Universidade Federal do Espírito Santo

Lista 02 de Álgebra Linear - 2012.2

1. Determine condições sobre a, b e c de modo que $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ a & b & c & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = c.$

2. Sejam $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} b & a & a \\ 0 & b & -b \\ -b & a & a \end{pmatrix}$, mostre que:

   (a) os vetores colunas são vetores unitários e ortogonais entre si.

   (b) os vetores linhas formam uma base do $\Re^3$.

3. Determine a equação vetorial da reta que passa pelo ponto $P = (-1, 0, 3)$ e é perpendicular à reta

$$r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = -2 - t \end{cases}$$

4. Seja o plano Π definido pela equação $x + y - z = 0$.

   (a) Dado um ponto $P = (a, b, c)$, determine o ponto $Q \in \Pi$ tal que o vetor $P - Q$ seja paralelo ao vetor $v = (1, 2, 1)$

   (b) Encontre uma base $\{u_1, u_2\}$ para o plano Π.

   (c) Encontre uma base $B = \{u_1, u_2, u\}$ do espaço euclidiano $\mathbb{R}^3$, onde u é ortogonal a u_1 e u_2.

5. Dado a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -1 & -3 & -4 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

   (a) Encontre uma base para o espaço coluna da matriz A.

(b) Encontre uma base para $S = \{b \in \mathbb{R}^4; Ax = b \text{ tem solução}\}$.

6. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 7 & 8 \\ 1 & 3 & 3 & 8 \\ -2 & -5 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 3 & -7 \end{pmatrix}$.

   (a) Encontre matrizes elementares $E_1,\ E_2, \cdots, E_k$ tais que $A = E_1 E_2 \cdots E_k T$, onde T é uma matriz triangular.

   (b) Calcule $\det(T)$.

   (c) Calcule $\det(E_1 E_2 \cdots E_k)$.

   (d) Calcule $\det(A)$.

Fabiano P.