Aula 7 - Laboratório de Controle - 2022/1

Sistemas discretos: discretização e estabilidade

Nome(s): Dionatas Santos Brito e Pedro Anselmo Santana De Angeli

```
I=3 ;
turma=3 ;
g=init(turma,I)
```

```
g =

       518.4
  ----------------
  s^2 + 48 s + 576

Continuous-time transfer function.
```

```
datetime('now')
```

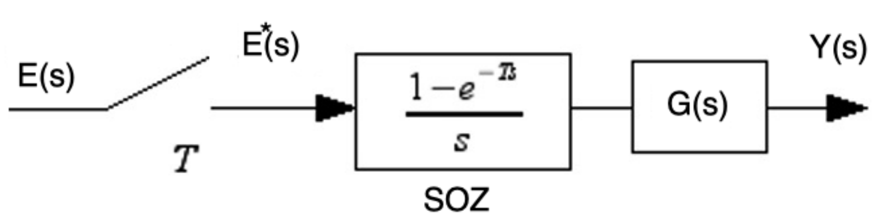
```
ans = datetime
   07-Jul-2022 10:37:56
```

Nesta aula um sistema contínuo será discretizado e analisado em malha aberta e malha fechada.

Atividade 1 - Discretização da FT de malha aberta

Dada a FT contínua $G(s)$, a FT discreta G(z) é obtida de $G(z) = Z[\frac{1 - e^{-Ts}}{s} G(s)]$. Nos instantes de amostragem, a saída discretizada e a contínua são iguais.

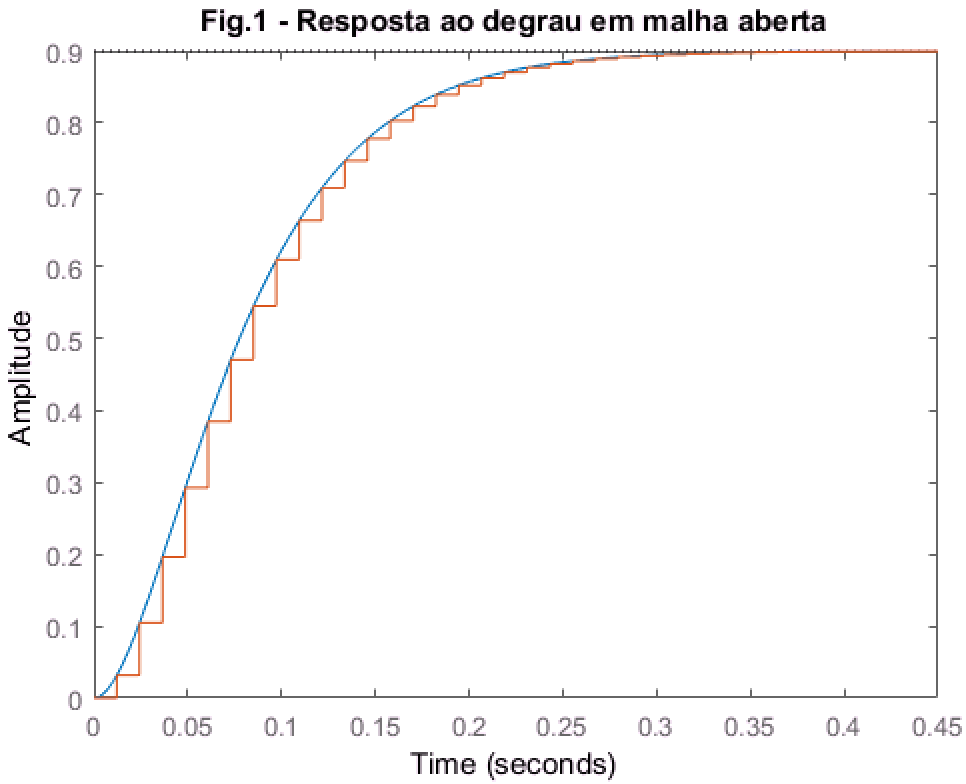
O tempo de amostragem usado aqui será $1/20$ do tempo de estabelecimento t_s, que equivale a $1/5$ da constante de tempo. Logo, o tempo de amostragem $T = t_s/20$ será usado para obter a FT discretizada Gd (G(z)).




```
S=stepinfo(g);
T=S.SettlingTime/20
```

```
T = 0.0122
```

```
gd=c2d(g,T);
figure
step(g,gd);title('Fig.1 - Resposta ao degrau em malha aberta')
```



1.1 Sabendo que a discretização mapeia um polo em $s = -a$ mapeia o polo do plano s para o polo do plano z em $z = e^{-aT}$, ou seja, $G(z) = Z[\frac{1}{s+a}] = \frac{z}{z - e^{-aT}}$a compare os polos de g e de gd.

Resposta: Analisando a expressão de mapeamento dos polos, percebe-se que quanto mais distante o polo for da origem no sistema contínuo, mas próximo da origem ele estará no sistema discreto. Além disso, os polos no sistema discreto sofrem influência do tempo de amostragem e para valores menores do que 1, ele aumenta o valor de z e para valores maiores do que 1, diminuem o valor de z.

