Mecânica dos Sólidos

Torção

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Torção

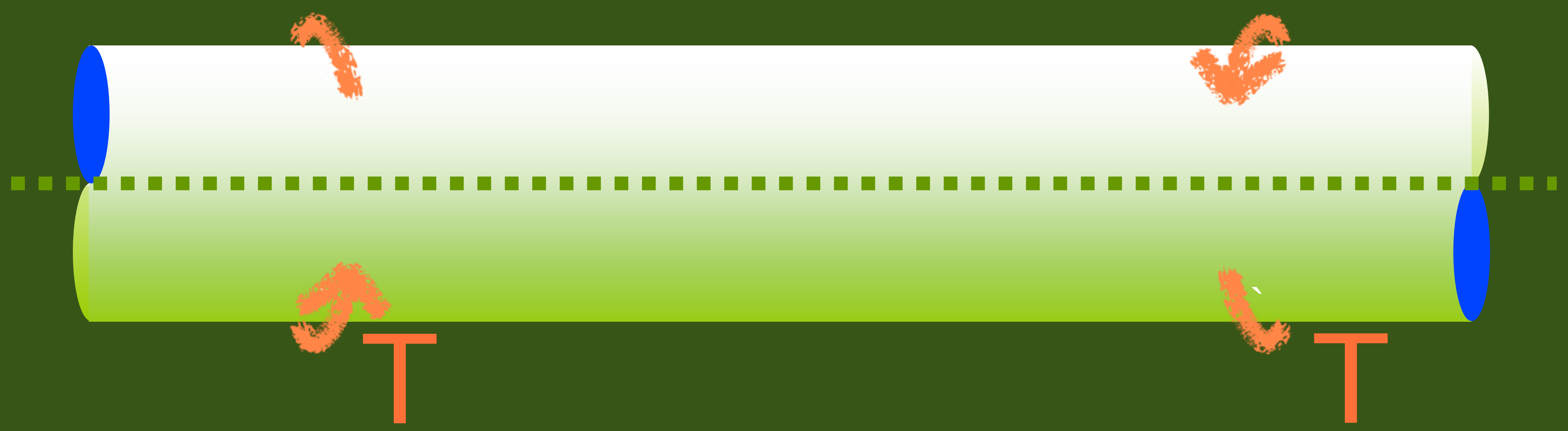
Deformação de eixos de seção circular

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Torção

Deformação de eixos de seção circular

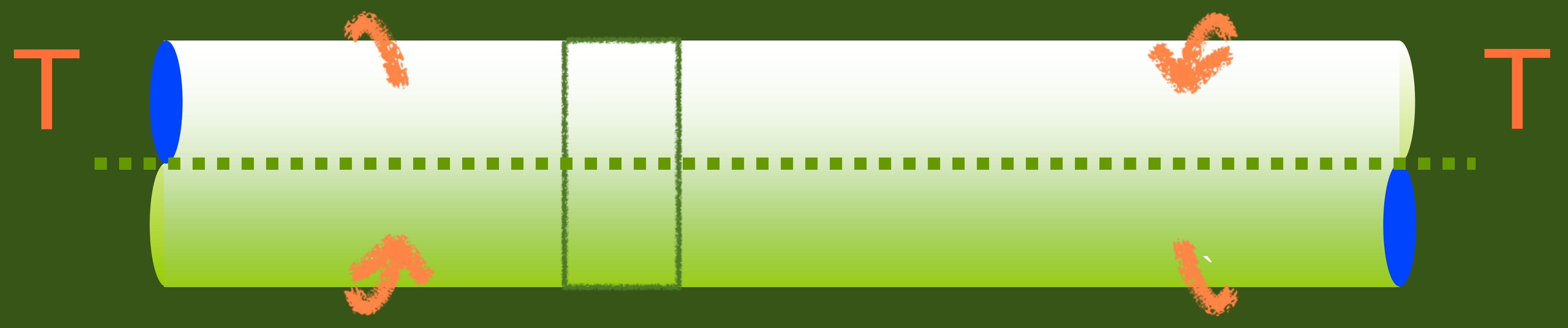


Torção

Deformação de eixos de seção circular

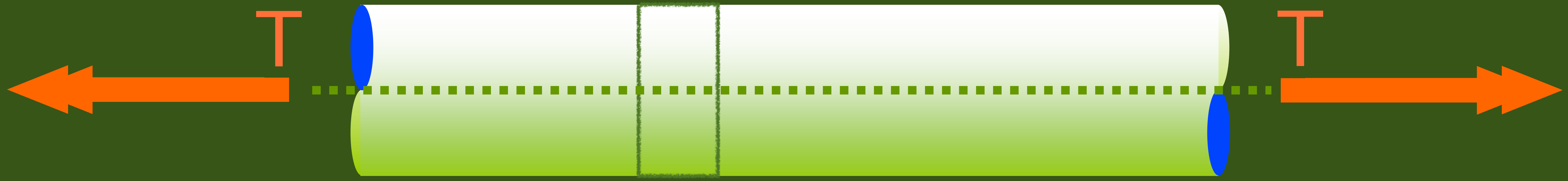
Torção

Deformação de eixos de seção circular



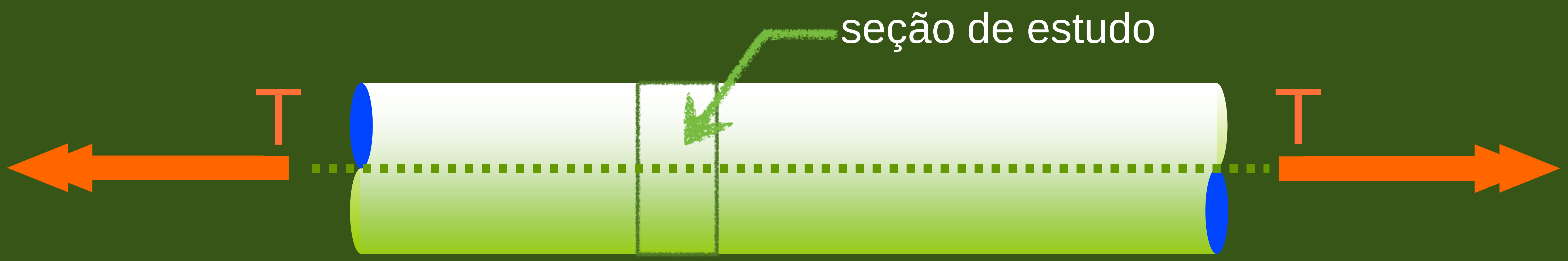
Torção

Deformação de eixos de seção circular



Torção

Deformação de eixos de seção circular

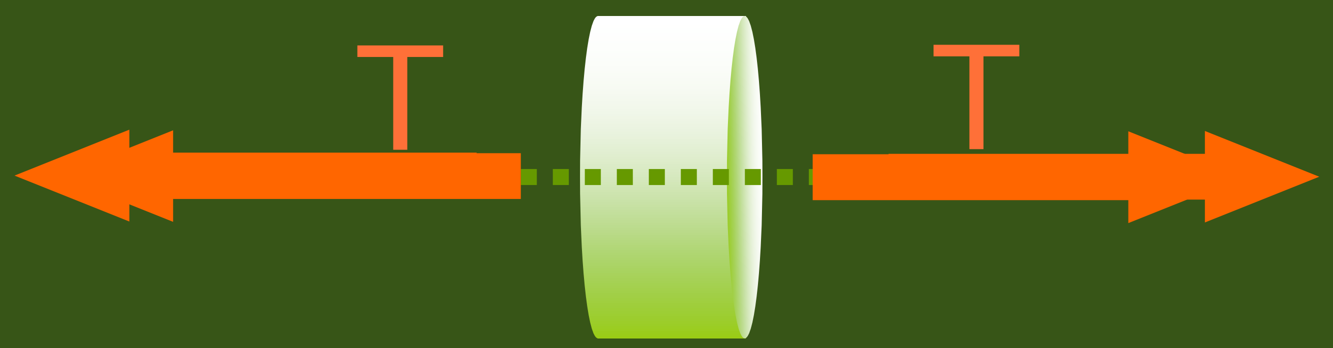


Torção

Deformação de eixos de seção circular

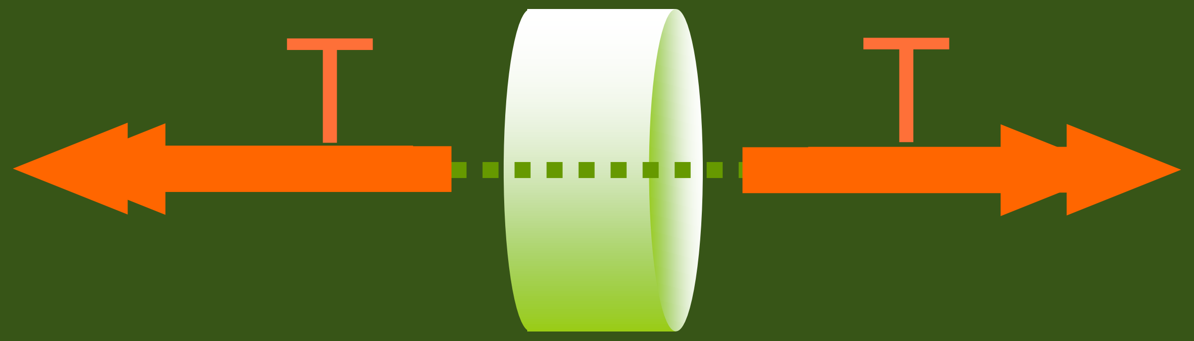
Torção

Deformação de eixos de seção circular



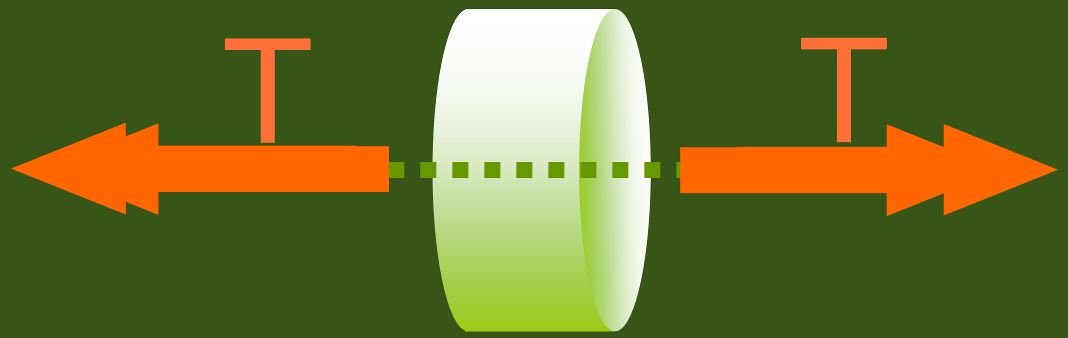
Torção

Deformação de eixos de seção circular



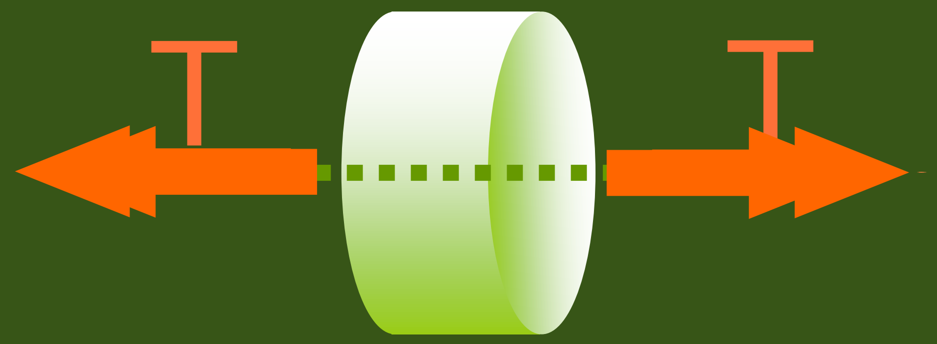
Torção

Deformação de eixos de seção circular



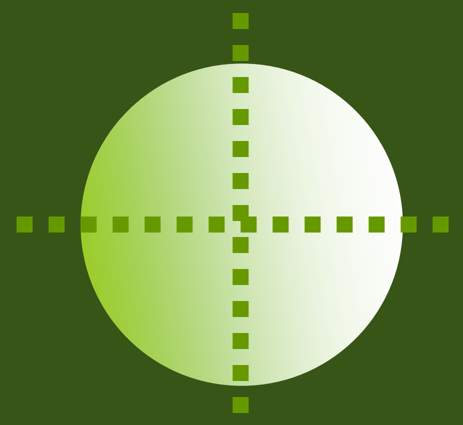
Torção

Deformação de eixos de seção circular



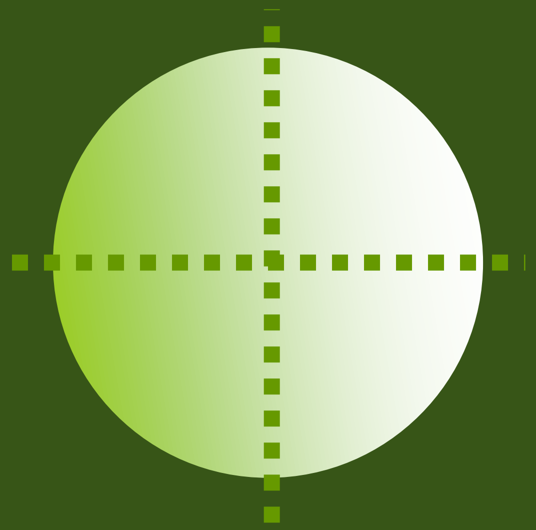
Torção

Deformação de eixos de seção circular



