Universidade Federal do Espírito Santo
Departamento de Informática
Profa. Claudine Badue
Algoritmos Numéricos I

Lista de Exercícios Teóricos 2

Exercício 1 [Campos, 2007; Exercícios 4.6 e 4.7]

Seja a tabela:

i	x_i	y_i
1	1.4	4.2
2	2.1	2.3
3	3.0	1.9
4	4.4	1.1

a) Calcular os coeficientes do modelo $y = b_0 + b_1 x$.
b) Calcular o coeficiente de determinação r^2 do modelo.
c) Determinar a variância residual σ^2do modelo.

Exercício 2 [Campos, 2007; Exercícios 4.29]

Repita o exercício anterior usando o modelo:
a) $y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$;
b) $y = a x^b$;
c) $y = a b^x$; e
d) $y = a e^{bx}$.

Exercício 3 [Ruggiero e Lopes, 2009; Exercícios 7.1]

a) Calcule a integral $\int_1^2 e^x \, dx$ pela regra do trapézio usando quatro e seis divisões de $[a, b]$.
b) Calcule pela regra do $1/3$ de Simpson.

Exercício 4 [Ruggiero e Lopes, 2009; Exercícios 7.2]

a) Usando a integral do exercício anterior, com quantas divisões do intervalo, no mínimo, podemos esperar obter erros menores que 10^{-5} pela regra do trapézio?
b) E pela regra do $1/3$ de Simpson?

Exercício 5 [Ruggiero e Lopes, 2009; Exercícios 7.5]

a) Qual o erro máximo cometido na aproximação de $\int_0^4 (3x^3 - 3x + 1) dx$ pela regra do trapézio usando quatro subintervalos?
b) E pela regra do $1/3$ de Simpson?

Exercício 6 [Ruggiero e Lopes, 2009; Exercício 7.17]

Considere a integral:

$$\int_0^{\pi} (e^x + \operatorname{sen}(x) + 2) dx.$$

a) Estime *I* pela regra do 1/3 de Simpson usando $h = \frac{\pi}{4}$.
b) Estime *I* por Quadratura Gaussiana usando 2 pontos.
c) Sabendo que o valor exato de *I* (usando 4 casas decimais) é 30.4239, quantos pontos seriam necessários para que a regra do trapézio obtivesse a mesma precisão que a estimativa obtida para *I* em (b)?

Exercício 7 [Ruggiero e Lopes, 2009; Exercício 2.19]

O polinômio $p(x) = x^5 - \frac{10}{9} x^3 + \frac{5}{21} x$ tem seus cinco zeros reais, ξ_1, ξ_2, $\cdots$, ξ_5, todos no intervalo $(-1, 1)$. Encontre as duas primeiras aproximações para:
a) $\xi_1 \in (-1, -0.75)$ pelo método de Newton com $x_0 = -0.8$;
b) $\xi_2 \in (-0.75, -0.25)$ pelo método da bisseção;
~~c) $\xi_3 \in (-0.25, 0.25)$ pelo método da posição falsa; e~~
d) $\xi_5 \in (0.8, \; 1)$ pelo método da secante.

Exercício 8 [Ruggiero e Lopes, 2009; Exemplo da página 46]

Se desejarmos encontrar ξ, o zero da função $f(x) = x \log(x) - 1$ que está no intervalo [2,3] com precisão $\varepsilon = 10^{-2}$, quantas iterações, no mínimo, devemos efetuar pelo método da bisseção?

Exercício 9 [Ruggiero e Lopes, 2009; Exercício 2.15]

Seja $f(x) = e^x - 4x^2$ e ξ sua raiz no intervalo $(0, 1)$. Tomando $x_0 = 0.5$, encontre ξ com $\varepsilon = 10^{-4}$, usando o método de Newton.

Exercício 10 [Ruggiero e Lopes, 2009; Exercício 8.17]

Considere o PVI:

$$\begin{cases} \boldsymbol{y}' = (\boldsymbol{y}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}} - \boldsymbol{y}) \\ \boldsymbol{y}(\mathbf{0}) = \mathbf{1}. \end{cases}$$

a) Encontre a solução aproximada usando o método de Euler com $h = 0.5$ e $h = 0.25$, considerando $x \in [0, 1]$;
b) Repita o item (a) usando o método de Euler modificado;
c) Repita o item (a) usando o método de Euler melhorado.

Exercício 11 [Ruggiero e Lopes, 2009; Exercício 8.20]

a) Escreva a equação de 2ª ordem

$$\begin{cases} y''(x) = 2(\exp(2x) - y^2)^{1/2} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

como um sistema de equações de 1ª ordem.
b) Resolva-o para $x \in [0, 0.6]$ usando $h = 2$ pelo método de Euler.

Referências

F. F. Campos. *Algoritmos Numéricos*. Livros Técnicos e Científicos, Segunda Edição, 2007.

M. A. G. Ruggiero & V. L. da R. Lopes. *Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais*. Pearson Makron Books, Segunda Edição, 2009.