

Aula 7 - Laboratório de Controle - 2022/1

Sistemas discretos: discretização e estabilidade

Nome(s): Rasley de Paula Forde e Marcus Vinicius Dos Reis Moreira

```
I=9 ;  
turma=1 ;  
g=init(turma,I)
```

g =

$$\frac{435.6}{s^2 + 44 s + 484}$$

Continuous-time transfer function.

```
datetime('now')
```

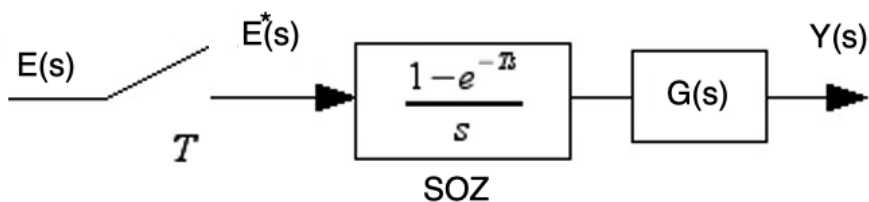
```
ans = datetime  
22-Jun-2022 09:12:33
```

Nesta aula um sistema contínuo será discretizado e analisado em malha aberta e malha fechada.

Atividade 1 - Discretização da FT de malha aberta

Dada a FT contínua $G(s)$, a FT discreta $G(z)$ é obtida de $G(z) = Z\left[\frac{1 - e^{-Ts}}{s} G(s)\right]$. Nos instantes de amostragem, a saída discretizada e a contínua são iguais.

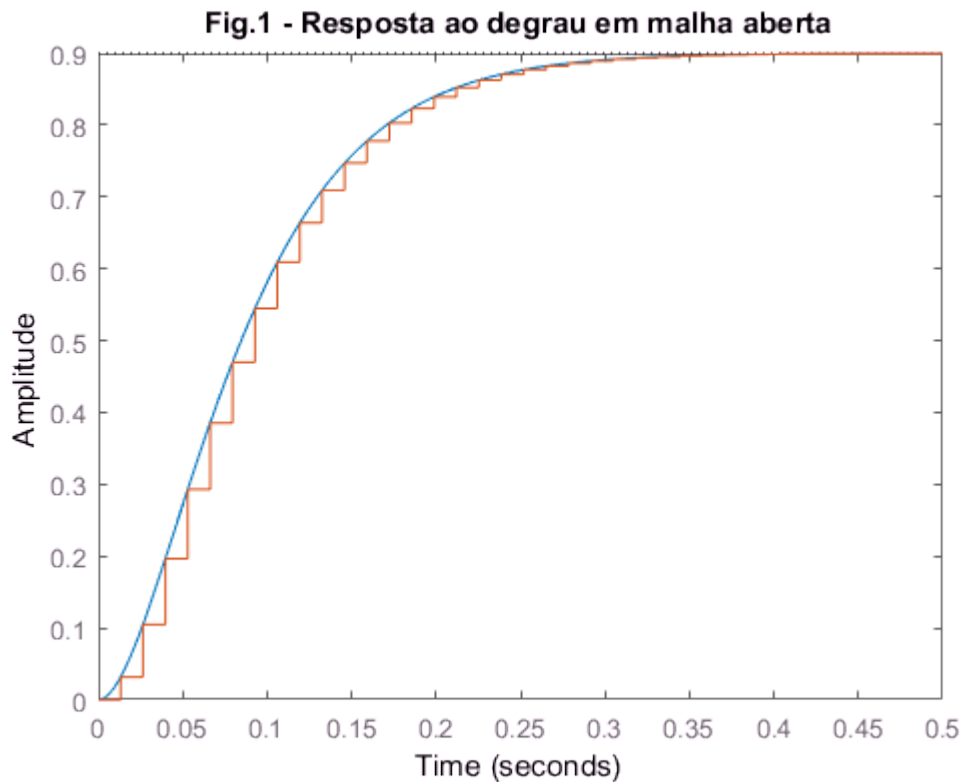
O tempo de amostragem usado aqui será $1/20$ do tempo de estabelecimento t_s , que equivale a $1/5$ da constante de tempo. Logo, o tempo de amostragem $T = t_s/20$ será usado para obter a FT discretizada $G_d(G(z))$.



```
S=stepinfo(g);  
T=S.SettlingTime/20
```

$T = 0.0133$

```
gd=c2d(g,T);  
figure  
step(g,gd);title('Fig.1 - Resposta ao degrau em malha aberta')
```



1.1 Sabendo que a discretização mapeia um polo em $s = -a$ mapeia o polo do plano s para o polo do plano z em $z = e^{-aT}$, ou seja, $G(z) = Z\left[\frac{1}{s+a}\right] = \frac{Z}{z - e^{-aT}}$ a compare os polos de g e de gd .

