PARTE II

TERMODINÂMICA

A *termodinâmica* é uma ciência empírica, baseada em um número mínimo de princípios, obtidos de observações experimentais, que dizem quais as propriedades devem ser medidas para que se possa determinar as demais. Destes princípios também se pode determinar relações gerais entre as propriedades macroscópicas do sistema e como estas são afetadas pela temperatura. A termodinâmica é baseada exclusivamente em uma descrição macroscópica do sistema, não considerando seus constituintes microscópicos.

A *Teoria Cinética* aplica as leis da mecânica clássica ou quântica a nível microscópico, isto é, às partículas constituintes do sistema, para compreender e derivar as propriedades macroscópicas de conceitos mais fundamentais.

A *Termodinâmica Estatística* ignora considerações individuais das partículas constituintes do sistema e aplica um tratamento estatístico.

Uma vez que o número de partículas constituintes de um sistema termodinâmico é muito grande, as propriedades macroscópicas são obtidas como valores médios de grandezas microscópicas.

A termodinâmica é complementar à teoria cinética e à termodinâmica estatística, pois fornece as relações entre as propriedades macroscópicas (desde que certas medidas tenham sido realizadas), cujos valores são calculados pela teoria cinética ou pela termodinâmica estatística (desde que os estados de energia do sistema possam ser determinados).

CAPÍTULO

DILATAÇÃO TÉRMICA

A observação diária mostra que, em geral, há um aumento nas dimensões de um material quando ele é aquecido. Esse fenômeno é denominado *dilatação térmica*. Embora todo corpo sólido tenha três dimensões, em alguns casos uma ou duas delas são desprezíveis em relação às outras ou à outra e o corpo pode ser tratado como tendo apenas uma ou duas dimensões. Nesses casos considera-se a dilatação linear (uma dimensão) e superficial (duas dimensões). No caso que nenhuma das dimensões do sólido é desprezível, considera-se sua dilatação volumétrica. Já no caso dos líquidos, que não têm forma definida, deve-se considerar necessariamente sua dilatação volumétrica. Ainda, devido à dilatação do recipiente, tem-se a falsa impressão da dilatação, em geral, ser menor do realmente o é. Essa falsa dilatação recebe o nome de dilatação aparente.

1. DILATAÇÃO NOS SÓLIDOS

1.1. Dilatação linear

Dilatação linear é o estudo de somente uma das dimensões do sólido. O experimento mostra que a variação do comprimento de uma barra é, com boa aproximação, proporcional à variação de temperatura e ao seu comprimento inicial, matematicamente,

$$\Delta L \propto \Delta T = T_{final} - T_{inicial},$$

e

$$\Delta L \propto L_0,$$

portanto,

$$\Delta L \propto L_0 \Delta T. \quad (1)$$

Para tornar a relação (1) acima uma igualdade, deve-se multiplicá-la por uma constante de proporcionalidade, denominada *coeficiente de dilatação linear* α,

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T. \quad (2)$$

Como a relação de proporcionalidade se mantém, mas a variação de comprimento assume valores diferentes para diferentes materiais de que é feita a barra, o coeficiente de dilatação varia de material para material.

Como dito anteriormente, a relação (1), e consequentemente a equação (2), é uma aproximação, que se torna melhor quanto menor é a variação de temperatura. O experimento mostra que a variação de comprimento depende da temperatura da barra, isto é, se, por exemplo, a variação ocorre entre $20℃$ e $30℃$ a variação, suponha, é 0,00011, entretanto se a variação ocorre entre $30℃$ e $40℃$ a variação é outra, suponha 0,00013. Conclui-se, então, que o coeficiente de dilatação linear depende da temperatura, isto é, é uma função da temperatura $\alpha = \alpha(T)$. Assim, na verdade a equação (2) define o coeficiente de dilatação linear médio,

$$\alpha_{médio} := \frac{1}{L_0}\frac{\Delta L}{\Delta T}. \quad (3)$$

O coeficiente de dilatação linear é definido como

$$\alpha := \frac{1}{L}\frac{dL}{dT}. \quad (4)$$

O coeficiente de dilatação linear tem dimensões de inverso de temperatura e pode ser medido em $℃^{-1}$.

Na tabela 2 estão listados os valores dos coeficientes de dilatação linear médios no intervalo de temperatura de $0℃$ a $100℃$ de algum materiais.

