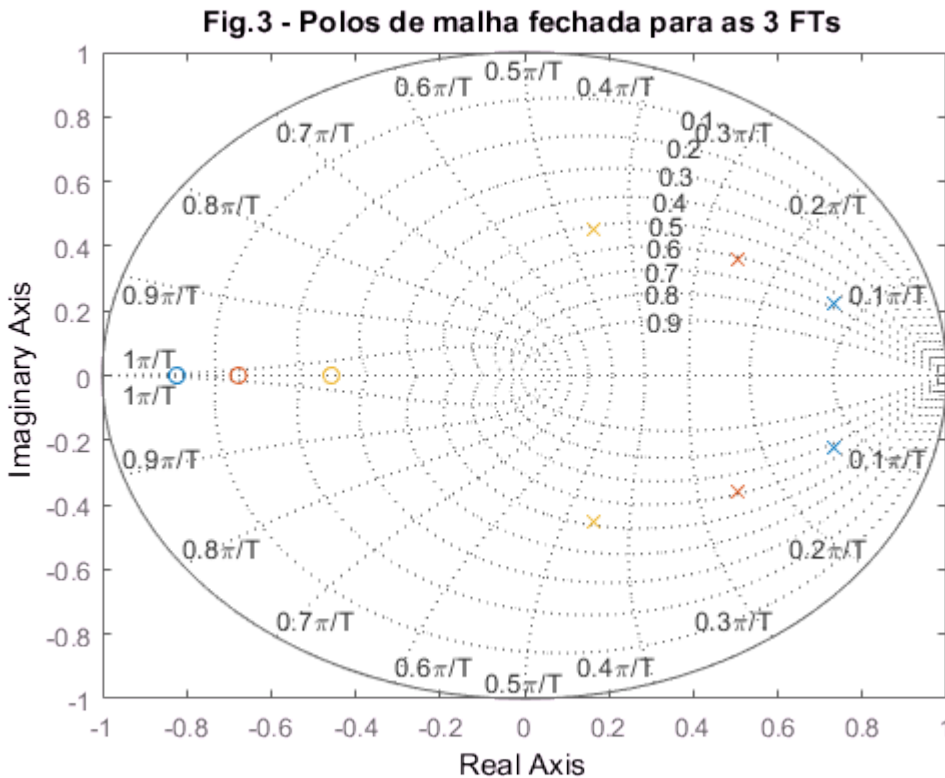
esposta ao degrau em malha fechada para as 3 FTs com diferentes tempos de



```

figure
pzmap(m1,m2,m3);title('Fig.3 - Polos de malha fechada para as 3 FTs');grid

```



3.1 Compare a localização dos polos e a resposta ao degrau e explique a relação da localização dos polos no plano z e a respectiva resposta ao degrau em termos de sobrelevação. Dica: observe as curvas de amortecimento constante.

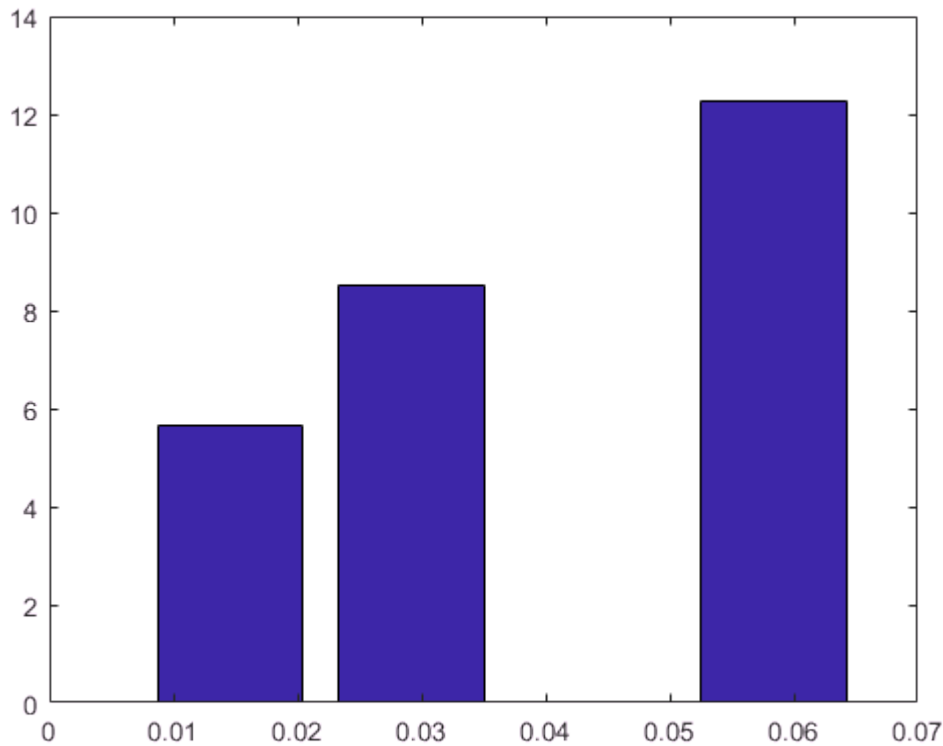
Resposta: observamos que f1 possui dois polos (um em $0,73 \pm 0,22j$) f2 ($0,5054 \pm 0,3561j$) f3

($0,1647 \pm 0,4514j$) , de acordo com a expressão 1.1 $G(z) = Z\left[\frac{1}{s+a}\right] = \frac{z}{z - e^{-aT}}$, observamos que quanto maior o valor de T , mais para a esquerda os polos vão caminhando.