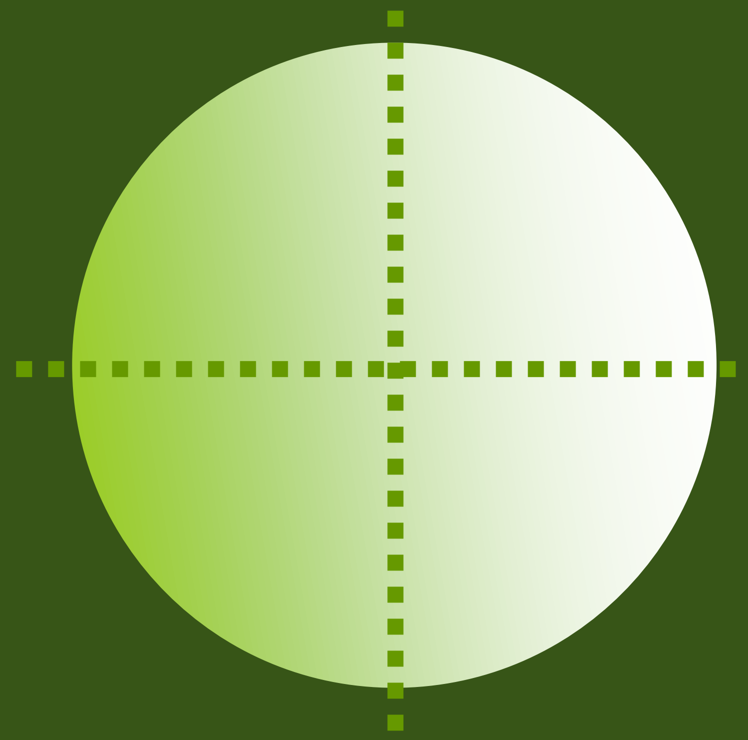
Torção

Deformação de eixos de seção circular



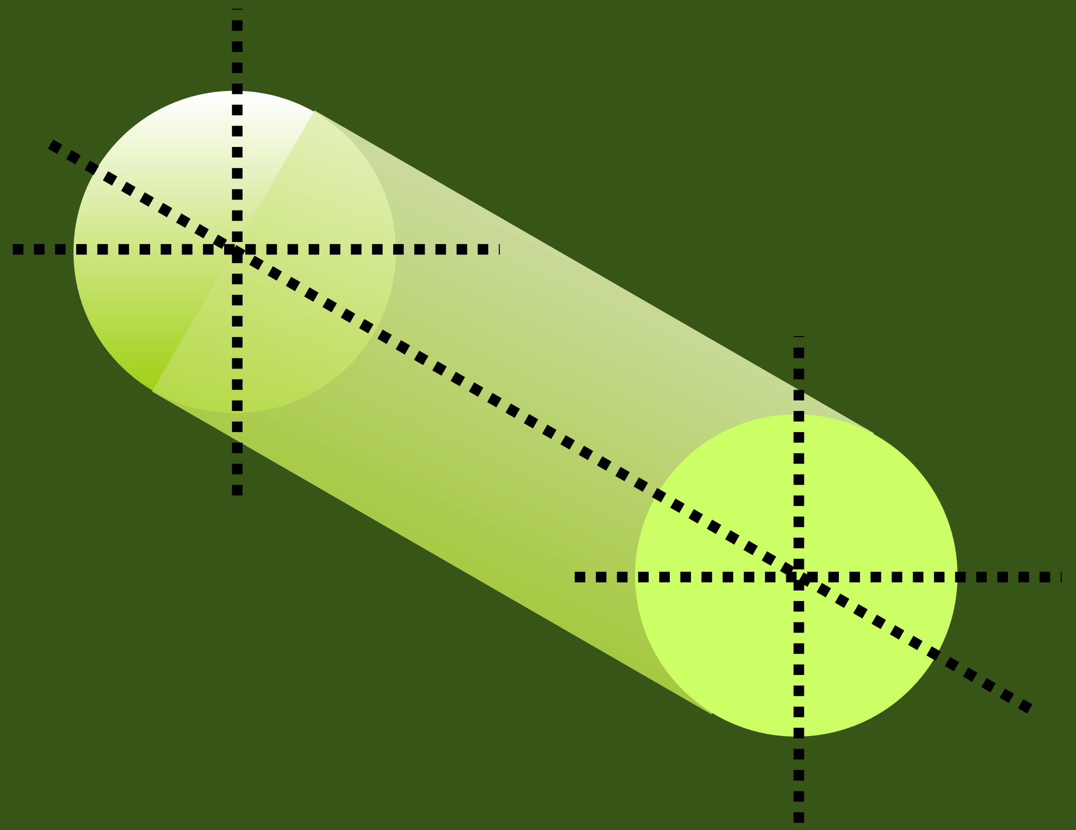
Torção

Deformação de eixos de seção circular



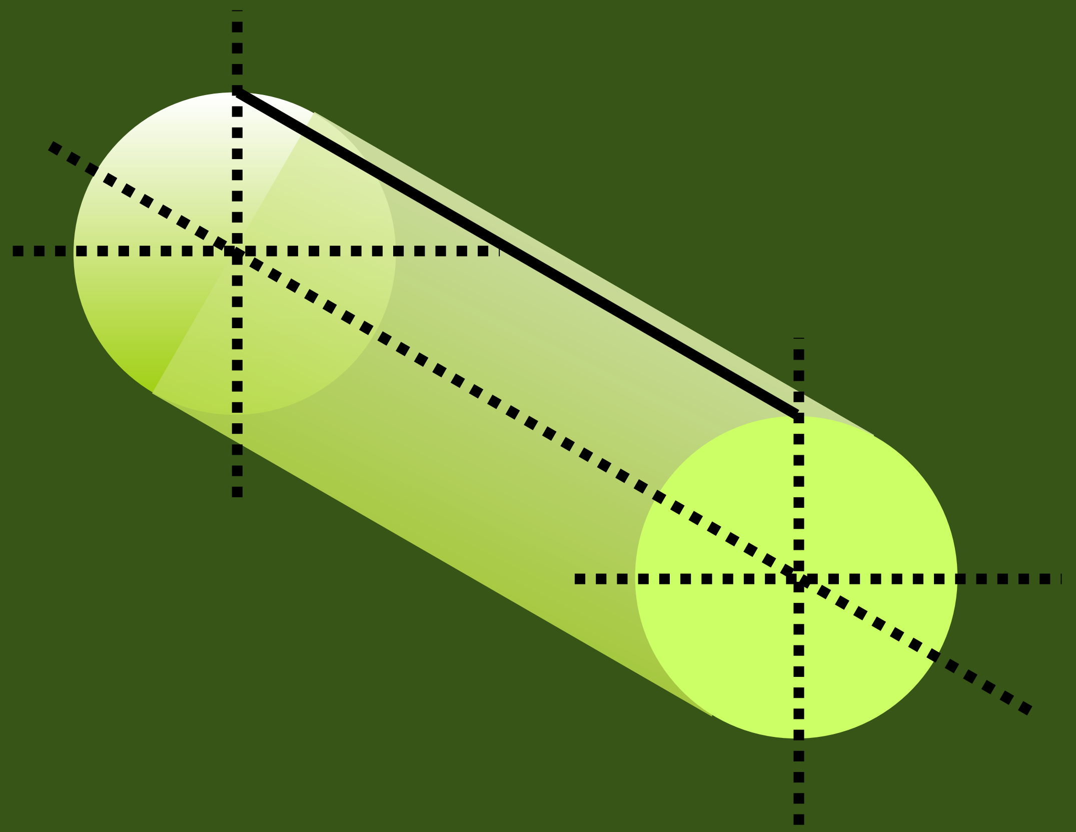
Torção

Deformação de eixos de seção circular



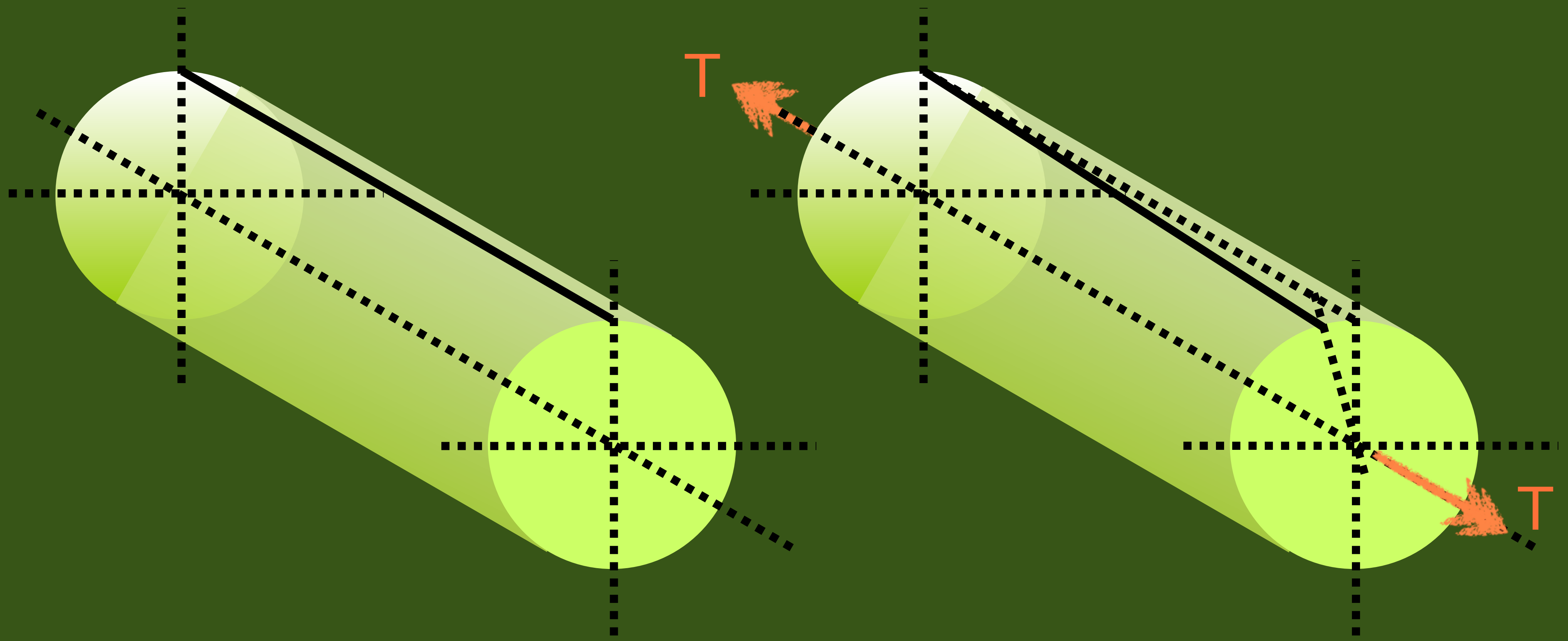
Torção

Deformação de eixos de seção circular



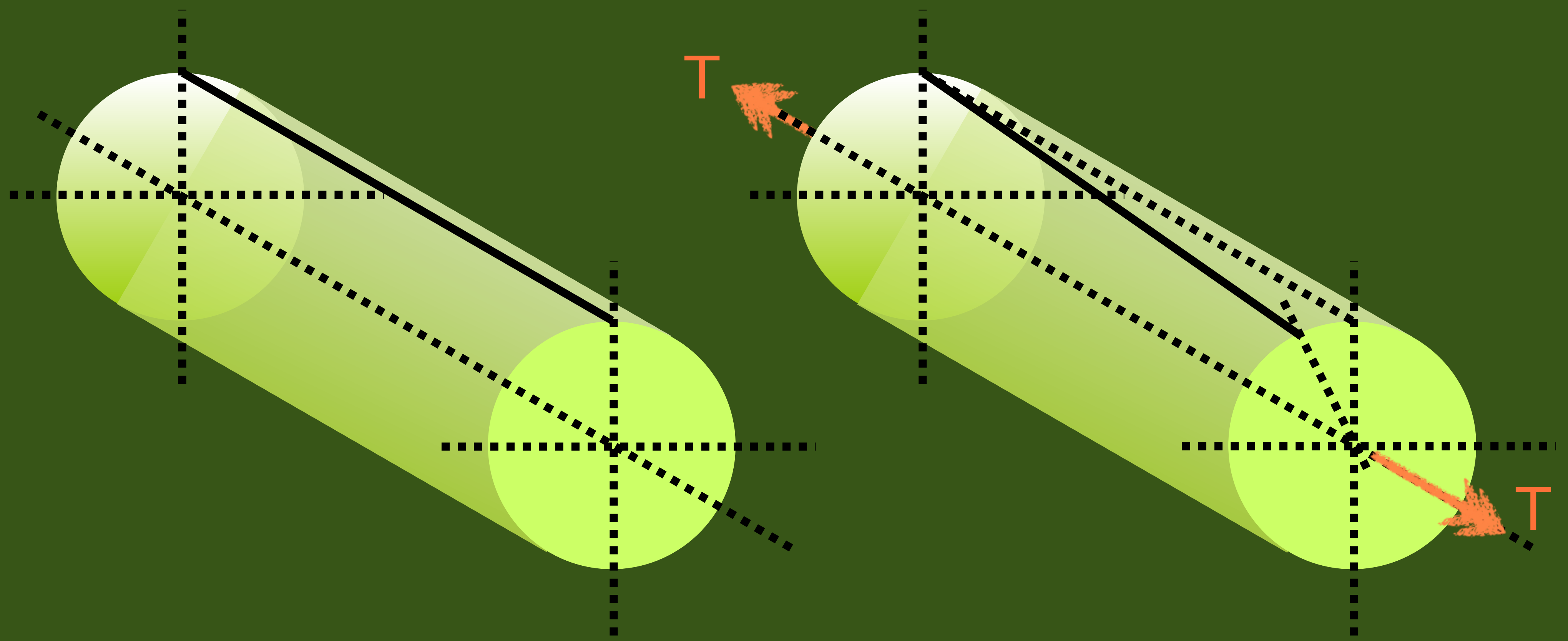
Torção

Deformação de eixos de seção circular



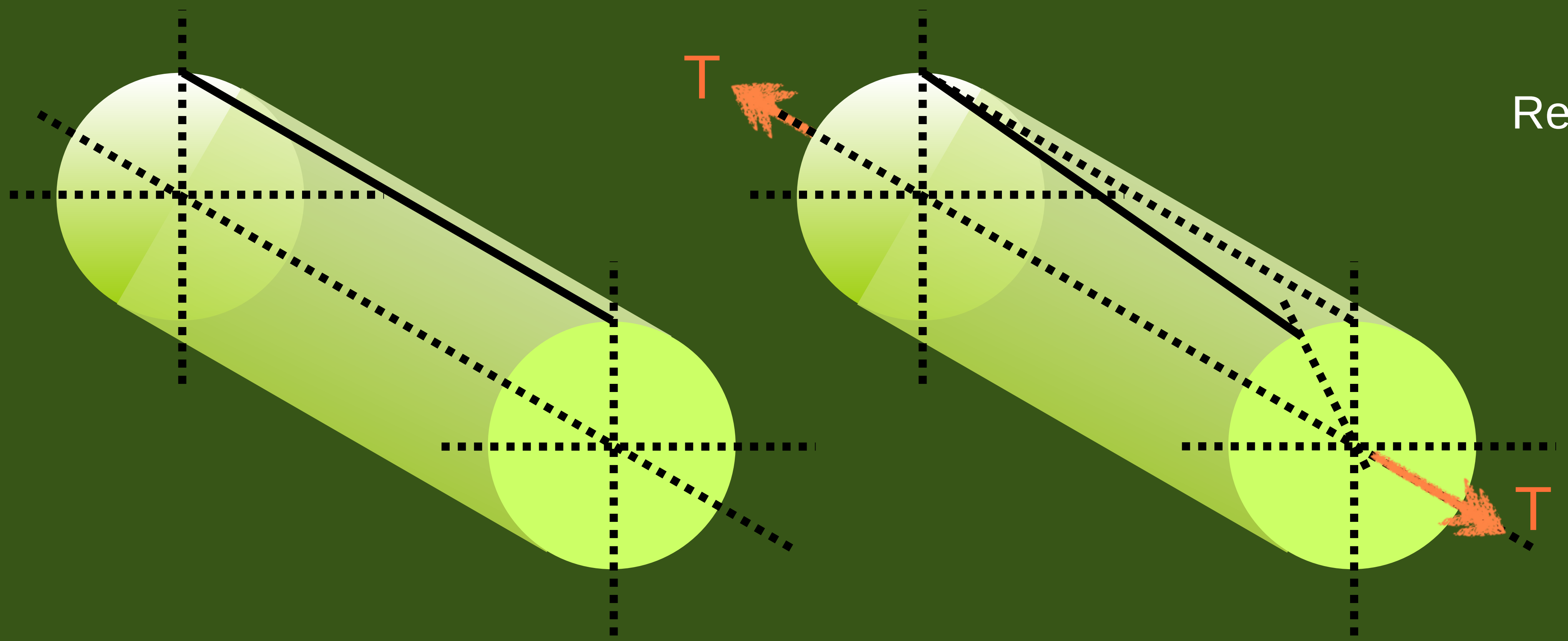
Torção

Deformação de eixos de seção circular



Torção

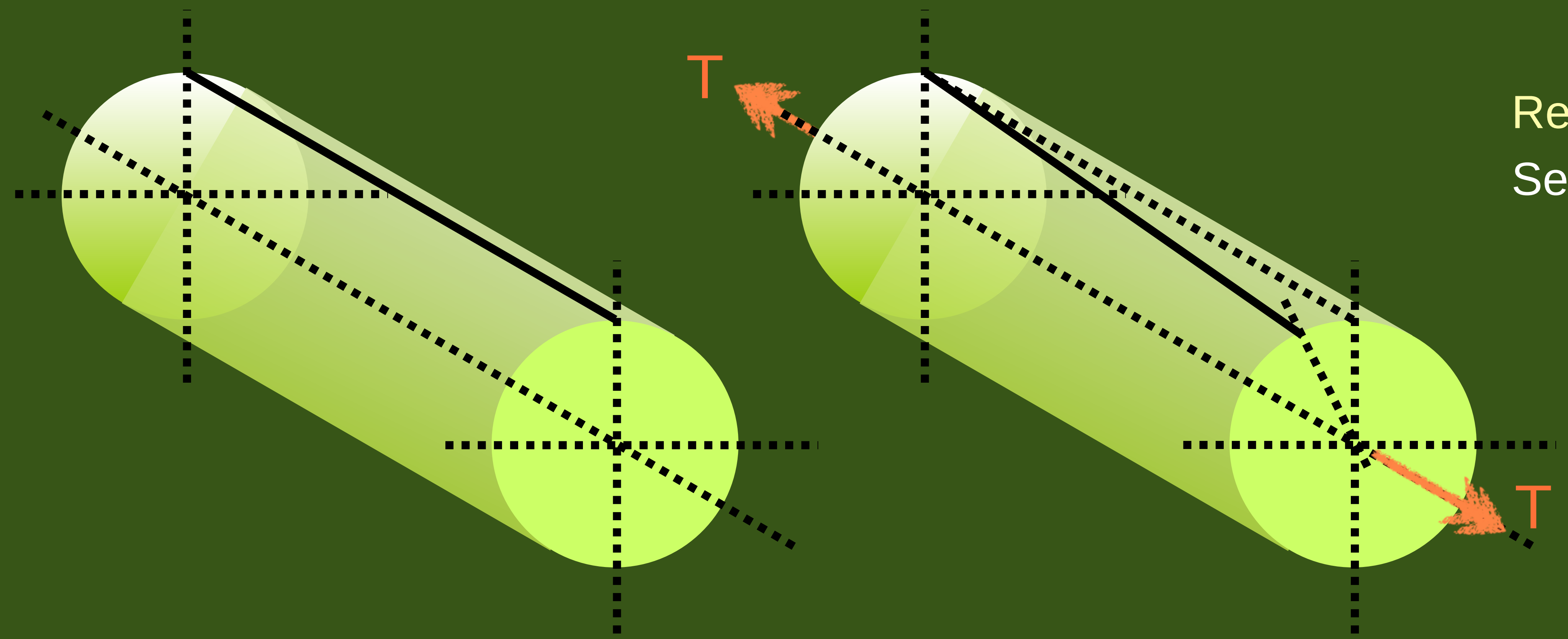
Deformação de eixos de seção circular



Retas na superfície permanecem retas

Torção

Deformação de eixos de seção circular

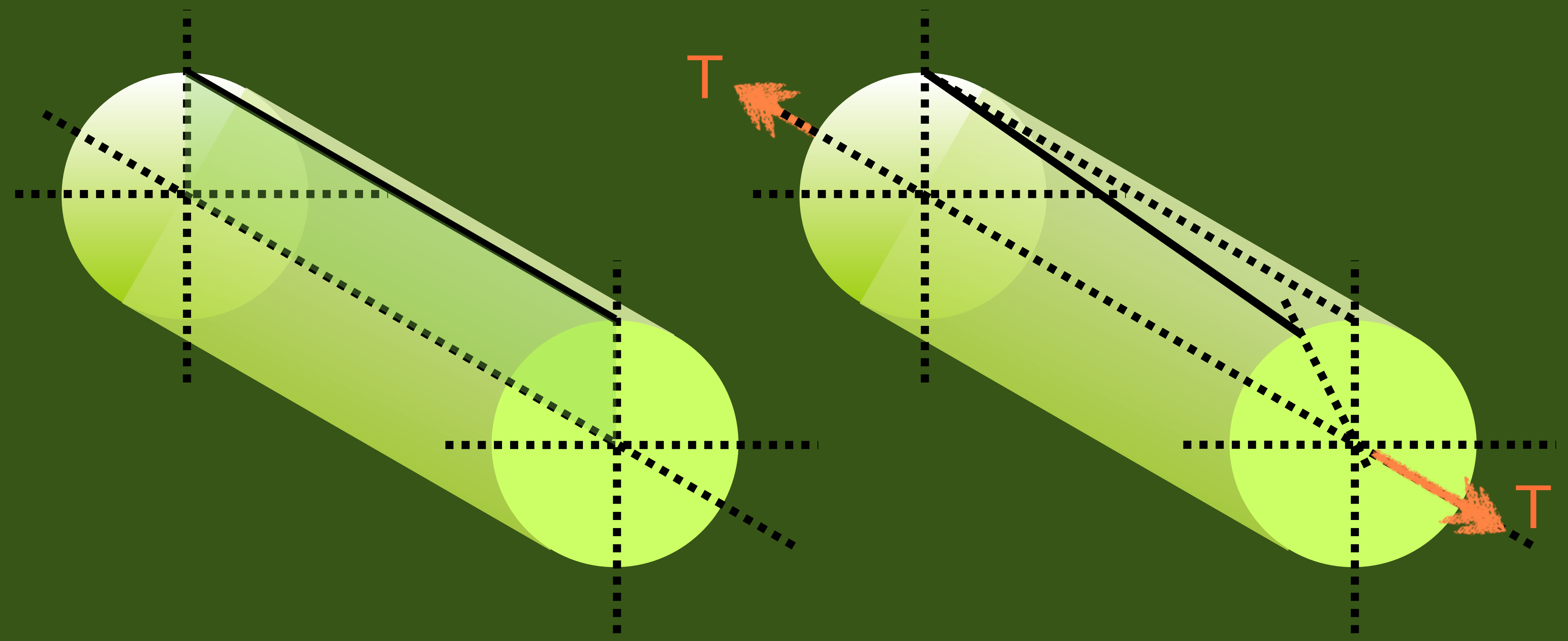


Retas na superfície permanecem retas

Seções planas permanecem planas

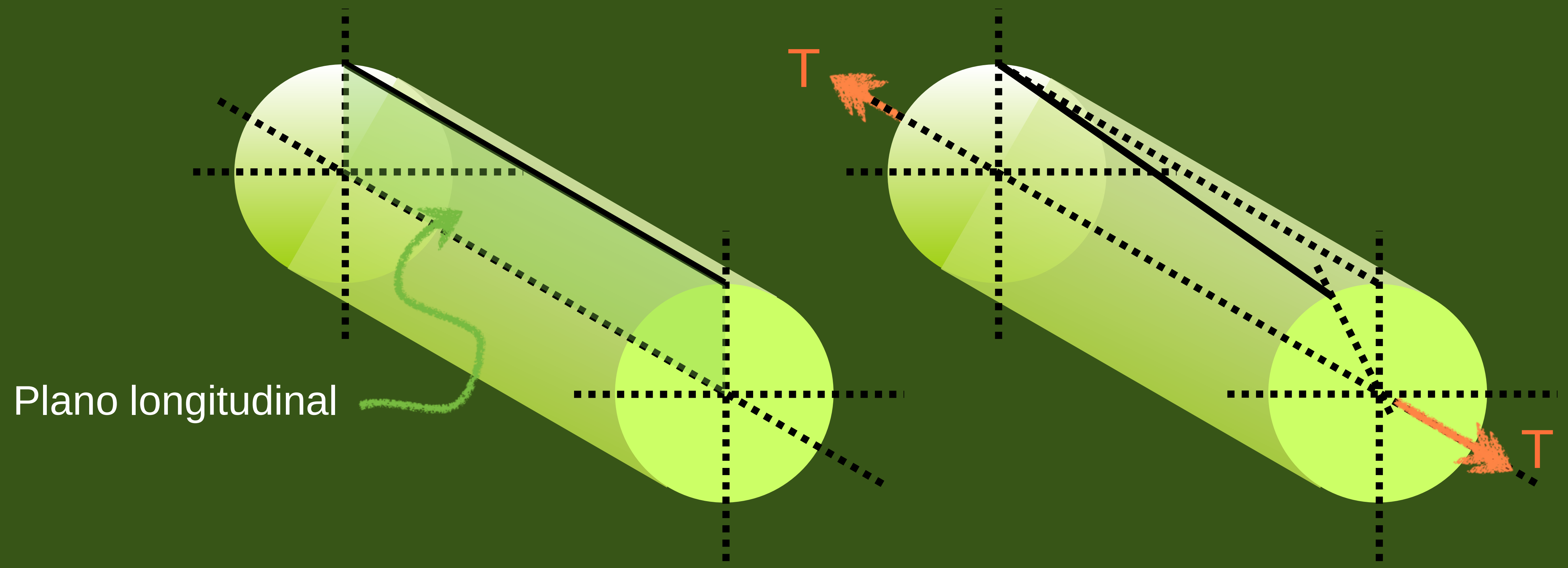
Torção

Deformação de eixos de seção circular



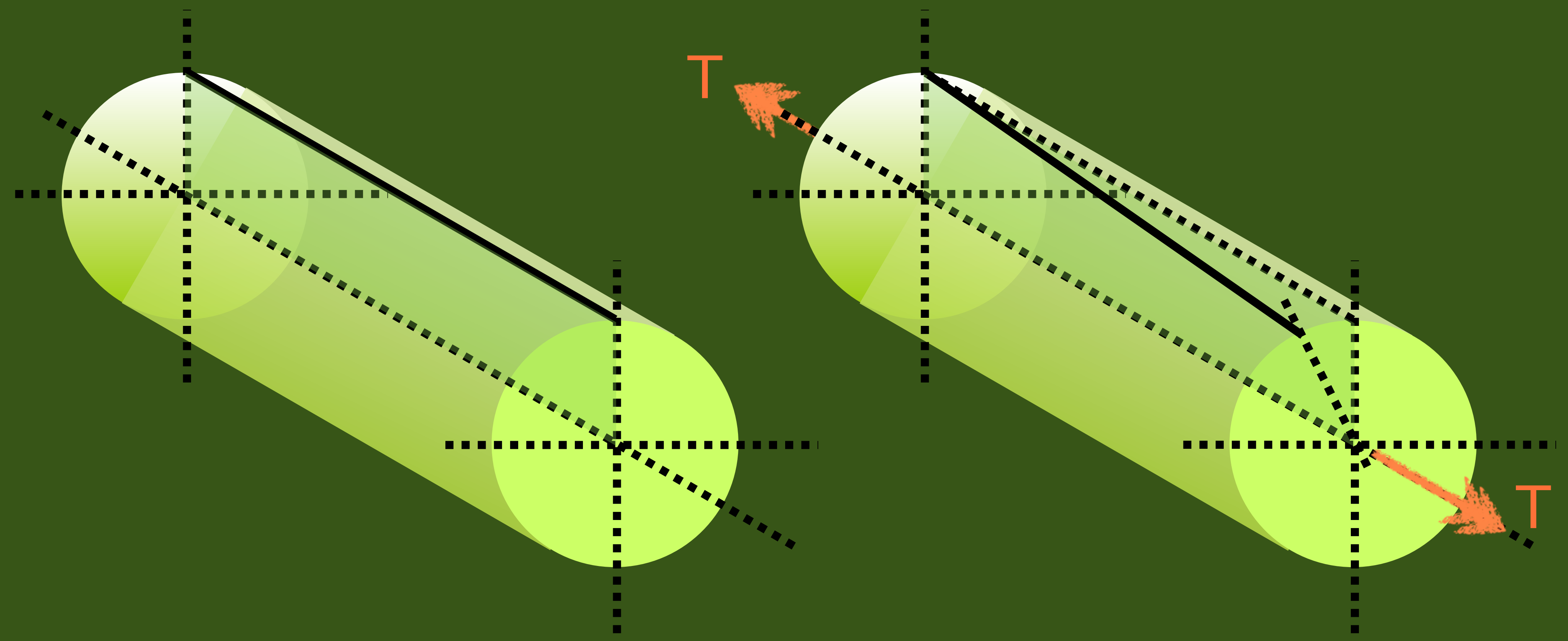
Torção

Deformação de eixos de seção circular



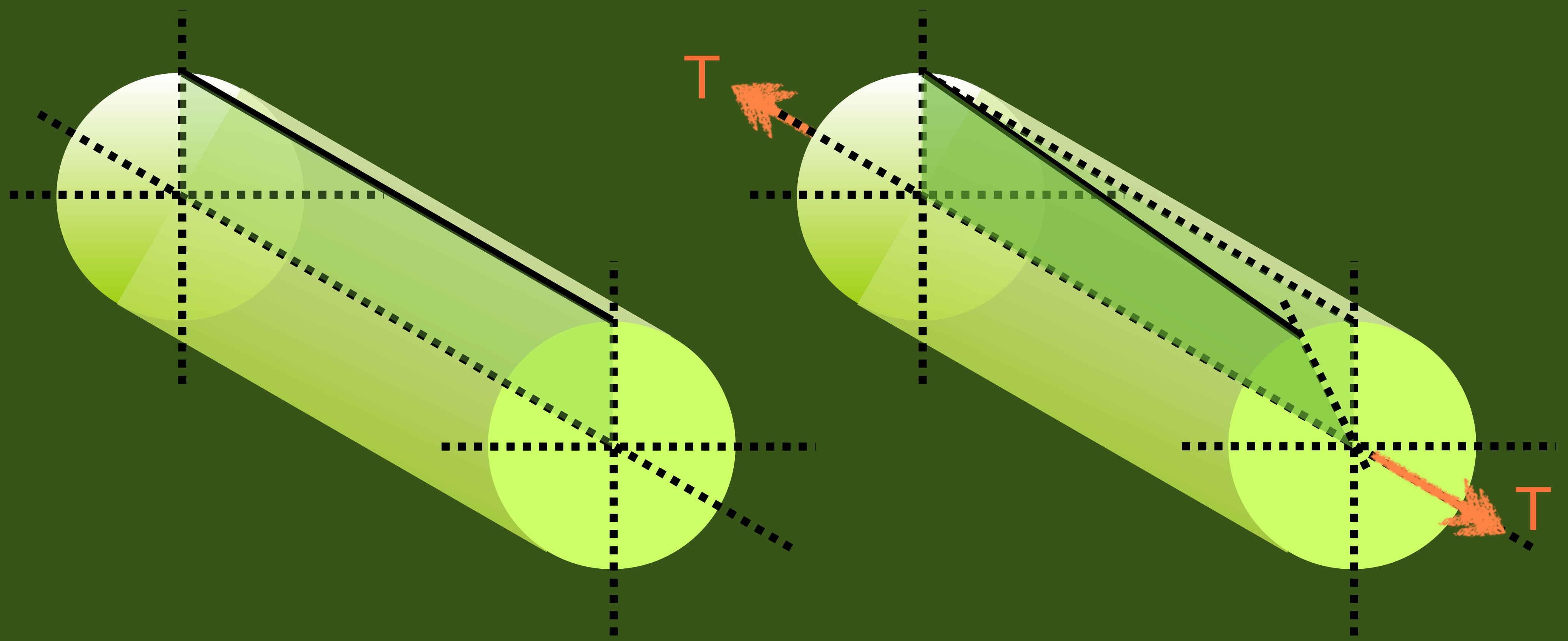
Torção

Deformação de eixos de seção circular