Resposta:

Sabendo que os polos de g estão localizados em $-a = -22$ e que o tempo de amostragem $T = 0.0133$, sabemos que os polos de gd devem se localizar em $z = e^{-22 \cdot 0.0133} = 0.746$. Observamos a partir da função poles que os polos de gd estão localizados em 0.747, um pequeno erro devido as aproximações do matlab, porém, condizente com a teoria.

1.2 Sabendo que sistemas contínuos com resposta rápida têm polos no semiplano esquerdo longe da origem, onde estão os polos de sistemas discretos rápidos? (Dica: usar a expressão de 1.1).

Resposta:

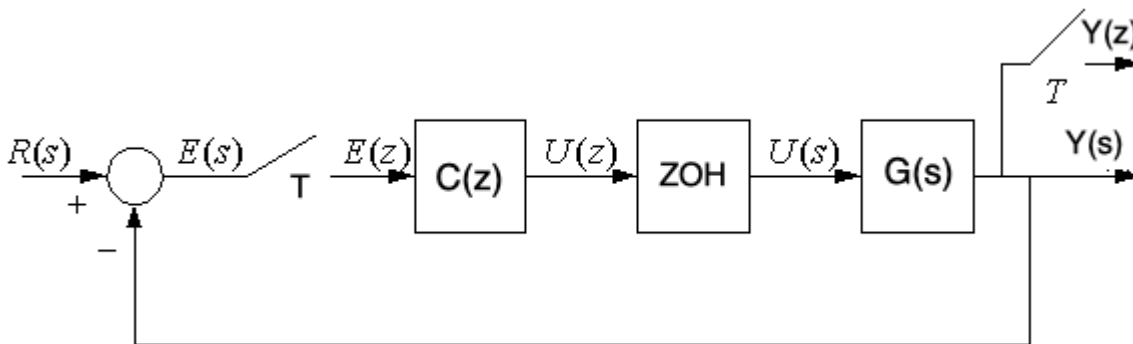
Sabemos que $s = -a$, para polos longe da origem, consideramos $a \rightarrow \infty$. Para os sistemas discretos, com polo $z = e^{-a \cdot T}$, para $a \rightarrow \infty$, $z = e^{-aT} \rightarrow 0$, logo, para polos mais próximos da origem, o sistema discreto é mais rápido.

Atividade 2 - Avaliação do efeito do ganho no caso contínuo e no caso discreto

Em malha fechada, o controlador discreto $C(z)$ é aplicado ao sistema contínuo dado pela FT $G(s)$. Um segurador de ordem zero (SOZ) mantém o sinal de controle $U(s)$ aplicado constante entre instantes de amostragem T .

A função de transferência discreta de malha fechada para o diagrama abaixo é dada por

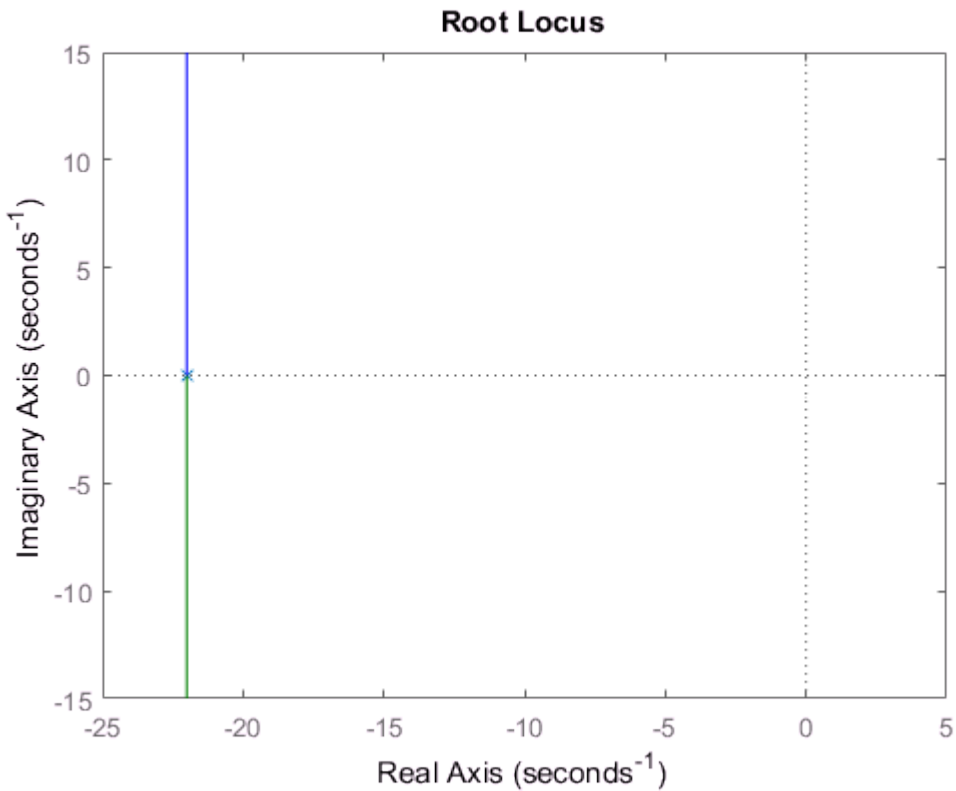
$$M(z) = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)}, \text{ com } G(z) = Z\{SOZ * G(s)\}.$$