1.2 Sabendo que sistemas contínuos com resposta rápida têm polos no semiplano esquerdo longe da origem, onde estão os polos de sistemas discretos rápidos? (Dica: usar a expressão de 1.1).

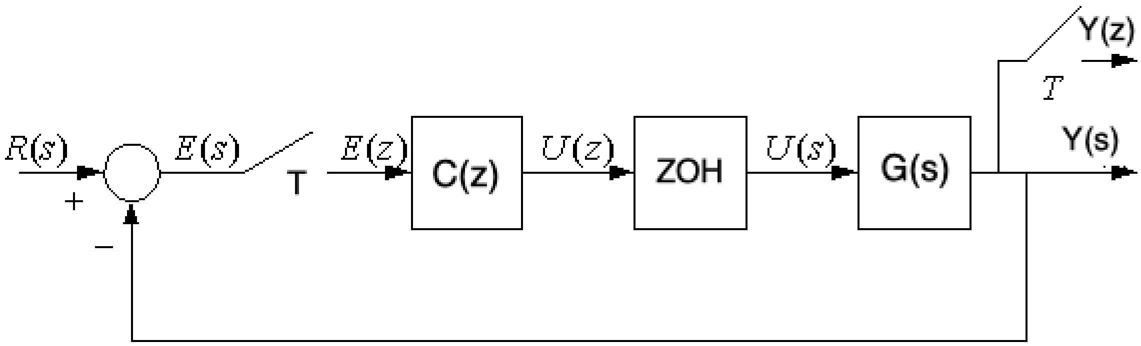
Resposta: Analisando a expressão em 1.1, percebe-se que quanto mais distante o polo for da origem no sistema contínuo, mas próximo da origem ele estará no sistema discreto. Ou seja, o sistema discreto é mais rápido para polos próximos da origem.

Atividade 2 - Avaliação do efeito do ganho no caso contínuo e no caso discreto

Em malha fechada, o controlador discreto $C(z)$ é aplicado ao sistema contínuo dado pela FT $G(s)$. Um segurador de ordem zero (SOZ) mantém o sinal de controle U(s) aplicado constante entre instantes de amostragem T.

A funcão de transferência discreta de malha fechada para o diagrama abaixo é dada por

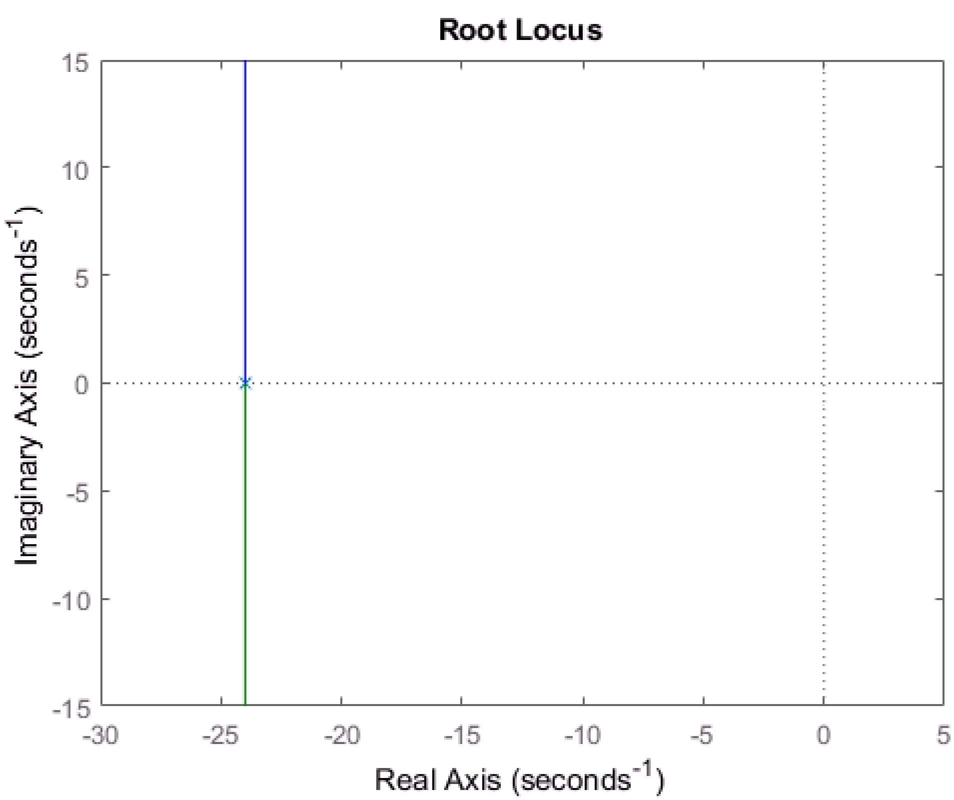
$M(z) = \dfrac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)}$, com $G(z) = Z\{SOZ * G(s)\}$.



Nesta atividade se avalia a diferença do comportamento do sistema contínuo e discreto em malha fechada quando o ganho varia, fazendo, $C(z) = K$.

2.1 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema contínuo em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(s) = 0$.