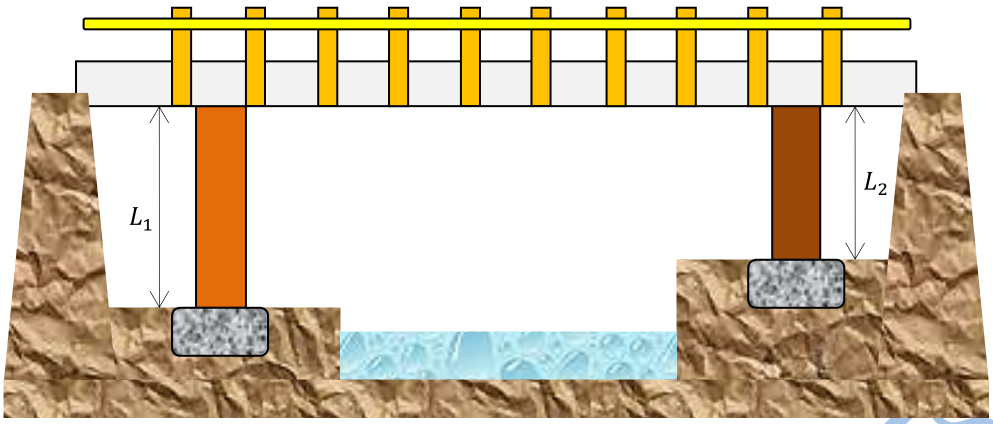
Tabela 2

Material	$\alpha_{médio}$ ($℃^{-1}$)
Chumbo	29×10^{-6}
Alumínio	23×10^{-6}
Latão	19×10^{-6}
Cobre	17×10^{-6}
Aço	11×10^{-6}
Vidro comum	9×10^{-6}
Vidro Pyrex	$3{,}2 \times 10^{-6}$

Considerar-se-á, exceto quando for mencionado o contrário, que o intervalo de variação de temperatura não é grande o bastante de forma que variações do coeficiente de dilatação com a temperatura possam ser desprezadas e, portanto a equação (2) possa ser empregada.

Exemplo-21

Uma passarela horizontal está apoiada em duas colunas verticais de coeficientes de dilatação linear iguais a α_1 e α_2. Sabendo que as bases sobre as quais as colunas estão apoiadas são rígidas, determine qual deve ser a relação entre os comprimentos iniciais das colunas de forma que a passarela permaneça na horizontal a qualquer temperatura.



Solução

Para que a plataforma permaneça na horizontal a qualquer temperatura as dilatações lineares das colunas devem ser iguais, portanto,

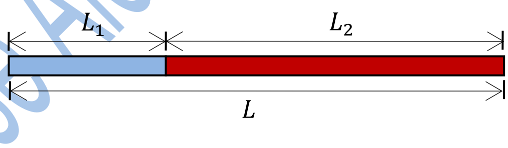
$$\Delta L_1 = \Delta L_2,$$

$$\alpha_1 L_1 \Delta T = \alpha_2 L_2 \Delta T,$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

Exemplo-22

Uma barra de comprimento L é composta pela justaposição de duas barras de comprimentos L_1 e L_2, feitas de materiais 1 e 2, respectivamente, como mostra a figura. Determine o coeficiente de dilatação linear efetivo dessa barra.



Solução

Para uma variação de temperatura ΔT, a barra L_1 tem dilatação igual a

$$\Delta L_1 = \alpha_1 L_1 \Delta T,$$

e a barra L_2 tem dilatação igual a

$$\Delta L_1 = \alpha_1 L_1 \Delta T.$$

A dilatação total da barra L é a soma das dilatações de L_1 e L_2,

$$\Delta L = \alpha_1 L_1 \Delta T + \alpha_2 L_2 \Delta T,$$

$$\Delta L = (\alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2)\Delta T.$$

O coeficiente de dilatação efetivo é aquele que causa, para a mesma variação de temperatura ΔT, na barra L a mesma variação de comprimento total,

$$\alpha_{ef} L \Delta T = (\alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2)\Delta T,$$

$$\alpha_{ef} = \frac{(\alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2)}{L}.$$

1.2. Dilatação superficial

A dilatação superficial de uma placa pode ser considerada a partir das dilatações lineares de cada uma de suas dimensões.

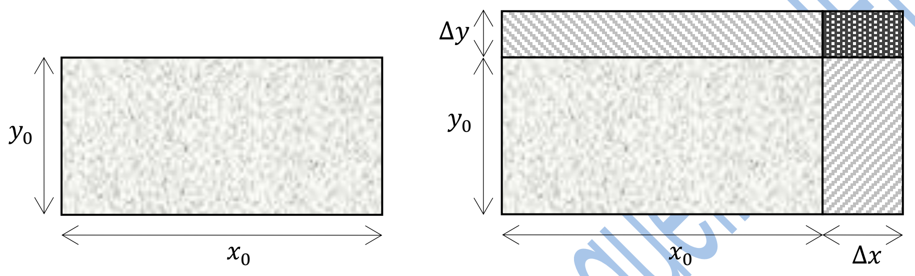


Figura 31

Considere a placa retangular de lados x_0 e y_0 à temperatura T_0. A área da placa à temperatura T_0 é $A_0 = x_0 y_0$. Segundo a equação (2) a nova área da placa à temperatura T é

$$A = (x_0 + \Delta x)(y_0 + \Delta y),$$

$$A = (x_0 + \alpha_x x_0 \Delta T)(y_0 + \alpha_y y_0 \Delta T),$$

$$A = x_0 y_0 + x_0 y_0 (\alpha_x + \alpha_y)\Delta T + x_0 y_0 \alpha_x \alpha_y (\Delta T)^2. \quad (5)$$

