PROB/EST

- CONCEITOS
- ESTATÍSTICA: CONJ. DE TÉCNICAS QUE PERM. DESC., DE FORMA SIST., ANALISAR E INTERPRETAR DADOS

- CLASSIFICAÇÃO DE VARIÁVEIS (DADO: VALOR OBSERVADO DA VAR)

VARIÁVEL: CARACT. QUE SERÁ OBSERVADA NOS ELEMENTOS DA POPULAÇÃO OU AMOSTRA

→ QUANTITATIVA: APRESENTAM COMO RESULTADO NÚMEROS DE UMA CONT. OU MENSUR. → DISCRETA: INTEIRO / → CONTÍNUA: QUEBRADO

→ QUALITATIVA: APRESENTA COMO POSSÍVEL REALIZAÇÃO QUALIDADES/ATRIBUTOS → NOMINAL: SEXO / → ORDINAL: ESCOLARIDADE, SALÁRIOS (BAIXO/MÉDIO/ALTO)

- TABELAS: I) TÍTULO → O QUE REPRESENTA? / ONDE OCORREU? / QUANDO OCORREU? II) CABEÇALHO III) CORPO IV) RODAPÉ

- DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA

SEXO	f_i	f_r
M	24	24/34
F	10	10/34

→ POR EM %

- f_i: FREQ. ABSOLUTA f_r: FREQ. RELATIVA (%)
- DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA CONJUNTA: NA TABELA, DIVIDIR | SEXO | LOCALIDADE |

} PARA VARIÁVEIS QUALITATIVAS

- $\bar{F}_i$: FREQ. ABS. ACUMULADA $\bar{F}_r$: FREQ. RELATIVA ACUMULADA X_i: PONTO MÉDIO DA CLASSE
- PARA VARIÁVEIS QUANTITATIVAS: DISTRIBUIÇÃO DE FREQ → PONTUAL: SEM PERDA DE INFORMAÇÃO / → INTERVALAR: COM PERDA

EX. DISTRIBUIÇÃO PONTUAL

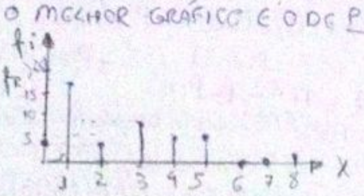
→ Nº DE IRMÃOS DADOS(x): {1, 3, 2, 1, 3, 3, 1, 5 ..., 8, 1 ... 1} $m = 35$ ALUNOS (DADOS NÃO AGRUPADOS)

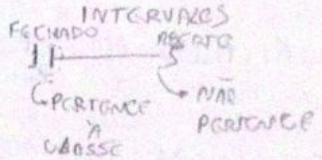
- DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA DO Nº DE IRMÃOS DOS ALUNOS DE ENGENHARIA MECÂNICA

X	f_i	$\bar{F}_i$	f_r (%)	$\bar{F}_r$ (%)
0	4	4	4/35	4/35
1	18	22	18/35	22/35
2	3	25	3/35	25/35
3	6	31	6/35	31/35
4	1	32	1/35	32/35
5	2	34	2/35	34/35
8	1	35	1/35	35/35
TOTAL	35			

%

PARA TABELAS COM POUCOS VALORES DE DADOS AGRUPADOS, COMO AO LADO, O MELHOR GRÁFICO É O DE PONTOS





- DISTRIBUIÇÃO INTERVALAR: DADOS COM MAIOR VARIAÇÃO (E/OU) QUANTIDADE

EX. DISTRIBUIÇÃO DE FREQ. DA IDADE DE 25 ALUNOS

FAIXA ETÁRIA	f_i	$\bar{F}_i$	f_r	$\bar{F}_r$	X_i
18 ⊢ 20	2	2	2/25	2/25	19
20 ⊢ 22	5	7	5/25	7/25	21
22 ⊢ 24	10	17	10/25	17/25	23
24 ⊢ 26	5	22	5/25	22/25	25
26 ⊢ 28	3	25	3/25	1	27
TOTAL	25 (m)				

X_i PONTO MÉDIO DA CLASSE

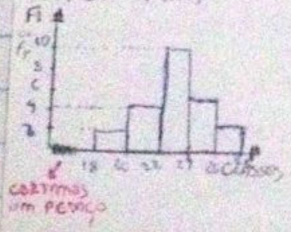
$x_i = \frac{LI + LS}{2}$

Nº DE CLASSES (K) → $\begin{cases} K = 5 \text{ SE } m \leq 25 \\ K = \sqrt{m}, \text{ SE } m > 25 \end{cases}$

