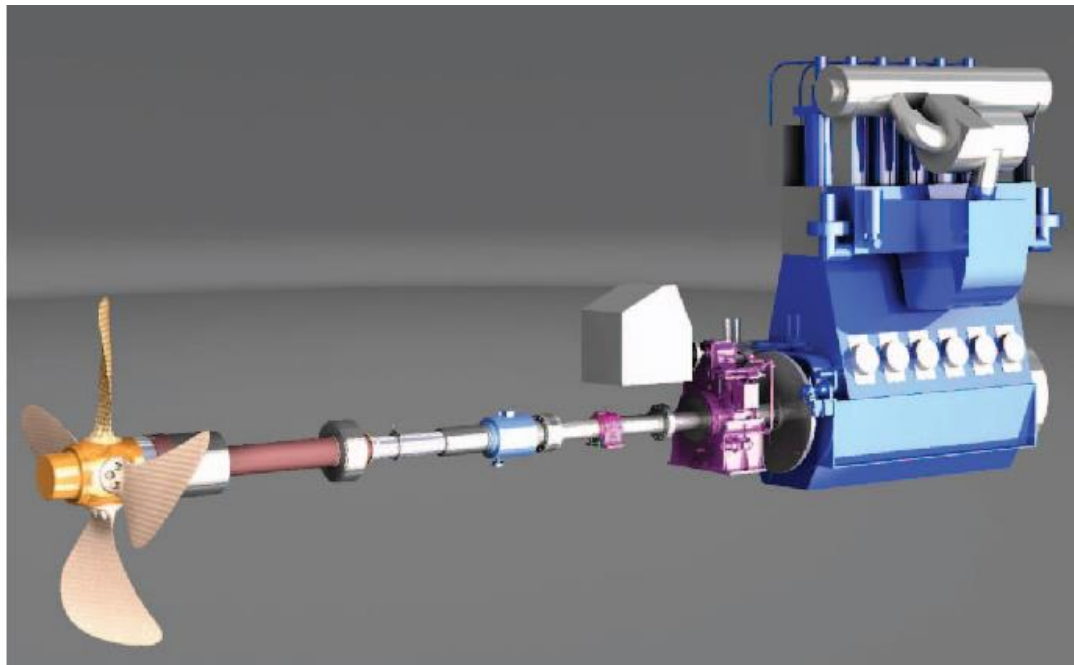


DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA NAVAL E OCEÂNICA
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

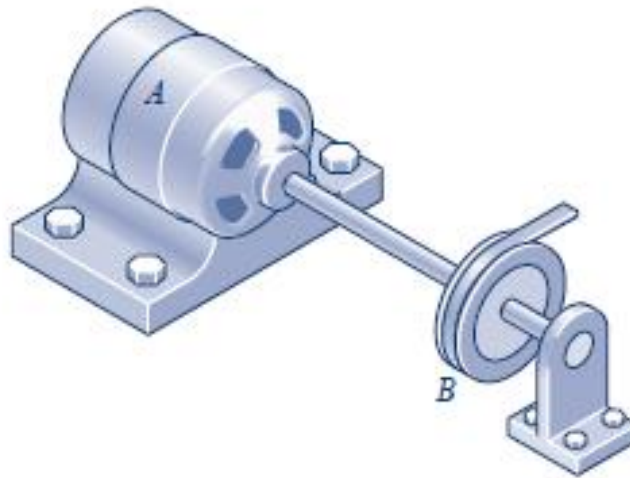
Torção Eixos Circulares: τ_{xy}



PNV 3212 – Mecânica Dos Sólidos I
2020

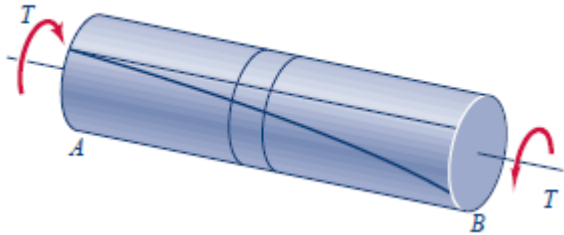
Exemplo 2

O motor elétrico A fornece potência a uma bomba por meio da polia B mostrada na figura. Sabendo que o motor entrega uma potência de 2 hp girando a uma velocidade de 1750 rpm, determine o diâmetro requerido do eixo?. Considere uma tensão permissível $\tau = 70$ MPa do aço do eixo e o ângulo de torção máximo de 2° para um comprimento de 100 mm.