Nesta atividade se avalia a diferença do comportamento do sistema contínuo e discreto em malha fechada quando o ganho varia, fazendo, $C(z) = K$.

2.1 Use o comando `rlocus` e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema contínuo em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(s) = 0$.

```
rlocus(g)
```

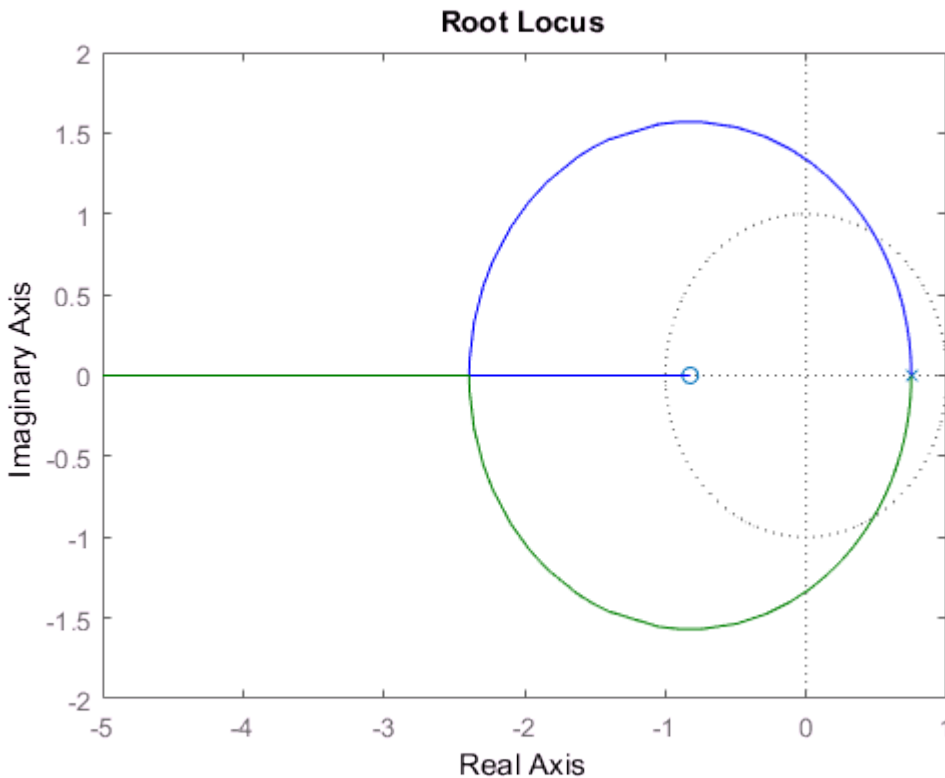


Resposta:

Os polos se iniciam em -22, e com o aumento do ganho K, a parte real dos polos permanece constante, porém, a parte imaginaria aumenta em módulo tendendo ao infinito, com valores positivos para um polo e negativo para outro polo. Isto, causa uma diminuição na constante de amortecimento da malha fechada, o que resulta em um aumento da sobrelevação.

