Sistemas Realimentados

EP23 - Especificações em Frequência

Nome: Victoria Nippes Sassaroli

Seja a FT $G(s) = \dfrac{k}{s(s+5)}$

1. Para os ganhos k = 5, 10, 15, 20 e 80, calcule a sobreelevação UP, a tempo de estabelecimento ts, a Margem de Fase MF e a largura de faixa BW, construa uma tabela, explicando o efeito de K sobre eles.

Para calcular os parâmetros pedidos, devemos fechar a malha:

$$M(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} \rightarrow M(s) = \frac{k}{s^2+5s+k}$$

$$M(s) = \frac{k}{s^2+5s+k} = \frac{{\omega_n}^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+{\omega_n}^2}$$

$\therefore$

Frequência natural: ${\omega_n}^2 = k \rightarrow \omega_n = \sqrt{k}$

Amortecimento: $\zeta = \dfrac{5}{2\sqrt{k}}$

Cáculos dos parâmetros:

Sobreelevação:

$$\text{UP} = 100e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

Tempo de estabelecimento:

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

Observação: A relação de τ para t_s deixa de ser verdadeira para valores grandes de ζ, fazendo com que a equação acima não tenha um resultado preciso. Normalmente se considera válida para valores de $\zeta \leq 0{,}9$.

Observação2: A sobreelevação e o tempo de estabelecimento serão calculados via simulação.

Margem de fase:

$\text{MF} = 180^o + \angle G(j\omega_g)$, onde ω_g é a frequência onde $|G(j\omega_g)| = 1$

Largura de faixa:

A largura de faixa BW é a frequência máxima para a qual o módulo da FT de malha fechada tem módulo maior que -3dB.

```
K= [5, 10, 15, 20, 80]; % Ganhos

% Loop para cada ganho
for i = 1:length(K)
    %num = k(i);
    G = tf([K(i)],[1 5 0]);
    G1 = feedback (G,1); % FT para o ganho atual

    info = stepinfo(G1);
    UP(i) = info.Overshoot; % Sobreelevação
    ts(i) = info.SettlingTime; % Tempo de estabelecimento
    [GM, PM, ~, ~] = margin(G1);
    MF(i) = PM; % Margem de fase
    if MF(i) < 0
        MF(i) = 360 + MF(i);
    end
    BW(i) = bandwidth(G1); % Largura de faixa
end

T = table(K', UP', ts', MF', BW', 'VariableNames', {'K', 'UP', 'ts', 'MF', 'BW'})
```

T = 5×5 table

	K	UP	ts	MF	BW
1	5	0	3.1788	180.0000	1.2277
2	10	1.7322	1.1648	180.0000	2.7901
3	15	7.0269	1.5504	131.8241	4.2038
4	20	12.0265	1.3088	104.5018	5.3680
5	80	40.0588	1.5448	46.5709	13.1159

Podemos perceber que com o aumento do ganho k temos o aumento da sobreelevação, uma queda no tempo de estabelecimento, que aumenta quando o ganho k tem um valor mais alto. Em relação a margem de fase reduz quando o ganho aumenta. Por fim com o aumento de K a largura de faixa aumenta, permitindo uma resposta mais rápida.

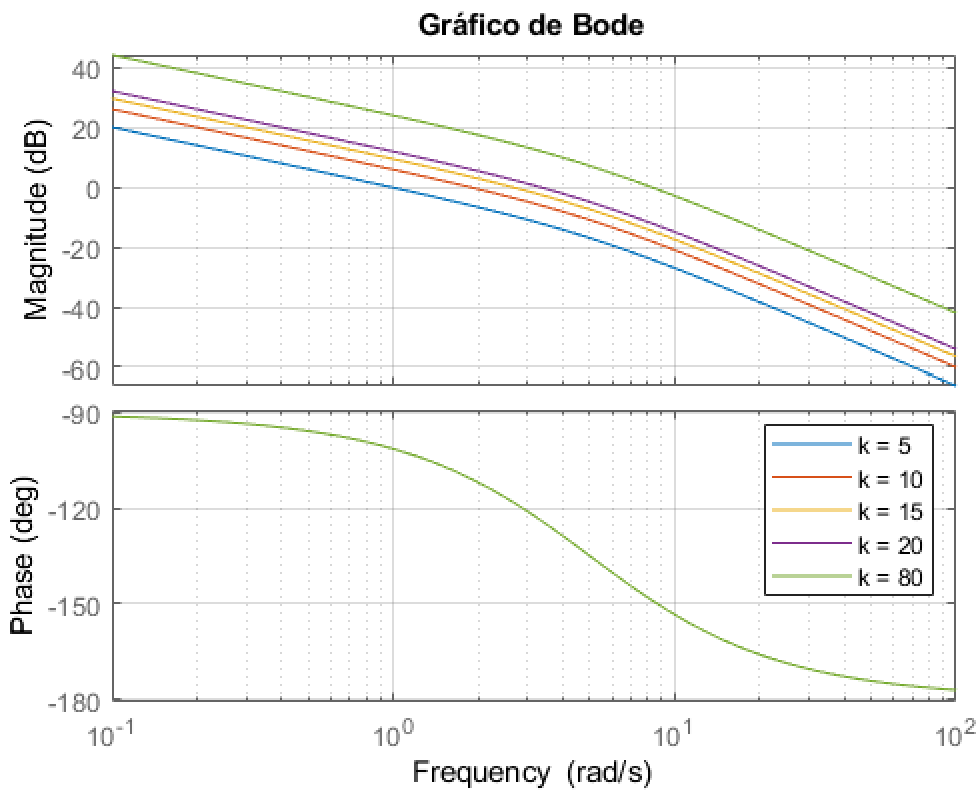
2. Faça o gráfico de Bode de $G(s) = \dfrac{k}{s(s+5)}$ para os 5 valores de K mostrando seu efeito sobre o gráfico e sobre MF.

```
Pm = zeros(1, length(K)); % Vetor para armazenar as margens de fase

figure;
hold on;

% Loop para cada ganho
for i = 1:length(K)
    G = tf([K(i)], [1 5 0]);
% Gerar o gráfico de Bode
   bode(G);
% Calcular a margem de fase
   [Gm, Pm(i), Wcg, Wcp] = margin(G);
```

```
end
title('Gráfico de Bode');
legend('k = 5', 'k = 10', 'k = 15', 'k = 20', 'k = 80');
grid on;
hold off;
```




```
% Tabela com os valores das margens de fase
T1 = table(K', Pm', 'VariableNames', {'K', 'MF'});
disp(T1);
```

