

OBJETIVOS

Ao terminar de ler este capítulo você deve ser capaz de:

- Determinar a variação da pressão em um fluido em repouso
- Calcular as forças exercidas por um fluido em repouso em superfícies submersas planas ou curvas
- Analisar o movimento de corpo rígido dos fluidos em contêineres durante a aceleração linear ou a rotação

PRESSÃO E ESTÁTICA DOS FLUIDOS

Este capítulo trata das forças aplicadas pelos fluidos em repouso ou em movimento de corpo rígido. A propriedade do fluido responsável por essas forças é a *pressão*, que é uma força normal exercida por um fluido por unidade de área. Iniciamos este capítulo com uma discussão detalhada sobre a pressão, incluindo as *pressões absoluta e manométrica*, a pressão em um *ponto*, a *variação da pressão com a profundidade* em um campo gravitacional, o *manômetro*, o *barômetro* e os dispositivos de medição da pressão. A seguir temos uma discussão sobre as *forças hidrostáticas* aplicadas aos corpos submersos com superfícies planas ou curvas. Em seguida, consideramos a *força de flutuação* aplicada pelos fluidos aos corpos submersos ou flutuantes e discutimos a *estabilidade* desses corpos. Finalmente, aplicamos a segunda lei de movimento de Newton a um corpo de fluido em movimento que se comporte como um corpo rígido, e analisamos a variação da pressão em fluidos que passam por aceleração linear e aos que estão em contêineres giratórios. Este capítulo utiliza extensivamente os balanços de força para corpos em equilíbrio estático, e será útil que os tópicos relevantes da estática sejam revisados antes.

3-1 ■ PRESSÃO

A **pressão** é definida como *uma força normal exercida por um fluido por unidade de área*. Só falamos de pressão quando lidamos com um gás ou um líquido. O equivalente da pressão nos sólidos é a *tensão normal*. Como a pressão é definida como a força por unidade de área, ela tem unidade de newtons por metro quadrado (N/m^2), que é denominada **pascal** (Pa). Ou seja:

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

A unidade de pressão pascal é muito pequena para quantificar as pressões encontradas na prática. Assim, normalmente são usados seus múltiplos quilopascal ($1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa}$) e megapascal ($1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$). Outras três unidades de pressão muito usadas na prática, particularmente na Europa, são *bar*, *atmosfera padrão* e *kilograma-força por centímetro quadrado*:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 0,1 \text{ MPa} = 100 \text{ kPa}$$

$$1 \text{ atm} = 101,325 \text{ Pa} = 101,325 \text{ kPa} = 1,01325 \text{ bars}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ kgf/cm}^2 &= 9,807 \text{ N/cm}^2 = 9,807 \times 10^4 \text{ N/m}^2 = 9,807 \times 10^4 \text{ Pa} \\ &= 0,9807 \text{ bar} \\ &= 0,9679 \text{ atm} \end{aligned}$$

Observe que as unidades de pressão bar, atm e kgf/cm^2 são quase equivalentes entre si. No sistema inglês, a unidade de pressão é *libra-força por polegada quadrada* (lbf/pol^2 ou psi) e $1 \text{ atm} = 14,696 \text{ psi}$. As unidades de pressão kgf/cm^2 e lbf/pol^2 também são indicadas por kg/cm^2 e lb/pol^2 , respectivamente, e normalmente são usadas em calibradores de pneus. É possível mostrar que $1 \text{ kgf/cm}^2 = 14,223 \text{ psi}$.

A pressão também é usada para sólidos como sinônimo de *tensão normal*, que é a força que age perpendicularmente à superfície por unidade de área. Por exemplo, uma pessoa que pesa 75 quilos com uma área total da sola dos pés ou “das pegadas” dos pés de 300 cm^2 exerce uma pressão de $75 \text{ kgf}/300 \text{ cm}^2 = 0,25 \text{ kgf/cm}^2$ sobre o solo (Figura 3-1). Se a pessoa fica sobre um único pé, a pressão dobra. Se a pessoa ganha peso excessivo, ela pode sentir desconforto nos pés por conta da maior pressão sobre eles (o tamanho do pé não muda com o ganho de peso). Isso também explica o motivo pelo qual uma pessoa pode caminhar sobre neve fresca sem afundar se usar sapatos de neve grandes, e como uma pessoa consegue cortar alguma coisa com pouco esforço usando uma faca afiada.

A pressão real em determinada posição é chamada de **pressão absoluta**, e é medida com relação ao vácuo absoluto (ou seja, a pressão absoluta zero). A maioria dos dispositivos de medição da pressão, porém, é calibrada para ler o zero na atmosfera (Figura 3-2) e, assim, ela indica a diferença entre a pressão absoluta e a pressão atmosférica local. Essa diferença é chamada de **pressão manométrica**. As pressões abaixo da pressão atmosférica são chamadas de **pressões de vácuo** e são medidas pelos medidores de vácuo que indicam a diferença entre a pressão atmosférica e a pressão absoluta. As pressões absoluta, manométrica e de vácuo são todas quantidades positivas e estão relacionadas entre si por:

$$P_{\text{man}} = P_{\text{abs}} - P_{\text{atm}} \quad (3-1)$$

$$P_{\text{vac}} = P_{\text{atm}} - P_{\text{abs}} \quad (3-2)$$

Isso é ilustrado na Figura 3-3.

Assim como outros medidores de pressão, o medidor utilizado para medir a pressão do ar de um pneu de automóvel lê a pressão manométrica. Assim, a leitura comum de 32 psi ($2,25 \text{ kgf/cm}^2$) indica uma pressão de 32 psi acima da pressão atmosférica. Em um local onde a pressão atmosférica seja de 14,3 psi, por exemplo, a pressão absoluta do pneu será de $32 + 14,3 = 46,3 \text{ psi}$.

Nas relações e tabelas termodinâmicas, quase sempre é utilizada a pressão absoluta. Em todo este livro, a pressão P indicará a *pressão absoluta*, a menos que seja especificado o contrário. Quase sempre as letras “a” (de pressão absoluta) e “g” (de pressão manométrica) são adicionadas às unidades de pressão (como psia e psig) para esclarecer seu sentido.

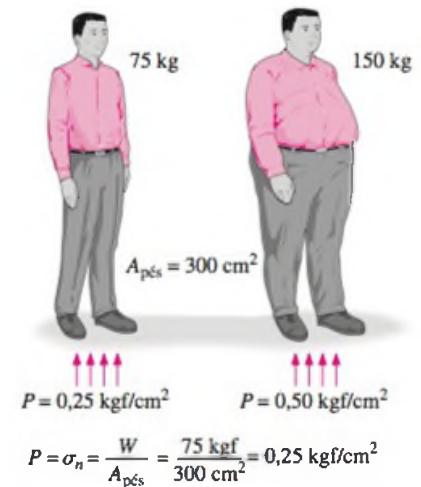


FIGURA 3-1

A tensão normal (ou “pressão”) sobre os pés de uma pessoa gorda é muito maior do que sobre os pés de uma pessoa magra.



FIGURA 3-2

Alguns medidores de pressão básicos.
Dresser Instruments, Dresser, Inc.
Utilização permitida.

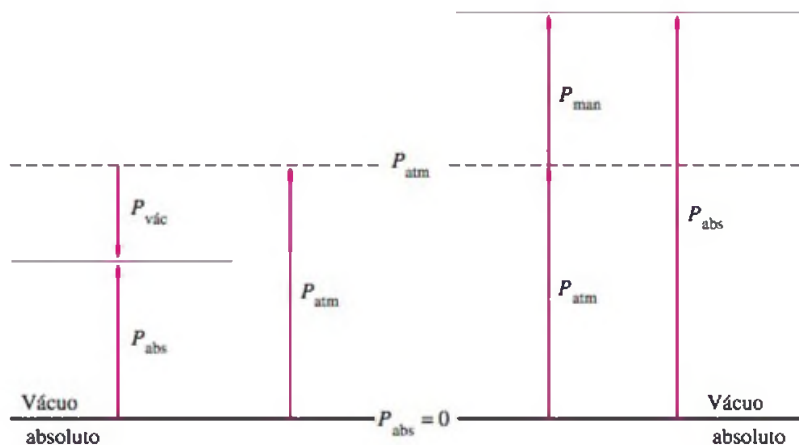


FIGURA 3-3

Pressões absoluta, manométrica e de vácuo.

EXEMPLO 3-1 A Pressão Absoluta de uma Câmara de Vácuo

Um medidor de vácuo conectado a uma câmara exibe a leitura de 5,8 psi em um local onde a pressão atmosférica é de 14,5 psi. Determine a pressão absoluta na câmara.

SOLUÇÃO A pressão manométrica de uma câmara de vácuo é dada. A pressão absoluta da câmara deve ser determinada.

Análise A pressão absoluta é determinada facilmente pela Equação 3-2 como:

$$P_{abs} = P_{atm} - P_{vac} = 14,5 - 5,8 = 8,7 \text{ psi}$$

Discussão Observe que o valor local da pressão atmosférica é usado ao determinarmos a pressão absoluta.

Pressão em um Ponto

A pressão é a *força de compressão* por unidade de área, e ela dá a impressão de ser um vetor. Entretanto, a pressão em qualquer ponto de um fluido é igual em todas as direções. Ou seja, ela tem intensidade, mas não uma direção específica e, por isso, ela é uma quantidade escalar. Isso pode ser demonstrado considerando um elemento fluido em forma de uma pequena cunha unitário de comprimento (na página) em equilíbrio, como mostra a Figura 3-4. As pressões médias nas três superfícies são P_1 , P_2 e P_3 e a força que age sobre uma superfície é o produto da pressão média pela área da superfície. Da segunda lei de Newton sabemos que um balanço de força nas direções x e z resulta em:

$$\sum F_x = ma_x = 0: \quad P_1 \Delta z - P_3 l \sin \theta = 0 \quad (3-3a)$$

$$\sum F_z = ma_z = 0: \quad P_2 \Delta x - P_3 l \cos \theta - \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta z = 0 \quad (3-3b)$$

onde ρ é a densidade e $W = mg = \rho g \Delta x \Delta z / 2$ é o peso do elemento fluido. Observando que a cunha é um triângulo retângulo, temos $\Delta x = l \cos \theta$ e $\Delta z = l \sin \theta$. Substituindo essas relações geométricas e dividindo a Equação 3-3a por Δz e a Equação 3-3b por Δx temos:

$$P_1 - P_3 = 0 \quad (3-4a)$$

$$P_2 - P_3 - \frac{1}{2} \rho g \Delta z = 0 \quad (3-4b)$$

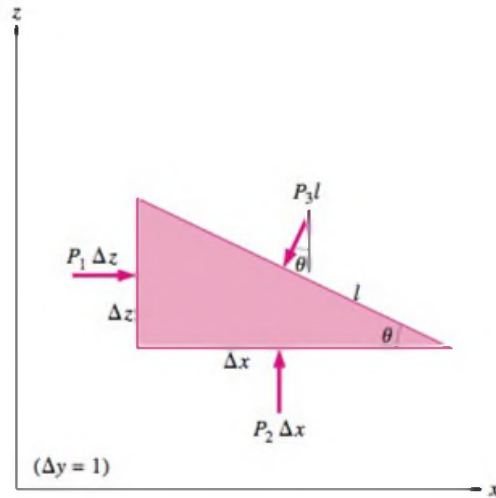


FIGURA 3-4

As forças que agem sobre um elemento fluido em forma de cunha em equilíbrio.

O último termo da Equação 3-4b desaparece quando $\Delta z \rightarrow 0$ e a cunha torna-se infinitesimal e, portanto, o elemento fluido encolhe até um ponto. Em seguida, combinando os resultados dessas duas relações temos:

$$P_1 = P_2 = P_3 = P \quad (3-5)$$

independente do ângulo θ . Podemos repetir a análise para um elemento do plano xz e obter um resultado semelhante. Assim, concluímos que *a pressão em um ponto de um fluido tem a mesma intensidade em todas as direções*. Na ausência de forças de cisalhamento é possível mostrar que esse resultado se aplica tanto aos fluidos em movimento quanto aos fluidos em repouso.

Variação da Pressão com a Profundidade

Não deve ser surpresa para você o fato de que a pressão em um fluido em repouso não varia na direção horizontal. Isso pode ser facilmente mostrado considerando uma fina camada horizontal de fluido e fazendo um balanço de forças em qualquer direção horizontal. Entretanto, esse não é o caso na direção vertical na presença de um campo de gravidade. A pressão de um fluido aumenta com a profundidade, porque mais fluido se apóia nas camadas inferiores, e o efeito desse “peso extra” em uma camada mais profunda é equilibrado por um aumento na pressão (Figura 3-5).

Para obter uma relação para a variação da pressão com a profundidade, considere um elemento fluido retangular de altura Δz , largura Δx e profundidade unitária (para dentro da página) em equilíbrio, como mostra a Figura 3-6. Considerando que a densidade do fluido ρ seja constante, um balanço de forças na direção vertical z resulta em:

$$\sum F_z = ma_z = 0: \quad P_2 \Delta x - P_1 \Delta x - \rho g \Delta x \Delta z = 0 \quad (3-6)$$

onde $W = mg = \rho g \Delta x \Delta z$ é o peso do elemento fluido. Dividindo por Δx e reorganizando temos:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \Delta z = \gamma_s \Delta z \quad (3-7)$$

onde $\gamma_s = \rho g$ é o *peso específico* do fluido. Assim, concluímos que a diferença de pressão entre dois pontos em um fluido de densidade constante é proporcional à distância vertical Δz entre os pontos e à densidade ρ do fluido. Em outras palavras, a pressão em um fluido aumenta linearmente com a profundidade. É isso o que um mergulhador experimenta ao mergulhar mais fundo em um lago. Para um determinado fluido, a distância vertical Δz às vezes é usada como uma medida de pressão e é chamada de *carga de pressão*.

Concluímos também pela Equação 3-7 que para distâncias de pequenas a moderadas, a variação da pressão com a altura é desprezível para os gases, por

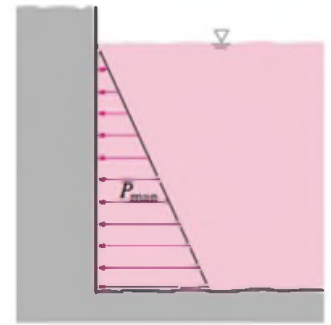


FIGURA 3-5

A pressão de um fluido em repouso aumenta com a profundidade (como resultado do aumento de peso).

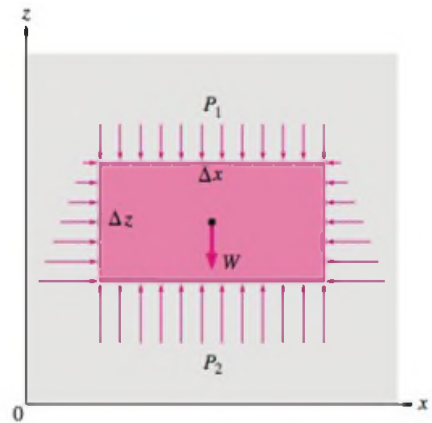


FIGURA 3-6

Diagrama de corpo livre de um elemento fluido retangular em equilíbrio.

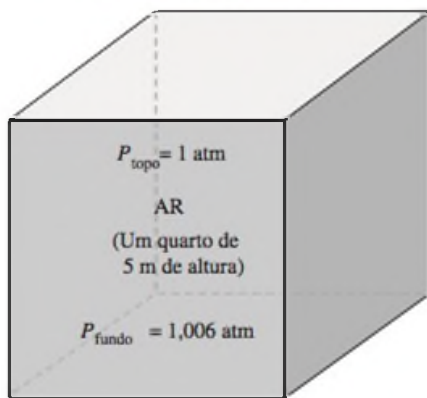


FIGURA 3-7

Em uma sala cheia com um gás, a variação da pressão com a altura é desprezível.

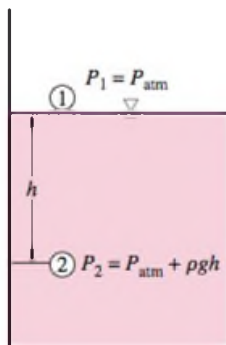


FIGURA 3-8

A pressão em um líquido em repouso aumenta linearmente com a distância da superfície livre.

causa de sua baixa densidade. A pressão em um tanque contendo um gás, por exemplo, pode ser considerada uniforme, uma vez que o peso do gás é muito baixo para fazer uma diferença apreciável. Da mesma forma, a pressão em uma sala cheia de ar pode ser considerada constante (Figura 3-7).

Se considerarmos o ponto 1 na superfície livre de um líquido aberto para a atmosfera (Figura 3-8), no qual a pressão é a pressão atmosférica P_{atm} , então a pressão a uma profundidade h da superfície livre torna-se:

$$P = P_{atm} + \rho gh \quad \text{ou} \quad P_{man} = \rho gh \quad (3-8)$$

Os líquidos são substâncias essencialmente incompressíveis e, portanto, a variação da densidade com a profundidade é desprezível. Isso também acontece com os gases quando a variação de altura não for muito grande. Entretanto, a variação da densidade dos líquidos ou dos gases com a temperatura pode ser significativa e precisa ser levada em conta quando a exatidão desejada for alta. Da mesma forma, a profundidades maiores, como aquelas encontradas nos oceanos, a variação na densidade de um líquido pode ser significativa, por causa da compressão exercida pelo enorme peso do líquido que está acima.

A aceleração gravitacional g varia de $9,807 \text{ m/s}^2$ no nível do mar até $9,764 \text{ m/s}^2$ a uma altitude de 14.000 m , na qual viajam os grandes aviões de passageiros. Essa mudança é de apenas $0,4\%$ neste caso extremo. Assim, é possível considerar que g é constante com erro desprezível.

Para os fluidos cuja densidade varia significativamente com a altitude, a relação para a variação da pressão com a altitude pode ser obtida dividindo-se a Equação 3-6 por Δz e tomando o limite quando $\Delta z \rightarrow 0$. Isso resulta em:

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \quad (3-9)$$

O sinal negativo se deve a termos escolhido a direção z positiva como ascendente, de modo que dP é negativo quando dz é positivo, uma vez que a pressão diminui na direção ascendente. Quando a variação da densidade com a altitude é conhecida, a diferença de pressão entre os pontos 1 e 2 pode ser determinada pela integração como:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = - \int_1^2 \rho g \, dz \quad (3-10)$$

Para o caso de densidade e aceleração gravitacional constantes, essa relação se reduz à Equação 3-7, como era esperado.

A pressão em um fluido em repouso não depende da forma ou seção transversal do contêiner. Ela varia com a distância vertical, mas permanece constante em outras direções. Assim, a pressão é igual em todos os pontos de um plano horizontal para determinado fluido. O matemático holandês Simon Stevin (1548-1620) publicou em 1586 o princípio ilustrado na Figura 3-9. Observe que as pressões nos pontos A, B, C, D, E, F e G são iguais, uma vez que estão a mesma profundidade, e interconectadas pelo mesmo fluido estático. Entretanto, as pressões nos pontos H e I não são iguais, já que estes dois pontos não podem estar interconectados pelo mesmo fluido (ou seja, não podemos desenhar uma curva do ponto I até o ponto H, permanecendo sempre no mesmo fluido), embora eles estejam a mesma profundidade. (Você saberia dizer em qual ponto a pressão é mais alta?) Da mesma forma, a força de pressão exercida pelo fluido é sempre normal à superfície nos pontos especificados.

Uma consequência da pressão de um fluido permanecer constante na direção horizontal é que a pressão aplicada a um fluido confinado aumenta a pressão em todo o fluido na mesma medida. Essa é a **Lei de Pascal**, cujo nome é uma homenagem a Blaise Pascal (1623-1662). Pascal sabia também que a força aplicada por um fluido é proporcional à área da superfície. Ele percebeu que dois cilindros hidráulicos com áreas diferentes poderiam estar conectados, e que o maior poderia exercer uma força proporcionalmente maior do que aquela aplicada ao menor. A "máquina de Pascal" tem sido a fonte de muitas invenções parte do nosso dia-a-dia,

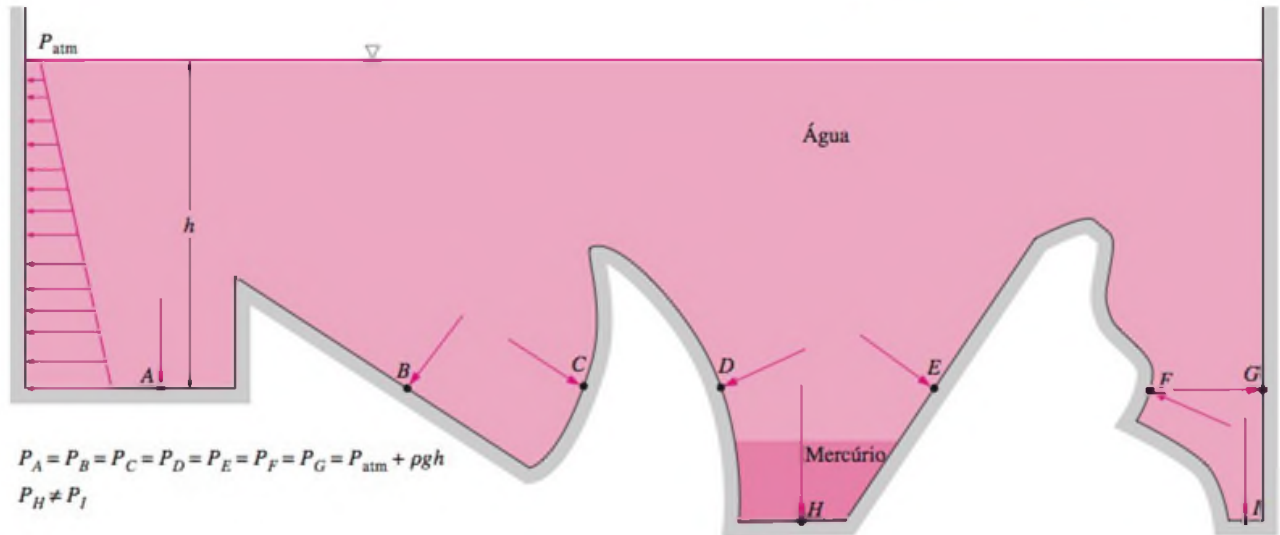


FIGURA 3-9

A pressão é a mesma em todos os pontos de um plano horizontal em um dado fluido, independentemente da geometria, desde que os pontos estejam interconectados pelo mesmo fluido.

como os freios e os elevadores hidráulicos. É isso que nos permite elevar um automóvel facilmente com um braço, como mostra a Figura 3-10. Observando que $P_1 = P_2$, já que ambos os pistões estão no mesmo nível (o efeito das pequenas diferenças de altura é desprezível, particularmente a altas pressões), a relação entre a força de saída e a força de entrada é determinada por:

$$P_1 = P_2 \quad \rightarrow \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \rightarrow \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} \quad (3-11)$$

A relação entre as áreas A_2/A_1 é chamada de *ganho mecânico ideal* do elevador hidráulico. Usando um macaco hidráulico com uma relação entre as áreas do pistão de $A_2/A_1 = 10$, por exemplo, uma pessoa pode elevar um automóvel de 1.000 kg aplicando uma força de apenas 100 kgf (= 908 N).

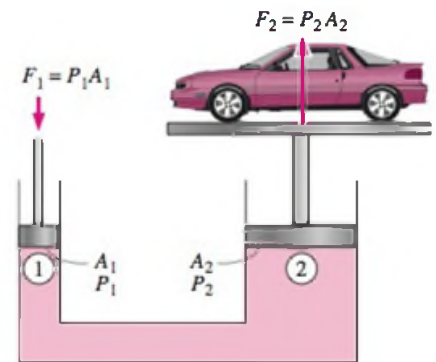


FIGURA 3-10

Elevando um peso grande com uma força pequena pela aplicação da lei de Pascal.

3-2 ■ O MANÔMETRO

Observamos na Equação 3-7 que uma variação de elevação Δz em um fluido em repouso corresponde a $\Delta P/\rho g$, o que sugere que uma coluna de fluido pode ser usada para medir diferenças de pressão. Um dispositivo que se baseia nesse princípio é chamado de **manômetro**, normalmente usado para medir diferenças de pressão pequenas e moderadas. Um manômetro consiste principalmente em um tubo em forma de U, de vidro ou plástico, contendo um ou mais fluidos como mercúrio, água, álcool ou óleo. Quando se prevê diferenças de pressão elevadas, fluidos pesados como o mercúrio são usados, o que mantém o tamanho do manômetro em um nível gerenciável.

Considere o manômetro mostrado na Figura 3-11 que é usado para medir a pressão no tanque. Como os efeitos gravitacionais dos gases são desprezíveis, a pressão em qualquer parte do tanque e na posição 1 tem o mesmo valor. Além disso, como a pressão em um fluido não varia na direção horizontal dentro do fluido, a pressão no ponto 2 é igual à pressão no ponto 1, $P_2 = P_1$.

A coluna de fluido diferencial de altura h está em equilíbrio estático e aberta para a atmosfera. Dessa forma, a pressão no ponto 2 é determinada diretamente da Equação 3-8 como:

$$P_2 = P_{atm} + \rho gh \quad (3-12)$$

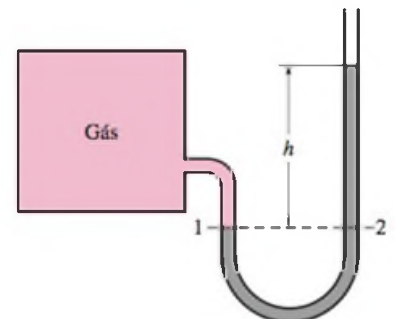


FIGURA 3-11

O manômetro básico.

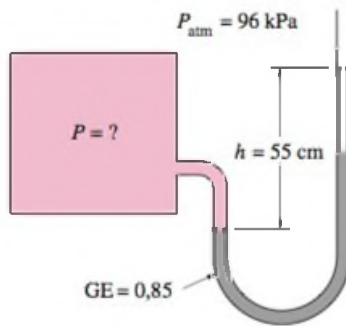


FIGURA 3-12
Esquema do Exemplo 3-2.

onde ρ é a densidade do fluido no tubo. Observe que a seção transversal do tubo não tem efeito sobre a altura diferencial h e, assim, não tem efeito sobre a pressão exercida pelo fluido. Entretanto, o diâmetro do tubo deve ser suficientemente grande (mais do que alguns milímetros) para garantir que o efeito da tensão superficial e, portanto, da elevação por capilaridade seja desprezível.

EXEMPLO 3-2 Medição da Pressão com um Manômetro

Um manômetro é usado para medir a pressão em um tanque. O fluido usado tem uma gravidade específica de 0,85 e a altura da coluna do manômetro é de 55 cm, como mostra a Figura 3-12. Se a pressão atmosférica local for de 96 kPa, determine a pressão absoluta dentro do tanque.

SOLUÇÃO A leitura de um manômetro acoplado a um tanque e a pressão atmosférica são dadas. A pressão absoluta no tanque deve ser determinada.

Hipóteses O fluido do tanque é um gás cuja densidade é muito menor do que a densidade do fluido manométrico.

Propriedades É dado que a gravidade específica do fluido manométrico é 0,85. Consideramos a densidade padrão da água como 1.000 kg/m^3 .

Análise A densidade do fluido é obtida multiplicando a sua gravidade específica pela densidade da água, que é considerada 1.000 kg/m^3 :

$$\rho = GE (\rho_{H_2O}) = (0,85)(1000 \text{ kg/m}^3) = 850 \text{ kg/m}^3$$

Assim, da Equação 3-12,

$$\begin{aligned} P &= P_{\text{atm}} + \rho gh \\ &= 96 \text{ kPa} + (850 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)(0,55 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ N/m}^2} \right) \\ &= 100,6 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Discussão Observe que a pressão manométrica no tanque é de 4,6 kPa.



