Diomatos Santos Brito

a)

• Tomando como base o teorema de transporte de Reynolds

$$\frac{dN}{dt}\Big) = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho . \eta \, dV + \int_{SC} \rho \eta . \vec{v} . d\vec{A}$$

• Para conservação da massa, temos que N possui propriedade extensiva e η, intensiva.

• Fazendo $N = M$ e $\eta = 1$, Temos:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{v} . d\vec{A}$$

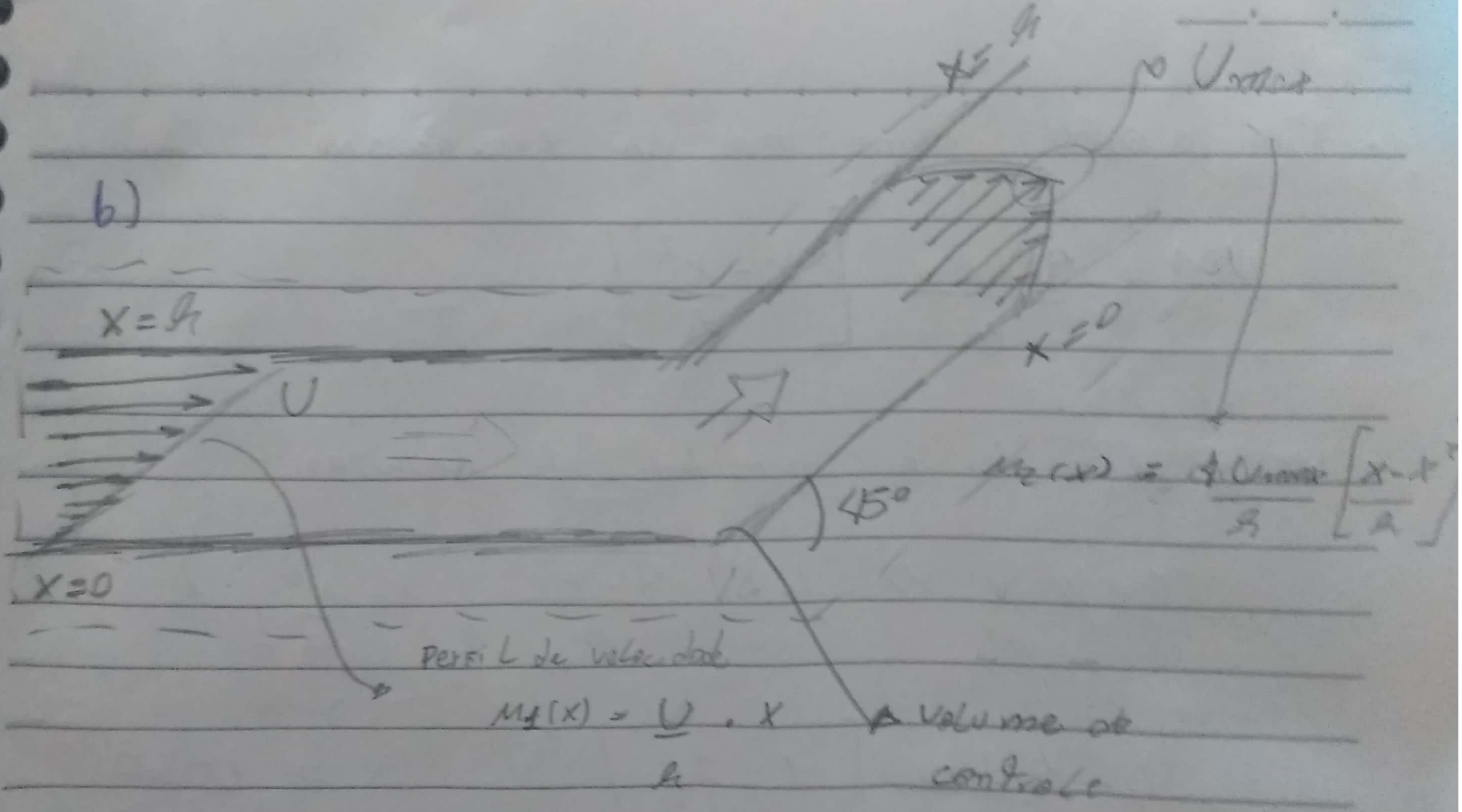
• se Tratando de um sistema Fechado, a massa é constante

$$0 = \underbrace{\frac{\partial M}{\partial t}}_{\text{derivada de constante é zero}}$$

• temos:

$$0 = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho dV}_{\text{Taxa de variação de massa (DENTRO)}} + \underbrace{\int_{SC} \rho \vec{v} . dA}_{\text{Taxa liquida de Fluxo de massa (FORA)}}$$

b)



c) Para os dados de entrada, descrevendo o perfil de velocidade (Linear) através de uma equação de 1ª ord...