2.2 Use o comando `rlocus` e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema discreto em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(z) = 0$ (gd é G(z)).

```
rlocus(gd)
```



Resposta:

Os polos se iniciam em 0.747, com o aumento do ganho K , a parte real dos polos diminuem, enquanto a parte imaginaria cresce em módulo no imaginário formando uma circunferencia até que os polos se encontram em $z = -2.39$, para $K = 200$. Para valores maiores de K , um dos polos vai em encontro a -0.823 e outro tende a $-\infty$. Logo, para valores de K muito grande o sistema é instavel.

2.3 Para que valores de K o sistema discreto é estável?

Resposta:

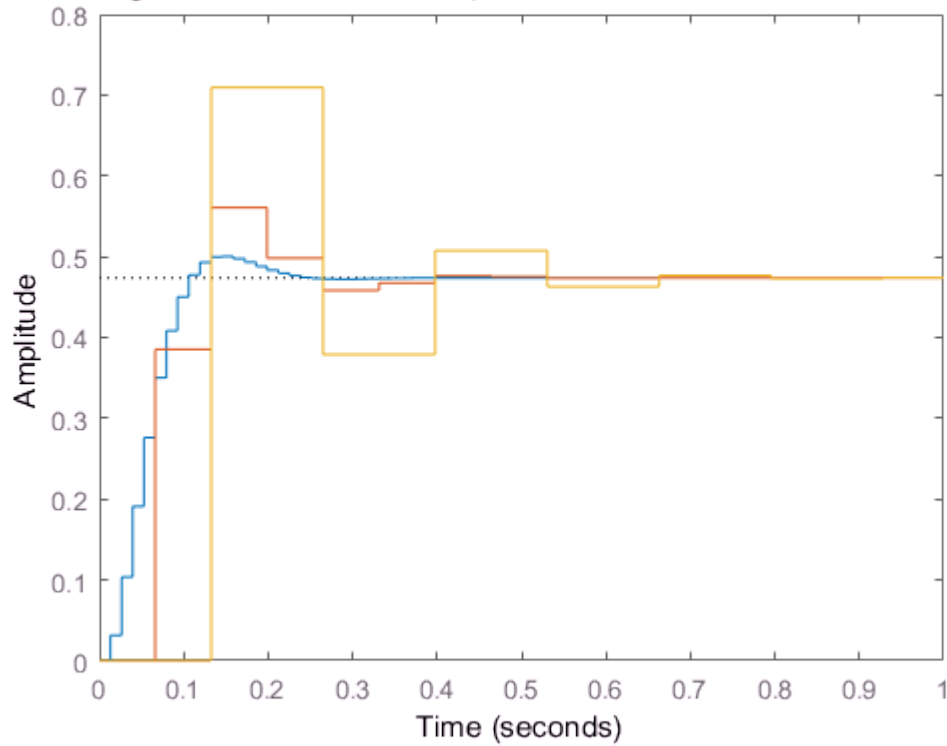
Para valores de K variando de 0 a aproximadamente 16. Isto é devido ao fato que para valores maiores os polos saem do circulo unitário, e mesmo que um dos polos volte ao circulo unitário o outro tende ao infinito.