FIGURA 3-13
Em camadas empilhadas de fluidos, a variação da pressão em uma camada de fluido com densidade ρ e altura h é ρgh .

Muitos problemas de engenharia e alguns manômetros envolvem a sobreposição de vários fluidos imiscíveis de diferentes densidades. Tais sistemas podem ser facilmente analisados se lembrarmos de que (1) a variação da pressão em uma coluna de fluido de altura h é $\Delta P = \rho gh$, (2) em determinado fluido, a pressão aumenta para baixo e diminui para cima (ou seja, $P_{\text{fundo}} > P_{\text{topo}}$) e (3) dois pontos a uma mesma altura em um fluido contínuo em repouso estão a mesma pressão.

O último princípio, que é um resultado da *Lei de Pascal*, permite “pularmos” nos manômetros de uma coluna de fluido para a próxima, sem nos preocuparmos com a variação de pressão, desde que não pulemos sobre um fluido diferente, e desde que o fluido esteja em repouso. Assim, a pressão em qualquer ponto pode ser determinada iniciando com um ponto de pressão conhecida e adicionando ou subtraindo os termos ρgh à medida que avançamos na direção do ponto de interesse. Por exemplo, a pressão na parte inferior do tanque da Figura 3-13 pode ser determinada iniciando-se na superfície livre, onde a pressão é P_{atm} , movendo para baixo até atingir o ponto 1 na parte inferior e igualando o resultado a P_1 . Isso resulta em:

$$P_{\text{atm}} + \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 + \rho_3 gh_3 = P_1$$

No caso especial de todos os fluidos possuírem a mesma densidade, essa relação fica reduzida à Equação 3-12, como era esperado.

Os manômetros são particularmente adequados para medir a queda de pressão entre dois pontos especificados de uma seção de escoamento horizontal, devido à presença de um dispositivo como uma válvula, um trocador de calor, ou qualquer resistência ao escoamento. Isso é feito conectando os dois lados do manômetro a

esses dois pontos, como mostra a Figura 3-14. O fluido de trabalho pode ser um gás ou um líquido cuja densidade é ρ_1 . A densidade do fluido manométrico é ρ_2 , e a altura diferencial do fluido é h .

Uma relação para a diferença de pressão $P_1 - P_2$ pode ser obtida iniciando-se no ponto 1 com P_1 , movendo-se ao longo do tubo adicionando ou subtraindo os termos ρgh até atingir o ponto 2, e igualando o resultado a P_2 :

$$P_1 + \rho_1 g(a + h) - \rho_2 gh - \rho_1 ga = P_2 \quad (3-13)$$

Observe que passamos do ponto A horizontalmente para o ponto B e ignoramos a parte inferior, uma vez que a pressão em ambos os pontos é igual. Simplificando:

$$P_1 - P_2 = (\rho_2 - \rho_1)gh \quad (3-14)$$

Note que a distância a não tem efeito sobre o resultado, mas deve ser incluída na análise. Além disso, quando o fluido que escoar no tubo é um gás, então $\rho_1 \ll \rho_2$ e a relação da Equação 3-14 pode ser simplificada para $P_1 - P_2 \cong \rho_2 gh$.

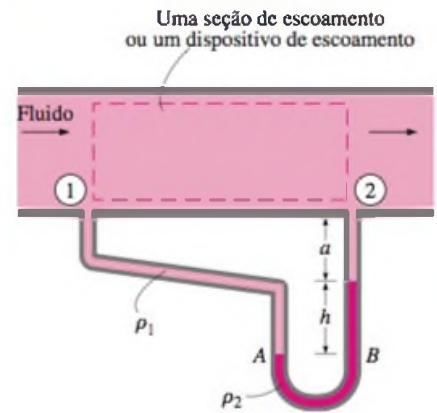


FIGURA 3-14

Medição da queda de pressão em uma seção de escoamento ou em um dispositivo de escoamento por um manômetro diferencial.

EXEMPLO 3-3 Medição da Pressão com um Manômetro de Vários Fluidos

A água de um tanque é pressurizada a ar, e a pressão é medida por um manômetro de vários fluidos, como mostra a Fig. 3-15. O tanque está localizado em uma montanha a uma altitude de 1.400 m, onde a pressão atmosférica é de 85,6 kPa. Determine a pressão do ar no tanque se $h_1 = 0,1$ m, $h_2 = 0,2$ m e $h_3 = 0,35$ m. Considere as densidades da água, do óleo e do mercúrio como 1.000 kg/m^3 , 850 kg/m^3 e 13.600 kg/m^3 , respectivamente.

SOLUÇÃO A pressão de um tanque de água pressurizado é medida por um manômetro de vários fluidos. A pressão do ar no tanque deve ser determinada.

Hipótese A pressão do ar no tanque é uniforme (ou seja, sua variação com a elevação é desprezível devido à sua baixa densidade) e, portanto, podemos determinar a pressão na interface entre o ar e a água.

Propriedades As densidades da água, do óleo e do mercúrio são dadas por 1.000 kg/m^3 , 850 kg/m^3 e 13.600 kg/m^3 , respectivamente.

Análise Iniciando-se com a pressão no ponto 1 na interface entre ar e água, movendo-se ao longo do tubo adicionando ou subtraindo os termos ρgh até atingirmos o ponto 2, e igualando o resultado a P_{atm} , uma vez que o tubo está aberto para a atmosfera, temos:

$$P_1 + \rho_{\text{água}}gh_1 + \rho_{\text{óleo}}gh_2 - \rho_{\text{mercúrio}}gh_3 = P_{\text{atm}}$$

Isolando P_1 e substituindo os valores:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{\text{atm}} - \rho_{\text{água}}gh_1 - \rho_{\text{óleo}}gh_2 + \rho_{\text{mercúrio}}gh_3 \\ &= P_{\text{atm}} + g(\rho_{\text{mercúrio}}h_3 - \rho_{\text{água}}h_1 - \rho_{\text{óleo}}h_2) \\ &= 85,6 \text{ kPa} + (9,81 \text{ m/s}^2)[(13.600 \text{ kg/m}^3)(0,35 \text{ m}) - (1000 \text{ kg/m}^3)(0,1 \text{ m}) \\ &\quad - (850 \text{ kg/m}^3)(0,2 \text{ m})] \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ N/m}^2} \right) \\ &= 130 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Discussão Observe que pulando horizontalmente de um tubo para o outro e levando em conta que a pressão permanece igual para o mesmo fluido, a análise fica muito mais simples. Observe também que o mercúrio é um fluido tóxico e que os manômetros e termômetros de mercúrio estão sendo substituídos por outros com fluidos mais seguros, por conta do risco da exposição ao vapor de mercúrio em caso de acidente.

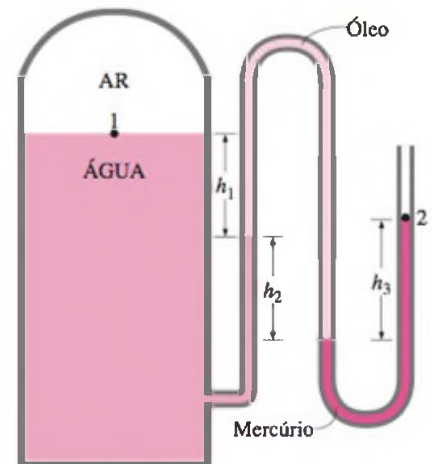


FIGURA 3-15

Esquema do Exemplo 3-3. O desenho não está em escala.

EXEMPLO 3-4 Análise de um Manômetro de Vários Fluidos com o EES

Reconsidere o manômetro de vários fluidos discutido no Exemplo 3-3. Determine a pressão do ar no tanque usando o EES. Determine também qual seria a altura diferencial h_3 do fluido para a mesma pressão de ar se o mercúrio da última coluna fosse substituído por água do mar com densidade de 1.030 kg/m^3 .

SOLUÇÃO A pressão em um tanque de água é medida por um manômetro de vários fluidos. A pressão do ar no tanque e a altura diferencial h_3 do fluido se o mercúrio for substituído por água do mar devem ser determinadas usando o EES.

Análise Iniciamos o programa EES clicando duas vezes em seu ícone, abrimos um arquivo novo e digitamos o seguinte na tela em branco que aparece (expressamos a pressão atmosférica em Pa para manter a consistência da unidade).

$$g=9,81$$

$$P_{\text{atm}}=85600$$

$$h_1=0,1; \quad h_2=0,2; \quad h_3=0,35$$

$$r_w=1000; \quad r_{\text{oil}}=850; \quad r_m=13600$$

$$P_1 + r_w \cdot g \cdot h_1 + r_{\text{oil}} \cdot g \cdot h_2 - r_m \cdot g \cdot h_3 = P_{\text{atm}}$$

Aqui P_1 é a única incógnita. Ela é determinada pelo EES como

$$P_1 = 129647 \text{ Pa} \approx \mathbf{130 \text{ kPa}}$$

que é idêntica ao resultado obtido no Exemplo 3-3. A altura da coluna de fluido h_3 quando o mercúrio é substituído por água do mar é determinada facilmente substituindo-se " $h_3 = 0,35$ " por " $P_1 = 129,647$ " e " $r_m = 13,600$ " por " $r_m = 1,030$ " e clicando no símbolo de calculadora. Isso resulta em

$$h_3 = \mathbf{4,62 \text{ m}}$$

Discussão Observe que usamos a tela como um bloco de papel e escrevemos as informações relevantes juntamente com as relações aplicáveis de forma organizada. O EES fez o restante. As equações podem ser escritas em linhas separadas ou na mesma linha, separando-as com ponto-e-vírgulas, e linhas em branco ou de comentário podem ser inseridas para dar maior clareza. O EES ajuda a fazer as perguntas "e se", e a executar os estudos paramétricos.

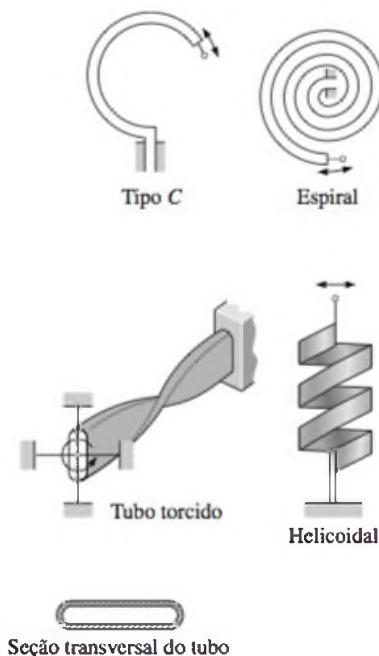


FIGURA 3-16

Diversos tipos de tubos de Bourdon usados para medir a pressão.

Outros Dispositivos de Medição da Pressão

Outro tipo de dispositivo mecânico de medição de pressão muito usado é o **tubo de Bourdon**, assim denominado em homenagem ao engenheiro e inventor francês Eugene Bourdon (1808-1884). O dispositivo consiste em um tubo de metal oco dobrado como um gancho, cuja extremidade é fechada e conectada a uma agulha indicadora (Figura 3-16). Quando está aberto para a atmosfera o tubo não se deforma e, nesse estado, a agulha do mostrador está calibrada para a leitura zero (pressão manométrica). Quando o fluido dentro do tubo está pressurizado, o tubo se estica e movimenta a agulha proporcionalmente à pressão aplicada.

A eletrônica está em todos os aspectos da vida, incluindo os dispositivos medidores de pressão. Os sensores de pressão modernos, chamados de **transdutores de pressão**, utilizam diversas técnicas para converter o efeito de pressão em um efeito elétrico, como uma variação de voltagem, resistência ou capacitância. Os transdutores de pressão são menores e mais rápidos, e podem ser mais sensíveis, confiáveis e exatos do que seus equivalentes mecânicos. Eles podem medir pressões de menos de um milionésimo de 1 atm até vários milhares de atm.

Uma ampla variedade de transdutores de pressão está disponível para a medição das pressões manométrica, absoluta e diferencial em uma ampla variedade de aplicações. Os *transdutores de pressão manométricos* utilizam a pressão atmos-

férica como referência, por meio de uma abertura para a atmosfera na parte traseira do diafragma sensor de pressão. Eles acusam uma saída de sinal zero à pressão atmosférica, independentemente da altitude. Os *transdutores de pressão absolutos* são calibrados para ter uma saída de sinal zero no vácuo absoluto. Os *transdutores de pressão diferenciais* medem diretamente a diferença de pressão entre dois locais, em vez de usar dois transdutores de pressão e tomar a diferença entre eles.

Os **transdutores de pressão extensométricos** (*strain-gages*) funcionam através de um diafragma que se curva entre duas câmaras abertas para as entradas de pressão. À medida que o diafragma se estende em resposta a uma mudança na diferença de pressão através dele, o extensômetro se estica e um circuito de ponte Wheatstone amplifica a saída. Um transdutor capacitivo funciona de modo similar mas, à medida que o diagrama se estende, a variação de capacitância é medida em vez da variação de resistência.

Os **transdutores piezelétricos**, também chamados de transdutores de pressão de estado sólido, funcionam de acordo com o princípio de que um potencial elétrico é gerado em uma substância cristalina quando ela é submetida a pressão mecânica. Esse fenômeno, descoberto pelos irmãos Pierre e Jacques Curie em 1880, é chamado de efeito piezelétrico. Os transdutores de pressão piezelétricos têm uma resposta em frequência muito mais rápida do que aquela das unidades de diafragma, e são muito adequados para as aplicações de alta pressão, mas em geral não são tão sensíveis quanto os transdutores do tipo diafragma.

3-3 ■ O BARÔMETRO E A PRESSÃO ATMOSFÉRICA

A pressão atmosférica é medida por um dispositivo chamado de **barômetro**. Dessa forma, a pressão atmosférica é chamada com frequência de *pressão barométrica*.

O italiano Evangelista Torricelli (1608-1647) foi o primeiro a provar, de forma conclusiva, que a pressão atmosférica pode ser medida pela inversão de um tubo cheio de mercúrio em um recipiente de mercúrio aberto para a atmosfera, como mostra a Figura 3-17. A pressão no ponto *B* é igual à pressão atmosférica, e a pressão em *C* pode ser considerada zero, uma vez que só existe vapor de mercúrio acima do ponto *C* e a pressão é muito baixa com relação a P_{atm} , podendo assim ser desprezada com uma excelente aproximação. Um equilíbrio de forças na direção vertical resulta em:

$$P_{atm} = \rho gh \quad (3-15)$$

onde ρ é a densidade do mercúrio, g é a aceleração da gravidade local e h é a altura da coluna de mercúrio acima da superfície livre. Observe que o comprimento e a seção transversal do tubo não têm efeito sobre a altura da coluna de fluido de um barômetro (Figura 3-18).

Uma unidade de pressão utilizada com frequência é a *atmosfera padrão*, que é definida como a pressão produzida por uma coluna de mercúrio com 760 mm de altura a 0°C ($\rho_{Hg} = 13.595 \text{ kg/m}^3$) sob aceleração da gravidade padrão ($g = 9,807 \text{ m/s}^2$). Se fosse usada água em vez de mercúrio para medir a pressão atmosférica padrão, seria necessária uma coluna de água com cerca de 10,3 m. Às vezes a pressão é expressa (particularmente na previsão do tempo) em termos de altura da coluna de mercúrio. A pressão atmosférica padrão, por exemplo, é de 760 mmHg (29,92 inHg) a 0°C. A unidade mmHg também é chamada de **torr** em homenagem a Torricelli. Assim, 1 atm = 760 torr e 1 torr = 133,3 Pa.

A pressão atmosférica padrão P_{atm} , que no nível do mar é de 101,325 kPa muda para 89,88, 79,50, 54,05, 26,5 e 5,53 kPa a altitudes de 1.000, 2.000, 5.000, 10.000 e 20.000 metros, respectivamente. A pressão atmosférica padrão em Denver (altitude = 1.610 m), por exemplo, é de 83,4 kPa.

Lembre-se de que a pressão atmosférica em uma localidade é simplesmente o peso do ar acima daquela localidade por unidade de área de superfície. Assim, ela não apenas muda com a altitude, como também com as condições meteorológicas.

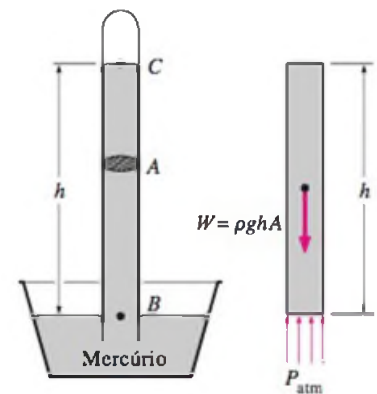


FIGURA 3-17
O barômetro básico.

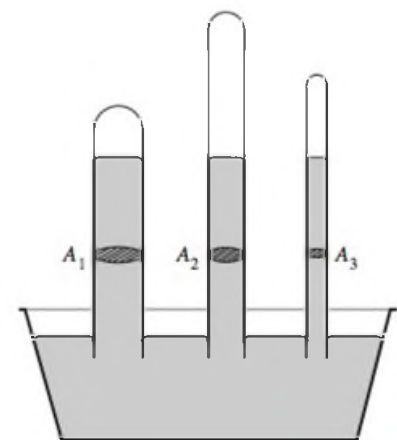


FIGURA 3-18
O comprimento ou seção transversal do tubo não tem efeito sobre a altura da coluna de fluido de um barômetro, desde que o diâmetro do tubo seja suficientemente grande para evitar os efeitos da tensão superficial (capilaridade).

**FIGURA 3-19**

A altitudes elevadas, um motor de automóvel gera menos potência e uma pessoa recebe menos oxigênio por conta da menor densidade do ar.

O declínio da pressão atmosférica com a altitude tem ramificações de longo alcance na vida diária. Por exemplo, leva mais tempo cozinhar a altitudes elevadas, uma vez que a água ferve a uma temperatura mais baixa a pressões atmosféricas mais baixas. O sangramento do nariz é uma experiência comum nas altitudes elevadas, já que a diferença entre a pressão sanguínea e a pressão atmosférica é maior neste caso, e as delicadas paredes das veias do nariz raramente conseguem suportar essa tensão extra.

Para uma dada temperatura, a densidade do ar é mais baixa a altas altitudes e, assim, um determinado volume contém menos ar e menos oxigênio. Dessa forma, não é surpresa que nos cansemos com mais facilidade e tenhamos problemas respiratórios a grandes altitudes. Para compensar esse efeito, as pessoas que moram em altitudes maiores desenvolvem pulmões mais eficientes. Da mesma forma, um motor de automóvel de 2,0 L funcionará como um motor de 1,7 L a uma altitude de 1.500 m (a menos que ele seja um motor turbo), por causa da queda de 15% na pressão e, portanto, da queda de 15% na densidade do ar (Figura 3-19). Um ventilador ou compressor deslocará 15% menos ar nessa altitude para a mesma taxa de deslocamento volumétrico. Portanto, os ventiladores que operam em altitudes elevadas precisam ser maiores para garantir a taxa de escoamento de massa especificada. A pressão mais baixa e, portanto, a menor densidade também afetam a sustentação e o arrasto: os aviões precisam de uma pista mais longa em altitudes maiores para desenvolver a elevação necessária, e viajam a altitudes de cruzeiro muito altas para reduzir o arrasto e, portanto, melhorar a eficiência de combustível.

EXEMPLO 3-5 Medição da Pressão Atmosférica com um Barômetro

Determine a pressão atmosférica em uma localidade na qual a leitura barométrica é 740 mm Hg e a aceleração gravitacional é $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Considere que a temperatura do mercúrio seja de 10°C , na qual sua densidade é de 13.570 kg/m^3 .

SOLUÇÃO A leitura barométrica em altura de coluna de mercúrio de uma localidade é dada. A pressão atmosférica deve ser determinada.

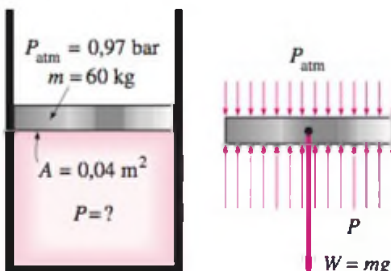
Hipóteses A temperatura do mercúrio é tomada como 10°C .

Propriedades A densidade do mercúrio é 13.570 kg/m^3 .

Análise Da Equação 3-15, a pressão atmosférica é determinada por:

$$\begin{aligned} P_{\text{atm}} &= \rho gh \\ &= (13.570 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)(0,74 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ N/m}^2} \right) \\ &= 98,5 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Discussão Observe que a densidade varia com a temperatura e, portanto, esse efeito deve ser considerado nos cálculos.

**FIGURA 3-20**

Esquema do Exemplo 3-6 e o diagrama do corpo livre do pistão.

EXEMPLO 3-6 Efeito do Peso do Pistão sobre a Pressão em um Cilindro

O pistão de um dispositivo vertical pistão-cilindro contendo um gás tem densidade igual a 60 kg e área da seção transversal de $0,04 \text{ m}^2$, como mostra a Figura 3-20. A pressão atmosférica local é de 0,97 bar, e a aceleração gravitacional é de $9,81 \text{ m/s}^2$. (a) Determine a pressão dentro do cilindro. (b) Se calor for transferido para o gás e seu volume dobrar, você espera que a pressão dentro do cilindro mude?

SOLUÇÃO Um gás está contido em um cilindro vertical com um pistão pesado. A pressão dentro do cilindro e o efeito da variação de volume sobre a pressão devem ser determinados.

Hipóteses O atrito entre o pistão e o cilindro é desprezível.

Análise (a) A pressão do gás no dispositivo de pistão e cilindro depende da pressão atmosférica e do peso do pistão. O diagrama de corpo livre do pistão, mostrado na Figura 3–20, e o equilíbrio das forças verticais resultam em:

$$PA = P_{\text{atm}} A + W$$

Isolando P e substituindo:

$$\begin{aligned} P &= P_{\text{atm}} + \frac{mg}{A} \\ &= 0,97 \text{ bar} + \frac{(60 \text{ kg})(9,81 \text{ m/s}^2)}{0,04 \text{ m}^2} \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ bar}}{10^5 \text{ N/m}^2} \right) \\ &= \mathbf{1,12 \text{ bars}} \end{aligned}$$

(b) A variação do volume não terá nenhum efeito sobre o diagrama de corpo livre desenhado na parte (a) e, portanto, a pressão dentro do cilindro permanecerá a mesma.

Discussão Se o gás se comporta como um gás ideal, a temperatura absoluta dobra quando o volume é dobrado a pressão constante.

EXEMPLO 3–7 Pressão Hidrostática em uma Poça Solar com Densidade Variável

Poças solares são pequenos lagos artificiais com alguns metros de profundidade usados para armazenar energia solar. A elevação da água aquecida (e, portanto, menos densa) para a superfície é evitada pela colocação de sal no fundo do lago. Em uma poça solar com gradiente de sal típico, a densidade da água aumenta na região de gradiente, como mostra a Figura 3–21, podendo ser expressa como:

$$\rho = \rho_0 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} \frac{z}{H} \right)}$$

onde ρ_0 é a densidade da água na superfície, z é a distância vertical medida de cima para baixo a partir do topo da região de gradiente, e H é a espessura da região de gradiente. Para $H = 4 \text{ m}$, $\rho_0 = 1.040 \text{ kg/m}^3$ e uma espessura de $0,8 \text{ m}$ para a região superficial, calcule a pressão manométrica no fundo da região de gradiente.

SOLUÇÃO A variação da densidade da água salgada na região de gradiente de uma poça solar com profundidade é dada. A pressão manométrica no fundo da região de gradiente deve ser determinada.

Hipóteses A densidade na zona superficial da poça é constante.

Propriedades A densidade da água salgada na superfície é dada por 1.040 kg/m^3 .

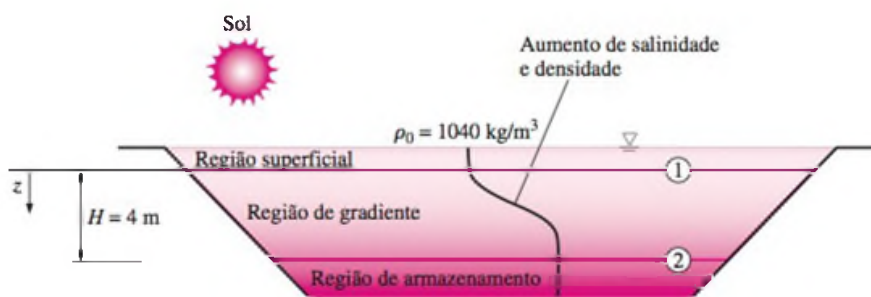


FIGURA 3–21
Esquema do Exemplo 3–7.

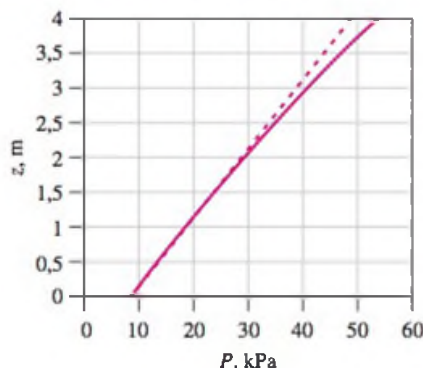


FIGURA 3-22

A variação da pressão manométrica com a profundidade na zona de gradiente da poça solar.

Análise Chamamos as partes superior e inferior da região de gradiente de 1 e 2, respectivamente. Notando que a densidade da região superficial é constante, a pressão manométrica no fundo da região superficial (que é o topo da região de gradiente) é:

$$P_1 = \rho g h_1 = (1040 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)(0,8 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 8,16 \text{ kPa}$$

já que $1 \text{ kN/m}^2 = 1 \text{ kPa}$. A variação diferencial de pressão hidrostática em uma distância vertical dz é dada por:

$$dP = \rho g dz$$

A integração entre o topo da região de gradiente (o ponto 1 no qual $z = 0$) e qualquer local z da região de gradiente (sem subíndice) resulta em:

$$P - P_1 = \int_0^z \rho g dz \quad \rightarrow \quad P = P_1 + \int_0^z \rho_0 \sqrt{1 + \text{tg}^2\left(\frac{\pi z}{4 H}\right)} g dz$$

Realizando a integração, temos que a variação da pressão manométrica na região de gradiente é:

$$P = P_1 + \rho_0 g \frac{4H}{\pi} \sinh^{-1}\left(\text{tg} \frac{\pi z}{4 H}\right)$$

Dessa forma, a pressão no fundo da região de gradiente ($z = H = 4 \text{ m}$) torna-se:

$$\begin{aligned} P_2 &= 8,16 \text{ kPa} + (1040 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2) \frac{4(4 \text{ m})}{\pi} \sinh^{-1}\left(\text{tg} \frac{\pi 4}{4 4}\right) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= 54,0 \text{ kPa (gage)} \end{aligned}$$

Discussão A variação da pressão manométrica com a profundidade na região de gradiente é representada na Figura 3-22. A linha tracejada indica a pressão hidrostática para o caso da densidade constante a 1.040 kg/m^3 e é dada como referência. Observe que a variação de pressão com a profundidade não é linear quando a densidade varia com a profundidade.

3-4 ■ INTRODUÇÃO À ESTATICA DOS FLUIDOS

A **estática dos fluidos** trata dos problemas associados aos fluidos em repouso. O fluido pode ser gasoso ou líquido. A estática dos fluidos em geral é chamada de *hidrostática* quando o fluido é um líquido e é chamada de *aerostática* quando o fluido é um gás. Na estática dos fluidos não existe movimento relativo entre as camadas adjacentes de fluido e, portanto, não há tensões de cisalhamento (tangenciais) no fluido tentando deformá-lo. A única tensão com a qual tratamos na estática dos fluidos é a *tensão normal*, que é a pressão, e a variação da pressão só é devida ao peso do fluido. Assim, o tópico da estática dos fluidos tem significado apenas nos campos gravitacionais, e as relações de força desenvolvidas naturalmente envolvem a aceleração da gravidade g . A força exercida sobre uma superfície por um fluido em repouso é normal à superfície no ponto de contato, uma vez que não há movimento relativo entre o fluido e a superfície sólida e, portanto, nenhuma força de cisalhamento possa agir paralelamente à superfície.

