Exercícios de Sinais e Sistemas Discretos

 $x[n] \longrightarrow y[n]$ $x[n] \xrightarrow{T} y[n]$ $y[n] = T\{x[n]\}$

Professor

Dr. Jorge Leonid Aching Samatelo jlasam001@gmail.com

Avaliação

- ☐ Método de Avaliação
 - Cada grupo (2 alunos) apresentara em aula a solução de um problema proposto pelo professor.
 - Cada problema terá um determinado valor em pontos que serão somados a nota da prova parcial correspondente.
 - ❖ Mínimo valor em pontos para um problema: 0,25
 - ❖ Máximo valor em pontos para um problema: 0,5
- ☐ Critérios para a avaliação da apresentação
 - > Solução
 - **♦** Correta: 100%
 - ❖Incorreta: 0%
 - Simulação em MATLAB (plus)
 - **♦** Correta: +0,1
 - ❖Incorreta: 0,0

Indicações

- ☐ Prazo:
 - ➤ Envio das soluções: Sexta 18/05/2018 (23:59 hrs)
 - > Apresentação: Quarta 23/05/2018 (15:00 17:00 hrs)
- ☐ Procedimento para o envio da solução:
 - Silva que solução de cada exercício devem ser enviados ao email <u>jlasam001@gmail.com</u> com o assunto: EXERCICIO_SINAIS_SISTEMAS_DISCRETO_2018_1. O nome do arquivo .PPT (ou PPTX) deve iniciar com o rotulo SINAIS_SISTEMAS_DISCRETO seguido pelo numero do exercício e as iniciais dos nomes dos integrantes de cada dupla (por exemplo, a dupla conformada pelos alunos Pedro Farias e Joao Silva que solucionaram o exercício 3 enviariam o arquivo SINAIS_SISTEMAS_DISCRETO_3_PF_JS.ppt).
- **☐** Sobre a apresentação:
 - ➤ Cada dupla terá como máximo 8 minutos.

Recomendações para a elaboração dos slides

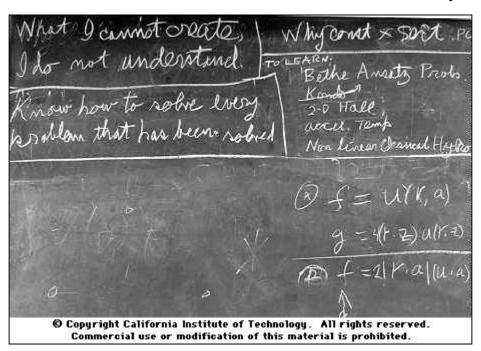
☐ O formato dos slides deve ser simples (fundo branco). ☐ O primeiro *slide* deve conter o numero de exercício e os nomes dos integrantes de cada dupla. ☐ O segundo *slide* deve conter o enunciado do problema. • Os slides restantes devem conter os critérios e os procedimentos usados na solução. É importante indicar que devem ser didáticos na explicação da solução do problema. ☐ Em relação as equações matemáticas, usar o editor de equações: > MATHTYPE http://mathtype.softonic.com.br/ ☐ No caso, que sejam usados programas editores de equações que trabalham com notação LATEX, incluir ao final da apresentação, como um anexo, o código TEX das equações. ☐ IMPORTANTE: Não é aceitável, incluir unicamente as imagens das equações (menos colar imagens de equações de material de referência).

Exercícios por dupla

Integrantes	N ^{ro} de Exercício
LUCAS BATISTA LEITE & MATHEUS BELOTI MARIANI	10
RHUAN SOUZA CAETANO & FRANCO SCHMIDT ROSSI	13
BRUNO GAMA NUNES DE OLIVEIRA & LUCAS SANTANA DA CUNHA	18
KEVIN BENFIQUES BORGES & ANDRE FELIPE SANTOS PEREIRA	2
MATHEUS DE ABREU BOZZI & MATHEUS BONGIOVANI SATHLER	9
BRUNO FRIGERI PIRAJA & GABRIEL THEBALDI DA SILVA	12
MATHEUS FRANCO GRACIANO & MARCELO SANTOS HONORATO	19
TADEU ALVES HASTENREITER & EITEL ALEX EBONGUE NG	11
ANATELLI ANNE FAGUNDES HERINGER & GABRIEL CARLOS FAVERO CHAGAS	1
MATHEUS LIMA DE ASSIS BERNARDINO & FABRICIO NUNES PAIVA	17
DEBORA CRISTINA FORTUNA LOPES & MARIANNE PONTARA MARINHO	4
ISABEL MARIA ROCHA BUSTAMANTE & MATUSALEM MANSUR	20
DIEGO RODRIGO PEREZ PACHECO & TASSIO SANTUCHI	8
ORIEL DILSON FERREIRA & CLEIDSON ALVES FAVALESSA	21
LUCAS VALENTIM VIDOTO & VITOR MONTENEGRO DE OLIVEIRA SABBAGH	16
LUIZ CLAUDIO CAMPISTA JUNIOR & RODRIGO MANZOLI DOS SANTOS	3
RAFAEL FRICKS DOS SANTOS & LUANY TONIATO OLIVEIRA	14
JHEMES PARMA MIRANDA & LEONARDO MARTINS DA SILVA	6
SANDOR FERREIRA DA SILVA & MELINA SCHNEIDER CAMPO	23
JONAS MENDES FIORINI & GUSTAVO DE ANDRADE GARCIA	15
HAYLANDER GOMES LOPES	22
RAYANE NASCIMENTO & BRENO SCALZER COIMBRA	5
BERNARDO FIGUEIREDO DE A CAMPOS & GLAUCIANE SOUZA DA SILVA	7