Tensões de Cisalhamento

- Fórmula de torção



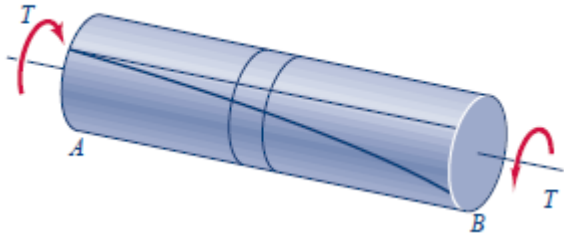
$$\tau = \frac{T}{J} r$$

↓

- Relação rotação-deformação
- Lei de Hooke
- Equilíbrio de Momentos

Tensões de Cisalhamento

- Fórmula de torção

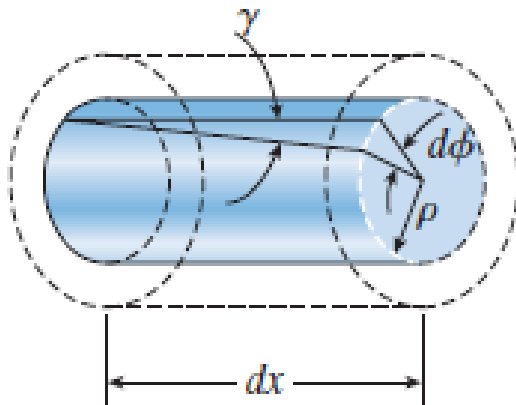


$$\tau = \frac{T}{J} r$$

↓

$$\tau_{max} \leq 70\text{MPa}$$

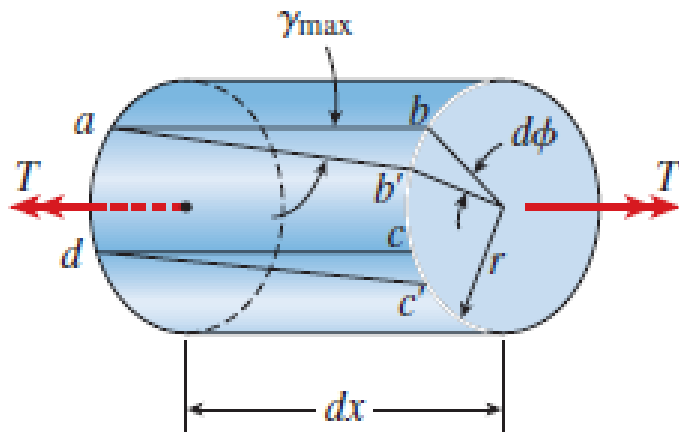
Relação rotação-deformação angular



Deformação angular no interior

$$\gamma = \rho \theta$$

$$\theta = \frac{d\phi}{dx}$$

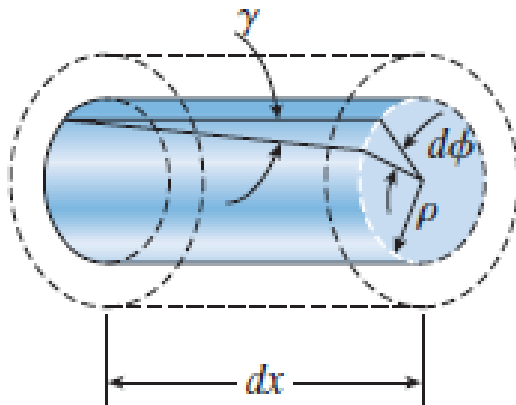


