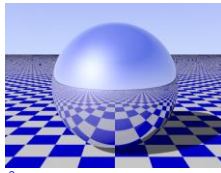


Aula – Computação Gráfica



Gilles Tran
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Glasses_800_edit.png
 Public Domain



Semu
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:POV-Ray_000104.jpg
 Public Domain

Ray Tracing

Slides para uso pessoal e exclusivo durante o período de aula. Distribuição ou qualquer uso fora do escopo da disciplina é expressamente proibido.

1

1

Renderização de Polígonos

OpenGL (Rasterização)

- Renderiza um polígono por vez
 - Usa modelos simples de iluminação sem embasamento físico
- Sem iluminação global
 - Não considera reflexão entre objetos
- Determinação de superfície visível através do z-buffer
 - Rápido, mas com problemas de z-Fighting
- Não é foto realístico

Ray Tracing

- Modela a física da interação da luz com os objetos
 - Ainda é aproximado, mas bem realístico
- Ainda mais custoso, mas se tornando cada vez mais factível

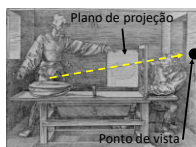
2

2

Origem do Ray Tracing

Caminho da luz

- Generalização do dispositivo de Albrecht Duerer
 - Duerer's door
- Permitia pintar o plano de projeção
 - Seguindo o caminho em direção ao ponto de vista



© 1978 ACM, Author: INGRID CARLBOM
 Planar Geometric Projections and Viewing Transformations, 1978
 Copying is by permission of the Association for Computing Machinery

3

3

O que é um Ray Tracing?

- Mapeamento do raio de luz
 - Na direção contrária (da câmera para as fontes de luz)
 - Raio é disparado em direção aos pixels
 - Segue até tocar os objetos da cena
 - Considera reflexões por um número finito de vezes
 - O raio finaliza nas fontes de luz
- Evita o mapeamento direto (fonte de luz para a câmera)
 - Para não ter que considerar um número infinito de raios
 - Grande maioria seria perdido (não encontraria a imagem)
- Cada pixel representa ou
 - Uma interseção com um objeto
 - Nenhum interseção



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ray_trace_diagram.svg
CC-BY-SA 4.0

4

4

Visão Geral de um Ray Tracing

- Gerar um raio primário
 - Disparar o raio da câmera em direção ao pixel de interesse
- Calcular a interseção do raio com objetos da cena
 - Achar o primeiro objeto que o raio toca
- Calcular a contribuição da luz (i.e., contribuição para a cor)
 - Usar um modelo de iluminação direto
 - Disparar raios secundários com reflexão especular
 - Seguir o raio para calcular a contribuição
 - Raios secundários de contribuição difusa aumentam complexidade
 - Somar todas as contribuições para o cálculo da cor do pixel
 - Contribuições diretas e indiretas (recursivas)

5

5

Ray Tracing vs Rasterização

- Rasterização

```
for each objecto na cena:
  for each triangulo no objeto:
    Passar vertices e cores para o OpenGL,
    para renderizar os triângulos usando z-buffer
    para determinar quem deve estar na frente
```

- Ray Tracing

```
for each amostra (e.g., pixel) da imagem:
  Disparar um raio partindo da camera e determinar o
  objeto mais próximo que ele atinge
  Usar o cálculo da iluminação para determinar a
  contribuição de cor para a amostra
```

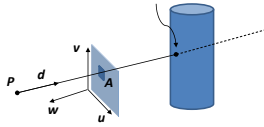
6

6

Geração do Raio Primário

Origem do Raio

- Vamos trabalhar no sistema de coordenadas do canônico
 - Perspectivo (i.e., antes da conversão para paralelo)
- Raio começa da câmera (do observador)
 - Ponto P
- Disparar o raio na direção d determinada por um ponto A
 - A está no plano da imagem e representa uma cor (e.g., de um pixel)
- Pontos ao longo do raio tem a forma $P + td$



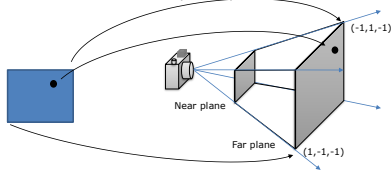
7

7

Geração do Raio Primário

Direção do Raio

- Comece com um ponto na imagem 2D (e.g., um pixel)
- Faça a conversão para 3D
- Use o plano traseiro (far plane) para a conversão
 - Basta mapear as dimensões da imagem para ficar entre -1 e 1
 - Utilizar valores reais para representar as coordenadas dos pixels