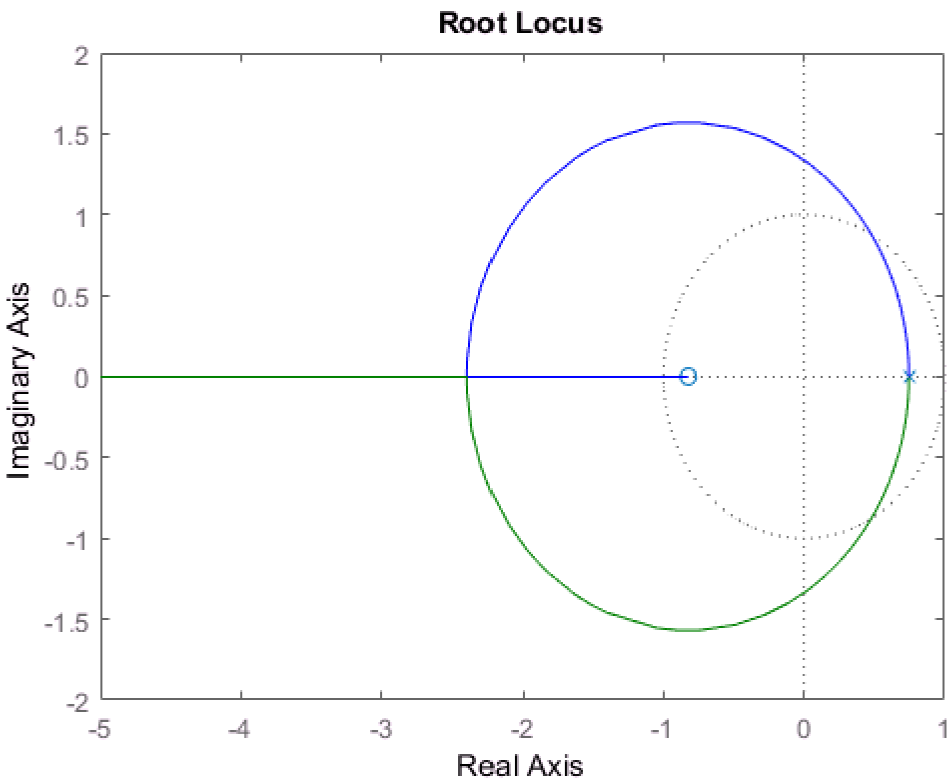
```
rlocus(g)
```



Resposta: Para K=0, os polos estão em -24 + 0i. O aumento no valor de K faz com que os polos tendam ao infinito, no qual um deles vai para o caminho azul e o outro para o verde, porém nunca perdendo a estabilidade do sistema, pois eles continuam no semiplano esquerdo.

2.2 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema discreto em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(z) = 0$ (gd é G(z)).