Know how to solve every problem that has been solved.

Richard Feynman



Sinais discretos

Exercício 1

0,5 PT

Determine a potência e a energia das seguintes sequências:

a)

$$x[n] = u[n]$$

b)

$$x[n] = n.u[n]$$

c)

$$x[n] = A.e^{j\Omega_0 n}$$

d)

$$x[n] = A.sen(2\pi n / M + \theta)$$

Sistemas discretos

Exercício 2

0,5 PT

☐ Para um sistema invariante no tempo foram observados os seguintes pares de entrada e saída.

$$x_{1}[n] = \{ 1,0,2 \} \longleftrightarrow y_{1}[n] = \{ 0,1,2 \}$$

 $x_{2}[n] = \{ 0,0,3 \} \longleftrightarrow y_{2}[n] = \{ 0,1,0,2 \}$
 $x_{3}[n] = \{ 0,0,0,1 \} \longleftrightarrow y_{3}[n] = \{ 1,2,1 \}$

- a) Determinar se o sistema é linear.
- b) Qual é a resposta ao impulso do sistema.

Sistemas discretos

Exercício 3

0,5 PT

☐ Para um sistema linear foram observados os seguintes pares de entrada e saída.

$$x_{1}[n] = \{ -1, 2, 1 \} \longleftrightarrow y_{1}[n] = \{ 1, 2, -1, 0, 1 \}$$

$$x_{2}[n] = \{ 1, -1, -1 \} \longleftrightarrow y_{2}[n] = \{ -1, 1, 0, 2 \}$$

$$x_{3}[n] = \{ 0, 1, 1 \} \longleftrightarrow y_{3}[n] = \{ 1, 2, 1 \}$$

- a) Determinar se o sistema é invariante no tempo.
- b) Qual é a resposta ao impulso do sistema.

Sistemas discretos

Exercício 4

0,5 PT

□ Suponha que se tem um sistema LTI, cuja forma exata não é conhecida. O sistema foi testado com alguns sinais de entrada, observando-se os sinais de saída geradas. Suponha que os seguintes pares de entrada e saída são os resultados dos testes:

$$x[n] = \delta[n] - \delta[n-1] \stackrel{T}{\longleftrightarrow} y[n] = \delta[n] - \delta[n-1] + 2\delta[n-3]$$

☐ Determinar a resposta do sistema quando a entrada é:

$$x[n] = 7\delta[n] - 7\delta[n-2]$$

Sistemas discretos

Exercício 5

0,5 PT

☐ Considere o sinal:

$$w[n] = a^n u[n]$$
; $0 < a < 1$

a. Demostre que qualquer sequência x[n] pode ser representada como:

$$x[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_k.w[n-k]$$

e expresse o coeficiente c_k em termos de x[n].

- b) Usando as propriedades de linearidade e invariância no tempo expresse a saída $y[n] = T\{x[n]\}$ em termos da entrada x[n] e o sinal $g[n] = T\{w[n]\}$, onde, $T\{.\}$ é o operador do sistema LTI.
- c) Expresse a resposta ao impulso $h[n] = T\{\delta[n]\}$ em termos de g[n].

Sistemas discretos

Exercício 6

0,5 PT

☐ Calcule a saída do sistema LTI, via o somatório de convolução, para os seguintes pares de sinais.