Atividade 3 - Avaliação do efeito do tempo de amostragem

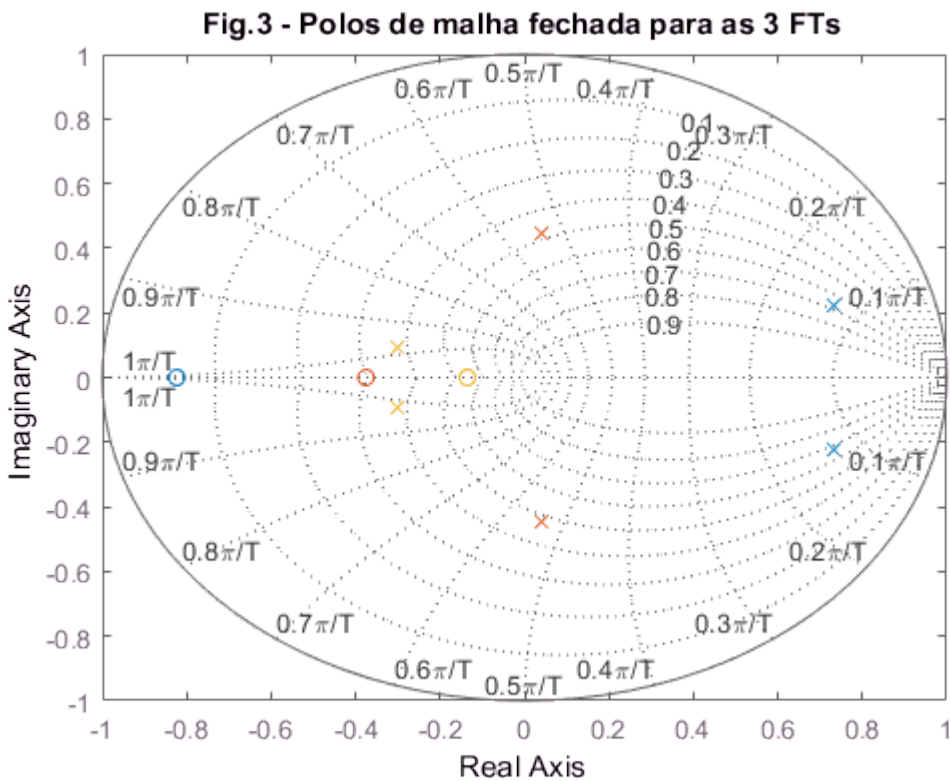
Os comandos abaixo geram 3 FTs discretas, cada uma com um tempo de amostragem diferente e crescente. Escolha estes valores de modo a ter respostas estáveis mas com sobrelevação crescente.

```
T1=[1 5 10]*T; % Escolher valores crescentes
gd1=c2d(g,T1(1));
gd2=c2d(g,T1(2));
gd3=c2d(g,T1(3));
m1=feedback(gd1,1);
m2=feedback(gd2,1);
m3=feedback(gd3,1);
figure;
step(m1,m2,m3, 1);title('Fig.2 - Resposta ao degrau em malha fechada para as 3 FTs com diferen
```

esposta ao degrau em malha fechada para as 3 FTs com diferentes tempos de



```
figure
pzmap(m1,m2,m3);title('Fig.3 - Polos de malha fechada para as 3 FTs');grid
```



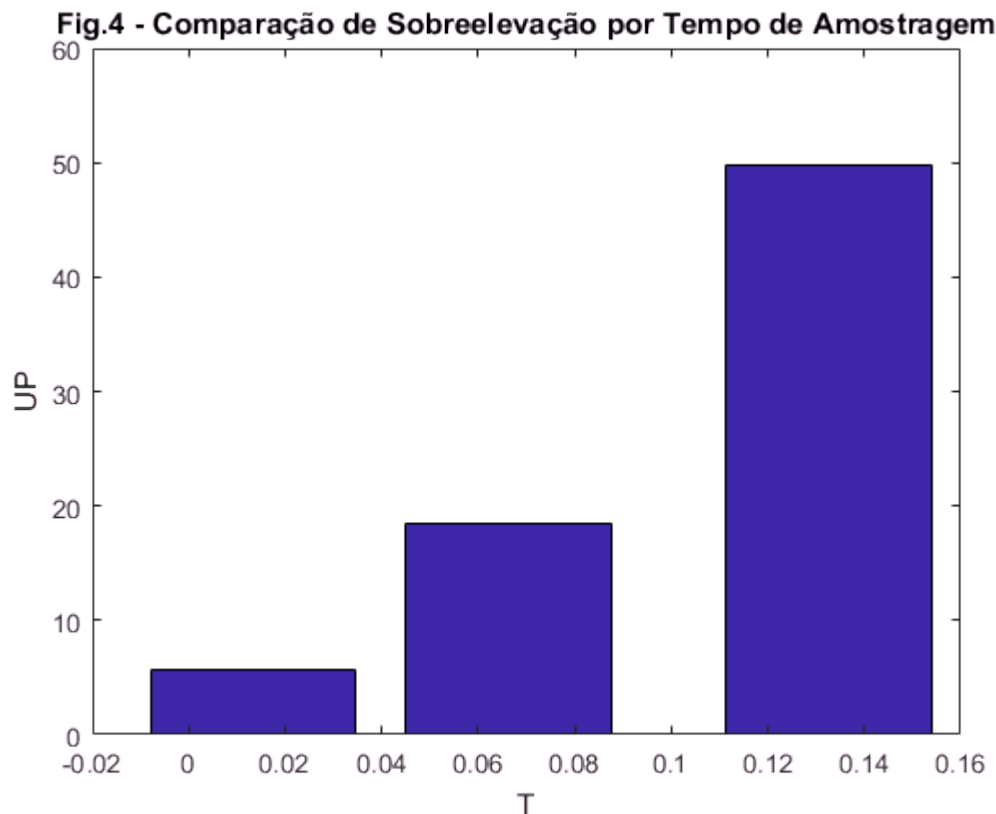
3.1 Compare a localização dos polos e a resposta ao degrau e explique a relação da localização dos polos no plano z e a respectiva resposta ao degrau em termos de sobrelevação. Dica: observe as curvas de amortecimento constante.