A estática dos fluidos é usada para determinar as forças que agem sobre corpos flutuantes ou submersos, e as forças desenvolvidas por dispositivos como prensas hidráulicas e macacos de automóveis. O projeto de muitos sistemas de engenharia, como represas e tanques de armazenamento de líquidos, exige a determinação das forças que agem sobre as superfícies usando a estática dos fluidos. A descrição completa da força hidrostática resultante que age sobre uma superfície submersa exige a determinação da intensidade, do sentido e da linha de ação da força. Nas Seções 3-5 e 3-6 consideramos as forças que agem sobre as superfícies planas e curvas de corpos submersos devido à pressão.

3-5 ■ FORÇAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFÍCIES PLANAS SUBMERSAS

Uma placa exposta a um líquido, como um distribuidor em uma represa, a parede de um tanque de armazenamento de líquido e o casco de um navio em repouso, estão sujeitos à pressão dos fluidos distribuída sobre sua superfície (Figura 3-23). Em uma superfície *plana*, as forças hidrostáticas formam um sistema de forças paralelas, e com frequência precisamos determinar a *intensidade* da força e seu *ponto de aplicação*, que é chamado de **centro de pressão**. Na maioria dos casos, o outro lado da placa está aberto para a atmosfera (como o lado seco de uma comporta) e, portanto, a pressão atmosférica age em ambos os lados da placa, produzindo uma resultante nula. Nesses casos, é conveniente subtrair a pressão atmosférica e trabalhar apenas com a pressão manométrica (Figura 3-24). Por exemplo, $P_{\text{man}} = \rho gh$ na parte inferior do lago.

Considere a superfície superior de uma placa plana de forma arbitrária completamente submersa em um líquido, como mostra a Figura 3-25, juntamente com a visão superior. O plano dessa superfície (normal à página) cruza a superfície livre horizontal com um ângulo θ , e consideramos a reta de intersecção o eixo x . A pressão absoluta acima do líquido é P_0 , que é a pressão atmosférica local P_{atm} se o líquido está aberto para a atmosfera (mas P_0 pode ser diferente de P_{atm} se o espaço acima do líquido for evacuado ou pressurizado). Assim, a pressão absoluta em qualquer ponto da placa é:

$$P = P_0 + \rho gh = P_0 + \rho gy \sin \theta \quad (3-16)$$

onde h é a distância vertical entre o ponto e a superfície livre e y é a distância entre o ponto e o eixo x (do ponto O na Figura 3-25). A força hidrostática F_R resultante que age sobre a superfície é determinada pela integração da força $P dA$ que age em uma área diferencial dA em toda a área da superfície:

$$F_R = \int_A P dA = \int_A (P_0 + \rho gy \sin \theta) dA = P_0 A + \rho g \sin \theta \int_A y dA \quad (3-17)$$

Mas o *primeiro momento da área* $\int_A y dA$ está relacionado à coordenada y do centroíde (ou centro) da superfície por:

$$y_C = \frac{1}{A} \int_A y dA \quad (3-18)$$

Substituindo:

$$F_R = (P_0 + \rho gy_C \sin \theta) A = (P_0 + \rho gh_C) A = P_C A = P_{\text{méd}} A \quad (3-19)$$

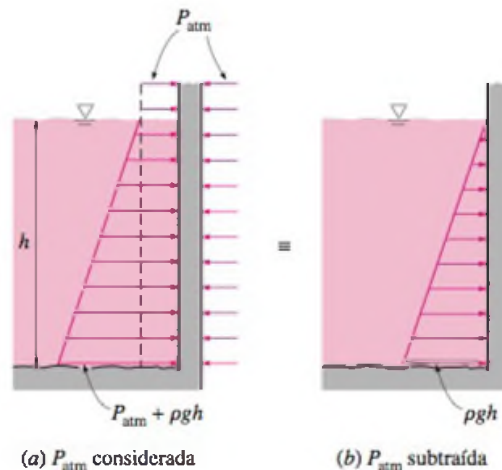


FIGURA 3-23

Represa Hoover.

Cortesia do Departamento Americano do Interior,
Escritório de Recuperação – Região do Baixo
Colorado.

FIGURA 3-24

Para simplificar, ao analisar as forças hidrostáticas em superfícies submersas, a pressão atmosférica pode ser subtraída quando age em ambos os lados da estrutura.

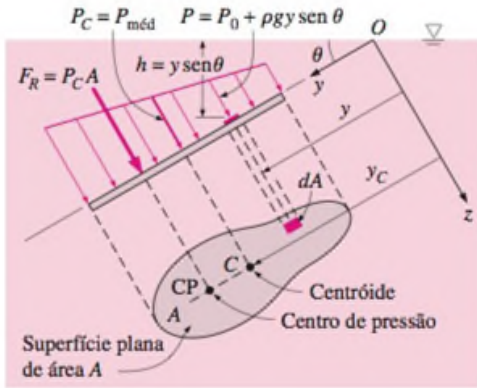


FIGURA 3-25

A força hidrostática em uma superfície plana inclinada completamente submersa em um líquido.

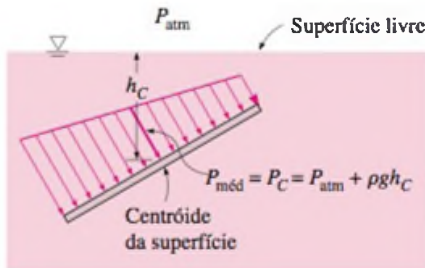
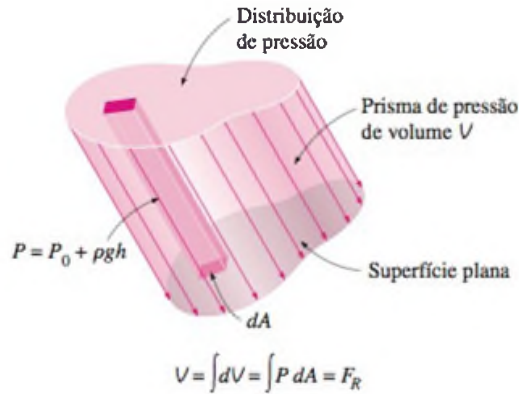


FIGURA 3-26

A pressão no centróide de uma superfície é equivalente à pressão média sobre a superfície.



onde $P_C = P_0 + \rho g h_C$ é a pressão no centróide da superfície, que é equivalente à pressão média na superfície, e $h_C = y_C \sin \theta$ é a distância vertical entre o centróide e a superfície livre do líquido (Figura 3-26). Assim, concluímos que:

A magnitude da força resultante que age sobre uma superfície plana de uma placa completamente submersa em um fluido homogêneo (densidade constante) é igual ao produto da pressão P_C no centróide da superfície e da área A da superfície (Figura 3-27).

A pressão P_0 em geral é a pressão atmosférica, que pode ser ignorada na maioria dos casos, uma vez que ela age em ambos os lados da placa. Quando esse não é o caso, uma forma prática de calcular a contribuição de P_0 para a força resultante é simplesmente somar uma profundidade equivalente $h_{\text{equiv}} = P_0/\rho g$ a h_C , ou seja, supor a presença de uma camada de líquido adicional com espessura h_{equiv} no alto do líquido com o vácuo absoluto acima.

A seguir, precisamos determinar a linha de ação da força resultante F_R . Dois sistemas de forças paralelas são equivalentes se tiverem a mesma intensidade e o mesmo momento com relação a um ponto. A linha de ação da força hidrostática resultante, em geral, não passa através do centróide da superfície — ela fica abaixo, onde a pressão é mais alta. O ponto de intersecção entre a linha de ação da força resultante e a superfície é o **centro de pressão**. O local vertical da linha de ação é determinado igualando o momento da força resultante e o momento da força de pressão distribuída com relação ao eixo x . Isso resulta em:

$$y_P F_R = \int_A y P dA = \int_A y (P_0 + \rho g y \sin \theta) dA = P_0 \int_A y dA + \rho g \sin \theta \int_A y^2 dA$$

ou

$$y_P F_R = P_0 y_C A + \rho g \sin \theta I_{xx, O} \quad (3-20)$$

onde y_P é a distância do centro de pressão ao eixo x (ponto O na Figura 3-27) e

$I_{xx, O} = \int_A y^2 dA$ é o *segundo momento de área* (também chamado de *momento de*

inércia de área) com relação ao eixo x . Os segundos momentos de área estão amplamente disponíveis para formas comuns nos livros de engenharia, mas em geral eles são dados com relação aos eixos que passam através do centróide da área. Felizmente, os segundos momentos de área com relação a eixos paralelos estão relacionados entre si pelo *teorema do eixo paralelo*, que neste caso é expresso como:

$$I_{xx, O} = I_{xx, C} + y_C^2 A \quad (3-21)$$

onde $I_{xx, C}$ é o segundo momento de área com relação ao eixo x que passa através do centróide da área e y_C (a coordenada y do centróide) é a distância entre os dois eixos paralelos. Substituindo a relação F_R da Equação 3-19 e a relação $I_{xx, O}$ da Equação 3-21 na Equação 3-20 e isolando y_P temos:

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx, C}}{[y_C + P_0/(\rho g \sin \theta)]A} \quad (3-22a)$$

Para $P_0 = 0$, que em geral é o caso quando a pressão atmosférica é ignorada, isso pode ser simplificado para:

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx, C}}{y_C A} \quad (3-22b)$$

Sabendo y_P , a distância vertical do centro de pressão à superfície livre é determinada por $h_P = y_P \sin \theta$.

Os valores $I_{xx, C}$ para algumas áreas comuns são dados na Figura 3-28. Para essas e outras áreas que possuem simetria com relação ao eixo y , o centro da pressão está no eixo y diretamente abaixo do centróide. A localização do centro de pressão em tais casos é simplesmente o ponto sobre a superfície do plano de simetria vertical a uma distância h_P da superfície livre.

A pressão age normal à superfície, e as forças hidrostáticas que agem sobre uma placa plana de qualquer forma compõem um volume cuja base é a área da placa e cuja altura é a pressão que varia linearmente, como mostra a Figura 3-29. Esse **prisma de pressão** virtual tem uma interpretação física interessante: seu volume é igual à intensidade da força hidrostática resultante que age sobre a placa uma vez que $V = \int P dA$, e a linha de ação dessa força passa através do *centróide* desse prisma homogêneo. A projeção do centróide sobre a placa é o *centro de pressão*. Assim, com o conceito do prisma da pressão, o problema de descrever a força hidrostática resultante em uma superfície plana fica reduzido a encontrar o volume e as duas coordenadas do centróide desse prisma de pressão.

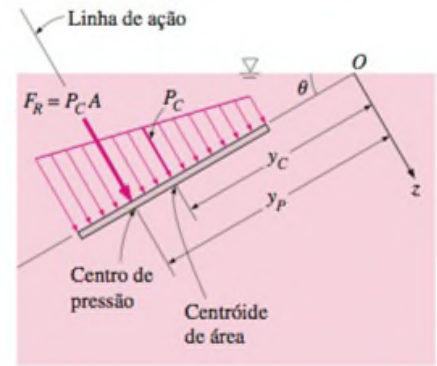


FIGURA 3-27

A força resultante que age sobre uma superfície plana é igual ao produto entre a pressão no centróide da superfície e a área da superfície, e sua linha de ação passa através do centro da pressão.

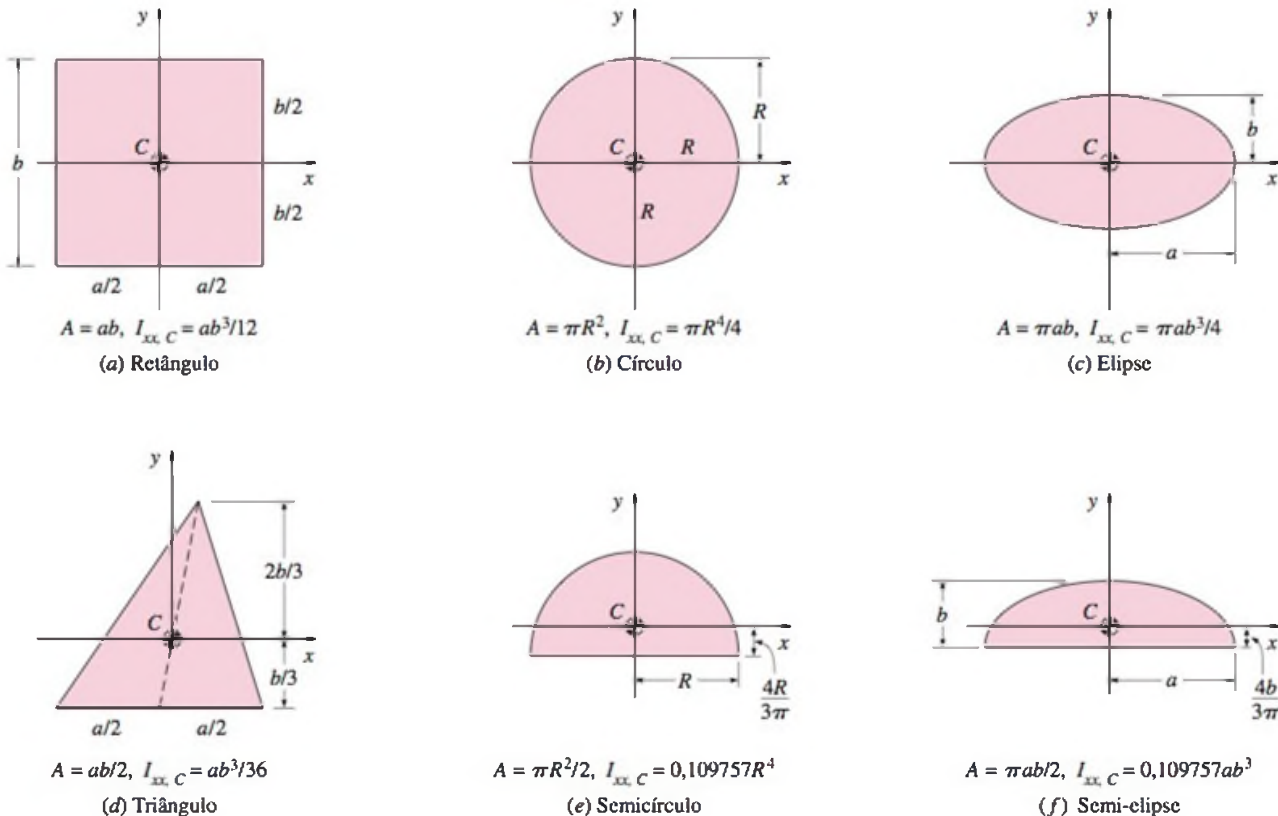
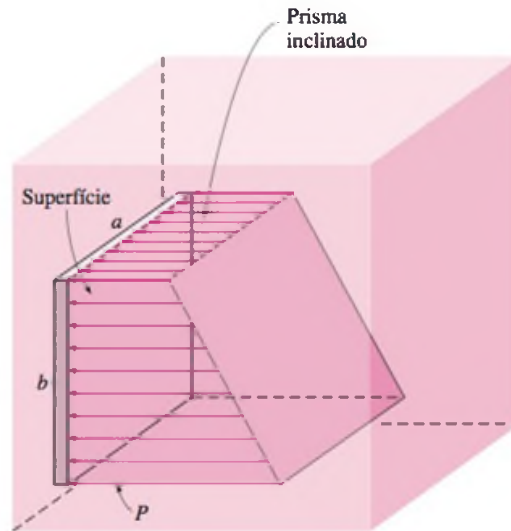


FIGURA 3-28

O centróide e os momentos centróides de inércia de algumas formas geométricas comuns.

FIGURA 3-29

As forças hidrostáticas que agem sobre uma superfície plana formam um volume cuja base (a face esquerda) é a superfície e cuja altura é a pressão.



Caso Especial: Placa Retangular Submersa

Considere uma placa plana retangular completamente submersa com altura b e largura a inclinada de um ângulo θ com relação à horizontal e cuja aresta superior é horizontal e está a uma distância s da superfície livre ao longo do plano da placa, como mostra a Figura 3-30a. A força hidrostática resultante na superfície superior é igual à pressão média, que é a pressão no ponto médio da superfície vezes a área de superfície A . Ou seja:

$$\text{Placa retangular inclinada: } F_R = P_C A = [P_0 + \rho g(s + b/2) \sin \theta] ab \quad (3-23)$$

A força age a uma distância vertical de $h_p = y_p \sin \theta$ da superfície livre diretamente abaixo do centróide da placa onde, pela Equação 3-22a:

$$\begin{aligned} y_p &= s + \frac{b}{2} + \frac{ab^3/12}{[s + b/2 + P_0/(\rho g \sin \theta)]ab} \\ &= s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12[s + b/2 + P_0/(\rho g \sin \theta)]} \end{aligned} \quad (3-24)$$

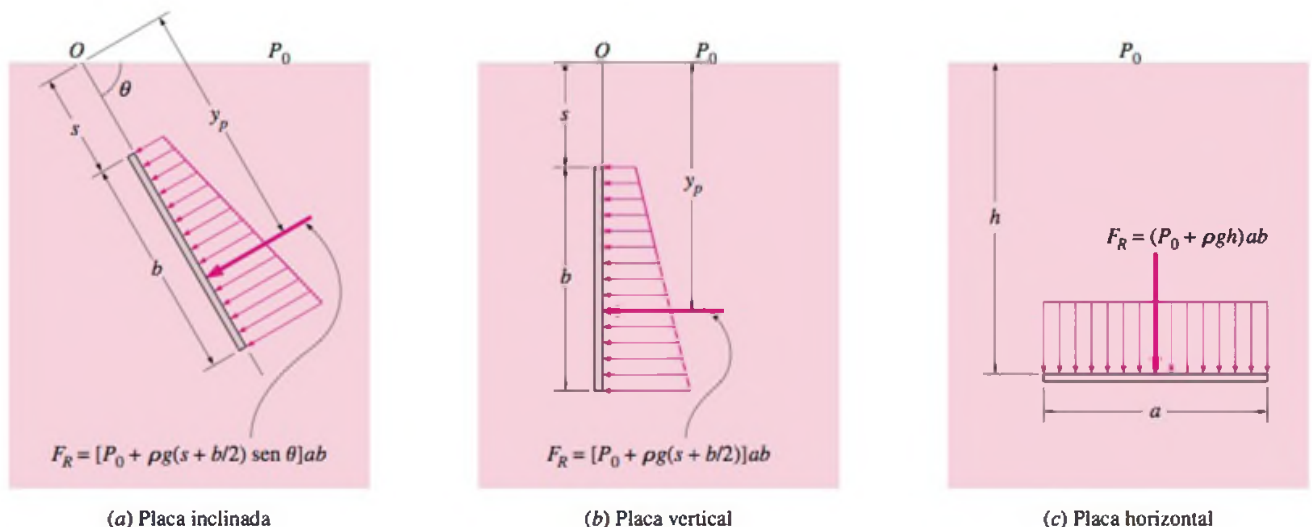


FIGURA 3-30

Força hidrostática que age sobre a superfície superior de uma placa retangular submersa nos casos inclinado, vertical e horizontal.

Quando o lado superior da placa está na superfície livre e, portanto, $s = 0$, a Equação 3-23 é reduzida a:

$$\text{Placa retangular inclinada } (s = 0): \quad F_R = [P_0 + \rho g(b \sin \theta)/2]ab \quad (3-25)$$

Para uma placa *vertical* completamente submersa ($\theta = 90^\circ$) cuja aresta superior é horizontal, a força hidrostática pode ser obtida fazendo $\sin \theta = 1$ (Figura 3-30b):

$$\text{Placa retangular vertical:} \quad F_R = [P_0 + \rho g(s + b/2)]ab \quad (3-26)$$

$$\text{Placa retangular vertical } (s = 0): \quad F_R = (P_0 + \rho gb/2)ab \quad (3-27)$$

Quando o efeito de P_0 é ignorado, uma vez que ele age em ambos os lados da placa, a força hidrostática em uma superfície retangular de altura b cuja aresta superior é horizontal e está na superfície livre é $F_R = \rho gab^2/2$ agindo a uma distância $2b/3$ da superfície livre diretamente abaixo do centróide da placa.

A distribuição da pressão em uma superfície *horizontal* é uniforme e sua intensidade é $P = P_0 + \rho gh$, onde h é a distância entre a superfície e a superfície livre. Assim, a força hidrostática que age sobre uma superfície retangular horizontal é:

$$\text{Placa retangular horizontal:} \quad F_R = (P_0 + \rho gh)ab \quad (3-28)$$

e age no ponto médio da placa (Figura 3-30c).

EXEMPLO 3-8 Força Hidrostática Agindo na Porta de um Carro Submerso

Um carro pesado sofre um acidente e mergulha em um lago e assenta no fundo do lago sobre as rodas (Figura 3-31). A porta tem 1,2 m de altura e 1 m de largura, e a parte superior da porta está 8 m abaixo da superfície livre da água. Determine a força hidrostática sobre a porta e o local do centro da pressão e discuta se o motorista consegue abrir a porta.

SOLUÇÃO Um carro está submerso na água. A força hidrostática sobre a porta deve ser determinada, e a probabilidade de que o motorista abra a porta deve ser avaliada.

Hipóteses 1 A superfície inferior do lago é horizontal. 2 A cabine de passageiros está bem vedada de modo que nenhuma água vaza para dentro. 3 A porta pode ser aproximada por uma placa retangular vertical. 4 A pressão na cabine de passageiros permanece com o valor atmosférico, uma vez que não há vazamento de água para dentro e, portanto, nenhuma compressão do ar interno. Assim, a pressão atmosférica se cancela nos cálculos, uma vez que ela age em ambos os lados da porta. 5 O peso do carro é maior do que a força de flutuação que age sobre ele.

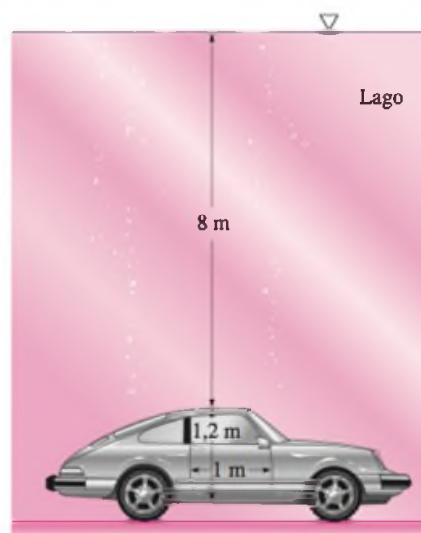


FIGURA 3-31
Esquema do Exemplo 3-8.

Propriedades Tomamos a densidade da água como 1.000 kg/m^3 em todo o lago.

Análise A pressão média sobre a porta é o valor da pressão no centróide (ponto médio) da porta e é determinada por:

$$\begin{aligned} P_{\text{méd}} &= P_C = \rho g h_C = \rho g(s + b/2) \\ &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)(8 + 1,2/2 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= \mathbf{84,4 \text{ kN/m}^2} \end{aligned}$$

Então, a força hidrostática resultante sobre a porta torna-se:

$$F_R = P_{\text{méd}} A = (84,4 \text{ kN/m}^2)(1 \text{ m} \times 1,2 \text{ m}) = \mathbf{101,3 \text{ kN}}$$

O centro da pressão está diretamente abaixo do ponto médio da porta e sua distância da superfície do lago é determinada pela Equação 3-24 fazendo $P_0 = 0$, por:

$$y_p = s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12(s + b/2)} = 8 + \frac{1,2}{2} + \frac{1,2^2}{12(8 + 1,2/2)} = \mathbf{8,61 \text{ m}}$$

Discussão Uma pessoa forte pode levantar 100 kg, cujo peso é 981 N ou cerca de 1 kN. Da mesma forma, a pessoa pode aplicar a força em um ponto mais distante das dobradiças (1 m além) para obter o efeito máximo e gerar um momento de 1 kN · m. A força hidrostática resultante age sob o ponto médio da porta e, portanto, a uma distância de 0,5 m das dobradiças. Isso gera um momento de 50,6 kN · m, que é cerca de 50 vezes o momento que o motorista poderia gerar. Assim, é impossível para o motorista abrir a porta do carro. A melhor opção para o motorista é deixar que alguma água entre (abrindo um pouco a janela, por exemplo) e manter sua cabeça próxima ao teto. O motorista deve ser capaz de abrir a porta logo depois que o carro se encher com água, uma vez que nesse ponto as pressões em ambos os lados da porta são quase iguais e abrir a porta dentro da água é quase tão fácil quanto abri-la no ar.

3-6 ■ FORÇAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFÍCIES CURVAS SUBMERSAS

Para uma superfície curva submersa, a determinação da força hidrostática resultante é mais complicada, uma vez que em geral ela exige a integração das forças de pressão que mudam de direção ao longo da superfície curva. O conceito do prisma de pressão neste caso não ajuda muito por conta das formas complicadas envolvidas.

A forma mais fácil de determinar a força hidrostática resultante F_R que age sobre uma superfície curva bidimensional é determinar os componentes horizontal e vertical F_H e F_V separadamente. Isso é feito considerando o diagrama de corpo livre do bloco líquido englobado pela superfície curva e pelas duas superfícies planas (uma horizontal e outra vertical) passando por duas extremidades da superfície curva, como mostrado na Figura 3-32. Observe que a superfície vertical do bloco líquido considerado é simplesmente a projeção da superfície curva em um *plano vertical*, e a superfície horizontal é a projeção da superfície curva em um *plano horizontal*. Assim, a força resultante que age sobre a superfície sólida curva é igual e oposta à força que age sobre a superfície líquida curva (pela terceira lei de Newton).

A força que age sobre a superfície do plano imaginário horizontal ou vertical e sua linha de ação pode ser determinada como foi discutido na Seção 3-5. O peso do bloco de líquido confinado de volume V é apenas $W = \rho g V$, e ele age para baixo através do centróide desse volume. Observando que o bloco de fluido está em equilíbrio estático, os balanços de força nas direções horizontal e vertical resultam em:

$$\text{Componente da força horizontal na superfície curva:} \quad F_H = F_x \quad (3-29)$$

$$\text{Comonente da força vertical na superfície curva:} \quad F_V = F_y + W \quad (3-30)$$

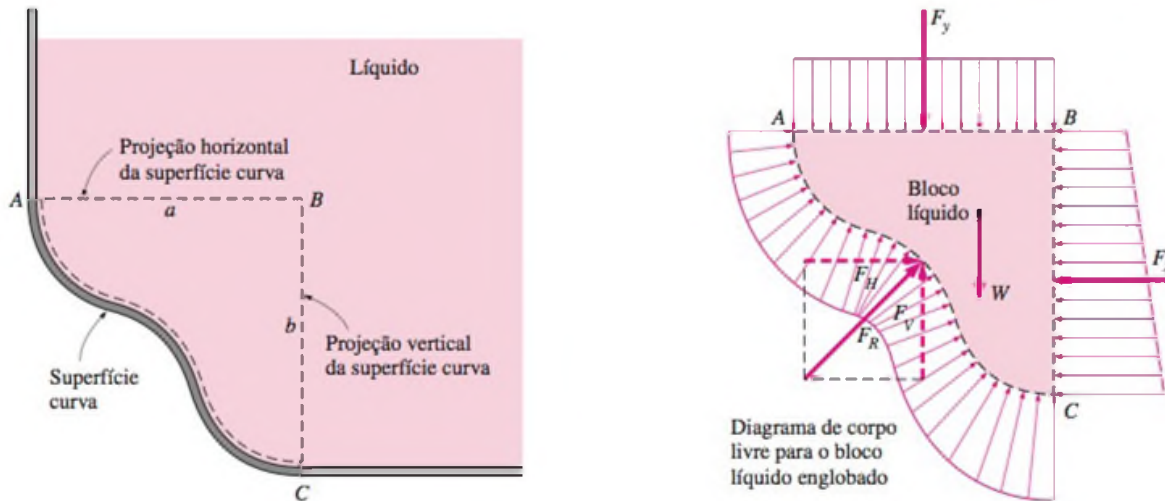


FIGURA 3-32

Determinação da força hidrostática que age sobre uma superfície curva submersa.

onde a soma de $F_y + W$ é uma adição vetorial (soma as intensidade se ambas agem na mesma direção e as subtrai se elas agem em direções opostas). Assim, concluímos que:

1. A componente horizontal da força hidrostática que age sobre uma superfície curva é igual (em intensidade e na linha de ação) à força hidrostática que age sobre a projeção vertical da superfície curva.
2. A componente vertical da força hidrostática que age sobre uma superfície curva é igual à força hidrostática que age sobre a projeção horizontal da superfície curva, mais (ou menos, se ela agir na direção oposta) o peso do bloco de fluido.

