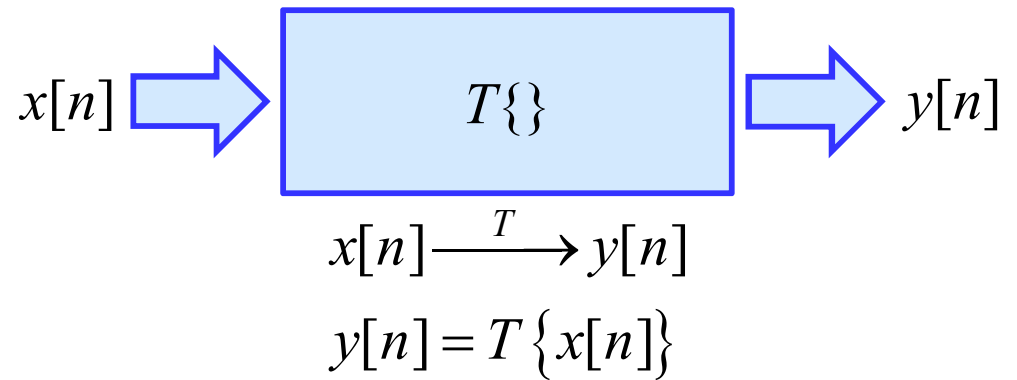


# Exercícios de Sinais e Sistemas Discretos

*Professor*

Jorge Leonid Aching Samatelo

[jlasm001@gmail.com](mailto:jlasm001@gmail.com)



# Lista de Exercícios

Sinais discretos

## Exercício 1

□ Determine a potência e a energia das seguintes sequências:

a)

$$x[n] = u[n]$$

b)

$$x[n] = n.u[n]$$

c)

$$x[n] = A.e^{j\Omega_0 n}$$

d)

$$x[n] = A.\text{sen}(2\pi n / M + \theta)$$

# Lista de Exercícios

## Sistemas discretos

### Exercício 2

- ❑ Para um sistema invariante no tempo foram observados os seguintes pares de entrada e saída.

$$x_1[n] = \left\{ \underset{\uparrow}{1}, 0, 2 \right\} \xleftrightarrow{T} y_1[n] = \left\{ \underset{\uparrow}{0}, 1, 2 \right\}$$

$$x_2[n] = \left\{ \underset{\uparrow}{0}, 0, 3 \right\} \xleftrightarrow{T} y_2[n] = \left\{ \underset{\uparrow}{0}, 1, 0, 2 \right\}$$

$$x_3[n] = \left\{ \underset{\uparrow}{0}, 0, 0, 1 \right\} \xleftrightarrow{T} y_3[n] = \left\{ 1, \underset{\uparrow}{2}, 1 \right\}$$

- Determinar se o sistema é linear.
- Qual é a resposta ao impulso do sistema.

# Lista de Exercícios

## Sistemas discretos

### Exercício 3

□ Para um sistema linear foram observados os seguintes pares de entrada e saída.

$$x_1[n] = \{ -1, \underset{\uparrow}{2}, 1 \} \quad \xleftrightarrow{T} \quad y_1[n] = \{ 1, \underset{\uparrow}{2}, -1, 0, 1 \}$$

$$x_2[n] = \{ 1, \underset{\uparrow}{-1}, -1 \} \quad \xleftrightarrow{T} \quad y_2[n] = \{ -1, \underset{\uparrow}{1}, 0, 2 \}$$

$$x_3[n] = \{ 0, \underset{\uparrow}{1}, 1 \} \quad \xleftrightarrow{T} \quad y_3[n] = \{ \underset{\uparrow}{1}, 2, 1 \}$$

- a) Determinar se o sistema é invariante no tempo.
- b) Qual é a resposta ao impulso do sistema.

