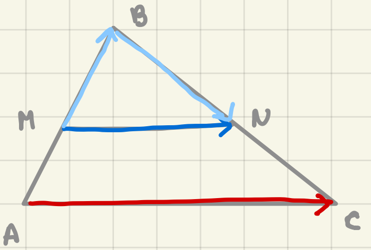
Gabarito P1 - Cálculo 2

1) a)

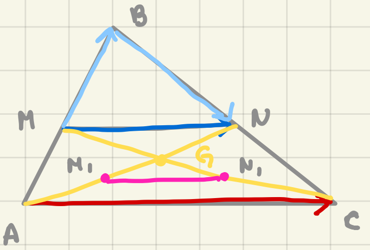


AM = MB
NC = BN

AC = AM + MN + NC 0,5

= MB + MN + BN
= MN + MN = 2MN 0,5

b)

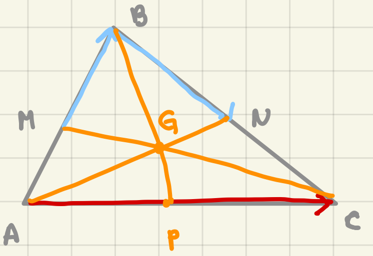


(*) $AM_1 = M_1G$ 0,5
$N_1C = GN_1$ então pelo item anterior $M_1N_1 = \frac{1}{2}AC = MN$

então MNN_1M_1 é um paralelogramo
0,5

e as diagonais se cruzam no meio
(*)
$\frac{1}{2}AG = M_1G = GN$ 0,5

c)



$GA + GB + GC = GP + PA + GM + MB$
$+ GN + NC$ 0,5

$= \frac{1}{2}BG + \frac{1}{2}CG + \frac{1}{2}AC$
$+ \frac{1}{2}(CA \cancel{+AB} + BC)$
0,5

$\frac{3}{2}(GA + GB + GC) = \vec{0}$
0,5

2) o sistema

(*)
$a(\vec{AX} + \vec{AC}) + b(BX + BC) + c((1-m)\vec{BC} + AB) = \vec{0}$
0,3

deve ter solução não nula

Vamos escrever os vetores em termos de $\vec{AX}, \vec{AC}, \vec{AB}$ que são LI se $X \neq A$

0,2

- $BX = BA + AX$
- $BC = BA + AC$

) substituindo em (*)

$a(AX + AC) + b(AX + AC - 2AB) + c((1-m)(AC-AB)+AB) = \vec{0}$

$[a+b]AX + [a+b+(1-m)c]AC$ 0,3

$+ [-2b + cm]AB = \vec{0}$ 1.3

Como são LI

$$\begin{cases} a+b = 0 \\ a+b+(1-m)c = 0 \\ -2b + mc = 0 \end{cases}$$
0,5

$\begin{matrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{matrix}$

com (*) deve ter solução não nula

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & (1-m) \\ 0 & -2 & m \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{matrix} = 0$$
0,2

$m + 0 + 0 + 0 + 2(1-m) - m = 0$
$2(1-m) = 0$
$m = 1$ 0,2

se $X = A \Leftrightarrow m = 0 \Leftrightarrow \{\vec{0}, \vec{AC}, \vec{AB}\}$ são LD
0,3

em $m = 0$ e $m = 1$

3. $p = \frac{u \cdot v}{\|u\|^2} \cdot u = \frac{(0,1,2)(-1,-3.2)}{1+4} \cdot (0,1,2)$

$= \frac{1}{5}(0,1,2)$ 1,0

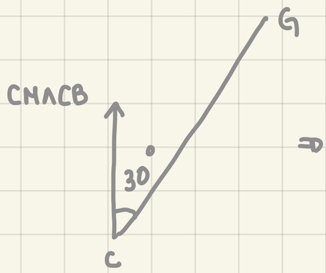
$\vec{q} = \vec{v} - \vec{p} = (-1,-3,2) - \left(0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$

$= (-1, -16/5, 8/5)$ 1,0

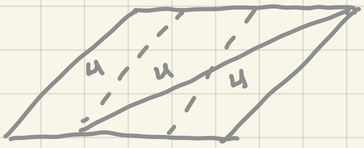
4.

$[CM, CB, CG] = \underset{0,3}{\|CM \wedge CB\|}\ \overset{3}{\|CG\|} \cos\theta$

↳ é ortogonal ao plano



$\Rightarrow \theta = 30$ 0,3



$\|CM \wedge CB\| = 8$

0,8

$[CM, CB, CG] = 8 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$

0,3 0,2