Cálculo 2 2022/2

Aula 3

Aula passada: multi·p por escalar

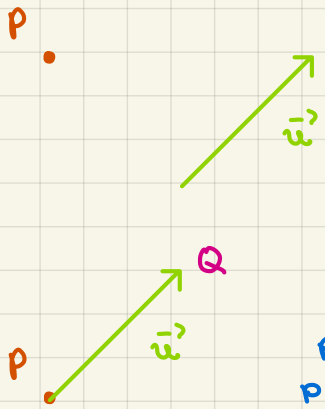
Aula hoje: soma com ponto

Capítulo 4: Soma de Ponto com vetor

↳ para descrever situações geométricas

Definição Dados um ponto P e $\vec{u}$ vetor, então

$$P + \vec{u} = Q \iff \vec{PQ} = \vec{u}$$



$\vec{PQ} = \vec{u}$

$P + \vec{u} = Q$ } um ponto

intuitivamente deslocar o vetor u para origem P e sua outra ponta é o resultado

Proposição A, B pontos, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ vetores:

i) $(A+\vec{u}) + \vec{v} = A + (\vec{u}+\vec{v})$

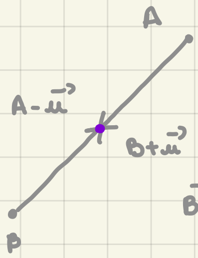
ii) $A + \vec{u} = A + \vec{v} \Rightarrow \vec{u} = \vec{v}$

iii) $A + \vec{u} = B + \vec{u} \Rightarrow A = B$

(v) $(A - \vec{u}) + \vec{u} = A$

Exemplo Determine $\vec{BA}$ em função de $\vec{u}$, sabendo que $A - \vec{u} = B + \vec{u}$

Solução



$\vec{BA} = u + u = 2u$

Exemplo Dados os pontos A, B, C determine X, onde $(A + \vec{AB}) + \vec{CX} = C + \vec{CB}$

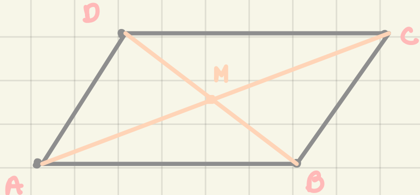
Sol

$\vec{CX} = \vec{0} \Rightarrow X = C$

Cap 5 Aplicações geométricas

Exemplo Prove que as diagonais de um paralelogramo tem mesmo ponto médio

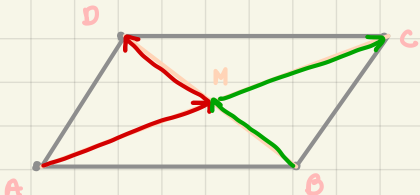
Solução



Suponha que M é ponto medio de AC vamos mostrar

$DM = MB$

Como $AM = MC$ e $AD = BC$



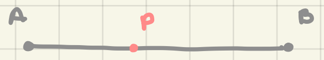
$$\underbrace{AM + MD = AD = BC = BM + MC}_{=}$$

$\Rightarrow MD = BM$ como queríamos

Cap 5 Aplicações geométricas

Exemplo: seja x a razão em que o ponto P divide o segmento orientado não nulo AB. Prove que $x \neq 1$ e que $\vec{AP} = \frac{x}{x+1} \cdot \vec{AB}$

Solução



$$\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = x \quad (*)$$

→ por em termos de $\vec{AB}$

$$\vec{AP} = x\,\vec{PB} = x\,(\vec{PA} + \vec{AB})$$
$$= x\,(-\vec{AP} + \vec{AB})$$
$$(1+x)\,\vec{AP} = x\,\vec{AB}$$
$$\vec{AP} = \frac{x}{1+x}\,\vec{AB} \qquad x \neq -1$$

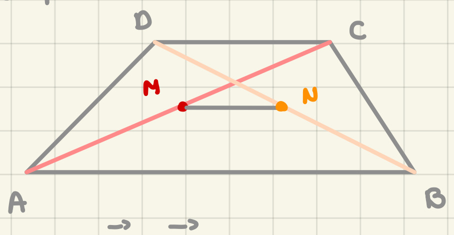
se $x = -1$ em $(*)$

$$\vec{AP} = -\vec{PB}$$
$$\Rightarrow \vec{AP} + \vec{PB} = 0$$
$$\vec{AB} = \vec{0}$$

mas AB é não nulo

Exemplo Prove que o segmento que une os pontos médios das diagonais de um trapézio é paralelo às bases, e sua medida é a semidiferença das medidas da base

Solução



$$\vec{AM} = \vec{MC}$$
$$\vec{BN} = \vec{ND}$$

Vamos mostrar que $\vec{MN} \,//\, \vec{AB}$

$$AB + BN + NM + MA = 0$$
$$MN + ND + DC + CM = 0$$

$$\vec{AB} + \vec{NM} - \vec{MN} - \vec{DC} = 0$$
$$\vec{AB} - \vec{MN} - \vec{MN} - \vec{DC} = 0$$
$$MN = \frac{1}{2}(\vec{AB} - \vec{DC})$$

tem mesma direção (trapézio)

$$\text{e } |MN| = \frac{\|\vec{AB}\| - \|\vec{DC}\|}{2}$$