Como os coeficientes de dilatação lineares são muito pequenos, se as variações de temperatura não são muito grandes, o último termo da equação (5) pode ser desprezado. Fisicamente isto equivale a desprezar a área $\Delta x \Delta y$ da região mais escura da figura 31. Assim,

$$A = x_0 y_0 + x_0 y_0 (\alpha_x + \alpha_y)\Delta T,$$

$$A = A_0 + A_0 (\alpha_x + \alpha_y)\Delta T,$$

$$A - A_0 = A_0 (\alpha_x + \alpha_y)\Delta T,$$

$$\Delta A = A_0(\alpha_x + \alpha_y)\Delta T. \quad (6)$$

O coeficiente de dilatação superficial[1], definido como

$$\alpha_{sup} \coloneqq \frac{1}{A}\frac{dA}{dT}, \quad (7)$$

é dado por $\alpha_{sup} = \alpha_x + \alpha_y$. No caso do material ser isotrópico (sofre dilatações iguais em todas as direções) $\alpha_x = \alpha_y = \alpha$, e o coeficiente de dilatação superficial fica dado por $\alpha_{sup} = 2\alpha$. Todo material será considerado isotrópico caso não seja dito o contrário.

É importante dizer que quando o material tem um “buraco”, este irá se dilatar como se o “buraco” fosse formado do mesmo material.

DILATAÇÃO SUPERFICIAL E LINEAR

Considere uma chapa circular de raio R. A chapa é de um material cujo coeficiente de dilatação linear é α. Se a chapa sofre uma variação de temperatura ΔT, a nova a área da superfície da chapa é

$$\pi R'^2 = \pi R^2(1 + 2\alpha\Delta T),$$

$$R' = R\sqrt{1 + 2\alpha\Delta T}.$$

Usando a aproximação binomial[2] tem-se

$$R' \approx R(1 + \alpha\Delta T). \quad (8)$$

O resultado (8) é a variação linear do raio da chapa. Os termos desprezados na aproximação são da ordem de $(\alpha\Delta T)^2$, portanto de mesma ordem do termo desprezado na equação (5). Assim, pode-se tratar a dilatação superficial de uma chapa circular como a dilatação linear de seu raio.

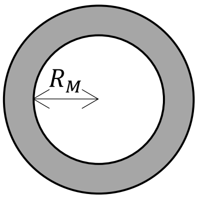
Exemplo-23

Quer-se encaixar um rolamento cilíndrico, feito de aço, em um mancal cilíndrico, feito de liga de alumínio. O coeficiente de dilatação linear da liga de alumínio vale $25{,}0 \times 10^{-6}℃^{-1}$. À temperatura de $22℃$, o rolamento tem o diâmetro externo 0,1% maior que o diâmetro interno do mancal. Calcule a temperatura mínima que o mancal deve ser aquecido para que o rolamento se encaixe.

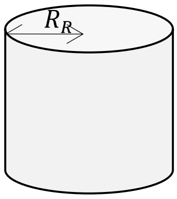
---

[1] Na literatura, principalmente do ensino médio, é muito usado o símbolo β para coeficiente de dilatação superficial e γ para o coeficiente de dilatação volumétrica, que será visto à frente. Contudo, a fim de não causar confusão com o símbolo β usado, em geral, na literatura do ensino superior para a dilatação volumétrica (líquidos), usar-se-á o símbolo α_{sup} para o coeficiente de dilatação superficial.

[2] Aproximação binomial: $(1 + X)^n \cong 1 + nX$, para $X \ll 1$.



Mancal



Rolamento

Solução

Seja, a $22℃$, πR_M^2 a área do furo do mancal e πR_R^2 a área da secção transversal do rolamento.