Resposta:

Conforme aumentamos o tempo de amostragem, a parte real dos polos diminui e a parte imaginária varia com os polos percorrendo um caminho circular, de forma que os polos com maior T se encontram em regiões de menor amortecimento. Além disto, a resposta ao degrau apresenta sobrelevações maiores para maiores tempos de amostragem, indicando que maiores tempos de amostragem aproximam o sistema da instabilidade. Estas duas análises se relacionam, uma vez que para maiores tempos de amostragem obtemos um menor amortecimento, o que resulta em maiores sobrelevações.

3.2 Faça um gráfico de barras dos tempos de amostragem versus a sobrelevação para os três casos acima, escrevendo as linhas de código abaixo.

```
S1=stepinfo(m1);  
S2=stepinfo(m2);  
S3=stepinfo(m3);  
UP=[S1.Overshoot S2.Overshoot S3.Overshoot ];  
figure;  
bar(T1,UP);title('Fig.4 - Comparação de Sobrelevação por Tempo de Amostragem');  
ylabel('UP');  
xlabel('T');  
ylim([0 60]);
```



Para a construção do gráfico de barra acima, foram utilizados valores de tempo de amostragem $T = (0.0133 \text{ s}, 0.0665 \text{ s}, 0.133 \text{ s})$ e obtivemos valores de sobreelevação $UP = (5.65\%, 18.4\%, 49.7\%)$. E foi observado que maiores valores de T correspondem a maiores valores de UP .

Atividade 4 - Avaliação da sintonia de um controlador contínuo discretizado

Usualmente se projeta os controladores usando FTs contínuas, e depois se discretiza o controlador para a implementação controlando uma planta contínua, como mostrado na figura da atividade 2.

Os comandos abaixo aproximam a FT de ordem 2 por uma de ordem 1, como feito na aula 6. A seguir, é feita a sintonia de um controlador PI usando o método lambda, com um valor de lambda que deve ser escolhido e justificado (ver relatório 6). Lembre-se que lambda é a constante de tempo de malha fechada, e deve ser menor que a constante de tempo de malha aberta.

```
lambda=[0.02 0.08 0.12]; %Escolher lambda
[y,t]=step(g);
delay=t(sum(y<0.1*y(end)));
tau=t(sum(y<0.63*y(end)))-delay;
Kp=y(end);
g1=tf(Kp,[tau 1], 'InputDelay',delay)
```

g1 =

$$\exp(-0.023s) * \frac{0.8996}{0.07326 s + 1}$$

Continuous-time transfer function.

```
C=sintonia(g1, 'PI', 'lam', lambda(2))
```

