Laboratório de Controle - Aula 5 - 2022/1

Projeto de controladores e análise de desempenho

Nome: Dionatas Santos Brito

Assista o video sobre esta aula.

```
turma=3;
I=1;
[h10,h20,q,a1,a2]=init(turma,I)
```

```
h10 = 68
h20 = 40
q = 60
a1 = 2.7378
a2 = 3.5696
```

```
Ar=pi*12.5^2;
datetime('now')
```

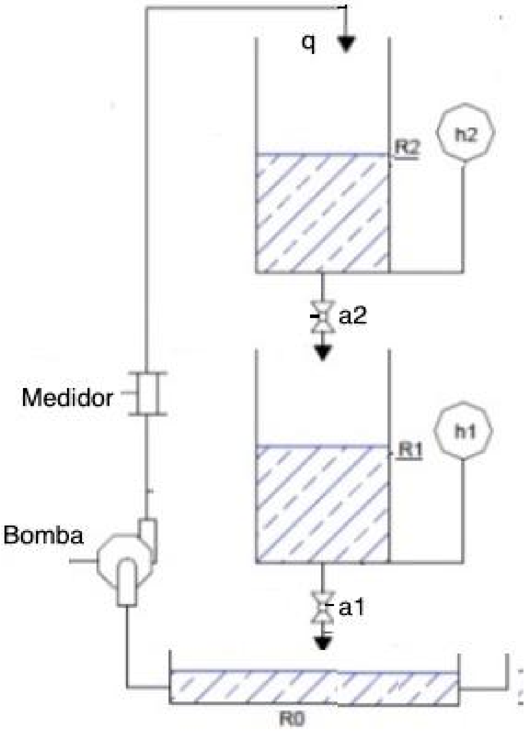
```
ans = datetime
   10-Jun-2022 00:00:37
```

```
pwd
```

```
ans =
'C:\Users\diona\OneDrive\Área de Trabalho\ufes\Laboratorio de Controle Automático\Aula 5'
```

```
tic
```

Sistema de dois tanques acoplados utilizado nesta aula



A bomba produz uma vazão q no reservatório superior R2, que desce para R1 através da válvula manual a_2. A água de R1 escoa para R0 através da válvula manual a_1.

<u>Equações que regem seu comportamento:</u>

$$\frac{dh_1}{dt} = -\frac{a_1}{A}\sqrt{2gh_1} + \frac{a_2}{A}\sqrt{2gh_2}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = -\frac{a_2}{A}\sqrt{2gh_2} + \frac{100}{6A}q$$

Vazão q em l/min

Nível em cm

Gravidade $g = 981\frac{cm}{s^2}$

Área dos tanques $A = \pi 12.5^2 cm^2$

Vazão através da válvula a_1: $(6/100)a_1\sqrt{2gh_1}$, em l/min

<u>Ponto de operação do sistema:</u>

Os dois níveis se estabilizam quando a vazão que passa por a_1 é igual a que passa por a_2, sendo iguais a q. Os niveis h_1 e h_2 dependem dos valores de a_1 e a_2, respectivamente. Para obter o ponto de operação, basta fazer as derivadas iguais a zero.

O ponto de operação é definido pela vazão q e pelos níveis h_1 e h_2, que por sua vez depende das aberturas a_1 e a_2, respectivamente.

<u>Linearização</u>:

Definindo:

$u = q - q_0$

$x = h - h_0$

$\dot{x} = \dot{h}$ (para o sistema não linear tem-se h para representar o nível e para o sistema linear tem-se x).

e usando a expansão em séries de Taylor na parte não linear da equação de nível:

$$\frac{df(x,q)}{dx} = \frac{a_1\sqrt{2g}}{2\sqrt{x_0}} = a_1\sqrt{g/2x_0}$$

resultam as equações de $x_1(t)$ e $x_2(t)$ linearizadas em torno de x_{10}, x_{20}, q_0:

$$A\frac{dx_2}{dt} = \frac{100}{6}q - a_2\sqrt{\frac{g}{2x_{20}}}x_2$$

$$A\frac{dx_1}{dt} = -a_1\sqrt{\frac{g}{2x_{10}}}x_1 + a_2\sqrt{\frac{g}{2x_{20}}}x_2$$

Destas equações pode-se obter o modelo em variáveis de estado

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

e o modelo por função de transferência

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = C(sI - A)^1 B$$

Vazão através de a_1 no modelo linearizado: $(6/100)a_1\sqrt{981/(2h10)}$, em l/min

Atividade 1: Simulação do sistema não linear em malha aberta

Simular o modelo não linear no Matlab para o ponto de operacão definido em malha aberta, escolhendo o tempo T1 adequado.

