Aula 7 - Laboratório de Controle - 2022/1

Sistemas discretos: discretização e estabilidade

Nome(s): Igor Batista e João Victor Marçal

```
I=2 ;
turma=4 ;
g=init(turma,I)
```

```
g =

        129.6
  ----------------
  s^2 + 24 s + 144

Continuous-time transfer function.
```

```
datetime('now')
```

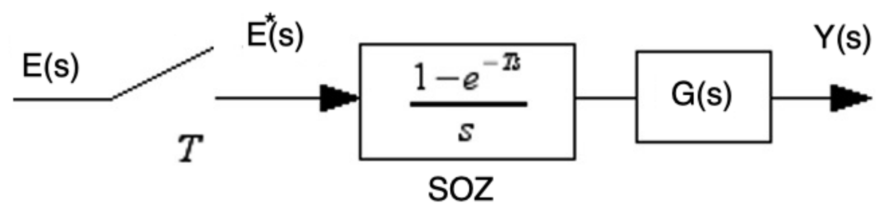
```
ans = datetime

   08-Jul-2022 08:14:35
```

Nesta aula um sistema contínuo será discretizado e analisado em malha aberta e malha fechada.

Atividade 1 - Discretização da FT de malha aberta

Dada a FT contínua $G(s)$, a FT discreta G(z) é obtida de $G(z) = Z[\frac{1 - e^{-Ts}}{s} G(s)]$. Nos instantes de amostragem, a saída discretizada e a contínua são iguais.

O tempo de amostragem usado aqui será $1/20$ do tempo de estabelecimento t_s , que equivale a $1/5$ da constante de tempo. Logo, o tempo de amostragem $T = t_s/20$ será usado para obter a FT discretizada Gd (G(z)).




```
S=stepinfo(g);
```

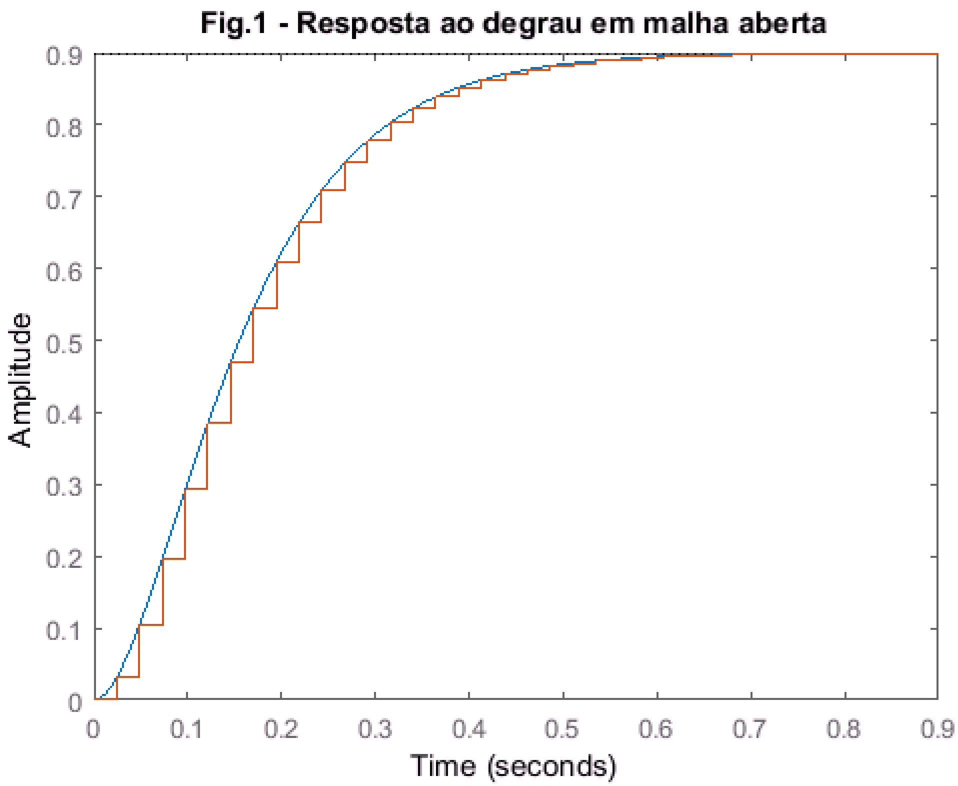
```
T=S.SettlingTime/20
```

```
T = 0.0243
```

```
gd=c2d(g,T);
figure
```

```
Warning: MATLAB has disabled some advanced graphics rendering features by switching to
software OpenGL. For more information, click here.
```

```
step(g,gd);title('Fig.1 - Resposta ao degrau em malha aberta')
```



1.1 Sabendo que a discretização mapeia um polo em $s = -a$ mapeia o polo do plano s para o polo do plano z em $z = e^{-aT}$, ou seja, $G(z) = Z[\frac{1}{s+a}] = \frac{z}{z - e^{-aT}}$ a compare os polos de g e de gd.

