

1<sup>a</sup>) Matrícula: 2017100548 → soma = 28

$$\begin{cases} a = 8 \\ b = 4 \\ c = 28/8 = 3,5 \approx 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{k(s^2 + 8s + 4)}{s^2(s - 4)}$$

• TF em malha fechada:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{\frac{k(s^2 + 8s + 4)}{s^2(s - 4)}}{1 + \frac{k(s^2 + 8s + 4)}{s^2(s - 4)}} = \frac{k(s^2 + 8s + 4)}{s^3 - 4s^2 + k(s^2 + 8s + 4)}$$

$$\Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k(s^2 + 8s + 4)}{s^3 + (k - 4)s^2 + 8ks + 4k}$$

1.1 Determine a faixa do ganho K, usando o método de Routh-Hurwitz, para garantir a estabilidade deste sistema em malha fechada (considere realimentação negativa).

$s^3$		1	8k	$\Rightarrow \beta = \frac{8k^2 - 4 \cdot 8k - 4k}{k - 4} = \frac{8k^2 - 36k}{k - 4}$
$s^2$		k - 4	4k	
$s^1$		$\beta$		
$s^0$		4		$\Rightarrow \gamma = \frac{\beta \cdot 4k}{\beta} = 4k$

• Para que seja estável, todos os elementos da primeira coluna devem ser  $> 0$ .

$$\Rightarrow k - 4 > 0 \Rightarrow k > 4$$

$$\Rightarrow 8k^2 - 36k > 0 \Rightarrow 8k - 36 > 0 \Rightarrow k > \frac{9}{2}$$

$$k > \frac{36}{8}$$

$$\Rightarrow 4k > 0$$

$$k > 0$$

$$R: k > 4,5$$

1.2 Obtenha o valor do ganho K para que o sistema em malha fechada seja marginalmente estável.

→ Para ser marginalmente estável, uma linha da tabela deve ser nula:

↳ Fazendo  $k = 9/2$ , anula-se a linha  $s^1$ .

• O sistema então terá um par de raízes no eixo  $j\omega$  (que podem ser encontradas calculando-se as raízes do polinômio auxiliar

$$P(s) = (k - 4)s^2 + 4k = 0,5s^2 + 18$$

1.3 Sem usar o computador, calcule as raízes da equação característica para o ganho K obtido no item 1.2 (polinômio do denominador da FT em malha fechada = 0)

• Fazendo  $k = 9/2$ :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{4,5(s^2 + 8s + 4)}{s^3 + 0,5s^2 + 36s + 18}$$

$$\Rightarrow \text{Polinômio característico: } s^3 + 0,5s^2 + 36s + 18$$

↳ Duas das três raízes podem ser obtidas calculando-se as raízes de  $P(s)$ :

$$\Rightarrow P(s) = 0,5s^2 + 18 \Rightarrow s = \pm \sqrt{\frac{-18}{0,5}} = \pm j6$$

$$\Rightarrow \text{temos então que: } s^3 + 0,5s^2 + 36s + 18 = \underbrace{(s - j6)(s + j6)}_{s^2 + 36} (s - r)$$

• achando a 3<sup>a</sup> raiz:

$$\begin{array}{r|l} s^3 + 0,5s^2 + 36s + 18 & s^2 + 36 \\ -(s^3 + 36s) & s + 0,5 \\ \hline 0,5s^2 + 18 & \\ -(0,5s^2 + 18) & \\ \hline 0 & \end{array} \Rightarrow s_3 = -0,5$$

⇒ Logo:

$$\begin{cases} s_1 = j6 \\ s_2 = -j6 \\ s_3 = -0,5 \end{cases}$$

1.4) Mantenho a mesma resposta.

3) Apenas uma pequena observação na 3.2

→ Como eu faço tudo na mesa digitalizadora, costumo usar um comando de copiar e colar um pedaço de texto pra agilizar. Acontece que fiz besteira na 3.2... ao invés de copiar, eu cortei a matriz  $\Phi$  e ficou assim:

3.2 Obtenha analiticamente a função de transferência  $Y(s)/U(s)$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B$$

$$sI - A = \begin{bmatrix} s+8 & 0 & 0 \\ 0 & s+4 & 0 \\ 0 & 0 & s+4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (sI - A)^{-1} = \frac{1}{\underbrace{s^3 + 16s^2 + 80s + 128}_{\Delta(s)}}$$

??

→ eu cortei a matriz  $\Phi$  pra dar ctrl+v embaixo

\* Peço apenas releve esse deslize. (A matriz aparece logo na linha de baixo)

Obrigada! 😊