A função abaixo, nivel_2tanques_mf.m, é similar a função nivel_2tanques.m usada na aula 3. A diferença é a substituição da entrada de vazão q pelo sinal de controle em malha fechada u, vindo de um controlador PI.

function dh = nivel_2tanques(t,h,a1,a2,q,Ref,Kp,Ki) *g=981;*

*A=pi*12.5^2;*

erro=Ref-h(1);

du=erro;

*u=q + Kp*erro+Ki*h(3); % Controlador PI*

*dh1=-(a1/A)*sqrt(2*g*h(1))+(a2/A)*sqrt(2*g*h(2));*

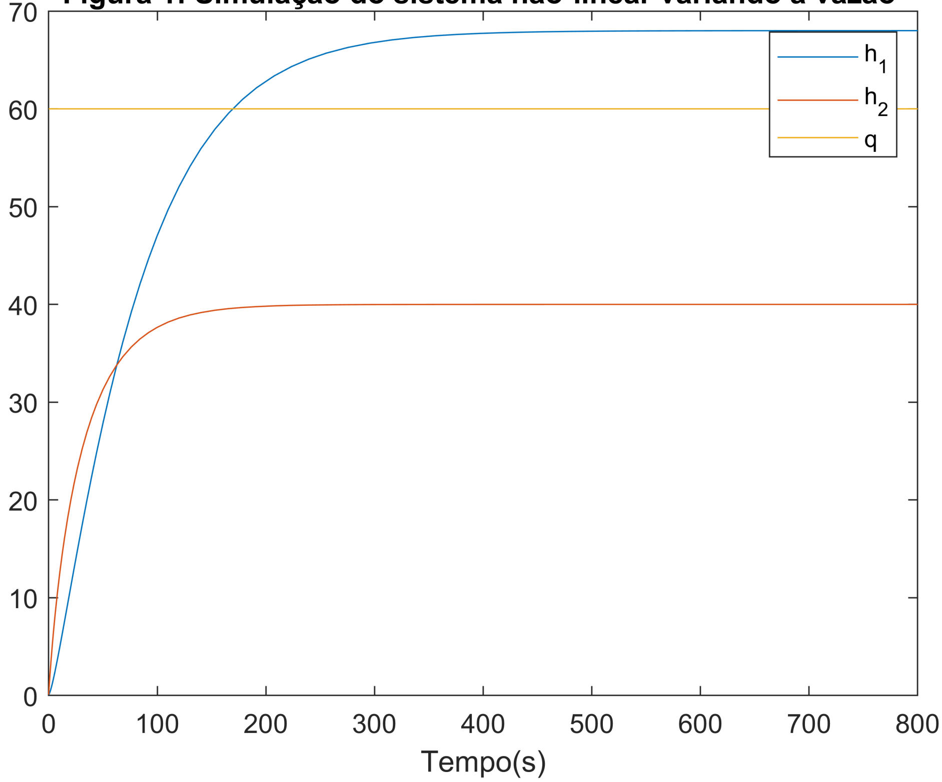
*dh2=-(a2/A)*sqrt(2*g*h(2))+(100/6)*u/A;*

dh=[dh1;dh2;du];

end

```
T1=800;
Ref=h10;
Kp=0;
Ki=0;
[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques_mf(t,y,a1,a2,q,Ref,Kp,Ki), [0 T1], [0.1;0.1;0]);
qh1=q+Kp*(Ref-h(:,1))+Ki*h(:,3);
figure;
r=Ref*ones(size(h(:,1)));
plot(t,h(:,1:2),t,qh1);legend('h_1','h_2','q');
title('Figura 1: Simulação do sistema não-linear variando a vazão ');
xlabel('Tempo(s)');
```

Figura 1: Simulação do sistema não-linear variando a vazão




```
TT=table(h10,h20,q)
```

TT = 1×3 table

	h10	h20	q
1	68	40	60

1.1 Qual a vazão que passa pela válvula a2 em regime e por que ela se torna constante ?

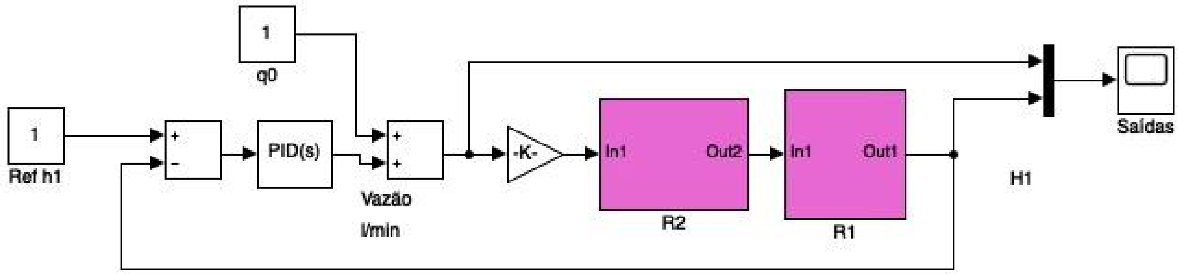
Resposta:

A vazão que entra no reservatório h2 e passa pela válvula a2 é igual vazão "q", de 60l/min .