3.2 Faça um gráfico de barras dos tempos de amostragem versus a sobrelevação para os três casos acima, escrevendo as linhas de código abaixo.

```
S1=stepinfo(m1);
S2=stepinfo(m2);
S3=stepinfo(m3);
UP=[S1.Overshoot S2.Overshoot S3.Overshoot ];

bar(T1,UP)
```



Atividade 4 - Avaliação da sintonia de um controlador contínuo discretizado

Usualmente se projeta os controladores usando FTs contínuas, e depois se discretiza o controlador para a implementação controlando uma planta contínua, como mostrado na figura da atividade 2.

Os comandos abaixo aproximam a FT de ordem 2 por uma de ordem 1, como feito na aula 6. A seguir, é feita a sintonia de um controlador PI usando o método lambda, com um valor de lambda que deve ser escolhido e justificado (ver relatório 6). Lembre-se que lambda é a constante de tempo de malha fechada, e deve ser menor que a constante de tempo de malha aberta.

```
lambda=0.4; %Escolher lambda
[y,t]=step(g);
delay=t(sum(y<0.1*y(end)));
tau=t(sum(y<0.63*y(end)))-delay;
Kp=y(end);
g1=tf(Kp,[tau 1],'InputDelay',delay)
```

g1 =

$$\exp(-0.02*s) * \frac{0.8991}{0.08 s + 1}$$

Continuous-time transfer function.

```
C=sintonia(g1,'PI','lam',lambda)
```

C =

$$K_p + K_i * \frac{1}{s}$$

with $K_p = 0.25$, $K_i = 2.78$

Continuous-time PI controller in parallel form.

```
Cd=c2d(C,T)
```

Cd =

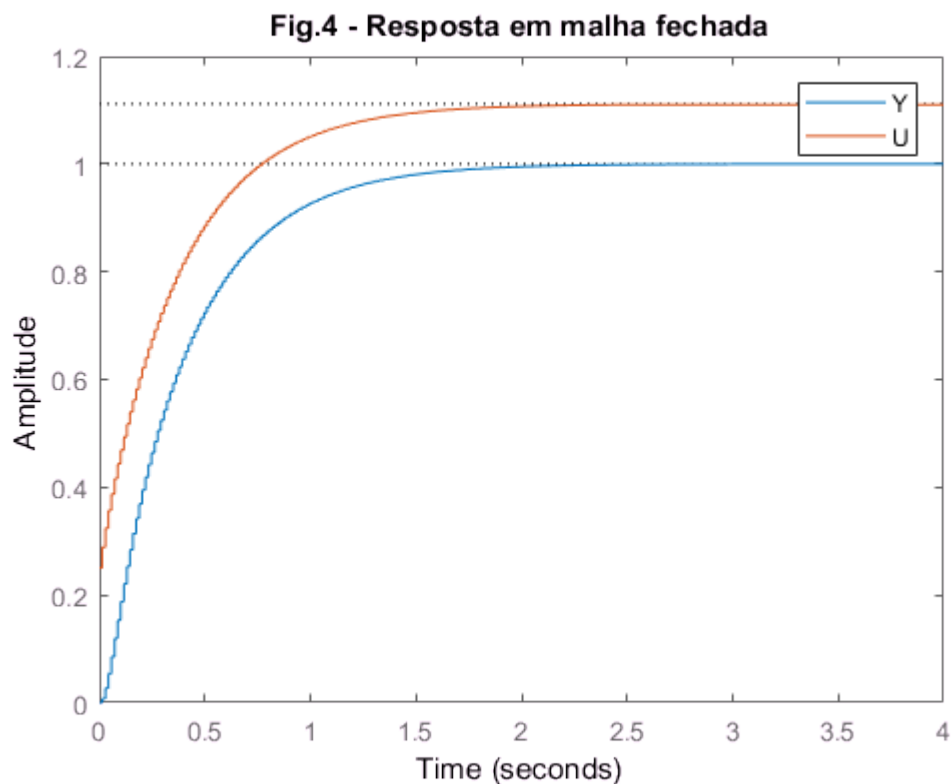
$$K_p + K_i * \frac{T_s}{z-1}$$

with $K_p = 0.25$, $K_i = 2.78$, $T_s = 0.0146$


Sample time: 0.014591 seconds


Discrete-time PI controller in parallel form.

```
Mry=feedback(Cd*gd,1);  
Mru=feedback(Cd,gd);  
step(Mry,Mru);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```



4.1 Explique a Fig.4 e os passos que foram seguidos desde o projeto (usando $G(s)$ e escolhendo λ) até a implementação deste controlador na forma discreta.

Resposta: Após o uso do controlador ele atende o objetivo de mandar a saída para 1 com o tempo de estabelecimento menor, primeiro  plicado a discretização utilizando como tempo de amostragem usado aqui será $1/20$ do tempo de estabelecimento t_s , que equivale a $1/5$ da constante de tempo. Logo, o tempo de amostragem $T = t_s/20$ será usado para obter a FT discretizada $G_d(G(z))$, sendo assim o λ considerado para um melhor resultado foi o de 0.4, pois o valor menor que 0.5.



4.2 Explique como avaliar este controlador para tempos de amostragem maiores. Pode usar código para ilustrar.

Resposta: 