# Lista de Exercícios

## Sistemas discretos

### Exercício 4

- ❑ Suponha que se tem um sistema LTI, cuja forma exata não é conhecida. O sistema foi testado com alguns sinais de entrada, observando-se os sinais de saída geradas. Suponha que os seguintes pares de entrada e saída são os resultados dos testes:

$$x[n] = \delta[n] - \delta[n-1] \xleftrightarrow{T} y[n] = \delta[n] - \delta[n-1] + 2\delta[n-3]$$

- ❑ Determinar a resposta do sistema quando a entrada é:

$$x[n] = 7\delta[n] - 7\delta[n-2]$$

# Lista de Exercícios

## Sistemas discretos

### Exercício 5

□ Considere o sinal:

$$w[n] = a^n u[n] ; 0 < a < 1$$

- a. Demostre que qualquer sequência  $x[n]$  pode ser representada como:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \cdot w[n-k]$$

e expresse o coeficiente  $c_k$  em termos de  $x[n]$ .

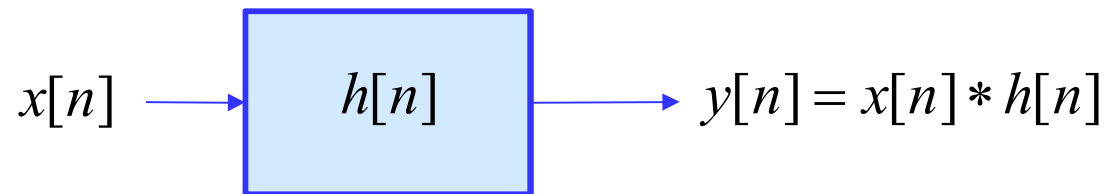
- b) Usando as propriedades de linearidade e invariância no tempo expresse a saída  $y[n] = T\{x[n]\}$  em termos da entrada  $x[n]$  e o sinal  $g[n] = T\{w[n]\}$ , onde,  $T\{.\}$  é o operador do sistema LTI.
- c) Expresse a resposta ao impulso  $h[n] = T\{\delta[n]\}$  em termos de  $g[n]$ .

# Lista de Exercícios

## Sistemas discretos

### Exercício 6

- ❑ Calcule a saída do sistema LTI, via o somatório de convolução, para os seguintes pares de sinais.



a)

$$x[n] = a^n u[n] \quad h[n] = b^n u[n] \quad a \neq b$$

b)

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n = -2, 0, 1 \\ 2 & n = -1 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad h[n] = \delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-4] + \delta[n-5]$$

c)

$$x[n] = u[n+1] - u[n-4] - \delta[n-5] \quad h[n] = (u[n+2] - u[n-3])(3 - |n|)$$

d)

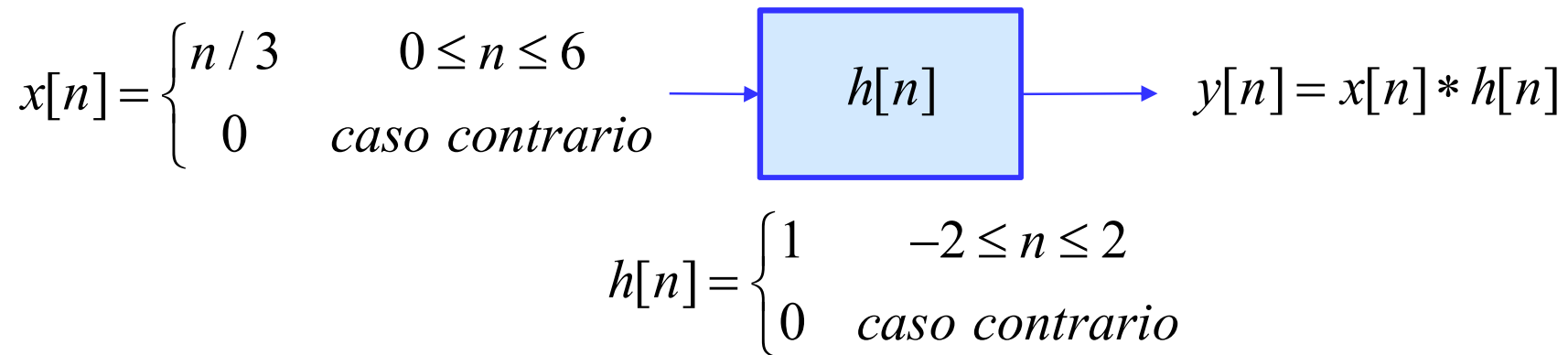
$$x[n] = u[n] - u[n-5] \quad h[n] = u[n-2] - u[n-8] + u[n-11] - u[n-17]$$