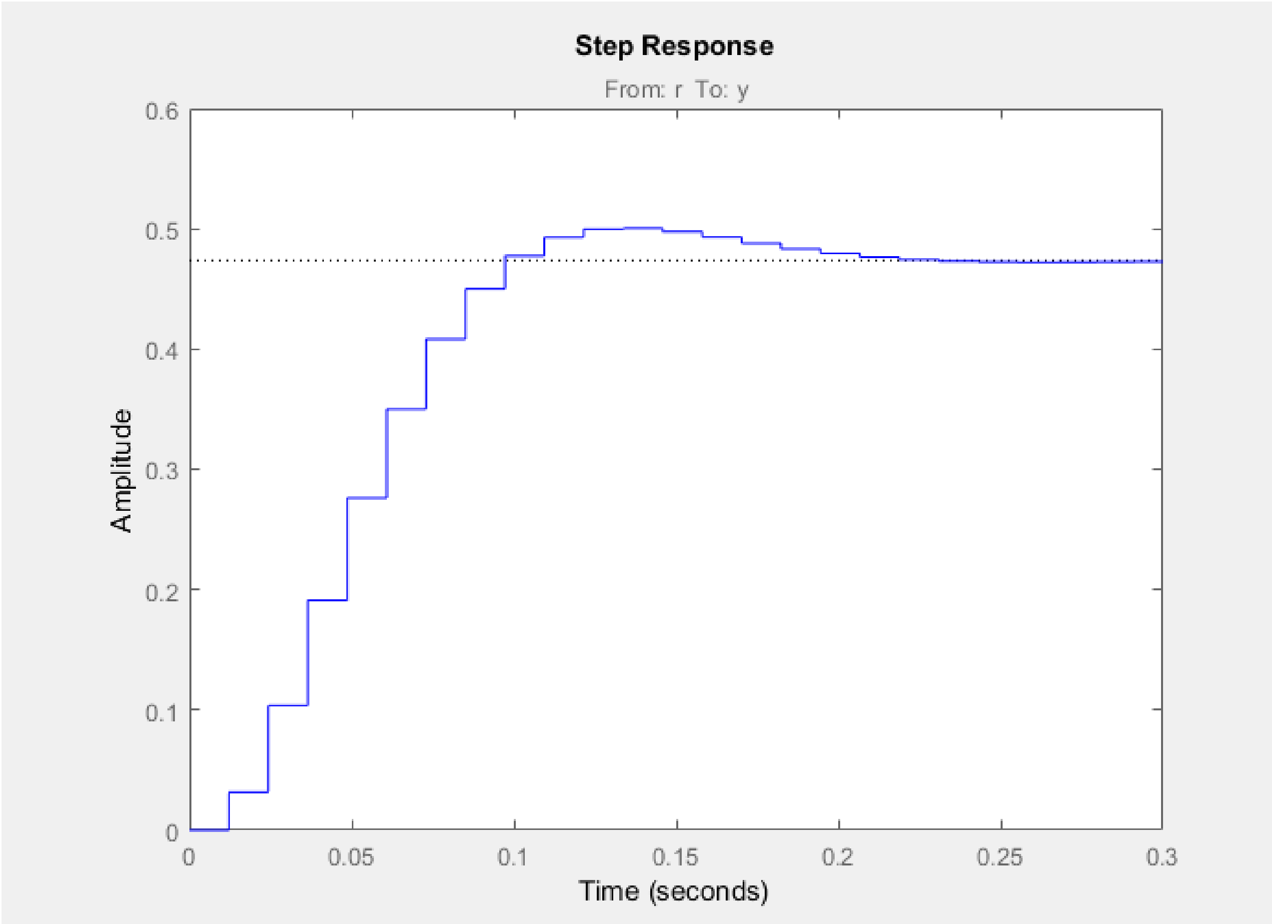
```
rlocus(gd)
```

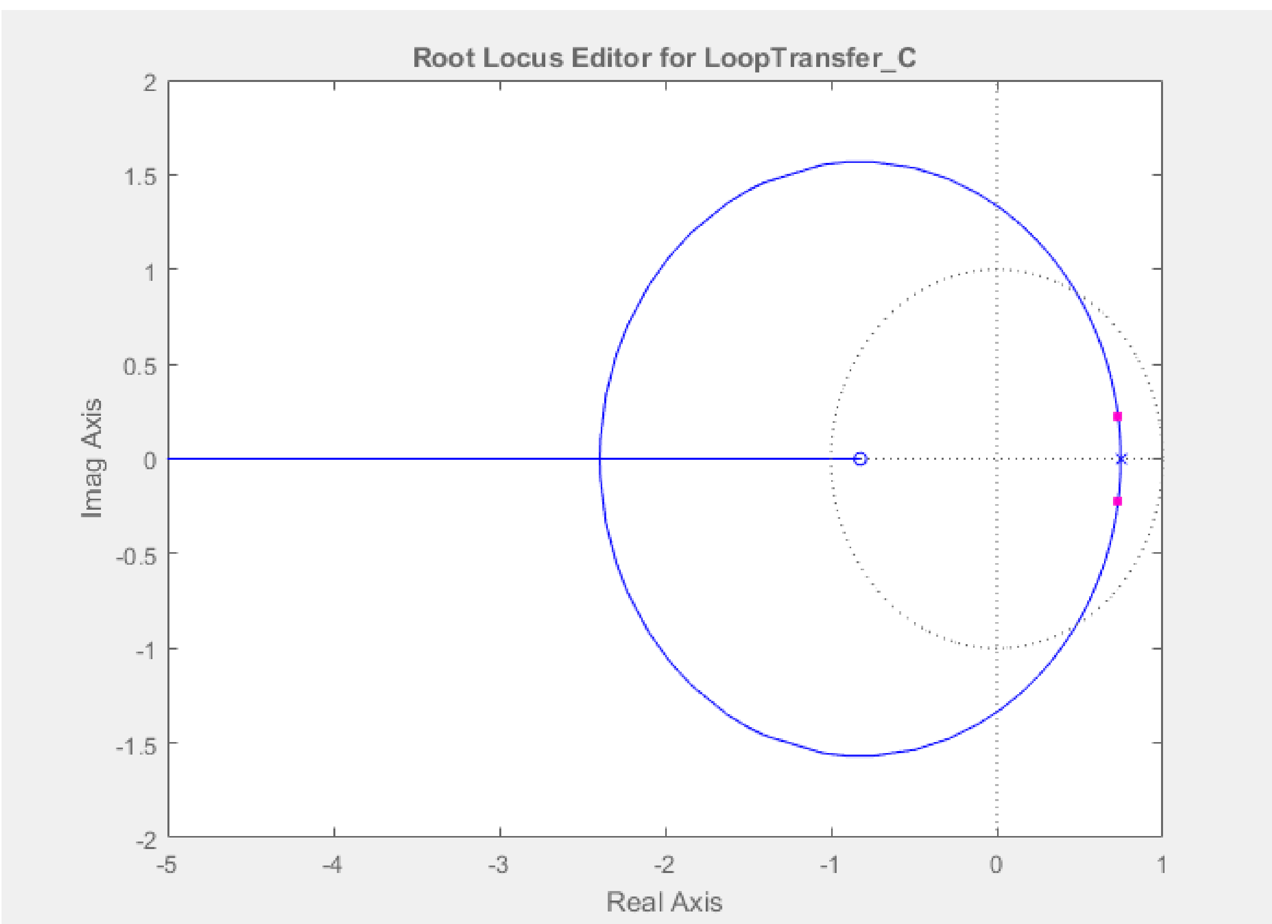


Resposta: Para K=0, os polos se encontram em X = 0.747 e Y = 0. Assim como no caso do sistema contínuo, um dos polos vai para o caminho azul e o outro para o caminho verde. Para K tendendo ao infinito, o polo do "caminho azul" tende ao zero do sistema e o polo do "caminho verde" tende ao infinito. A partir de certo valor de K, o sistema perde estabilidade pois os polos saem do círculo unitário.