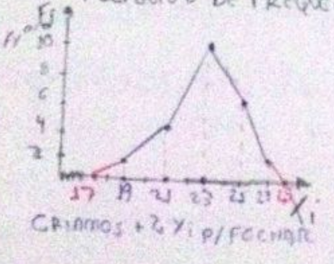
AMPLITUDE DAS CLASSES $h = \frac{A}{K}$ ~ AMP. TOT. MAX DADOS − MIN DADOS

GRÁFICOS PARA REPRESENTAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO INTERVALAR

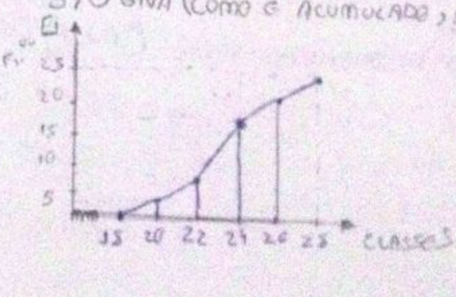
1) HISTOGRAMA



2) POLÍGONO DE FREQUÊNCIA



3) OGIVA (COMO É ACUMULADO, NUNCA DECRESCE)



- MEDIDAS RESUMO

→ MEDIDAS DE POSIÇÃO

- MÉDIA ARITMÉTICA (SENSÍVEL A VALORES EXTREMOS) ($\bar{x}$)

DADOS NÃO AGRUPADOS: $\bar{x} = 1/m \sum_{i=1}^{m} x_i$ (MÉDIA NORMAL) DADOS AGRUPADOS: $\bar{x} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{K} x_i f_i$ (K: Nº DE CLASSES; x_i: P. MÉDIO)

FAIX ET	f_i	F_i
18⊢20	2	2
20⊢22	5	7
22⊢24	10	17
24⊢26	5	22
26⊢28	3	25

SEPARATRIZES

- MEDIANA (MD): EX. $X_1, X_2, \ldots, X_m$ (CONJ. DADOS) → P/ m ÍMPAR $M_D = X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}$ / → P/ m PAR $M_D = \frac{X_{(m/2+1)} + X_{(m/2)}}{2}$

DADOS AGRUPADOS EM CLAS. INTERV.:

1º PASSO: CALCULA-SE A POSIÇÃO m/2. 2º PASSO: PELA f_i IDENTIFICAMOS A CLASSE MD. 3º PASSO: USA-SE $M_D = l_{MD} + \frac{(m/2 - \bar{F}_{ant}) \cdot h}{f_{MD}}$

ONDE l_{MD}: LIMITE INF. DA CLASSE Md. $\bar{F}_{ANT}$: FREQ. ABS. ACUM. ANTERIOR À CLASSE Md. f_{MD}: FREQ. ABS. Md. h: AMP. DE Md

PERCENTIL (P): UTILIZAREMOS PARA DADOS AGRUPADOS EM CLASSES INTERVALARES

1º PASSO: CALCULA-SE A POSIÇÃO $\frac{i \cdot m}{100}$, SENDO i O P_{75} POR EX. ($i = 1, 2, \dots, 99$) 2º PASSO: PELA f_i IDENTIFICA-SE A CLASSE DE P_i

3º PASSO: UTILIZAMOS $P_i = l_{pi} + \left(\frac{i \cdot m}{100} - F_{ANT}\right) \cdot h$

EX.: IDADE CORRESPONDENTE AOS 25% DOS ALUNOS MAIS VELHOS 1º $75 \cdot \frac{25}{100} = 18{,}75$ 2º CLASSE P_{75}: 24 ⊢ 26 3º $P_{75} = 24 + \frac{(18{,}75 - 17)2}{5} = 24{,}7$

MODA: VALOR QUE OCORRE COM MAIOR FREQUÊNCIA. NO CASO DE DADOS AGRUPADOS, TEMOS: i) MODA BRUTA: PONTO MÉDIO DA CLASSE. ii) MODA DE CZUBER: $M_o = l_{mo} + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot h$

SENDO l_{mo}: LIMITE INF. DA CLASSE MODAL. / $\Delta_1 = f_{mo} - f_{ANT}$ (FREQ. ABS. CLASSE MOD. − FREQ. ABS. ANTERIOR À CLASSE MO.)

