

Sistema Realimentados

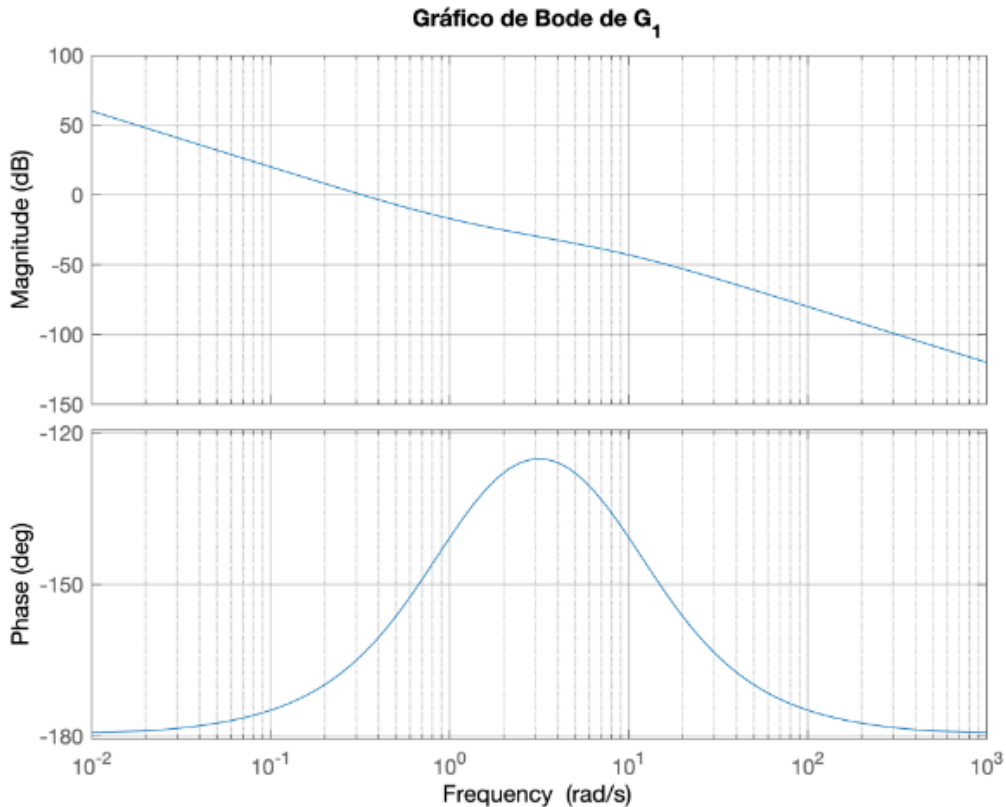
EP22 - Gráficos de Bode e estabilidade relativa

Data: 06 de junho

WAGNER ZANEBONE CAPELINI

Sejam os gráficos de Bode de G_1 e G_2 mostrados. Analise a margem de ganho e a margem de fase em cada caso.

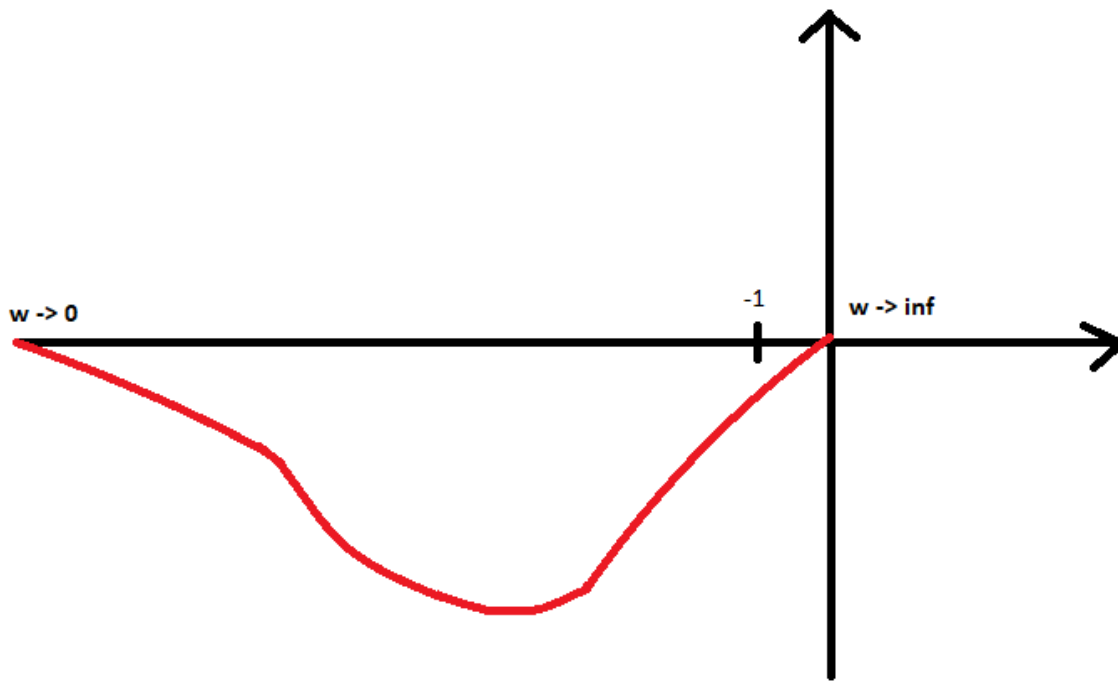
G_1 :