2.3 Para que valores de K o sistema discreto é estável?

```
rltool(gd)
```


Step Response
From: r To: y
Amplitude
Time (seconds)
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
0.3

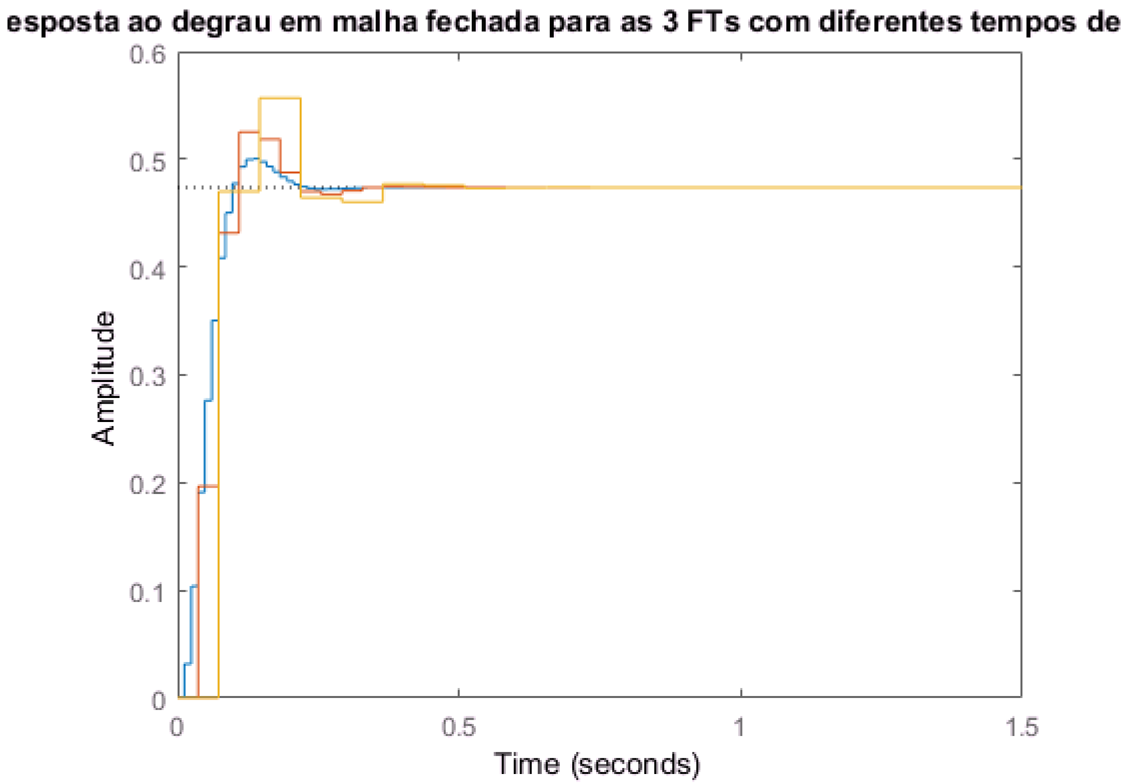

Root Locus Editor for LoopTransfer_C
Imag Axis
Real Axis
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-5
-4
-3
-2
-1
0
1

Resposta: Analisando o lugar das raízes no rltool, percebe-se que para valores de K menores que ~16.9, o sistema é estável.