$\Delta_2 = f_{mo} - f_{POST}$ h: AMPLITUDE.

MEDIDAS DE DISPERSÃO: i) VARIÂNCIA (S^2): INDICA O QUÃO LONGE SEUS VALORES ESTÃO DO VALOR ESPERADO

EX → DADOS (x): {1, 2, 3, 2}

- PARA DADOS NÃO AGRUPADOS: FORMA 1: $S^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m} (x_i - \bar{x})^2$ FORMA 2: $S^2 = \frac{1}{m-1} \left[\sum_{i=1}^{m} x_i^2 - m\bar{x}^2\right]$

APLIC. 1: $\bar{x} = \frac{1+2+3+2}{4} = 2$ $S^2 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{4} (x_i - 2)^2 = \frac{1}{3}[(1-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2 + (2-2)^2] = \frac{2}{3}$ AP. 2: $S^2 = \frac{1}{3}[1^2 + 2^2 + 3^2 + 2^2 - (4)(2)^2] = 2/3$

- PARA DADOS AGRUPADOS: $S^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 f_i$ OU $S^2 = \frac{1}{m-1}\left[\sum_{i=1}^{k} x_i^2 f_i - m\bar{x}^2\right]$ ONDE x_i = PONTO MÉDIO DA CLASSE E $\bar{x}$ P/ DADOS AG. x_i: PONTO MÉDIO

ii) DESVIO PADRÃO: $S = \sqrt{S^2}$ iii) COEFICIENTE DE VARIAÇÃO (CV): USADO PARA CONJUNTOS COM A MESMA VARIÂNCIA

$CV = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100$ → MÉDIA ARITMÉTICA DOS DADOS DOS CONJUNTOS

PROBABILIDADE: EVENT. MUTUA. EXCLUSIVOS (EME). A e B SÃO DENOMINADOS MUTUAM. EXC. SE $A \cap B = \emptyset$ (NÃO SÃO SIMULTÂNEOS)

DEFINIÇÃO: A CADA EVENTO $A \subseteq \Omega$ PODEMOS ASSOCIAR UM Nº REAL $P(A)$ DENOMINADO PROB. DO EV. A SATISFAZENDO:

i) $0 \leq P(A) \leq 1$ ii) $P(\Omega) = 1$ iii) SE $A_1, \dots, A_m \subset \Omega$ SÃO EM.E. DOIS A DOIS, ISTO É $A_i \cap A_j \neq \emptyset$, $\forall i \neq j$, ENTÃO

$P\left(\bigcup_{i=1}^{m} A_i\right) = \sum_{i=1}^{m} P(A_i)$ (UNIÃO DE M EVENTOS ~ SOMA DAS PROB. INDIVIDUAIS)

PROPRIEDADES: 1) SE $\emptyset$ É O CONJUNTO VAZIO → $P(\emptyset) = 0$ DEM: $\Omega \cup \emptyset = \Omega$, ALÉM DISSO, $\Omega \cap \emptyset = \emptyset$; Ω e $\emptyset$ SÃO EME

LOGO $P(\Omega \cup \emptyset) = P(\Omega) \therefore P(\Omega) + P(\emptyset) = P(\Omega) \therefore P(\emptyset) = 0$

2) SE $\bar{A}$ É O EVENTO COMPLEMENTAR DE $A \therefore P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ → DEM: $A \cup \bar{A} = \Omega$ e $A \cap \bar{A} = \emptyset \therefore A$ e $\bar{A}$ SÃO E.M.E, LOGO

$P(A \cup \bar{A}) = P(\Omega) \therefore P(A) + P(\bar{A}) = 1 \therefore P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

3) SE $A \subseteq B \rightarrow P(A) \leq P(B)$ DEM: $B = A \cup (\bar{A} \cap B)$ ALÉM DISSO, $A \cap (\bar{A} \cap B) = \emptyset \therefore P(B) = P(A \cup (\bar{A} \cap B)) \overset{EME}{=} P(A) + P(\bar{A} \cap B) \therefore P(A) \leq P(B)$

4) SE A e B SÃO EVENTOS QUAISQUER → $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ DEM: $A \cup B = A \cup (\bar{A} \cap B)$ e $A \cap (\bar{A} \cap B) = \emptyset$ e

$B = (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap B)$ e $(\bar{A} \cap B) \cap (A \cap B) = \emptyset$, LOGO: $P(A \cup B) = P(A) + P(\bar{A} \cap B)$ (1) e $P(B) = P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B)$ (2), SUBSTITUINDO

(2) EM (1), TEMOS: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

5) SE A, B e C SÃO EVENTOS QUAISQUER: $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - [P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C)] + P(A \cap B \cap C)$

DEM.: CHAME $A_1 = A \cup B$ $A_1 \cap C = (A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C) \therefore P(A_1 \cup C) = P(A_1) + P(C) - P(A_1 \cap C)$

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(C) - [P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)]$ = AO DO ENUNCIADO.

