Teste 4 - Algoritmos Numéricos- DI

NOME: ____.

Leia **atentamente** as questões até o fim. Está sendo usada a notação americana, ou seja, usa-se o ponto (.) para denotar a parte fracionária.
Todas as soluções (menos os códigos) devem ser escritas pelo aluno (com sua letra) e, em seguida, fotografadas. Se possível, coloque as soluções (as que foram escritas pelo aluno) em único arquivo pdf. Escreva de forma bem legível. Use uma caneta preta ou lápis bem escuro para o contraste.

1. Questão (2.5)
   Dado o PVI abaixo
   $$\begin{cases} y' = -y(senx) \\ y(0.0) = -1.0 \end{cases}$$
   (a)(0.5) Obtenha a solução por Euler em $I = [0.0, 0.6]$ dando 3 passos ($m = 3$).
   (b)(1.0) Obtenha a solução pelo método de Runge Kutta de 2^a ordem em $I = [0.0, 0.6]$ subdividindo o intervalo em 2 partes.
   (c)(1.0) Cite uma vantagem e uma desvantagem de se usar o método de Euler ao invés de usar o método baseado na série de Taylor de 2^a ordem para obter a solução de um PVI.

2. Questão (1.5)
   Mostre graficamente, a ideia do método de Runge Kutta de 2^a ordem para se resolver um problema do tipo
   $$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$
   em $D = [a = x_0, b]$, com $m = 2$ subintervalos, onde $f(x, y)$ é uma função não constante tal que $f(x, y) < 0$ em D . Considere, também, na sua prepresentação, que $y(x_0) = y_0 > 0$.

   Trace, em um par de eixos cartesianos, todos os pontos envolvidos e as retas derivadas envolvidas. Use para as retas envolvidas uma cor dististina daquela usada para os pontos. Observe que $y' = f(x, y) < 0$ e é não constante.

3. Questão (2.0) Dado o PVI abaixo
   $$\begin{cases} {y_1}' = y_2 + \sqrt{x} \\ {y_2}' = 2y_1 + x^2 \\ y_1(1.0) = 3.0 \\ y_2(1.0) = 2.0 \end{cases}$$
   Obtenha a solução em $D = [1.0, 2.0]$ pelo o método de Euler com $m = 4$ e represente as soluções numéricas obtidas em 2 pares de eixos cartesianos, ou seja, use um par de eixos para y_1 e um outro para y_2.

4. Questão (1.5) Seja a equação diferencial com valor inicial fornecido conforme abaixo
   $$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(a) = y_0 \end{cases}$$

Escreva o código em octave, para obter a solução numérica do PVI, pelo método de Runge Kutta de 4^a ordem em $D = [a, b]$, usando m de subintervalos.

Considere que $f(x, y)$ já está definida e não precisa ser lida, basta ser chamada ("ativada") no programa principal passando os valores de x e de y apropriadados. Suponha já fornecidos os valores de $a, b, y(a) = y_0$ e m. A solução numérica deve ser gravada em um vetor.

5. Questão (2.5) Usando o código implementado (do método de Runge Kutta de 4^a ordem) e aquele já fornecido (com a implementação do método de Runge Kutta de 2^a ordem) resolva o seguinte PVI

$$\begin{cases} y' = -x/y \\ y(1.0) = 4.0 \end{cases}$$

(a) (0.5) pelo método de Runge Kutta de 2^a ordem e pelo método de Runge Kutta de 4^a ordem em cada ponto x_i da discretização para $m = 5$, em $D = [a = 1.0, b = 2.0]$

(b)(1.0) Sabendo que a solução exata do problema acima é:

$$y_{ex}(x) = \sqrt{17 - x^2}$$

Calcule o erro da solução obtida pelo método de Runge Kutta de 2^a ordem e pelo método de Runge Kutta de 4^a ordem em cada ponto x_i da discretização de $D = [a = 1.0, b = 2.0]$ usando $m = 5$. Calcule o erro verdadeiro via:

$$Erro(x_i) = |y_{ex}(x_i) - y_{Metodo}(x_i)|$$

(c)(1.0) Trace, em um par de eixos cartesianos, o erro da solução obtida por do método de Runge Kutta de 2^a ordem e do método de Runge Kutta de 4^a ordem no ponto $b = x_m = 2.0$ da discretização para $m = 5$, $m = 10$,$m = 20$, $m = 40$.