Antes de realizar a análise do gráfico de bode é necessário realizar primeiro a análise do gráfico polar, e para desenhar o gráfico polar é preciso encontrar primeiro os módulos para $\omega \rightarrow 0$ e $\omega \rightarrow \infty$

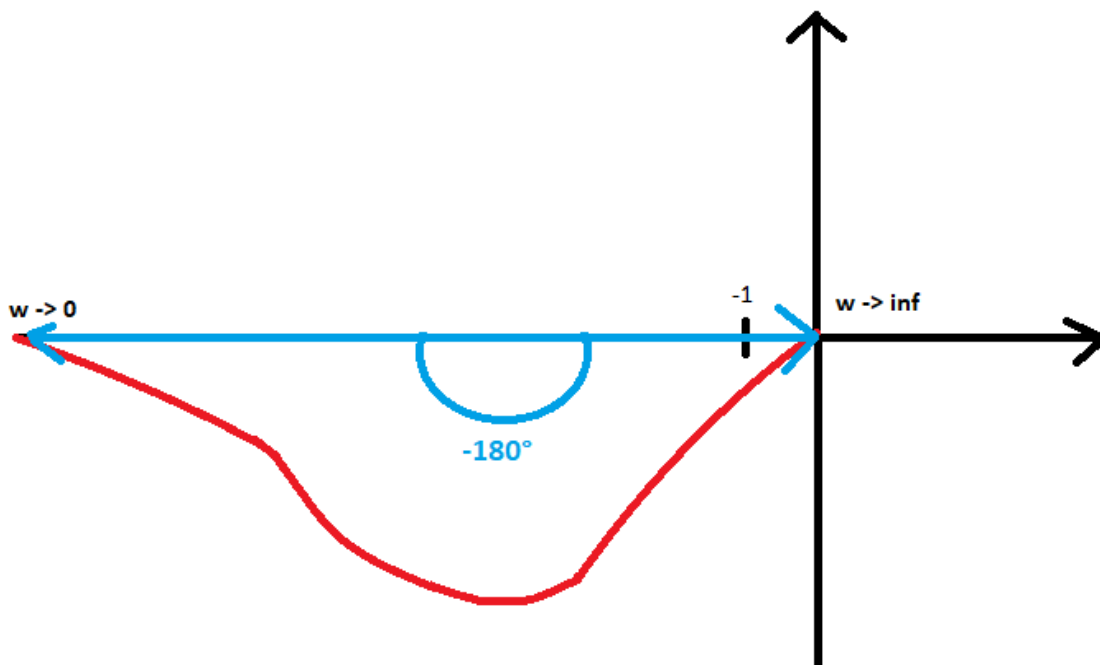
Para $\omega \rightarrow 0$ analisando o gráfico de bode vemos que o módulo vai para infinito, pois há dois pólos na origem, essa conclusão é tirada ao olhar que o módulo já começa caindo em -40 db/dec e a fase começa em -180°. E para $\omega \rightarrow \infty$ o módulo tende a 0 pois o módulo do gráfico de bode continua caindo indefinidamente.

Enquanto a fase para $\omega \rightarrow 0$ é de -180° e conforme a frequência aumenta ela chega até aproximadamente -125° e para $\omega \rightarrow \infty$ ela é -180°. Com essa análise é possível desenhar o gráfico polar:



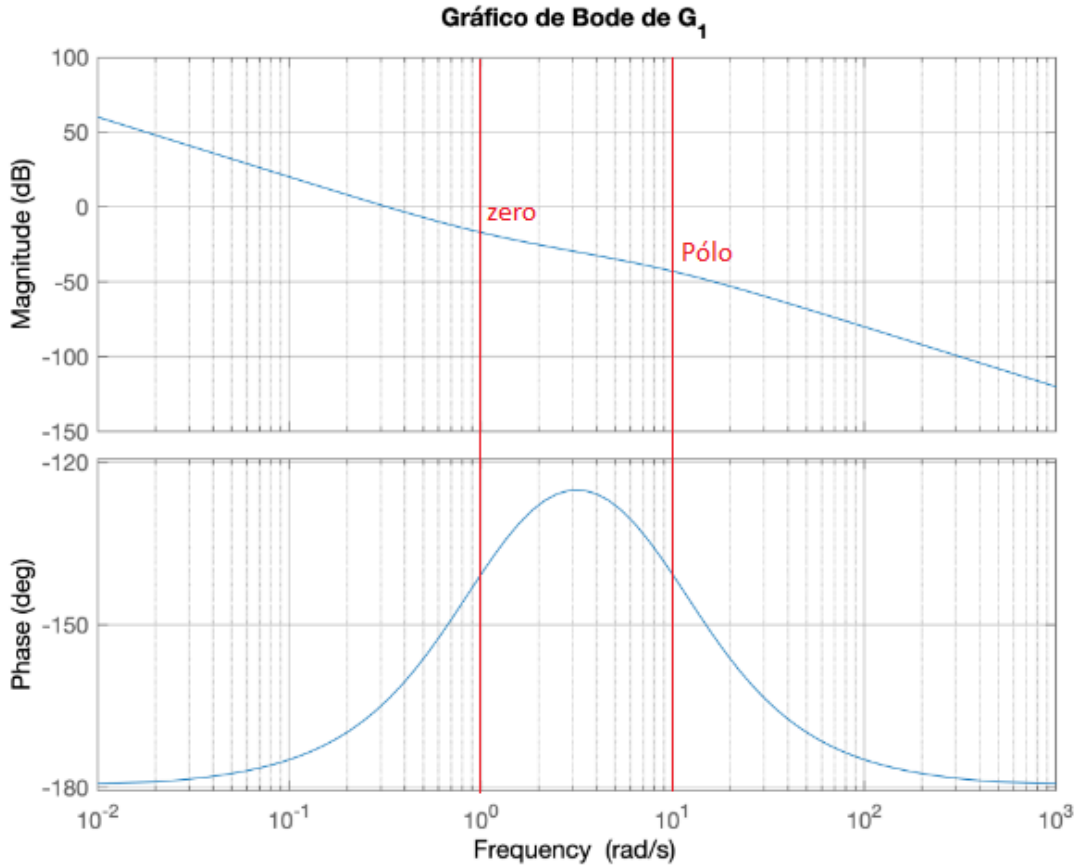
Analisando o ângulo Φ :