Atividade 3 - Avaliação do efeito do tempo de amostragem

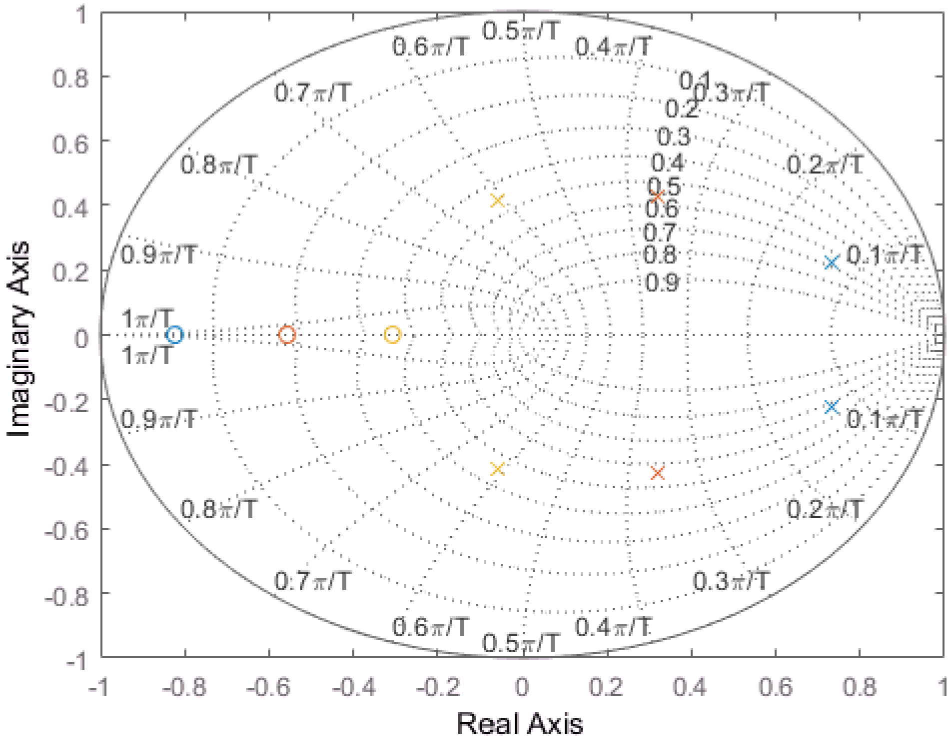
Os comandos abaixo geram 3 FTs discretas, cada uma com um tempo de amostragem diferente e crescente. Escolha estes valores de modo a ter respostas estáveis mas com sobreelevação crescente.

```
T1=[1 3 6]*T; % Escolher valores crescentes
gd1=c2d(g,T1(1));
gd2=c2d(g,T1(2));
gd3=c2d(g,T1(3));
m1=feedback(gd1,1);
m2=feedback(gd2,1);
m3=feedback(gd3,1);
figure;
step(m1,m2,m3);title('Fig.2 - Resposta ao degrau em malha fechada para as 3 FTs com diferentes
```




```
figure
pzmap(m1,m2,m3);title('Fig.3 - Polos de malha fechada para as 3 FTs');grid
```

Fig.3 - Polos de malha fechada para as 3 FTs



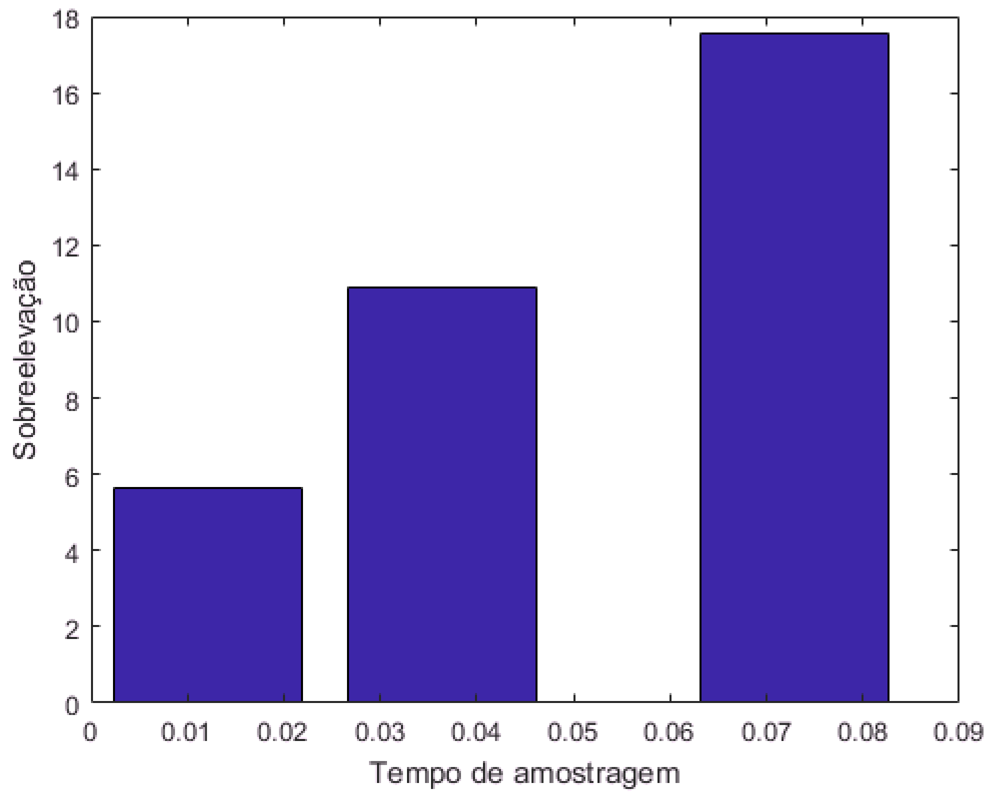
3.1 Compare a localização dos polos e a resposta ao degrau e explique a relação da localização dos polos no plano z e a respectiva resposta ao degrau em termos de sobreelevação. Dica: observe as curvas de amortecimento constante.

Resposta: Um sistema com amortecimento maior, tem uma menor sobreelevação. Analisando a resposta ao degrau, percebe-se que azul -> vermelho -> amarelo estão em ordem crescente de sobreelevação e, ao analisar a localização dos polos no plano z percebe-se que essa ordem está decrescente em termos de amortecimento. O azul está próximo da curva de 0.7, o vermelho entre 0.5 e 0.6 e o amarelo entre 0.4 e 0.5.