8

8

Geração do Raio Primário

Direção do Raio

- Tendo o pixel 3D em coordenadas canônicas
 - É necessário retornar para o sistema de coordenadas do mundo
 - A iluminação deve ser calculada no sistema do mundo
- A transformação de normalização levou fez a normalização
 - Utilizar a sua inversa (transformação de visualização) para levar para o mundo
- Construa o vetor de direção
 - $d' = \frac{A' - P'}{\|A' - P'\|}$ sendo A' e P' as respectivas versões de A e P no mundo

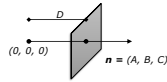
9

9

Interseção do Raio com Objetos

Objeto Implícito

- Se um objeto é definido implicitamente por uma função f
 - $f(Q) = 0$ IFF Q é um ponto na superfície do objeto
- Com isso, fica fácil calcular a interseção
 - Muitos objetos podem ser definidos implicitamente
 - Funções implícitas provêm infinitas soluções
- Exemplos
 - Círculo de raio R : $f(x,y) = x^2 + y^2 - R^2$
 - Plano infinito: $f(x,y,z) = Ax + By + Cz + D$
 - Esfera de raio R : $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - R^2$



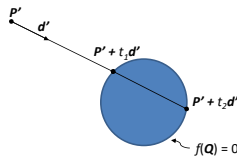
10

10

Interseção do Raio com Objetos

Objeto Implícito

- Em que pontos (se houver) o raio intercepta o objeto?
- Pontos no raio tem a forma $P' + t d'$
 - Sendo t um valor não negativo, pois está na frente da câmera
- Um ponto Q na superfície do objeto obedece $f(Q) = 0$
- Portanto, queremos saber os valores de t que fazem
 - $f(P' + t d') = 0$



11

11

Interseção do Raio com Objetos

Exemplo de interseção de um círculo 2D e um raio

- Considere
 - o ponto da câmera $P' = (-3, 1)$
 - o vetor direção $d' = (.8, -.6)$
 - E um círculo de raio 1: $f(x,y) = x^2 + y^2 - R^2$
- Um ponto do raio $Q = P' + t d' = (-3, 1) + t(.8, -.6) = (-3 + .8t, 1 - .6t)$
- Jogando na equação do círculo
 - $f(Q) = f(-3 + .8t, 1 - .6t) = (-3 + .8t)^2 + (1 - .6t)^2 - 1$
 - $= 9 - 4.8t + .64t^2 + 1 - 1.2t + .36t^2 - 1$
 - $= t^2 - 6t + 9 = 0$

12

12

Interseção do Raio com Objetos

Exemplo de interseção de um círculo 2D e um raio

- $t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2}$, $t = 3, 3$ (intercepta na tangente)
- Pode usar o discriminante $b^2 - 4ac$ para saber se intercepta
 - < 0 , não intercepta
 - $= 0$, é tangente
 - > 0 , intercepta em dois pontos
- Utilizar o menor t não negativo, pois é o ponto mais próximo

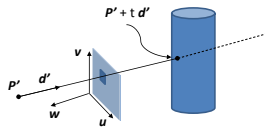
13

13

Interseção do Raio com Objetos

Generalizando o exemplo

- Pode ser uma superfície arbitrária $f(Q) = 0$ sendo $Q = P' + t d'$
 - Jogar $f(P' + t d') = 0$ e resolver as equações para encontrar t
 - Pode resolver analiticamente ou algebricamente



14

14

Interseção do Raio com Objetos

Tratando condições múltiplas

- Para objetos cilíndricos a equação
 - $f(x, y, z) = x^2 + z^2 - 1 = 0$
 - Define um cilindro de comprimento infinito ao longo do eixo y
- Geralmente, queremos objetos finitos
 - Por exemplo, um cilindro truncado em limites específicos
 - Como $x^2 + z^2 - 1 = 0$, com $-1 \leq y \leq 1$
- E se quisermos fechar os furos do cilindro
 - Pode-se definir as tampas com
 - Topo: $x^2 + z^2 - 1 \leq 0$, com $y = 1$
 - Fundo: $x^2 + z^2 - 1 \leq 0$, com $y = -1$

15

15

Interseção do Raio com Objetos

Tratando condições múltiplas

IntersecaoRaioCilindro (P,d):

t1,t2 = IntersecaoCilindroInf(P,d) // Verifica a intersecao com cilindro infinito
computa $P + t1*d$, $P + t2*d$
se $y > 1$ ou $y < -1$ para t1 ou t2: elimina // Esta entre os limites em y?

t3 = IntersecaoTampaPlano(plane y = 1) // Verifica a intersecao com o topo
computa $P + t3*d$
se $x^2 + z^2 > 1$: elimina t3 // Esta dentro do círculo da tampa?

t4 = IntersecaoTampaPlano(plane y = -1) // Check intersection with bottom cap
computa $P + t4*d$
se $x^2 + z^2 > 1$: elimina t4 // Esta dentro do círculo da tampa?