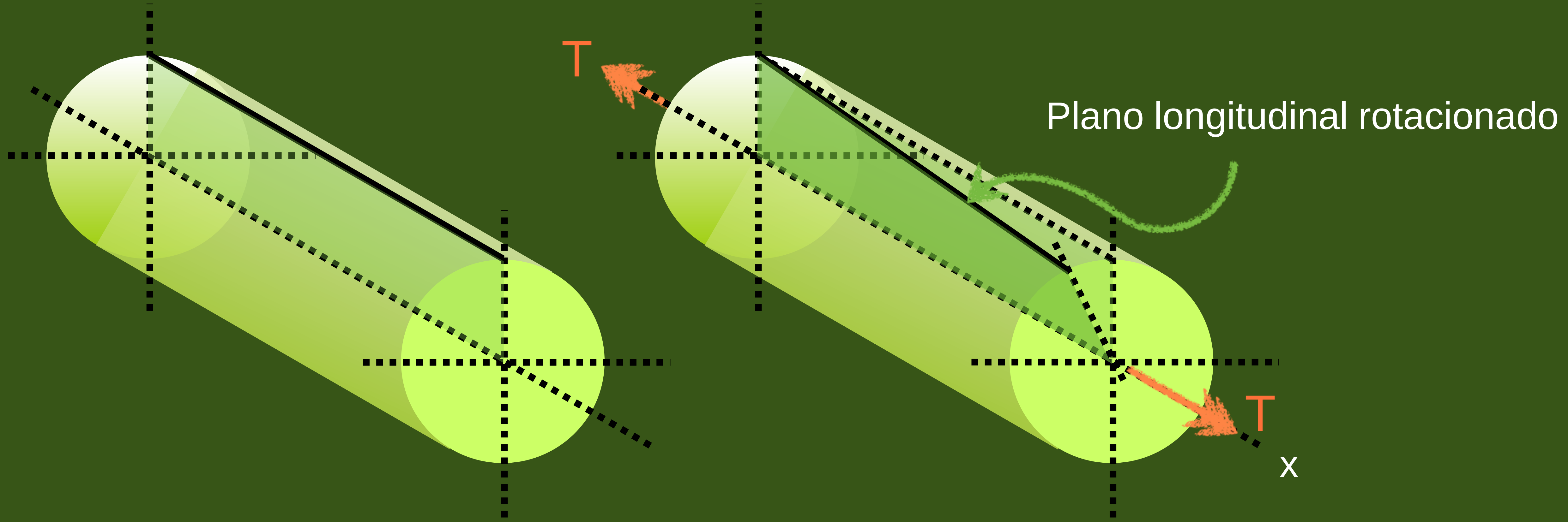
Torção

Deformação de eixos de seção circular



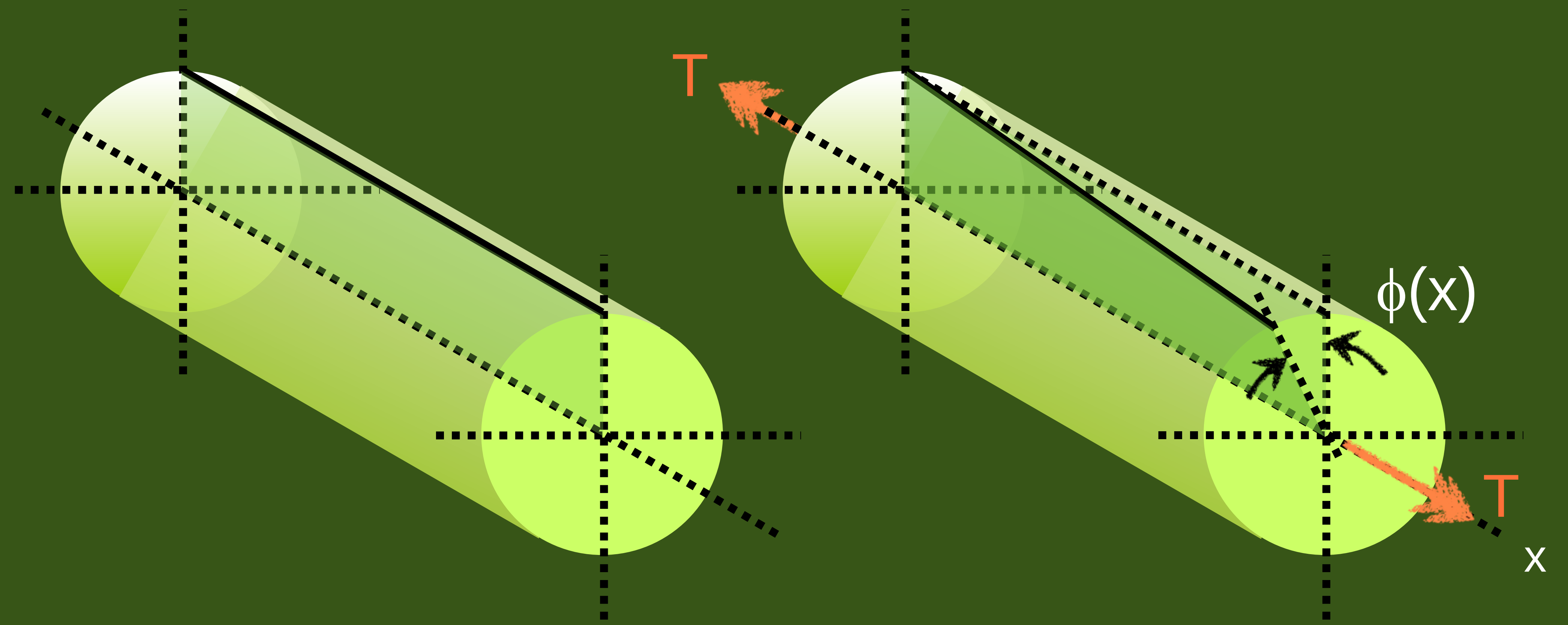
Torção

Deformação de eixos de seção circular



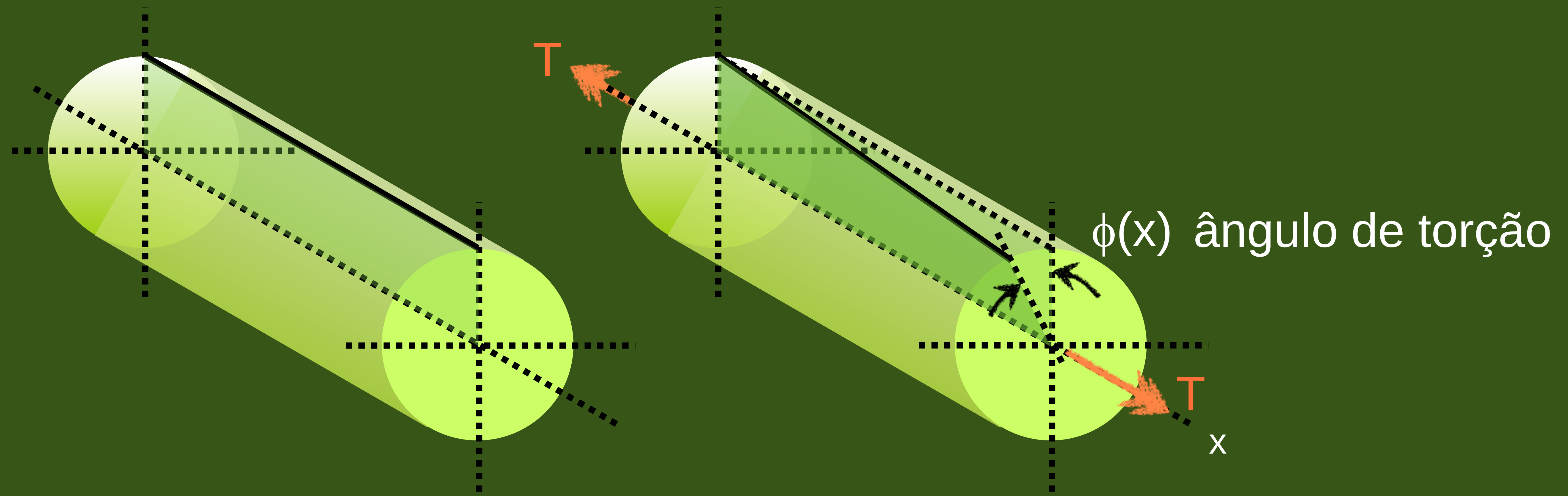
Torção

Deformação de eixos de seção circular



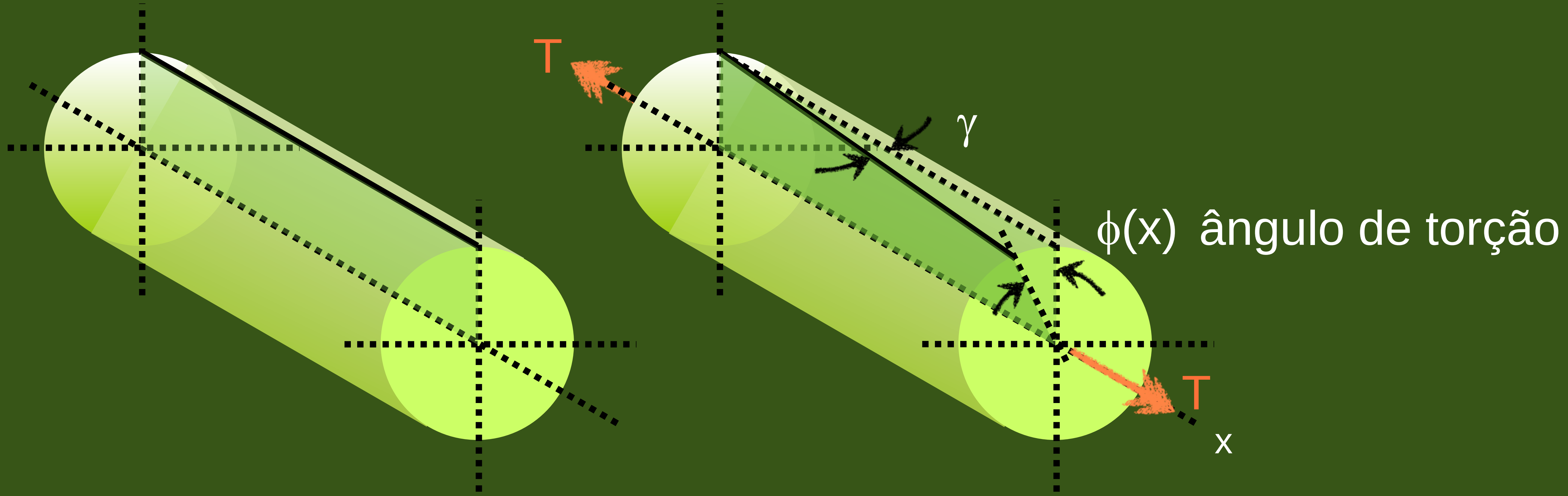
Torção

Deformação de eixos de seção circular



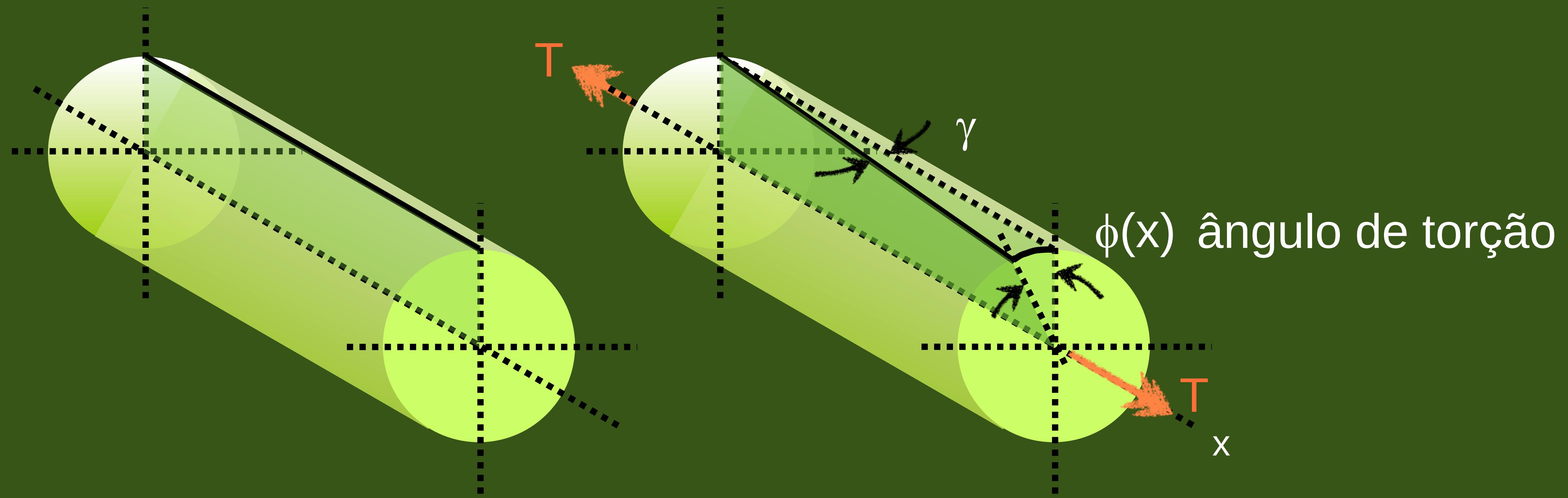
Torção

Deformação de eixos de seção circular



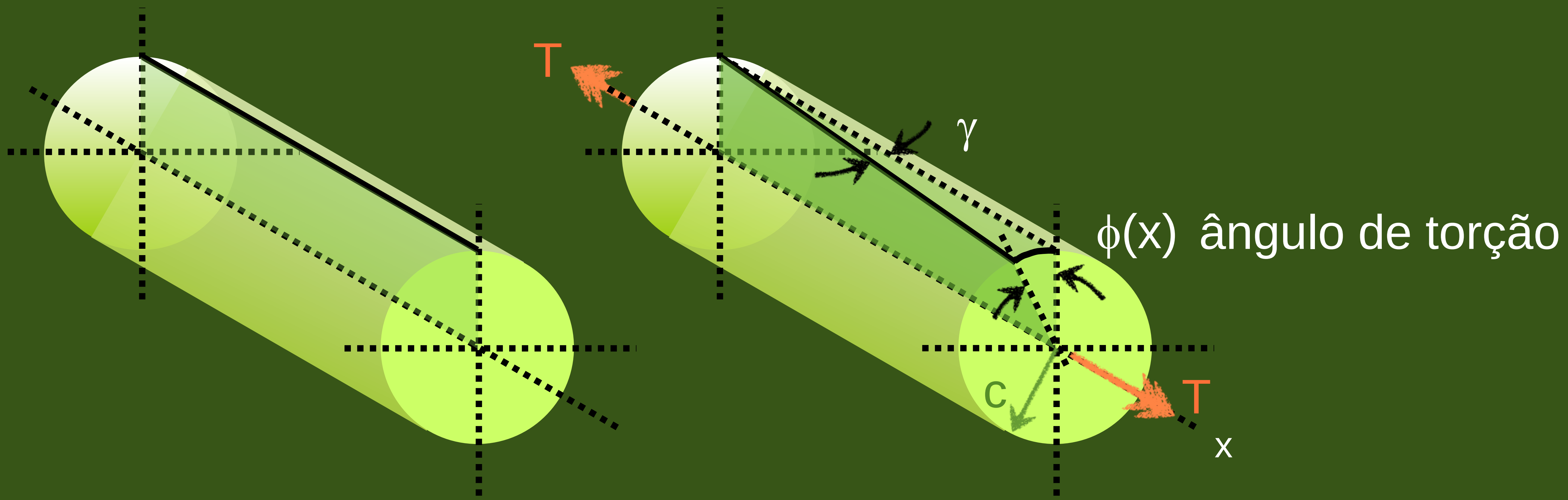
Torção

Deformação de eixos de seção circular



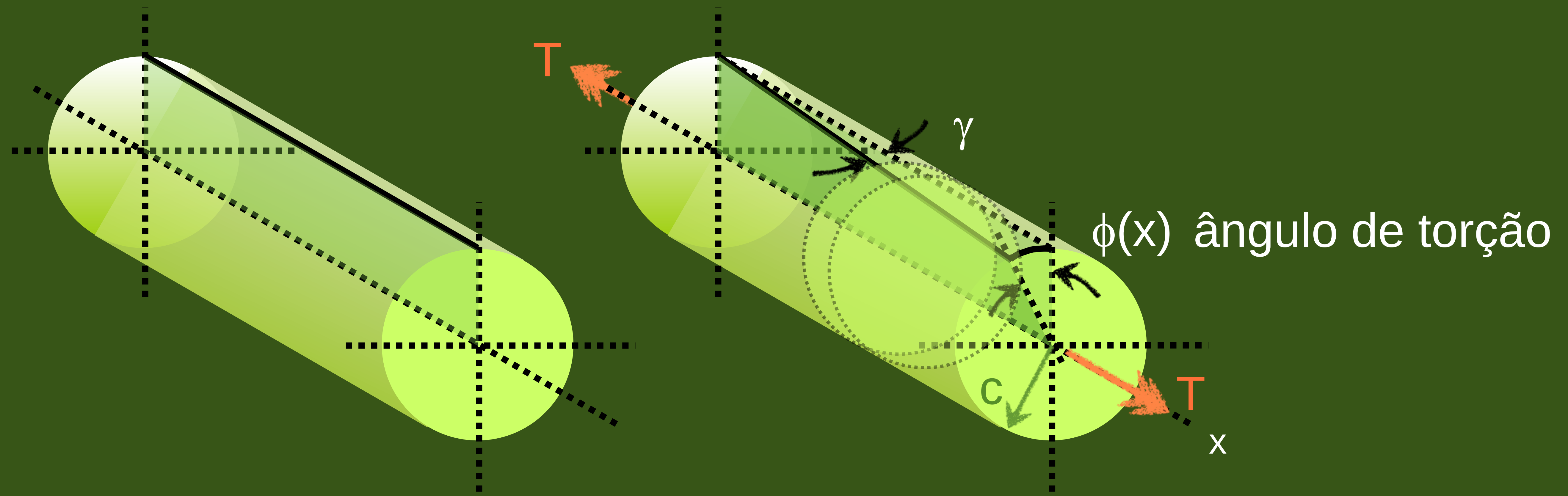
Torção

Deformação de eixos de seção circular



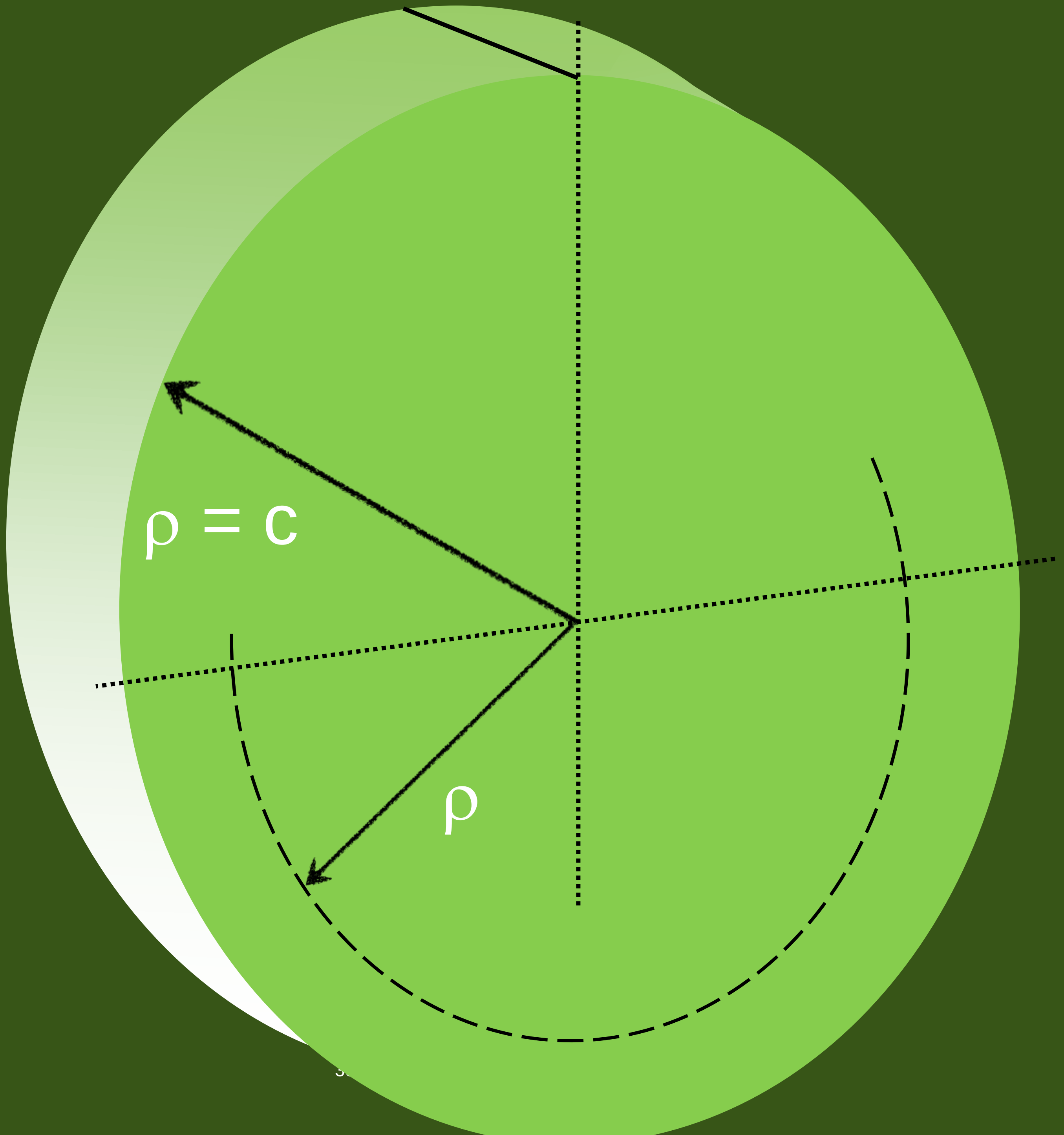
Torção

Deformação de eixos de seção circular



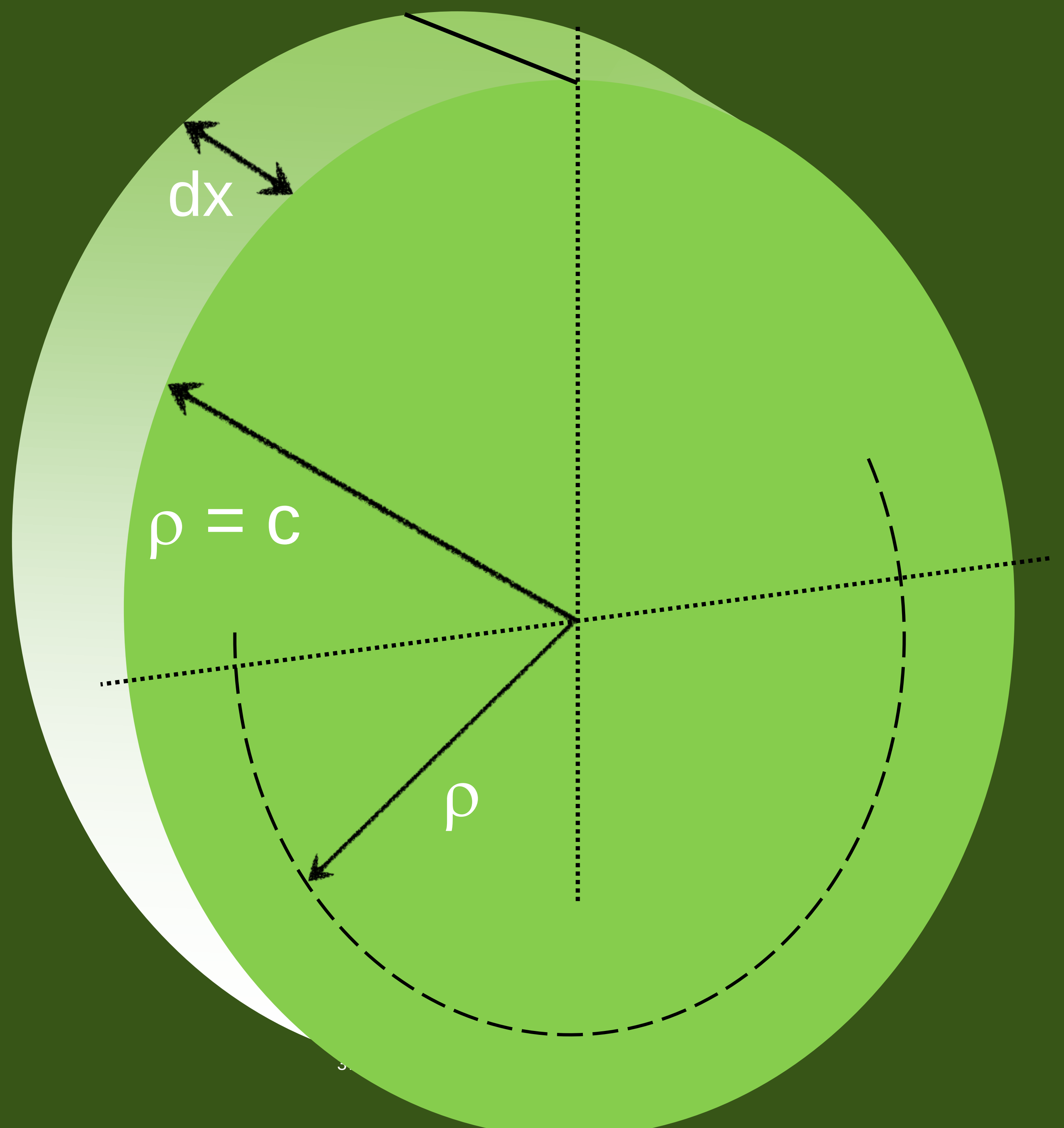
Torção

Deformação de eixos de seção circular



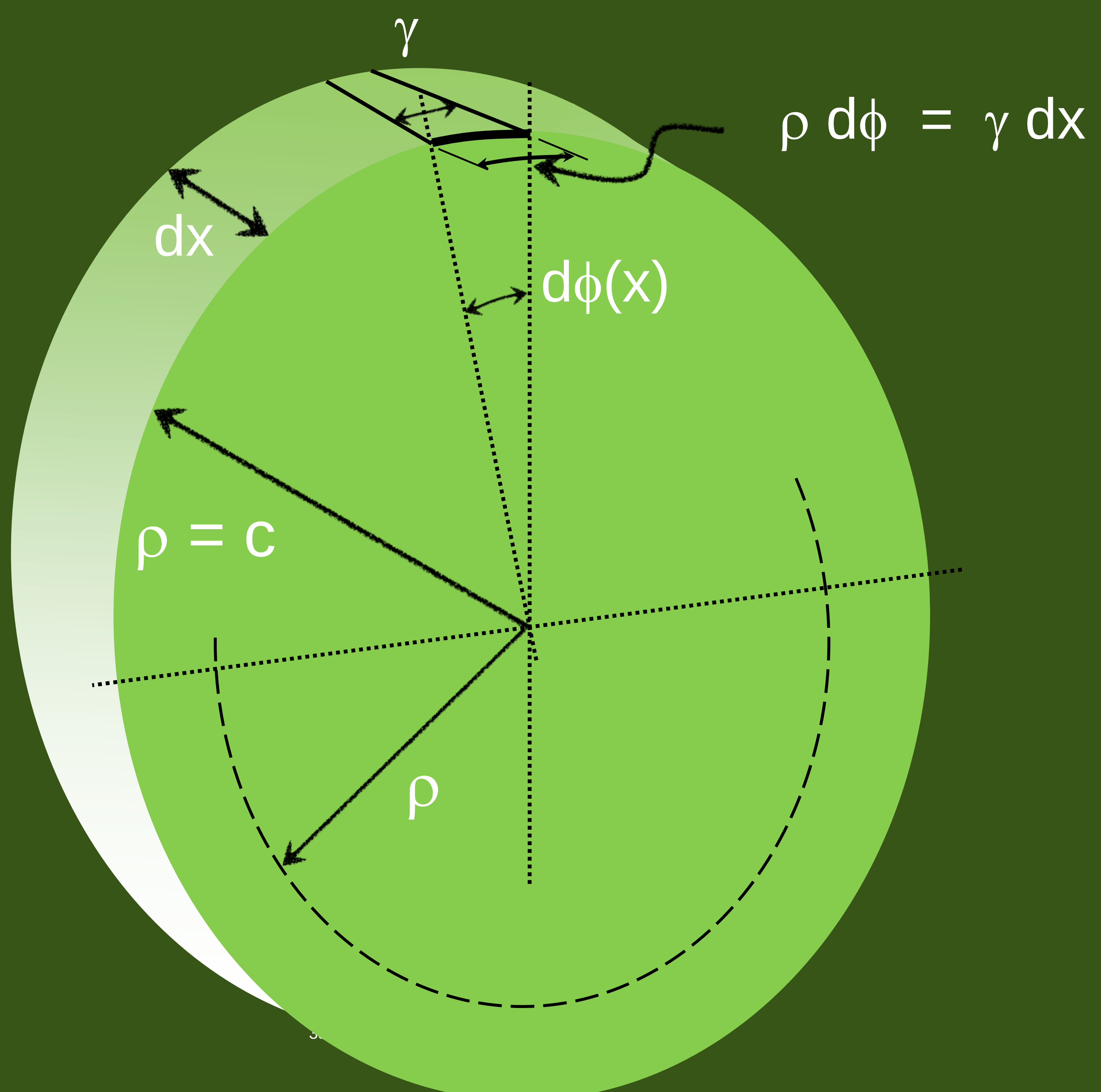
Torção

Deformação de eixos de seção circular



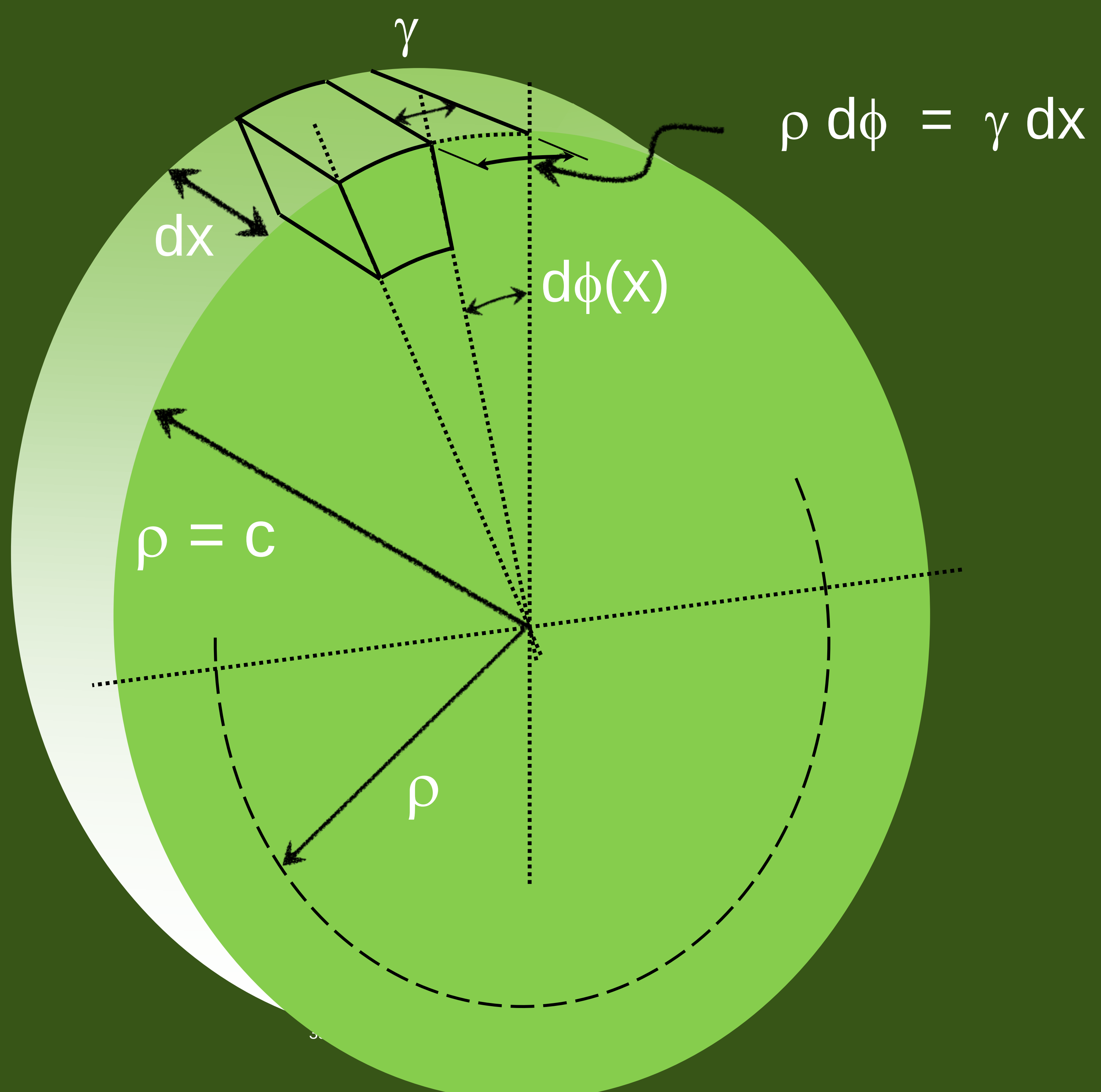
Torção

Deformação de eixos de seção circular



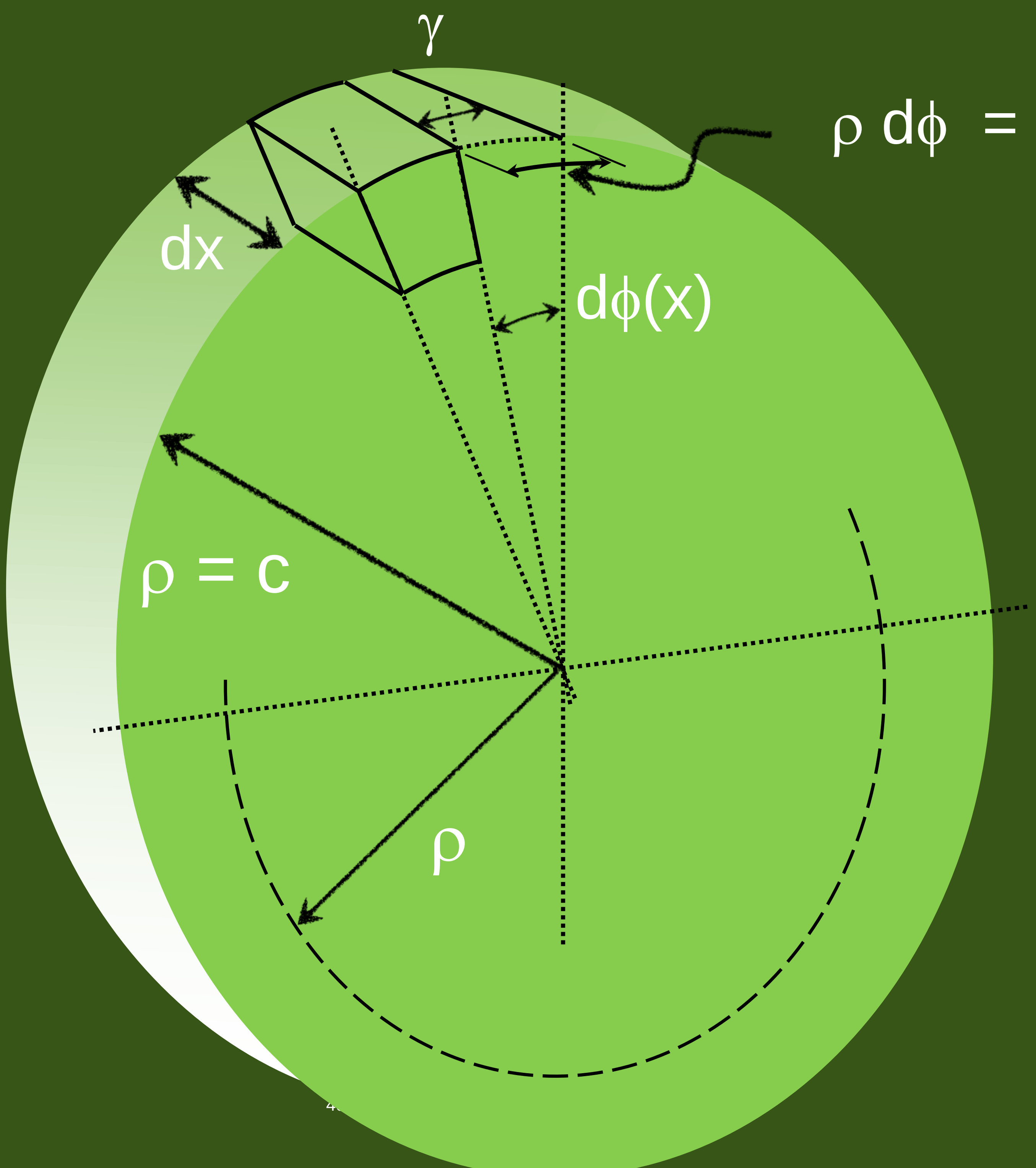
Torção

Deformação de eixos de seção circular



Torção

Deformação de eixos de seção circular