$$\gamma_{max} = r \theta$$

$$\frac{T_{ext}}{GJ} = \frac{d\phi}{dx}$$

Eq. Torque-rotação

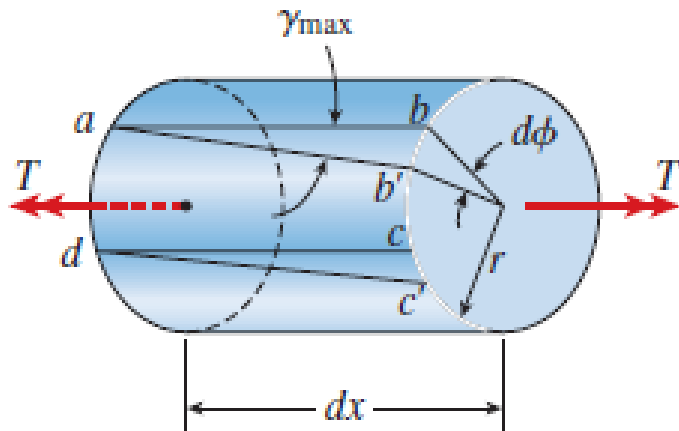
Relação rotação-deformação angular



Deformação angular no interior

$$\gamma = \rho \theta$$

$$\theta = \frac{d\phi}{dx}$$



$$\frac{T_{ext}}{GJ} = \frac{d\phi}{dx}$$

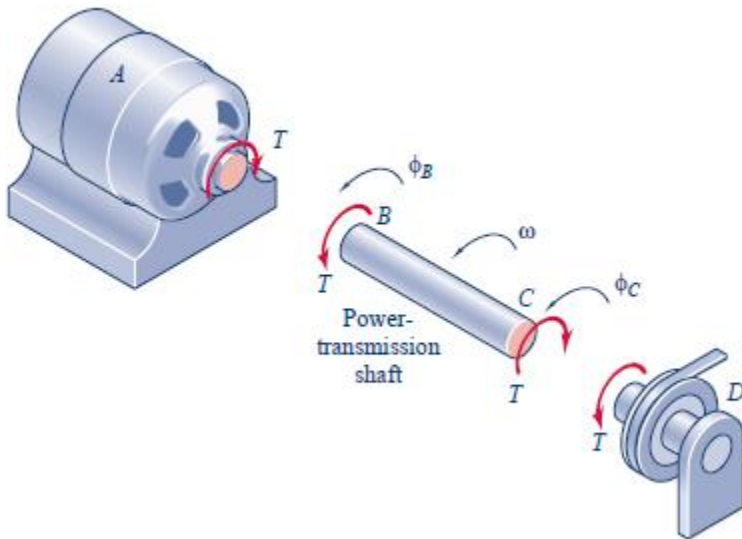
$$\phi_{max} \leq 2^\circ$$

Exemplo 2

- Transmissão de potência

$\omega \equiv$ Velocidade angular de rotação

$T \equiv$ Torque



$$W = T\phi$$

Trabalho feito

rapidez com que o trabalho é realizado.