Pega o menor t dos que sobraram de t1 a t4

Se não sobrou nenhum, o raio não intercepta o cilindro

16

16

Interseção no Sistema de Coordenadas do Mundo

- Para calcular iluminação corretamente
 - É necessário fazer os cálculos no mundo
- Portanto
 - É necessário ter uma descrição analítica do objeto no mundo
- Contudo
 - O objeto no mundo já foi transformado
 - Uma esfera simples pode ter virado uma elipse complexa
- Com isso
 - O cálculo fica complexo
 - Melhor fazer o cálculo no sistema de coordenadas (SC) do objeto
 - Pode utilizar as transformações para levar para o SC do objeto

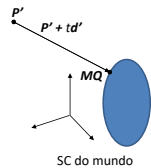
17

17

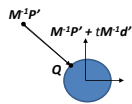
Sistema de Coordenadas (SC) do Objeto

- Converta os pontos e vetores do mundo para o objeto
 - $P'' = M^{-1}P'$
 - $d'' = M^{-1}d'$
- Prossiga com o cálculo da interseção usando f'' ao invés de f'
 - Mundo: $f'(P' + t d') = 0$
 - Objeto: $f''(P'' + t d'') = 0$

- d'' provavelmente não é unitário
- t tem valores correspondentes no dois espaços
- Normalizar d' afetaria a correspondência de t
- Não normalizar d



SC do mundo



SC do objeto

18

18

Sistema de Coordenadas (SC) do Objeto

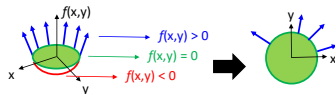
- O cálculo de M^{-1} é factível
 - M é uma composição de translações, rotações e escalas
 - Todas as transformações de M possuem inversas
- Por isso, não foi feita a conversão de perspectiva para paralela
 - Para possibilitar o cálculo da inversa de M
- Ao finalizar o cálculo da interseção, obtém-se t para ambos SCs
 - $P' + t d'$ (ponto de interseção no SC do mundo)
 - $P'' + t d''$ (ponto de interseção no SC do objeto)

19

19

Vetor Normal do Objeto

- Para o cálculo da luz
 - É necessário um vetor normal do ponto sendo considerado
- Superfícies implícitas não têm vértices para se calcular a normal
 - Mas, pode-se usar o gradiente para achar a normal
 - O gradiente aponta na perpendicular de um ponto na superfície
- O que é graficamente o gradiente de uma superfície?
 - Exemplo para $f(x,y)$ de um círculo
 - Um função 2D precisa ser visualizada um 3D
 - $f(x,y) < 0$ significa que o ponto está dentro da superfície (ex. círculo)



20

20

Vetor Normal do Objeto

- A normal n é dada pelo gradiente da função da superfície
- O gradiente aponta para a direção de maior crescimento
 - Pode ser medido ao longo da superfície
- O cálculo do gradiente é feito com as derivadas parciais
 - $n = \nabla f(\cdot)$
- Exemplo 3D
 - $\nabla f(x, y, z) = (\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z), \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z), \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z))$

21

21

Vetor Normal do Objeto

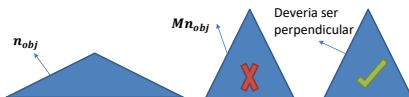
- Exemplo de uma esfera $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$
 - $\nabla f(x, y, z) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z), \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z), \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) \right)$
- Derivadas parciais
 - $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = 2x$
 - $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = 2y$
 - $\frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = 2z$
- Gradiente
 - $\mathbf{n} = \nabla f(x, y, z) = (2x, 2y, 2z)$
 - Lembrar de normalizar \mathbf{n}
- Derivada pode falhar em alguns pontos degenerados da superfície
 - Usar o gradiente da vizinhança como alternativa

22

22

Normal no SC do Objeto para o Mundo

- Dado a facilidade de se lidar com o objeto não transformado
 - O cálculo da normal é feito no SC do objeto
- Para o cálculo da luz
 - É necessário ter a normal no SC do mundo
- Para levar o objeto para o mundo
 - Basta aplicar a matriz de transformação \mathbf{M} aos vértices
 - Isso não é verdade para a normal $\mathbf{n}_{mun} \neq \mathbf{M}\mathbf{n}_{obj}$
- Exemplo para \mathbf{M} escalando de 0.5 em x e 2 em y



23

23

Normal no SC do Objeto para o Mundo

Como Levar para o Mundo?