Ela se torna constante por causa do controlador, pois ela busca manter o nível de h1 constante e para manter isso, ele controla a vazão que da bomba, então faz o "q" que está entrando no reservatório ser maior ou menor e assim a vazão se torna constante.

Atividade 2: Simulação do sistema em malha fechada: escolha de um ganho proporcional Kp

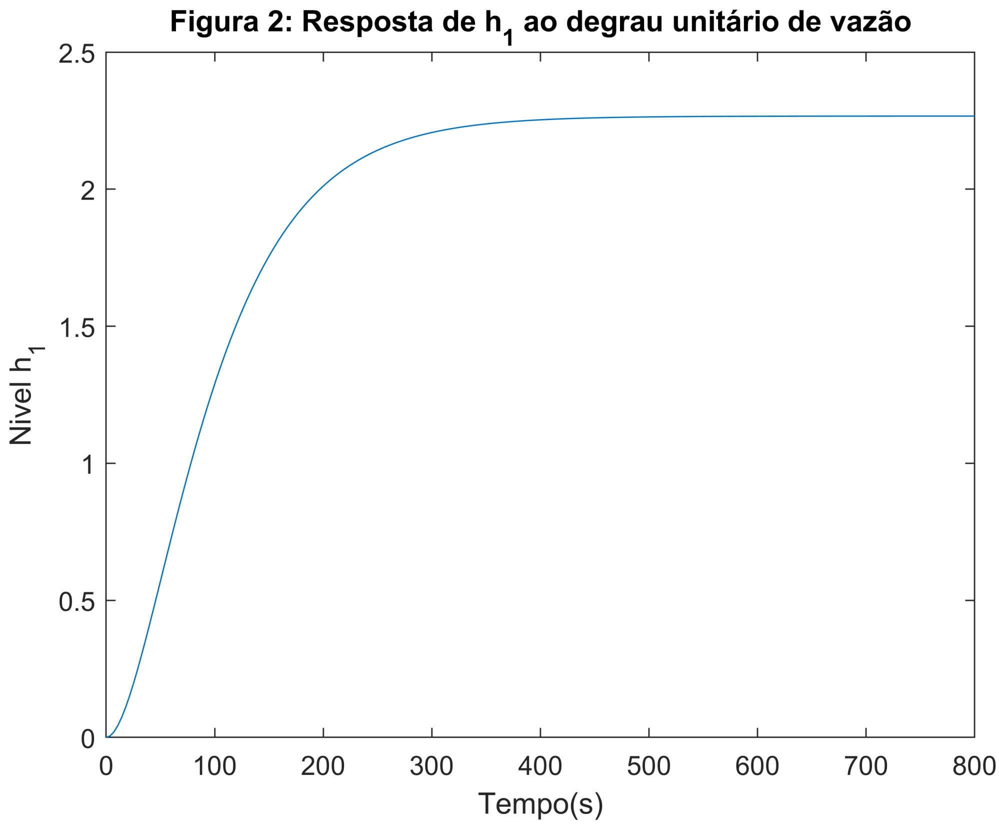
O diagrama do sistema de controle com um controlador PID para controle do nível de R1 é mostrado abaixo. Um valor inicial qo de vazão é aplicado que faz os dois níveis ficarem no ponto de operação. O controlador PID compara o nível de referência com h1: sendo iguais, apenas a vazão qo é aplicada.



No código a seguir, o sistema linearizado é representado em variáveis de estado por s1. A FT G é necessária para obter ganhos do controlador PID que garantam estabilidade.

A FT G é obtida considerando como saída apenas o nivel h1 de R1 e como entrada a vazão q aplicada, $G(s) = \dfrac{H_1(s)}{Q(s)}$.

```
A=[-(a1/Ar)*sqrt(981/(2*h10))   (a2/Ar)*sqrt(981/(2*h20));0 -(a2/Ar)*sqrt(981/(2*h20))];
B=[0;100/(6*Ar)];
C1=[1 0];
D=[];
tt1=toc;
s1=ss(A,B,C1,D);
G=tf(s1); % FT G(s)
[x,t,z]=step(G,T1);
figure;
plot(t,x);
title('Figura 2: Resposta de h_1 ao degrau unitário de vazão');
xlabel('Tempo(s)');ylabel('Nivel h_1');
```



Lembrando que o LR de G(s) são as raízes de $1 + KG(s) = 0$, faça o lugar das raízes de G(s) com o comando rlocus (não coloque no relatório).