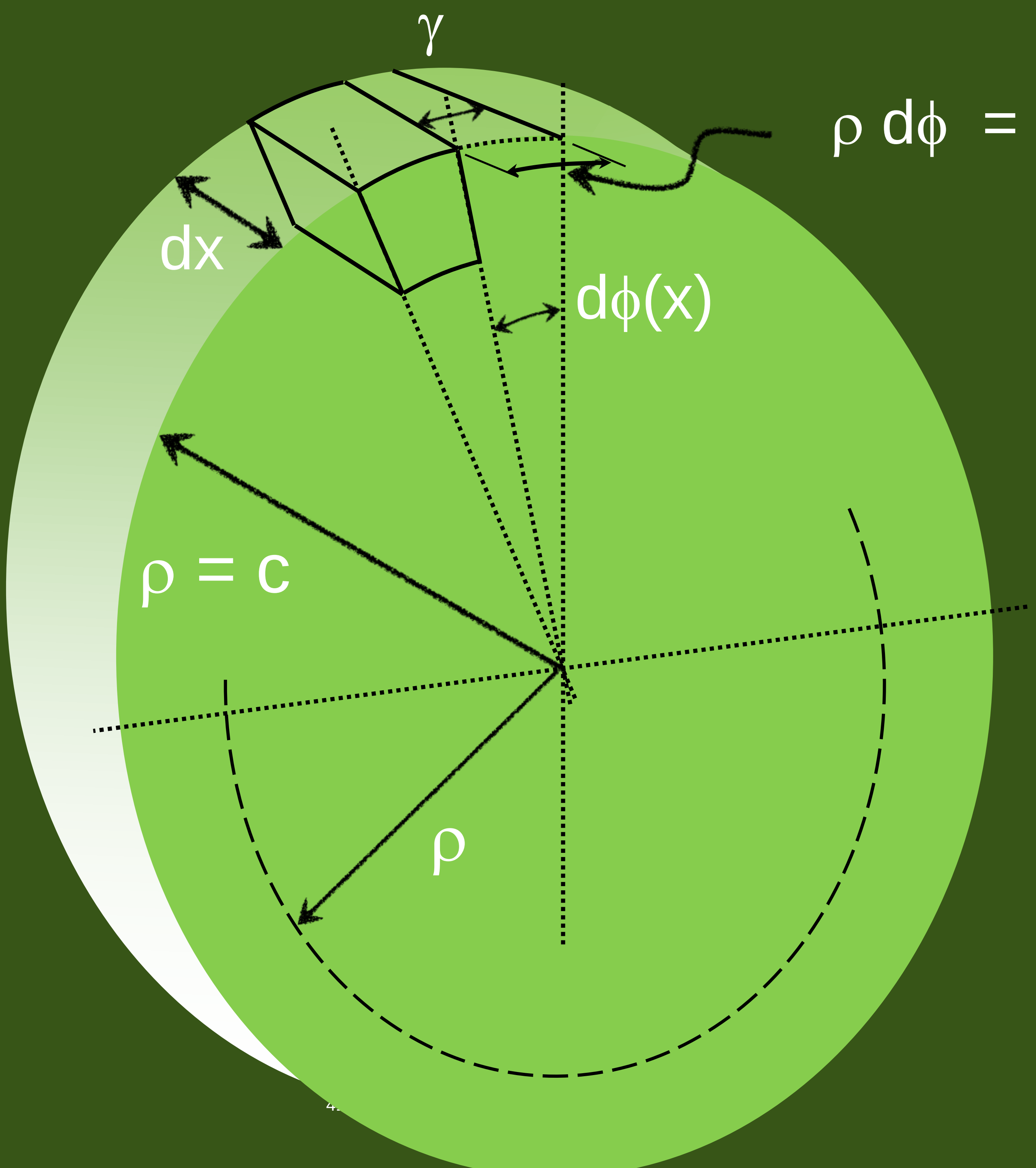


$$\rho \, d\phi = \gamma \, dx$$

$$\gamma = \rho \, (d\phi/dx)$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular



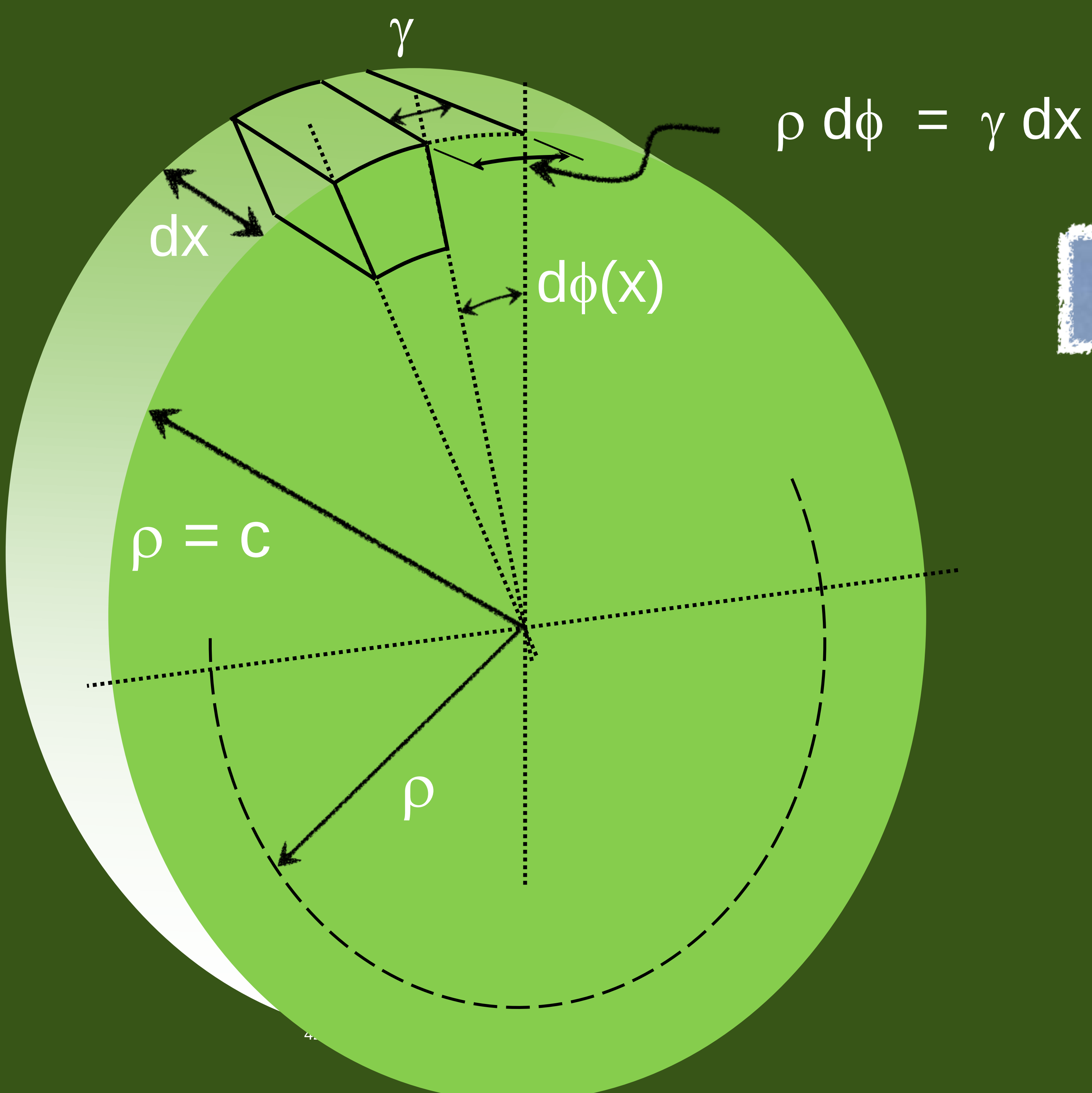
$\rho \, d\phi = \gamma \, dx$

$$\boxed{\gamma = \rho \, (d\phi/dx)}$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

$$\gamma = \rho\,(d\phi/dx)$$



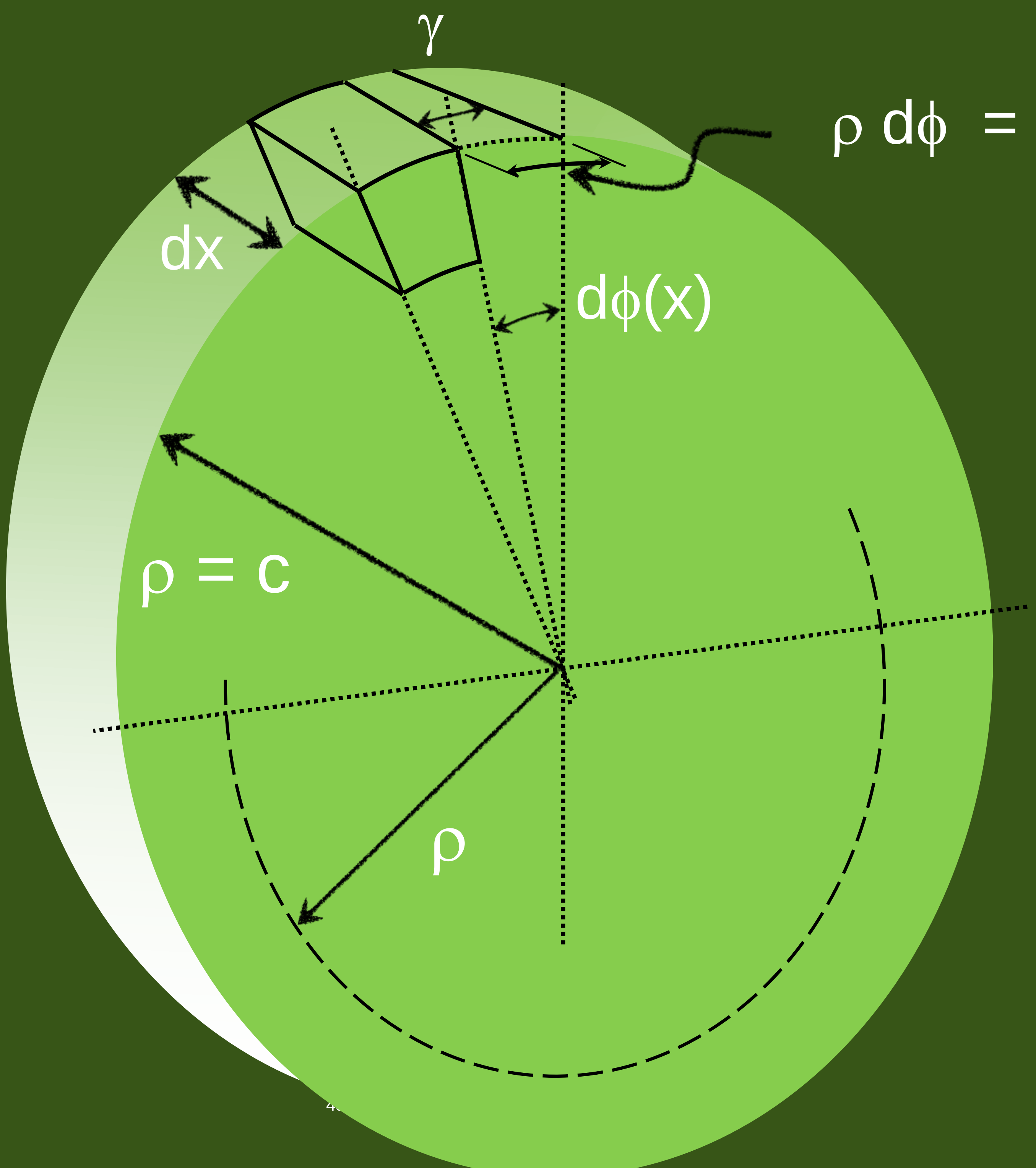
$$\boxed{\gamma = \rho\,(d\phi/dx)}$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

$$\gamma = \rho\,(d\phi/dx)$$

$$\gamma_{max} = c\,(d\phi/dx)$$



$$\rho\, d\phi = \gamma\, dx$$

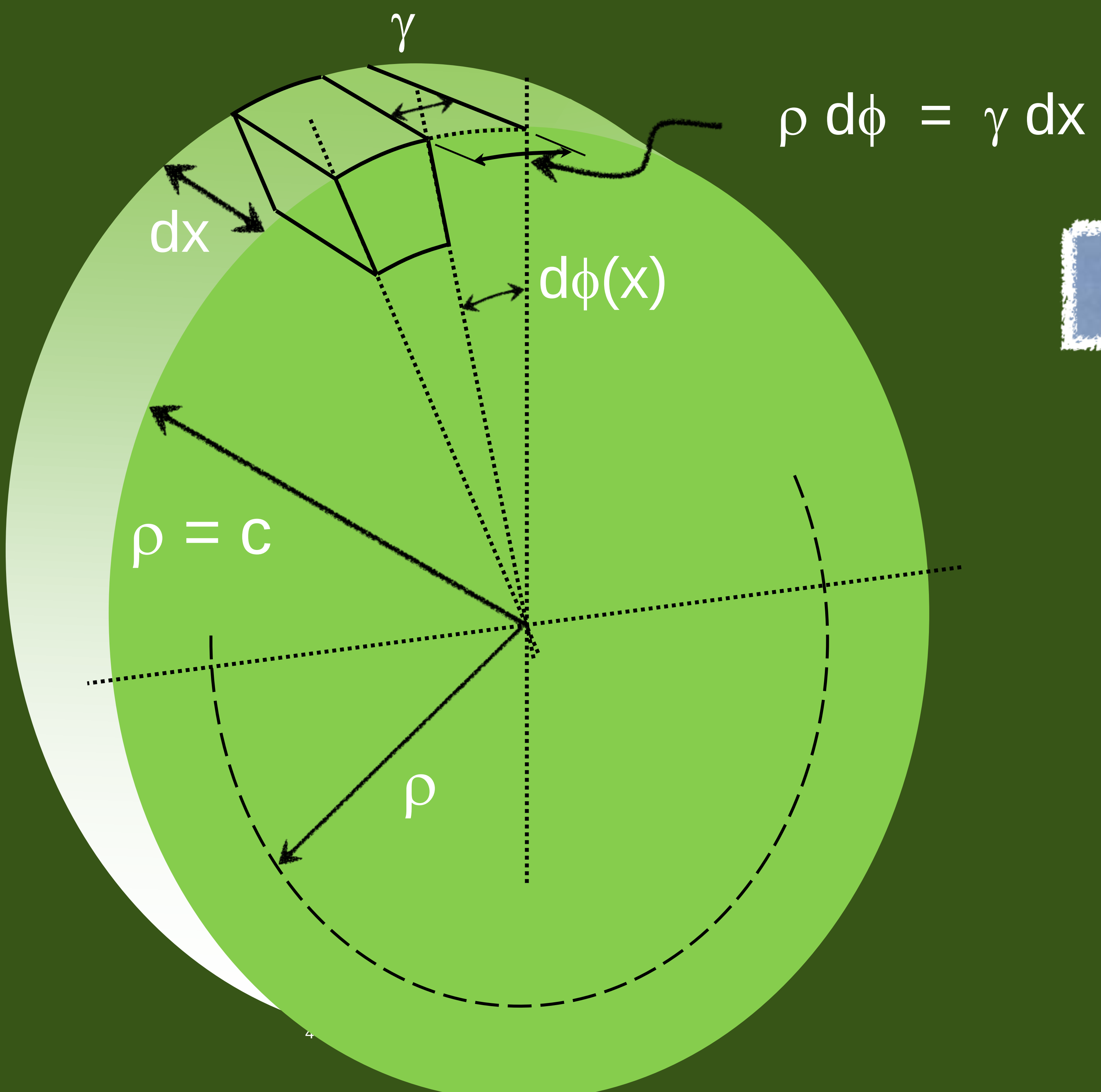
$$\boxed{\gamma = \rho\,(d\phi/dx)}$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

$$\gamma = \rho\,(d\phi/dx)$$

$$\gamma_{max} = c\,(d\phi/dx)$$



$$\boxed{\gamma = \rho\,(d\phi/dx)}$$

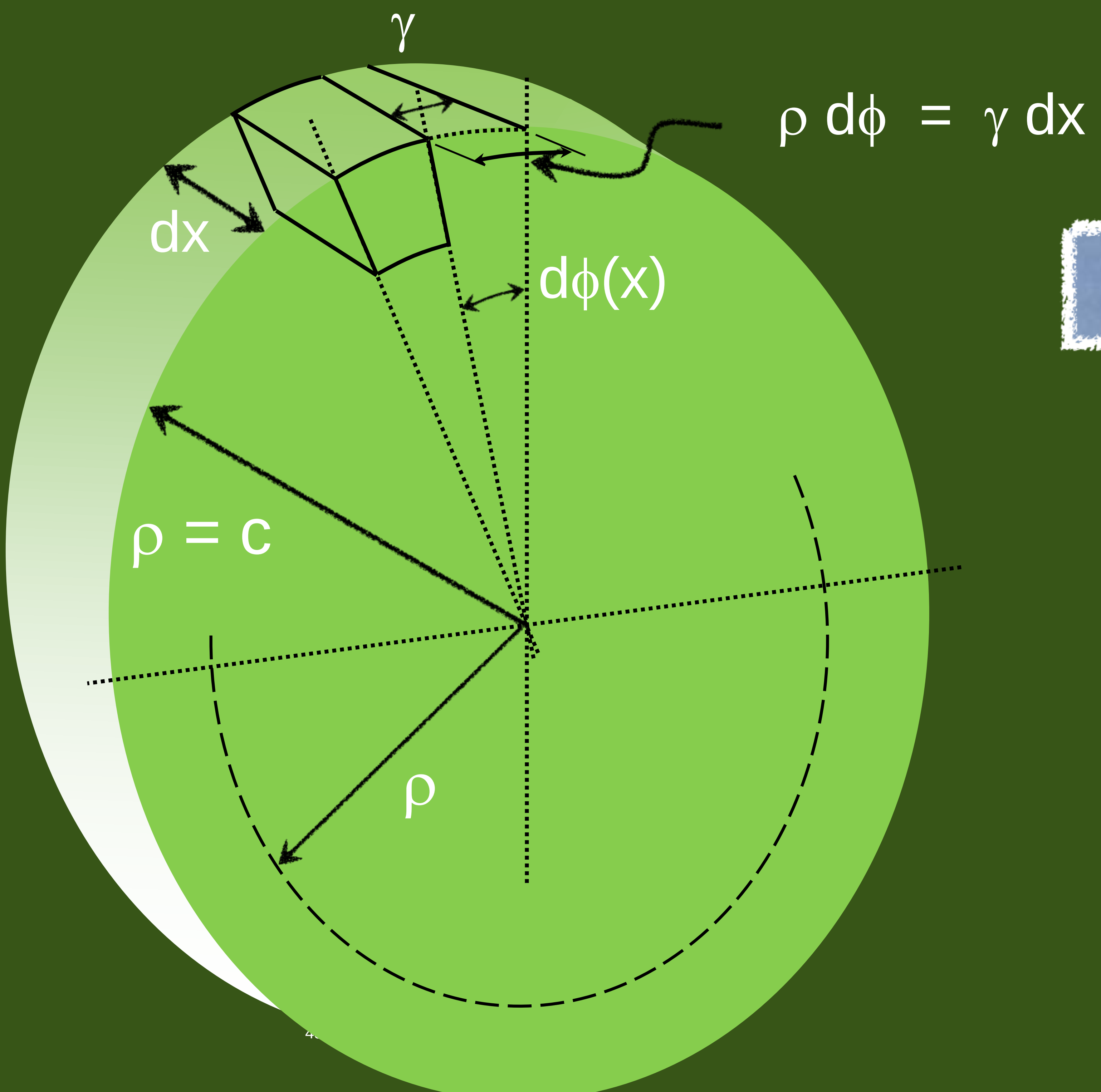
Torção

Deformação de eixos de seção circular

$\gamma = \rho \, (d\phi/dx)$

$\gamma_{max} = c \, (d\phi/dx)$

$\rho = c$

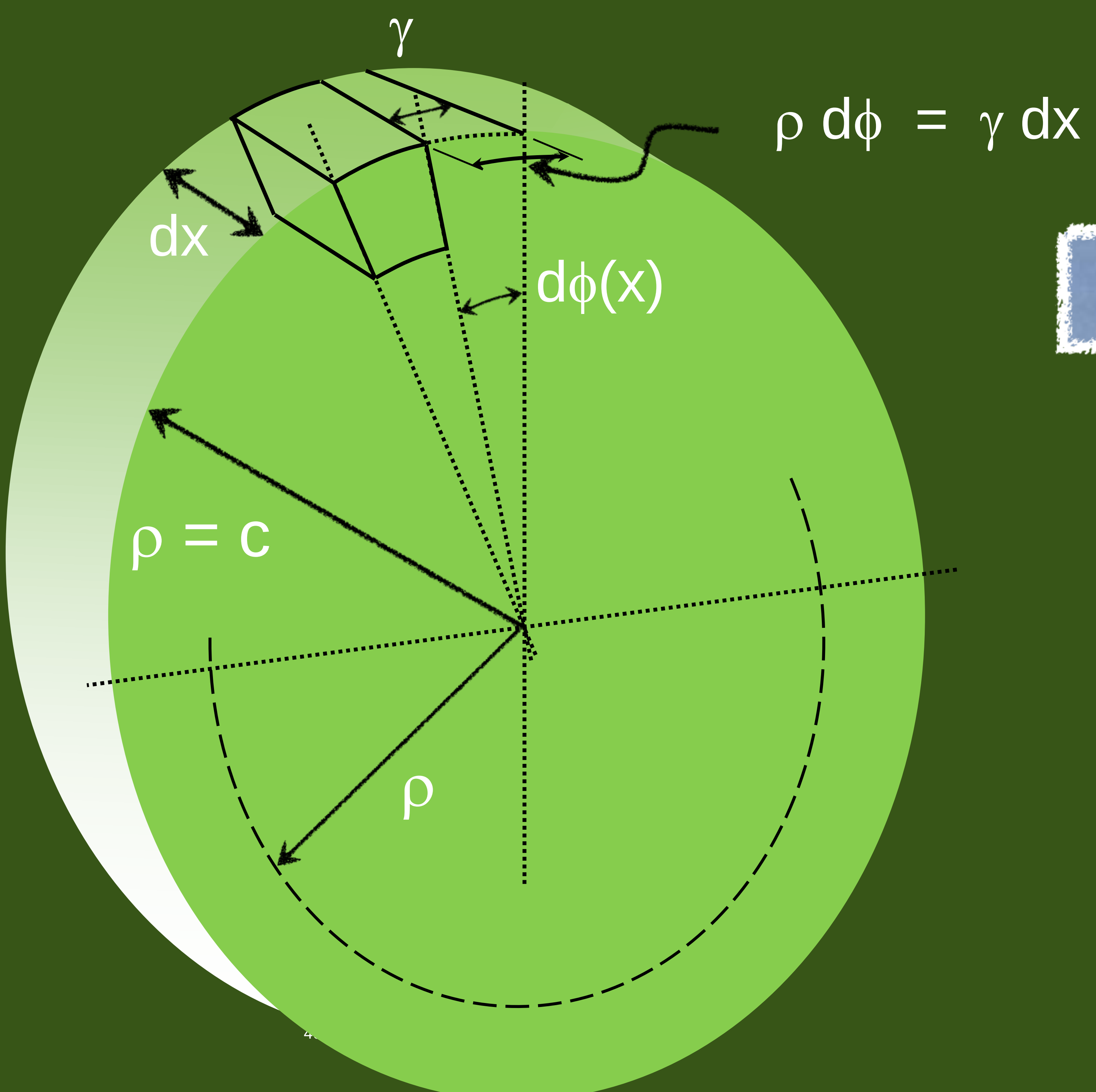


$\boxed{\gamma = \rho \, (d\phi/dx)}$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