Quando o mancal é aquecido até uma temperatura T sua nova área é

$$\pi(R'_M)^2 = \pi R_M^2\,(1 + \alpha_{Al}\Delta T).$$

Para que o rolamento se encaixe no mancal deve-se ter que

$$\pi(R'_M)^2 \geq \pi R_R^2.$$

Então,

$$\pi R_M^2\,(1 + 2\alpha_{Al}\Delta T) \geq \pi R_R^2,$$

$$\Delta T \geq \frac{1}{2\alpha_{Al}}\left(\frac{\pi R_R^2}{\pi R_M^2} - 1\right),$$

$$T \geq T_0 + \frac{1}{2\alpha_{Al}}\left(\frac{R_R^2}{R_M^2} - 1\right).$$

Substituindo os dados do exemplo tem-se

$$T \geq 22 + \frac{1}{50\times10^{-6}}\left(\frac{(1{,}001R_M)^2}{R_M^2} - 1\right), \quad (1)$$

$$T \geq 62{,}0.$$

Portanto, a temperatura mínima é de $62℃$.

É importante observar que o exemplo poderia ser tratado como uma dilatação linear do raio:

$$R'_M = R_M(1 + \alpha_{Al}\Delta T) \geq R_R,$$

$$T \geq T_0 + \frac{1}{\alpha_{Al}}\left(\frac{R_R}{R_M} - 1\right),$$

$$T \geq 22 + \frac{1}{25\times10^{-6}}\left(\frac{1{,}001R_M}{R_M} - 1\right), \quad (2)$$

$$T \geq 62{,}0.$$

Note que o cálculo até o segundo digito após a vírgula da equação (1) fornece 62,02 enquanto o da equação (2) 62,00. Contudo, essa diferença está fora da região de validade da aproximação considerada no estudo da dilatação, portanto não deve ser considerada. Observe que os dados do exercício estão dentro da região de validade.

1.3. Dilatação volumétrica

A análise da dilatação volumétrica pode ser feita de forma semelhante à realizada para a dilatação superficial, a partir da dilatação linear de suas dimensões. Considere um paralelepípedo de lados x_0, y_0 e z_0, portanto volume inicial $V_0 = x_0 y_0 z_0$. Após sofre uma variação de temperatura ΔT, o volume do paralelepípedo fica dado por

$$V = (x_0 + x_0\alpha_x\Delta T)(y_0 + y_0\alpha_y\Delta T)(z_0 + z_0\alpha_z\Delta T),$$

$$V = x_0y_0z_0 + x_0y_0z_0(\alpha_x + \alpha_y + \alpha_z)\Delta T + x_0y_0z_0(\alpha_x\alpha_y + \alpha_x\alpha_z + \alpha_y\alpha_z)(\Delta T)^2 + x_0y_0z_0\alpha_x\alpha_y\alpha_z(\Delta T)^3.$$

Desprezando o segundo e o terceiro termo obtém-se

$$V = x_0y_0z_0 + x_0y_0z_0(\alpha_x + \alpha_y + \alpha_z)\Delta T,$$

$$V = V_0 + V_0(\alpha_x + \alpha_y + \alpha_z)\Delta T. \quad (9)$$

O *coeficiente de dilatação volumétrica* α_{vol} é definido como

$$\alpha_{vol} \coloneqq \frac{1}{V_0}\frac{dV}{dT}, \quad (10)$$

portanto, $\alpha_{vol} = \alpha_x + \alpha_y + \alpha_z$. Se o material do paralelepípedo é isotrópico $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = \alpha$, e o coeficiente de dilatação volumétrica fica $\alpha_{vol} = 3\alpha$. Então, para um sólido isotrópico a variação de volume é dada por

$$\Delta V = 3\alpha V_0 \Delta T. \quad (11)$$

Exemplo-24

Uma esfera de raio R sofre uma variação de temperatura ΔT. Determine a razão entre a variação de seu volume e de sua superfície.

Solução

A variação de superfície da esfera é dada por

$$\Delta A = 2\alpha 4\pi R^2 \Delta T, \quad (1)$$

e a variação de volume dada por

$$\Delta V = 3\alpha \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta T. \quad (2)$$

Usando as equações (1) e (2) obtém-se

$$\frac{\Delta A}{\Delta V} = \frac{3\alpha\frac{4}{3}\pi R^3 \Delta T}{2\alpha 4\pi R^2 \Delta T},$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta A} = \frac{R}{2}.$$

Portanto, o volume cresce $\frac{R}{2}$ vezes mais rápido que a superfície da esfera na dilatação térmica.

VARIAÇÃO DE DENSIDADE COM A TEMPERATURA

Quando um corpo é aquecido seu volume varia, porém a sua massa permanece a mesma. Como consequência sua densidade varia. Seja V_0 o volume e m a massa de um corpo à temperatura T_0. Considerando o corpo homogêneo, sua densidade é

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0}. \quad (12)$$

Se o corpo sofrer uma variação ΔT de temperatura, sua nova densidade é dada por

$$\rho = \frac{m}{V_0(1+3\alpha\Delta T)}. \quad (13)$$

Usando a equação (12) na equação (13) obtém-se

$$\rho = \frac{\rho_0 V_0}{V_0(1+3\alpha\Delta T)},$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1+3\alpha\Delta T)}. \quad (14)$$

A equação (14) diz como varia a densidade de um sólido isotrópico com a temperatura.