Dica: se tiver dúvidas, veja a atividade 4 do relatório 4.

2.1 O que ocorre com as raízes de $1 + KG(s) = 0$ (polos de malha fechada) quando o ganho K aumenta e qual o efeito sobre a resposta ao degrau?

Resposta:

Quando aumentamos o polo, a parte real fica constante (não é alterado) e a medida que o ganho aumenta, os a parte do polo imaginário também aumenta.

Quanto maior é o ganho K menor será o amortecimento, ou seja, a medida que o ganho aumenta, menor sera o valor do amortecimento.

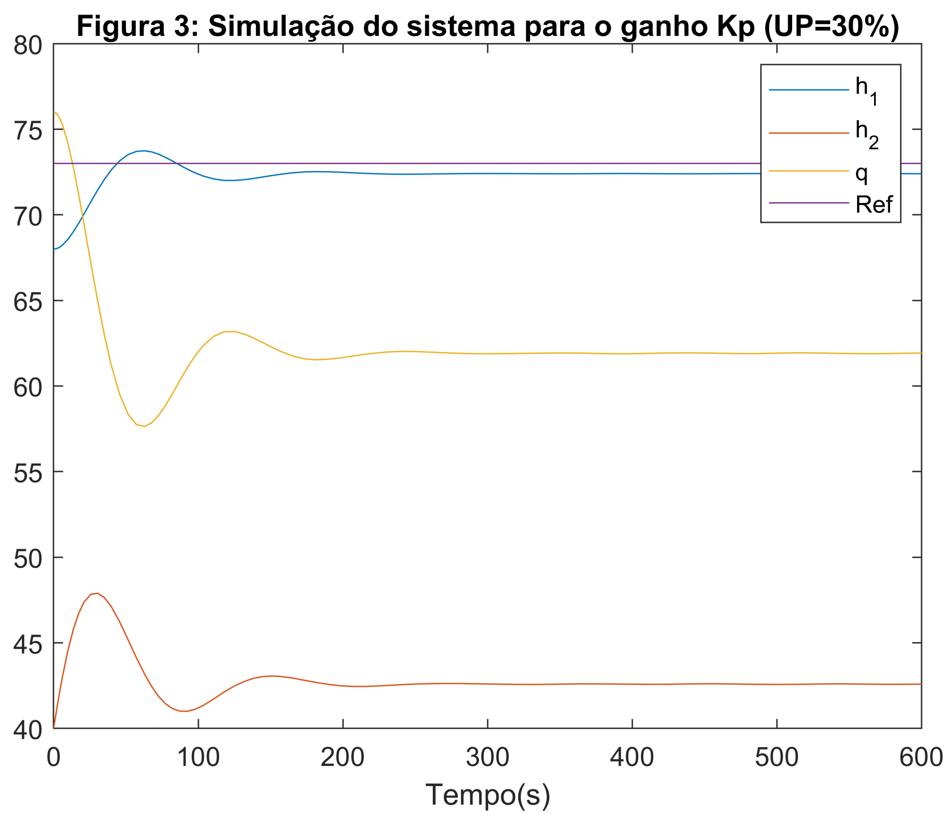
2.2 Obtenha do LR o valor de K tal que a sobreelevação seja aproximadamente 30%. Faça a simulação abaixo do sistema não linear com este ganho Kp=K, e veja se obtêm UP=30% ou próximo.

Resposta:

Aproximadamente Overshoot 30% e ganho 3.32

Simulação com o ganho Kp.

```
T2=600; % Rever escolha do tempo de simulação de malha fechada
Ref=h10+5; % Variacao em torno de h10 (5, no caso)
Kp=3.2;
Ki=0;
[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques_mf(t,y,a1,a2,q,Ref,Kp,Ki), [0 T2], [h10;h20;Ref-h10]);
qh1=q+Kp*(Ref-h(:,1))+Ki*h(:,3);
figure;
r=Ref*ones(size(h(:,1)));
plot(t,h(:,1:2),t,qh1,t,r);legend('h_1','h_2','q','Ref');
title('Figura 3: Simulação do sistema para o ganho Kp (UP=30%)');
xlabel('Tempo(s)')
```




```
y=h(:,1)-h(1,1);
S=stepinfo(y,t,y(end))
```

```
S = struct with fields:
        RiseTime: 25.8288
    SettlingTime: 198.2877
     SettlingMin: 4.0058
     SettlingMax: 5.7382
```

```
   Overshoot: 30.4702
  Undershoot: 0
        Peak: 5.7382
    PeakTime: 63.0582
```