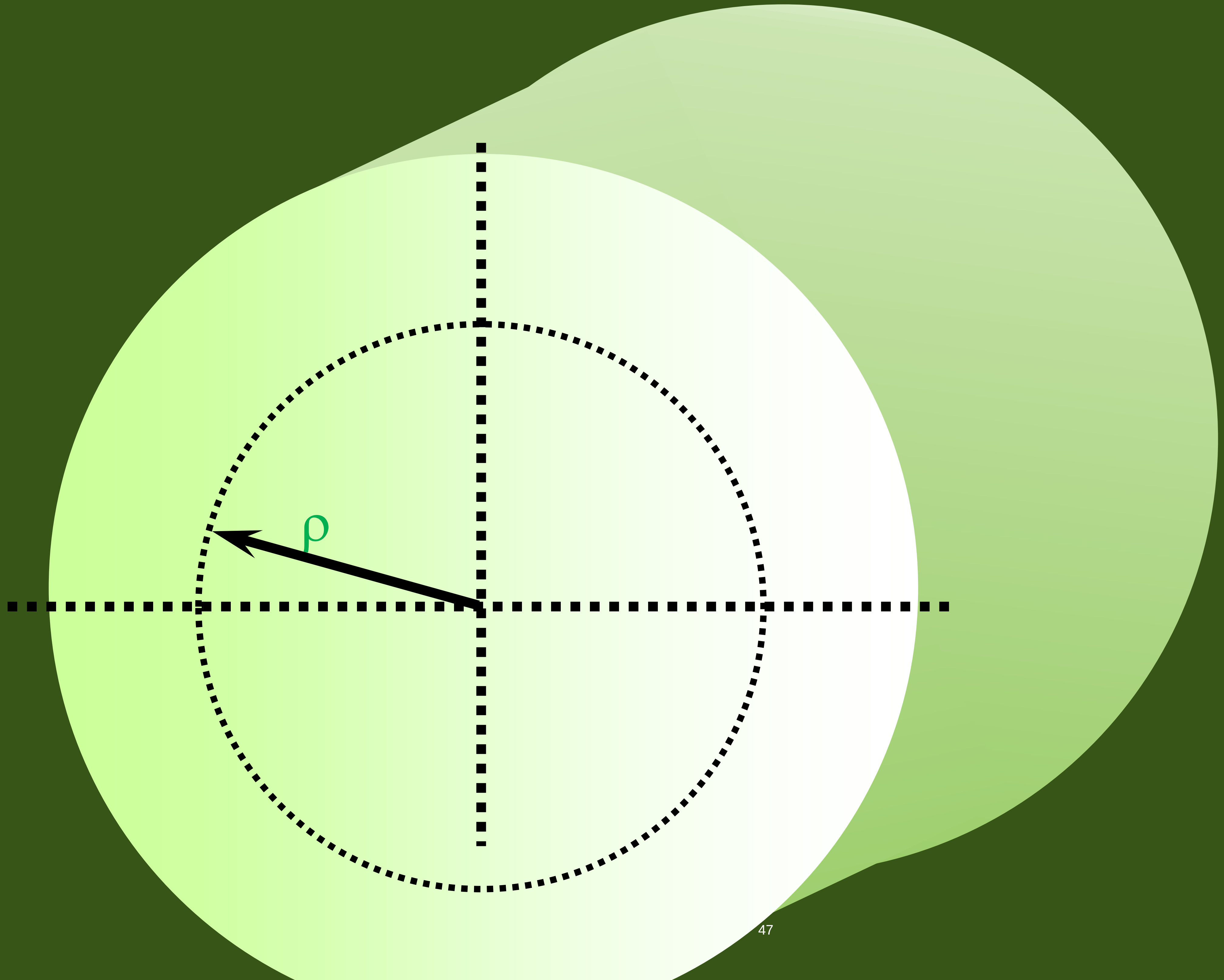
$$\left.\begin{aligned} \gamma &= \rho\,(d\phi/dx) \\ \gamma_{max} &= c\,(d\phi/dx) \end{aligned}\right\} \quad \gamma = (\rho/c)\,\gamma_{max}$$



$$\boxed{\gamma = \rho\,(d\phi/dx)}$$

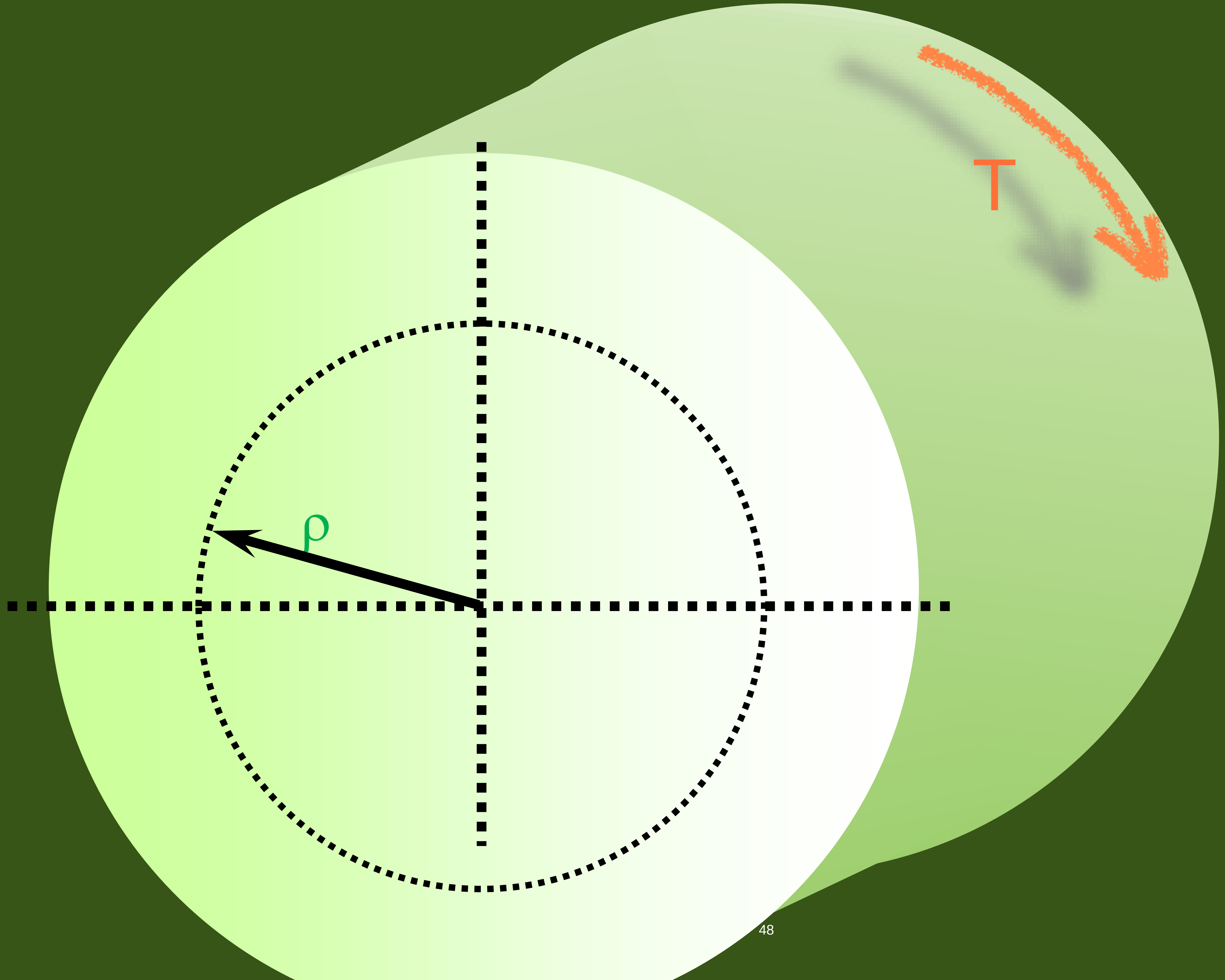
Torção

Deformação de eixos de seção circular



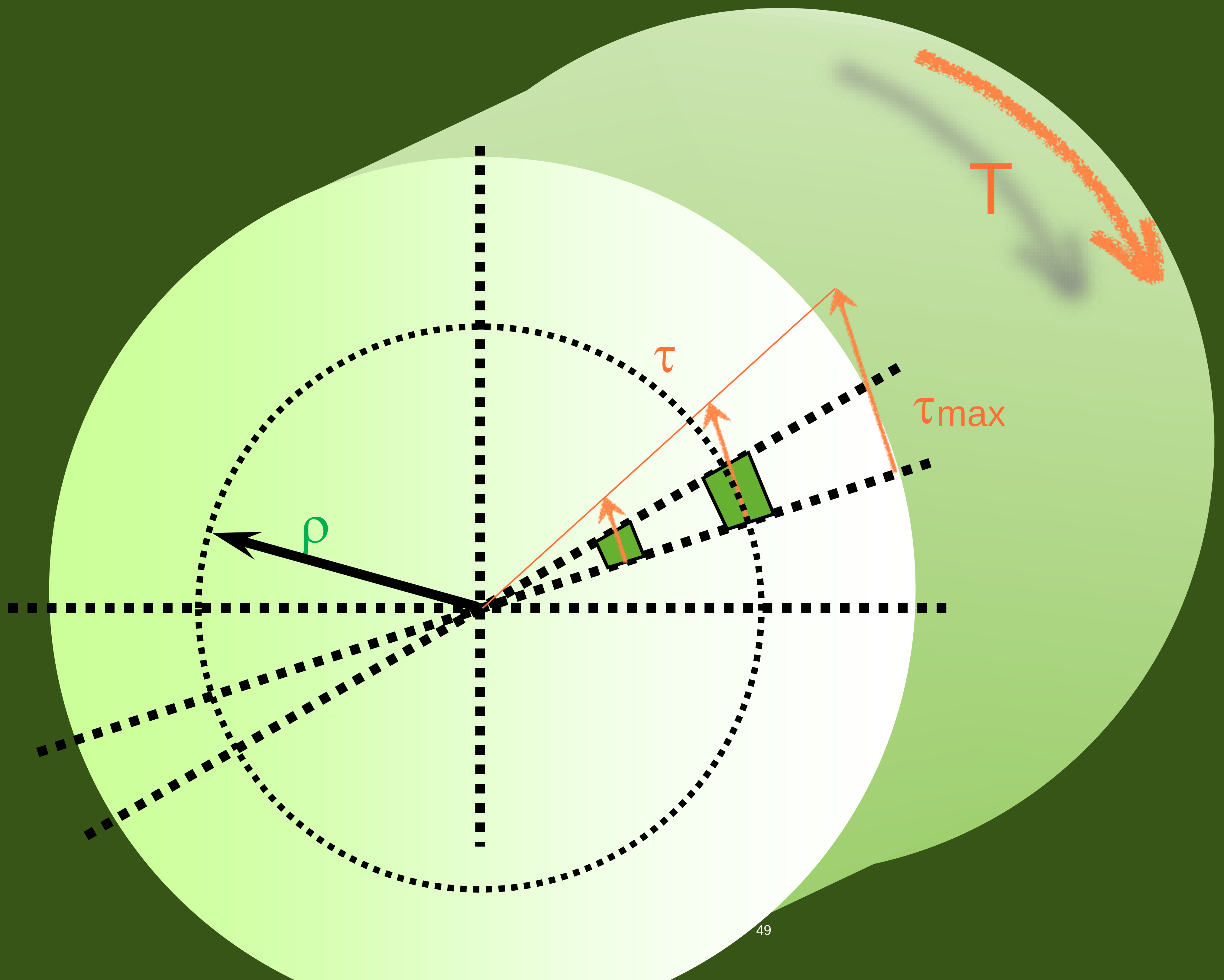
Torção

Deformação de eixos de seção circular



Torção

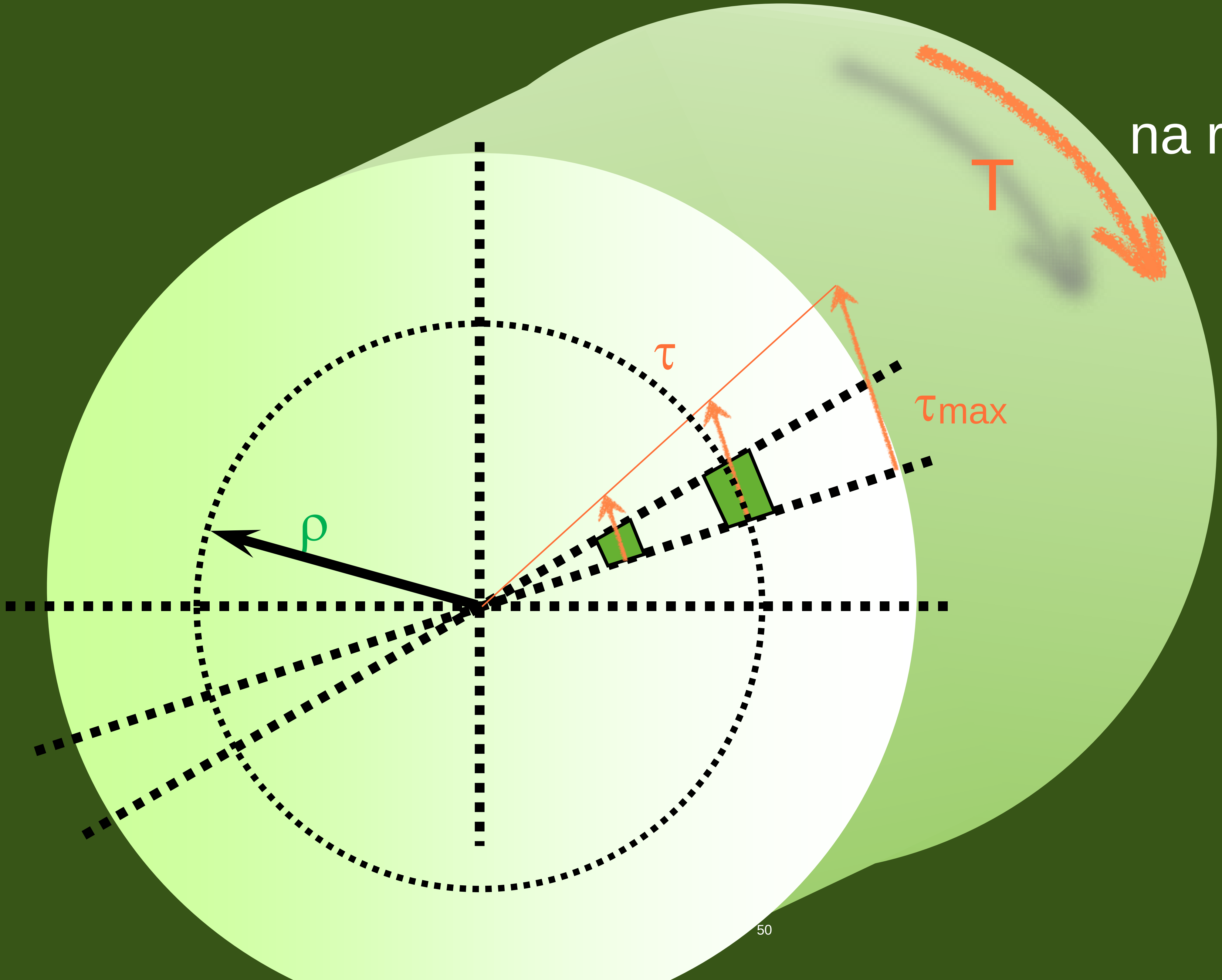
Deformação de eixos de seção circular



Torção

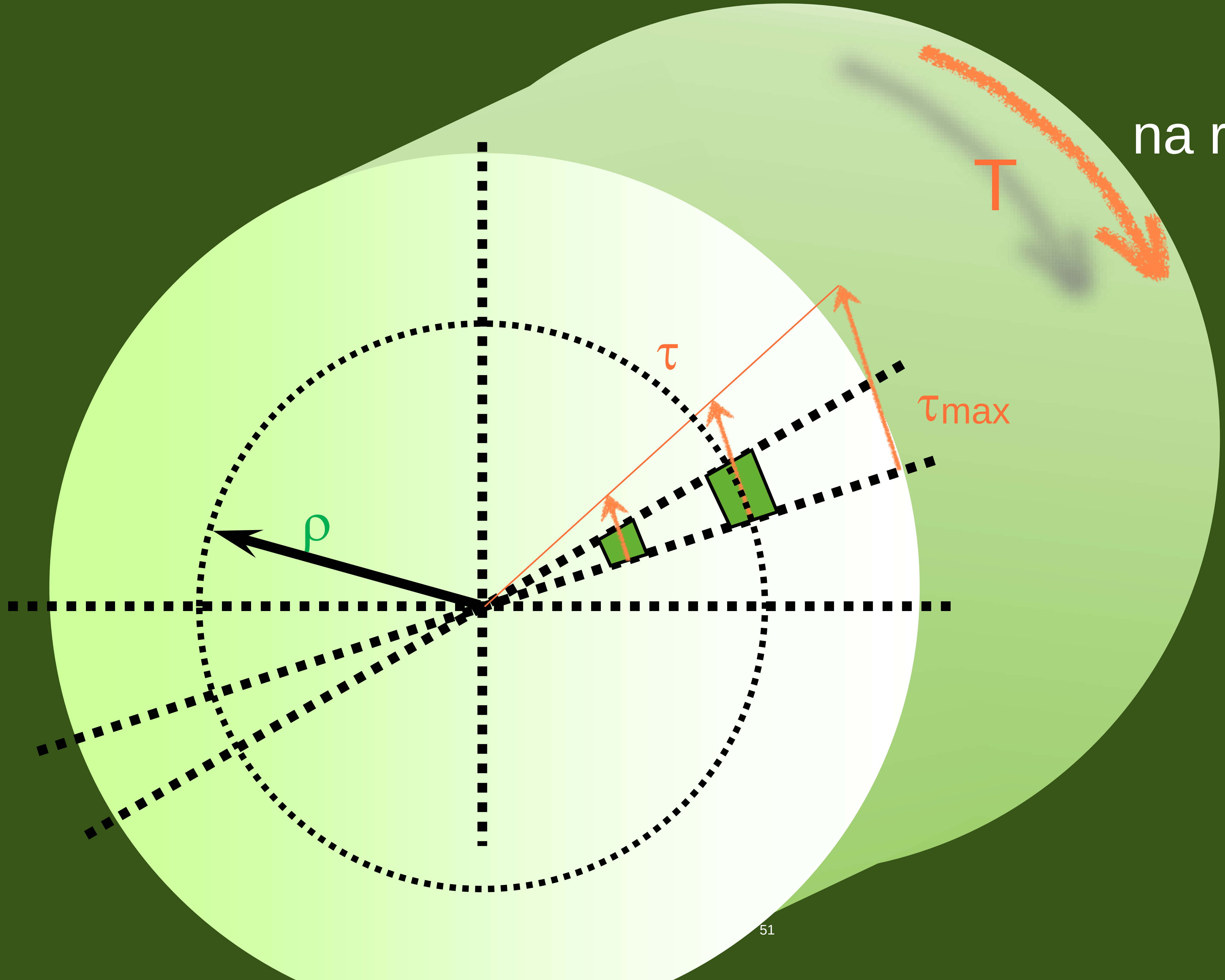
Deformação de eixos de seção circular

na região elástica:



Torção

Deformação de eixos de seção circular

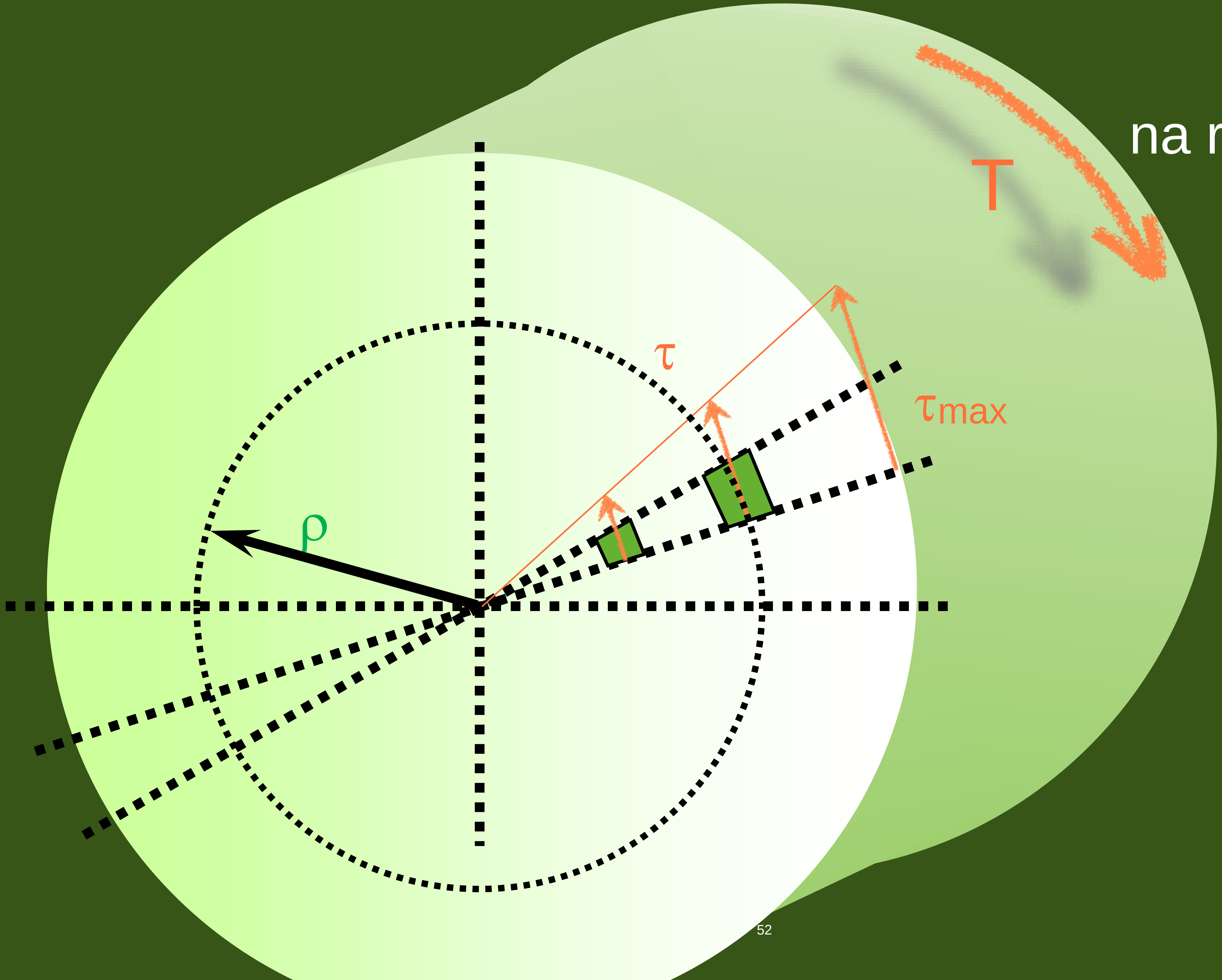


na região elástica:

$$\tau = G\,\gamma$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular



na região elástica:

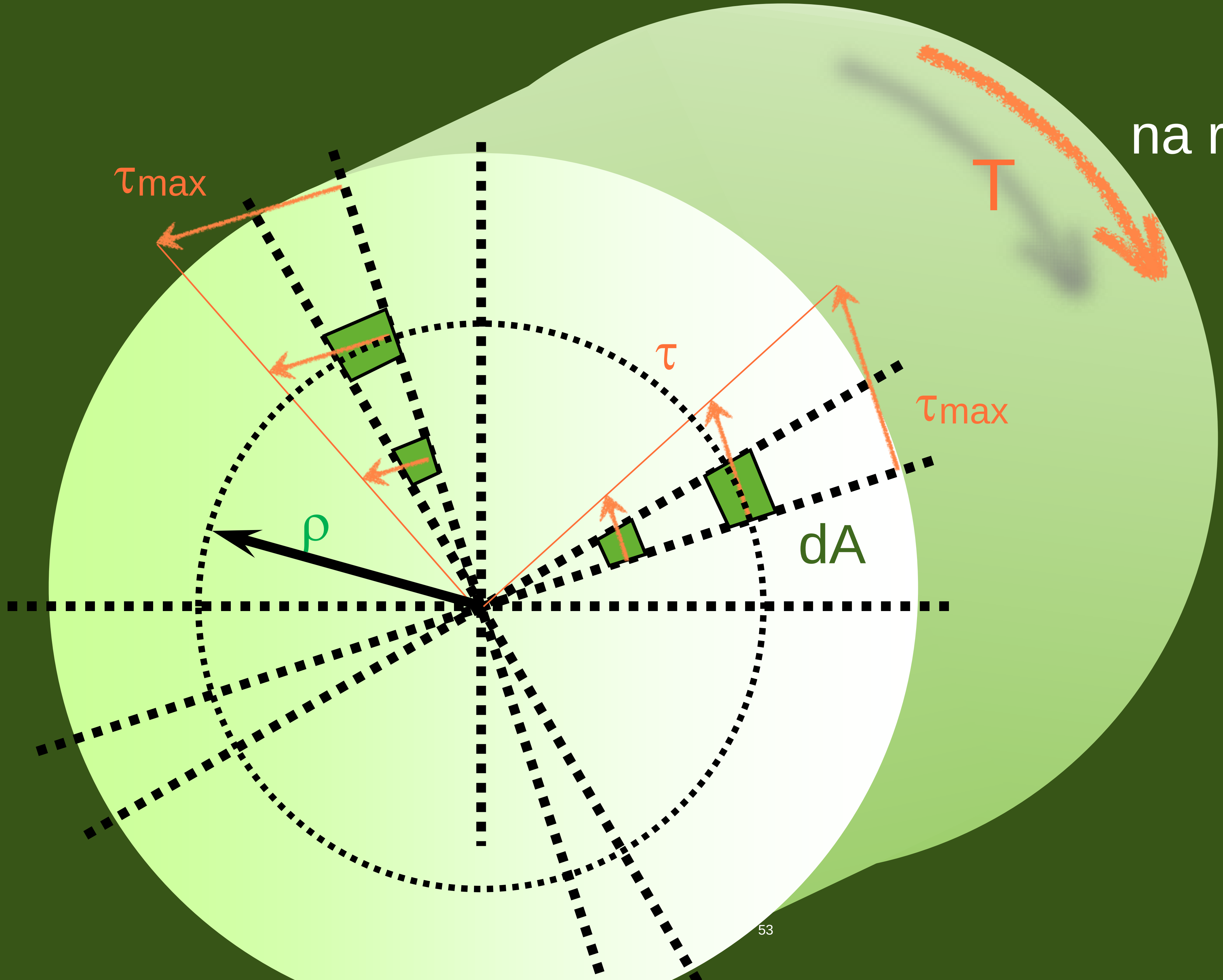
$$\tau = G\,\gamma$$

ou

$$\tau = (\rho/c)\,\tau_{max}$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular



na região elástica:

$$\tau = G\,\gamma$$

ou

$$\tau = (\rho/c)\,\tau_{max}$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