Para medir o ângulo, desenhemos no gráfico polar de $G1(s)$ um fasor do ponto -1 ao ponto do gráfico polar correspondente à frequência $j\infty$ e outro fasor do ponto -1 ao ponto do gráfico polar correspondente à frequência $j0$, como na imagem abaixo:



Com isso temos que o ângulo Φ é de -180° , agora falta analisar os pólos que tocam o eixo imaginário (P_w) e os pólos no SPD (P_d).

Já foi concluído que há dois pólos na origem devido a fase começar em -180° , portanto $P_w=2$ quanto a presença de pólos no SPD, é necessário verificar se há um pólo no gráfico de bode, onde há uma queda de módulo de mais -20 db/dec, que faz a fase aumentar em 90° .



Como podemos ver pela imagem acima, há apenas um pólo fora da origem e o mesmo faz a fase cair em -90° , portanto ele é um pólo no SPE e com isso conclui-se que não há pólos no SPD ($P_d=0$).

Usando o critério de Nyquist temos:

$$\Phi = \left(Z_d - \frac{P_w}{2} - P_d \right) * 180^\circ$$

$$-180^\circ = \left(Z_d - \frac{2}{2} - 0 \right) * 180^\circ$$

$$-1 + 1 = Z_d$$

$$Z_d = 0$$

Como $Z_d=0$ é possível concluir que o sistema é estável, portanto é possível realizar as análises de MG e MF.

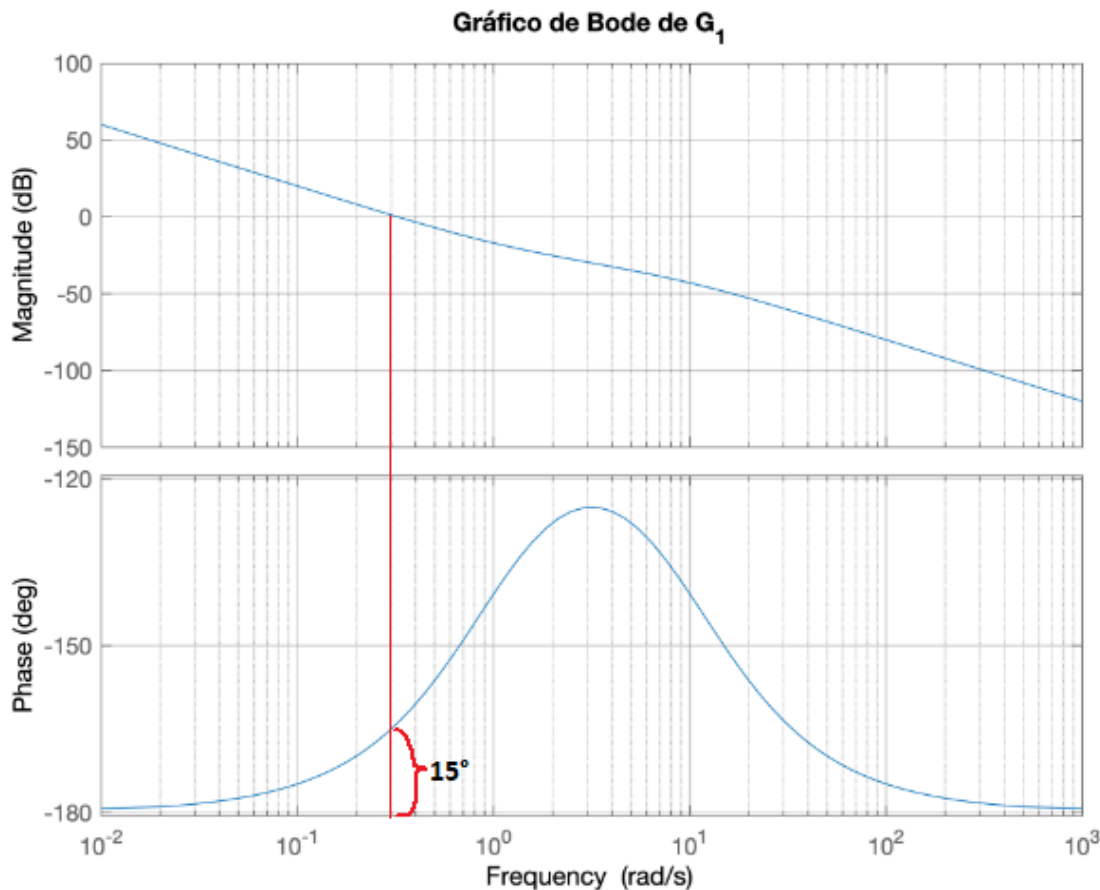
MG:

Olhando o gráfico polar é possível verificar que não importa qual valor de ganho seja colocado o sistema nunca tocará o ponto -1, portanto é possível concluir que a margem de ganho é infinita.

Caso queira analisar margem de ganho por Bode é só analisar os módulos que cruzam -180° , e nos gráficos de G_1 esses módulos são $|G_1(s)| \rightarrow +\infty$ dB e $|G_1(s)| \rightarrow -\infty$ dB, convertendo para uma escala linear teremos $|G_1(s)| \rightarrow \infty$ e $|G_1(s)| \rightarrow 0$, portanto a conclusão é a mesma de que a feita pelo gráfico polar.

MF:

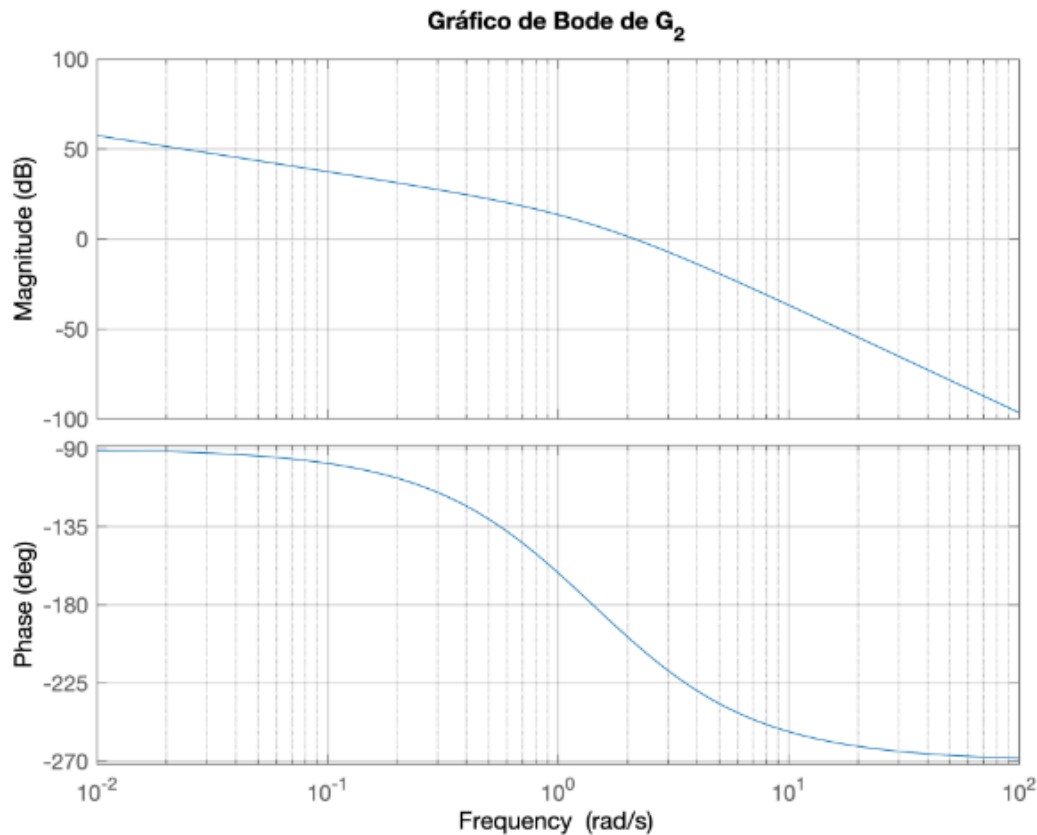
A margem de fase é o ângulo que a curva de $G(j\omega)$ deve ser rotacionada (no sentido horário) de modo que a mesma cruze o ponto -1 no gráfico polar, e olhando o gráfico polar é possível verificar que esse valor existe, mas para encontrá-lo é necessário usar o gráfico de Bode, onde ela será a diferença de ângulo que falta para a fase chegar em -180° quando o módulo for 0 dB.



Olhando o gráfico é possível concluir que a MF é de aproximadamente $+15^\circ$.