1.4. Efeitos mecânicos da dilatação térmica

A dilatação térmica provoca forças consideráveis, capazes de provocar deformações que causam enormes avarias e transtornos, não podendo ser negligenciadas nos projetos de engenharia.

Considere uma barra de comprimento L presa entre duas paredes fixas e rígidas. Quando a barra é aquecida, ela tende a se dilatar, mas é impedida pelas paredes rígidas. A barra, então, em sua tentativa de se dilatar, exerce sobre as paredes uma força. As paredes reagem exercendo sobre a barra também uma força de mesma intensidade e sentido oposto. As forças exercidas pelas paredes sobre a barra provocam, em geral, o encurvamento da barra. Suponha que a barra não se curve. Se a barra pudesse se dilatar devido ao aquecimento, seu comprimento aumentaria

$$(\Delta L)_T = \alpha L \Delta T. \quad (15)$$

O fato da barra não se dilatar pode ser imaginado como se as paredes tivessem comprimido a barra, provocando uma variação de comprimento $(\Delta L)_E$ idêntica à variação de comprimento provocada pela dilatação térmica, porém em sentido oposto,

$$(\Delta L)_E = -(\Delta L)_T,$$

ou em módulo

$$|(\Delta L)_E| = |(\Delta L)_T|. \quad (16)$$

Se a deformação elástica não é muito grande, a força que a provoca é dada pela lei de Hooke, que afirma que a tensão de compressão é diretamente proporcional à deformação,

$$\frac{F}{A} \propto \frac{|(\Delta L)_E|}{L}.$$

Portanto,

$$F = YA\frac{|(\Delta L)_E|}{L}, \quad (17)$$

onde Y é a constante de proporcionalidade, denominada de *módulo de Young*. Note que foi usado o módulo na equação (16), pois a variação no comprimento devido à compressão é negativa. Substituindo as equações (16) e (17) na equação (15) tem-se

$$\frac{LF}{YA} = \alpha L|\Delta T|,$$

$$F = Y\alpha A|\Delta T|. \quad (18)$$

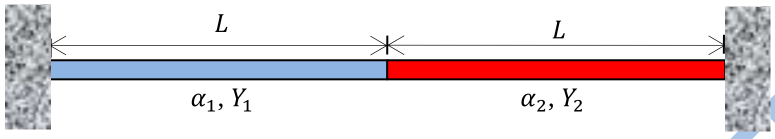
Do exposto, pode-se concluir que:

Em consequência da ação térmica (mecânica) se produz um efeito mecânico (térmico) que se opõe ao efeito térmico (mecânico).

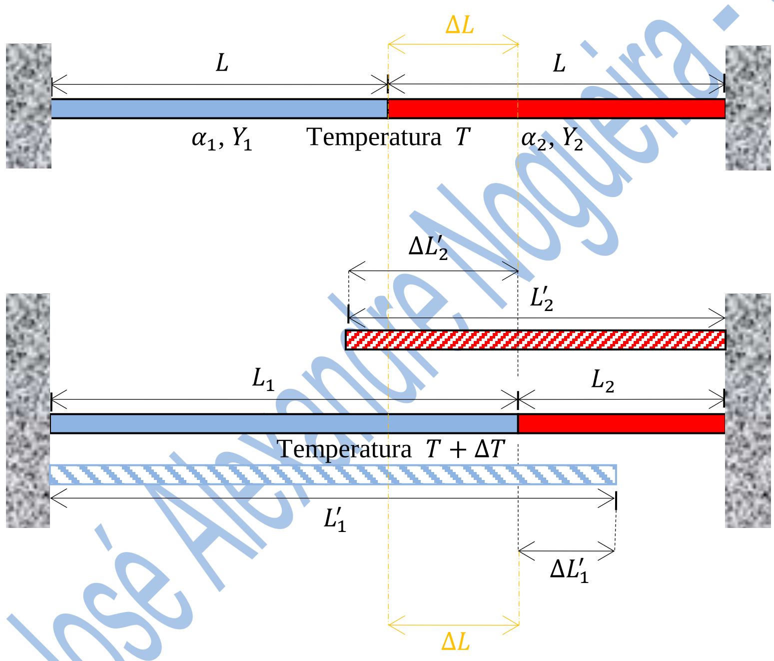
Assim, quando um arame é esticado, ele se resfriará. Como resposta ao aumento de comprimento por efeito mecânico, ele "tende" a diminuir o comprimento por efeito térmico.