# Lista de Exercícios

## Sistemas discretos

### Exercício 7

- ❑ Calcule a saída do sistema LTI, via o somatório de convolução, usando o método analítico.



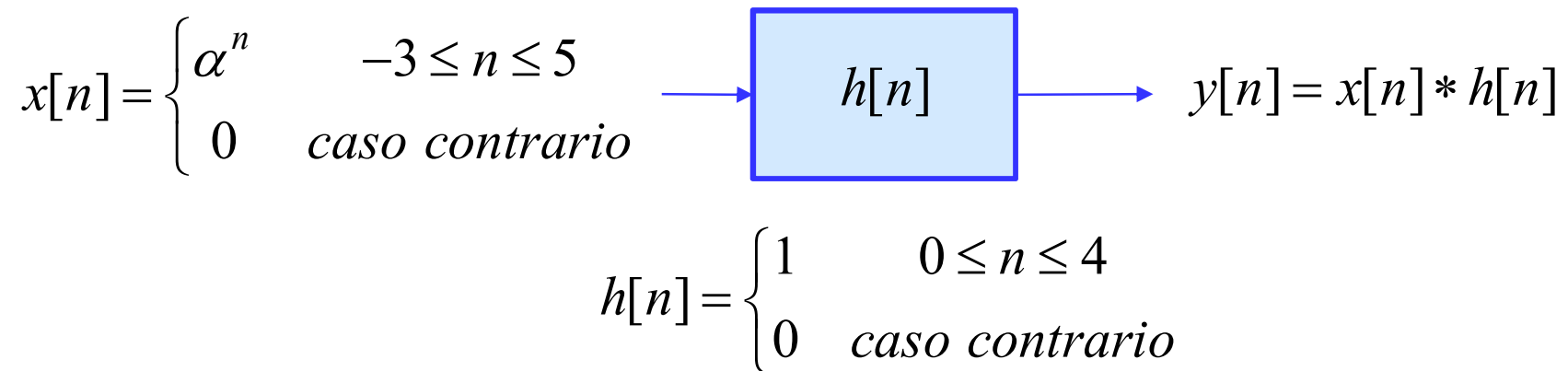


# Lista de Exercícios

## Sistemas discretos

### Exercício 8

❑ Calcule a saída do sistema LTI, via o somatório de convolução,



- a) usando o método indicado em aula.
- b) analiticamente

# Lista de Exercícios

## Sistemas discretos

### Exercício 9

- ❑ Para cada resposta ao impulso listado abaixo, determine se o sistema correspondente e:
- Sem memória.
  - Causal.
  - Estável.

a)  $h[n] = (2)^n u[-n]$

b)  $h[n] = e^{2n} u[n-1]$

c)  $h[n] = \cos(\frac{1}{8} \pi n)(u[n] - u[n-10])$

d)  $h[n] = \sin(\frac{1}{2} \pi n)$

e)  $h[n] = \delta[n] + \sin(\pi n)$

# Lista de Exercícios

## Sistemas discretos

### Exercício 10

- Considere o sistema descrito pela equação de diferenças

$$y[n] = ay[n-1] + bx[n]$$

- a) Determine  $b$  em termos de  $a$ , tal que:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] = 1$$

- b) Calcule a resposta ao degrau unitário do sistema  $s[n]$  e selecione  $b$ , tal que,  $s[\infty] = 1$ .
- c) Compare os valores obtidos em (b) e (a) que você observa?