PROBABILIDADE CONDICIONAL: OCORRÊNCIA DE UM EVENTO B AJUDA A RESTRINGIR O EVENTO A, LOGO ATRAVÉS DE UMA RESTRIÇÃO B, TEMOS: PROBABILIDADE DE A DADO B $P(A/B) = P(A \cap B)/P(B)$

REGRA DO PRODUTO: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$ **EVENTOS INDEPEND.**: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, OU $P(A/B) = P(A)$ OU $P(B/A) = P(B)$

PARTIÇÃO DO ESPAÇO AMOSTRAL: OS EVENTOS $A_1, A_2, \dots, A_R$ FORMAM UMA PARTIÇÃO DO ESPAÇO AMOSTRAL Ω, SE

i) $A_i \cap A_j = \emptyset$ $\forall i \neq j$ (E.M.E) ii) $\bigcup_{i=1}^{m} A_i = \Omega$. PARA UM EVENTO $B \subset \Omega$, PODEMOS ESCREVÊ-LO COMO:

$B = \bigcup_{i=1}^{m} (A_i \cap B)$; $(A_i \cap B) \cap (A_j \cap B) = \emptyset$ $\forall i \neq j$ LOGO $P(B) = P\left(\bigcup_{i=1}^{m} (A_i \cap B)\right) = \sum_{i=1}^{m} P(A_i \cap B)$, PORTANTO TEMOS

O TEOREMA DA PROBABILIDADE TOTAL $P(B) = \sum_{i=1}^{m} P(A_i) P(B/A_i)$

COMBINAÇÃO: $C_m^{\gamma} = \frac{m!}{(m-\gamma)!(\gamma!)}$ ONDE $m \geq \gamma$, m: TOTAL DE CASAS, γ: REPETIDOS

EXC. 1) SE $z_1 = x_1 + y_1, \dots, z_n = x_m + y_m$ PROVAR MÉDIA z = MÉDIA x + MÉDIA y ($\bar{z}$) ($\bar{x}$) ($\bar{y}$) $\bar{z} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} z_i \therefore \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (x_i + y_i)$

$= \frac{1}{m}\left(\sum_{i=1}^{m} x_i + \sum_{i=1}^{m} y_i\right) = \bar{x} + \bar{y}$

SE FOSSE A VARIÂNCIA $S_z^2 = \frac{1}{m-1}\left[\sum_{i=1}^{m} (z - \bar{z})^2\right] = \frac{1}{m-1}\left[\sum_{i=1}^{m} [(x_i - \bar{x}) + (y_i - \bar{y})]\right]^2$

$S_z^2 = \frac{1}{m-1}\left[\sum_{i=1}^{m} (x_i - \bar{x})^2 + 2(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + (y_i - \bar{y})^2\right] = \frac{1}{m-1}\left(\sum_{i=1}^{m} (x_i - \bar{x})^2 + 2\sum_{i=1}^{m} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + \sum_{i=1}^{m} (y_i - \bar{y})^2\right)$

$S_z^2 = S_x^2 + S_y^2 + 2\frac{\sum_{i=1}^{m} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{m-1}$

3.5 - A + B ... $P(A) = 0{,}6$, ... PROB. DE A GANHAR? $P(A) = (0{,}6)^{6}(0{,}4)^{4} C_{10}^{6} + (0{,}6)^{7}(0{,}4)^{3} C_{10}^{7} + C_{10}^{8}(0{,}6)^{8}(0{,}4)^{2} + C_{10}^{9}(0{,}6)^{9}(0{,}4)^{1}$ ...

3.6 - CCCCC: $(0{,}5)^5$

CCCCK: $(0{,}5)^5 C_5^{5}$

CCCCKK: $(0{,}5)^6 C_6^{5}$