A intensidade da força hidrostática resultante que age sobre a superfície curva é $F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$, e a tangente do ângulo que ela forma com a horizontal é $\tan \alpha = F_V/F_H$. O local exato da linha de ação da força resultante (por exemplo, sua distância de uma das extremidades da superfície curva) pode ser determinado tomando um momento com relação a um ponto apropriado. Essas discussões são válidas para todas as superfícies curvas, independentemente de estarem acima ou abaixo do líquido. Observe que no caso de uma *superfície curva acima de um líquido*, o peso do líquido é *subtraído* do componente vertical da força hidrostática, uma vez que eles agem em direções opostas (Figura 3-33).

Quando a superfície curva é um *arco circular* (círculo completo ou qualquer parte dele), a força hidrostática resultante que age sobre a superfície sempre passa através do centro do círculo. Isso acontece porque as forças de pressão são normais à superfície, e todas as retas normais à superfície de um círculo passam através do centro do círculo. Assim, as forças de pressão formam um sistema de forças concorrentes no centro, as quais podem ser reduzidas a uma única força equivalente naquele ponto (Figura 3-34).

Finalmente, as forças que agem em um plano ou superfície curva submersos em um **fluido em várias camadas** com densidades diferentes podem ser determinadas considerando partes diferentes das superfícies em fluidos diferentes como superfícies diferentes, encontrando a força de cada parte e, em seguida, somando-as usando a adição vetorial. Para uma superfície plana, isso pode ser expresso como (Figura 3-35):

Superfície plana de um fluido em várias camadas: $F_R = \sum F_{R,i} = \sum P_{C,i} A_i \quad (3-31)$

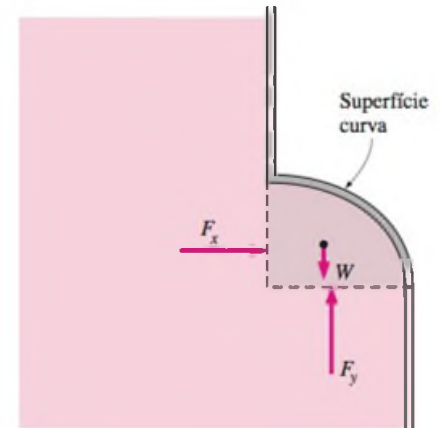


FIGURA 3-33

Quando uma superfície curva está acima do líquido, o peso do líquido e a componente vertical da força hidrostática agem em direções opostas.

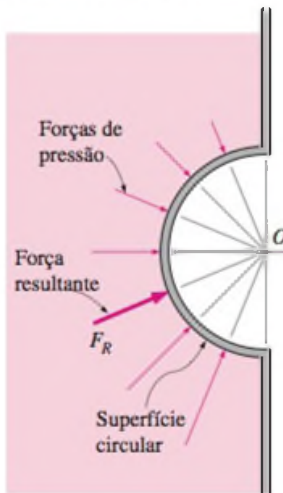


FIGURA 3-34

A força hidrostática que age sobre uma superfície circular sempre passa através do centro do círculo, uma vez que as forças de pressão são normais à superfície e passam através do centro.

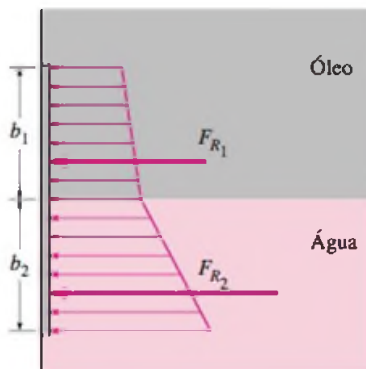


FIGURA 3-35

A força hidrostática em uma superfície submersa em um fluido em várias camadas pode ser determinada considerando-se as partes da superfície nos diferentes fluidos como superfícies diferentes.

onde $P_{C,i} = P_0 + \rho_i g h_{C,i}$ é a pressão no centróide da parte da superfície do fluido i e A_i é a área da placa naquele fluido. A linha de ação dessa força equivalente pode ser determinada usando o requisito de que o momento da força equivalente com relação a qualquer ponto é igual à soma dos momentos das forças individuais com relação ao mesmo ponto.

EXEMPLO 3-9 Uma Comporta Cilíndrica Controlada por Gravidade

Um cilindro longo e sólido de raio de 0,8 m com dobradiças no ponto A é usado como uma comporta automática, como mostra a Figura 3-36. Quando o nível da água atinge 5 m, a comporta se abre girando na dobradiça no ponto A. Determine (a) a força hidrostática que age sobre o cilindro e sua linha de ação quando a comporta se abre e (b) o peso do cilindro por unidade de comprimento do cilindro.

SOLUÇÃO A altura de um reservatório de água é controlada por uma comporta cilíndrica com dobradiças que a prendem ao reservatório. A força hidrostática sobre o cilindro e o peso do cilindro por unidade de comprimento devem ser determinados.

Hipóteses 1 O atrito na dobradiça é desprezível. 2 A pressão atmosférica age em ambos os lados da comporta e, portanto, cancela-se.

Propriedades Consideramos a densidade da água como 1.000 kg/m^3 em todo o reservatório.

Análise (a) Consideramos o diagrama de corpo livre do bloco líquido englobado pela superfície circular do cilindro e suas projeções vertical e horizontal. As forças hidrostáticas que agem sobre as superfícies planas vertical e horizontal, bem como o peso do bloco de líquido, devem ser determinadas por:

Força horizontal sobre a superfície vertical:

$$\begin{aligned} F_H = F_x &= P_{\text{méd}} A = \rho g h_C A = \rho g (s + R/2) A \\ &= (1.000 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)(4,2 + 0,8/2 \text{ m})(0,8 \text{ m} \times 1 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= 36,1 \text{ kN} \end{aligned}$$

Força vertical sobre a superfície horizontal (para cima):

$$\begin{aligned} F_y &= P_{\text{méd}} A = \rho g h_C A = \rho g h_{\text{fundo}} A \\ &= (1.000 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)(5 \text{ m})(0,8 \text{ m} \times 1 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= 39,2 \text{ kN} \end{aligned}$$

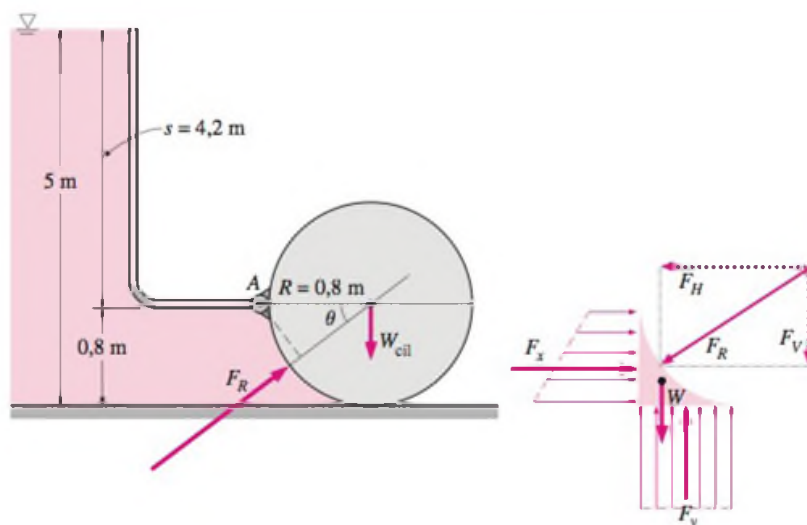


FIGURA 3-36

Esquema do Exemplo 3-9 e o diagrama do corpo livre do fluido abaixo do cilindro.

Peso do bloco de fluido por unidade de comprimento (para baixo):

$$\begin{aligned} W &= mg = \rho g V = \rho g (R^2 - \pi R^2/4)(1 \text{ m}) \\ &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)(0,8 \text{ m})^2(1 - \pi/4)(1 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= 1,3 \text{ kN} \end{aligned}$$

Assim, a força vertical resultante para cima é:

$$F_V = F_y - W = 39,2 - 1,3 = 37,9 \text{ kN}$$

Dessa forma, a intensidade e a direção da força hidrostática que age sobre a superfície cilíndrica torna-se:

$$\begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{36,1^2 + 37,9^2} = \mathbf{52,3 \text{ kN}} \\ \text{tg } \theta &= F_V/F_H = 37,9/36,1 = 1,05 \rightarrow \theta = 46,4^\circ \end{aligned}$$

Portanto, a intensidade da força hidrostática que age sobre o cilindro é de 52,3 kN por unidade de comprimento do cilindro, e sua linha de ação passa através do centro do cilindro fazendo um ângulo de 46,4° com a horizontal.

(b) Quando o nível da água atingir 5 m de altura, a comporta estará para se abrir e, portanto, a força de reação na parte inferior do cilindro é zero. Assim, as forças além da dobradiça agindo sobre o cilindro são seu peso, agindo no centro, e a força hidrostática exercida pela água. Tomando um momento com relação ao ponto A no local da dobradiça e igualando-o a zero temos:

$$F_R R \sin \theta - W_{\text{cil}} R = 0 \rightarrow W_{\text{cil}} = F_R \sin \theta = (52,3 \text{ kN}) \sin 46,4^\circ = \mathbf{37,9 \text{ kN}}$$

Discussão O peso do cilindro por unidade de comprimento é determinado como 37,9 kN. É possível mostrar que isso corresponde a uma massa de 3,863 kg por unidade de comprimento e a uma densidade de 1,921 kg/m³ para o material do cilindro.

3-7 ■ FLUTUAÇÃO E ESTABILIDADE

É comum a experiência de que um objeto parece mais leve, de peso menor, em um líquido do que no ar. Isso pode ser facilmente mostrado pesando na água um objeto de peso elevado com uma balança de mola à prova de água. Da mesma forma, os objetos feitos de madeira ou de outros materiais leves flutuam na água. Essas e outras observações sugerem que um fluido exerce uma força para cima sobre um corpo imerso nele. Essa força que tende a levantar o corpo é chamada de **força de flutuação** e é indicada por F_B .

A força de flutuação é causada pelo aumento da pressão em um fluido com a profundidade. Considere, por exemplo, uma placa plana com espessura h submersa em um líquido de densidade ρ_f paralela à superfície livre, como mostra a Figura 3-37. A área da superfície superior (e também da inferior) da placa é A , e sua distância da superfície livre é s . As pressões das superfícies superior e inferior da placa são $\rho_f g s$ e $\rho_f g(s + h)$, respectivamente. Assim, a força hidrostática $F_{\text{sup}} = \rho_f g s A$ age para baixo na superfície superior, e a força maior $F_{\text{inf}} = \rho_f g(s + h)A$ age para cima na superfície inferior da placa. A diferença entre essas duas forças é uma força resultante para cima, que é a **força de flutuação**:

$$F_B = F_{\text{inf}} - F_{\text{sup}} = \rho_f g(s + h)A - \rho_f g s A = \rho_f g h A = \rho_f g V \quad (3-32)$$

onde $V = hA$ é o volume da placa. Mas a relação $\rho_f g V$ é simplesmente o peso do líquido cujo volume é igual ao volume da placa. Assim, concluímos que a **força de flutuação que age sobre a placa é igual ao peso do líquido deslocado pela placa**. Observe que a força de flutuação não depende da distância entre o corpo e a superfície livre. Ela também não depende da densidade do corpo sólido.

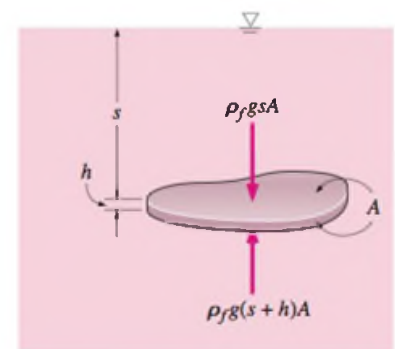
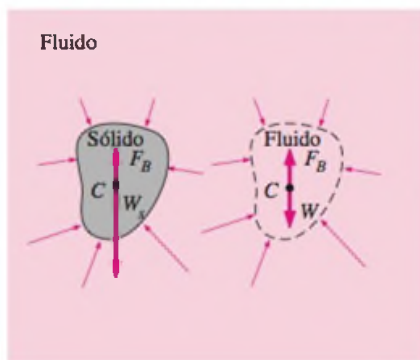


FIGURA 3-37

Uma placa plana com espessura uniforme h submersa em um líquido paralela à superfície livre.

**FIGURA 3-38**

As forças de flutuação que agem sobre um corpo sólido submerso em um fluido e em um corpo fluido de mesma forma a mesma profundidade são idênticas. A força de flutuação F_B age para cima no centróide C do volume deslocado e é igual em intensidade ao peso W do fluido deslocado, mas na direção oposta. Para um sólido com densidade uniforme, seu peso W_s também age no centróide, mas sua intensidade não é necessariamente igual àquela do fluido que ele desloca. (Aqui $W_s > W$ e, portanto, $W_s > F_B$; esse corpo sólido afundaria.)

A relação da Equação 3-32 foi deduzida para uma geometria simples, mas ela é válida para qualquer corpo independentemente da sua forma. Isso pode ser mostrado matematicamente por um balanço de forças, ou simplesmente por este argumento: considere um corpo sólido de forma arbitrária submerso em um fluido em repouso e compare-o a um corpo de fluido de mesma forma, indicado por linhas tracejadas a mesma distância da superfície livre (Figura 3-38). As forças de flutuação que agem sobre esses dois corpos são iguais, uma vez que as distribuições das pressões, que dependem apenas da profundidade, são iguais nas fronteiras de ambas. O corpo de fluido imaginário está em equilíbrio estático e, portanto, a força resultante e o momento resultante que agem sobre ele são nulos. Assim, a força de flutuação para cima deve ser igual ao peso do corpo de fluido imaginário cujo volume é igual ao volume do corpo sólido. Além disso, o peso e a força de flutuação devem ter a mesma linha de ação para ter um momento nulo. Isso é conhecido como **princípio de Arquimedes**, cujo nome é uma homenagem ao matemático grego Arquimedes (287–212 a.C.) e é expresso como:

A força de flutuação sobre um corpo imerso em um fluido é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo, e age para cima no centróide do volume deslocado.

Para corpos *flutuantes*, o peso de todo o corpo deve ser igual à força de flutuação, que é o peso do fluido cujo volume é igual ao volume da parte submersa do corpo flutuante. Ou seja:

$$F_B = W \rightarrow \rho_f g V_{\text{sub}} = \rho_{\text{méd. corpo}} g V_{\text{total}} \rightarrow \frac{V_{\text{sub}}}{V_{\text{total}}} = \frac{\rho_{\text{méd. corpo}}}{\rho_f} \quad (3-33)$$

Assim, a fração de volume submersa de um corpo flutuante é igual à razão entre a densidade média do corpo e a densidade do fluido. Observe que quando a razão de densidade é igual ou maior do que um, o corpo flutuante torna-se completamente submerso.

Essas discussões levam à conclusão de que um corpo imerso em um fluido (1) permanece em repouso em qualquer ponto do fluido quando sua densidade é igual à densidade do fluido, (2) vai até o fundo quando sua densidade é maior do que a densidade do fluido e (3) sobe à superfície do fluido e flutua quando a densidade do corpo é menor do que a densidade do fluido (Figura 3-39).

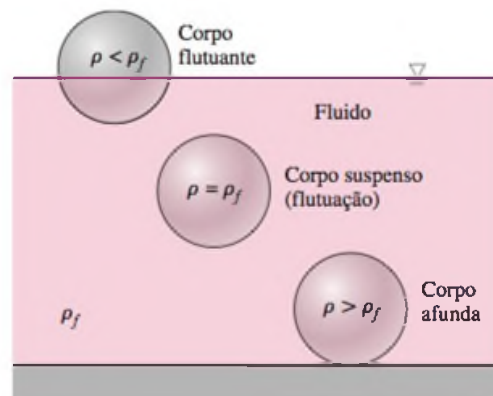
A força de flutuação é proporcional à densidade do fluido e, portanto, podemos pensar que a força de flutuação exercida pelos gases como o ar é desprezível. Esse certamente é o caso geral, mas existem exceções significativas. Por exemplo, o volume de uma pessoa é de cerca de $0,1 \text{ m}^3$, e tomando a densidade do ar como $1,2 \text{ kg/m}^3$, a força de flutuação exercida pelo ar sobre a pessoa é:

$$F_B = \rho_f g V = (1,2 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)(0,1 \text{ m}^3) \cong 1,2 \text{ N}$$

O peso de uma pessoa de 80 kg é $80 \times 9,81 = 788 \text{ N}$. Assim, ignorando a flutuação neste caso temos um erro no peso de apenas $0,15\%$, que é desprezível. Mas os efeitos da flutuação nos gases dominam alguns fenômenos naturais importantes,

FIGURA 3-39

Um corpo sólido solto em um fluido afundará, flutuará ou permanecerá em repouso em algum ponto do fluido, dependendo de sua densidade com relação à densidade do fluido.



como a elevação do ar quente em um ambiente mais frio e, portanto, o início das correntes de convecção naturais, a elevação dos balões de ar quente ou de hélio, e os movimentos do ar na atmosfera. Um balão de hélio, por exemplo, sobe como resultado do efeito da flutuação até atingir uma altitude na qual a densidade do ar (que diminui com a altitude) seja igual à densidade do hélio no balão — considerando que o balão não estoure e ignorando o peso do material do balão.

O princípio de Arquimedes também é usado na geologia moderna, considerando que os continentes flutuam em um mar de magma.

EXEMPLO 3-10 Medição da Gravidade Específica por um Hidrômetro

Se você tivesse um aquário de água do mar, provavelmente usaria um tubo de vidro cilíndrico pequeno com algum peso de chumbo no fundo para medir a salinidade da água, simplesmente observando a profundidade até a qual o tubo afunda. Tal dispositivo que flutua em uma posição vertical e é usado para medir a gravidade específica de um líquido é chamado de *hidrômetro* (Figura 3-40). A parte superior do hidrômetro se estende acima da superfície do líquido e as suas divisões permitem ler diretamente a gravidade específica. O hidrômetro é calibrado para que na água pura dê a leitura exata de 1,0 na interface entre o ar e a água. (a) Obtenha uma relação para a gravidade específica de um líquido como função da distância Δz da marca correspondente à água pura e (b) determine a massa do chumbo que deve ser despejado em um hidrômetro com 1 cm de diâmetro e 20 cm de comprimento para que ele flutue até a metade (marca de 10 cm) em água pura.

SOLUÇÃO A gravidade específica de um líquido deve ser medida por um hidrômetro. Uma relação entre a gravidade específica e a distância vertical do nível de referência deve ser obtida, e a quantidade de chumbo que precisa ser adicionada ao tubo de determinado hidrômetro deve ser determinada.

Hipóteses 1 O peso do tubo de vidro é desprezível com relação ao peso do chumbo adicionado. 2 A curvatura da parte inferior do tubo é desprezada.

Propriedades Tomamos a densidade da água como 1.000 kg/m^3 .

Análise (a) Observando que o hidrômetro está em equilíbrio estático, a força de flutuação F_B exercida pelo líquido sempre deve ser igual ao peso W do hidrômetro. Em água pura, considere que a distância vertical entre a parte inferior do hidrômetro e a superfície livre da água seja z_0 . Fazendo $F_B = W$ neste caso temos:

$$W_{\text{hidro}} = F_{B,w} = \rho_w g V_{\text{sub}} = \rho_w g A z_0 \quad (1)$$

onde A é a seção transversal do tubo e ρ_w é a densidade da água pura.

Em um fluido mais leve do que a água ($\rho_f < \rho_w$), o hidrômetro afundará mais e o nível do líquido estará a uma distância Δz acima de z_0 . Novamente fazendo $F_B = W$ temos:

$$W_{\text{hidro}} = F_{B,f} = \rho_f g V_{\text{sub}} = \rho_f g A (z_0 + \Delta z) \quad (2)$$

Essa relação também vale para os fluidos mais pesados do que a água tomando Δz abaixo de z_0 como uma quantidade negativa. Igualando as Equações (1) e (2) entre si, uma vez que o peso do hidrômetro é constante, e reorganizando temos:

$$\rho_w g A z_0 = \rho_f g A (z_0 + \Delta z) \rightarrow GE_f = \frac{\rho_f}{\rho_w} = \frac{z_0}{z_0 + \Delta z}$$

que é a relação entre a gravidade específica do fluido e Δz . Observe que z_0 é constante para um hidrômetro dado e Δz é negativo para fluidos mais pesados do que a água pura.

(b) Desprezando o peso do tubo de vidro, a quantidade de chumbo que precisa ser adicionada ao tubo é determinada pelo requisito de que o peso do chumbo seja igual à força de flutuação. Quando o hidrômetro está flutuando com metade submersa na água, a força de flutuação que age sobre ele é:

$$F_B = \rho_w g V_{\text{sub}}$$

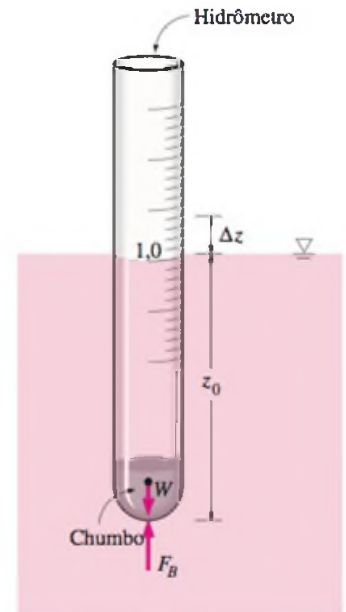


FIGURA 3-40
Esquema do Exemplo 3-10.

Igualando F_B ao peso do chumbo temos:

$$W = mg = \rho_w g V_{\text{sub}}$$

Igualando m e substituindo, a massa do chumbo é determinada por:

$$m = \rho_w V_{\text{sub}} = \rho_w (\pi R^2 h_{\text{sub}}) = (1.000 \text{ kg/m}^3) [\pi (0,005 \text{ m})^2 (0,1 \text{ m})] = \mathbf{0,00785 \text{ kg}}$$

Discussão Observe que se o hidrômetro precisasse afundar apenas 5 cm na água, a massa necessária de chumbo seria metade dessa quantidade. Da mesma forma, a hipótese de que o peso do tubo de vidro é desprezível precisa ser verificada, uma vez que a massa do chumbo é de apenas 7,85 g.

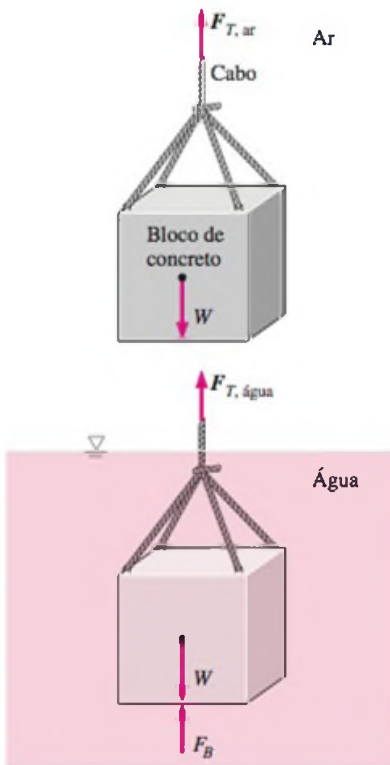


FIGURA 3-41
Esquema do Exemplo 3-11.

EXEMPLO 3-11 Perda de Peso de um Objeto na Água do Mar

Um guincho é usado para abaixar pesos no mar (densidade = 1.025 kg/m^3) para um projeto de construção submarina (Figura 3-41). Determine a tensão no cabo do guincho devida a um bloco de concreto retangular de $0,4 \text{ m} \times 0,4 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ (densidade = 2.300 kg/m^3) quando ele é (a) suspenso no ar e (b) completamente imerso na água.

SOLUÇÃO Um bloco de concreto é abaixado no mar. A tensão do cabo deve ser determinada antes e depois do bloco estar na água.

Hipóteses 1 A flutuação do ar é desprezível. 2 O peso dos cabos é desprezível.

Propriedades As densidades são dadas como 1.025 kg/m^3 para a água do mar e 2.300 kg/m^3 para o concreto.

Análise (a) Considere o diagrama de corpo livre do bloco de concreto. As forças que agem sobre o bloco de concreto no ar são seu peso e a ação de tração para cima (tensão) exercida pelo cabo. Essas duas forças devem se equilibrar e, portanto, a tensão no cabo deve se igualar ao peso do bloco:

$$V = (0,4 \text{ m})(0,4 \text{ m})(3 \text{ m}) = 0,48 \text{ m}^3$$

$$\begin{aligned} F_{T, \text{ar}} = W &= \rho_{\text{concreto}} g V \\ &= (2300 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)(0,48 \text{ m}^3) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = \mathbf{10,8 \text{ kN}} \end{aligned}$$

(b) Quando o bloco é imerso na água, existe a força adicional da flutuação agindo para cima. O balanço de forças neste caso resulta em:

$$F_B = \rho_f g V = (1.025 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)(0,48 \text{ m}^3) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = \mathbf{4,8 \text{ kN}}$$

$$F_{T, \text{água}} = W - F_B = 10,8 - 4,8 = \mathbf{6,0 \text{ kN}}$$

Discussão Observe que o peso do bloco de concreto e, portanto, a tensão no cabo diminui em $(10,8 - 6,0)/10,8 = 55\%$ na água.

Estabilidade de Corpos Imersos e Flutuantes

Uma aplicação importante do conceito de flutuação é a avaliação da estabilidade dos corpos imersos e flutuantes sem nenhum acessório externo. Esse tópico é de grande importância para o projeto de navios e submarinos (Figura 3-42). Aqui fornecemos algumas discussões qualitativas gerais sobre a estabilidade vertical e rotacional.

Utilizamos a analogia da “bola no chão” para explicar os conceitos fundamentais da estabilidade e instabilidade. A Figura 3-43 mostra três bolas em repouso sobre o piso. O caso (a) é **estável**, já que qualquer pequena turbulência (alguém

movimenta a bola para a direita ou esquerda) gera uma força de restauração (devido à gravidade) que a retorna à posição inicial. O caso (b) é **neutramente estável** porque se alguém movimentar a bola para a direita ou esquerda, ela permanecerá em sua nova localização. Ela não tem a tendência de voltar à posição original, nem de continuar, se movimentando para o outro lado. O caso (c) é uma situação na qual a bola pode estar em repouso, mas qualquer perturbação, mesmo uma infinitesimal, faz com que a bola role para baixo — ela não retorna à posição original, mas sim *diverge* dela. Essa situação é **instável**. E quanto ao caso no qual a bola está em um piso *inclinado*? Não é apropriado discutir aqui a estabilidade desse caso, uma vez que a bola não está em estado de equilíbrio. Em outras palavras, ela não pode estar em repouso e rolaria abaixo mesmo sem nenhuma perturbação.