- Assumir um vetor \mathbf{v} na superfície do objeto
 - A normal deve ser perpendicular a \mathbf{v} :
 - $\mathbf{n}_{obj} \cdot \mathbf{v}_{obj} = 0$ e $\mathbf{n}_{mun} \cdot \mathbf{v}_{mun} = 0$
- Qual é a transformação \mathbf{T} que faz $\mathbf{T}\mathbf{n}_{obj} = \mathbf{n}_{mun}$?
- Podemos escrever $\mathbf{n}_{mun} \cdot \mathbf{T}\mathbf{v}_{obj} = 0$
- Dado que um vetor não é afetado pela translação
 - \mathbf{T} pode ser escrita somente com a parte linear \mathbf{T}_3 (parte 3x3 de \mathbf{T})
- Queremos um vetor \mathbf{n}_{mun} tal que
 - $\mathbf{n}_{mun} \cdot \mathbf{T}_3\mathbf{v}_{obj} = 0$

24

24

Normal no SC do Objeto para o Mundo

Como Levar para o Mundo?

- Queremos um vetor \mathbf{n}_{mun} tal que
 - $\mathbf{n}_{mun} \cdot \mathbf{T}_3 \mathbf{v}_{obj} = 0$
- Isso pode ser escrito como
 - $\mathbf{T}_3^t \mathbf{n}_{mun} \cdot \mathbf{v}_{obj} = 0$
 - Basta usar as propriedades
 - $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a}^t \mathbf{b}$
 - $\mathbf{A} = \mathbf{A}^{tt}$
 - $(\mathbf{AB})^t = (\mathbf{B}^t \mathbf{A}^t)$
- $\mathbf{n}_{mun} \cdot \mathbf{T}_3 \mathbf{v}_{obj} = 0$
 - Escrito como $\mathbf{n}_{mun}^t \mathbf{T}_3 \mathbf{v}_{obj} = 0 \rightarrow \mathbf{n}_{mun}^t \mathbf{T}_3^{tt} \mathbf{v}_{obj} = 0 \rightarrow$
 - $(\mathbf{T}_3^t \mathbf{n}_{mun})^t \mathbf{v}_{obj} = 0 \rightarrow (\mathbf{T}_3^t \mathbf{n}_{mun}) \cdot \mathbf{v}_{obj} = 0$

25

25

Normal no SC do Objeto para o Mundo

Como Levar para o Mundo?

- Então, $\mathbf{n}_{mun} \cdot \mathbf{T}_3 \mathbf{v}_{obj} = 0$ pode escrito como
 - $(\mathbf{T}_3^t \mathbf{n}_{mun}) \cdot \mathbf{v}_{obj} = 0$
- Já sabemos que $\mathbf{n}_{obj} \cdot \mathbf{v}_{obj} = 0$
- Portanto
 - $\mathbf{n}_{obj} = (\mathbf{T}_3^t \mathbf{n}_{mun})$
- Passando a matriz para o outro lado
 - $\mathbf{n}_{mun} = (\mathbf{T}_3^t)^{-1} \mathbf{n}_{obj}$

26

26

Normal no SC do Objeto para o Mundo

Aplicação das Inversas e Transpostas

- Temos que $\mathbf{n}_{mun} = (\mathbf{T}_3^t)^{-1} \mathbf{n}_{obj}$
- Inversas e transpostas podem ser trocadas
 - Para facilitar e otimizar o processo
- \mathbf{T}_3 é uma composição de rotações \mathbf{R} e escalas \mathbf{S}
 - $((\mathbf{RS} \dots)^{-1})^t = (\dots \mathbf{S}^{-1} \mathbf{R}^{-1})^t = ((\mathbf{R}^{-1})^t (\mathbf{S}^{-1})^t \dots)$
- Outras simplificações
 - $(\mathbf{R}^{-1})^t = \mathbf{R}$
 - $(\mathbf{S}^{-1})^t = \mathbf{S}^{-1}$