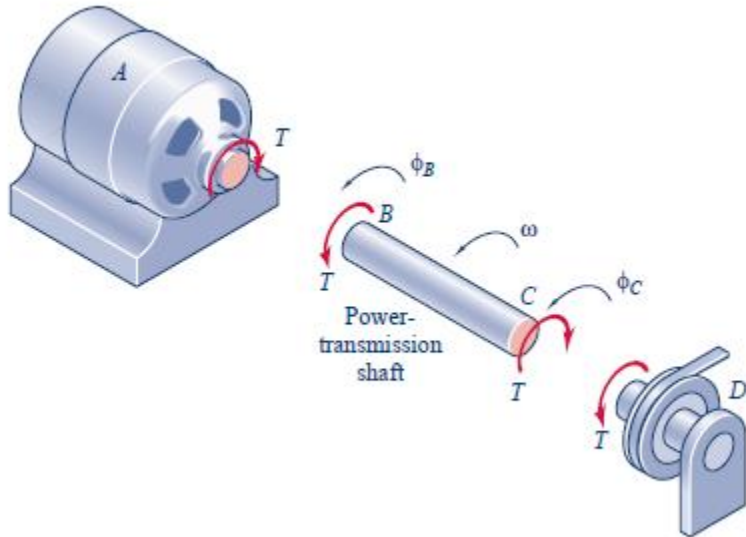
$$P = \frac{W}{t}$$

Potência

$$P = T\omega \quad \left[W_{att} = \frac{J}{s} \right]$$

Exemplo 2

- Transmissão de potência



$$P = T\omega$$

$$P = T2\pi f$$

$$P = \frac{T2\pi n}{60}$$

$$\omega \left(\frac{rad}{s} \right)$$

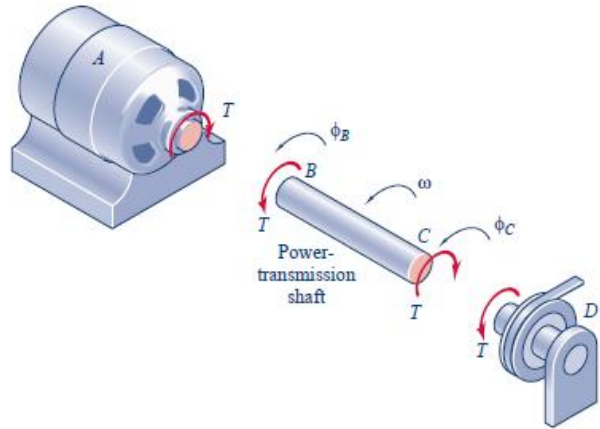
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$f \left(\frac{rev}{s} \right)$$

$$n \left(\frac{rev}{min} \right)$$

$$\underline{1 \text{ hp} = 745.7 \text{ W}}$$

Exemplo 2



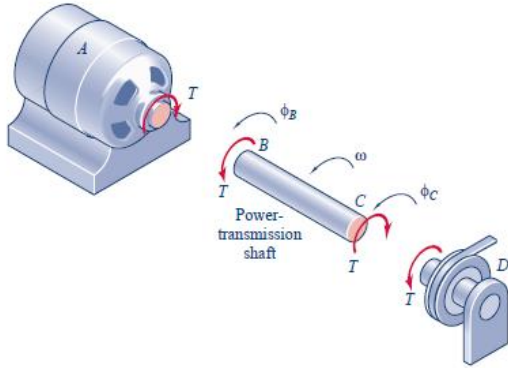
$$P = \frac{T 2\pi n}{60} \longrightarrow T = \frac{30P}{\pi n} + \tau = \frac{T}{J} r$$

$$\tau = \frac{30P}{J\pi n} r \longleftarrow J = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\tau = \frac{15 \times 32}{\pi d^3 \pi n} P$$

1 hp= 745.7 W

Exemplo 2



$$\tau = \frac{15 \times 32}{\pi d^3 \pi n} P$$

$$\tau_{max} \leq \tau_{Allow}$$

$$\frac{15 \times 32}{\pi d^3 \pi n} P = \tau_{Allow}$$

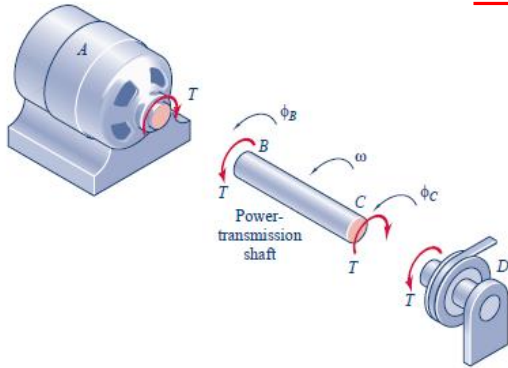
$$d = \left(\frac{480 P}{\pi^2 n \tau_{Allow}} \right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{480 \times 2 \times 745.7 \times 1000}{\pi^2 \times 1750 \times 70} \right)^{1/3}$$