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 11

- Determine a transformada Z dos seguintes sinais e desenhe os correspondentes diagramas de polos e zeros.

a)  $x[n] = (1 + n)u[n]$

b)  $x[n] = (a^n + a^{-n})u[n] ; a \in \mathbb{C}$

c)  $x[n] = (-1)^n 2^{-n} u[n]$

d)  $x[n] = n a^n \sin(\Omega_0 n) u[n]$

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 12

- Determine a transformada Z dos seguintes sinais e desenhe os correspondentes diagramas de polos e zeros.

a)

$$x[n] = na^n \cos(\Omega_0 n) u[n]$$

b)

$$x[n] = Ar^n \cos(\Omega_0 n + \phi) u[n] ; 0 < r < 1$$

c)

$$x[n] = \frac{1}{2}(n^2 + n) \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} u[n-1]$$

d)

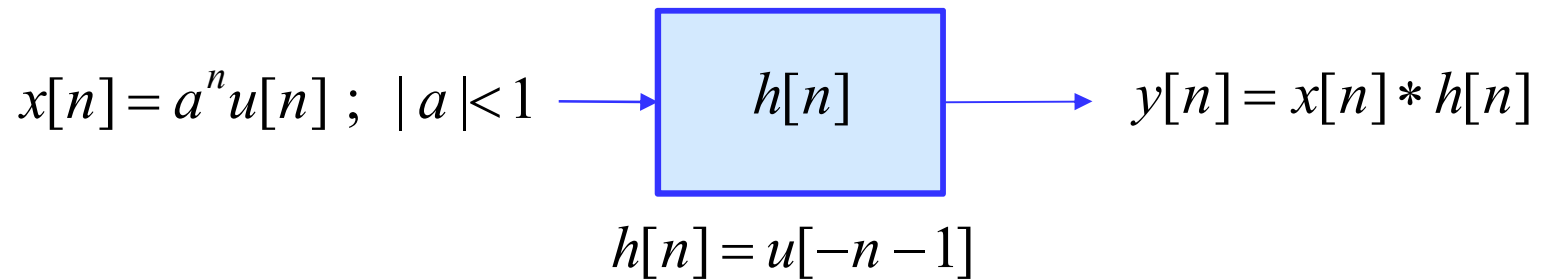
$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n (u[n] - u[n-10])$$

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 13

□ Seja o sistema LTI discreto.



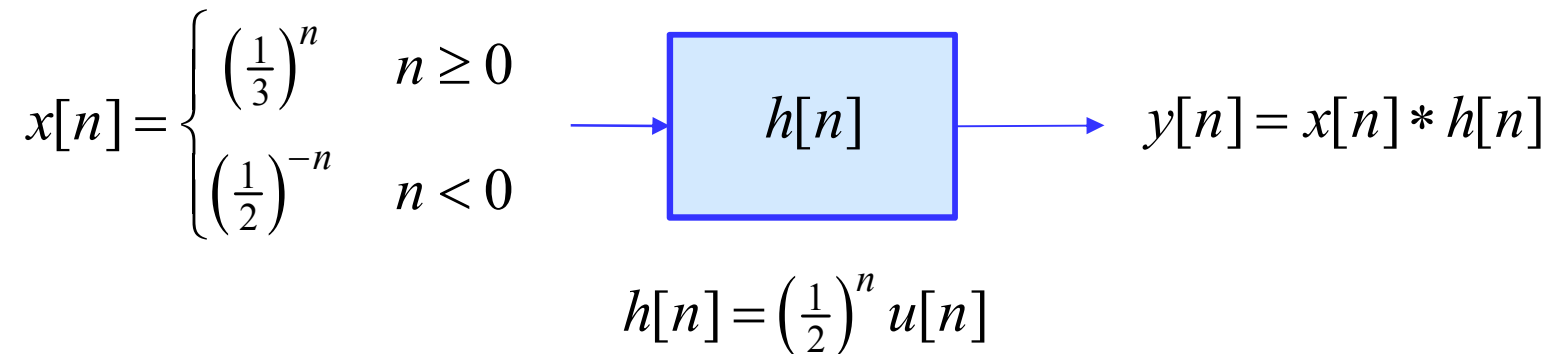
- a) Calcular a saída do sistema, usando:
  - 1. O somatório de convolução.
  - 2. O método baseado na transformada Z.
- b) Tomando em conta a função de transferência do sistema  $H(z)$ 
  - 1. Determinar se o sistema é causal.
  - 2. Determinar se o sistema é estável.