Resposta: No mundo contínuo, o polo é determinado pelo valor da constante **-a**, quando passamos para o mundo discreto, o polo terá a interferência do tempo de amostragem do sistema, fazendo com que possa ser deslocado de lugar.

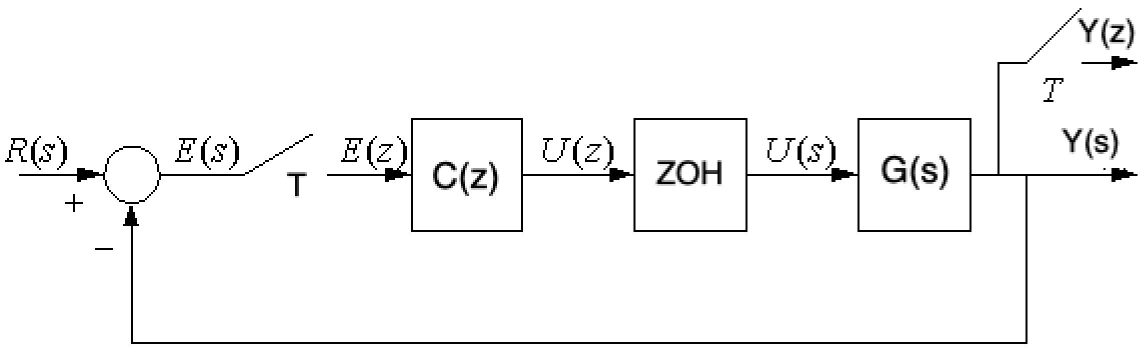
1.2 Sabendo que sistemas contínuos com resposta rápida têm polos no semiplano esquerdo longe da origem, onde estão os polos de sistemas discretos rápidos? (Dica: usar a expressão de 1.1).

Resposta: Os polos de sistemas discretos rápidos com **a** muito grande tendem a origem, pois **a** está elevando a exponencial com expoente negativo, fazendo com que o termo fique bem pequeno.

Atividade 2 - Avaliação do efeito do ganho no caso contínuo e no caso discreto

Em malha fechada, o controlador discreto $C(z)$ é aplicado ao sistema contínuo dado pela FT $G(s)$. Um segurador de ordem zero (SOZ) mantém o sinal de controle U(s) aplicado constante entre instantes de amostragem T.

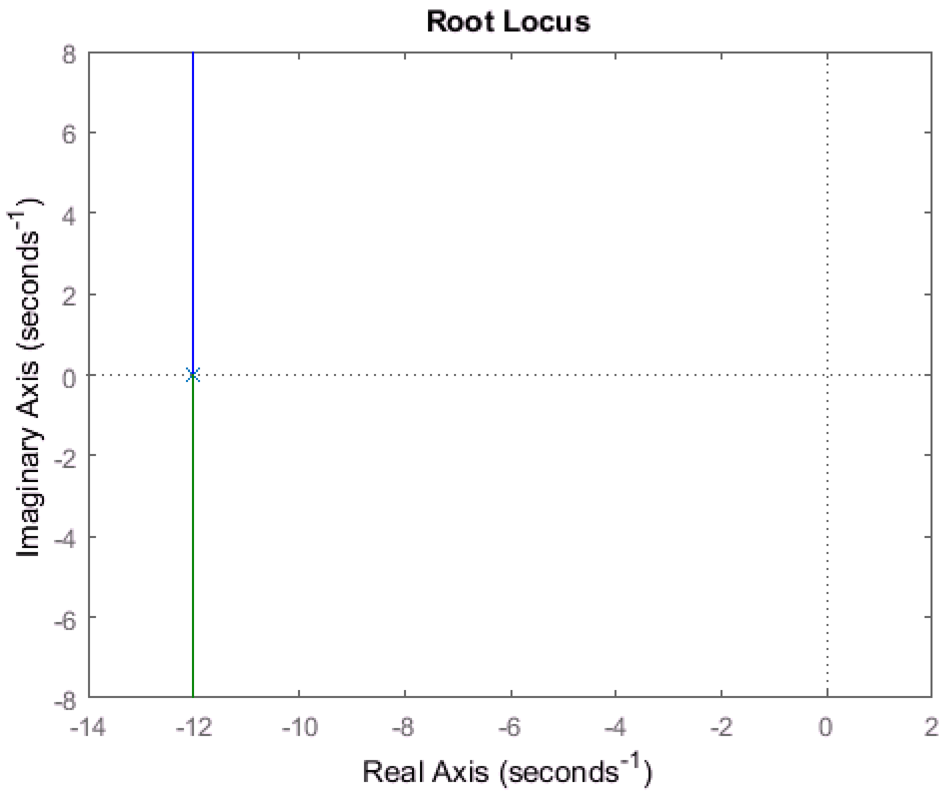
A funcão de transferência discreta de malha fechada para o diagrama abaixo é dada por $M(z) = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)}$, com $G(z) = Z\{SOZ * G(s)\}$.