Exemplo-25

Duas barras de diferentes materiais 1 e 2, mas mesmo comprimento L e secções de área A, são colocadas, como mostra a figura, entre suportes fixos rígidos. Os coeficientes de dilatação linear e os módulos de Young das barras são α_1, α_2, e Y_1, Y_2, respectivamente. A temperatura inicial é T e não há tensão. Dá-se um aumento ΔT à temperatura das barras. Calcule o deslocamento da interface das barras devido ao aquecimento.



Solução



As barras se dilatarão até que as tensões em ambas sejam iguais, isto é, o sistema entrará em equilíbrio quando a intensidade $F_{1\to 2}$ da força que a barra 1 exerce sobre a barra 2 seja igual à intensidade $F_{2\to 1}$ da força que a barra 2 exerce sobre a barra 1,

$$F_{1\to 2} = F_{2\to 1}. \quad (1)$$

A intensidade da força que a barra 2 exerce sobre a barra 1 é diretamente proporcional à diferença entre o quanto a barra deveria se dilatar devido ao aquecimento (barra hachura azul de comprimento L'_1) e o quanto a barra realmente se dilatou (barra azul de comprimento L_1), e inversamente proporcional ao seu comprimento após aquecida, pois é a partir desse comprimento que ela deveria "esticar" (ou de outra forma, pois foi até este ponto que ela seria comprimida"),

$$F_{2\rightarrow1} = \frac{Y_1A|\Delta L_1'|}{L_1},$$

$$F_{2\rightarrow1} = \frac{Y_1A|L_1' - L_1|}{L_1}. \quad (2)$$

Da mesma forma para $F_{1\rightarrow2}$,

$$F_{1\rightarrow2} = \frac{Y_2A|\Delta L_2'|}{L_2},$$

$$F_{1\rightarrow2} = \frac{Y_2A|L_2' - L_2|}{L_2}. \quad (3)$$

Devido à dilatação térmica o comprimento da barra 1 deveria ser

$$L_1' = L + \alpha_1 L\Delta T, \quad (4)$$

e da barra 2,

$$L_2' = L + \alpha_2 L\Delta T. \quad (5)$$

Da figura tem-se

$$L = L_1 + L_2,$$

$$L_1 = L + \Delta L, \quad (6)$$

e

$$L_2 = L - \Delta L. \quad (7)$$

Substituindo as equações de (4) a (7) nas equações (2) e (3) tem-se

$$F_{2\rightarrow1} = \frac{Y_1A|\alpha_1 L\Delta T + \Delta L|}{L + \Delta L}, \quad (8)$$

$$F_{1\rightarrow2} = \frac{Y_2A|\alpha_2 L\Delta T - \Delta L|}{L - \Delta L}. \quad (9)$$

Por fim igualando as equações (8) e (9) obtém-se

$$\frac{Y_1A|\alpha_1 L\Delta T + \Delta L|}{L + \Delta L} = \frac{Y_2A|\alpha_2 L\Delta T - \Delta L|}{L - \Delta L},$$

$$Y_1(L - \Delta L)(\alpha_1 L\Delta T + \Delta L) = Y_2(L + \Delta L)(\alpha_2 L\Delta T - \Delta L),$$

$$(Y_1 + Y_2)L\Delta L - (Y_1\alpha_1 + Y_2\alpha_2)L\Delta T\Delta L + (Y_1 + Y_2)(\Delta L)^2 = (Y_1\alpha_1 - Y_2\alpha_2)L^2\Delta T. \quad (10)$$

O segundo e o terceiro termo do lado esquerdo da equação (10) são menores que $(\alpha\Delta T)^2$ (numa linguagem mais elegante: são de ordem alfa quadrado, que se representa por $\mathcal{O}(\alpha\Delta T)^2)$, pois $\Delta L < \Delta L_{1\,ou\,2}$. Assim, eles são desprezíveis quando comparados ao primeiro termo[3], portanto,

$$(Y_1 + Y_2)\Delta L \cong (Y_1\alpha_1 - Y_2\alpha_2)L\Delta T,$$

$$\Delta L \cong \frac{(Y_1\alpha_1 - Y_2\alpha_2)}{(Y_1+Y_2)}L\Delta T. \quad (11)$$

2. DILATAÇÃO NOS LÍQUIDOS

2.1. Dilatação aparente

Como acontece com os sólidos, os líquidos, em geral, também se dilatação com o aumento de temperatura, seguindo lei idêntica à dos sólidos. Entretanto seu estudo requer alguns cuidados. Para os líquidos somente faz sentido tratar a dilação volumétrica, visto que eles não têm forma própria. Além disso, por esse mesmo motivo, o estudo da dilatação dos líquidos envolve também a dos recipientes os contém.