Para um corpo imerso ou flutuante em equilíbrio estático, o peso e a força de flutuação que agem sobre o corpo se equilibram, e tais corpos são inerentemente estáveis na *direção vertical*. Se um corpo neutralmente flutuante e imerso for elevado ou abaixado até uma profundidade diferente, o corpo permanecerá em equilíbrio naquele local. Se um corpo flutuante for elevado ou abaixado de alguma forma por uma força vertical, o corpo retornará à sua posição original assim que o efeito externo for removido. Assim, um corpo flutuante possui estabilidade vertical, enquanto um corpo neutralmente flutuante e imerso é neutralmente estável, uma vez que ele não retorna à posição original após um movimento.

A *estabilidade rotacional* de um corpo imerso depende dos locais relativos do *centro de gravidade* G do corpo e do *centro de flutuação* B , que é o centróide do volume deslocado. Um corpo imerso é *estável* se o corpo tiver o fundo pesado e, portanto, se o ponto G estiver diretamente abaixo do ponto B (Figura 3-44). Uma perturbação rotacional do corpo em tais casos produz um *momento de restauração* para retornar o corpo à posição estável original. Assim, um projeto estável de um submarino pede que os motores e as cabines da tripulação estejam localizados na metade inferior para transferir ao máximo o peso para o fundo. Os balões de ar quente ou hélio (que podem ser vistos como imersos no ar) também são estáveis, uma vez que a gaiola que carrega a carga está na parte inferior. Um corpo imerso cujo centro de gravidade G está diretamente acima do ponto B é *instável* e qualquer perturbação fará com que esse corpo vire de cabeça para baixo. Um corpo no qual G e B coincidem é *neutralmente estável*. Este é o caso dos corpos cuja densidade é sempre constante. Para tais corpos, não há tendência de virar ou se endireitar.

E o caso no qual o centro da gravidade não está verticalmente alinhado com o centro de flutuação (Figura 3-45)? Na verdade, não é apropriado discutir aqui a estabilidade desse caso, uma vez que o corpo não está em estado de equilíbrio. Em outras palavras, ele não pode estar em repouso e rolaria na direção de seu estado estável mesmo sem nenhuma perturbação. O momento de restauração no caso mostrado na Figura 3-45 tem direção anti-horária e faz com que o corpo rode no sentido anti-horário para alinhar ao ponto G verticalmente com o ponto B . Observe que pode haver alguma oscilação, mas no final o corpo assenta em seu estado de equilíbrio estável [caso (a) da Figura 3-44]. A estabilidade do corpo da Figura 3-45 é análoga àquela da bola em um piso inclinado. Você pode prever o que aconteceria se o peso do corpo da Figura 3-45 estivesse no lado oposto do corpo?

Os critérios da estabilidade rotacional são semelhantes para os *corpos flutuantes*. Novamente, se o corpo flutuante tiver o fundo pesado e, portanto, o centro de gravidade G estiver diretamente abaixo do centro de flutuação B , o corpo sempre



FIGURA 3-42

Para corpos flutuantes como navios, a estabilidade é uma consideração importante para a segurança.

© Corbis/vol. 96.

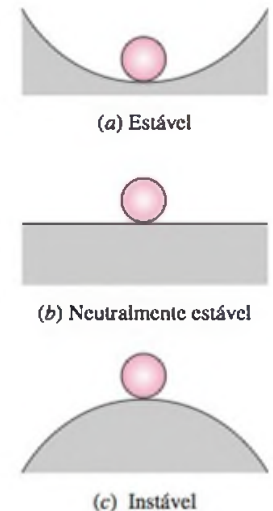


FIGURA 3-43

A estabilidade é facilmente entendida pela análise de uma bola no chão.

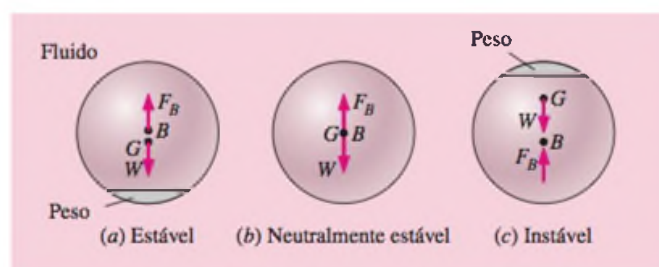


FIGURA 3-44

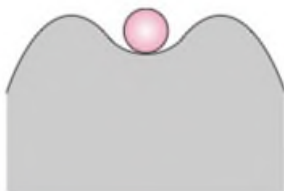
Um corpo flutuante neutralmente imerso é (a) estável se o centro de gravidade G estiver diretamente abaixo do centro de flutuação B do corpo, (b) neutralmente estável se G e B coincidirem e (c) instável se G estiver diretamente acima de B .

**FIGURA 3-45**

Quando o centro de gravidade G de um corpo neutramente flutuante imerso não está verticalmente alinhado com o centro de flutuação B do corpo, ele não está em estado de equilíbrio e gira até seu estado estável, mesmo sem nenhuma perturbação.

FIGURA 3-46

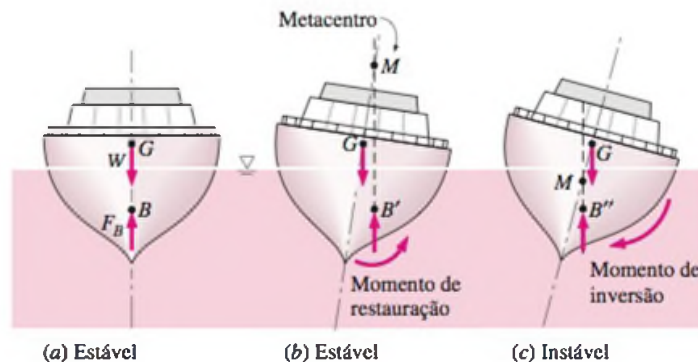
Um corpo flutuante é *estável* se o corpo tiver o fundo pesado e, portanto, o centro de gravidade G estiver abaixo do centróide B do corpo, ou se o metacentro M estiver acima do ponto G . Entretanto, o corpo é *instável* se o ponto M estiver abaixo do ponto G .

**FIGURA 3-47**

Uma bola em uma vala entre duas colinas é estável para pequenas perturbações, mas instável para grandes perturbações.

será estável. Mas, ao contrário dos corpos submersos, um corpo flutuante ainda pode ser estável quando G está diretamente acima de B (Figura 3-46). Isso acontece porque o centróide do volume deslocado muda para o lado até um ponto B' durante uma perturbação rotacional, enquanto o centro de gravidade G do corpo permanece inalterado. Se o ponto B' estiver suficientemente longe, essas duas forças criam um momento de restauração e retornam o corpo à posição original. Uma medida da estabilidade dos corpos flutuantes é a **altura metacêntrica** GM , que é a distância entre o centro de gravidade G e o metacentro M — o ponto de intersecção entre as linhas de ação da força de flutuação através do corpo antes e após a rotação. O metacentro pode ser considerado um ponto fixo para a maioria das formas de casco de navio para ângulos de rolagem pequenos de até cerca de 20° . Um corpo flutuante é estável se o ponto M estiver acima do ponto G e, portanto, GM for positivo e instável se o ponto M estiver abaixo do ponto G e, portanto, GM for negativo. Nesse último caso, o peso e a força de flutuação que agem no corpo inclinado geram um momento de inversão em vez de um momento de restauração, fazendo com que o corpo vire. O comprimento da altura metacêntrica GM acima de G é uma medida da estabilidade: quanto maior ele for, mais estável será o corpo flutuante.

Como já foi discutido, um barco pode inclinar até um ângulo máximo sem emborcar, mas além desse ângulo ele vira (e afunda). Fazemos uma analogia final entre a estabilidade dos objetos flutuantes e a estabilidade de uma bola rolando pelo chão. Imagine a bola em uma vala entre duas colinas (Figura 3-47). A bola retorna à sua posição de equilíbrio estável depois de perturbada — até um limite. Se a amplitude da perturbação for muito grande, a bola rola para o lado oposto da colina e não retorna à sua posição de equilíbrio. Essa situação é descrita como estável até algum nível-limite da perturbação, mas além dele é instável.



3-8 • FLUIDOS EM MOVIMENTO DE CORPO RÍGIDO

Na Seção 3-1 mostramos que a pressão em determinado ponto tem a mesma intensidade em todas as direções e, portanto, ela é uma função *escalar*. Nesta seção obtemos as relações da variação da pressão dos fluidos que se movem como um corpo sólido com ou sem aceleração na ausência de tensões de cisalhamento (ou seja, nenhum movimento relativo entre as camadas do fluido).

Muitos fluidos como o leite e a gasolina são transportados em caminhões-tanque. Em um caminhão-tanque em aceleração, o fluido corre até a parte traseira e ocorre alguma turbulência inicial. Mas em seguida uma nova superfície livre (em geral não horizontal) é formada, cada partícula do fluido assume a mesma aceleração e todo o fluido se move como um corpo rígido. Nenhuma tensão de cisalhamento se desenvolve dentro do corpo do fluido, uma vez que não há deformação e, portanto, nenhuma mudança de forma. O movimento de corpo rígido de um fluido também ocorre quando o fluido está contido em um tanque que gira sobre um eixo.

Considere um elemento fluido retangular diferencial com comprimentos laterais dx , dy e dz nas direções x , y e z , respectivamente, com o eixo z para cima na direção vertical (Figura 3-48). Observando que o elemento fluido diferencial se

comporta como um *corpo rígido*, a *segunda lei do movimento de Newton* para esse elemento pode ser expressa como:

$$\delta \vec{F} = \delta m \cdot \vec{a} \quad (3-34)$$

onde $\delta m = \rho dV = \rho dx dy dz$ é a massa do elemento fluido, \vec{a} é a aceleração e $\delta \vec{F}$ é a força resultante que age sobre o elemento.

As forças que agem sobre o elemento fluido consistem em *forças de volume*, como a gravidade, que agem em todo o corpo do elemento e são proporcionais ao volume do corpo (e também as forças elétrica e magnética, que não serão consideradas neste livro), e as *forças de superfície*, como as forças de pressão que agem sobre a superfície do elemento e são proporcionais à área da superfície (as tensões de cisalhamento também são forças de superfície, mas não se aplicam neste caso, uma vez que as posições relativas dos elementos fluidos permanecem inalteradas). As forças de superfície aparecem quando o elemento fluido é isolado de sua vizinhança para análise, e o efeito do corpo destacado é substituído por uma força naquele local. Observe que a pressão representa a força compressiva aplicada ao elemento fluido pelo fluido vizinho e sempre é direcionada para a superfície.

Considerando a pressão no centro do elemento como P , as pressões nas superfícies superior e inferior do elemento podem ser expressas como $P + (\partial P / \partial z) dz/2$ e $P - (\partial P / \partial z) dz/2$, respectivamente. Observando que a força de pressão que age sobre uma superfície é igual à pressão média multiplicada pela área da superfície, a força de superfície resultante que age sobre o elemento na direção z é a diferença entre as forças de pressão que agem sobre as faces inferior e superior:

$$\delta F_{s,z} = \left(P - \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy = -\frac{\partial P}{\partial z} dx dy dz \quad (3-35)$$

Da mesma forma, as forças de superfície líquidas nas direções x e y são:

$$\delta F_{s,x} = -\frac{\partial P}{\partial x} dx dy dz \quad \text{e} \quad \delta F_{s,y} = -\frac{\partial P}{\partial y} dx dy dz \quad (3-36)$$

Assim, a força de superfície (que simplesmente é a força de pressão) que age sobre todo o elemento pode ser expressa na forma vetorial como:

$$\begin{aligned} \delta \vec{F}_s &= \delta F_{s,x} \vec{i} + \delta F_{s,y} \vec{j} + \delta F_{s,z} \vec{k} \\ &= -\left(\frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} \right) dx dy dz = -\vec{\nabla} P dx dy dz \end{aligned} \quad (3-37)$$

onde \vec{i} , \vec{j} , e \vec{k} são os vetores unitários nas direções x , y e z , respectivamente, e:

$$\vec{\nabla} P = \frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} \quad (3-38)$$

é o *gradiente de pressão*. Observe que $\vec{\nabla}$ ou “grad” é um operador vetorial usado para expressar os gradientes de uma função escalar de forma compacta na forma vetorial. Além disso, o *gradiente* de uma função escalar é expresso em determinada *direção* e, portanto, é uma quantidade *vetorial*.

A única força de volume que age sobre o elemento fluido é o peso do elemento, que age na direção z negativa, e é expressa como $\delta F_{B,z} = -g \delta m = -\rho g dx dy dz$ ou na forma vetorial como:

$$\delta \vec{F}_{B,z} = -g \delta m \vec{k} = -\rho g dx dy dz \vec{k} \quad (3-39)$$

Assim, a força total que age sobre o elemento torna-se:

$$\delta \vec{F} = \delta \vec{F}_s + \delta \vec{F}_B = -(\vec{\nabla} P + \rho g \vec{k}) dx dy dz \quad (3-40)$$

Substituindo na segunda lei do movimento de Newton $\delta \vec{F} = \delta m \cdot \vec{a} = \rho dx dy dz \cdot \vec{a}$ e cancelando $dx dy dz$, a **equação geral do movimento** para um fluido que se comporta como um corpo rígido (sem tensões de cisalhamento) é dada por:

$$\text{Movimento de corpo rígido dos fluidos:} \quad \vec{\nabla} P + \rho g \vec{k} = -\rho \vec{a} \quad (3-41)$$

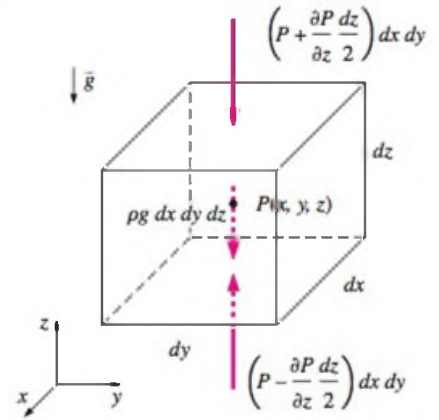


FIGURA 3-48

As forças de superfície e de volume agindo sobre um elemento fluido diferencial na direção vertical.

Decompondo os vetores em seus componentes, essa relação pode ser expressa de forma mais explícita como:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} + \rho g \vec{k} = -\rho(a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \quad (3-42)$$

ou, na forma escalar nas três direções ortogonais, como:

$$\text{Fluidos em aceleração: } \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a_x, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = -\rho a_y, \quad \text{e} \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho(g + a_z) \quad (3-43)$$

onde a_x , a_y e a_z são acelerações nas direções x , y e z , respectivamente.

Caso Especial 1: Fluidos em Repouso

Para fluidos em repouso ou movimentando-se em uma trajetória reta a velocidade constante, todas as componentes da aceleração são zero e as relações das Equações 3-43 se reduzem a:

$$\text{Fluidos em repouso: } \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{dP}{dz} = -\rho g \quad (3-44)$$

que confirma que, nos fluidos em repouso, a pressão permanece constante em qualquer direção horizontal (P não depende de x e y) e só varia na direção vertical como resultado da gravidade [e, portanto, $P = P(z)$]. Essas relações se aplicam tanto aos fluidos compressíveis quanto aos incompressíveis.

Caso Especial 2: Queda Livre de um Corpo Fluido

Um corpo em queda livre é acelerado pela influência da gravidade. Quando a resistência do ar é desprezível, a aceleração do corpo é igual à aceleração gravitacional e a aceleração em qualquer direção horizontal é nula. Assim, $a_x = a_y = 0$ e $a_z = -g$. Portanto, as equações do movimento para os fluidos em aceleração (Equações 3-43) se reduzem a:

$$\text{Fluidos em queda livre: } \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad \rightarrow \quad P = \text{constante} \quad (3-45)$$

Assim, em um sistema de referência que se move com o fluido, ele se comporta como se estivesse em um ambiente com gravidade zero. Da mesma forma, a pressão manométrica de uma gota de líquido em queda livre é zero em toda a gota. (Na verdade, a pressão manométrica está ligeiramente acima de zero devido à tensão superficial, que mantém a gota intacta.)

Quando a direção do movimento é invertida e o fluido é forçado a acelerar verticalmente com $a_z = +g$ colocando o contêiner do fluido em um elevador ou veículo espacial impulsionado para cima por um motor de foguete, o gradiente de pressão na direção z é $\partial P/\partial z = -2\rho g$. Assim, a diferença de pressão através de uma camada de fluido agora dobra com relação ao caso do fluido fixo (Figura 3-49).

Aceleração em uma Trajetória Reta

Considere um contêiner parcialmente preenchido com um líquido. O contêiner está se movendo em uma trajetória reta com aceleração constante. Tomamos a projeção da trajetória do movimento no plano horizontal como o eixo x e a projeção no plano vertical como o eixo z , como mostra a Figura 3-50. As componentes x e z da aceleração são a_x e a_z . Não há movimento na direção y e, portanto, a aceleração naquela direção é zero, $a_y = 0$. Assim, as equações do movimento para fluidos em aceleração (Equações 3-43) se reduzem a:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a_x, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0, \quad \text{e} \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho(g + a_z) \quad (3-46)$$

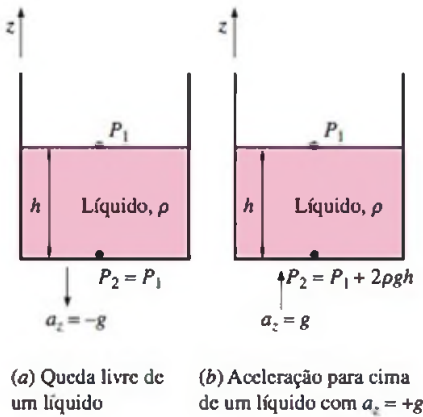


FIGURA 3-49

O efeito da aceleração sobre a pressão de um líquido durante a queda livre e a aceleração para cima.

Portanto, a pressão não depende de y e a diferencial total de $P = P(x, z)$, que é $(\partial P/\partial x) dx + (\partial P/\partial z) dz$, torna-se:

$$dP = -\rho a_x dx - \rho(g + a_z) dz \quad (3-47)$$

Para $\rho = \text{constante}$, a diferença de pressão entre dois pontos 1 e 2 do fluido é determinada pela integração como:

$$P_2 - P_1 = -\rho a_x (x_2 - x_1) - \rho(g + a_z)(z_2 - z_1) \quad (3-48)$$

Tomando o ponto 1 como a origem ($x = 0, z = 0$), onde a pressão é P_0 , e o ponto 2 como qualquer ponto do fluido (sem subscrito), a distribuição da pressão pode ser expressa como:

Variação da pressão: $P = P_0 - \rho a_x x - \rho(g + a_z)z \quad (3-49)$

A elevação (ou queda) vertical da superfície livre no ponto 2 com relação ao ponto 1 pode ser determinada pela escolha de 1 e 2 sobre a superfície livre (de modo que $P_1 = P_2$) e resolvendo a Equação 3-48 (Figura 3-51):

Elevação vertical da superfície: $\Delta z_s = z_{s2} - z_{s1} = -\frac{a_x}{g + a_z} (x_2 - x_1) \quad (3-50)$

onde z_s é a coordenada z da superfície livre do líquido. A equação para superfícies com pressão constante, chamadas de **isóbaras**, é obtida da Equação 3-47 definindo $dP = 0$ e substituindo z por $z_{\text{isóbara}}$, que é a coordenada z (a distância vertical) da superfície como função de x . Isso resulta em:

Superfícies com pressão constante: $\frac{dz_{\text{isóbara}}}{dx} = -\frac{a_x}{g + a_z} = \text{constante} \quad (3-51)$

Assim, concluímos que as regiões isóbaras (incluindo a superfície livre) de um fluido incompressível com aceleração constante em um movimento linear são superfícies paralelas cuja inclinação no plano xz é:

Inclinação das isóbaras: $\text{Inclinação} = \frac{dz_{\text{isóbara}}}{dx} = -\frac{a_x}{g + a_z} = -\tan \theta \quad (3-52)$

Obviamente, a superfície livre de tal fluido é uma superfície plana, e é inclinada a menos que $a_x = 0$ (a aceleração é exercida apenas na direção vertical). Da mesma forma, a conservação da massa juntamente com a hipótese da incompressibilidade ($\rho = \text{constante}$) exige que o volume do fluido permaneça constante antes e durante a aceleração. Portanto, a elevação do nível de fluido em um lado deve ser contrabalançada por uma queda do nível de fluido do outro lado.

EXEMPLO 3-12 Transbordamento de um Tanque de Água durante a Aceleração

Um aquário com 80 cm de altura com seção transversal de $2 \text{ m} \times 0,6 \text{ m}$ que inicialmente está parcialmente cheio com água deve ser transportado na carroceria de um caminhão (Figura 3-52). O caminhão acelera de 0 a 90 km/h em 10 s. Para que a água não derrame durante a aceleração, determine o peso inicial que a água do tanque pode ter. Você recomendaria que o tanque fosse alinhado com o lado maior ou menor paralelamente à direção do movimento?

SOLUÇÃO Um aquário deve ser transportado em um caminhão. A altura de água permitida para evitar derramamento durante a aceleração e a orientação adequada deve ser determinada.

Hipóteses 1 A estrada é horizontal durante a aceleração para que esta não tenha nenhum componente vertical ($a_z = 0$). 2 Os efeitos de turbulência, frenagem, obstáculos na pista e subida de ladeiras são supostos como secundários e não são considerados. 3 A aceleração permanece constante.

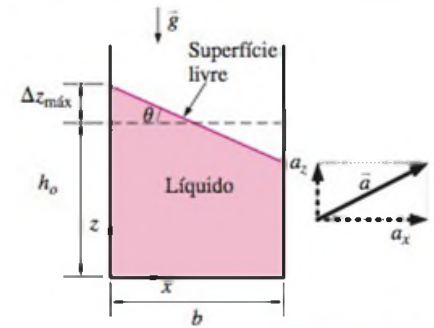


FIGURA 3-50

Movimento de corpo rígido de um líquido em um tanque com aceleração constante.

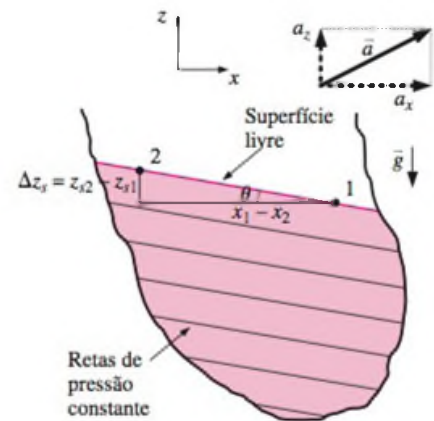


FIGURA 3-51

As retas de pressão constante (que são as projeções das superfícies de pressão constante sobre o plano xz) de um líquido em aceleração linear e a elevação vertical.

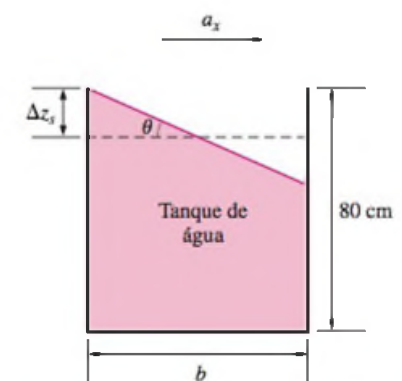


FIGURA 3-52

Esquema do Exemplo 3-12.

Análise Tomamos o eixo x como a direção do movimento, o eixo z como a direção vertical ascendente e a origem como o canto esquerdo inferior do tanque. Observando que o caminhão acelera de 0 a 90 km/h em 10 s, a aceleração do caminhão é:

$$a_r = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{(90 - 0) \text{ km/h}}{10 \text{ s}} \left(\frac{1 \text{ m/s}}{3,6 \text{ km/h}} \right) = 2,5 \text{ m/s}^2$$

A tangente do ângulo que a superfície livre faz com a horizontal é:

$$\text{tg } \theta = \frac{a_x}{g + a_z} = \frac{2,5}{9,81 + 0} = 0,255 \quad (\text{e, portanto, } \theta = 14,3^\circ)$$

A elevação máxima vertical da superfície livre ocorre na parte de trás do tanque e o plano médio vertical não experimenta elevação ou queda durante a aceleração, uma vez que ele é um plano de simetria. Assim, a elevação vertical na parte de trás do tanque com relação ao plano médio para as duas orientações possíveis torna-se:

Caso 1: o lado longo é paralelo à direção do movimento:

$$\Delta z_{s1} = (b_1/2) \text{tg } \theta = [(2 \text{ m})/2] \times 0,255 = 0,255 \text{ m} = \mathbf{25,5 \text{ cm}}$$

Caso 2: o lado curto é paralelo à direção do movimento:

$$\Delta z_{s2} = (b_2/2) \text{tg } \theta = [(0,6 \text{ m})/2] \times 0,255 = 0,076 \text{ m} = \mathbf{7,6 \text{ cm}}$$

Assim, considerando que tombar não seja um problema, sem dúvida o tanque deve ser orientado para que seu lado menor fique paralelo à direção do movimento. Nesse caso, esvaziar o tanque para que o nível de sua superfície livre caia apenas 7,6 cm será adequado para evitar derramamento durante a aceleração.

Discussão Observe que a orientação do tanque é importante para controlar a elevação vertical. Além disso, a análise é válida para qualquer fluido com densidade constante, não apenas a água, uma vez que para a solução não usamos informações sobre as características da água.

Rotação em um Contêiner Cilíndrico

Sabemos por experiência que, quando um copo cheio de água é rotado com relação a seu eixo, o fluido é forçado para fora como resultado da chamada força centrífuga e a superfície livre do líquido torna-se côncava. Isso é conhecido como *movimento de vórtice forçado*.

Considere um contêiner cilíndrico vertical parcialmente preenchido com um líquido. O contêiner gira com relação a seu eixo a uma velocidade angular constante ω , como mostra a Figura 3-53. Após transientes iniciais, o líquido se moverá como um corpo rígido juntamente com o contêiner. Não há deformação e, portanto, não pode haver tensão de cisalhamento e toda partícula fluida do contêiner se moverá com a mesma velocidade angular.

Esse problema pode ser melhor analisado em coordenadas cilíndricas (r, θ, z), com z tomado ao longo da linha central do contêiner direcionada do fundo inferior para a superfície livre, uma vez que a forma do contêiner é cilíndrica, e as partículas de fluido têm um movimento circular. A aceleração centrípeta de uma partícula de fluido girando a velocidade angular constante ω a uma distância r do eixo de rotação é $r\omega^2$ e é direcionada radialmente para o eixo de rotação (direção r negativa). Ou seja, $a_r = -r\omega^2$. Existe simetria com relação ao eixo z , que é o eixo de rotação e, portanto, não há dependência em θ . Assim, $P = P(r, z)$ e $a_\theta = 0$. Da mesma forma, $a_z = 0$ uma vez que não há movimento na direção z .

Então, as equações do movimento para fluidos em rotação (Equações 3-43) se reduzem a:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho r \omega^2, \quad \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (3-53)$$

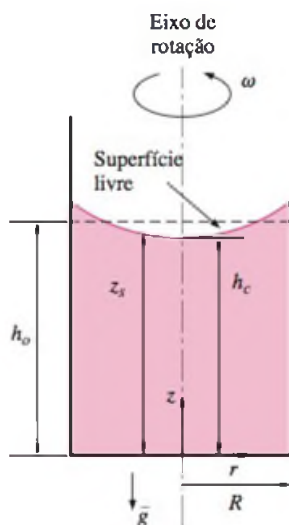


FIGURA 3-53

Movimento de corpo rígido de um líquido em um contêiner cilíndrico vertical em rotação.