$$x[n] \longrightarrow h[n] \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

a)
$$x[n] = a^n u[n] \qquad h[n] = b^n u[n] \qquad a \neq b$$

b)
$$x[n] - a \ u[n] \quad n[n] = b \ u[n] \quad a \neq b$$

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n = -2, 0, 1 \\ 2 & n = -1 \\ 0 & caso \ contrario \end{cases} \quad h[n] = \delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-4] + \delta[n-5]$$

c)
$$x[n] = u[n+1] - u[n-4] - \delta[n-5] \qquad h[n] = (u[n+2] - u[n-3])(3-|n|)$$

d)
$$x[n] = u[n] - u[n-5]$$
 $h[n] = u[n-2] - u[n-8] + u[n-11] - u[n-17]$

Sistemas discretos

Exercício 7

0,5 PT

☐ Calcule a saída do sistema LTI, via o somatório de convolução,

$$x[n] = \begin{cases} n/3 & 0 \le n \le 6 \\ 0 & caso \ contrario \end{cases} \qquad h[n] \qquad y[n] = x[n] * h[n]$$

$$h[n] = \begin{cases} 1 & -2 \le n \le 2 \\ 0 & caso \ contrario \end{cases}$$

- a) usando o método indicado em aula.
- b) analiticamente

Sistemas discretos

Exercício 8

0,5 PT

☐ Calcule a saída do sistema LTI, via o somatório de convolução,

$$x[n] = \begin{cases} \alpha^n & -3 \le n \le 5 \\ 0 & caso \ contrario \end{cases} \qquad h[n] \qquad y[n] = x[n] * h[n]$$

$$h[n] = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le 4 \\ 0 & caso \ contrario \end{cases}$$

- a) usando o método indicado em aula.
- b) analiticamente

Sistemas discretos

Exercício 9

0,5 PT

- Para cada resposta ao impulso listado abaixo, determine se o sistema correspondente e:
 - > Sem memoria.
 - > Causal.
 - > Estável.

a)
$$h[n] = (2)^n u[-n]$$

b)
$$h[n] = e^{2n}u[n-1]$$

c)
$$h[n] = \cos(\frac{1}{8}\pi n)(u[n] - u[n-10])$$

d)
$$h[n] = \sin(\frac{1}{2}\pi n)$$

e)
$$h[n] = \delta[n] + \sin(\pi n)$$

Sistemas discretos

Exercício 10

0,5 PT

☐ Considere o sistema descrito pela equação de diferenças

$$y[n] = ay[n-1] + bx[n]$$

a) Determine b em termos de a, tal que:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] = 1$$

- b) Calcule a resposta ao degrau unitário do sistema s[n] e selecione b, tal que, $s[\infty] = 1$.
- c) Compare os valores obtidos em (b) e (a) que você observa?

Transformada Z

Exercício 11

0,5 PT

☐ Determine a transformada Z dos seguintes sinais e desenhe os correspondentes diagramas de polos e zeros.

$$x[n] = (1+n)u[n]$$

$$x[n] = (a^n + a^{-n})u[n] ; a \in \mathbb{R}$$

$$x[n] = (-1)^n 2^{-n} u[n]$$

$$x[n] = na^n \sin(\Omega_0 n) u[n]$$

Transformada Z

Exercício 12

0,5 PT

☐ Determine a transformada Z dos seguintes sinais e desenhe os correspondentes diagramas de polos e zeros.

a)

$$x[n] = na^n \cos(\Omega_0 n) u[n]$$

b)

$$x[n] = Ar^n \cos(\Omega_0 n + \phi)u[n]$$
; $0 < r < 1$

c)

$$x[n] = \frac{1}{2}(n^2 + n)(\frac{1}{3})^{n-1}u[n-1]$$

d)

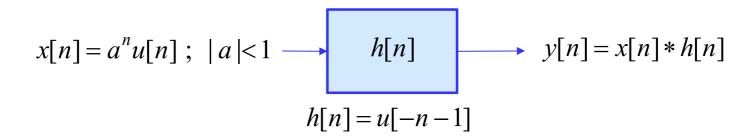
$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(u[n] - u[n-10]\right)$$

Transformada Z

Exercício 13

0,5 PT

☐ Seja o sistema LTI discreto.



- a) Calcular a saída do sistema, usando:
 - 1. O somatório de convolução.
 - 2. O método baseado na transformada Z.
- b) Tomando em conta a função de transferência do sistema H(z)
 - 1. Determinar se o sistema é causal.
 - 2. Determinar se o sistema é estável.

Transformada Z

Exercício 14

0,5 PT

☐ Seja o sistema LTI.

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^n & n \ge 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} & n < 0 \end{cases} \qquad h[n] \qquad y[n] = x[n] * h[n]$$

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

- a) Usando a transformada Z.
 - 1. Calcular a saída a y[n] para a entrada x[n].
 - 2. Calcular a resposta ao degrau unitário s[n].
- b) Tomando em conta a função de transferência do sistema H(z)
 - 1. Determinar se o sistema é causal.
 - 2. Determinar se o sistema é estável.