G2:

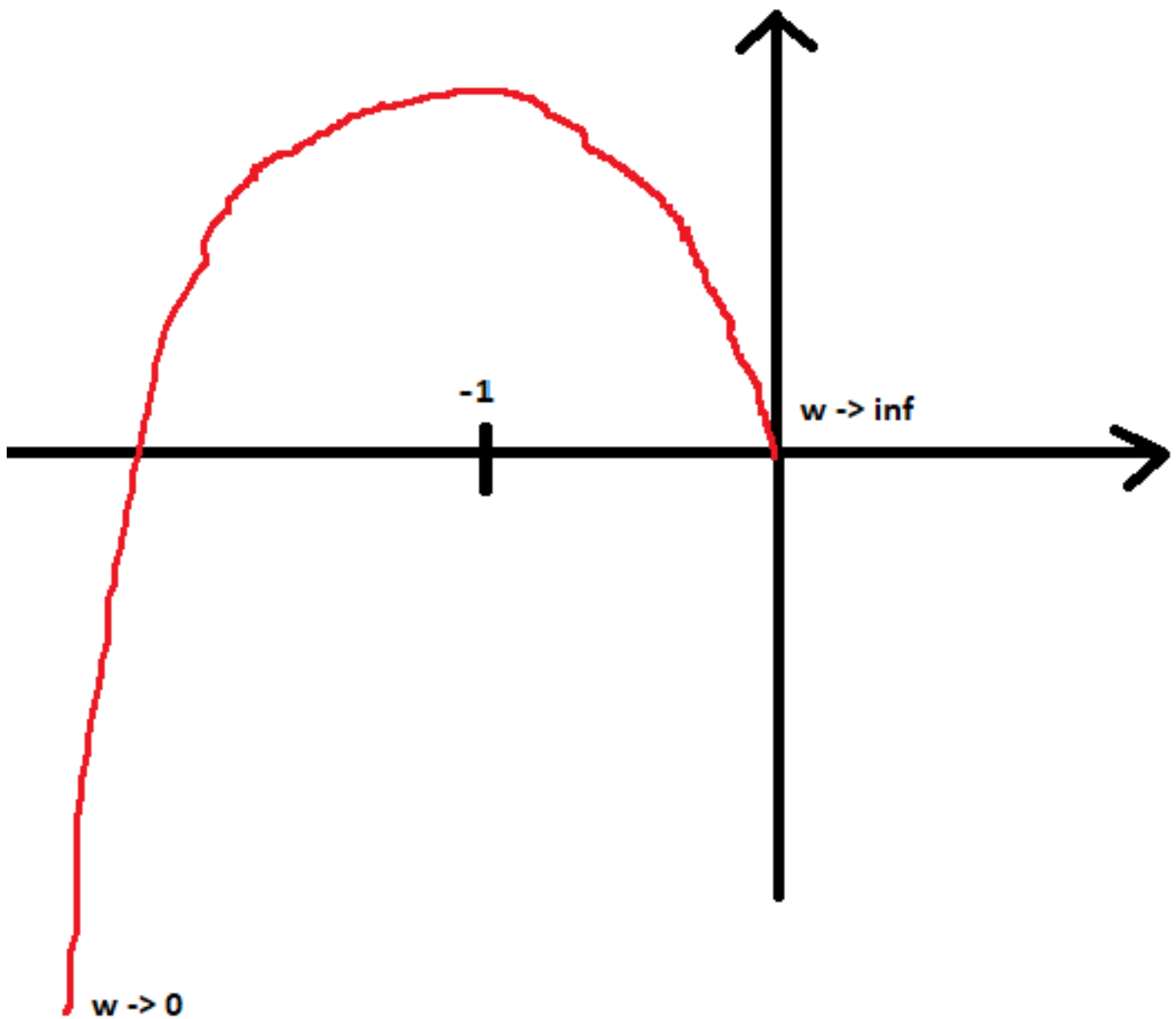
A mesma análise será feita para uma nova função de transferência G_2 que possui o seguinte gráfico de Bode:



Novamente será feito primeiro o gráfico polar para poder conferir a estabilidade do sistema.

Para $\omega \rightarrow 0$ analisando o gráfico de bode vemos que o módulo vai para infinito, pois há um pólo na origem, essa conclusão é tirada ao olhar que o módulo já começa caindo em -20 db/dec e a fase começa em -90°. E para $\omega \rightarrow \infty$ o módulo tende a 0 pois o módulo do gráfico de bode continua caindo indefinidamente.