C =

$$K_p + K_i * \frac{1}{s}$$

with $K_p = 1.18$, $K_i = 13.9$

Continuous-time PI controller in parallel form.

```
Cd=c2d(C,T)
```

Cd =

$$K_p + K_i * \frac{T_s}{z-1}$$

with $K_p = 1.18$, $K_i = 13.9$, $T_s = 0.0133$

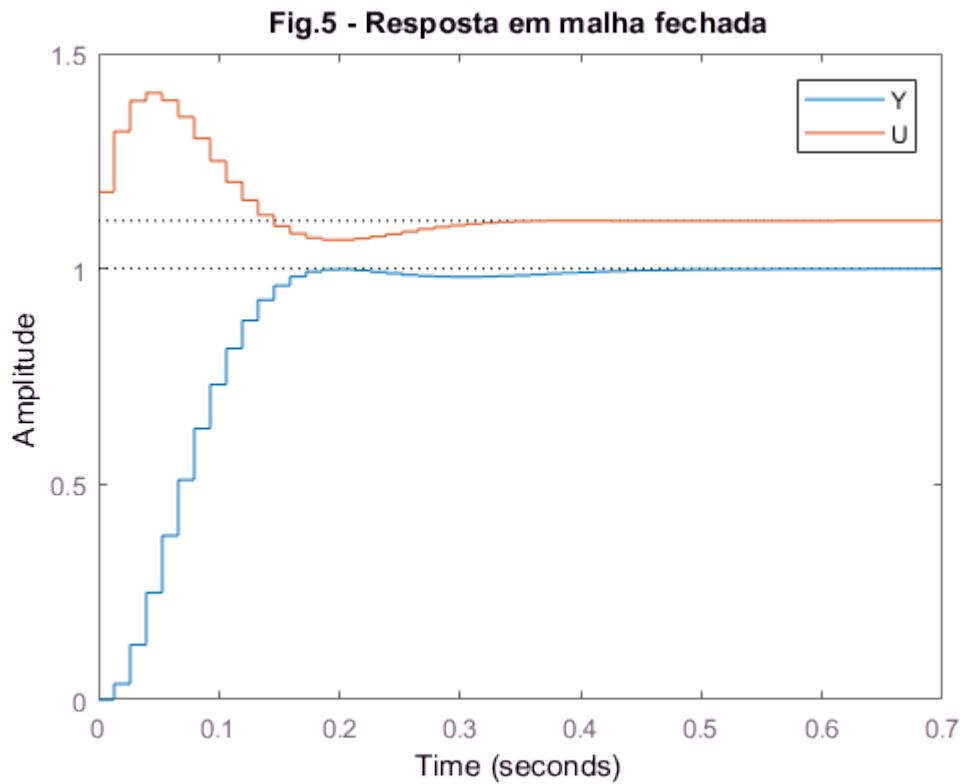
Sample time: 0.013259 seconds

Discrete-time PI controller in parallel form.

```
Mry=feedback(Cd*gd,1);
Mru=feedback(Cd,gd);
```



```
step(Mry,Mru);title('Fig.5 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```



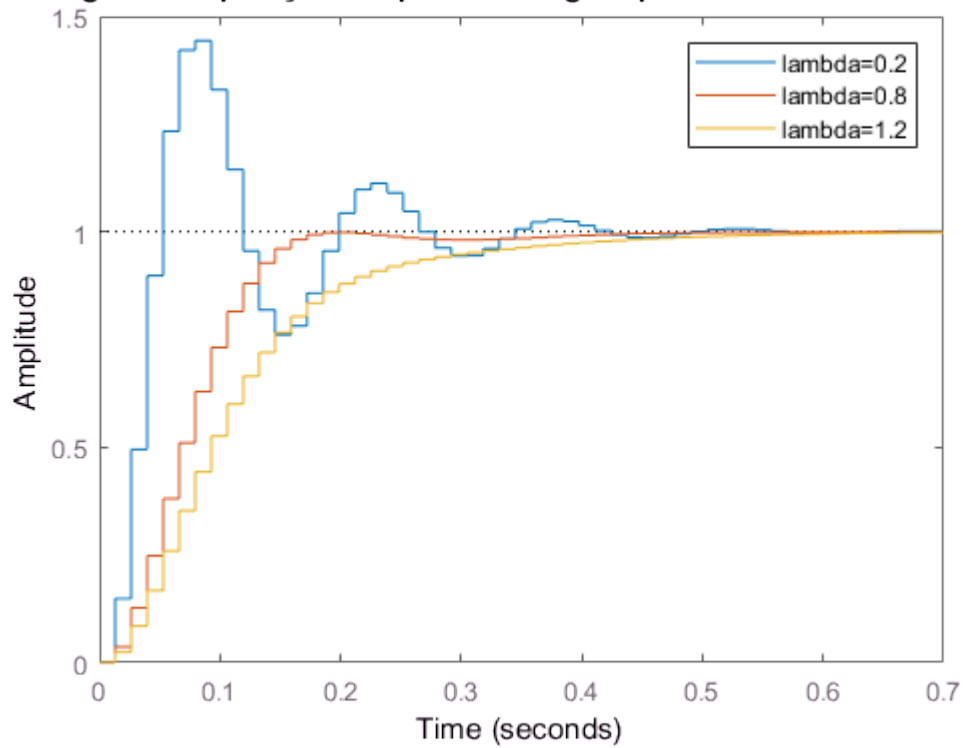
```
C1=sintonia(g1,'PI','lam',lambda(1));
Cd1=c2d(C1,T);
Mry1=feedback(Cd1*gd,1);
Mru1=feedback(Cd1,gd);
```

```
C2=sintonia(g1,'PI','lam',lambda(2));
Cd2=c2d(C,T);
Mry2=feedback(Cd2*gd,1);
Mru2=feedback(Cd2,gd);
```