Nesta atividade se avalia a diferença do comportamento do sistema contínuo e discreto em malha fechada quando o ganho varia, fazendo, $C(z) = K$.

2.1 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema contínuo em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(s) = 0$.

```
rlocus(g)
```

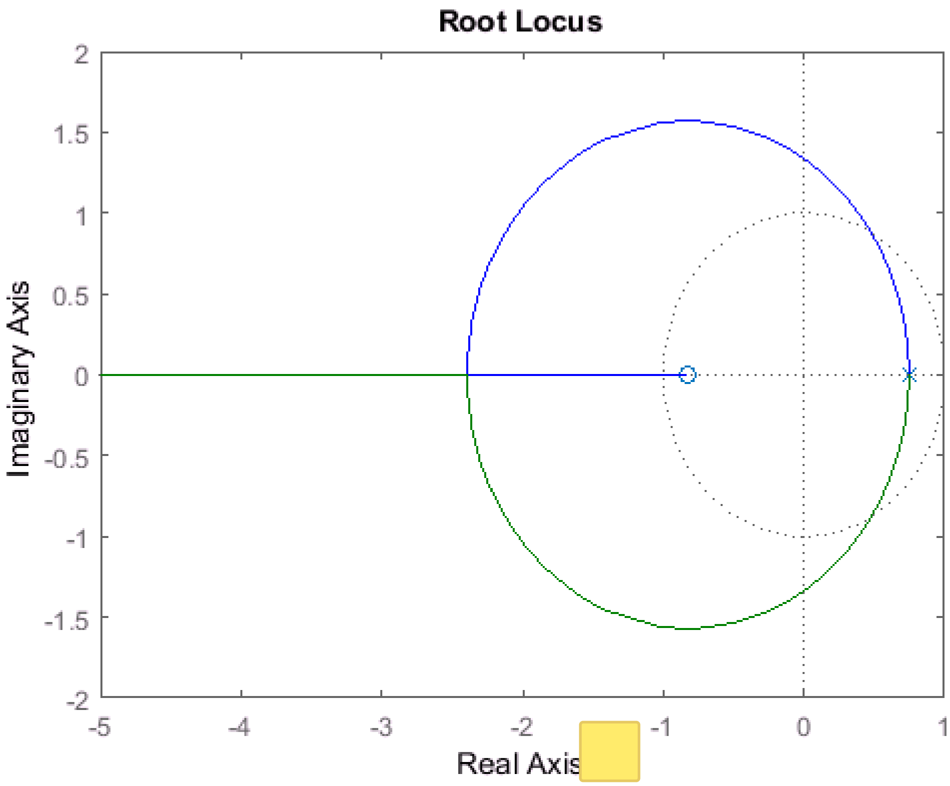


Resposta:

Conforme o ganho K aumenta no sistema contínuo em malha fechada, a parte real do polo é fixa, enquanto a parte imaginária varia no eixo imaginário x = -12, não alterando a estabilidade do sistema.

2.2 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema discreto em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(z) = 0$ (gd é G(z)).

```
rlocus(gd)
```



Resposta:

O aumento do ganho K faz com que o sistema se torne instável, saindo do círculo unitário em grande parte dos ganhos simulados, retornando para a região de estabilidade para ganhos muito grandes (K aproximadamente 550).