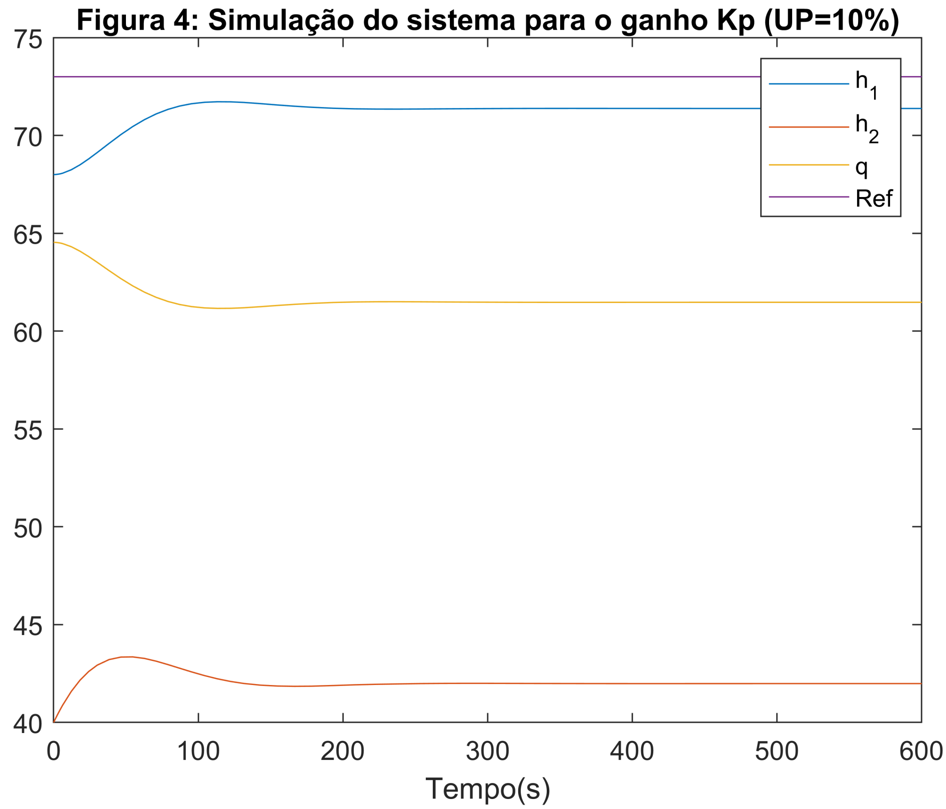
2.3 Faça uma nova escolha de Kp para sobreelevação de 10%, e compare o erro em regime para UP=10% e UP=30%, simulando o código abaixo e justificando.

Resposta:

Ganho 0.907 e Overshoot 9.94%

Comparando o erro em regime de ambos, é possivel perceber que o erro para o segundo caso de UP=10% (Ganho K de 0.0907) é maior ao se comparar com o erro do primeiro caso de UP=30% (Ganho 3.32)

```
Ref=h10+5; % Variacao em torno de h10
Kp=0.907;
Ki=0;
[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques_mf(t,y,a1,a2,q,Ref,Kp,Ki), [0 T2], [h10;h20;Ref-h10]);
qh1=q+Kp*(Ref-h(:,1))+Ki*h(:,3);
figure;
r=Ref*ones(size(h(:,1)));
plot(t,h(:,1:2),t,qh1,t,r);legend('h_1','h_2','q','Ref');
title('Figura 4: Simulação do sistema para o ganho Kp (UP=10%)');
xlabel('Tempo(s)')
```




```
y=h(:,1)-h(1,1);
S=stepinfo(y,t,y(end))
```

```
S = struct with fields:
        RiseTime: 54.8240
    SettlingTime: 177.0940
     SettlingMin: 3.1007
     SettlingMax: 3.7207
       Overshoot: 10.1716
      Undershoot: 0
            Peak: 3.7207
        PeakTime: 113.2999
```

```
tt2=toc/tt1
```

```
tt2 = 2.3792
```

Atividade 3: Simulação do sistema em malha fechada: escolha de um ganho integral Ki

Ao fechar a malha de G(s) com o controlador PI, assumindo o valor de Kp dado (Item 2.3), a equação característica de malha fechada é dada por $1 + K_I G_{pi}(s) = 0$.

```
Gpi=tf(G.Numerator{1},conv(G.Denominator{1},[1 0])+Kp*conv(G.Numerator{1},[1 0]));
```

3.1 Faça o LR das raízes de $1 + K_I G_{pi}(s) = 0$ e comente o que ocorre com os polos de malha fechada e a resposta ao degrau quando o ganho Ki aumenta.