Dessa forma, a diferencial total de $P = P(r, z)$, que é $dP = (\partial P/\partial r)dr + (\partial P/\partial z)dz$, torna-se:

$$dP = \rho \omega^2 r dr - \rho g dz \quad (3-54)$$

A equação para superfícies a pressão constante é obtida pela definição de $dP = 0$ e substituição de z por z_{isobara} , que é o valor z (a distância vertical) da superfície como função de r . Isso resulta em:

$$\frac{dz_{\text{isobara}}}{dr} = \frac{r\omega^2}{g} \quad (3-55)$$

Integrando, a equação para as superfícies de pressão constante é determinada como:

Superfícies com pressão constante: $z_{\text{isobara}} = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + C_1 \quad (3-56)$

que é a equação de uma *parábola*. Assim, concluímos que as superfícies de pressão constante, incluindo a superfície livre, são *parabolóides da revolução* (Figura 3-54).

O valor da constante de integração C_1 é diferente para parabolóides diferentes de pressão constante (ou seja, para regiões isobáricas diferentes). Para a superfície livre, fazendo $r = 0$ na Equação 3-56, temos $z_{\text{isobara}}(0) = C_1 = h_c$, onde h_c é a distância entre a superfície livre e o fundo do contêiner ao longo do eixo de rotação (Figura 3-53). Assim, a equação da superfície livre torna-se:

$$z_s = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + h_c \quad (3-57)$$

onde z_s é a distância entre a superfície livre e o fundo do contêiner no raio r . A hipótese básica dessa análise é que há líquido suficiente no contêiner para que toda a superfície inferior permaneça coberta com o líquido.

O volume de um elemento de casca cilíndrico de raio r , altura z_s e espessura dr é $dV = 2\pi r z_s dr$. Assim, o volume do parabolóide formado pela superfície livre é:

$$V = \int_{r=0}^R 2\pi z_s r dr = 2\pi \int_{r=0}^R \left(\frac{\omega^2}{2g} r^2 + h_c \right) r dr = \pi R^2 \left(\frac{\omega^2 R^2}{4g} + h_c \right) \quad (3-58)$$

Como a massa é conservada e a densidade é constante, esse volume deve ser igual ao volume original do fluido do contêiner que é:

$$V = \pi R^2 h_0 \quad (3-59)$$

onde h_0 é a altura original do fluido no contêiner sem nenhuma rotação. Igualando esses dois volumes, a altura do fluido ao longo da linha central do contêiner cilíndrico torna-se:

$$h_c = h_0 - \frac{\omega^2 R^2}{4g} \quad (3-60)$$

Assim, a equação da superfície livre torna-se:

Superfície livre: $z_s = h_0 - \frac{\omega^2}{4g} (R^2 - 2r^2) \quad (3-61)$

A altura máxima vertical ocorre na borda quando $r = R$ e a *diferença de altura máxima* entre a borda e o centro da superfície livre é determinada pelo cálculo de z_s em $r = R$ e também em $r = 0$ e tomando sua diferença:

Diferença máxima de altura: $\Delta z_{s, \text{máx}} = z_s(R) - z_s(0) = \frac{\omega^2}{2g} R^2 \quad (3-62)$

Quando $\rho = \text{constante}$, a diferença de pressão entre dois pontos 1 e 2 do fluido é determinada pela integração de $dP = \rho \omega^2 r dr - \rho g dz$. Isso resulta em:

$$P_2 - P_1 = \frac{\rho \omega^2}{2} (r_2^2 - r_1^2) - \rho g (z_2 - z_1) \quad (3-63)$$

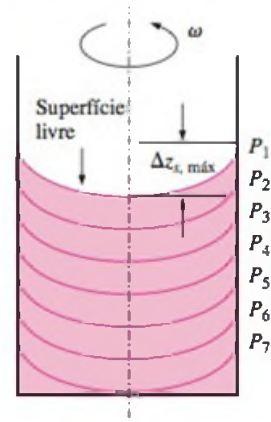


FIGURA 3-54
Superfícies de pressão constante em um líquido girando.

Tomando o ponto 1 como a origem ($r = 0, z = 0$), onde a pressão é P_0 e o ponto 2 como qualquer ponto do fluido (sem subscrito), a distribuição da pressão pode ser expressa como:

Varição da pressão:
$$P = P_0 + \frac{\rho\omega^2}{2} r^2 - \rho g z \quad (3-64)$$

Observe que em um raio fixo, a pressão varia hidrostáticamente na direção vertical, como em um fluido em repouso. Para uma distância vertical fixa z , a pressão varia com o quadrado da distância radial r , aumentando a partir da linha central na direção da borda exterior. Em qualquer plano horizontal, a diferença de pressão entre o centro e a borda do contêiner de raio R é $\Delta P = \rho\omega^2 R^2/2$.

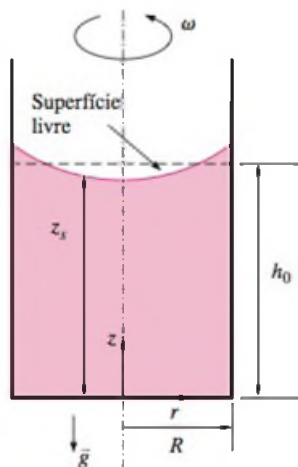


FIGURA 3-55
Esquema do Exemplo 3-13.

EXEMPLO 3-13 Elevação de um Líquido Durante a Rotação

Um contêiner cilíndrico vertical com 20 cm de diâmetro e 60 cm de altura, mostrado na Figura 3-55, está parcialmente cheio com líquido até a altura de 50 cm cuja densidade é 850 kg/m³. Agora o cilindro é girado com velocidade constante. Determine a velocidade de rotação na qual o líquido começará a vazar da borda do contêiner.

SOLUÇÃO Um contêiner cilíndrico vertical parcialmente preenchido com um líquido é posto a girar. A velocidade angular na qual o líquido começará a vazar deve ser determinada.

Hipóteses 1 O aumento da velocidade de rotação é muito lento de modo que o líquido do contêiner sempre se comporta como um corpo rígido. 2 A superfície inferior do contêiner permanece coberta com líquido durante a rotação (sem regiões secas).

Análise Tomando o centro do fundo do cilindro girando como a origem ($r = 0, z = 0$), a equação da superfície livre do líquido é dada por:

$$z_s = h_0 - \frac{\omega^2}{4g} (R^2 - 2r^2)$$

Assim, a altura vertical do líquido na borda do contêiner, onde $r = R$, torna-se:

$$z_s(R) = h_0 + \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

onde $h_0 = 0,5$ m é a altura original do líquido antes da rotação. Imediatamente antes do líquido começar a vazar, a altura do líquido na borda do contêiner é igual à altura do contêiner e, portanto, $z_s(R) = 0,6$ m. Isolando ω na última equação e substituindo, determinamos a velocidade máxima do contêiner como:

$$\omega = \sqrt{\frac{4g[z_s(R) - h_0]}{R^2}} = \sqrt{\frac{4(9,81 \text{ m/s}^2)[(0,6 - 0,5) \text{ m}]}{(0,1 \text{ m})^2}} = 19,8 \text{ rad/s}$$

Observando que uma revolução completa corresponde a 2π rad, a velocidade de rotação do contêiner também pode ser expressa em termos de revoluções por minuto (rpm) como:

$$\dot{n} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{19,8 \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad/rev}} \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right) = 189 \text{ rpm}$$

Assim, a velocidade de rotação desse contêiner deve se limitar a 189 rpm para evitar qualquer vazamento do líquido como resultado do efeito centrífugo.

Discussão Observe que a análise é válida para qualquer líquido, uma vez que o resultado não depende da densidade ou de qualquer outra propriedade do fluido. Também deveríamos verificar se nossa hipótese de nenhuma região seca é válida. A altura do líquido no centro é:

$$z_s(0) = h_0 - \frac{\omega^2 R^2}{4g} = 0,4 \text{ m}$$

Como $z_s(0)$ é positivo, nossa hipótese é validada.

RESUMO

A força normal exercida por um fluido por unidade de área é chamada de *pressão*, e sua unidade é o *pascal*, $1 \text{ Pa} \equiv 1 \text{ N/m}^2$. A pressão relativa ao vácuo absoluto é chamada de *pressão absoluta*, e a diferença entre a pressão absoluta e a pressão atmosférica local é chamada de *pressão manométrica*. As pressões abaixo da pressão atmosférica são chamadas de *pressões de vácuo*. As relações entre as pressões absoluta, relativa e de vácuo é:

$$\begin{aligned} P_{\text{man}} &= P_{\text{abs}} - P_{\text{atm}} \\ P_{\text{vac}} &= P_{\text{atm}} - P_{\text{abs}} \end{aligned}$$

A pressão em um ponto de um fluido tem a mesma intensidade em todas as direções. A variação da pressão com a elevação em um fluido em repouso é dada por:

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

onde a direção z é tomada para cima. Quando a densidade do fluido é constante, a diferença de pressão através de uma camada de fluido de espessura Δz é:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \Delta z$$

As pressões absoluta e manométrica de um líquido aberto para a atmosfera a uma profundidade h da superfície livre são:

$$P = P_{\text{atm}} + \rho g h \quad \text{e} \quad P_{\text{man}} = \rho g h$$

A pressão de um fluido em repouso é constante na direção horizontal. A *lei de Pascal* estabelece que a pressão aplicada a um fluido confinado aumenta a pressão em todos os pontos na mesma quantidade. A pressão atmosférica é medida por um *barômetro* e é dada por:

$$P_{\text{atm}} = \rho g h$$

onde h é a altura da coluna de líquido.

A *estática dos fluidos* trata dos problemas associados aos fluidos em repouso e é chamada de *hidrostática* quando o fluido é um líquido. A intensidade da força resultante que age sobre uma superfície plana de uma placa completamente submersa em um fluido homogêneo é igual ao produto da pressão P_C no centróide da superfície pela área A da superfície e é expressa por:

$$F_R = (P_0 + \rho g h_C) A = P_C A = P_{\text{méd}} A$$

onde $h_C = y_C \sin \theta$ é a *distância vertical* entre o centróide e a superfície livre do líquido. A pressão P_0 em geral é a pressão atmosférica, que pode ser ignorada na maioria dos casos, uma vez que ela age em ambos os lados da placa. O ponto de intersecção entre a linha de ação da força resultante e a superfície é o *centro de pressão*. A localização vertical da linha de ação da força resultante é dada por:

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx,C}}{[y_C + P_0/(\rho g \sin \theta)]A}$$

onde $I_{xx,C}$ é o segundo momento da área com relação ao eixo x que passa pelo centróide da área.

Um fluido exerce uma força para cima sobre um corpo imerso nele. Essa força é chamada de *força de flutuação* e é expressa por:

$$F_B = \rho_f g V$$

onde V é o volume do corpo. Isso é conhecido como *princípio de Arquimedes* e é expresso como: a força de flutuação sobre um corpo imerso em um fluido é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo, e age para cima no centróide do volume deslocado. Com densidade constante, a força de flutuação não depende da distância entre o corpo e a superfície livre. Para corpos *flutuantes*, a fração de volume submersa de um corpo é igual à relação entre a densidade média do corpo e a densidade do fluido.

A *equação geral do movimento* para um fluido que se comporta como um corpo rígido é:

$$\vec{\nabla} P + \rho g \vec{k} = -\rho \vec{a}$$

Quando a gravidade está alinhada na direção $-z$, ela é expressa na forma escalar como:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a_x, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = -\rho a_y \quad \text{e} \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho(g + a_z)$$

onde a_x , a_y e a_z são as acelerações nas direções x , y e z , respectivamente. Durante um *movimento linearmente acelerado* no plano xz , a distribuição da pressão é expressa por:

$$P = P_0 - \rho a_x x - \rho(g + a_z) z$$

As superfícies de pressão constante (incluindo a superfície livre) de um líquido com aceleração constante no movimento linear são superfícies paralelas cuja inclinação em um plano xz é:

$$\text{Inclinação} = \frac{dz_{\text{isóbara}}}{dx} = -\frac{a_x}{g + a_z} = -\tan \theta$$

Durante o movimento de corpo rígido de um líquido em um *cilindro girando*, as superfícies de pressão constante são *parabolóides de revolução*. A equação da superfície livre é:

$$z_s = h_0 - \frac{\omega^2}{4g} (R^2 - 2r^2)$$

onde z_s é a distância entre a superfície livre e o fundo do contêiner no raio r e h_0 é a altura original do fluido no contêiner sem nenhuma rotação. A variação de pressão no líquido é expressa como:

$$P = P_0 + \frac{\rho \omega^2}{2} r^2 - \rho g z$$

onde P_0 é a pressão na origem ($r = 0$, $z = 0$).

A pressão é uma propriedade fundamental e é difícil imaginar um problema de escoamento de fluido significativo que não envolva a pressão. Assim, você verá essa propriedade em todos os capítulos restantes deste livro. Entretanto, a consideração das forças hidrostáticas que agem sobre as superfícies planas e curvas é limitada principalmente a este capítulo.

REFERÊNCIAS E LEITURAS SUGERIDAS

1. F. P. Beer, E. R. Johnston, Jr., E. R. Eisenberg e G. H. Staab. *Vector Mechanics for Engineers, Statics*, 7. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 2004.
2. C. T. Crowe, J. A. Roberson e D. F. Elger. *Engineering Fluid Mechanics*, 7. ed. Nova Iorque: Wiley, 2001.
3. R. W. Fox e A. T. McDonald. *Introduction to Fluid Mechanics*, 5. ed. Nova Iorque: Wiley, 1999.
4. D. C. Giancoli. *Physics*, 3. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1991.
5. M. C. Potter e D. C. Wiggert. *Mechanics of Fluids*, 2. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997.
6. F. M. White. *Fluid Mechanics*, 5. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 2003.

PROBLEMAS*

Pressão, Manômetro e Barômetro

3-1C Qual é a diferença entre pressão manométrica e pressão absoluta?

3-2C Explique por que algumas pessoas têm sangramento do nariz e outras sentem falta de ar em grandes altitudes.

3-3C Alguém diz que a pressão absoluta de um líquido de densidade constante dobra quando a profundidade dobra. Você concorda? Explique.

3-4C Um pequeno cubo de aço está suspenso na água por uma corda. Se os comprimentos das laterais do cubo forem muito pequenos, como você compararia as intensidades das pressões na parte superior, inferior e nas superfícies laterais do cubo?

3-5C Enuncie a lei de Pascal e dê um exemplo do mundo real para ela.

3-6C Considere dois ventiladores idênticos, um no nível do mar e o outro no alto de uma montanha, trabalhando a velocidades idênticas. Como você compararia (a) as vazões volumétricas e (b) as vazões mássicas desses dois ventiladores?

3-7 A leitura de um medidor de vácuo conectado a uma câmara é de 24 kPa em um local onde a pressão atmosférica é de 92 kPa. Determine a pressão absoluta na câmara.

3-8 A água de um tanque é pressurizada a ar, e a pressão é medida por um manômetro de vários fluidos, como mostra a Figura P3-8. Determine a pressão manométrica do ar no tanque

se $h_1 = 0,2$ m, $h_2 = 0,3$ m e $h_3 = 0,46$ m. Tome as densidades da água, do óleo e do mercúrio como 1.000 kg/m^3 , 850 kg/m^3 e 13.600 kg/m^3 , respectivamente.

3-9 Determine a pressão atmosférica em um local onde a leitura barométrica é de 750 mmHg. Tome a densidade do mercúrio como 13.600 kg/m^3 .

3-10 A leitura da pressão manométrica de um líquido a uma profundidade de 3 m é 28 kPa. Determine a pressão manométrica do mesmo líquido a uma profundidade de 12 m.

3-11 A leitura da pressão absoluta da água a uma profundidade de 5 m é 145 kPa. Determine (a) a pressão atmosférica local e (b) a pressão absoluta a uma profundidade de 5 m em um líquido cuja gravidade específica é de 0,85 no mesmo local.

3-12 Considere uma mulher que pese 70 kg e que tenha uma área total de pegadas de 400 cm^2 . Ela deseja caminhar sobre a neve, mas a neve não suporta pressões acima de 0,5 kPa. Determine o tamanho mínimo dos sapatos para neve necessários (área da pegada por sapato) para que ela possa caminhar sobre a neve sem afundar.

3-13 A leitura de um medidor a vácuo conectado a um tanque é de 30 kPa em um local onde a leitura barométrica é de 755 mmHg. Determine a pressão absoluta no tanque. Tome $\rho_{\text{Hg}} = 13.590 \text{ kg/m}^3$.

Resposta: 70,6 kPa

3-14 A leitura de um medidor de pressão conectado a um tanque é de 500 kPa em um local onde a pressão atmosférica é de 94 kPa. Determine a pressão absoluta no tanque.

3-15 A leitura do barômetro de um alpinista indica 930 mbars no início de uma expedição de alpinismo e 780 mbars no final. Desprezando o efeito da altitude sobre a aceleração da gravidade, determine a distância vertical atingida. Considere a densidade média do ar de $1,20 \text{ kg/m}^3$.

Resposta: 1.274 m

3-16 O barômetro básico pode ser usado para medir a altura de um prédio. Se as leituras barométricas nas partes superior e inferior de um prédio são de 730 mmHg e 755 mmHg, respectivamente, determine a altura do prédio. Considere a densidade média do ar de $1,18 \text{ kg/m}^3$.

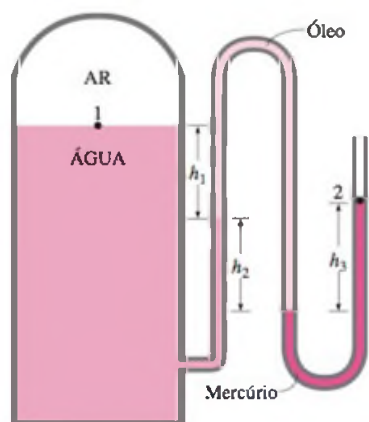


FIGURA P3-8

* Problemas identificados com a letra "C" são questões conceituais e encorajamos os estudantes a responder a todos eles. Problemas com o ícone são abrangentes e devem ser resolvidos com um computador, usando preferencialmente o programa EES.

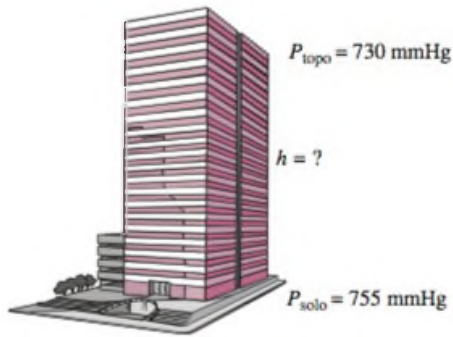


FIGURA P3-16

3-17 Resolva o Problema 3-16 usando o EES (ou outro aplicativo). Imprima toda a solução, incluindo os resultados numéricos com as unidades adequadas e tome a densidade do mercúrio como 13.600 kg/m^3 .

3-18 Determine a pressão exercida sobre um mergulhador a 30 m abaixo da superfície livre do mar. Considere uma pressão barométrica de 101 kPa e uma gravidade específica de 1,03 para a água do mar.

Resposta: 404,0 kPa

3-19 Um gás está contido em um dispositivo vertical pistão-cilindro e sem atrito. O pistão tem massa de 4 kg e uma seção transversal de 35 cm^2 . Uma mola comprimida acima do pistão exerce uma força de 60 N sobre ele. Se a pressão atmosférica for de 95 kPa, determine a pressão dentro do cilindro.

Resposta: 123,4 kPa

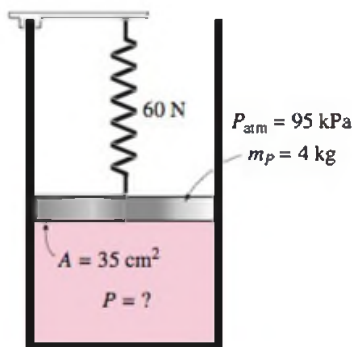


FIGURA P3-19

3-20 Reconsidere o Problema 3-19. Usando o EES (ou outro aplicativo), investigue o efeito da força da mola no intervalo entre 0 e 500 N sobre a pressão dentro do cilindro. Mostre um gráfico da pressão em função da força da mola e discuta os resultados.

3-21 Um medidor manométrico e um manômetro são anexados a um tanque de gás para medir sua pressão. Se a leitura do medidor manométrico de pressão for 80 kPa, determine a distância entre os dois níveis de fluido do manômetro se o fluido for (a) mercúrio ($\rho = 13.600 \text{ kg/m}^3$) ou (b) água ($\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$).

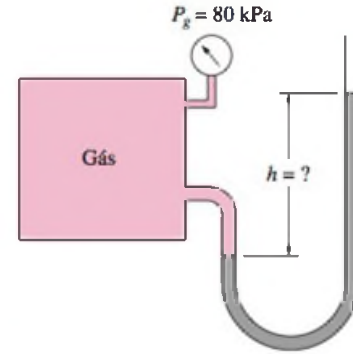


FIGURA P3-21

3-22 Reconsidere o Problema 3-21. Usando o EES (ou outro aplicativo) investigue o efeito da massa específica do fluido do manômetro no intervalo entre 800 e 13.000 kg/m^3 sobre a diferença de altura do fluido do manômetro. Mostre um gráfico da diferença de altura do fluido em função da densidade e discuta os resultados.

3-23 Um manômetro contendo óleo ($\rho = 850 \text{ kg/m}^3$) é anexado a um tanque cheio com ar. Se a diferença do nível de óleo entre as duas colunas for de 45 cm e a pressão atmosférica for de 98 kPa, determine a pressão absoluta do ar no tanque.

Resposta: 101,75 kPa

3-24 Um manômetro a mercúrio ($\rho = 13.600 \text{ kg/m}^3$) está conectado a um duto de ar para medir a pressão interna. A diferença nos níveis do manômetro é de 15 mm e a pressão atmosférica é de 100 kPa. (a) Julgando pela Figura P3-24, determine se a pressão no duto está acima ou abaixo da pressão atmosférica. (b) Determine a pressão absoluta no duto.

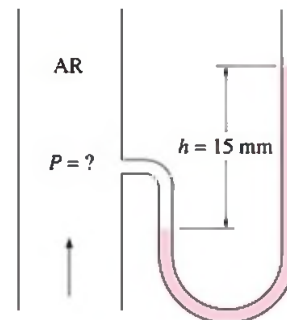


FIGURA P3-24

3-25 Repita o Problema 3-24 para uma diferença de altura de mercúrio de 30 mm.

3-26 A pressão sanguínea em geral é medida colocando-se um invólucro cheio de ar e fechado equipado com um medidor manométrico de pressão ao redor da parte superior do braço de uma pessoa no nível do coração. Usando um manômetro de mercúrio e um estetoscópio, a pressão sistólica (a pressão máxima quando o coração está bombeando sangue) e a pressão diastólica (a pressão mínima quando o coração está em repouso) são medidas em mmHg. As pressões sistólica e diastólica de uma pessoa saudável são de cerca de 120 mmHg e 80 mmHg, respectivamente, e indicadas como 120/80. Expresse essas duas pressões manométricas em kPa, psi e metros de coluna de água.

3-27 A pressão sanguínea máxima na parte superior do braço de uma pessoa saudável é de cerca de 120 mmHg. Se um tubo vertical aberto para a atmosfera estiver conectado à veia do braço da pessoa, determine até onde o sangue subirá no tubo. Considere a densidade do sangue como 1.050 kg/m^3 .

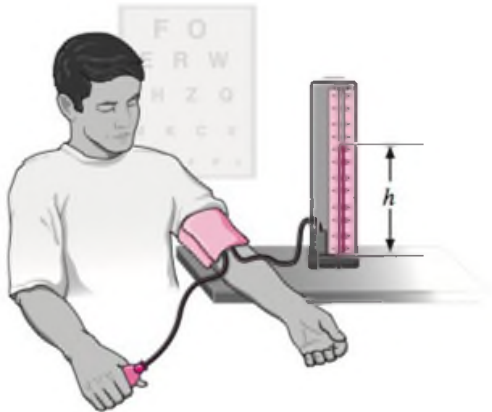


FIGURA P3-27

3-28 Considere um homem de 1,80 m de altura em pé na água e completamente submerso em uma piscina. Determine a diferença entre as pressões que agem sobre a cabeça e os dedos desse homem em kPa.

3-29 Considere um tubo em U cujos braços estão abertos para a atmosfera. Água é despejada no tubo em U de um braço, e óleo leve ($\rho = 790 \text{ kg/m}^3$) do outro. Um braço contém 70 cm de altura de água, enquanto o outro braço contém ambos os fluidos com a razão da altura do óleo para água de 6. Determine a altura de cada fluido naquele braço.

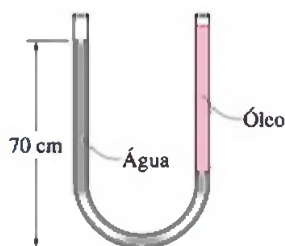


FIGURA P3-29

3-30 O macaco hidráulico de uma oficina de automóveis tem um diâmetro de saída de 30 cm e deve elevar carros com até 2.000 kg. Determine a pressão manométrica do fluido que deve ser mantida no reservatório.

3-31 Água doce e água do mar escoam em tubulações horizontais paralelas que estão conectadas entre si por um manômetro de tubo em U, como mostra a Figura P3-31. Determine a diferença de pressão entre as duas tubulações. Tome a densidade da água do mar no local como $\rho = 1.035 \text{ kg/m}^3$. A coluna de ar pode ser ignorada na análise?

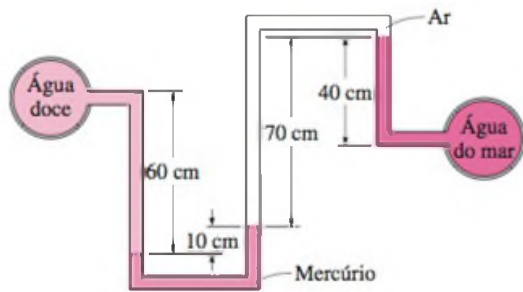


FIGURA P3-31

3-32 Repita o Problema 3-31 substituindo o ar por óleo cuja gravidade específica é de 0,72.

3-33 A pressão manométrica do ar no tanque mostrado na Figura P3-33 é medida como 65 kPa. Determine a altura diferencial h da coluna de mercúrio.

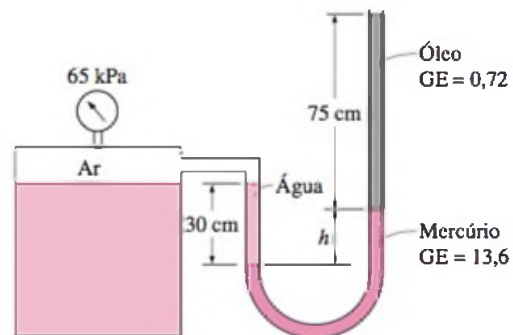


FIGURA P3-33

3-34 Repita o Problema 3-33 para uma pressão manométrica de 45 kPa.

3-35 A parte superior de um tanque de água está dividida em dois compartimentos, como mostra a Figura P3-35. Agora um fluido com uma densidade desconhecida é despejado de um lado e o nível da água sobe até determinada quantidade no outro lado para compensar esse efeito. Com base nas alturas finais do fluido mostradas na figura, determine a densidade do fluido adicionado. Suponha que o líquido não se misture com a água.