2.3 Para que valores de K o sistema discreto é estável?

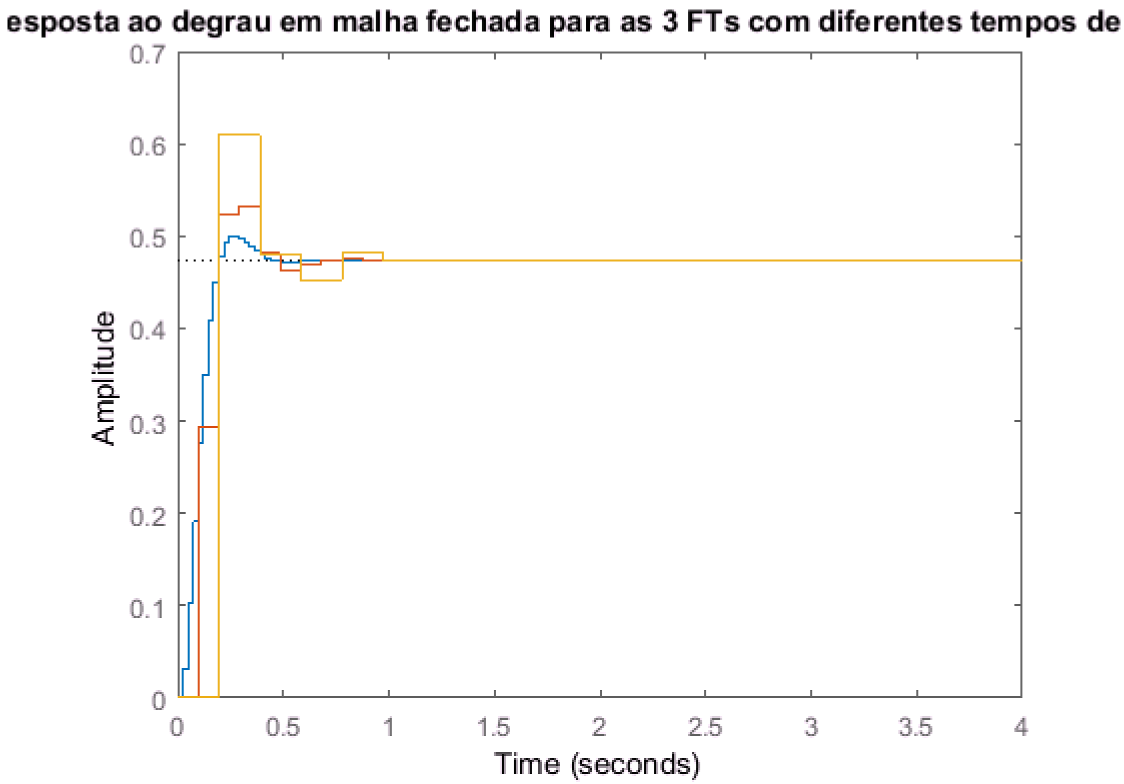
Resposta:

O sistema é estável para todo K menor que 16.5 e maior que 550.

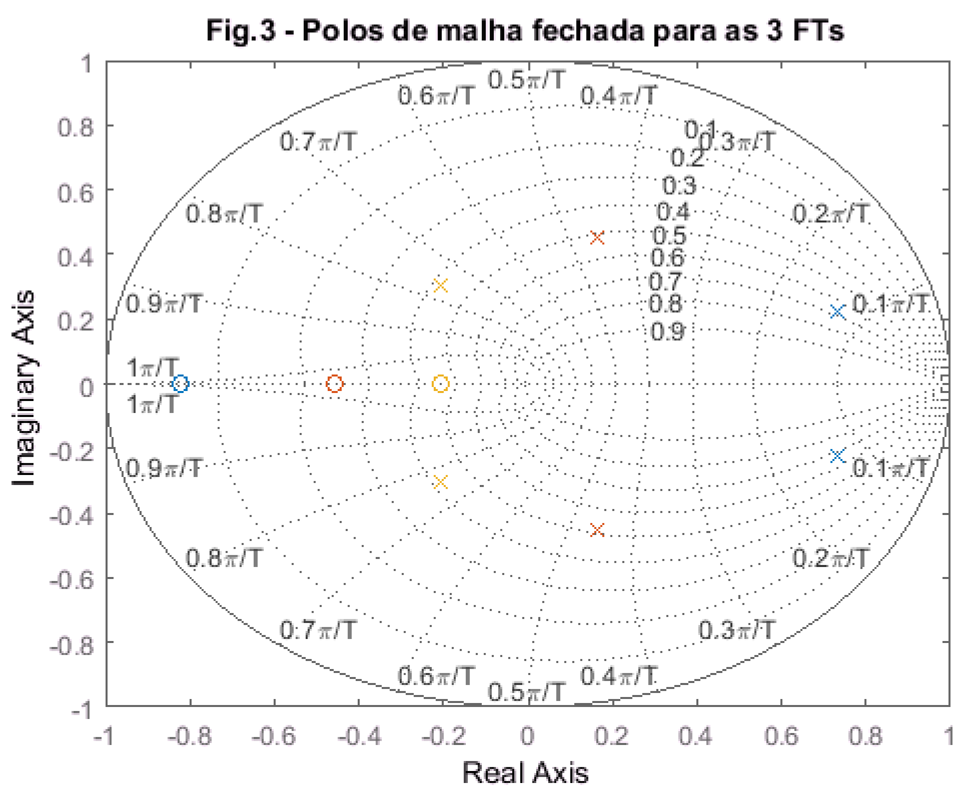
Atividade 3 - Avaliação do efeito do tempo de amostragem