Resposta:

Fazendo as raízes, quando Ki aumenta, o overshoot também aumenta e o amortecimento diminui.

O sistema fica instável para alguns valores de Ki, o motivo para isso é que ambos os polos que possuem a parte imaginária (diferente de zero) vão para o SPD

3.2 Escolha um valor de Ki tal que UP seja limitada em 30%. Faça a simulação abaixo e verifique o resultado da escolha. Comente também e explique o erro em regime.

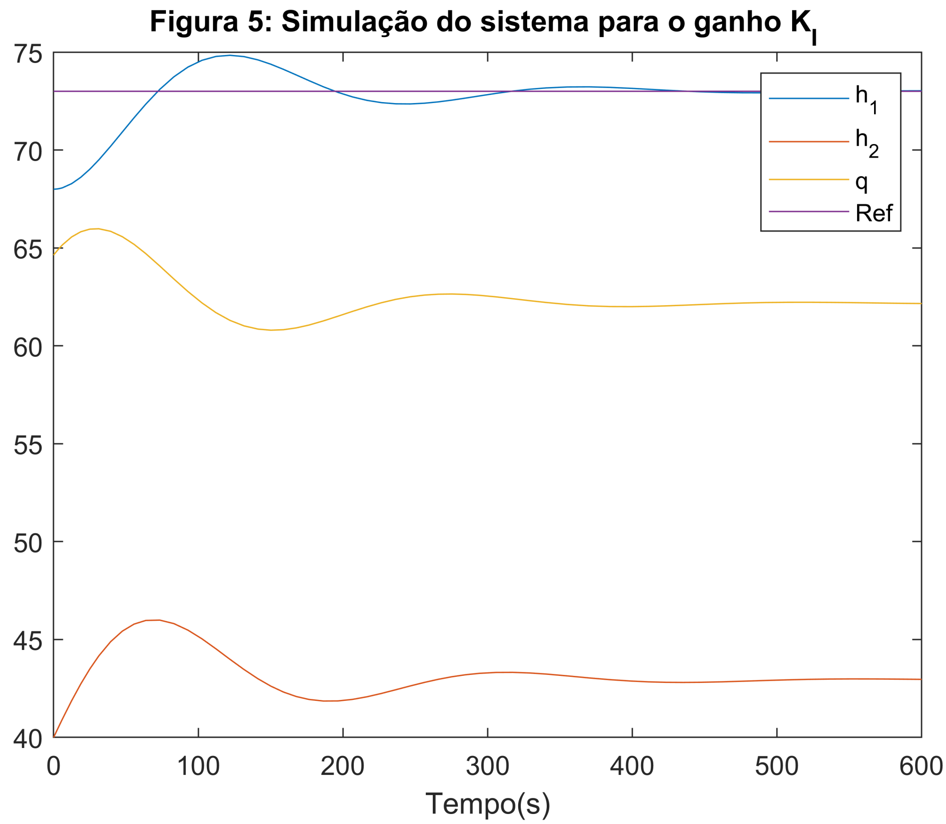
Resposta:

Ganho 0.0194 e Overshoot 32.8%

O erro aparece quando Ki é diferente de zero, o motivo disso é que o nível de h1 (com o valor de 68) se aproxima da referência (com o valor de 73) ao entrar tender ao regime.

Se tiver dúvidas, veja a atividade 2.3 do relatório 4.

```
Ref=h10+5;
Ki=0.0194;
[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques_mf(t,y,a1,a2,q,Ref,Kp,Ki), [0 T2], [h10;h20;Ref-h10]);
qh1=q+Kp*(Ref-h(:,1))+Ki*h(:,3);
figure;
r=Ref*ones(size(h(:,1)));
plot(t,h(:,1:2),t,qh1,t,r);legend('h_1','h_2','q','Ref');
title('Figura 5: Simulação do sistema para o ganho K_I ');
xlabel('Tempo(s)')
```




```
y=h(:,1)-h(1,1);
S=stepinfo(y,t,y(end))
```

```
S = struct with fields:
        RiseTime: 49.2824
    SettlingTime: 498.2101
     SettlingMin: 4.3529
     SettlingMax: 6.8372
       Overshoot: 36.0227
      Undershoot: 0
            Peak: 6.8372
        PeakTime: 121.9056
```

```
TT=table(h10,q, Ref)
```

TT = 1×3 table

	h10	q	Ref
1	68	60	73

3.3 Qual o aumento de vazão que o controlador produziu na bomba de modo que h1 mudou de h10 para Ref?

Resposta:

h10 = 68, ref = 73 e aumento = ref - h10

Houve um aumento de vazão igual a 5L/min

Atividade 4: Simulação a distúrbio

4.1 Nessa atividade, interaja com o professor para discutir um distúrbio a ser introduzido na malha de controle (no código abaixo), de modo a verificar se o controlador consegue rejeitá-lo. A simulação começa no ponto de operação com Ref=h10.