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 14

□ Seja o sistema LTI.



- a) Usando a transformada Z.
  1. Calcular a saída a  $y[n]$  para a entrada  $x[n]$ .
  2. Calcular a resposta ao degrau unitário  $s[n]$ .
- b) Tomando em conta a função de transferência do sistema  $H(z)$ 
  1. Determinar se o sistema é causal.
  2. Determinar se o sistema é estável.

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 15

- ❑ Determinar a convolução dos seguintes pares de sinais usando a transformada Z.

a)

$$x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n-1] \longrightarrow h[n] = \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) u[n] \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

b)

$$x[n] = u[n] \longrightarrow h[n] = \delta[n] + \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

c)

$$x[n] = \cos(\pi n) u[n] \longrightarrow h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

d)

$$x[n] = 2^n u[n-1] \longrightarrow h[n] = nu[n] \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$



# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 16

□ Seja  $x[n]$  uma sequência com transformada Z  $X(z)$ . Determine, em termos de  $X(z)$ , as transformadas Z dos seguintes sinais:

a)

$$y[n] = \begin{cases} x[n/2] & n \text{ par} \\ 0 & n \text{ ímpar} \end{cases}$$

b)

$$y[n] = x[2n]$$

c)

$$\Delta x[n] = x[n+1] - x[n]$$

d)

$$\Delta^2 x[n] = \Delta x[n+1] - \Delta x[n]$$

e)

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} x[n+k]$$

f)

$$x[n] = x[n+N] ; N \in \mathbb{Z}$$

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 17

❑ Determinar a Transformada Z Inversa das seguintes funções racionais.

a)

$$X(z) = \frac{2 - 4,7z^{-1} + 2,23z^{-2} - 0,3z^{-3}}{1 - 0,7z^{-1} + 0,12z^{-2}}, 0,3 < |z| < 0,4$$

b)

$$X(z) = \frac{-5 - 3z + 2z^{-1}}{1 - 2z^{-1}}, |z| > 2$$

c)

$$X(z) = \frac{1 - az^{-1}}{z^{-1} - a}, \quad |z| > \left| \frac{1}{a} \right|$$

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 18

❑ Determinar a Transformada Z Inversa das seguintes funções racionais.

a)

$$X(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}, |z| > 1$$

b)

$$X(z) = \frac{z + 1/2}{(z - 1/2)(z - 1/3)^2}, |z| > \frac{1}{3}$$

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 19

- ☐ Projetar um sistema LTI causal discreto, tal que, se a entrada é:

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$$

- ☐ Então, a saída é:

$$y[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

- ☐ Determinar:

- A resposta ao impulso  $h[n]$  e a função de transferência  $H(z)$  de um sistema que cumpra com as condições precedentes.
- Determinar a equação de diferenças que caracteriza ao sistema.
- Determinar se o sistema é estável.
- Determinar a resposta ao degrau unitário do sistema.
- Determinar a resposta em frequência do sistema e encontrar a saída do sistema quando a entrada é  $x[n] = \cos(0,2\pi n)$ .