Transformada Z

Exercício 15

0,5 PT

☐ Determinar a convolução dos seguintes pares de sinais usando a transformada Z.

a)

$$x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n-1] \longrightarrow h[n] = \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) u[n] \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

$$x[n] = u[n] \longrightarrow h[n] = \delta[n] + \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

c)

$$x[n] = \cos(\pi n)u[n] \longrightarrow h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

d)

$$x[n] = 2^n u[n-1] \longrightarrow h[n] = nu[n] \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

Transformada Z

Exercício 16

0,5 PT

 \square Seja x[n] uma sequência com transformada Z(X(z)). Determine, em termos de X(z), as transformadas Z(z) dos seguintes sinais:

a)

$$y[n] = \begin{cases} x[n/2] & n \ par \\ 0 & n \ impar \end{cases}$$

b)

$$y[n] = x[2n]$$

c)

$$\Delta x[n] = x[n+1] - x[n]$$

d)

$$\Delta^2 x[n] = \Delta x[n+1] - \Delta x[n]$$

e)

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} x[n+k]$$

f)

$$x[n] = x[n+N]$$
; $N \in \mathbb{N}$

Transformada Z

Exercício 17

0,5 PT

☐ Determinar a Transformada Z Inversa das seguintes funções racionais.

a)

$$X(z) = \frac{2 - 4.7z^{-1} + 2.23z^{-2} - 0.3z^{-3}}{1 - 0.7z^{-1} + 0.12z^{-2}}, 0, 3 < |z| < 0.4$$

b)

$$X(z) = \frac{-5 - 3z + 2z^{-1}}{1 - 2z^{-1}}, |z| > 2$$

c)

$$X(z) = \frac{1 - az^{-1}}{z^{-1} - a}, |z| > \left| \frac{1}{a} \right|$$

Transformada Z

Exercício 18

0,5 PT

☐ Determinar a Transformada Z Inversa das seguintes funções racionais.

$$X(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}, |z| > 1$$

$$X(z) = \frac{z+1/2}{(z-1/2)(z-1/3)^2}, |z| > \frac{1}{3}$$

Transformada Z

Exercício 19

0,5 PT

☐ Projetar um sistema LTI causal discreto, tal que, se a entrada é:

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$$

☐ Então, a saída é:

$$y[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

- ☐ Determinar:
 - a) A resposta ao impulso h[n] e a função de transferência H(z) de um sistema que cumpra com as condições precedentes.
 - b) Determinar a equação de diferenças que caracteriza ao sistema.
 - c) Determinar se o sistema é estável.
 - d) Determinar a resposta ao degrau unitario do sistema.
 - e) Determinar a resposta em frequência do sistema e encontrar a saída do sistema quando a entrada é $x[n] = \cos(0.2\pi n)$.

Transformada Z

Exercício 20

0,5 PT

☐ A resposta ao degrau unitário de um sistema LTI é

$$s[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} u[n+2]$$

- a) Determinar a função de transferência do sistema H(z)
- b) Determinar os polos e zeros de H(z).
- c) Desenhar o diagrama de polos e zeros de H(z).
- d) Determinar a resposta ao impulso h[n].
- e) Determinar a equação de diferenças que caracteriza ao sistema.
- f) Determinar se o sistema é causal e estável.

Transformada Z

Exercício 21

0,5 PT

☐ Seja o sistema LTI discreto causal

$$y[n] = \frac{1}{2}y[n-1] + 4x[n] + 3x[n-1]$$

- a) Determinar a função de transferência H(z) e ver se o sistema é estável.
- b) A partir de H(z) determinar a reposta impulsiva do sistema h[n].
- c) Determine a resposta forçada quando a entrada é:

$$x[n] = e^{j\Omega_0 n}$$

d) Considerando a entrada anterior, determine o valor da saída em estado estacionário $(t \to \infty)$.

Transformada Z

Exercício 22

0,5 PT

☐ Usando a transformada unilateral Z, solucione as seguintes equações de diferenças:

Equação de diferenças	Condições iniciais	Entrada
$y[n] + \frac{1}{2}y[n-1] - \frac{1}{4}y[n-2] = 0$	y[-1] = y[-2] = 1	
$y[n] = \frac{1}{2}y[n-1] + x[n]$	y[-1] = 1	$x[n] = \left(1/3\right)^n u[n]$
$y[n] = \frac{1}{4}y[n-2] + x[n]$	y[-1] = 0; y[-2] = 1	x[n] = u[n]

Transformada Z

Exercício 23

0,5 PT

☐ Seja o sistema LTI discreto causal

$$y[n] - y[n-1] + \frac{1}{4}y[n-2] = 2x[n] - 2x[n-1] - \frac{11}{4}x[n-2] + 3x[n-3] - \frac{3}{4}x[n-4]$$

- a) Determinar a função de transferência H(z).
- b) Determinar a resposta ao impulso h[n].
- c) Determinar se o sistema é estável.
- d) Determinar a resposta em frequência $H(j\Omega)$.

Bom Trabalho!!!