O torque é dado por

Torção

Deformação de eixos de seção circular

O torque é dado por

$$dT = \rho \; \tau \; dA \; .$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

O torque é dado por

$$dT = \rho \, \tau \, dA \, .$$

Logo,

$$T = \int_A \rho \, \tau \, dA$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

O torque é dado por

$$dT = \rho \, \tau \, dA \, .$$

Logo,

$$T = \int_A \rho \, \tau \, dA \quad = \int_A \rho \, (\rho/c) \, \tau_{max} \, dA$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

O torque é dado por

$$dT = \rho \, \tau \, dA \, .$$

Logo,

$$T = \int_A \rho \, \tau \, dA \quad = \int_A \rho \, (\rho/c) \, \tau_{max} \, dA \quad = \; (\tau_{max} /c) \int_A \rho^2 \, dA.$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Mas

$$J = \int_A \rho^2 \, dA.$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Mas

$$J = \int_A \rho^2 \, dA.$$

Momento de inércia polar da seção

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Mas

$$J = \int_A \rho^2 \, dA.$$

Momento de inércia polar da seção

Assim,

$$T = (\tau_{max} / c) \, J$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Mas

$$J = \int_A \rho^2 \, dA.$$

Momento de inércia polar da seção

Assim,

$$T = (\tau_{max} / c) \, J \quad \therefore \quad \tau_{max} = (T \, c / J)$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Mas

$$J = \int_A \rho^2 \, dA.$$

Momento de inércia polar da seção

Assim,

$$T = (\tau_{max} / c)\, J \quad \therefore \quad \boxed{\tau_{max} = (T\, c / J)}$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Ao longo da circunferência de raio ρ

$$\tau_{max} = (T\ \rho\ /\ J).$$

Torção

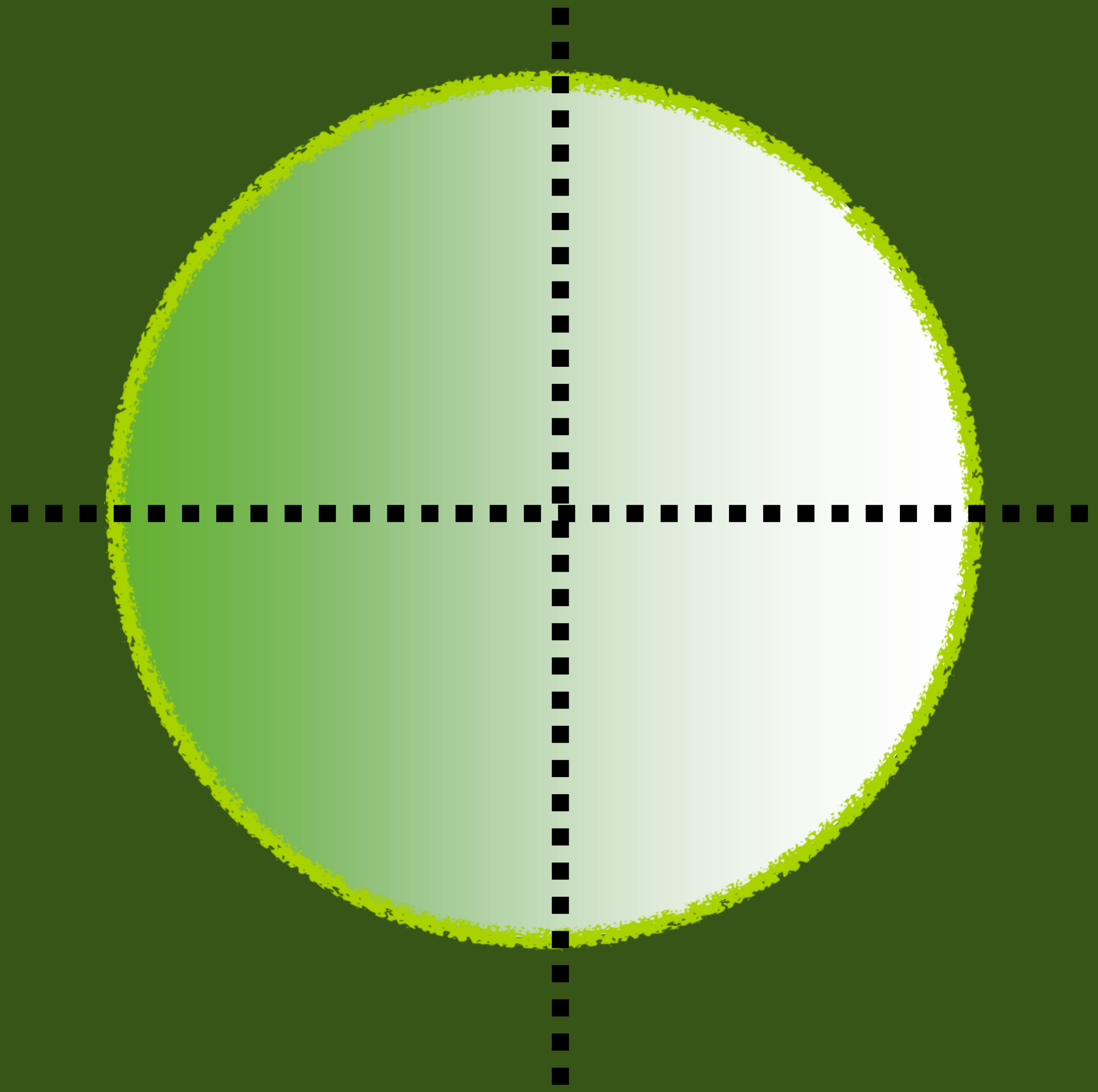
Deformação de eixos de seção circular

A tensão é proporcional ao raio, com coeficiente angular (T/J). Portanto, na seção, ela cresce do valor zero, para $\rho = 0$ (eixo), até o valor τ_{max}, para $\rho = c$.

Torção

Deformação de eixos de seção circular

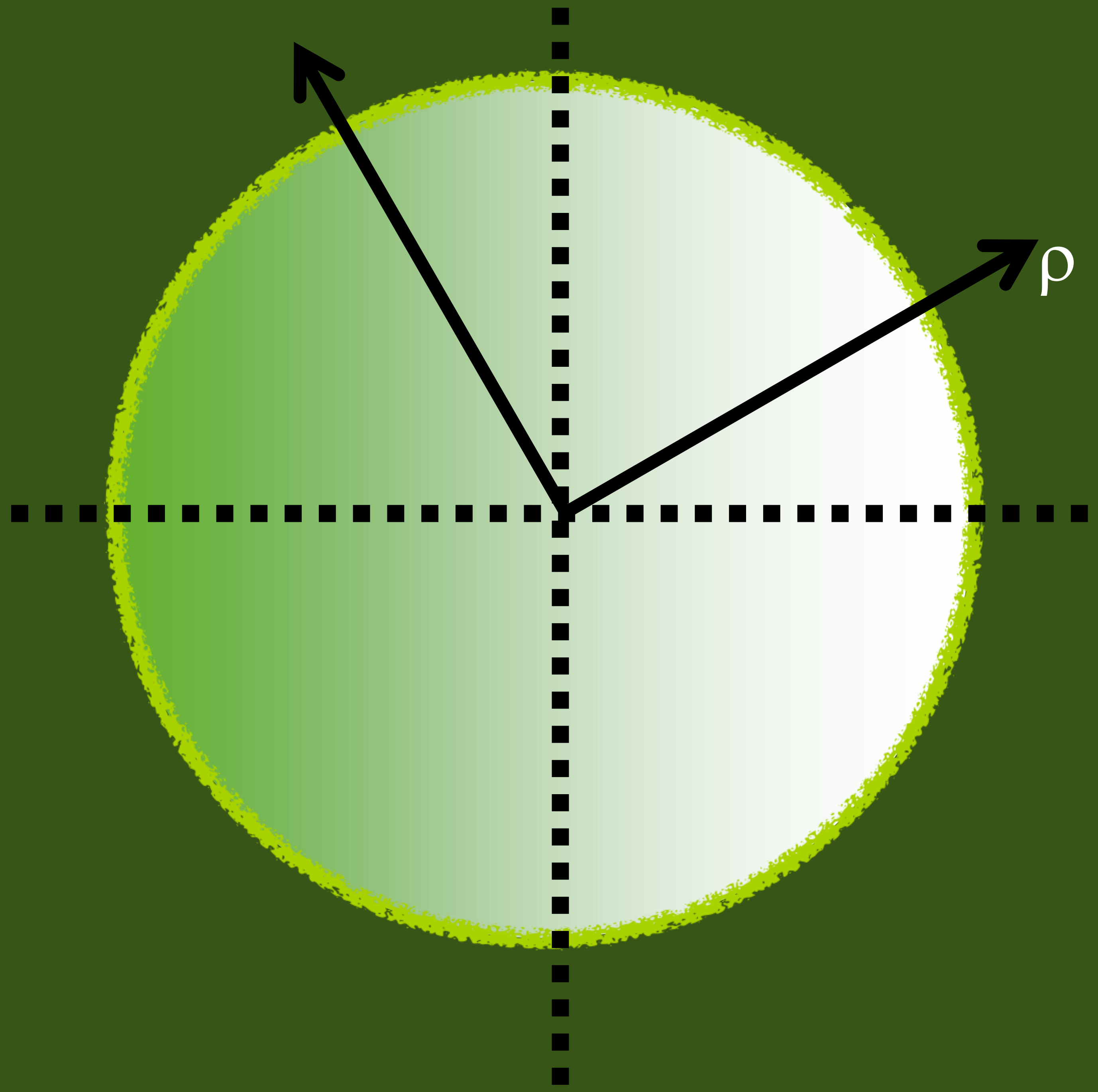
A tensão é proporcional ao raio, com coeficiente angular (T/J). Portanto, na seção, ela cresce do valor zero, para $\rho = 0$ (eixo), até o valor τ_{max}, para $\rho = c$.



Torção

Deformação de eixos de seção circular

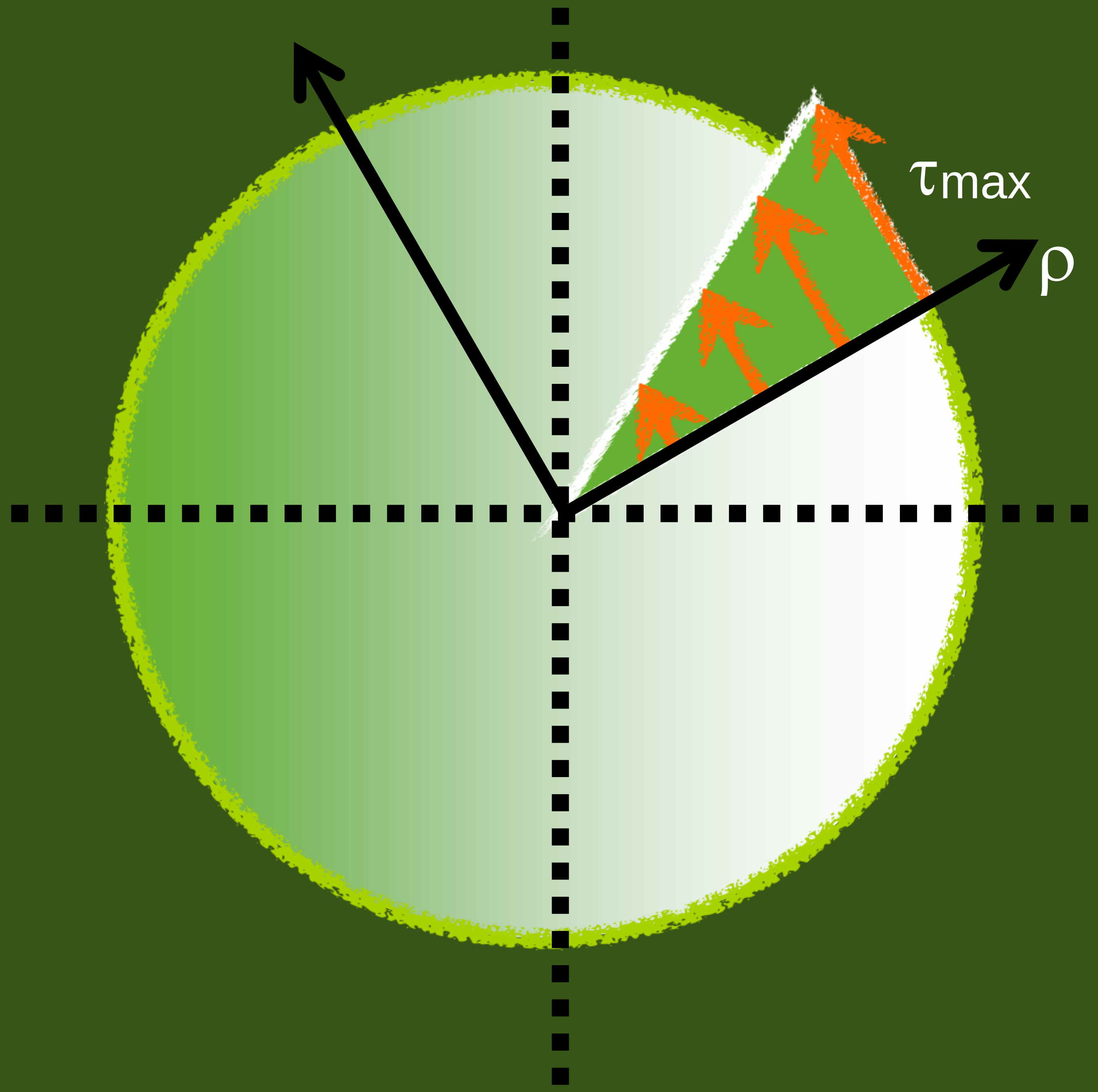
A tensão é proporcional ao raio, com coeficiente angular (T/J). Portanto, na seção, ela cresce do valor zero, para $\rho = 0$ (eixo), até o valor τ_{max}, para $\rho = c$.



Torção

Deformação de eixos de seção circular

A tensão é proporcional ao raio, com coeficiente angular (T/J). Portanto, na seção, ela cresce do valor zero, para $\rho = 0$ (eixo), até o valor τ_{max}, para $\rho = c$.

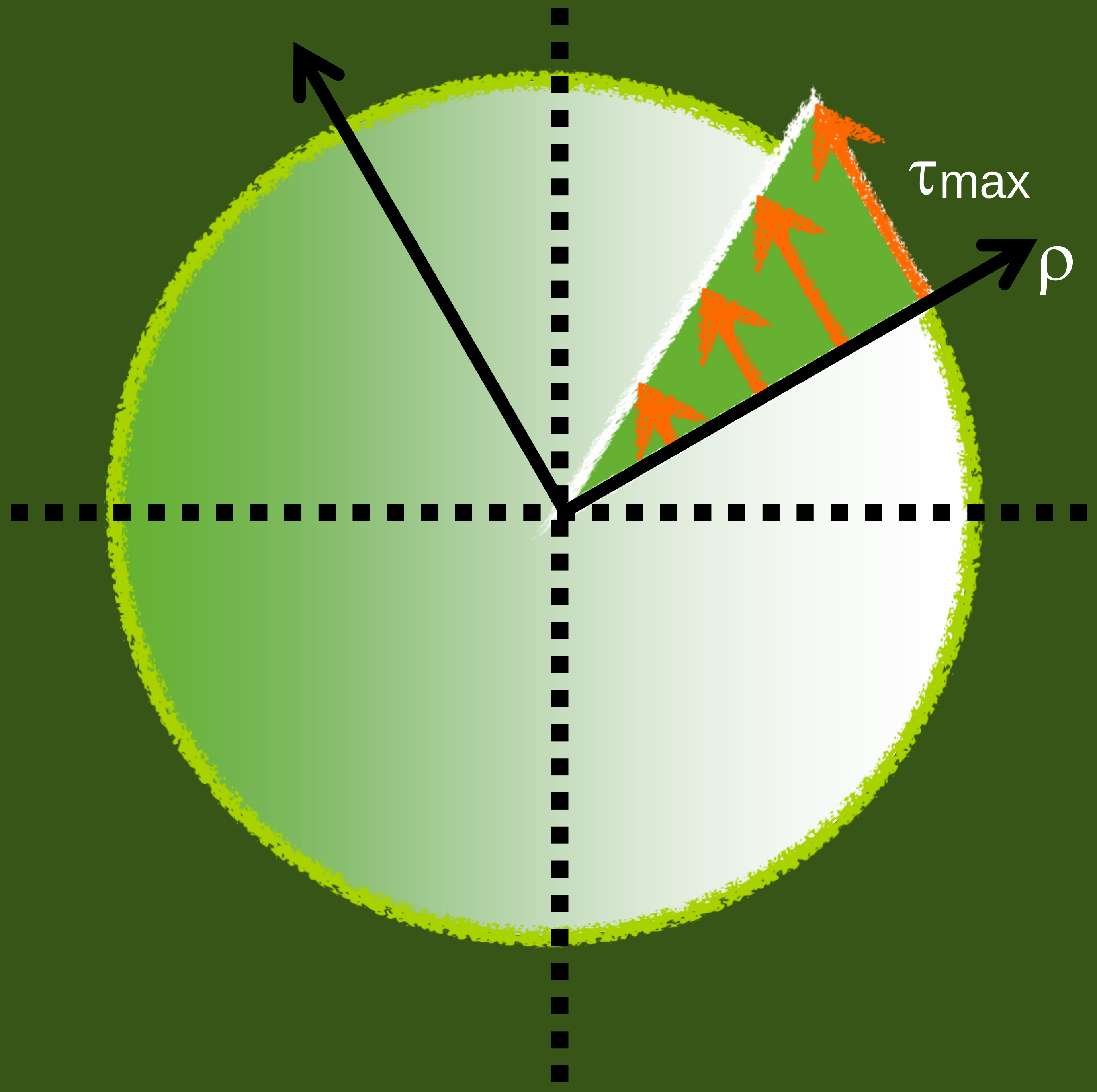


Torção

Deformação de eixos de seção circular

A tensão é proporcional ao raio, com coeficiente angular (T/J). Portanto, na seção, ela cresce do valor zero, para $\rho = 0$ (eixo), até o valor τ_{max}, para $\rho = c$.

$$\tau = (T/J)\,\rho.$$



Torção

Deformação de eixos de seção circular

Momento de Inércia Polar (J)

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Momento de Inércia Polar (J)

Seção	J

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Momento de Inércia Polar (J)

Seção	J
 D	

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Momento de Inércia Polar (J)

Seção	J
 D	$\pi D^4/32$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Momento de Inércia Polar (J)

Seção	J
 D	$\pi D^4/32$
 d D	

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Momento de Inércia Polar (J)

Seção	J
 D	$\pi\, D^4/32$
 d D	$\pi\, (D^4 - d^4)/32$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Momento de Inércia Polar (J)

Seção	J
 D	$\pi\, D^4/32$
 d D	$\pi\, (D^4 - d^4)/32$

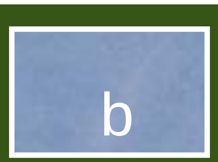
Seção	J

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Momento de Inércia Polar (J)

Seção	J
 D	$\pi\ D^4/32$
 d D	$\pi\ (D^4 - d^4)/32$

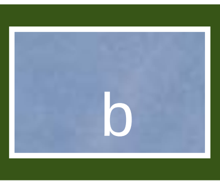
Seção	J
 b h	

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Momento de Inércia Polar (J)

Seção	J
 D	$\pi\ D^4/32$
 d D	$\pi\ (D^4 - d^4)/32$

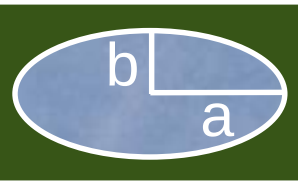
Seção	J
 b h	$(bh/3)\ (b^2 + h^2)$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Momento de Inércia Polar (J)

Seção	J
	$\pi\, D^4/32$
	$\pi\, (D^4 - d^4)/32$

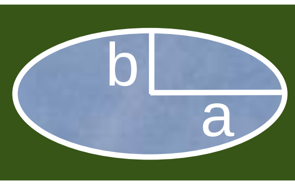
Seção	J
	$(bh/3)\,(b^2 + h^2)$
	

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Momento de Inércia Polar (J)