$$M_1(x) = \frac{U}{h} \cdot x$$

Volume de controle

c) Para os dados de entrada, descrevendo a perfil de velocidade (Linear) através de uma equação de 1º grau

$$u(x) = ax + b \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = h \end{cases}$$

# com $x=0$	# com $x=h$	Logo
$u(x) = ax + b = 0$	$u(x) = ax + b = 0$	
$a \cdot 0 + b = 0$	$ah + 0 = 0$	$U(x) = \frac{U}{h} x$
$0 + b = 0$	$ah = U$	
$b = 0$	$a = \frac{U}{h}$	

entrada

- Lei da viscosidade de Newton

$$\tau = \mu \frac{dU}{dx} \rightarrow \mu \frac{d}{dx}\left(\frac{U}{h} \cdot x\right) \rightsquigarrow \mu \frac{U}{h} \left[N/m^2\right]$$

• Para a saída, como dado no enunciado

$$U(x) = \frac{4U_{max}}{h}\left[x - \frac{x^2}{h}\right]$$

• Utilizando a lei de viscosidade de newton

$$\tau = \mu\frac{dU}{dx} \rightarrow \mu\frac{d}{dx}\left(\frac{4U_{max}}{h}\left[\underbrace{x - \frac{x^2}{h}}\right]\right)$$

$\hookrightarrow 1 - \frac{2x}{h}$

$$\tau = \frac{4U_{max}}{h}\left[1 - \frac{2x}{h}\right]$$

• Fazendo $x = h$

$$\tau = \frac{4U_{max}}{h}\left[1 - \underbrace{\frac{2 \cdot \cancel{h}}{\cancel{h}}}_{-1}\right]$$

$$\tau = -\frac{4U_{max}}{h} \quad [N/m^2]$$

Na saída

d) - • Utilizando a formula deduzida anteriormente

$$\frac{d}{dt}\int_{vc} \rho \, dV + \int_{sc} \rho \vec{V} \, d\vec{A} = 0$$

• com os dados do enunciado → incompressivel → newtoniano → permanente
• ρ constante

Temos a variação da massa no interior do volume de controle nula, Logo:

$$\int_{sc} \vec{V} \, d\vec{A} = 0$$

• para as equações de entrada e saída

$$\int \frac{U}{h} \cdot x \, dA + \int \frac{4 U_{max}}{h} \left[x - \frac{x^2}{h} \right] dA$$

$$\frac{U}{\cancel{h}} \int x \, dA = -\frac{4 U_{max}}{\cancel{h}} \int x - \frac{x^2}{h} \, dA$$

$$U \int x \, dA = -4 U_{max} \int x - \frac{x^2}{h} \, dA$$

Digitalizado com CamScanner

$$U_{max} = \frac{U \int x \, dA}{} \quad (1)$$

$$-4 \int x - \frac{x^2}{r} \, dA \quad (2)$$

• resolvendo a 1

$dA = dx\,dy$

$$\int_0^y \int_0^r x\,dx\,dy = \int_0^y \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^r dy = \frac{r^2}{2} \cdot y$$

• Resolvendo a 2

$dA = dx\,dy$

$$\int_0^y \int_0^r -4\left(x - \frac{x^2}{r}\right) dx\,dy = \int_0^y \frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{3r} = \frac{r^2}{6}\, y$$

___.___.___

• Voltando ...

$$U_{max} = \frac{U_1 \frac{h^2}{2} y}{\frac{4 h^2 y}{6}} = -U_1 \frac{\cancel{h^2}}{\cancel{2}}\cancel{y} \cdot \frac{\cancel{6}^{3}}{4 \cancel{h^2} \cancel{y}}$$

$$U_{max} = -\frac{3U_1}{4}$$

$$Q = \int_A V\,dA$$

e) • usando os dados das equações de entrada e saída

para a entrada

$$\int_0^L \int_0^h \frac{U_1}{h} x \, dx\, dy = \frac{U h^{\cancel{2}}}{2 \cancel{h}} \cdot \int_0^L dy = \frac{Uh}{2} \cdot y = \frac{UhL}{2} = Q$$

para saída

$$U_{max} = -\frac{3U}{4}$$

$$\int_0^L \int_0^h \frac{4 U_{max}}{h} \left[x - \frac{x^2}{h} \right] dx\,dy$$

$$= \int_0^L \frac{4 U_{max}}{\cancel{h}} \cdot \frac{h^{\cancel{2}}}{6} \, dy$$

$$= \frac{4 U_{max} h}{6} \int_0^L dy \rightarrow \frac{2 U_{max} hL}{3}$$

$$= \frac{\cancel{2} \cdot \frac{-3U_1 hL}{\cancel{4}}}{3}$$

$$= \frac{-UhL}{2} = -Q$$