# Lista de Exercícios

Transformada Z

## Exercício 20

□ A resposta ao degrau unitário de um sistema LTI é

$$s[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} u[n+2]$$

- a) Determinar a função de transferência do sistema  $H(z)$
- b) Determinar os polos e zeros de  $H(z)$ .
- c) Desenhar o diagrama de polos e zeros de  $H(z)$ .
- d) Determinar a resposta ao impulso  $h[n]$ .
- e) Determinar a equação de diferenças que caracteriza ao sistema.
- f) Determinar se o sistema é causal e estável.

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 21

□ Seja o sistema LTI discreto causal

$$y[n] = \frac{1}{2} y[n-1] + 4x[n] + 3x[n-1]$$

- a) Determinar a função de transferência  $H(z)$  e ver se o sistema é estável.
- b) A partir de  $H(z)$  determinar a resposta impulsiva do sistema  $h[n]$ .
- c) Determine a resposta forçada quando a entrada é:

$$x[n] = e^{j\Omega_0 n}$$

- d) Considerando a entrada anterior, determine o valor da saída em estado estacionário ( $t \rightarrow \infty$ ).

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 22

- ❑ Usando a transformada unilateral Z, solucione as seguintes equações de diferenças:

| Equação de diferenças                              | Condições iniciais     | Entrada               |
|--|------------------------|-----------------------|
| $y[n] + \frac{1}{2}y[n-1] - \frac{1}{4}y[n-2] = 0$ | $y[-1] = y[-2] = 1$    |                       |
| $y[n] = \frac{1}{2}y[n-1] + x[n]$                  | $y[-1] = 1$            | $x[n] = (1/3)^n u[n]$ |
| $y[n] = \frac{1}{4}y[n-2] + x[n]$                  | $y[-1] = 0; y[-2] = 1$ | $x[n] = u[n]$         |

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 23



□ Seja o sistema LTI discreto causal

$$y[n] - y[n-1] + \frac{1}{4}y[n-2] = 2x[n] - 2x[n-1] - \frac{11}{4}x[n-2] + 3x[n-3] - \frac{3}{4}x[n-4]$$

- a) Determinar a função de transferência  $H(z)$ .
- b) Determinar a resposta ao impulso  $h[n]$ .
- c) Determinar se o sistema é estável.
- d) Determinar a resposta em frequência  $H(j\Omega)$ .



# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 24

□ Seja o sistema LTI discreto causal

$$y[n] = 0,5x[n] + 0,2x[n-1] + 0,5y[n-1] - 0,1y[n-2]$$

- a) Determinar a função de transferência  $H(z)$ .
- b) Determinar a resposta ao impulso  $h[n]$ .
- c) Determinar se o sistema é estável.
- d) Determinar a magnitude e a fase da resposta em frequência do sistema.
- e) Determinar a saída produzida pelo sistema quando a entrada é  $x[n] = \cos(0,2\pi n)$ .

# Lista de Exercícios

## Transformada Z

### Exercício 25

□ Seja o sistema LTI discreto

$$y[n+1] - 2y[n] = x[n]$$

- a) Determinar a função de transferência  $H(z)$ .
- b) Determinar a resposta ao impulso  $h[n]$ .
- c) Determinar se o sistema é estável.
- d) Determinar a magnitude e a fase da resposta em frequência do sistema.
- e) Determinar a saída produzida pelo sistema quando a entrada é  $x(t) = \cos(377t)$  quando é amostrada a  $T = 10\text{ms}$ .

# Lista de Exercícios

Transformada Z

## Exercício 26

- ❑ Determinar a Transformada Z do sinal abaixo, seu ROC e a localização do pólos e zeros no plano complexo.

$$x[n] = -\delta[-n - 1] + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n]$$

# Lista de Exercícios

Transformada Z

## Exercício 27

- ☐ Encontre as partes real e imaginária para o cálculo da resposta em frequência da função cujas entradas e saídas satisfazem a equação abaixo:

$$y[n] - 0,5y[n-1] = x[n] + 2x[n-1]$$

**Bom Trabalho!!!**