Seção	J
	$\pi\ D^4/32$
	$\pi\ (D^4 - d^4)/32$

Seção	J
	$(bh/3)\ (b^2 + h^2)$
	$(\pi/4)\ ab\ (a^2 + b^2)$

Torção

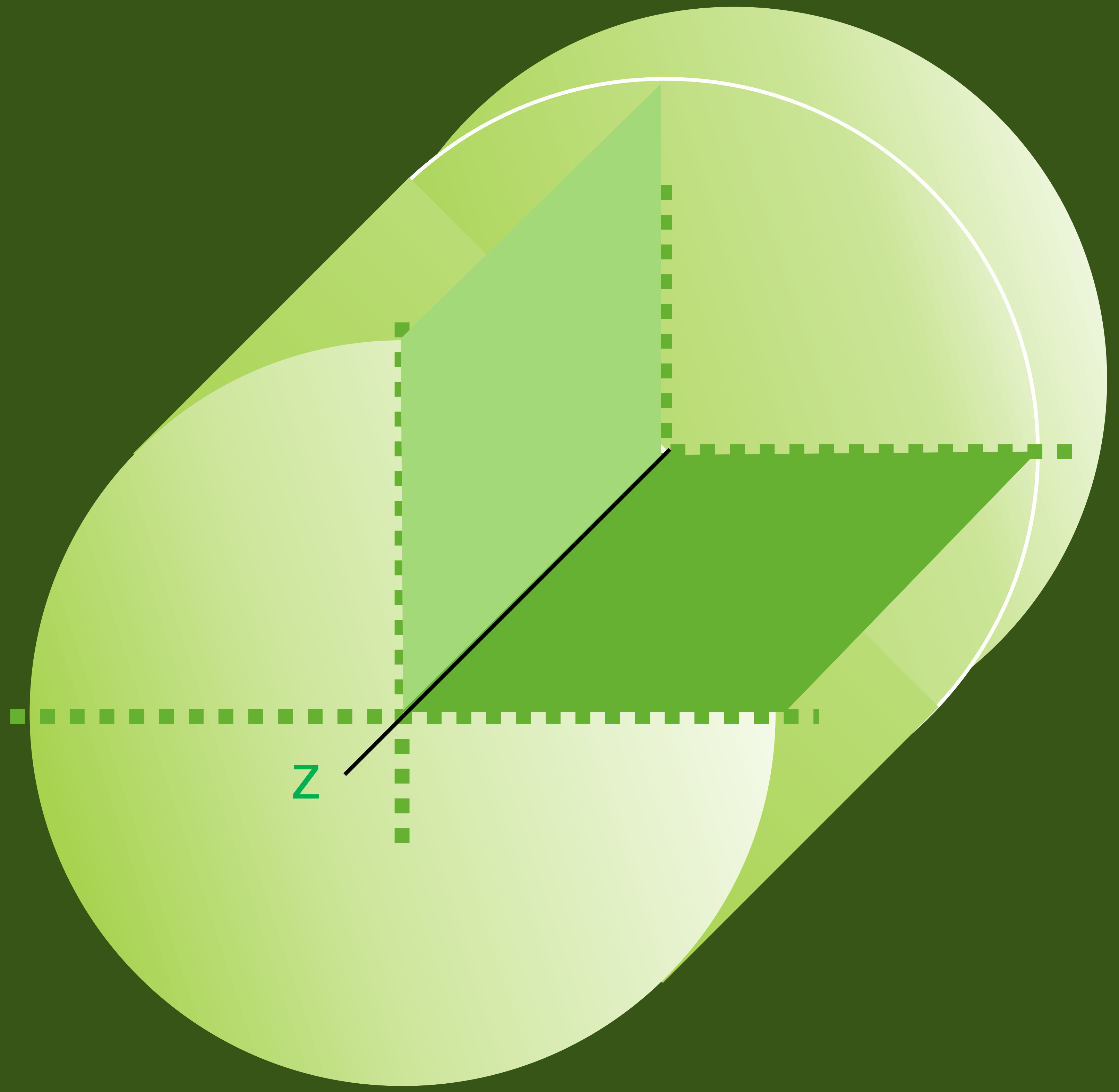
Deformação de eixos de seção circular

Tensão em um ponto do eixo

Torção

Deformação de eixos de seção circular

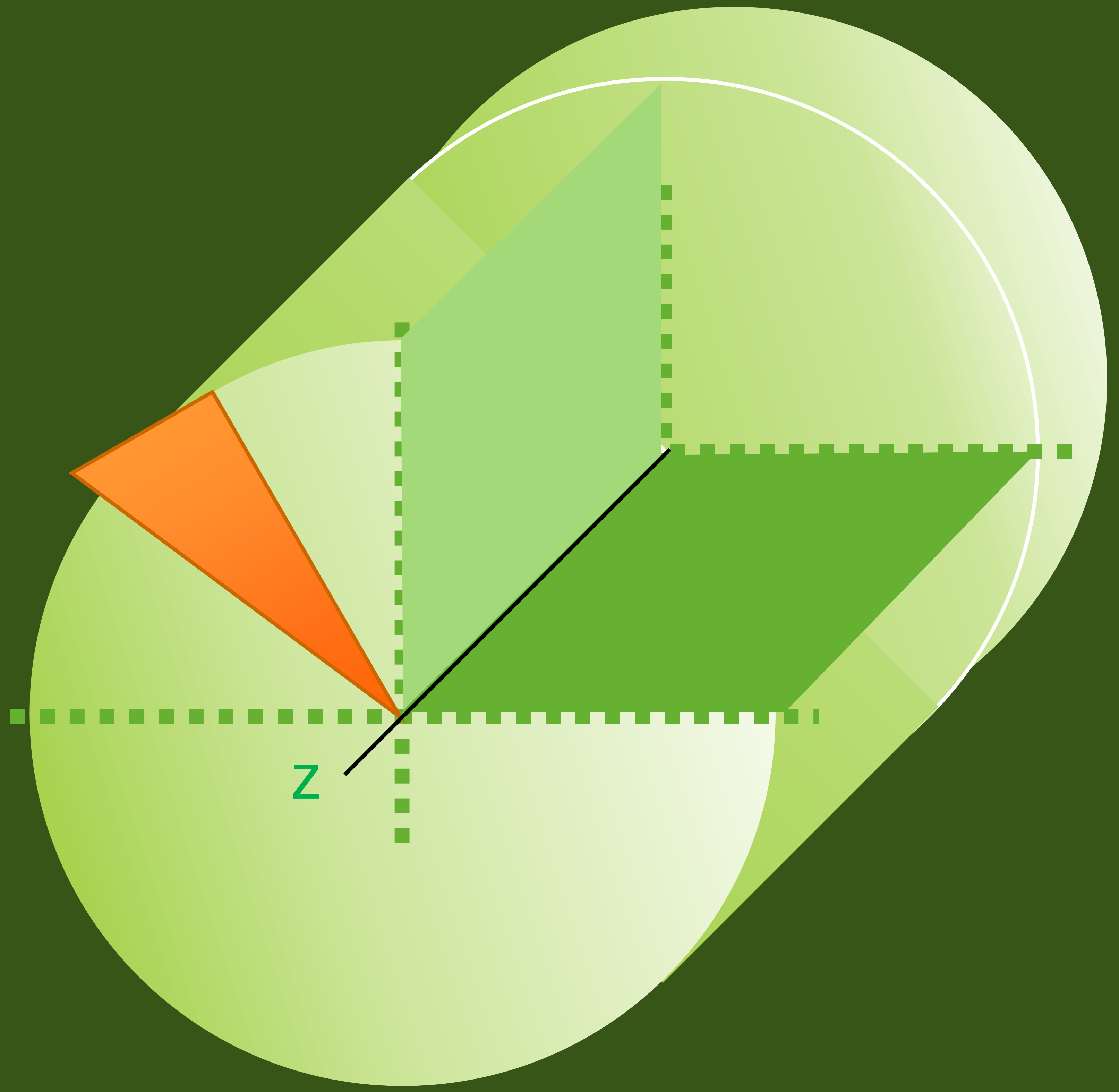
Tensão em um ponto do eixo



Torção

Deformação de eixos de seção circular

Tensão em um ponto do eixo

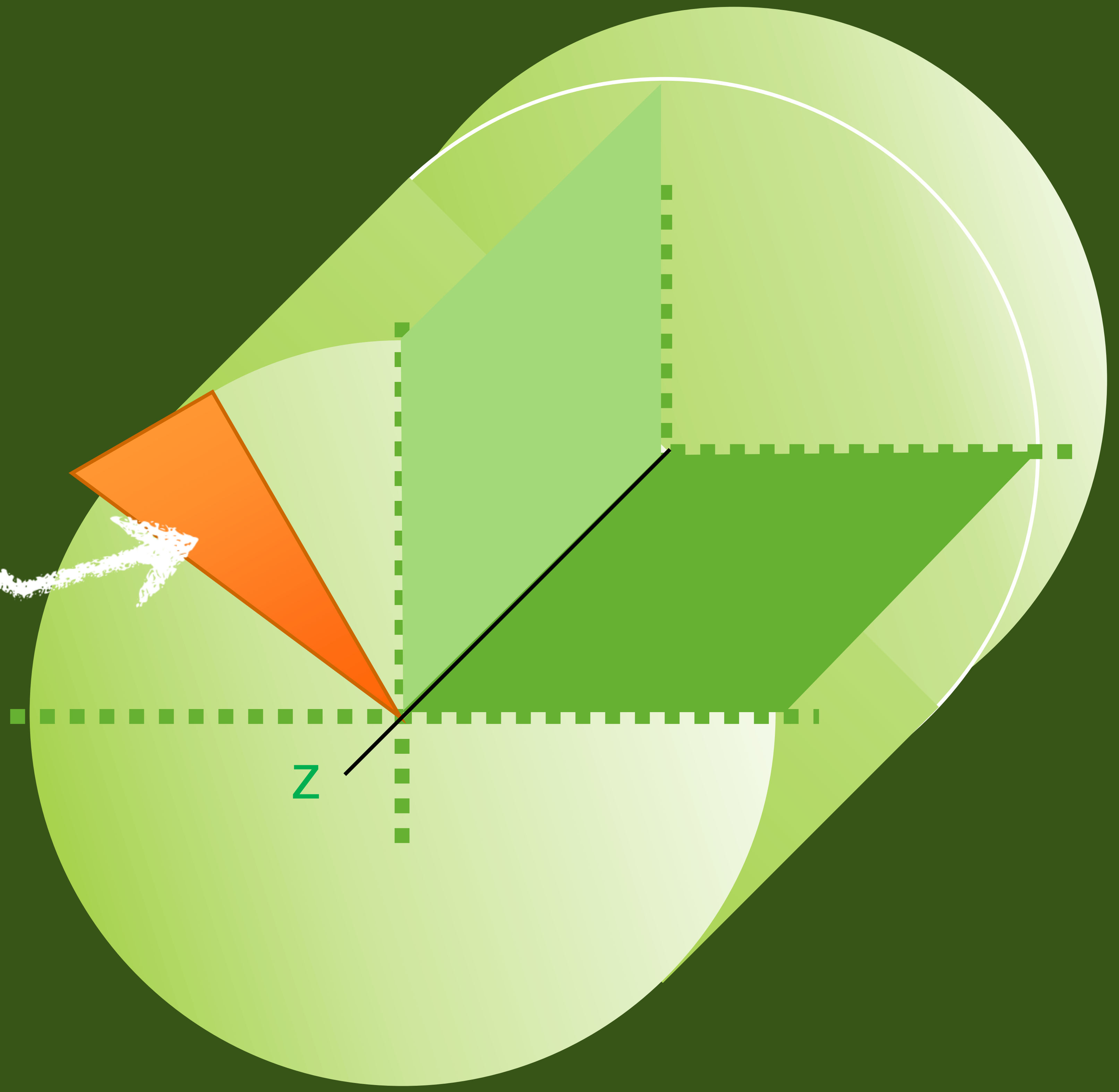


Torção

Deformação de eixos de seção circular

Tensão em um ponto do eixo

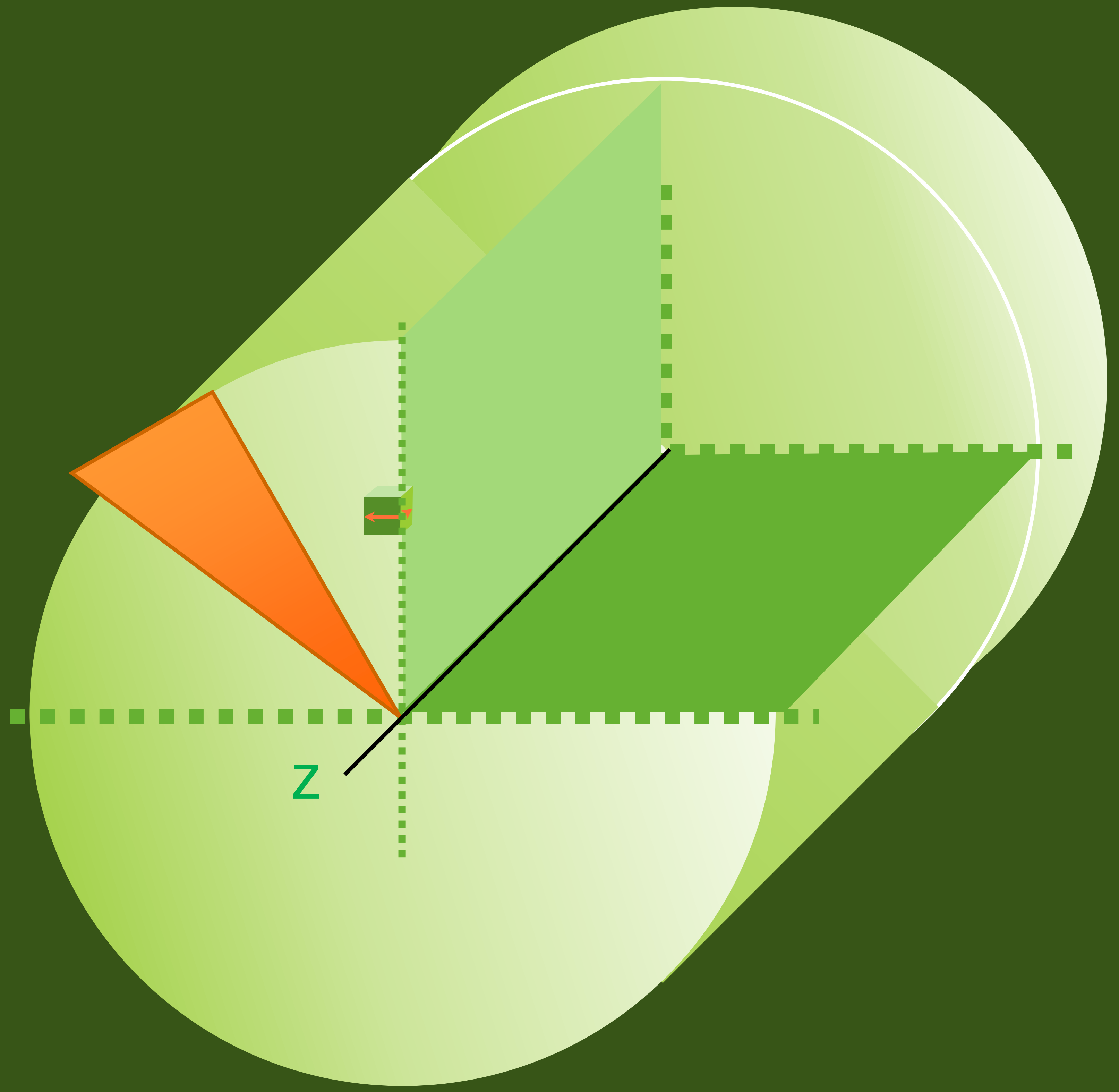
distribuição da tensão de cisalhamento



Torção

Deformação de eixos de seção circular

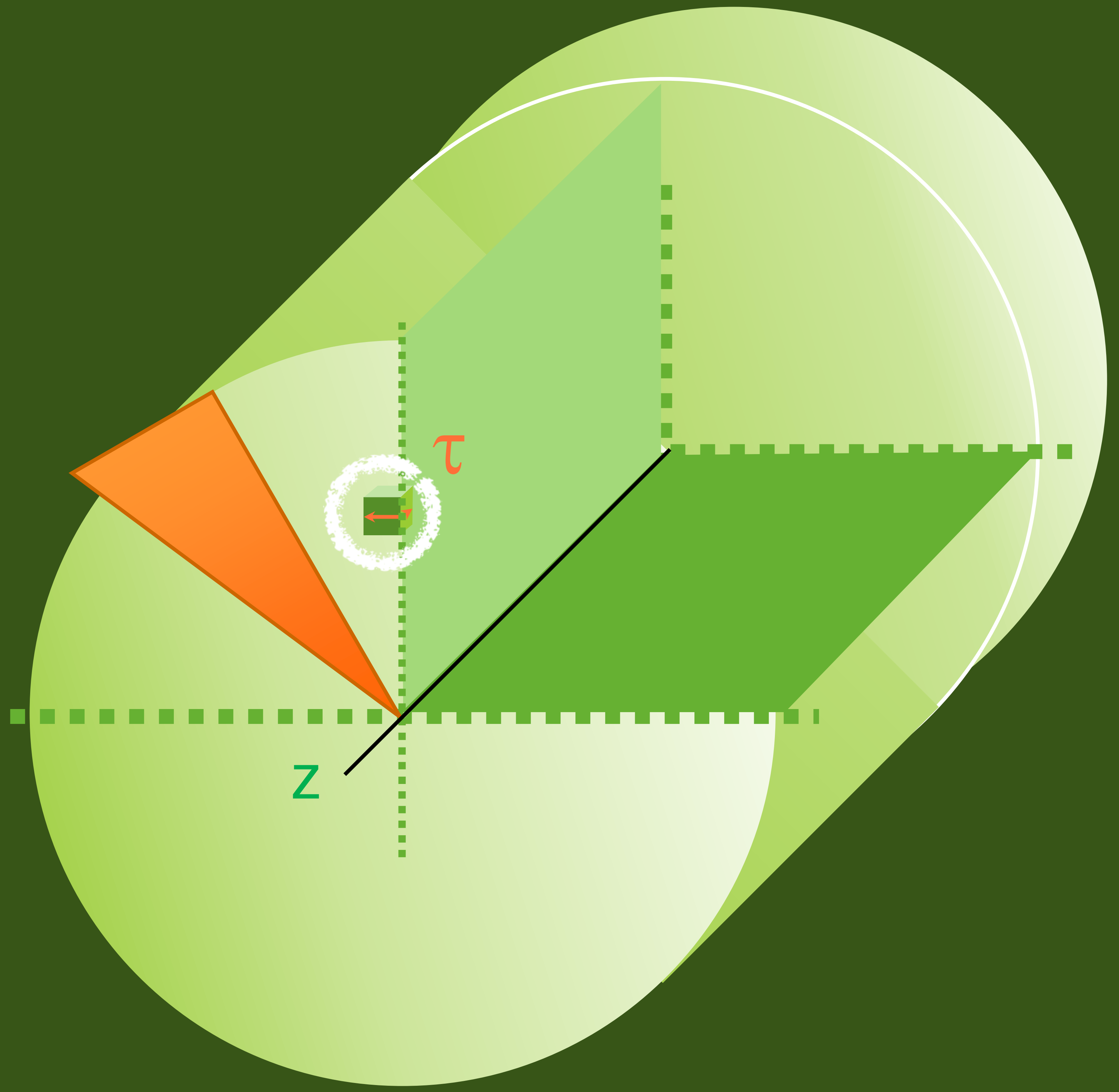
Tensão em um ponto do eixo



Torção

Deformação de eixos de seção circular

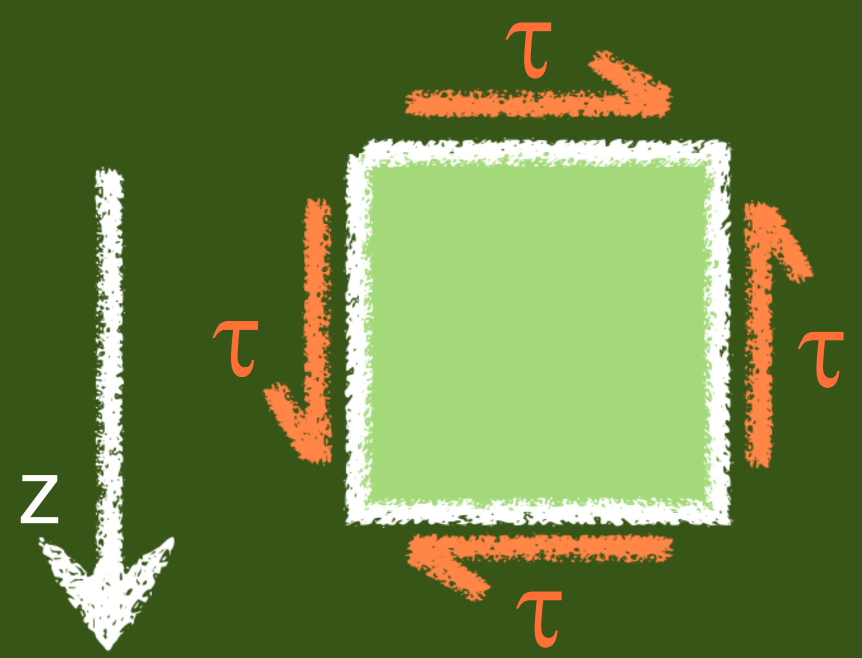
Tensão em um ponto do eixo

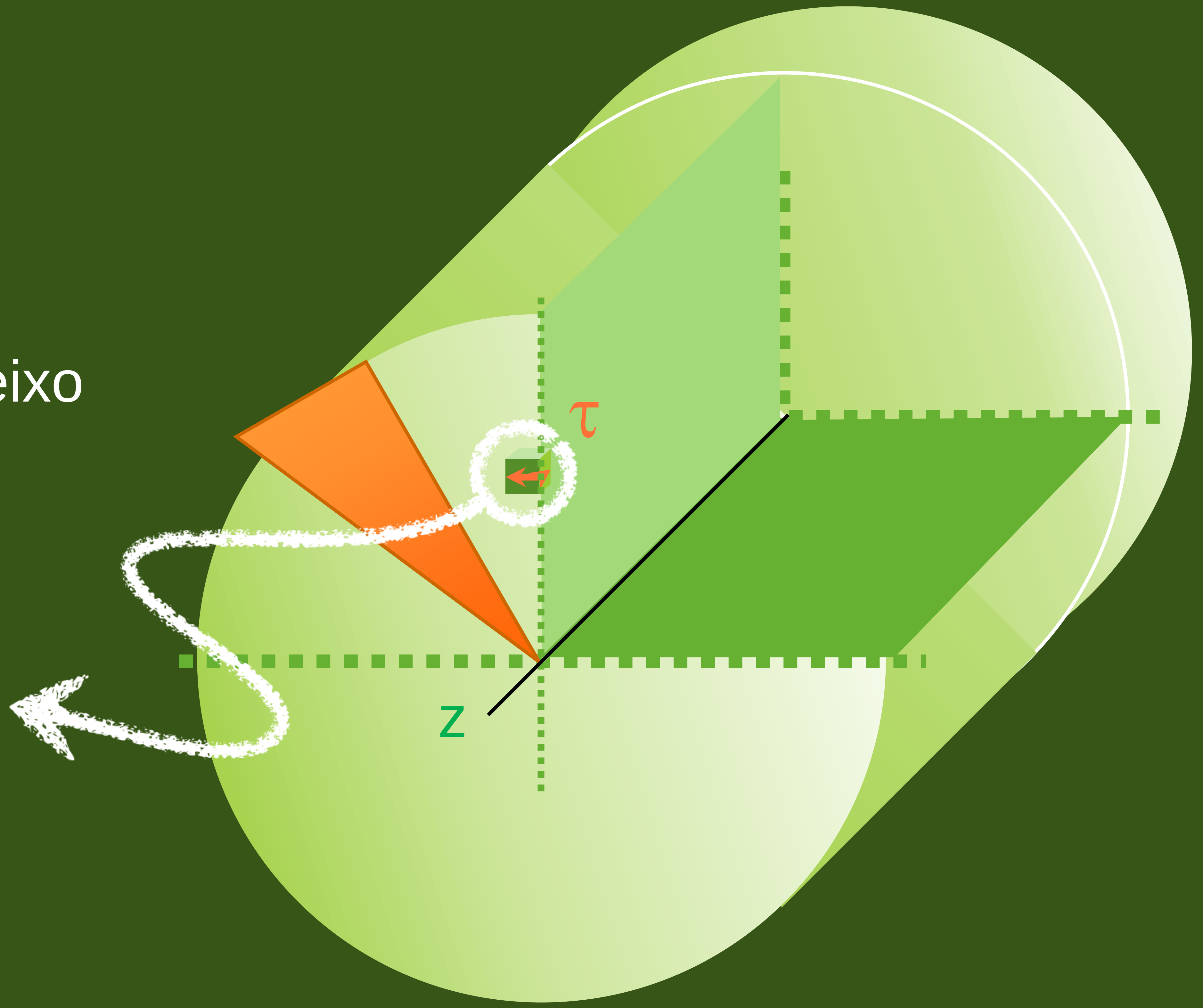


Torção

Deformação de eixos de seção circular

Tensão em um ponto do eixo

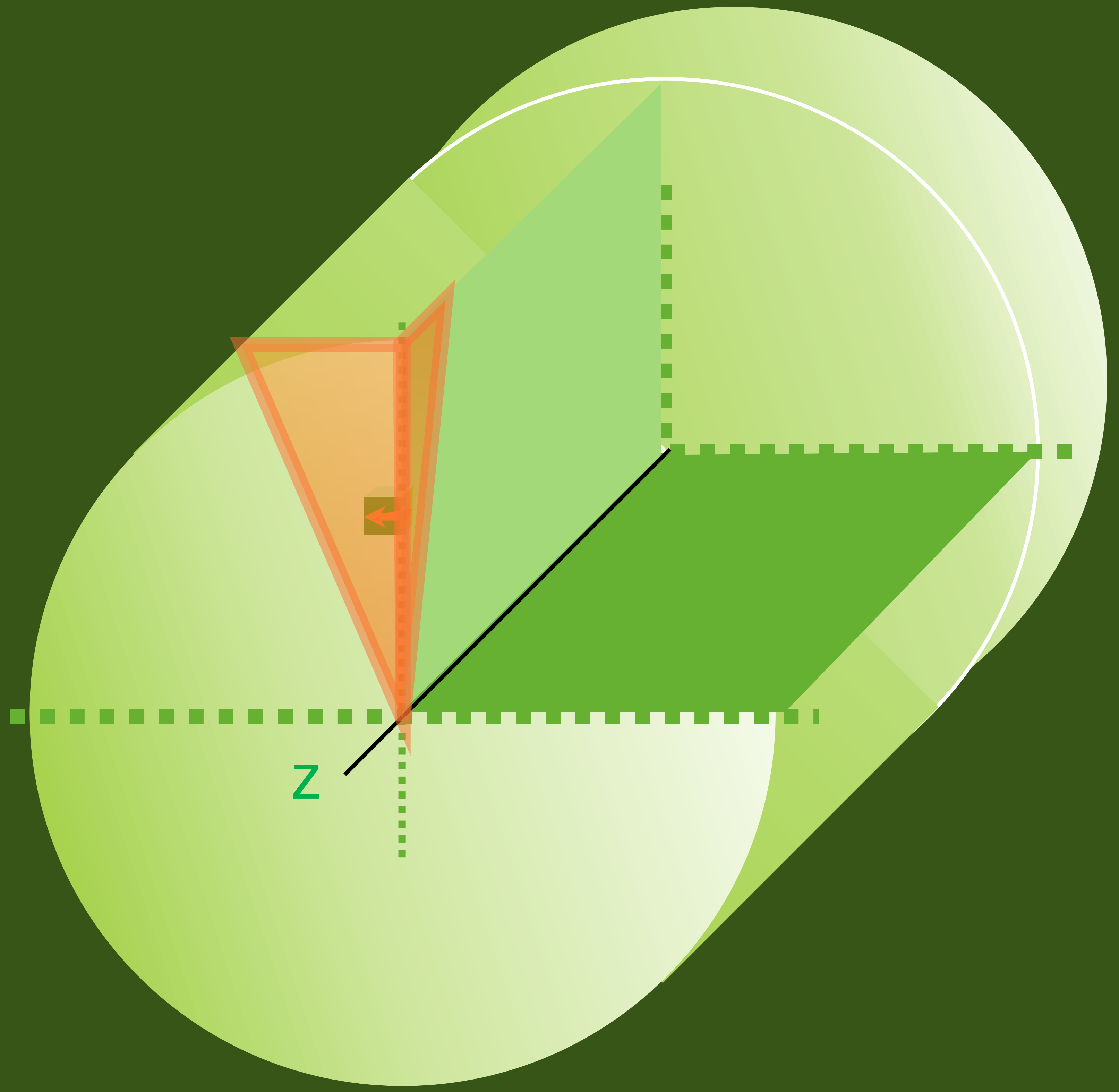




Torção

Deformação de eixos de seção circular

Tensão em um ponto do eixo

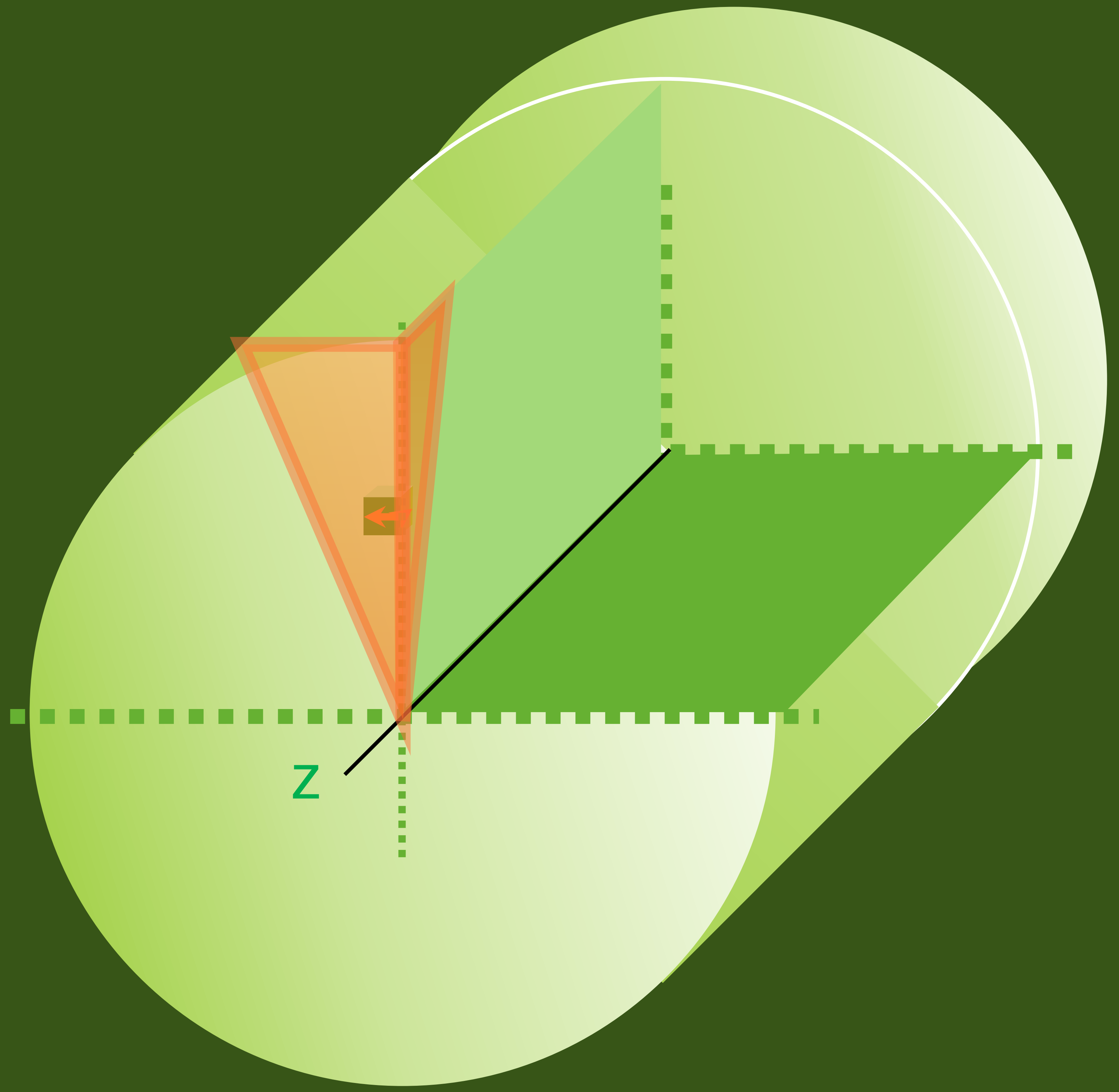


Torção

Deformação de eixos de seção circular

Tensão em um ponto do eixo

A tensão de cisalhamento atuando na seção da peça induz uma tensão de cisalhamento no plano axial do eixo.