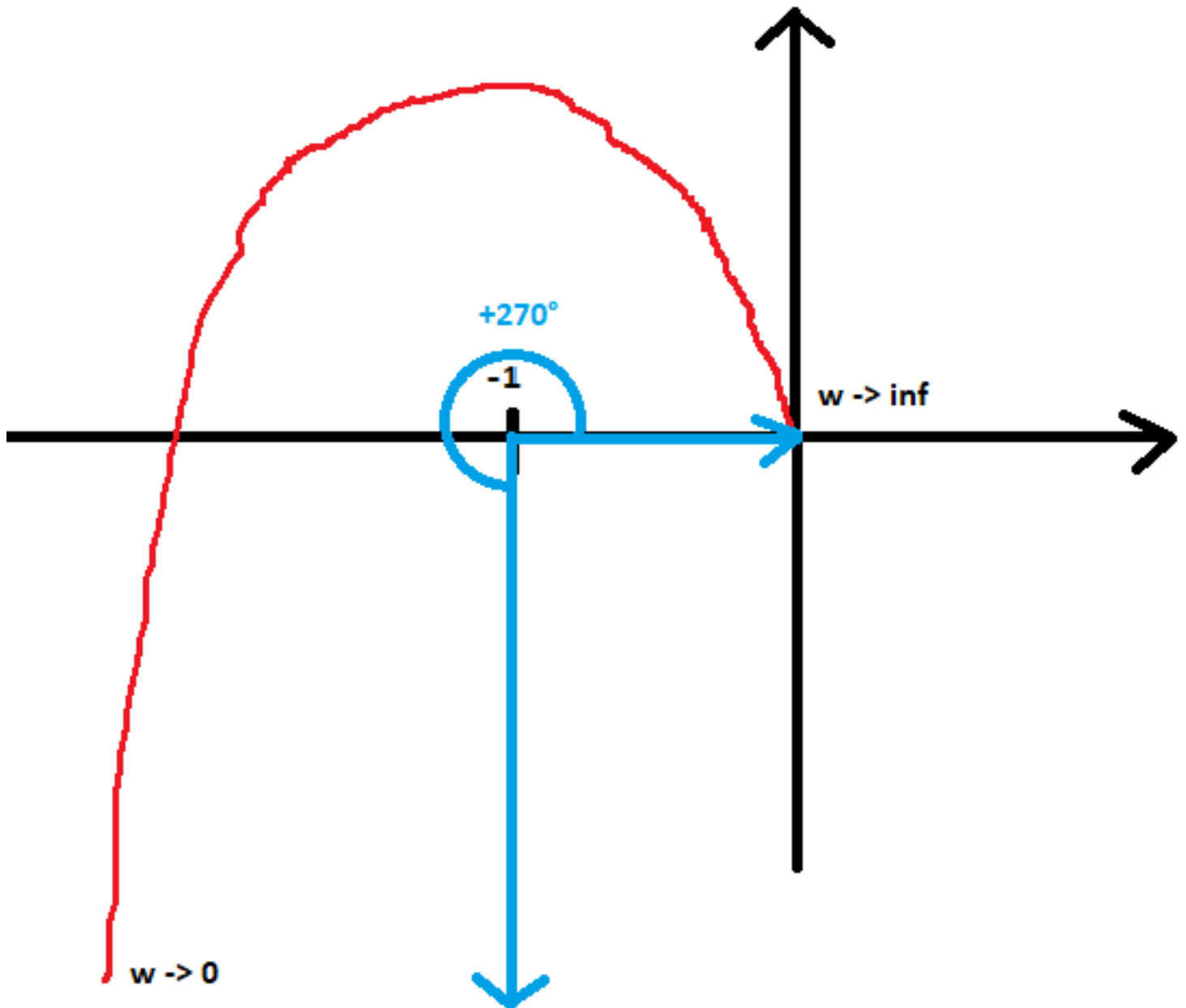
Enquanto a fase para $\omega \rightarrow 0$ é de -90° e conforme a frequência aumenta ela chega até aproximadamente -180° e para $\omega \rightarrow \infty$ ela é -270°. Com essa análise é possível desenhar o gráfico polar:



O ponto -1 estará entre -90° e -180° pois é onde o módulo de 0 dB está localizado no gráfico de Bode.