Explique o efeito do distúrbio na simulação e se o controlador conseguiu rejeitá-lo e de que forma.

Resposta:

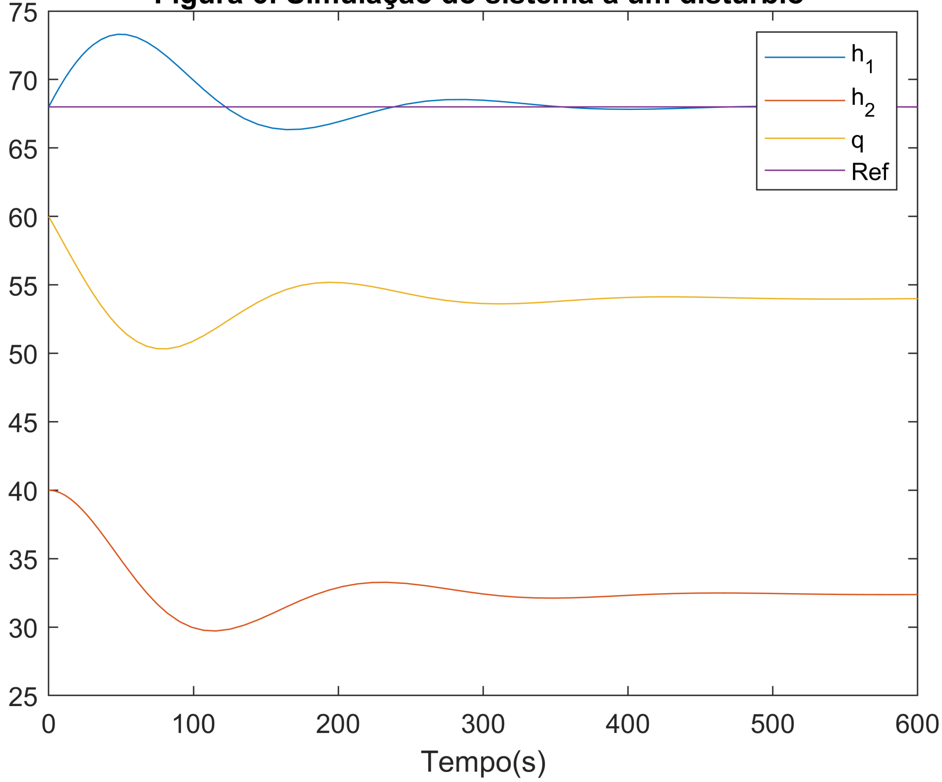
Controlador: trabalho dele é manter o nivel de h1 constante, controlando a vazão da bomba fazendo o valor de "q" ser menor ou maior

Ao gerar um distúrbio em a1 (fechando um pouco a válvula) o nível de h1 irá subir, e para não deixar que o nivel de h1 aumentar, o controlador irá diminuir a vazão "q" e consequentemente o nível de h2 irá diminuir.

Segundo a simulação, o controlador conseguiu rejeitar o distúrbio controlando a vazão de "q".

```
Ref=h10;
[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques_mf(t,y,a1*0.9,a2,q,Ref,Kp,Ki), [0 T2], [h10;h20;Ref-h10]);
qh1=q+Kp*(Ref-h(:,1))+Ki*h(:,3);
figure;
r=Ref*ones(size(h(:,1)));
plot(t,h(:,1:2),t,qh1,t,r);legend('h_1','h_2','q','Ref');
title('Figura 6: Simulação do sistema a um distúrbio ');
xlabel('Tempo(s)');
```

Figura 6: Simulação do sistema a um distúrbio




```
ye=Ref-h(:,1);
IAE=trapz(t,abs(ye))
```

```
IAE = 574.4911
```

4.2 Considere a métrica IAE para medir quão bem o controlador PI rejeita o distúrbio. Como escolher Kp e Ki para obter o menor IAE? Subsidie sua resposta com análises de simulações feitas. ***Dica: Se tiver dúvidas, veja a atividade 2.4 do relatório 4.***

Resposta:

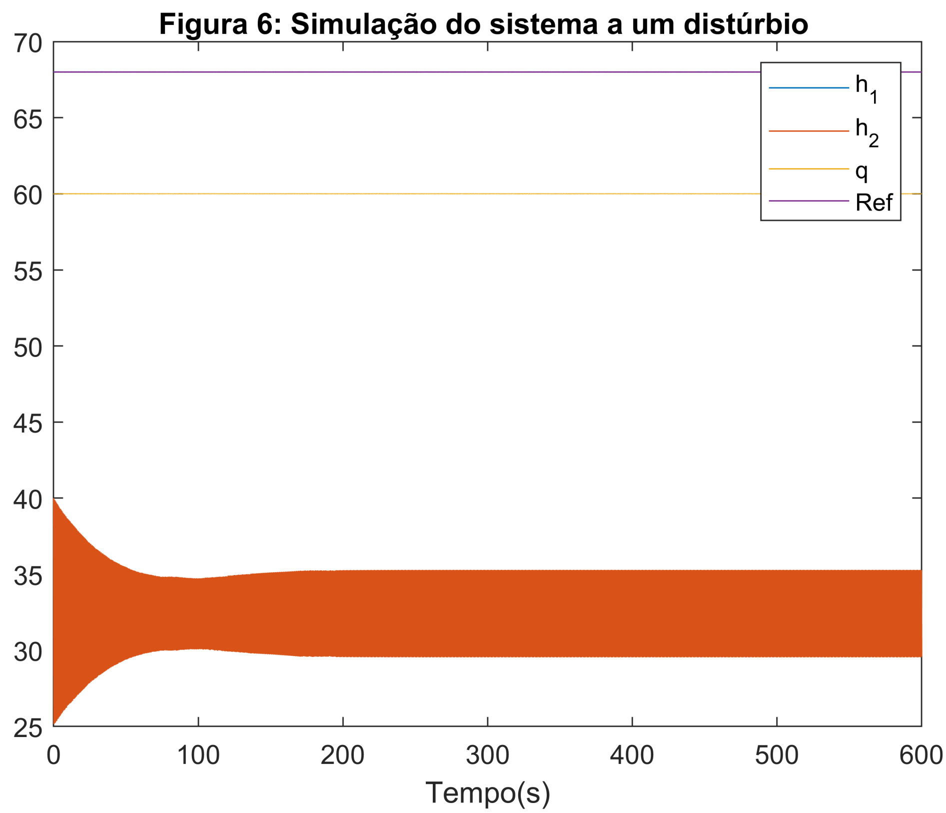
Objetivo: Ao abrir a válvula, o distúrbio deve afetar o minimo possível o nível de h1

Foi feito varias tentativas para a escolha, entretanto, a análise com o ganho Kp muito maior que o ganho Ki levou a um melhor resultado do IAE próximo ao valor zero.

```
%Meu matlab travou varias vezes para fazer esse teste
%Aumentar mais o Kp irá resultar num menor IAE

Ref=h10;
[t,h] = ode45(@(t,y) nivel_2tanques_mf(t,y,a1*0.9,a2,q,Ref,Kp*200000,Ki*20), [0 T2], [h10;h20;
qh1=q+Kp*(Ref-h(:,1))+Ki*h(:,3);
figure;
r=Ref*ones(size(h(:,1)));
```

```
plot(t,h(:,1:2),t,qh1,t,r);legend('h_1','h_2','q','Ref');
title('Figura 6: Simulação do sistema a um distúrbio ');
xlabel('Tempo(s)');
```




```
ye=Ref-h(:,1);
IAE=trapz(t,abs(ye))
```

```
IAE = 2.4342
```

4.3 Como a ação integral foi calculada na função nivel_2tanques_mf.m que simula o sistema em malha fechada?

Resposta:

Erro: Referencia - nivel de h(1)

Controlador: vazão q * GanhoKp * erro + GanhoKi *h(3)

function dh = nivel_2tanques_mf(t,h,a1,a2,q,Ref,Kp,Ki)

g=981;

A=pi*12.5^2;

erro=Ref-h(1);

du=erro;

```
u=q + Kp*erro + Ki*h(3); % Controlador PI

dh1=-(a1/A)*sqrt(2*g*h(1))+(a2/A)*sqrt(2*g*h(2));
dh2=-(a2/A)*sqrt(2*g*h(2))+(100/6)*u/A;
dh=[dh1;dh2;du];
end
```

4.4 Use o conhecimento adquirido na aula de hoje para sugerir um conjunto de especificações que o controlador de nível deve atender, para, na sua opinião, garantir uma boa resposta.

<u>Resposta:</u>

Especificações do controlador de nível:

Para garantir uma boa resposta, o controlador deve ter o Ganho Kp muito maior em comparação com o Ganho Ki, para evitar que o distúrbio ao abrir as válvulas altere de forma significativa os níveis dos reservatórios.