3.2 Faça um gráfico de barras dos tempos de amostragem versus a sobreelevação para os três casos acima, escrevendo as linhas de código abaixo.

```
S1=stepinfo(m1);
S2=stepinfo(m2);
S3=stepinfo(m3);
UP=[S1.Overshoot S2.Overshoot S3.Overshoot ];

figure
bar(T1, UP)
xlabel('Tempo de amostragem')
ylabel('Sobreelevação')
```

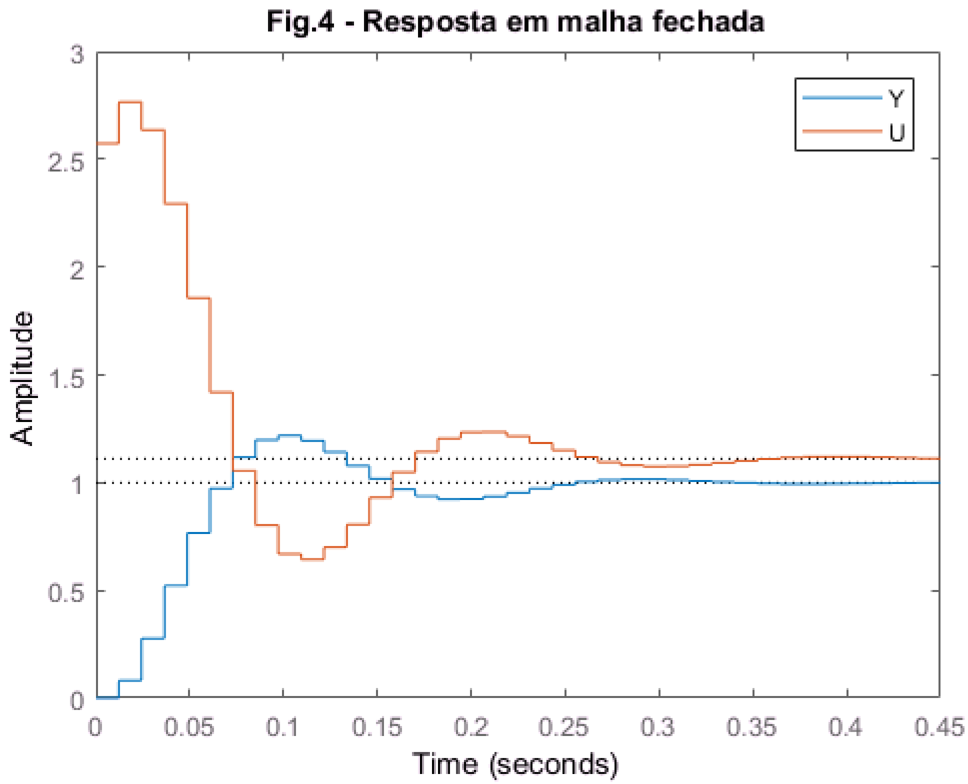


Atividade 4 - Avaliação da sintonia de um controlador contínuo discretizado

Usualmente se projeta os controladores usando FTs contínuas, e depois se discretiza o controlador para a implementação controlando uma planta contínua, como mostrado na figura da atividade 2.