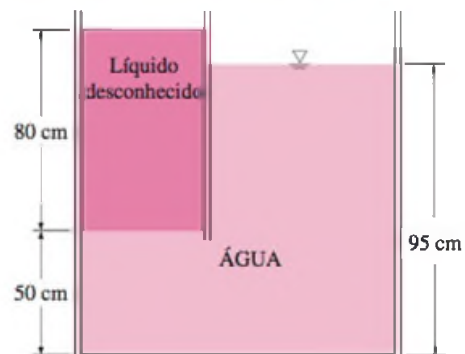


FIGURA P3-35

3-36 A carga de 500 kg do macaco hidráulico mostrado na Figura P3-36 deve ser elevada despejando-se óleo ($\rho = 780 \text{ kg/m}^3$) dentro de um tubo fino. Determine quão alto h deve ser para começar a levantar o peso.

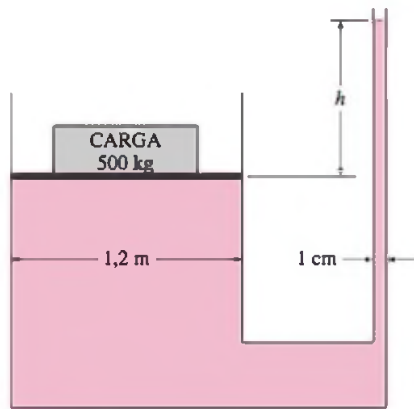


FIGURA P3-36

3-37 A pressão frequentemente é dada em termos de uma coluna e é expressa como “carga de pressão”. Expresse a pressão atmosférica padrão em termos de colunas de (a) mercúrio ($GE = 13,6$), (b) água ($GE = 1,0$) e (c) glicerina ($GE = 1,26$). Explique por que em geral usamos o mercúrio nos manômetros.

3-38 Um experimento simples há muito tempo é usado para demonstrar como a pressão negativa evita que a água seja derramada para fora de um copo invertido. Um copo completamente cheio com água e coberto com um papel fino é invertido, como mostra a Figura P3-38. Determine a pressão na parte inferior do vidro e explique por que a água não cai.



FIGURA P3-38

3-39 Duas câmaras com o mesmo fluido na base estão separadas por um pistão com peso de 25 N, como mostra a Figura P3-39. Calcule as pressões manométricas das câmaras A e B.

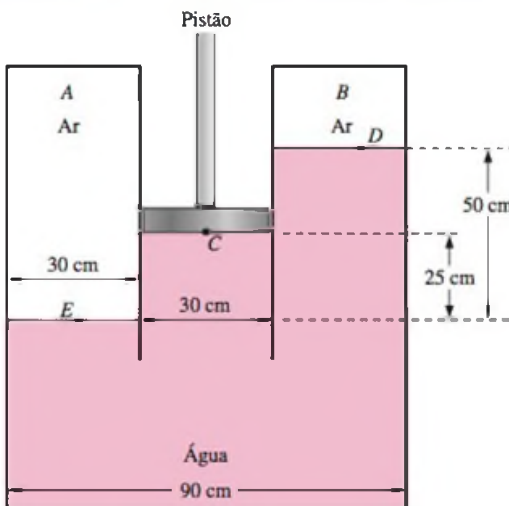


FIGURA P3-39

3-40 Considere um manômetro de fluido duplo preso a um tubo de ar mostrado na Figura P3-40. Se a gravidade específica de um fluido for 13,55, determine a gravidade específica do outro fluido para a pressão absoluta indicada do ar. Tome a pressão atmosférica como 100 kPa.

Resposta: 5,0

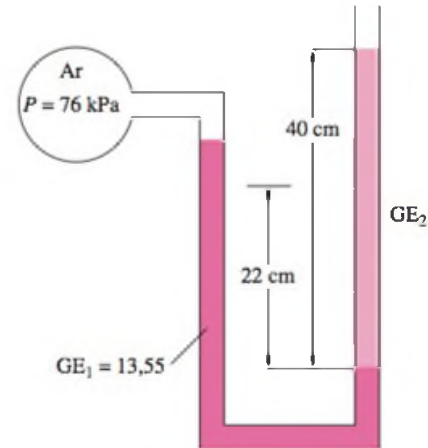


FIGURA P3-40

3-41 A diferença de pressão entre um tubo de óleo e um tubo de água é medida por um manômetro de fluido duplo, como mostra a Figura P3-41. Para as alturas de fluido e gravidades específicas dadas, calcule a diferença de pressão $\Delta P = P_B - P_A$.

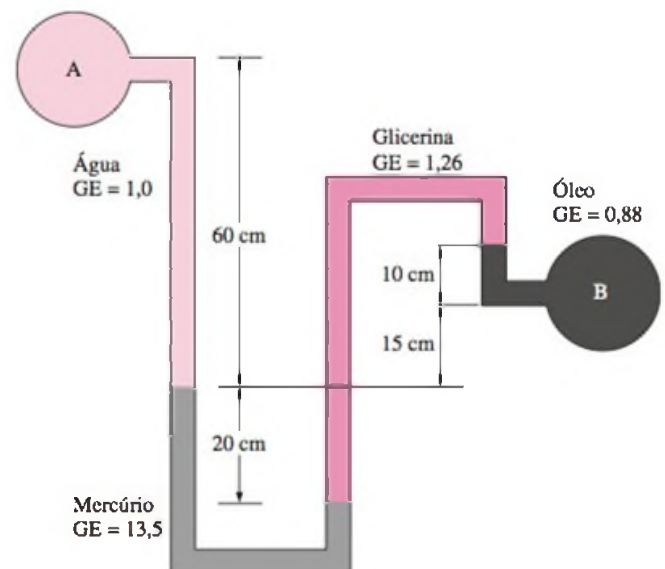


FIGURA P3-41

3-42 Considere o sistema mostrado na Figura P3-42. Se uma alteração de 0,7 kPa na pressão do ar fizer com que a interface entre a água salgada e o mercúrio da coluna da direita caia em 5 mm no nível da água salgada da coluna da direita, enquanto a pressão do tubo de água salgada permanece constante, determine a relação A_2/A_1 .

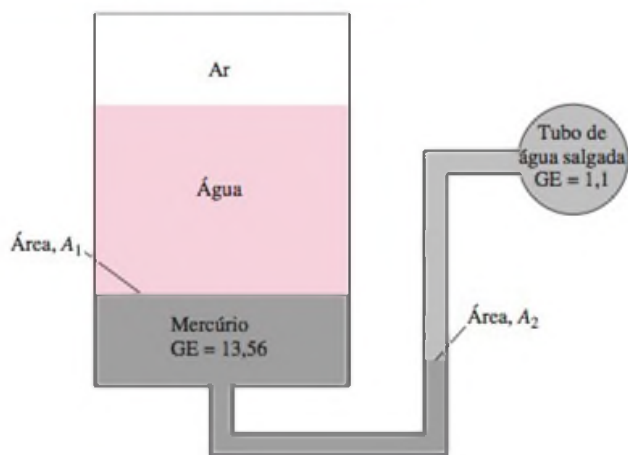


FIGURA P3-42

3-43 Os dois tanques de água estão conectados entre si através de um manômetro de mercúrio com tubos inclinados, como mostra a Figura P3-43. Se a diferença de pressão entre os dois tanques for de 20 kPa, calcule a e θ .

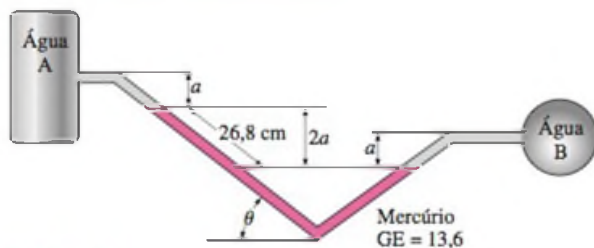


FIGURA P3-43

3-44 Um contêiner com vários fluidos está conectado a um tubo em U, como mostra a Figura P3-44. Para as gravidades específicas e alturas de coluna de fluido dadas, determine a pressão manométrica a A. Determine também a altura de uma coluna de mercúrio que criaria a mesma pressão a A. *Respostas:* 0,471 kPa, 0,353 cm

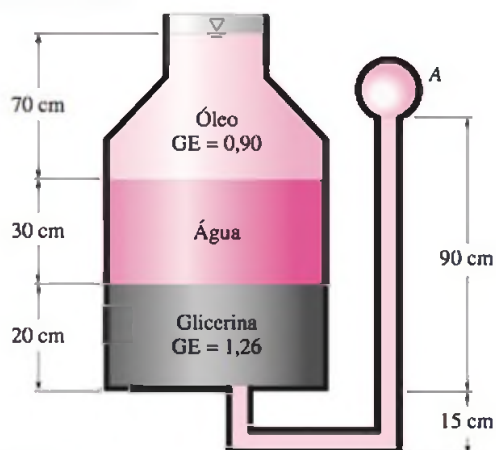


FIGURA P3-44

Estática dos Fluidos: Forças Hidrostáticas em Superfícies Planas e Curvas

3-45C Defina a força hidrostática resultante que age em uma superfície submersa e o centro da pressão.

3-46C Uma pessoa diz que pode determinar a intensidade da força hidrostática que age sobre uma superfície plana submersa na água, independentemente da forma e orientação, se ela conhecer a

distância vertical do centróide da superfície à superfície livre e a área da superfície. Essa é uma alegação válida? Explique.

3-47C Uma placa plana horizontal submersa é suspensa na água por uma corda anexada ao centróide de sua superfície superior. Agora a placa é girada a 45° com relação a um eixo que passa através de seu centróide. Discuta a variação da força hidrostática que age sobre a superfície superior dessa placa como resultado da rotação. Suponha que a placa permaneça submersa durante todo o tempo.

3-48C Você já deve ter notado que a espessura de uma barragem é maior no fundo. Explique por que as barragens são construídas dessa forma.

3-49C Considere uma superfície curva submersa. Explique como você determinaria a componente horizontal da força hidrostática que age sobre essa superfície.

3-50C Considere uma superfície curva submersa. Explique como você determinaria a componente vertical da força hidrostática que age sobre essa superfície.

3-51C Considere uma superfície circular sujeita a forças hidrostáticas por um líquido de densidade constante. Se as intensidades das componentes horizontal e vertical da força hidrostática resultante forem determinadas, explique como você encontraria a linha de ação dessa força.

3-52 Considere um carro pesado submerso em água em um lago com fundo plano. A porta do motorista tem 1,1 m de altura e 0,9 m de largura, e a parte superior da porta está 8 m abaixo da superfície da água. Determine a força resultante que age sobre a porta (normal à sua superfície) e o local do centro da pressão se (a) o automóvel estiver bem vedado e tiver ar à pressão atmosférica e (b) o automóvel estiver cheio de água.

3-53 Considere uma piscina com 4 m de comprimento, 4 m de largura e 1,5 m de altura acima do solo que está cheia de água até a borda. (a) Determine a força hidrostática de cada parede e a distância da linha de ação dessa força ao solo. (b) Se o peso das paredes da piscina dobrar e a piscina estiver cheia, a força hidrostática de cada parede dobrará ou quadruplicará? Por quê? *Resposta:* (a) 44,1 kN

3-54 Uma sala no nível inferior de um navio de cruzeiro tem uma janela circular com 30 cm de diâmetro. Se o ponto médio da janela estiver 5 m abaixo da superfície da água, determine a força hidrostática que age sobre a janela e o centro de pressão. Tome a densidade da água do mar como 1,025.

Respostas: 3.554 N, 5,001 m

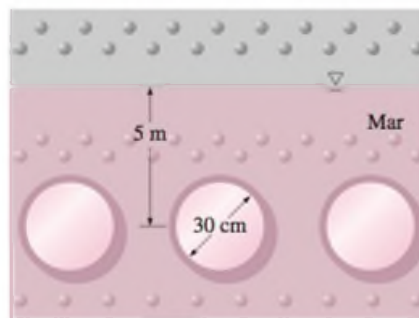


FIGURA P3-54

3-55 O lado em contato com a água da parede de uma represa com 100 m de comprimento é um quarto de círculo com raio de 10 m. Determine a força hidrostática sobre a barragem e sua linha de ação quando ela estiver cheia até a borda.

3-56 Uma placa retangular com 4 m de altura e 5 m de largura bloqueia a lateral de um canal de água doce com 4 m de profundidade, como mostra a Figura P3-56. A placa tem dobradiças em torno de um eixo horizontal ao longo do lado superior em um ponto A e sua abertura é impedida por uma saliência no ponto B. Determine a força exercida sobre a placa pela saliência.

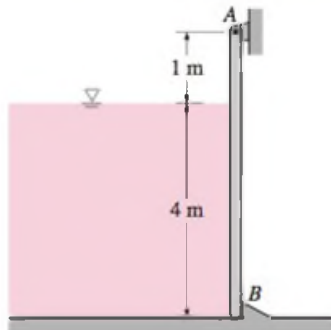


FIGURA P3-56

3-57 Reconsidere o Problema 3-56. Usando o EES (ou outro aplicativo), investigue o efeito da profundidade da água sobre a força exercida na placa pela saliência. Faça a profundidade da água variar de 0 a 5 m em incrementos de 0,5 m. Tabule e mostre graficamente os resultados.

3-58 Uma calha de água de seção transversal semicircular com raio de 0,5 m consiste em duas partes simétricas com dobradiças entre as partes inferiores, como mostra a Figura P3-58. As duas partes são mantidas juntas por um cabo e esticador colocados a cada 3 m ao longo do comprimento da calha. Calcule a tensão em cada cabo quando a calha está cheia até a borda.

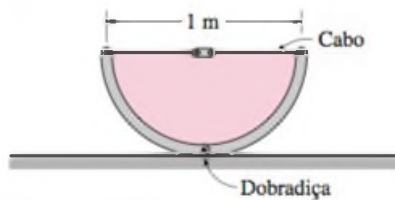


FIGURA P3-58

3-59 Os dois lados de uma calha de água em forma de V têm dobradiças na parte inferior onde eles se encontram, como mostra a Figura P3-59, formando um ângulo de 45° com o solo em ambos os lados. Cada lado tem 0,75 m de largura e as duas partes são mantidas unidas por um cabo e esticador colocados a cada 6 m ao longo do comprimento da calha. Calcule a tensão em cada cabo quando a calha está cheia até a borda. *Resposta: 5.510 N*

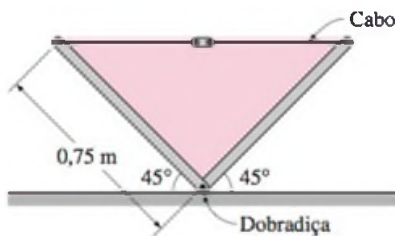


FIGURA P3-59

3-60 Repita o Problema 3-59 para o caso de uma calha parcialmente cheia com água até a altura de 0,4 m diretamente acima da dobradiça.

3-61 Um muro de arrimo contra um deslizamento de lama deve ser construído colocando-se blocos de concreto retangulares

de 0,8 m de altura e 0,2 m de largura ($\rho = 2.700 \text{ kg/m}^3$) lado a lado, como mostra a Figura P3-61. O coeficiente de atrito entre o solo e os blocos de concreto é $f = 0,3$, e a densidade da lama é de cerca de 1.800 kg/m^3 . Existe a preocupação de que os blocos de concreto deslizem ou escapem da aresta esquerda inferior à medida que o nível de lama suba. Determine a altura da lama na qual (a) os blocos superarão o atrito e começarão a deslizar e (b) escaparão.

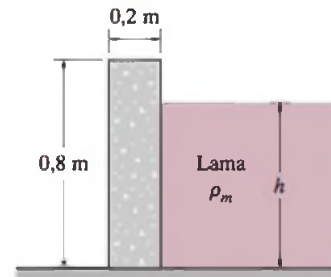


FIGURA P3-61

3-62 Repita o Problema 3-61 para blocos de concreto com 0,4 m de largura.

3-63 Uma comporta na forma de um quarto de círculo e 4 m de comprimento, com raio de 3 m e peso desprezível está ligada com dobradiças à sua aresta superior A, como mostra a Figura P3-63. A comporta controla o escoamento da água acima da borda em B, onde é pressionada por uma mola. Determine a força mínima da mola necessária para manter a comporta fechada quando o nível da água sobe até A na aresta superior da comporta.

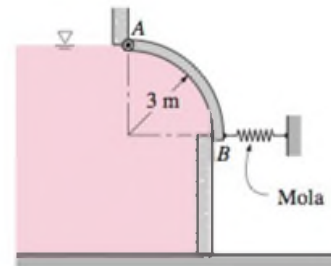


FIGURA P3-63

3-64 Repita o Problema 3-63 para um raio de 4 m para a comporta. *Resposta: 314 kN*

Flutuação

3-65C O que é força de flutuação? O que a causa? Qual é a intensidade da força de flutuação que age sobre um corpo submerso cujo volume é V ? Quais são a direção e a linha de ação da força de flutuação?

3-66C Considere duas bolas esféricas idênticas submersas em água a profundidades diferentes. As forças de flutuação que agem sobre essas duas bolas serão iguais ou diferentes? Explique.

3-67C Considere duas bolas esféricas com 5 cm de diâmetro – uma feita de alumínio e a outra de ferro – submersas em água. As forças de flutuação que agem sobre essas duas bolas serão iguais ou diferentes? Explique.

3-68C Considere um cubo de cobre com 3 kg e uma bola de cobre com 3 kg submersas em líquido. As forças de flutuação que agem sobre essas duas bolas serão iguais ou diferentes? Explique.

3-69C Discuta a estabilidade de um corpo (a) submerso e (b) flutuante cujo centro de gravidade está acima do centro de flutuação.

3-70 A densidade de um líquido deve ser determinada por um velho hidrômetro cilíndrico com 1 cm de diâmetro cujas marcas de divisão foram completamente apagadas. A princípio o hidrômetro é colocado na água e o nível de água é marcado. Em seguida, o hidrômetro é solto no outro líquido e observa-se que a marca da água fica a 0,5 cm acima da interface entre o líquido e o ar. Se a altura da marca da água for 10 cm, determine a densidade do líquido.

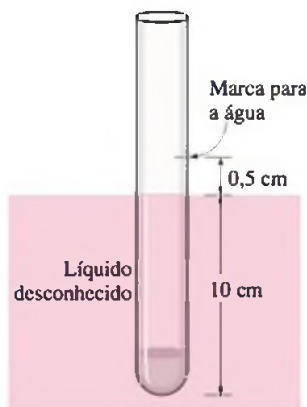


FIGURA P3-70

3-71 O volume e a densidade média de um corpo de forma irregular devem ser determinados usando-se uma balança de mola. O corpo pesa 7.200 N no ar e 4.790 N na água. Determine o volume e a densidade do corpo. Diga quais as suas hipóteses.

3-72 Considere um grande bloco de gelo cúbico flutuando na água do mar. As densidades do gelo e da água do mar são 0,92 e 1,025, respectivamente. Se uma parte com 10 cm de altura do bloco de gelo ficar acima da superfície da água, determine a altura do bloco de gelo abaixo da superfície. *Resposta: 87,6 cm*

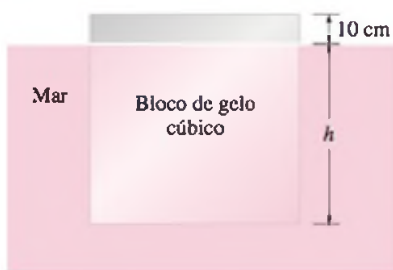


FIGURA P3-72

3-73 Uma pedra de granito de 170 kg ($\rho = 2.700 \text{ kg/m}^3$) é solta em um lago. Um homem mergulha e tenta erguer a pedra. Determine quanta força o homem precisa aplicar para levá-la do fundo do lago. Você acha que ele consegue fazer isso?

3-74 Diz-se que Arquimedes descobriu seu princípio durante um banho enquanto pensava sobre como poderia determinar se a coroa do rei Hiero era feita realmente de ouro puro. Enquanto estava na banheira, ele concebeu a idéia de que poderia determinar a densidade média de um objeto com forma irregular pesando-o no ar e também na água. Se a coroa pesar 3,20 kgf (= 31,4 N) no ar e 2,95 kgf (= 28,9 N) na água, determine se ela é feita de ouro puro. A densidade do ouro é 19.300 kg/m^3 . Discuta como é possível resolver este problema sem pesar a coroa na água, mas usando um balde comum sem nenhuma medição do volume. Você pode pesar qualquer coisa no ar.

3-75 Um dos procedimentos comuns dos programas de condicionamento físico é determinar a relação entre gordura e músculos do corpo. Ela se baseia no princípio de que o tecido muscular é mais denso do que o tecido gorduroso e, portanto, quanto maior a densidade média do corpo, mais alta a fração de tecido muscular. A densidade média do corpo pode ser determinada pesando-se a pessoa no ar e também enquanto ela está submersa na água de um tanque. Tratando todos os tecidos e ossos (além da gordura) como músculo com densidade equivalente a $\rho_{\text{músculo}}$, obtenha uma relação para a fração de volume da gordura do corpo x_{gord} . *Resposta: $x_{\text{gord}} = (\rho_{\text{músculo}} - \rho_{\text{med}})/(\rho_{\text{músculo}} - \rho_{\text{gord}})$.*



FIGURA P3-75

3-76 O casco de um barco tem um volume de 150 m^3 , e a massa total do barco vazio é 8.560 kg. Determine quanta carga esse barco pode carregar sem afundar (a) em um lago e (b) na água do mar com uma densidade de 1,03.

Fluidos em Movimento de Corpo Rígido

3-77C Sob quais condições um corpo móvel de fluido pode ser tratado como um corpo rígido?

3-78C Considere um copo com água. Compare as pressões da água na superfície inferior nos seguintes casos: o copo está (a) parado, (b) movendo-se para cima a velocidade constante, (c) movendo-se para baixo a velocidade constante e (d) movendo-se horizontalmente a velocidade constante.

3-79C Considere dois copos idênticos com água, um parado e o outro se movendo em um plano horizontal com aceleração constante. Considerando que não haja derramamento, qual copo terá a pressão mais alta (a) na parte da frente, (b) no ponto médio e (c) na parte de trás da superfície inferior?

3-80C Considere um contêiner cilíndrico vertical parcialmente preenchido com água. Agora o cilindro é posto a girar com relação a seu eixo a uma velocidade angular especificada, e o movimento de corpo rígido é estabelecido. Discuta como a pressão será afetada no ponto médio e na borda da superfície inferior devido à rotação.

3-81 Um tanque de água está sendo rebocado por um caminhão em uma estrada plana e o ângulo que a superfície livre faz com a horizontal é medido como 15° . Determine a aceleração do caminhão.

3-82 Considere dois tanques cheios de água. O primeiro tem 8 m de altura e está parado, enquanto o segundo tem 2 m de altura e está se movimentando para cima com uma aceleração de 5 m/s^2 . Qual tanque terá uma pressão mais alta na parte inferior?

3-83 Um tanque de água está sendo rebocado em uma estrada inclinada que faz 20° com a horizontal a uma aceleração constante de 5 m/s^2 na direção do movimento. Determine o ângulo

que a superfície livre da água faz com a horizontal. O que você responderia se a direção do movimento fosse descendente na mesma estrada com a mesma aceleração?

3-84 Um tanque cilíndrico de água com 60 cm de altura e 40 cm de diâmetro está sendo transportado em uma estrada plana. A maior aceleração prevista é de 4 m/s^2 . Determine a altura inicial permitida da água no tanque se nenhuma água poder ser derramada durante a aceleração. *Resposta: 51,8 cm*

3-85 Um contêiner cilíndrico vertical com 40 cm de diâmetro e 90 cm de altura é preenchido parcialmente com água até 60 cm de altura. Agora o cilindro é girado a velocidade angular constante de 120 rpm. Determine quanto cairá o nível do líquido no centro do cilindro como resultado desse movimento de rotação.

3-86 Um aquário que contém água até 40 cm de altura é transportado na cabine de um elevador. Determine a pressão na parte inferior do tanque quando o elevador está (a) parado, (b) movendo-se para cima com aceleração de 3 m/s^2 e (c) movendo-se para baixo com aceleração para baixo de 3 m/s^2 .

3-87 Um caminhão-tanque de leite cilíndrico vertical com 3 m de diâmetro gira à taxa constante de 12 rpm. Se a pressão no centro da parte inferior da superfície for de 130 kPa, determine a pressão na borda da superfície inferior do tanque. Considere que a densidade do leite seja de 1.030 kg/m^3 .

3-88 Leite com densidade de 1.020 kg/m^3 é transportado em uma estrada plana em um tanque cilíndrico com 7 m de comprimento e 3 m de diâmetro. O caminhão-tanque é preenchido completamente com leite (sem espaço para ar) e acelera a $2,5 \text{ m/s}^2$. Se a pressão mínima do caminhão-tanque for de 100 kPa, determine a pressão máxima e sua localização. *Resposta: 47,9 kPa*

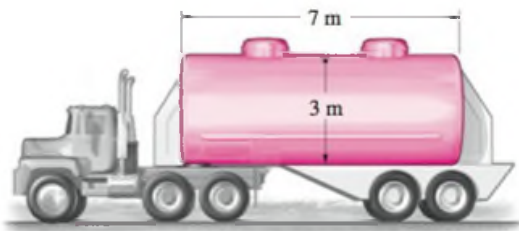


FIGURA P3-88

3-89 Repita o Problema 3-88 para uma desaceleração de $2,5 \text{ m/s}^2$.

3-90 A distância entre os centros dos dois braços do tubo em U aberto para a atmosfera é de 25 cm e o tubo em U contém 20 cm de altura de álcool em ambos os braços. Agora o tubo em U é

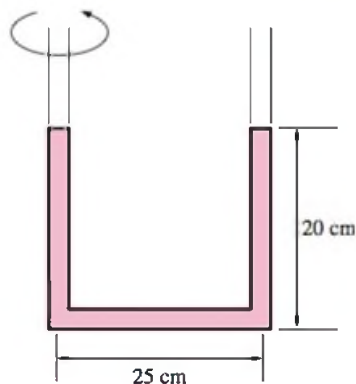


FIGURA P3-90

posto a girar em torno do braço esquerdo a $4,2 \text{ rad/s}$. Determine a diferença de altura entre as superfícies do fluido nos dois braços.

3-91 Um cilindro vertical vedado com 1,2 m de diâmetro e 3 m de altura é preenchido completamente com gasolina, cuja densidade é de 740 kg/m^3 . Agora o tanque é posto a girar em torno de seu eixo vertical a taxa de 70 rpm. Determine (a) a diferença entre as pressões nos centros das superfícies inferior e superior e (b) a diferença entre as pressões no centro e na borda da superfície inferior.

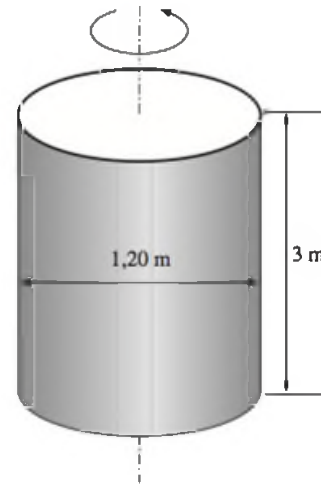


FIGURA P3-91

3-92 Reconsidere o Problema 3-91. Usando o EES (ou outro aplicativo), investigue o efeito da velocidade de rotação sobre a diferença de pressão entre o centro e a borda da superfície inferior do cilindro. Faça a velocidade de rotação variar de 0 rpm até 500 rpm em incrementos de 50 rpm. Tabule e represente graficamente os resultados.

3-93 Um tanque cilíndrico com 3 m de diâmetro e 7 m de comprimento é preenchido completamente com água. O tanque é puxado por um caminhão em uma estrada nivelada com o eixo de 7 m de comprimento na horizontal. Determine a diferença de pressão entre a parte dianteira e traseira do tanque ao longo de uma reta horizontal quando o caminhão (a) acelera a 3 m/s^2 e (b) desacelera a 4 m/s^2 .

Problemas de Revisão

3-94 Um sistema de condicionamento de ar exige que uma seção com 20 m de comprimento de um sistema de dutos com 15 cm de diâmetro seja instalada sob a água. Determine a força para cima que a água exercerá sobre o duto. Tome as densidades do ar e da água como $1,3 \text{ kg/m}^3$ e 1.000 kg/m^3 , respectivamente.