Os comandos abaixo geram 3 FTs discretas, cada uma com um tempo de amostragem diferente e crescente. Escolha estes valores de modo a ter respostas estáveis mas com sobreelevação crescente.

```
T1=[1 4 8]*T; % Escolher valores crescentes
gd1=c2d(g,T1(1));
gd2=c2d(g,T1(2));
gd3=c2d(g,T1(3));
m1=feedback(gd1,1);
m2=feedback(gd2,1);
m3=feedback(gd3,1);
figure;
step(m1,m2,m3);title('Fig.2 - Resposta ao degrau em malha fechada para as 3 FTs com diferentes
```




```
figure
pzmap(m1,m2,m3);title('Fig.3 - Polos de malha fechada para as 3 FTs');grid
```

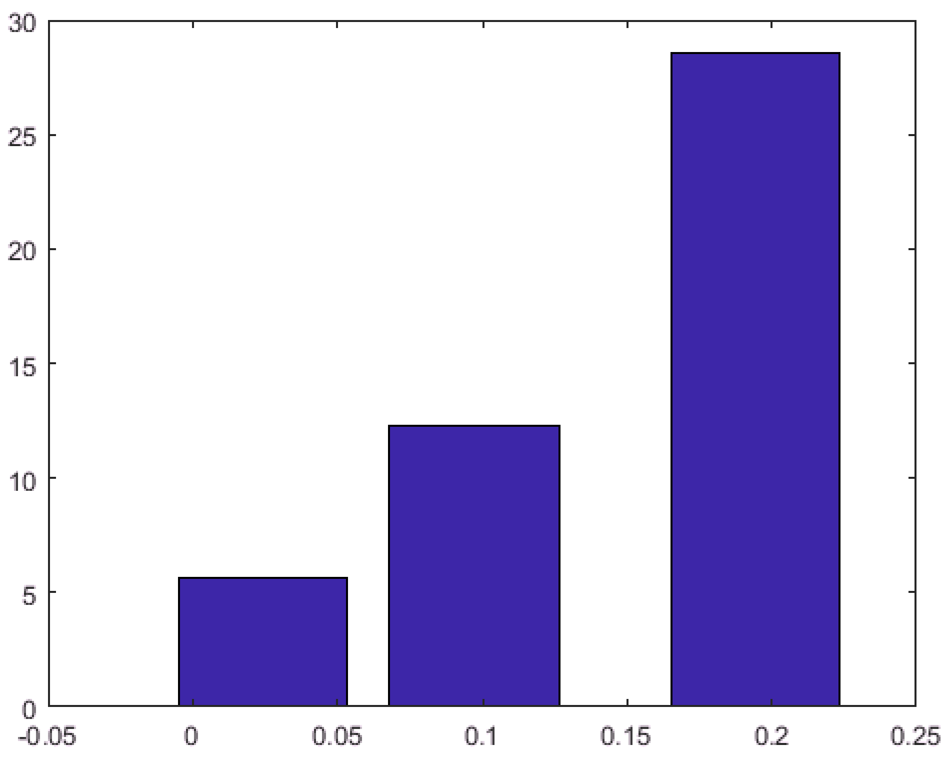


3.1 Compare a localização dos polos e a resposta ao degrau e explique a relação da localização dos polos no plano z e a respectiva resposta ao degrau em termos de sobreelevação. Dica: observe as curvas de amortecimento constante.