$$1 \text{ hp} = 745.7 \text{ W}$$

$$d \geq \frac{1}{\pi^{1/3}} 12.5 \text{ mm}$$

Exemplo 2



Condição 2

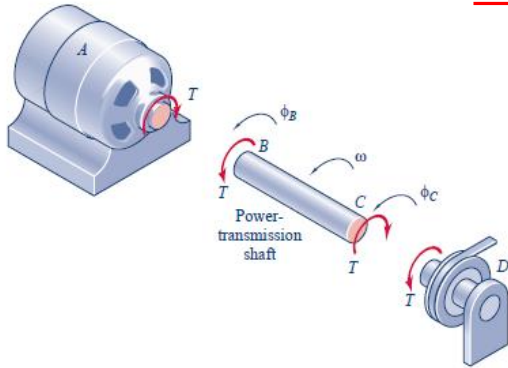
$$\phi_{max} \leq 2^\circ$$

$$\frac{T_{ext}}{GJ} = \frac{d\phi}{dx}$$

$$\phi = \int_0^L \frac{T_{ext}}{GJ} dx$$

$$\phi = \frac{T_{ext}L}{GJ}$$

Exemplo 2



Condição 2

$$\phi_{max} \leq 2^\circ$$

$$\frac{TL}{GJ} \leq 2 \frac{\pi}{180}$$

$$T = \frac{30P}{\pi n}$$

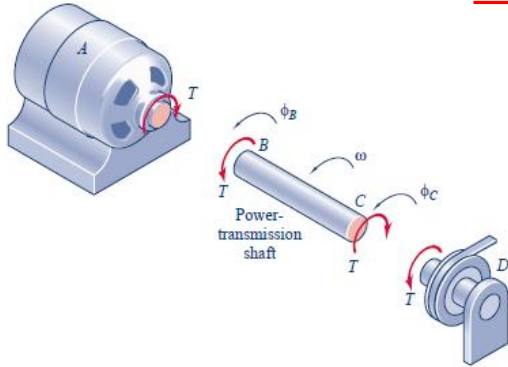
$$\frac{30PL}{\pi n GJ} \leq \frac{\pi}{90}$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\frac{30 \times 32PL}{\pi n G \pi d^4} \leq \frac{\pi}{90}$$

Exemplo 2

Condição 2



$$\frac{30 \times 32 PL}{\pi n G \pi d^4} \leq \frac{\pi}{90}$$

$$\left(\frac{30 \times 32 \times 90 PL}{\pi^2 n G} \right)^{1/4} \leq d$$

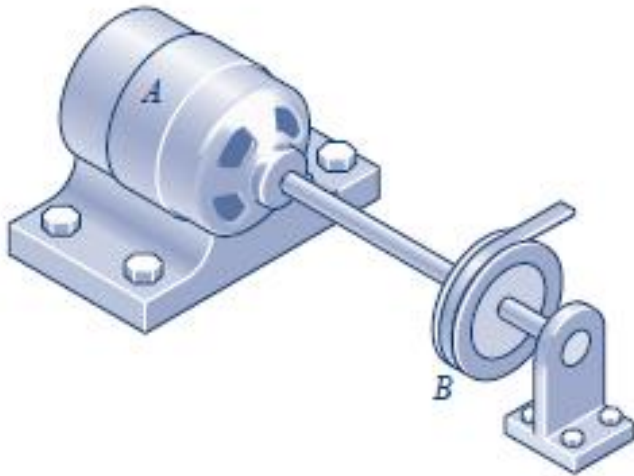
$$d \geq \left(\frac{30 \times 32 \times 90 \times 2 \times 745.7 \times 1000 \times 100}{\pi^2 \times 1750 \times \frac{206000}{1 - 0.3^2}} \right)^{1/4}$$