```
C3=sintonia(g1,'PI','lam',lambda(3));
Cd3=c2d(C3,T);
Mry3=feedback(Cd3*gd,1);
Mru3=feedback(Cd3,gd);
```

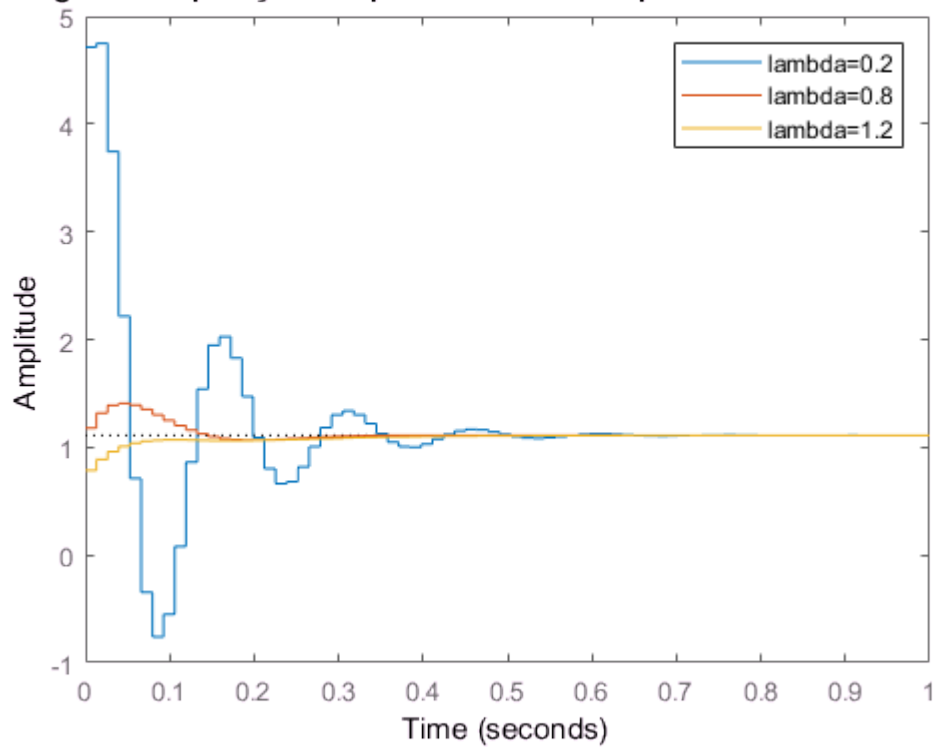
```
figure;
step(Mry1,Mry2,Mry3);title('Fig.6 - Comparação Resposta ao degrau para diferentes lambdas');le
```

Fig.6 - Comparação Resposta ao degrau para diferentes lambdas



```
figure;  
step(Mru1,Mru2,Mru3);title('Fig.7 - Comparação Resposta ao disturbio para diferentes lambdas')
```

Fig.7 - Comparação Resposta ao disturbio para diferentes lambdas



4.1 Explique a Fig.5 e os passos que foram seguidos desde o projeto (usando $G(s)$ e escolhendo λ) até a implementação deste controlador na forma discreta.

Resposta:

A figura 5 mostra a resposta do sistema discreto controlado a partir de uma entrada degrau e o sinal de controle. Para escolher o controlador utilizado, foi obtido a constante de tempo da função de transferencia de malha aberta (aproximadamente 0.1s), sendo assim foi escolhido um valor intermediario, no caso $\lambda = 0.08$. Lembrando que, o valor mínimo recomendado, para que não haja uma sobre-elevação muito elevada, é de $\theta \cdot 1.7 = 0.0391$.

Para realizar a sintonia λ , a função de transferencia g de segunda ordem foi aproximada à função de transferencia g_1 de primeira ordem, utilizando g_1 e λ escolhido, obteve-se o controlador C , o mesmo então foi discretizado, utilizando o tempo $T = 0.0133$. Por fim foi feito o comando 'feedback' para obter as FTMF M_{ry} e M_{ru} .

Pode-se observar que menores valores de λ apresentam maiores sobre-elevações de acordo com a imagem 6.

4.2 Explique como avaliar este controlador para tempos de amostragem maiores. Pode usar código para ilustrar.

Resposta:

Para maiores valores de tempo de amostragem, a resposta apresenta maior sobre-elevação e tempo de estabelecimento, indicando que maiores valores de tempo de amostragem aproximam o sistema da instabilidade.