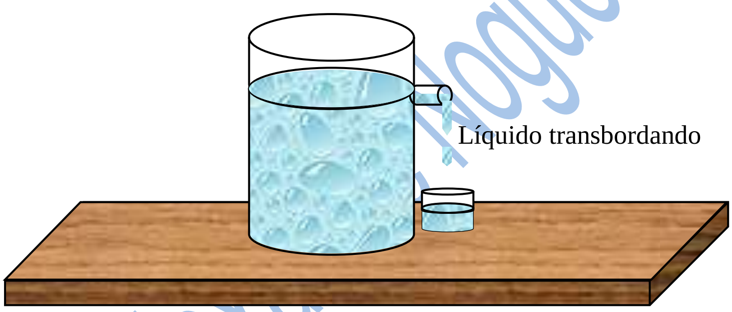


Figura 32

Considere um líquido ocupando todo o interior de um recipiente a uma determinada temperatura. Uma vez que o coeficiente de dilatação dos líquidos é, em geral, muito maior do que os dos sólidos (em média, cerca de 10 vezes maior), com o aumento de temperatura o volume do líquido cresce mais do que o volume interior do recipiente e, consequentemente o líquido transborda. Ingenuamente poderia se pensar que o líquido transbordado fosse o quanto o líquido dilatou. Contudo, não se deve esquecer que, com o aquecimento do líquido, seu recipiente também se dilatou. Parte do quanto se dilatou do líquido ocupa o espaço acrescido do recipiente. Portanto, a dilatação real do líquido é a soma da dilatação do recipiente mais o volume do líquido que transbordou. O volume de líquido transbordado é chamado de *dilatação aparente do líquido*, e é dado por

$$\Delta V_{aparente} = \Delta V_{real} - \Delta V_{recipiente}. \quad (19)$$

[3] O primeiro termo é proporcional a $\alpha\Delta T$, enquanto os outros dois são proporcionais $(\alpha\Delta T)^2$. Exemplificando: se $\alpha\Delta T \approx 10^{-6}$°C^{-1}, então o segundo e o terceiro termos são de valores em torno de 10^{-12}, isto é, um milhão de vezes menor.

Sendo o *coeficiente de dilatação volumétrica real* do líquido definido de forma idêntica que a dos sólidos,

$$\beta \coloneqq \frac{1}{V_0}\frac{dV}{dT}, \quad (20)$$

define-se o *coeficiente de dilatação aparente* do líquido como

$$\beta_{aparente} \coloneqq \beta - 3\alpha. \quad (21)$$

Então,

$$\beta_{aparente} V_0 \Delta T = \beta V_0 \Delta T - 3\alpha V_{recipiente} \Delta T. \quad (22)$$

Na tabela 3 estão listados os valores dos coeficientes de dilatação real médios de alguns líquidos (compare com os valores da tabela 2).

Tabela 3

Líquido	$\beta_{médio}$ (°C^{-1})
Éter	16×10^{-4}
Gasolina	12×10^{-4}
Álcool etílico	11×10^{-4}
Glicerina	53×10^{-5}
Mercúrio	18×10^{-5}

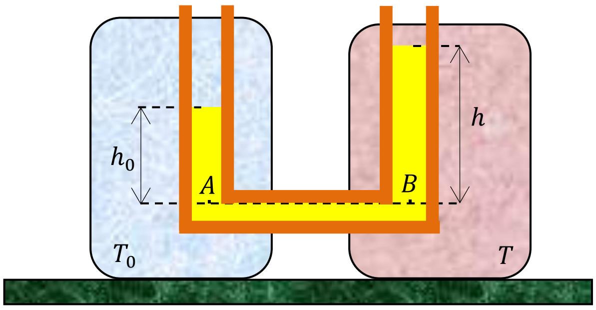
VARIAÇÃO DE DENSIDADE COM A TEMPERATURA

Assim como nos sólido, a densidade dos líquidos também varia com a temperatura. A determinação de como a densidade de um líquido varia com a temperatura é semelhante a que foi deduzida para os sólidos, então, da equação (14) tem-se

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1+\beta\Delta T)}. \quad (23)$$

Exemplo-26

Dentro de um tubo em U, disposto verticalmente, encontra-se um líquido de dilatação volumétrica β. Um dos braços do tubo é envolvido por um banho de água à temperatura T_0 e outro braço é envolvido por um banho de água à temperatura $T = T_0 + \Delta T$ ($\Delta T > 0$). Desse modo, as alturas das colunas líquidas nos dois braços verticais do tubo ficam diferentes: no braço à temperatura T_0 a altura é h_0 e no braço a temperatura T é h. Determine uma relação que permita calcular o coeficiente de dilatação volumétrica do líquido sem conhecer o coeficiente de dilatação do material de que efeito o tubo em U.