3-95 Os balões normalmente são cheios com gás hélio porque ele tem apenas um sétimo do peso do ar sob condições idênticas. A força de flutuação, que pode ser expressa como $F_b = \rho_{\text{ar}} g V_{\text{balão}}$, empurrará o balão para cima. Se o balão tiver um diâmetro de 10 m e transportar duas pessoas pesando 70 kg cada, determine a aceleração do balão quando ele for solto. Considere que a densidade do ar seja $\rho = 1,16 \text{ kg/m}^3$, e despreze o peso dos cabos e da gaiola.

Resposta: $16,5 \text{ m/s}^2$



FIGURA P3-95

3-96 Reconsidere o Problema 3-95. Usando o EES (ou outro aplicativo), investigue o efeito do número de pessoas transportadas no balão sobre a aceleração. Mostre graficamente a aceleração como função do número de pessoas e discuta os resultados.

3-97 Determine a quantidade máxima de carga, em kg, que o balão descrito no Problema 3-95 pode transportar. *Resposta:* 520,6 kg

3-98 O barômetro básico pode ser usado como um dispositivo de medição da altitude em aviões. O controle de terra reporta uma leitura barométrica de 753 mmHg enquanto a leitura do piloto é de 690 mmHg. Estime a altitude do avião com relação ao nível do solo quando a densidade média do ar é de 1,20 kg/m³. *Resposta:* 714 m

3-99 A metade inferior de um contêiner cilíndrico com 10 m de altura é preenchida com água ($\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$) e a metade superior com óleo que tem gravidade específica de 0,85. Determine a diferença de pressão entre a parte superior e inferior do cilindro. *Resposta:* 90,7 kPa

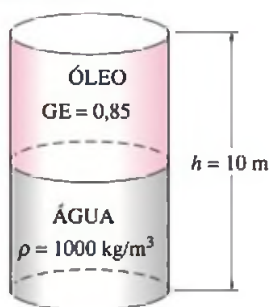


FIGURA P3-99

3-100 Um dispositivo de cilindro e pistão sem atrito e vertical contém um gás a 500 kPa. A pressão atmosférica externa é de 100 kPa e a área do pistão é de 30 cm². Determine a massa do pistão.

3-101 Uma panela de pressão cozinha muito mais rápido do que uma panela comum mantendo a pressão e a temperatura internas mais altas. A tampa de uma panela de pressão é bem vedada e o vapor só pode escapar pela abertura no meio da tampa. Uma peça de metal separada, a válvula, fica na parte superior dessa abertura e evita que o vapor escape até que a força da pressão supere o peso da válvula. O escape periódico de vapor dessa forma evita acúmulo de pressão potencialmente perigoso e mantém a pressão interna com valor constante. Determine a massa da válvula de uma

panela de pressão cuja pressão operacional manométrica é de 100 kPa e cuja abertura tem uma seção transversal de 4 mm². Considere a pressão atmosférica de 101 kPa, e desenhe o diagrama de corpo livre da válvula. *Resposta:* 40,8 g



FIGURA P3-101

3-102 Um tubo de vidro é anexado a um cano de água, como mostra a Figura P3-102. Se a pressão da água na parte inferior do tubo for de 115 kPa e a pressão atmosférica local for de 92 kPa, determine até qual altura a água subirá no tubo, em m. Considere $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ naquele local e tome a densidade da água como 1.000 kg/m³.

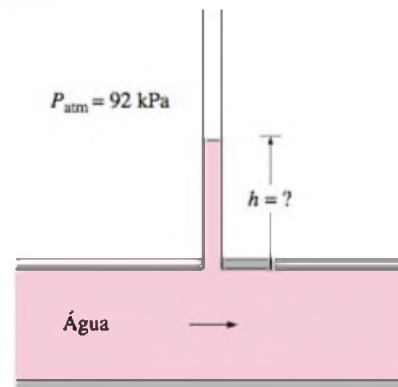


FIGURA P3-102

3-103 A pressão atmosférica média na Terra é aproximada como uma função da altitude pela relação $P_{\text{atm}} = 101,325 (1 - 0,02256z)^{5,256}$, onde P_{atm} é a pressão atmosférica em kPa e z é a altitude em km com $z = 0$ no nível do mar. Determine as pressões atmosféricas aproximadas em Atlanta ($z = 306 \text{ m}$), Denver ($z = 1.610 \text{ m}$), Cidade do México ($z = 2.309 \text{ m}$) e no alto do Monte Everest ($z = 8.848 \text{ m}$).

3-104 Ao medir diferenças de pressão pequenas com um manômetro, quase sempre um braço do manômetro é inclinado para melhorar a exatidão da leitura. (A diferença de pressão ainda é proporcional à distância vertical, e não ao comprimento real do fluido ao longo do tubo.) A pressão do ar em um duto circular deve ser medida usando-se um manômetro cujo braço aberto está inclinado a 35° da horizontal, como mostra a Figura P3-104. A densidade do líquido no manômetro é de 0,81 kg/L, e a distância vertical entre os níveis de fluido dos dois braços do manômetro é de 8 cm. Determine a pressão manométrica do ar no duto e o comprimento da coluna de fluido no braço inclinado acima do nível do fluido no braço vertical.

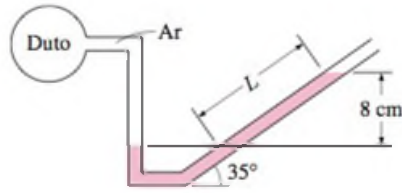


FIGURA P3-104

3-105 Infusões intravenosas em geral são movidas pela gravidade, pendurando-se a garrafa do fluido a uma altura suficiente para contrabalançar a pressão do sangue na veia e forçar o fluido a entrar no corpo. Quanto mais alta a garrafa for elevada, maior será a taxa de escoamento do fluido. (a) Se for observado que as pressões do fluido e do sangue se equilibram quando a garrafa está a 1,2 m acima do nível do braço, determine a pressão manométrica do sangue. (b) Se a pressão manométrica do fluido no nível do braço precisar ser de 20 kPa para que a taxa de escoamento seja suficiente, determine a que altura a garrafa deve ser colocada. Tome a densidade do fluido como 1.020 kg/m^3 .

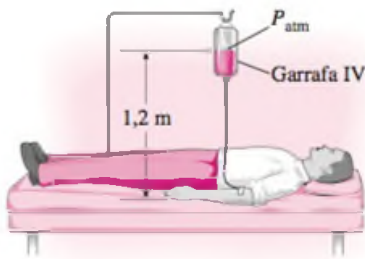


FIGURA P3-105

3-106 Uma linha de gasolina está conectada a um medidor de pressão através de um manômetro duplo em U, como mostra a Figura P3-106. Se a leitura da pressão manométrica for de 370 kPa, determine a pressão manométrica da linha de gasolina.

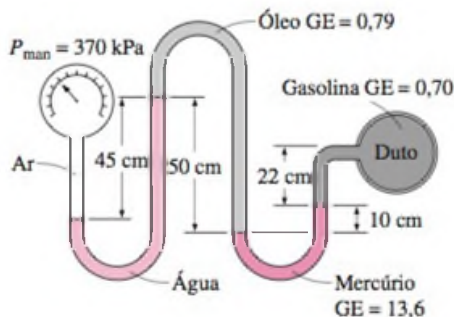


FIGURA P3-106

3-107 Repita o Problema 3-106 para uma leitura de pressão manométrica de 240 kPa.

3-108 A pressão da água escoando através de um duto é medida pelo dispositivo mostrado na Figura P3-108. Para os valores dados, calcule a pressão no duto.

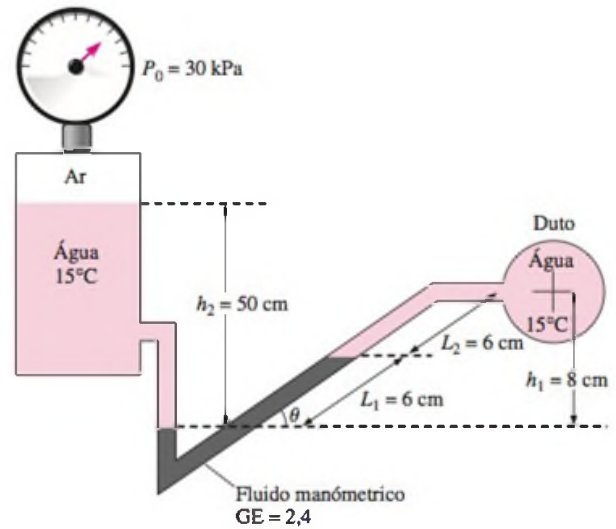


FIGURA P3-108

3-109 Considere um tubo em U preenchido com mercúrio, exceto por 18 cm de altura na parte superior, como mostra a Figura P3-109. O diâmetro do braço direito do tubo em U é $D = 2 \text{ cm}$ e o diâmetro do braço esquerdo é o dobro disso. Óleo com gravidade específica de 2,72 é despejado no braço esquerdo, forçando parte do mercúrio do braço esquerdo a passar para o direito. Determine a quantidade máxima de óleo que pode ser adicionada ao braço esquerdo.

Resposta: 0,256 L

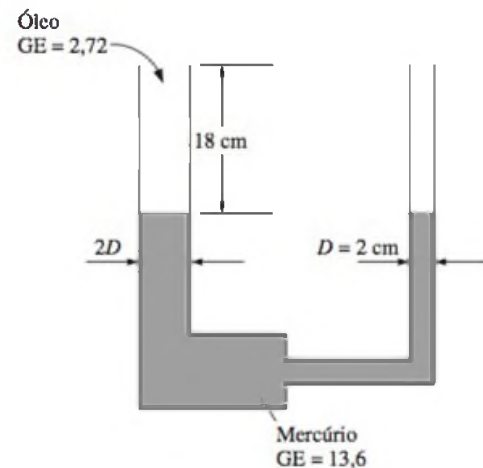


FIGURA P3-109

3-110 Um bule de chá com infusor na parte superior é usado para fazer chá, como mostra a Figura P3-110. O infusor pode impedir parcialmente que o vapor escape, fazendo com que a pressão no bule suba e ocorra um transbordamento do tubo de serviço. Desprezando a expansão térmica e a variação na quantidade de água do tubo de serviço com relação à quantidade de água do bule, determine o peso máximo da água fria que não causaria um transbordamento a pressões manométricas de até 0,32 kPa para o vapor.

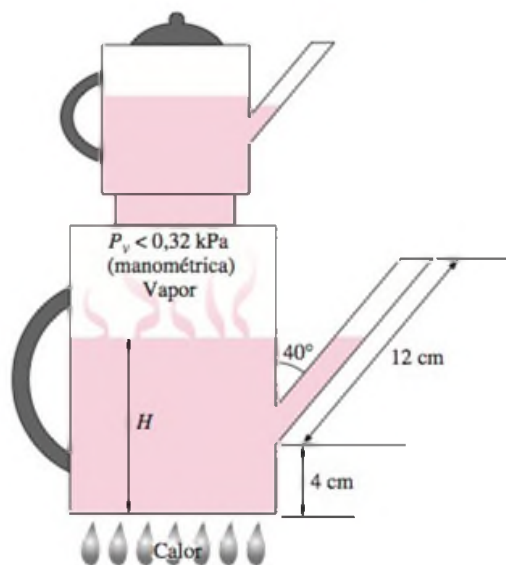


FIGURA P3-110

3-111 Repita o Problema 3-110 levando em conta a expansão térmica da água à medida que ela é aquecida de 20°C até a temperatura de ebulição de 100°C.

3-112 É sabido que a temperatura da atmosfera varia com a altitude. Na troposfera, que se estende até uma altitude de 11 km, por exemplo, a variação da temperatura pode ser aproximada por $T = T_0 - \beta z$, onde T_0 é a temperatura no nível do mar, que pode ser tomada como 288,15 K e $\beta = 0,0065$ K/m. A aceleração da gravidade também muda com a altitude, uma vez que $g(z) = g_0 / (1 + z/6.370.320)^2$ onde $g_0 = 9,807$ m/s² e z é a altitude com relação ao nível do mar em m. Obtenha uma relação para a variação de pressão na troposfera (a) ignorando e (b) considerando a variação de g com a altitude.

3-113 A variação da pressão com a densidade em uma camada de gás espessa é dada por $P = Cp^n$, onde C e n são constantes. Observando que a variação de pressão em uma camada de fluido diferencial com espessura dz na direção vertical z é dada por $dP = -\rho g dz$, obtenha uma relação para a pressão como função da elevação z . Considere a pressão e a densidade em $z = 0$ como P_0 e ρ_0 , respectivamente.

3-114 Os transdutores de pressão normalmente são usados para medir a pressão gerando sinais analógicos que em geral variam de 4 mA até 20 mA ou 0 V dc até 10 V dc em resposta à pressão aplicada. O sistema cuja representação esquemática é mostrado na Figura P3-114 pode ser usado para calibrar os transdutores de pressão. Um contêiner rígido é preenchido com ar pressurizado e a pressão é medida pelo manômetro anexado a ele. Uma válvula é usada para regular a pressão no contêiner. A pressão e o sinal elétrico são medidos simultaneamente para várias configurações, e os resultados são tabulados. Para o conjunto dado de medições, obtenha a curva de calibração na forma de $P = aI + b$, onde a e b são constantes e calcule a pressão que corresponde a um sinal de 10 mA.

Δh , mm	28,0	181,5	297,8	413,1	765,9
I , mA	4,21	5,78	6,97	8,15	11,76
Δh , mm	1027	1149	1362	1458	1536
I , mA	14,43	15,68	17,86	18,84	19,64

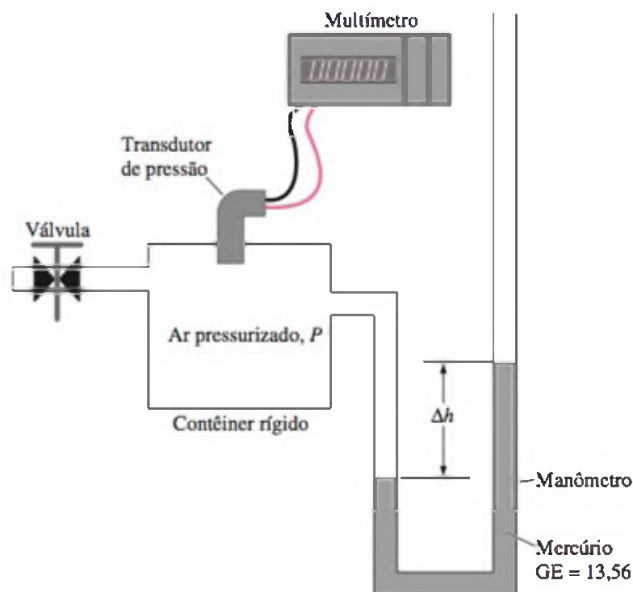


FIGURA P3-114

3-115 Um sistema está equipado com dois medidores de pressão e um manômetro, como mostra a Figura P3-115. Para $\Delta h = 8$ cm, determine a diferença de pressão $\Delta P = P_2 - P_1$.

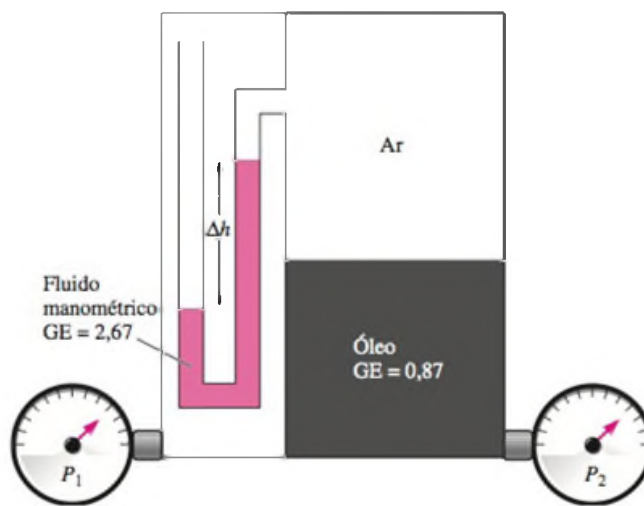


FIGURA P3-115

3-116 Uma tubulação de óleo e um tanque rígido de ar de 1,3 m³ estão conectados entre si por um manômetro, como mostra a Figura P3-116. Se o tanque tiver 15 kg de ar a 80°C, determine (a) a pressão absoluta na tubulação e (b) a variação de Δh quando a temperatura do tanque cair até 20°C. Considere que a pressão na tubulação de óleo permaneça constante e que o volume de ar no manômetro seja desprezível com relação ao volume do tanque.

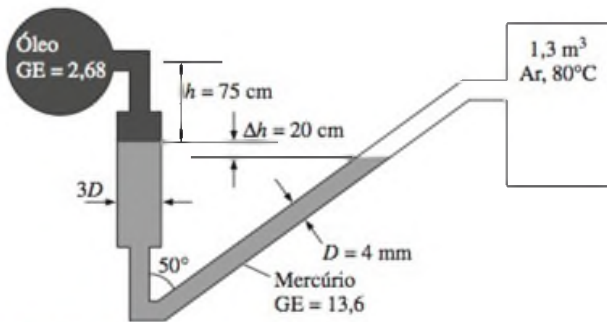


FIGURA P3-116

3-117 A densidade de um corpo flutuante pode ser determinada ligando-se pesos ao corpo até que o corpo e os pesos estejam completamente submersos e, em seguida, pesando-os separadamente no ar. Considere uma tora de madeira que pese 1.540 N no ar. Se forem precisos 34 kg de chumbo ($\rho = 11.300 \text{ kg/m}^3$) para afundar completamente a tora e o chumbo na água, determine a densidade média da tora.

Resposta: 835 kg/m^3

3-118 A comporta retangular de 200 kg e 5 m de largura mostrada na Figura P3-118 tem dobradiças em B e se inclina contra o piso em A, formando um ângulo de 45° com a horizontal. A comporta deve ser aberta pelo lado mais baixo aplicando-se uma força normal ao seu centro. Determine a força mínima F necessária para abrir a comporta de água.

Resposta: 520 kN

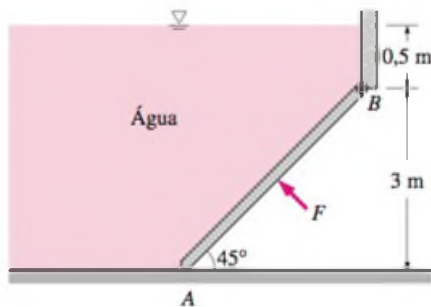


FIGURA P3-118

3-119 Repita o Problema 3-118 para uma altura da água de 1,2 m acima da dobradiça em B.

3-120 Uma comporta retangular com 3 m de altura e 6 m de largura tem dobradiças na parte superior em A e é restrita por uma saliência fixa em B. Determine a força hidrostática exercida sobre a porta pela água a 5 m de altura e o local do centro de pressão.

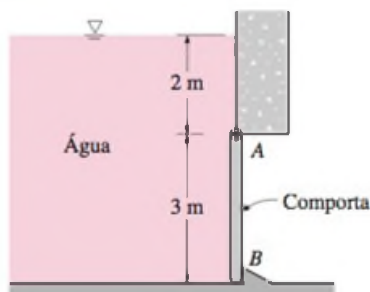


FIGURA P3-120

3-121 Repita o Problema 3-120 para uma altura de água total de 2 m.

3-122 Um domo hemisférico de 50 ton e diâmetro de 6 m sobre uma superfície nivelada é preenchido com água, como mostra a Figura P3-122. Uma pessoa diz que pode elevar esse domo utilizando a lei de Pascal e acoplado um tubo longo ao topo e preenchendo-o com água. Determine a altura de água necessária no tubo para elevar o domo. Despreze o peso do tubo e da água que ele contém. Resposta: 0,77 m

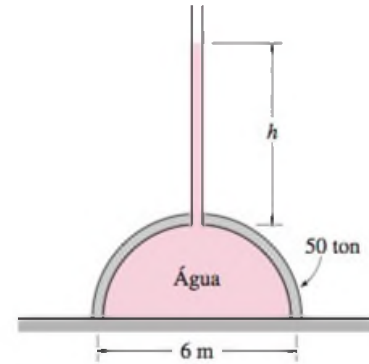


FIGURA P3-122

3-123 A água de um reservatório com 25 m de profundidade é mantida no seu interior por uma parede com 150 m de largura cuja seção transversal é um triângulo equilátero, como mostra a Figura P3-123. Determine (a) a força total (hidrostática + atmosférica) que age sobre a superfície interna da parede e sua linha de ação e (b) a intensidade da componente horizontal dessa força. Considere $P_{\text{atm}} = 100 \text{ kPa}$.

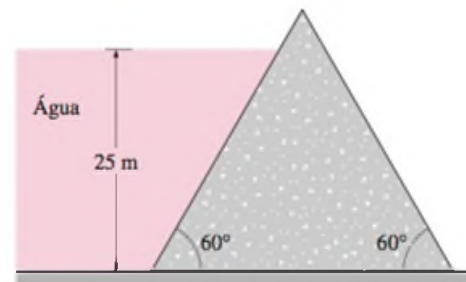


FIGURA P3-123

3-124 Um tubo em U contém água no braço direito e outro líquido no braço esquerdo. Observa-se que, quando o tubo em U gira a 30 rpm em torno do eixo que está a 15 cm do braço direito e 5 cm do braço esquerdo, os níveis de líquido em ambos os braços se igualam. Determine a densidade do fluido no braço esquerdo.

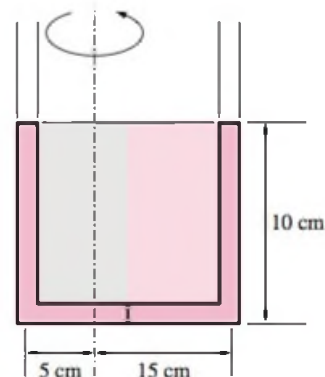


FIGURA P3-124

3-125 Um cilindro vertical com 1 m de diâmetro e 2 m de altura é preenchido completamente com gasolina, cuja densidade é de 740 kg/m^3 . O tanque agora é posto a rotar em torno do seu eixo vertical a uma taxa de 90 rpm, enquanto é acelerado para cima a 5 m/s^2 . Determine (a) a diferença entre as pressões nos centros das superfícies inferior e superior e (b) a diferença entre as pressões no centro e na borda da superfície inferior.

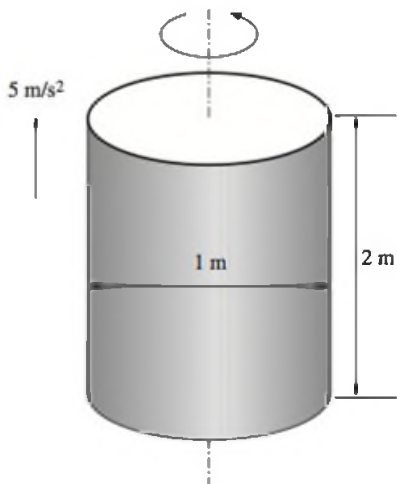


FIGURA P3-125

3-126 Um tanque com 5 m de comprimento e 4 m de altura contém água a uma profundidade de 2,5 m quando não está em movimento e é aberto para a atmosfera através de uma ventilação no meio. Agora o tanque é acelerado até a direita em uma superfície nivelada a 2 m/s^2 . Determine a pressão máxima do tanque com relação à pressão atmosférica.

Resposta: 29,5 kPa

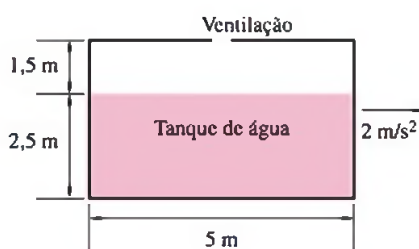


FIGURA P3-126

3-127 Reconsidere o Problema 3-126. Usando o EES (ou outro aplicativo), investigue o efeito da aceleração sobre a inclinação da superfície livre da água do tanque. Faça a aceleração variar de 0 m/s^2 até 5 m/s^2 em incremento de $0,5 \text{ m/s}^2$. Tabule e mostre graficamente os resultados.

3-128 Um balão de ar elástico com diâmetro de 30 cm é acoplado à base de um contêiner parcialmente preenchido com água a $+4^\circ\text{C}$, como mostra a Figura P3-128. Se a pressão do ar acima da água aumentar gradualmente de 100 kPa até 1,6 MPa, a força no cabo variará? Nesse caso, qual é a variação percentual da força? Suponha que a pressão na superfície livre e o diâmetro do balão estejam relacionados por $P = CD^n$, onde C é uma constante e $n = -2$. O peso do balão e do ar que há nele são desprezíveis.

Resposta: 98,4%

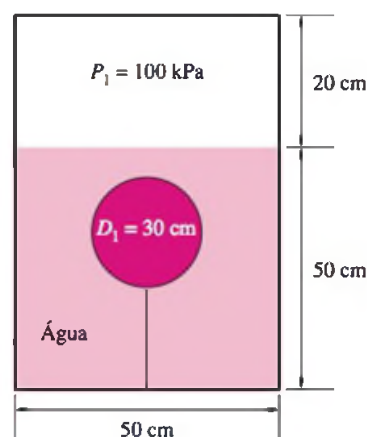


FIGURA P3-128

3-129 Reconsidere o Problema 3-128. Usando o EES (ou outro aplicativo), investigue o efeito da pressão do ar acima da água sobre a força no cabo. Faça a pressão variar de 0,1 MPa até 10 MPa. Represente graficamente a força do cabo versus a pressão do ar.

3-130 A densidade média dos icebergs é de cerca de 917 kg/m^3 . (a) Determine a porcentagem do volume total de um iceberg submerso em água do mar com densidade de 1.042 kg/m^3 . (b) Embora os icebergs estejam quase totalmente submersos, observa-se que eles viram. Explique como isso pode acontecer. (Sugestão: Considere as temperaturas dos icebergs e da água do mar.)

3-131 Um contêiner cilíndrico cujo peso é de 79 N é invertido e pressionado na água, como mostra a Figura P3-131. Determine a altura diferencial h do manômetro e a força F necessária para manter o contêiner na posição mostrada.

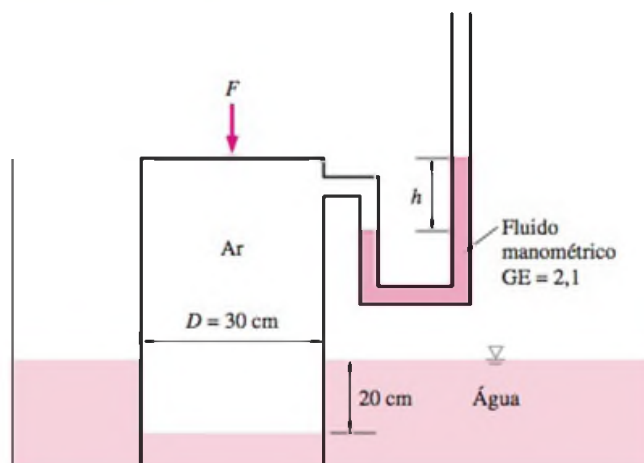


FIGURA P3-131

Problemas de Projeto e Ensaio

3-132 É preciso projetar sapatos que permitam a pessoas com até 80 kg caminhar sobre água doce ou água do mar. Os sapatos devem ser feitos de plástico injetado na forma de uma esfera, uma bola de futebol americano, ou na forma de um pão italiano. Determine o diâmetro equivalente de cada sapato e comente as formas propostas sob o ponto de vista da estabilidade. Qual é sua avaliação para a facilidade de comercialização desses sapatos?

3-133 O volume de uma rocha deve ser determinado sem usar nenhum dispositivo de medição de volume. Explique como você faria isso com uma balança de mola à prova de água.