K	MF
5	78.898
10	69.465
15	62.071
20	56.341
80	31.151

Quando o ganho K aumenta em um sistema de controle, a magnitude na frequência de cruzamento de ganho também aumenta, deslocando esse ponto para frequências mais altas. Em frequências mais altas, a fase de um sistema de segunda ordem tende a se aproximar de -180º. Portanto, o aumento do ganho K move o ponto de cruzamento de ganho para uma frequência mais alta, onde a fase é mais negativa, resultando em uma redução da margem de fase. Uma margem de fase reduzida pode indicar que o sistema está mais próximo da instabilidade, aumentando a suscetibilidade a oscilações. O aumento do ganho K em um sistema de controle resulta em uma redução da margem de fase. Isso ocorre porque o aumento do ganho pode mover o ponto de cruzamento da amplitude (onde a magnitude é 0 dB) para frequências mais altas, onde a fase do sistema é mais negativa.

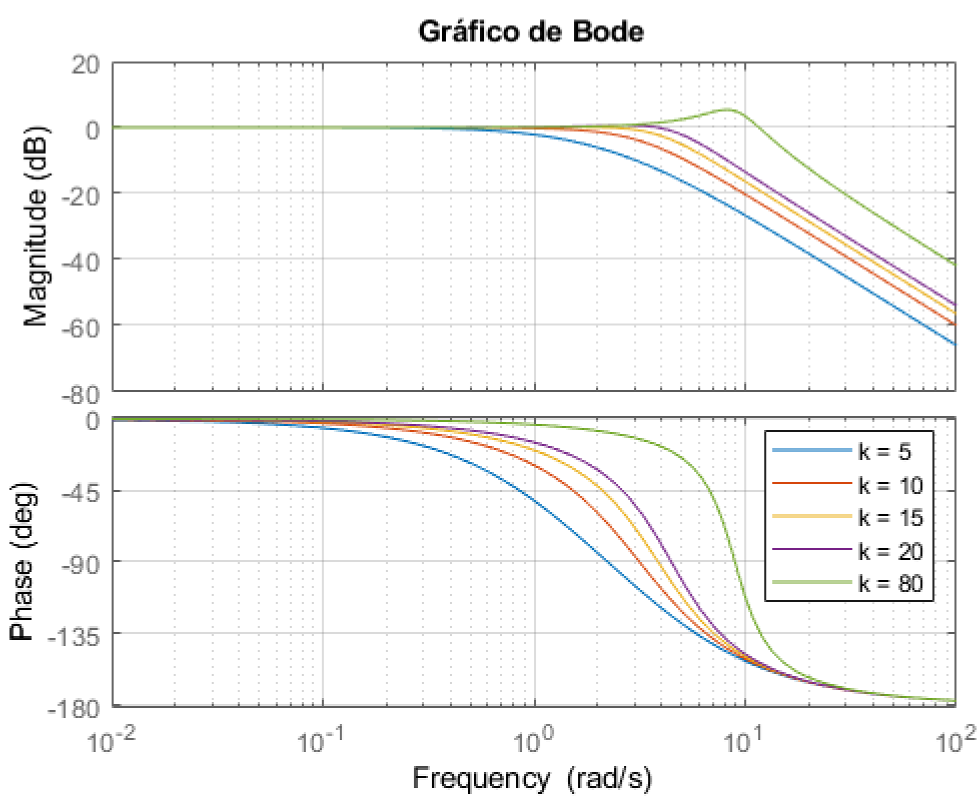
3. Faça o gráfico de Bode de $\frac{G(s)}{1+G(s)}$ para os 5 valores de K mostrando seu efeito sobre o gráfico e sobre BW.

```
BW_values = zeros(1, length(K)); % Vetor para armazenar as larguras de banda

figure;
hold on;

% Loop para cada ganho
for i = 1:length(K)
% Gráfico de Bode
    G = tf([K(i)],[1 5 0]);
    G1 = feedback(G, 1); % FT para o ganho atual
    bode(G1);
% Cálculo da largura de faixa
    [mag, phase, wout] = bode(G1);
    mag_dB = 20*log10(squeeze(mag));
    BW_index = find(mag_dB <= -3, 1, 'first');
    BW_values(i) = wout(BW_index);
end

title('Gráfico de Bode');
legend('k = 5', 'k = 10', 'k = 15', 'k = 20', 'k = 80');
grid on;
hold off;
```



```
% Tabela com os valores das margens de fase
T2 = table(K', BW_values', 'VariableNames', {'K', 'BW'});
disp(T2);
```

```
     K       BW
    __    ______

     5    1.3037
    10    3.1623
    15     4.529
    20    6.1155
    80    13.334
```