Solução

Devido à diferença de temperatura a densidade do líquido é diferente em cada um dos braços do tubo, o que causa a diferença de altura do líquido em cada braço. Como já visto, o sistema se encontra em equilíbrio quando

$$P_A = P_B,$$

Usando o teorema de Stevin obtém-se

$$P_{atm} + \rho_0 g h_0 = P_{atm} + \rho g h,$$

$$\rho_0 h_0 = \rho h. \quad (1)$$

onde ρ_0 e ρ são as densidades do líquidos às temperaturas T_0 e T, respectivamente. A densidade do líquido devido à variação de temperatura ΔT é dada por

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1+\beta\Delta T)}. \quad (2)$$

Substituindo a equação (2) na equação (1) tem-se

$$\rho_0 h_0 = \frac{\rho_0}{(1+\beta\Delta T)} h,$$

$$\beta = \frac{(h-h_0)}{h_0 \Delta T},$$

$$\beta = \frac{1}{h_0}\frac{\Delta h}{\Delta T}. \quad (3)$$

Exemplo-27

À temperatura de $30°C$, um sólido de densidade $5,0$ g/cm^3 flutua em líquido de densidade $5,2$ g/cm^3. Sabendo que os coeficientes de dilatação cúbica do sólido e do líquido são, respectivamente, iguais a $25 \times 10^{-6}\,°C^{-1}$ e $426 \times 10^{-6}\,°C^{-1}$ a temperatura na qual o sólido ficará totalmente imerso e em equilíbrio, em qualquer posição dentro do líquido é

Solução

O sólido fica em equilíbrio em qualquer posição no interior do líquido quando

$$\rho_{sólido}(T_e) = \rho_{líquido}(T_e),$$

$$\frac{\rho_{0Sólido}}{(1+3\alpha_{Sólido}\Delta T)} = \frac{\rho_{0Líquido}}{(1+\beta_{Líquido}\Delta T)},$$

$$\Delta T = \left(\frac{\rho_{0Líquido} - \rho_{0Sólido}}{\beta_{Líquido}\rho_{0Sólido} - 3\alpha_{Sólido}\rho_{0Líquido}}\right)$$

$$\Delta T = \left(\frac{5,2-5,0}{426\times10^{-6}\times5,0-25\times10^{-6}\times5,2}\right),$$

$$\Delta T = 100°C.$$

Portanto, a temperatura em que o sólido ficará submerso e em equilíbrio é

$$T = T_0 + \Delta T,$$

$$T = 130°C.$$

2.2. Comportamento anômalo da água

Quando a água no estado líquido é resfriada seu volume se reduz. Isso acontece até que a temperatura atinja 4℃, quando, então, com o resfriamento, seu volume começa a aumentar. Esse comportamento anômalo exibido pela água se deve ao fato que a água e algumas substâncias como o ferro e o bismuto, diferente da maioria das substâncias, se contraem durante a fusão. Então, a densidade da água cresce com a diminuição da temperatura até 4℃ e diminui entre 4℃ e 0℃.

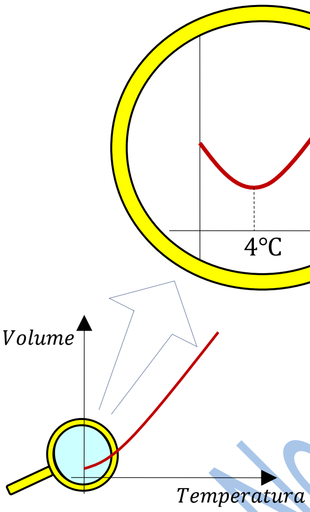


Figura 33

Esse comportamento anômalo da água é de fundamental importância nas regiões de clima frio, onde as temperaturas podem atingir valores abaixo de 0℃. Como será visto à frente, é graças ao comportamento anômalo da água que, embora congelem nas superfícies, os interiores de lagos, mares e rios não congelam, possibilitando desta forma a sobrevivência da vida subaquática.

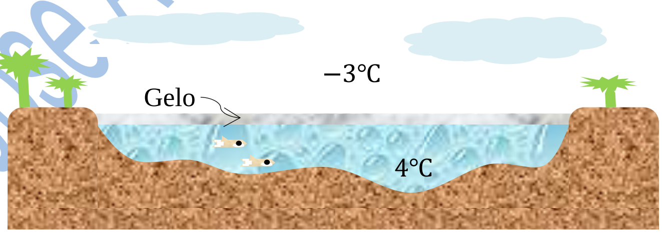


Figura 34