$$d \geq 7.5 \text{ mm}$$

Exemplo 2

Condição 1

$$\tau_{max} \leq 70 \text{ MPa}$$



$$\checkmark \quad d \geq 8.5 \text{ mm}$$

Condição 2

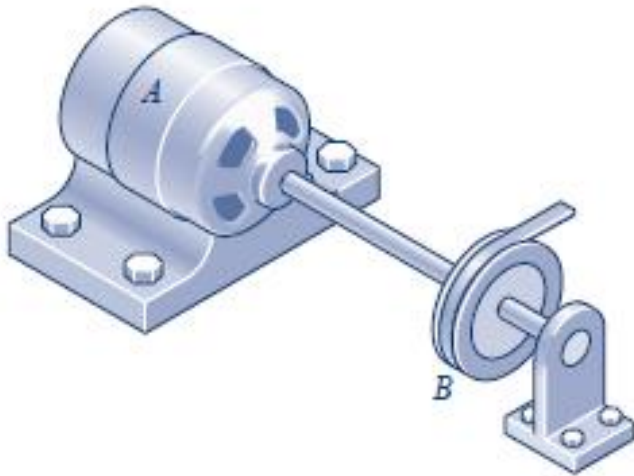
$$\phi_{max} \leq 2^\circ$$

$$d \geq 7.5 \text{ mm}$$

Exemplo 2

Condição 1

$$\tau_{max} \leq 70 \text{ MPa}$$



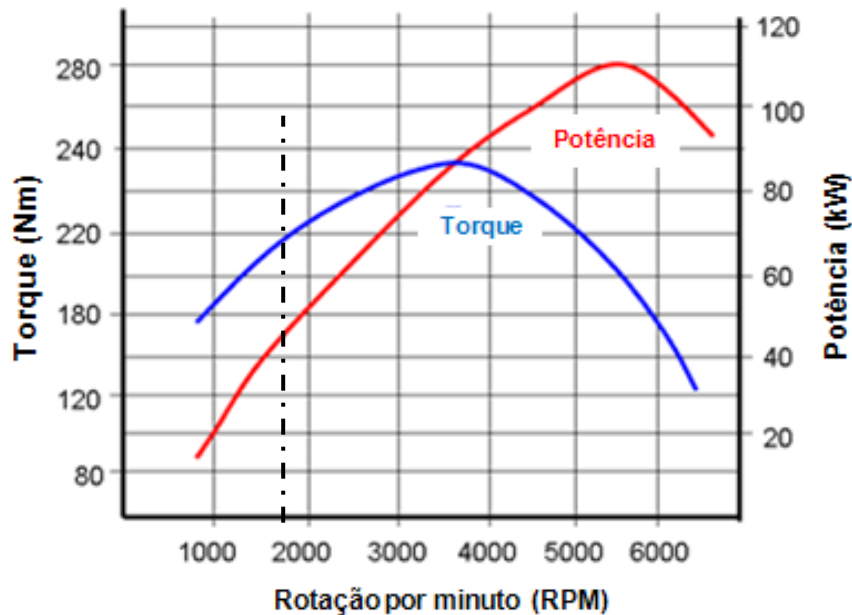
$$\checkmark \quad d \geq 8.5 \text{ mm}$$

Que ocorre se a velocidade de rotação for reduzida?

Exemplo 2

Condição 1

$$\tau_{max} \leq 70 \text{ MPa}$$



$$\checkmark \quad d \geq 8.5 \text{ mm}$$

Que ocorre se a velocidade de rotação for reduzida?

Figura. 1 - Curva típica de um motor de combustão interna

$$d = \left(\frac{480P}{\pi^2 n \tau_{Allow}} \right)^{1/3}$$

Exemplo 2

Condição 1

$$\tau_{max} \leq 70 \text{ MPa}$$

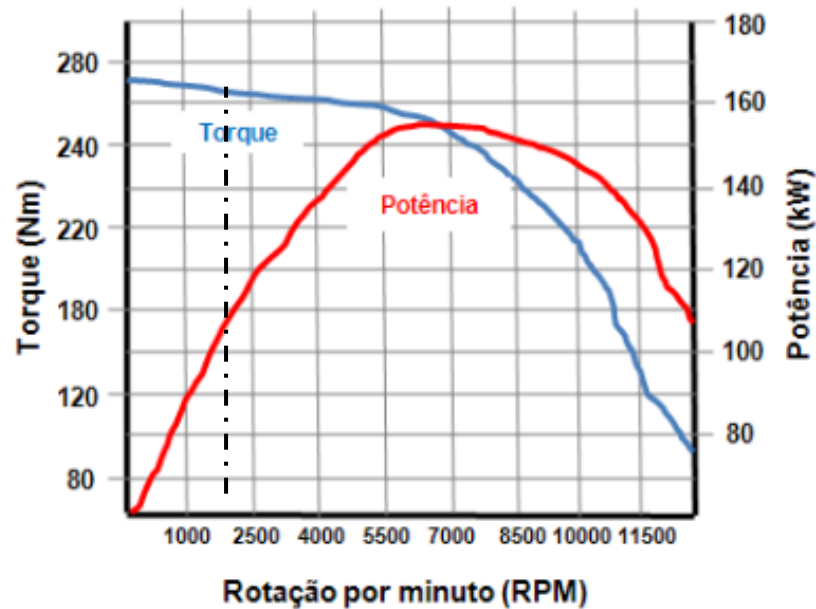


Figura 2 - Curva típica de um motor elétrico desenvolvido para veículo elétrico

$$\checkmark \quad d \geq 8.5 \text{ mm}$$

Que ocorre se a velocidade de rotação for reduzida?

$$d = \left(\frac{480P}{\pi^2 n \tau_{Allow}} \right)^{1/3}$$