Resposta: Ao gerar o gráfico de mapa de pólos e zeros podemos encontrar as regiões de estabilidade e de amortecimento do sistema. Quanto maior valor da cardióide, maior o amortecimento do sistema e menor o sobressinal produzido. Conforme o tempo de amostragem foi aumentando, maior foi o sobressinal produzido pois o sistema ficou cada vez menos amortecido, fazendo com que os polos se localizassem em cardióides mais externas (0,7; 0,5; 0,4).

3.2 Faça um gráfico de barras dos tempos de amostragem versus a sobreelevação para os três casos acima, escrevendo as linhas de código abaixo.

```
S1=stepinfo(m1);
S2=stepinfo(m2);
S3=stepinfo(m3);
UP=[S1.Overshoot S2.Overshoot S3.Overshoot ];
bar(T1,UP)
```



Atividade 4 - Avaliação da sintonia de um controlador contínuo discretizado

Usualmente se projeta os controladores usando FTs contínuas, e depois se discretiza o controlador para a implementação controlando uma planta contínua, como mostrado na figura da atividade 2.

Os comandos abaixo aproximam a FT de ordem 2 por uma de ordem 1, como feito na aula 6. A seguir, é feita a sintonia de um controlador PI usando o método lamba, com um valor de lambda que deve ser escolhido e justificado (ver relatório 6). Lembre-se que lambda é a constante de tempo de malha fechada, e deve ser menor que a constante de tempo de malha aberta.

```
[y,t]=step(g);
delay=t(sum(y<0.1*y(end)));
tau=t(sum(y<0.63*y(end)))-delay;
Kp=y(end);
g1=tf(Kp,[tau 1],'InputDelay',delay)
```

```
g1 =

                        0.8996
  exp(-0.0422*s) * ------------
                   0.1343 s + 1

Continuous-time transfer function.
```