27

27

Resumo de Um Ray Tracer não Recursivo

```

P = origem da câmera
for each amostra (e.g. pixel) da imagem:
  Computar o vetor direcional d
  for each objeto:
    Verificar a interseção com o raio P+td

  Selecionar o menor t não negativo dentre os objetos

  Computar com t o ponto de interseção p no SC do objeto

  Computar a normal no ponto p
  Transforma-la para o SC do mundo

  Usar a normal no mundo para fazer o cálculo da
  iluminação

```

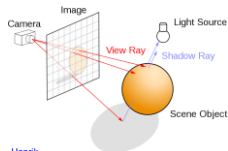
28

28

Sombras

- Cada fonte de luz contribui para a cor de um ponto de um objeto
 - Se o raio chegar até o objeto
 - Pode estar ocluída por outro objeto ou por si próprio

$$C = Amb + \sum aten * intensidade * (D_i + S_i)$$



Henrik
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ray_trace_diagram.svg
 CC BY-SA 4.0

29

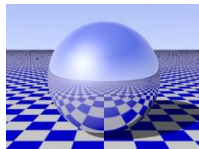
29

Ray Tracing Recursivo

- Simula o efeito global da luz
- Após tocar o objeto
 - Dispara o raio em outras direções além das fontes de luz
 - Cada direção representa um efeito
 - Refração, reflexão, transparência, etc.



Gilles Tran
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Glasses_RTO_edit.png
 Public Domain



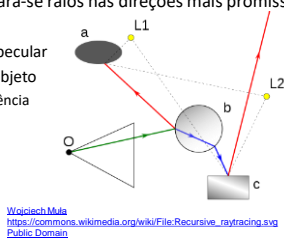
Simu
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:POV-Ray_przyklad.pg
 Public Domain

30

30

Ray Tracing Recursivo

- Recursividade começa no ponto de interseção com o objeto
- Idealmente, disparar-se-ia raios em todas as direções
 - Porém, é muito caro
- Ao invés, dispara-se raios nas direções mais promissoras
 - Fontes
 - Reflexão especular
 - Dentro do objeto
 - Transparência



31

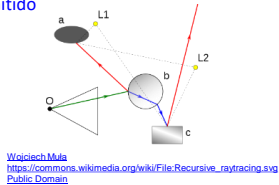
31

Ray Tracing Recursivo

- Rodar a recursividade por um número finito de iterações
- Contribuição com os raios recursivos

$$C = Amb + \sum \text{aten} * \text{intensidade} * (D_i + S_i) + \underbrace{C_r + C_t}_{\text{Contribuição Recursiva}}$$

- C_r raio refletido
- C_t raio transmitido



32

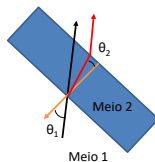
32

Ray Tracing Recursivo

Transparência Refrativa

- Modelagem com a lei de Snell
 - η_1 índice de refração do meio 1
 - η_2 índice de refração do meio 2

$$\sin(\theta_2) = \sin(\theta_1) \eta_1 / \eta_2$$

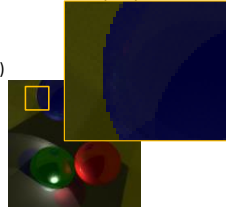


33

33

Super Amostragem

- De forma ingênua o cálculo da intensidade é feito por pixel
 - Um raio é disparado por pixel
- Contudo
 - As arestas ficam serrilhadas (aliasing)
- Solução
 - Super amostrar os pixels
 - Usar mais de um raio por pixel e agrupar as contribuições
 - Por exemplo, amostrar os cantos e o centro do pixel
 - Fazer a média dos valores para o pixel

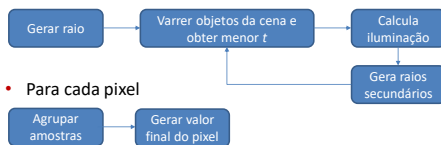


34

34

Visão Geral do Ray Tracing

- Preparar a base de dados para o Ray Tracing
 - Organizar os objetos em estruturas de dados eficientes
 - Kd-trees, bounding volumes, etc.
 - Facilitam o cálculo da interseção do raio com objetos
- Para cada amostra



35

35

Perguntas ?????



Grog L.
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ray-traced_steel_balls.jpg
 CC BY-SA 3.0

36

36