Aula Síncrona

04 e 06 / 11 / 2020

Aula 16

4) b) $\begin{cases} y' = 2ty^2 \\ y(0) = y_0 \end{cases}$

Pelo TEU $\exists!$ solução

Resolva : separáveis

$$y(t) = \frac{1}{\frac{1}{y_0} - t^2}$$

$y_0 = 0$ Note que $y = 0$ é solução

e portanto definida em $\mathbb{R}$.

$$\frac{1}{y_0} - t^2 = 0 \Leftrightarrow t^2 = \frac{1}{y_0}$$

- $y_0 < 0$ então

$$\frac{1}{y_0} - t^2 \neq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

portanto

$y(t) = \dfrac{1}{\frac{1}{y_0} - t^2}$ está definido em $\mathbb{R}$

- $y_0 > 0$ $\quad t = \pm \dfrac{1}{\sqrt{y_0}}$

Então

$y(t) = \dfrac{1}{\frac{1}{y_0} - t^2}$ está só definida em

$(-\infty, -1/\sqrt{y_0})$

$(-1/\sqrt{y_0}, +1/\sqrt{y_0})$

$(1/\sqrt{y_0}, \infty)$

Como $0 \in (-1/\sqrt{y_0}, +1/\sqrt{y_0})$

então

a solução do PVI está definida em $(-1/\sqrt{y_0}, +1/\sqrt{y_0})$

Aula 18

Ex 2

(c) $2y^2y'' + 2y(y')^2 = 1$

$y' = v(y)$

$y'' = \frac{dv}{dy} \cdot v$

$2y^2 \frac{dv}{dy} \cdot v + 2y \cdot v^2 = 1 \quad \div vy^2$

$2\frac{dv}{dy} + \frac{2}{y} v = \frac{1}{y^2} \cdot v^{-1} \quad \cdot v$

Bernoulli

$\underbrace{2v \cdot \frac{dv}{dy}} + \frac{2}{y} \underset{u}{\underset{\parallel}{v^2}} = \frac{1}{y^2}$

$\frac{du}{dy} + \frac{2}{y} u = \frac{1}{y^2}$

$u = v^2$

$\frac{du}{dy} = 2v \frac{dv}{dv}$

$M(t) = e^{\int \frac{2}{y}} = e^{2 \ln y} = e^{\ln y^2} = y^2$

$\int \frac{d}{dy}\left[y^2 \cdot u\right] = \int 1$

$y^2 \cdot u = y + c$

$v^2 = u = \frac{y+c}{y^2}$

$(y')^2 = \frac{y+c}{y^2}$

$y' = \frac{\sqrt{y+c}}{y}$

↳ Resolva essa separável

↳ Para integral:

↳ usa substituição

$u = y + c$

↳ força a divisão