Os comandos abaixo aproximam a FT de ordem 2 por uma de ordem 1, como feito na aula 6. A seguir, é feita a sintonia de um controlador PI usando o método lamba, com um valor de lambda que deve ser escolhido e justificado (ver relatório 6). Lembre-se que lambda é a constante de tempo de malha fechada, e deve ser menor que a constante de tempo de malha aberta.

```
[y,t]=step(g);
delay=t(sum(y<0.1*y(end)));
tau=t(sum(y<0.63*y(end)))-delay;
lambda=tau*0.5; %Escolher lambda
Kp=y(end);
g1=tf(Kp,[tau 1],'InputDelay',delay);
C=sintonia(g1,'PI','lam',lambda);
Cd=c2d(C,T);
Mry=feedback(Cd*gd,1);
Mru=feedback(Cd,gd);
step(Mry,Mru);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```



4.1 Explique a Fig.4 e os passos que foram seguidos desde o projeto (usando G(s) e escolhendo lambda) até a implementação deste controlador na forma discreta.

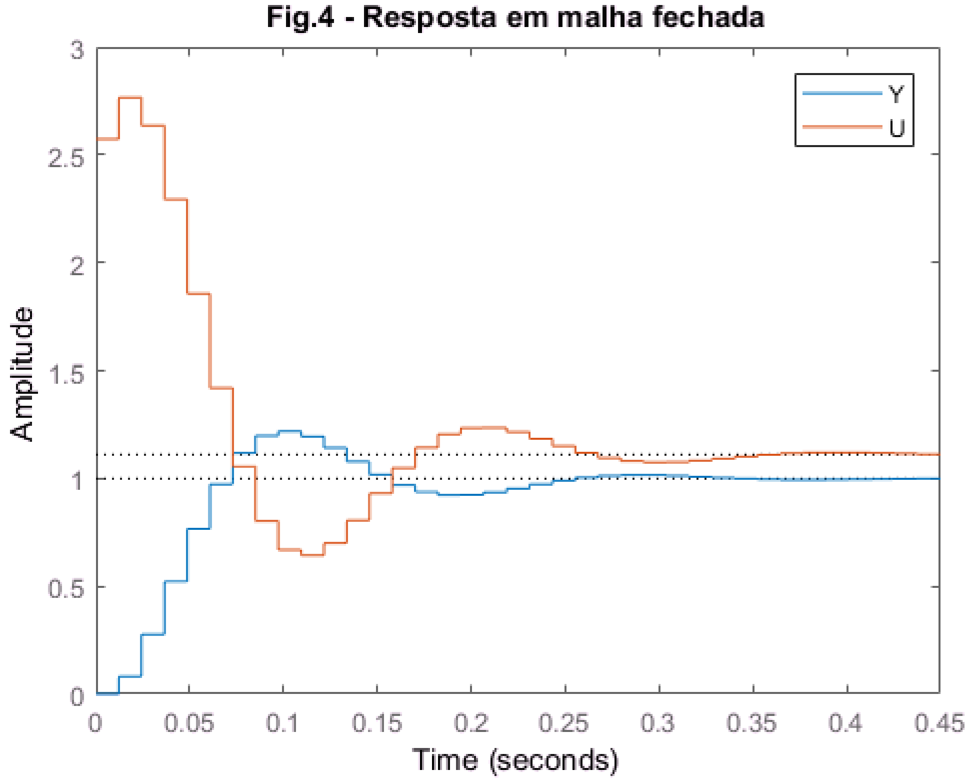
Resposta: O lambda foi escolhido de tal forma que o sistema fosse mais rápido, ou seja, um lambda menor que a constante de tempo do sistema em malha aberta (a escolha foi 50% desse valor), e que não tivesse uma sobreelevação elevada, ficando próxima dos 20%.

4.2 Explique como avaliar este controlador para tempos de amostragem maiores. Pode usar código para ilustrar.

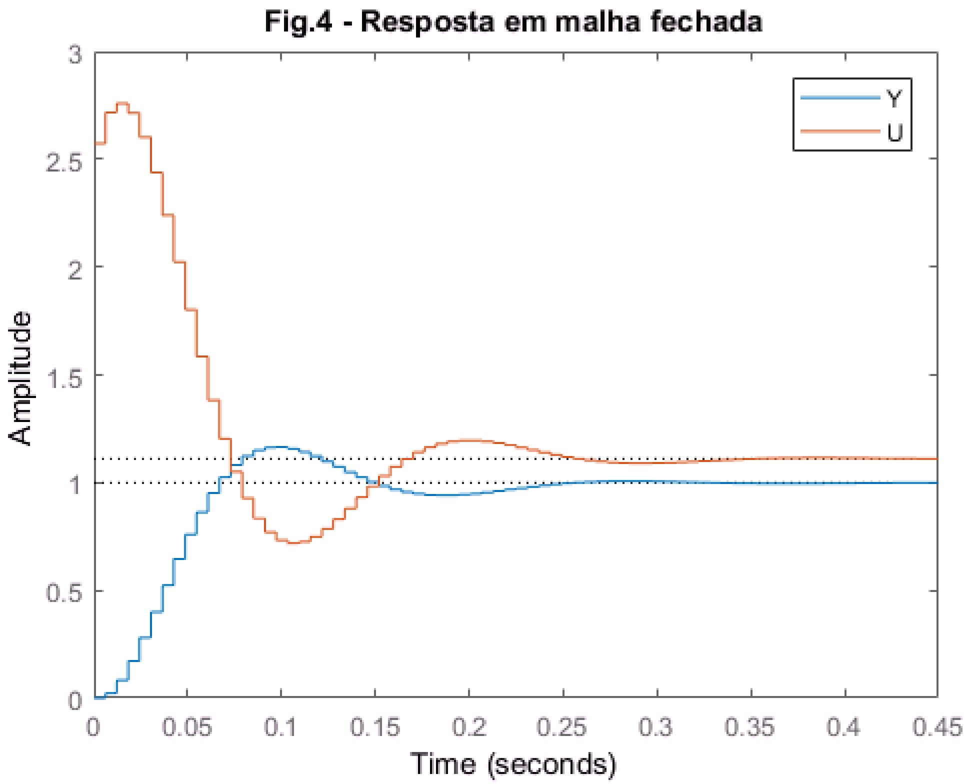
Resposta: Pode-se fazer de uma maneira semelhante ao que foi feito na atividade 3.

```
T1=[1 0.5 0.1]*T;

%% primeiro valor de T1
Cd=c2d(C,T1(1));
gd1=c2d(g,T1(1));
Mry=feedback(Cd*gd1,1);
Mru=feedback(Cd,gd1);
step(Mry,Mru);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```




```
%% segundo valor de T1
Cd=c2d(C,T1(2));
gd2=c2d(g,T1(2));
Mry=feedback(Cd*gd2,1);
Mru=feedback(Cd,gd2);
step(Mry,Mru);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```




```
%% terceiro valor de T1
Cd=c2d(C,T1(3));
gd3=c2d(g,T1(3));
Mry=feedback(Cd*gd3,1);
Mru=feedback(Cd,gd3);
step(Mry,Mru);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```

Fig.4 - Resposta em malha fechada