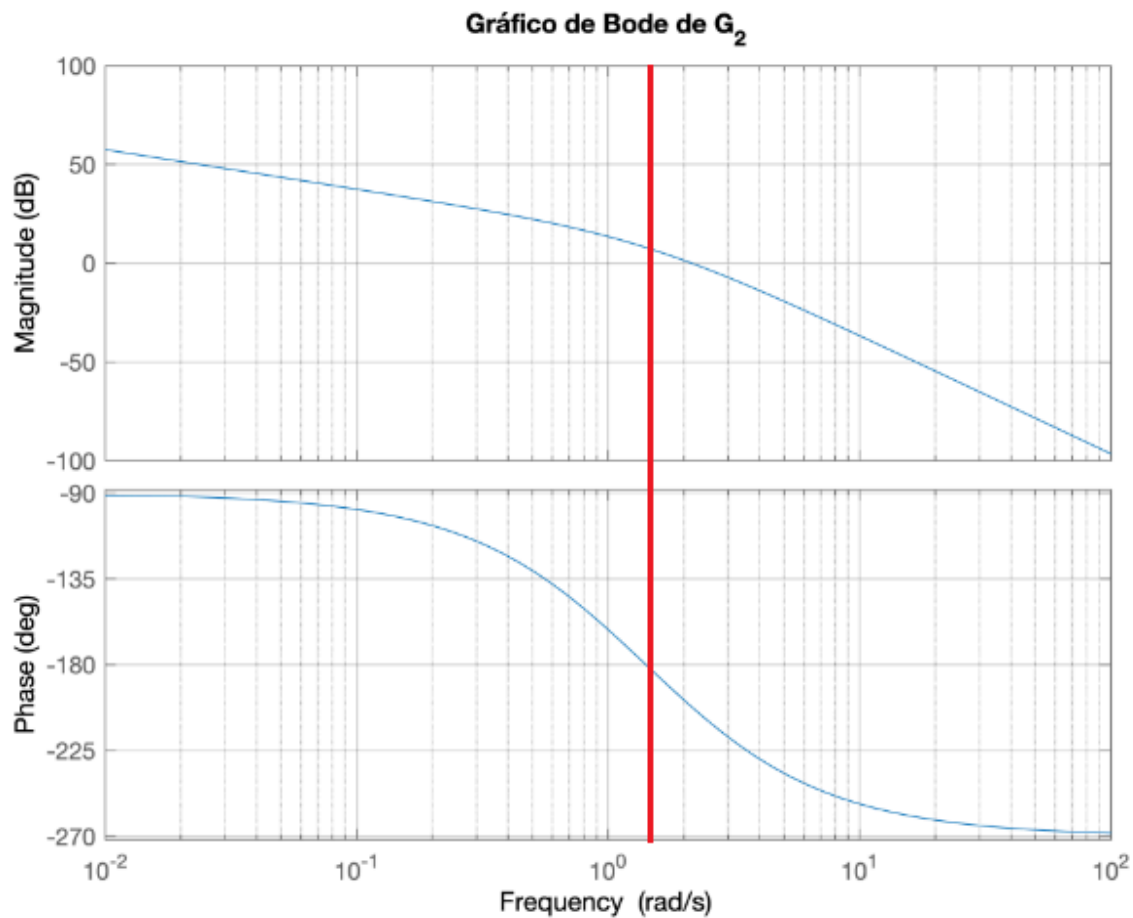
Analisando o ângulo Φ :

Para medir o ângulo, o mesmo processo de desenhar um fasor do ponto -1 ao ponto do gráfico polar correspondente à frequência $j\infty$ e outro fasor do ponto -1 ao ponto do gráfico polar correspondente à frequência $j0$ será repetido, como pode ser visto na imagem abaixo:



Com isso temos que o ângulo Φ é de $+270^\circ$, agora falta analisar os pólos que tocam o eixo imaginário (P_w) e os pólos no SPD (P_d).

Já foi concluído que há um pólo na origem devido a fase começar em -90° , portanto $P_w=1$ quanto a presença de pólos no SPD, é necessário verificar se há um pólo no gráfico de bode, onde há uma queda de módulo de mais -20 db/dec , que faz a fase aumentar em 90° .



Há um pólo duplo em aproximadamente na frequência de 1,5 rad/s, pois depois dessa frequência o módulo começa a cair a -40 dB/dec a mais que antes e ambos esses pólos fazem a fase cair ao todo em -180° na próxima década, portanto são pólos no SPE, logo $P_d=0$.

Usando o critério de Nyquist temos:

$$\Phi = \left(Z_d - \frac{P_w}{2} - P_d \right) * 180^\circ$$

$$270^\circ = \left(Z_d - \frac{1}{2} - 0 \right) * 180^\circ$$

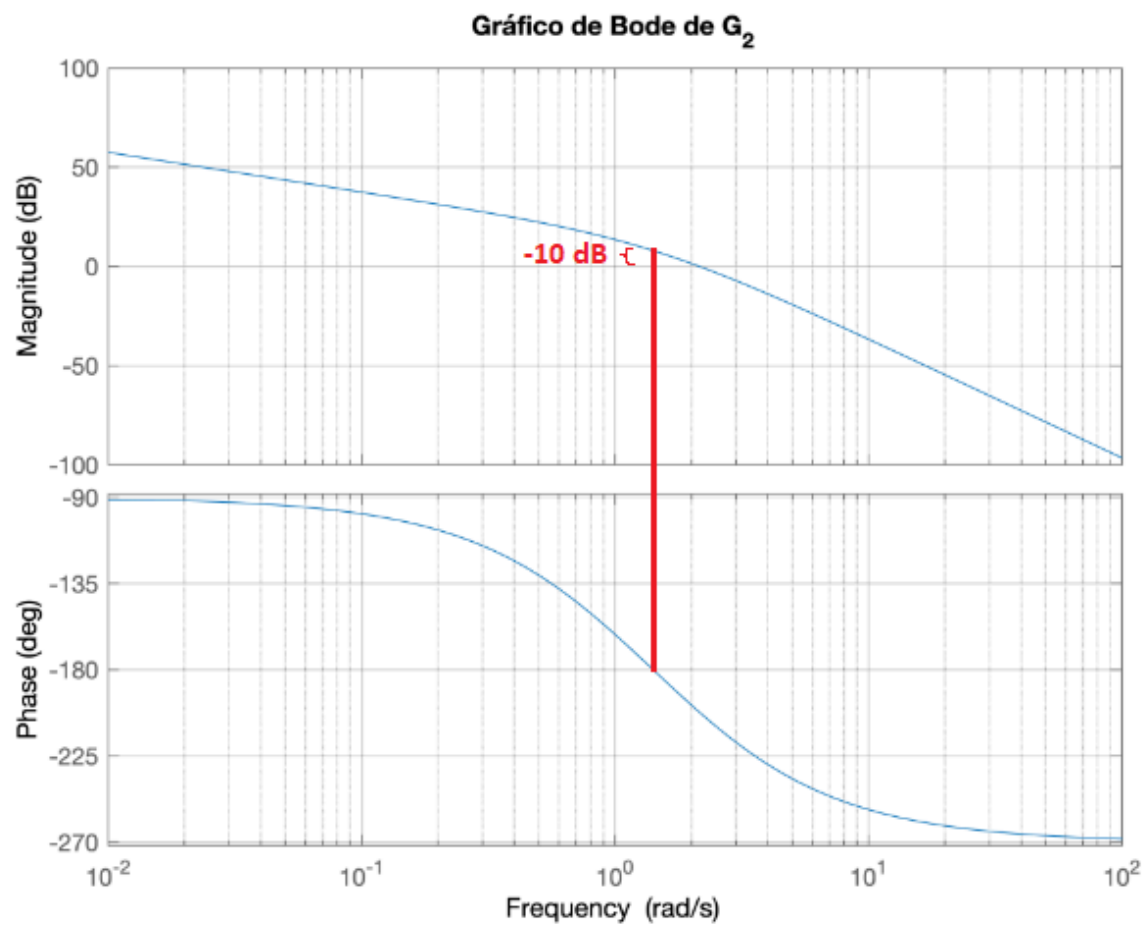
$$1,5 + 0,5 = Z_d$$

$$Z_d = 2$$

Como $Z_d=2$ é possível concluir que o sistema é instável, pois haverá dois pólos no SPD em malha fechada.

MG:

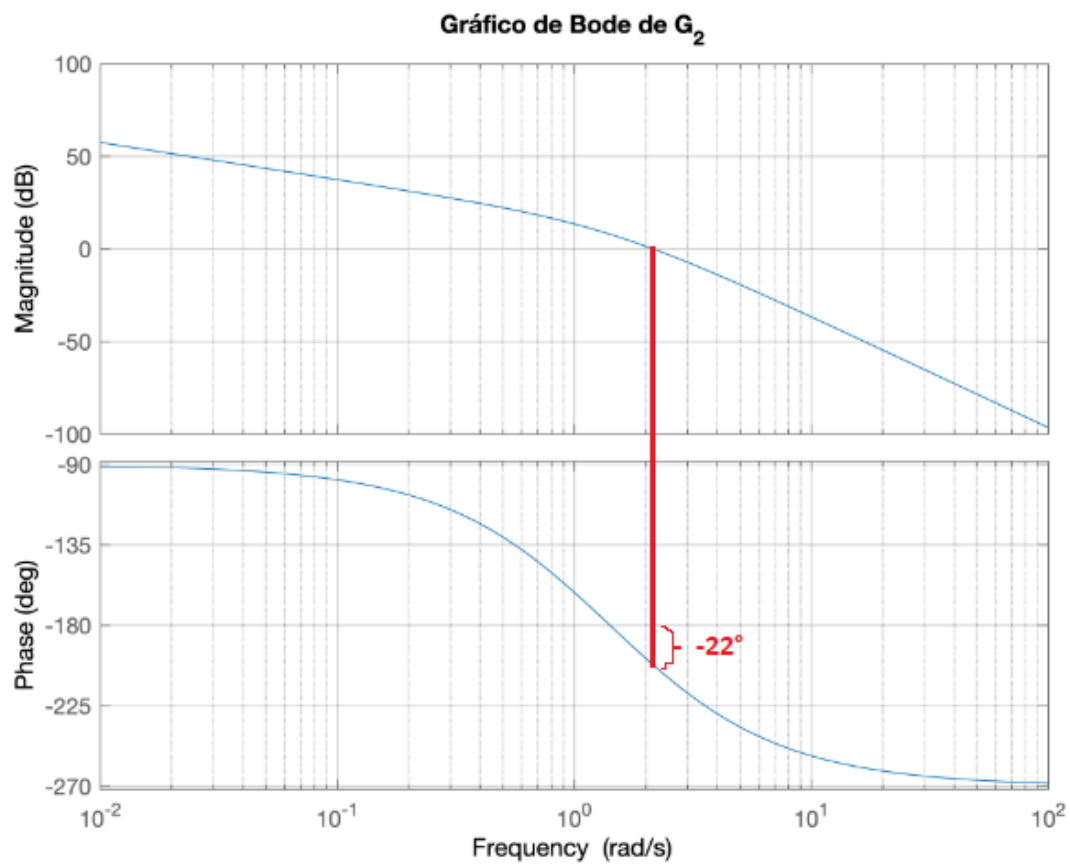
Como o sistema é instável a informação de Margem de Ganho na verdade será usada para indicar quanto o ganho deve ser aumentado ou diminuído para tornar o sistema estável.



O sistema se torna estável com uma diminuição de ganho de -10 dB

MF:

Um avanço de fase consegue tornar o sistema estável, logo a Margem de Fase será negativa e é possível obtê-la por Bode.



Olhando o gráfico é possível concluir que o avanço de fase que torna o sistema estável é de aproximadamente -22° .