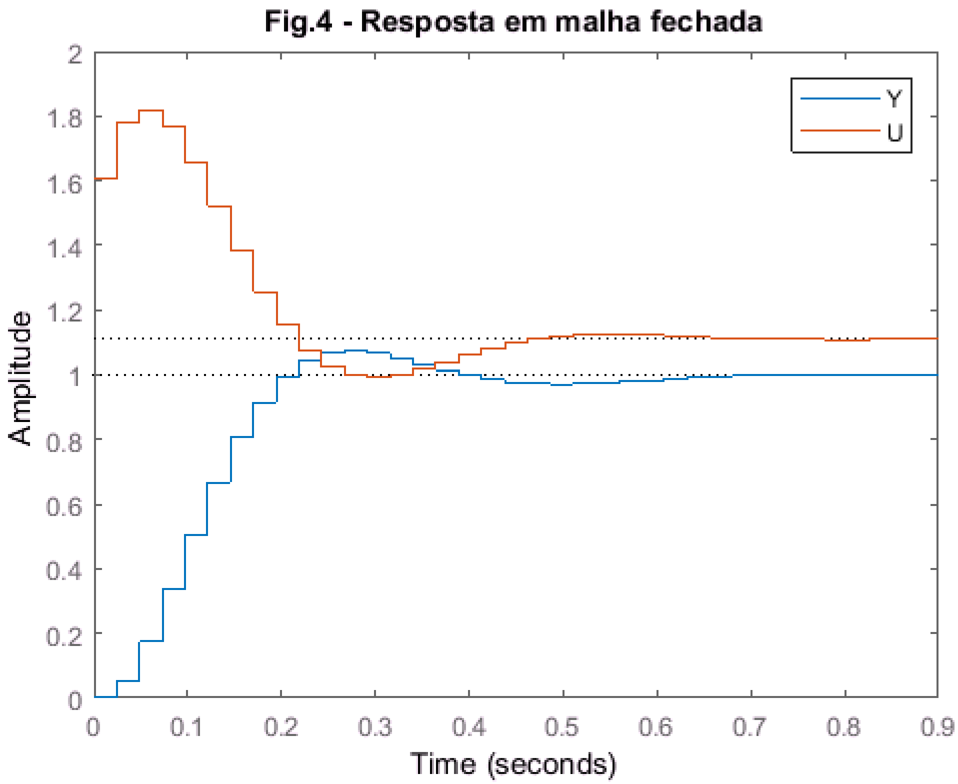
```
lambda=0.8*tau;
C=sintonia(g1,'PI','lam',lambda)
```

```
C =

             1
  Kp + Ki * ---
             s

  with Kp = 1.61, Ki = 10.3

Continuous-time PI controller in parallel form.
```

```
Cd=c2d(C,T)
```

```
Cd =

              Ts
  Kp + Ki * ------
              z-1

  with Kp = 1.61, Ki = 10.3, Ts = 0.0243

Sample time: 0.024309 seconds
Discrete-time PI controller in parallel form.
```

```
Mry=feedback(Cd*gd,1);
Mru=feedback(Cd,gd);
step(Mry,Mru);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```



4.1 Explique a Fig.4 e os passos que foram seguidos desde o projeto (usando G(s) e escolhendo lambda) até a implementação deste controlador na forma discreta.

Resposta: O primeiro passo é descobrir qual o tau do sistema de malha aberta, após isso podemos escolher um lambda sendo um valor proporcional a tau, com constante que multiplica o termo menor que 1. Após escolher o valor da constante, podemos simular o sistema e ver o tempo de resposta e a sobreelevação gerada para o sistema de malha fechada.

4.2 Explique como avaliar este controlador para tempos de amostragem maiores. Pode usar código para ilustrar.

Resposta: Para tempo de amostragem maiores, o sistema de malha aberta tera sobreelevação comparado com o valor inicial, fazendo com que o sistema de malha fechada nunca consiga se aproximar para ter um mesmo valor de regime permanente do sistema inicial, coforme podemos observar na imagem abaixo onde foi utilizado um lambda = 2*tau.

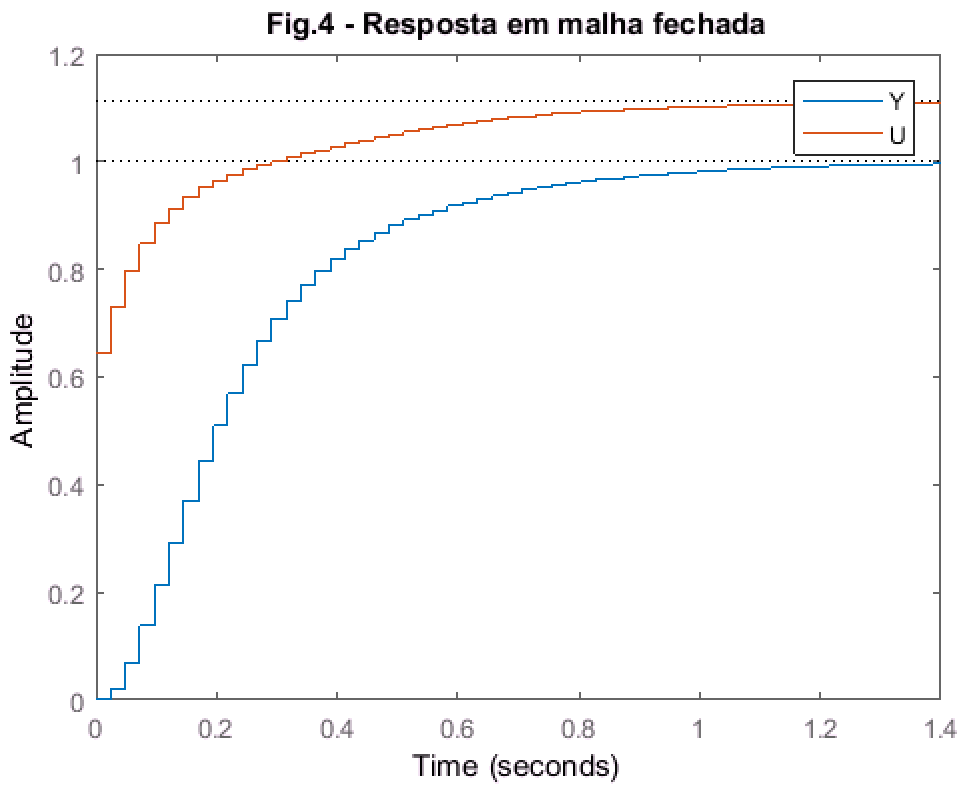


Fig.4 - Resposta em malha fechada
Amplitude
Time (seconds)
Y
U
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4