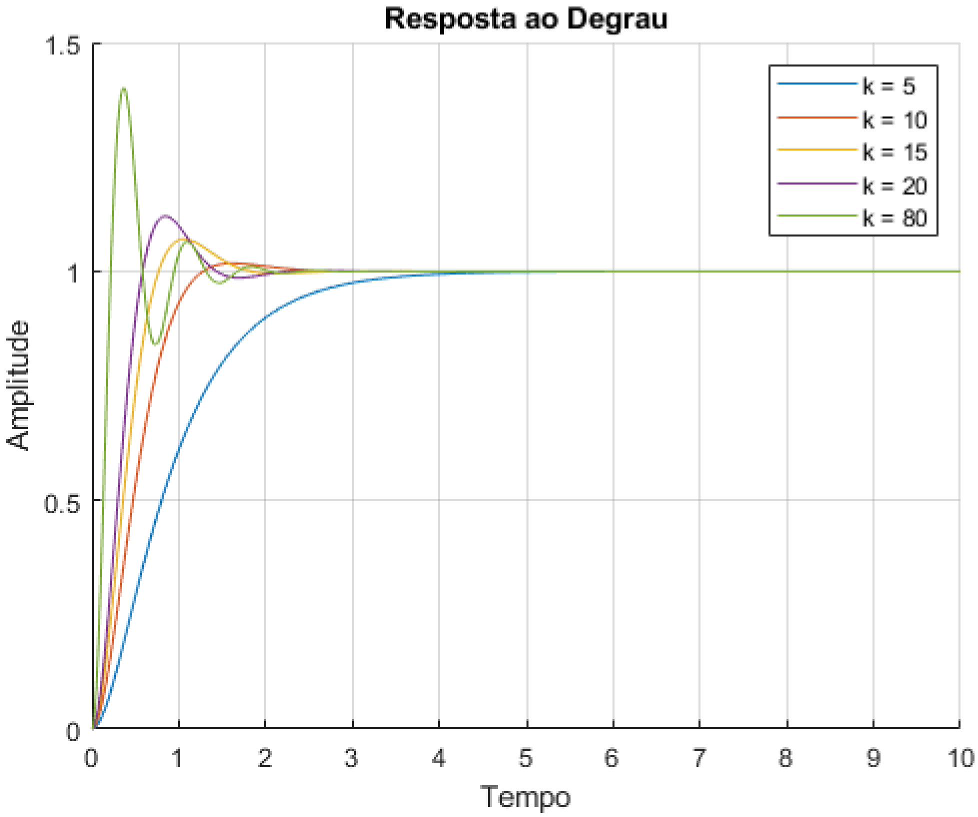
O aumenta do ganho K resulta em um aumento na magnitude do sistema em todas as frequências, o que move o gráfico de Bode para cima e altera a largura de banda do sistema. Isso também pode afetar a fase do sistema, levando a mudanças na margem de fase. Além disso, a largura de faixa aumenta à medida que o ganho K aumenta, o que diminui o tempo de resposta.

4. Faça a simulação ao degrau de $\frac{G(s)}{1+G(s)}$ para os 5 valores de K e mostre seu efeito na resposta.

```
figure;
hold on;

% Loop para cada ganho
for i = 1:length(K)
% FT para o ganho atual
    G = tf([K(i)],[1 5 0]);
    G1 = feedback (G,1); % FT para o ganho atual
% Resposta ao degrau
    t = 0:0.01:10; % Vetor de tempo
    [y,t] = step(G1,t);
% Gráfico da resposta ao degrau
    plot(t,y);
end

title(['Resposta ao Degrau']);
legend('k = 5', 'k = 10', 'k = 15', 'k = 20', 'k = 80');
xlabel('Tempo');
ylabel('Amplitude');
grid on;
hold off;
```



O ganho K controla a magnitude da resposta do sistema. O aumento de K resulta em uma resposta ao degrau mais rápida e com maior sobreelevação, enquanto ao diminuir o valor de K temos uma resposta menos oscilatória e mais estável, porém mais lenta.