Torção

Deformação de eixos de seção circular

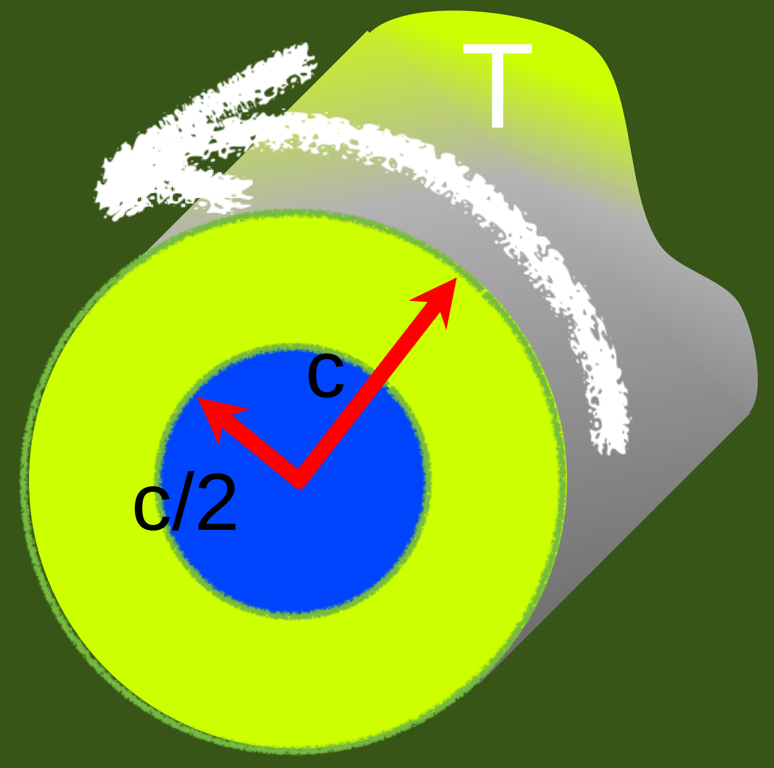
Exemplo

Torção

Deformação de eixos de seção circular

Exemplo

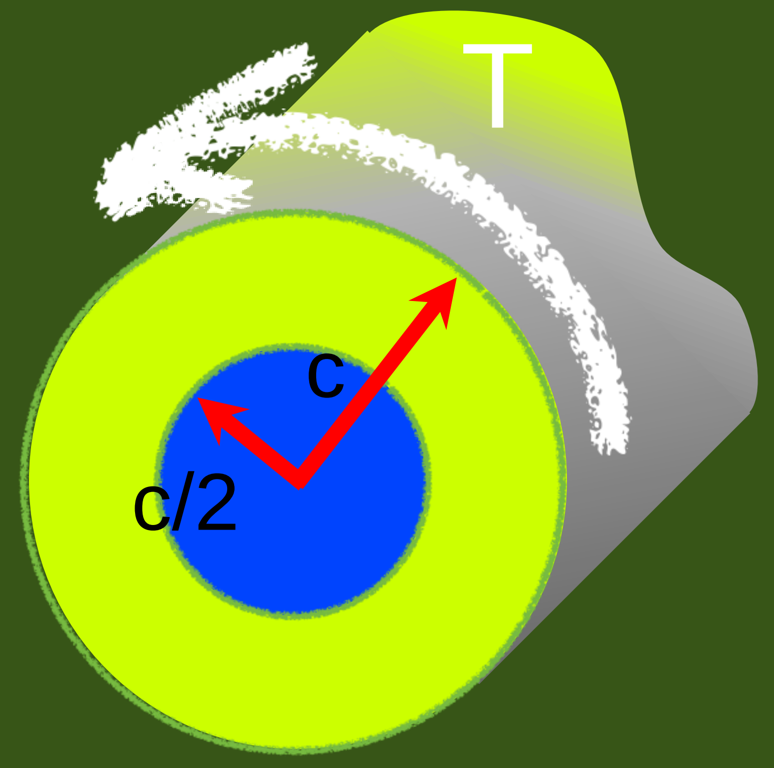
Determinar a fração do torque que é resistida pela região do eixo da figura compreendida entre $\rho = c/2$ e $\rho = c$.



Torção

Deformação de eixos de seção circular

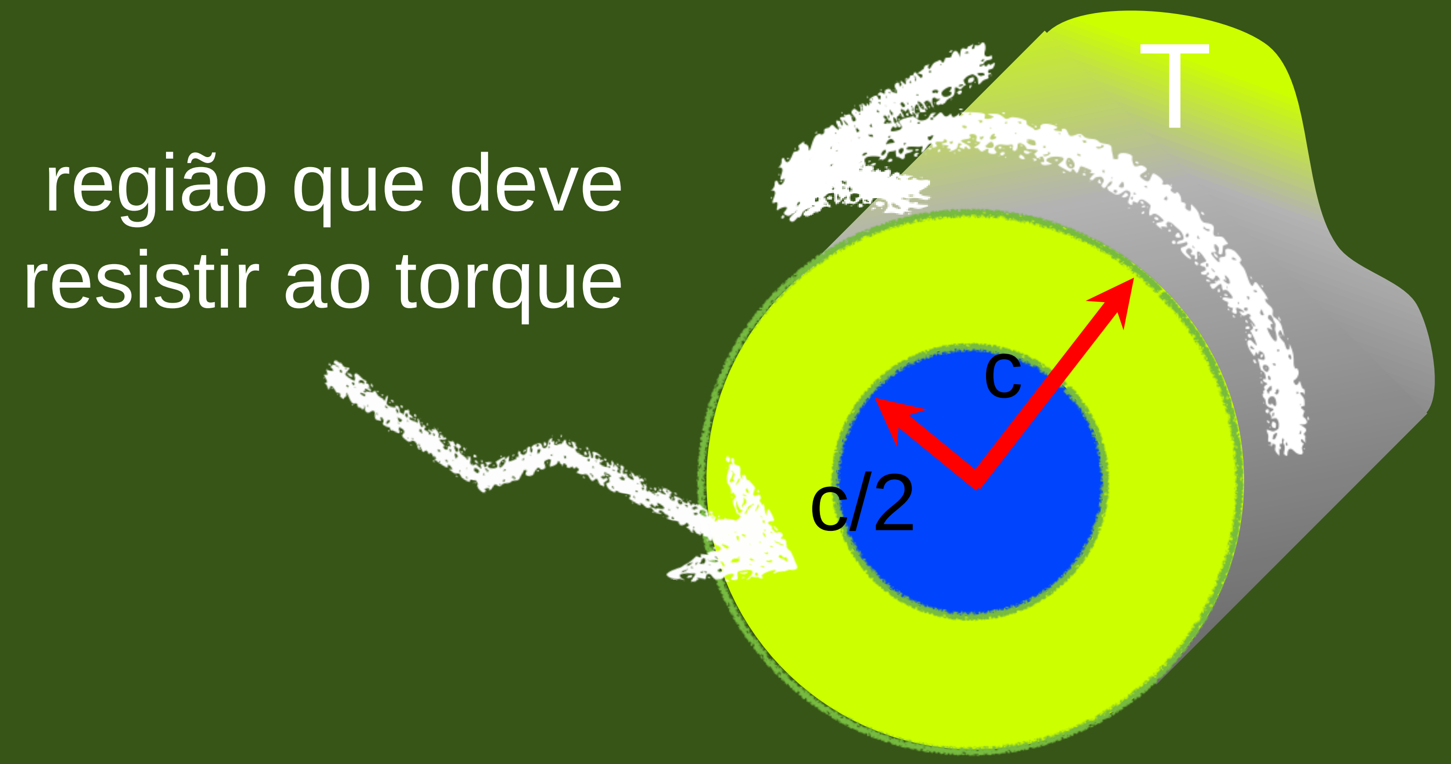
Solução



Torção

Deformação de eixos de seção circular

Solução



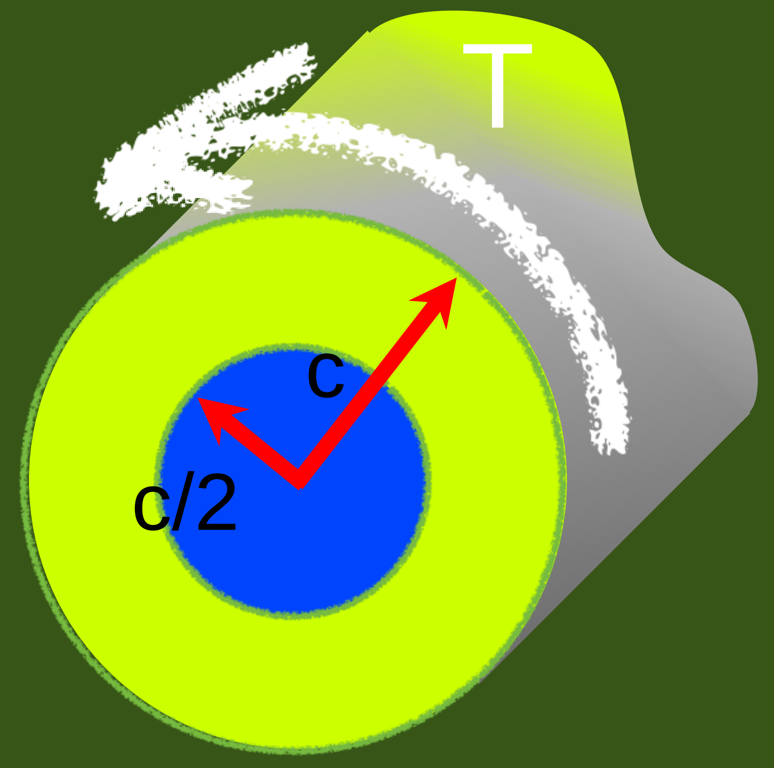
Torção

Deformação de eixos de seção circular

Solução

A tensão em qualquer ponto da seção pode ser determinada por

$$\tau = (T/J)\ \rho.$$



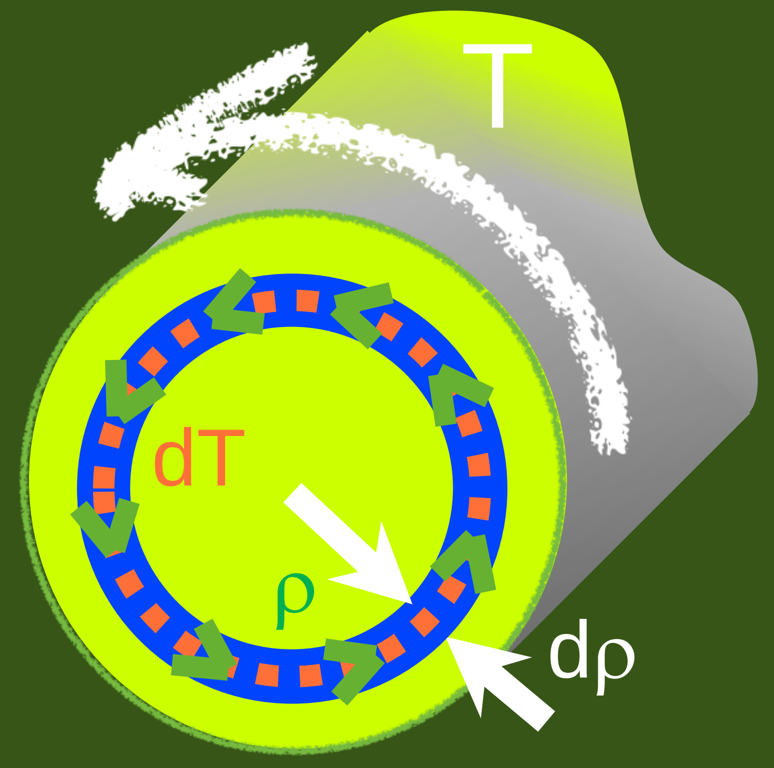
Torção

Deformação de eixos de seção circular

Solução

A tensão em qualquer ponto da seção pode ser determinada por

$$\tau = (T/J)\,\rho.$$



Torção

Deformação de eixos de seção circular

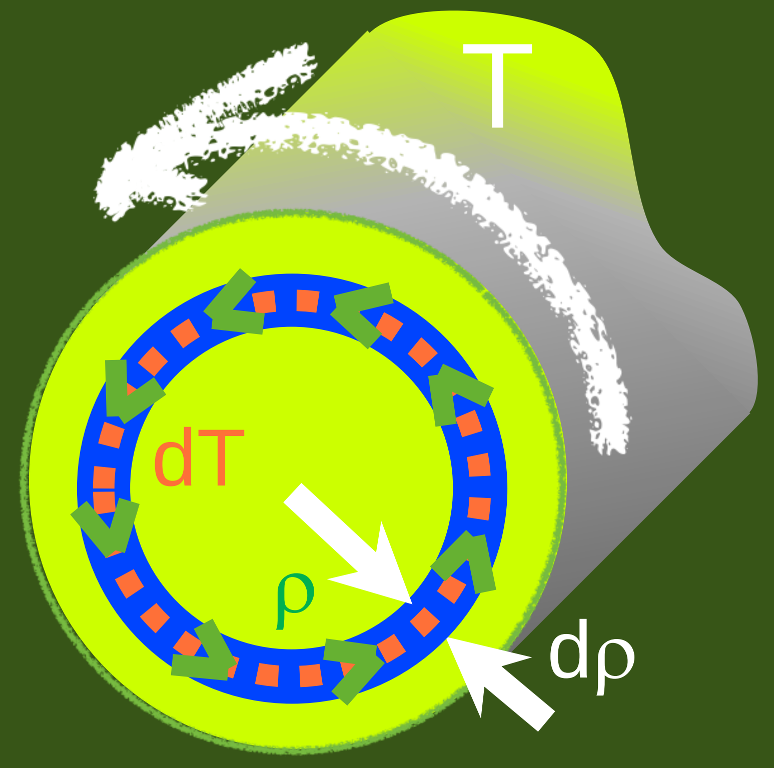
Solução

A tensão em qualquer ponto da seção pode ser determinada por

$$\tau = (T/J)\ \rho.$$

Assim, o torque resistente em um anel de largura $d\rho$ será

$$dT' = \rho\ \tau\ dA = (T/J)\ \rho.$$



Torção

Deformação de eixos de seção circular

Solução

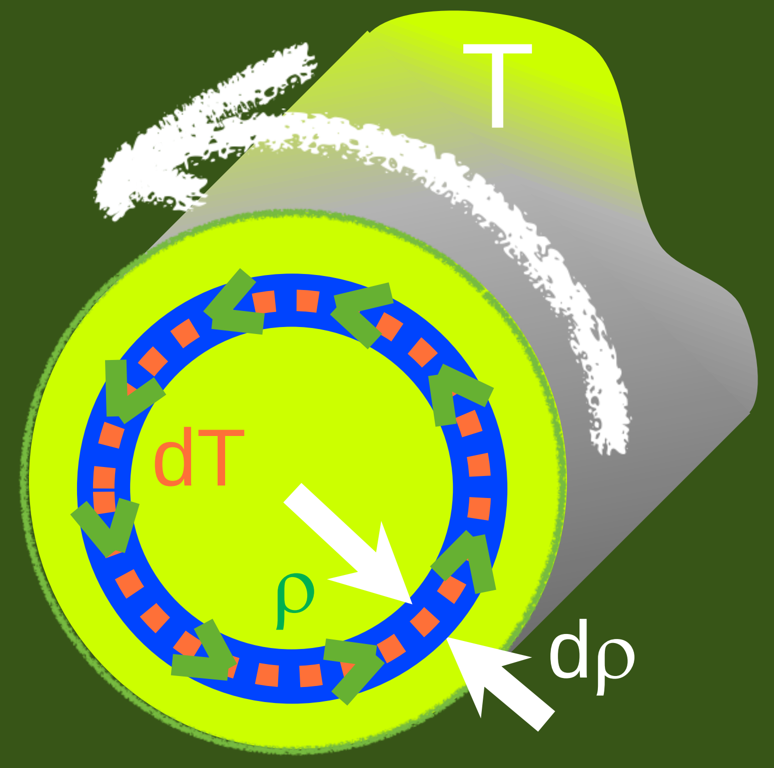
A tensão em qualquer ponto da seção pode ser determinada por

$$\tau = (T/J)\ \rho.$$

Assim, o torque resistente em um anel de largura $d\rho$ será

$$dT' = \rho\ \tau\ dA = (T/J)\ \rho.$$

$$dT' = \rho\ \tau\ dA = \rho\ (\rho/c)\ \tau_{max}\ (2\ \pi\ \rho\ d\rho).$$



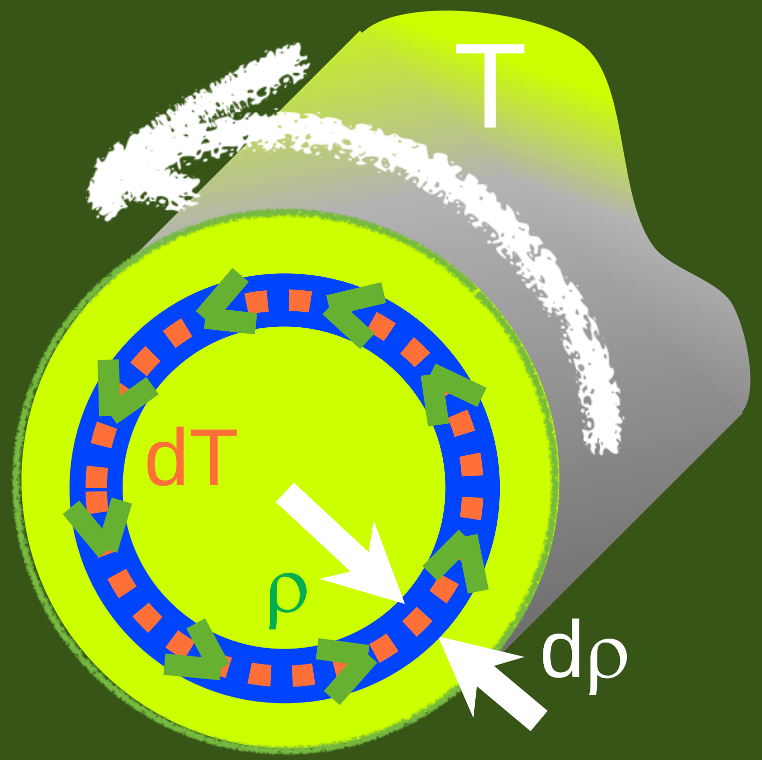
Torção

Deformação de eixos de seção circular

Solução

O torque entre c/2 e c pode ser encontrado agora como

$$T' = \int_{c/2}^{c} \rho^3 \, 2\pi \, (\tau_{max}/c) \, d\rho$$



Torção

Deformação de eixos de seção circular

Solução

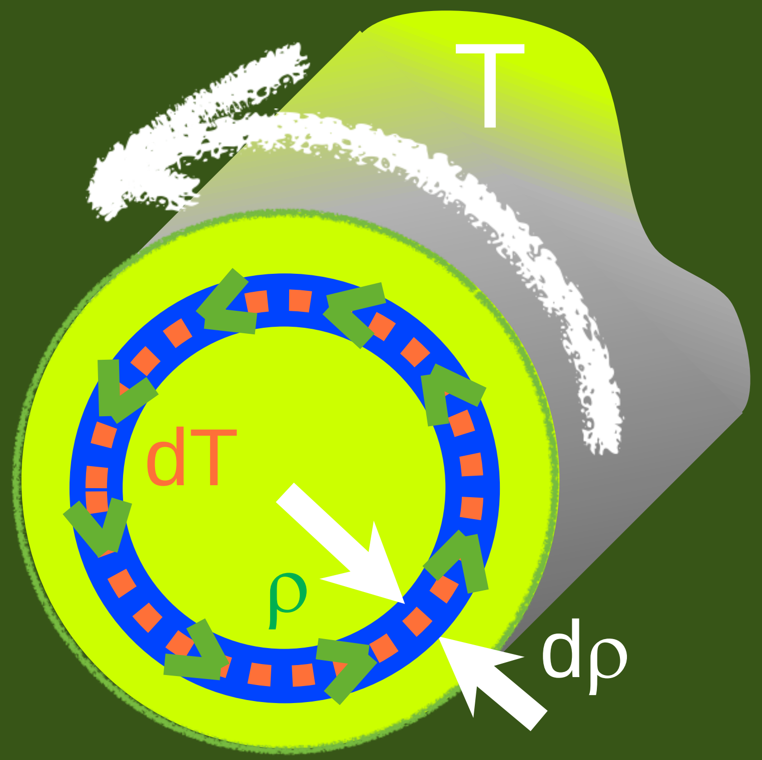
O torque entre c/2 e c pode ser encontrado agora como

$$T' = \int_{c/2}^{c} \rho^3 \, 2\pi \, (\tau_{max}/c) \, d\rho$$

ou

$$T' = 2\pi \, (\tau_{max}/c) \int_{c/2}^{c} \rho^3 \, d\rho) =$$

$$= (15\pi/32) \, (\tau_{max} \, c^3)$$



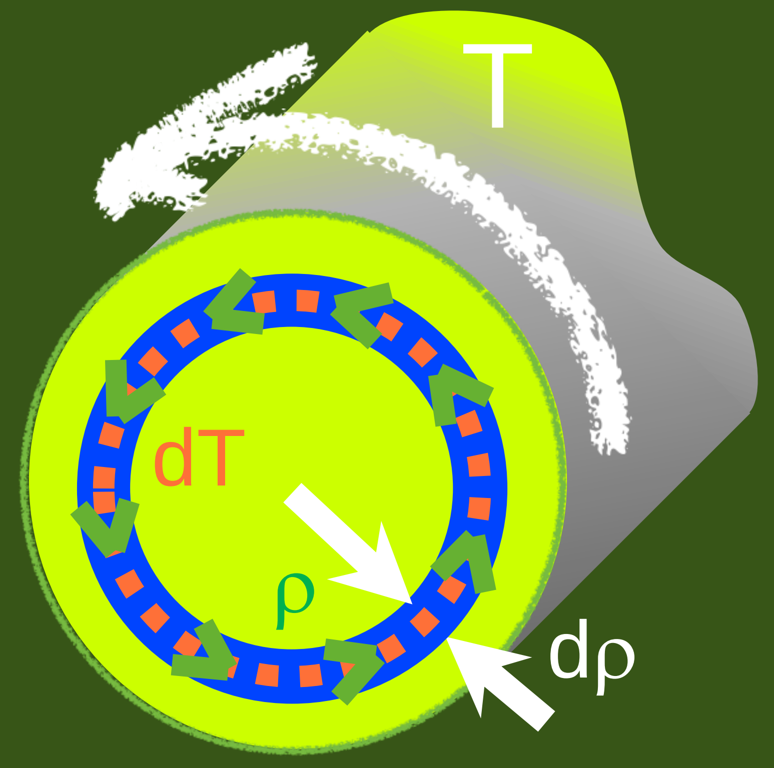
Torção

Deformação de eixos de seção circular

Solução

Porém,

$$\tau_{max} = T/J\ c = T\ c\ /\ [(\pi/2)\ c^4]\ =\ 2\ T/(\pi\ c^3)$$



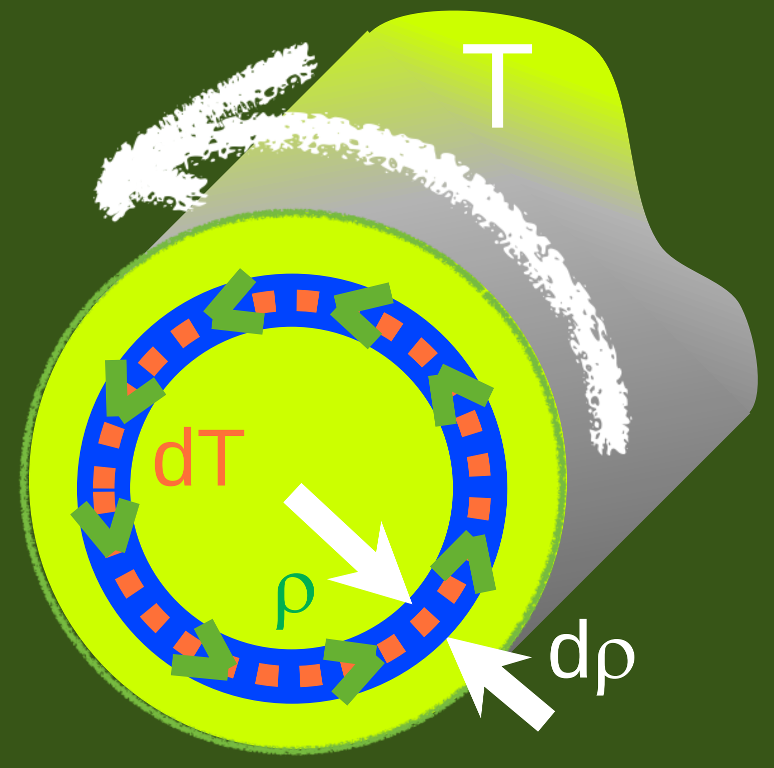
Torção

Deformação de eixos de seção circular

Solução

Porém,

$$\tau_{max} = T/J\ c = T\ c\ /\ [(\pi/2)\ c^4] = 2\ T/(\pi\ c^3)$$



Substituindo esta expressão em T’, tem-se

Torção

Deformação de eixos de seção circular

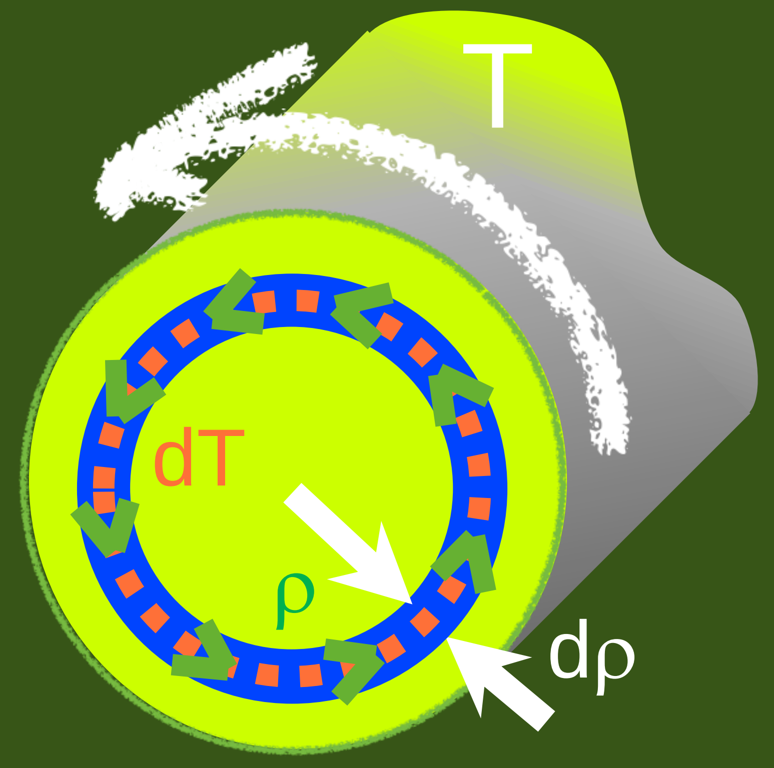
Solução

Porém,

$$\tau_{max} = T/J\ c = T\ c\ /\ [(\pi/2)\ c^4]\ =\ 2\ T/(\pi\ c^3)$$

Substituindo esta expressão em T’, tem-se

$$T' = (15/32)\ \pi \times [2\ T/(\pi\ c^3)] \times c^3$$



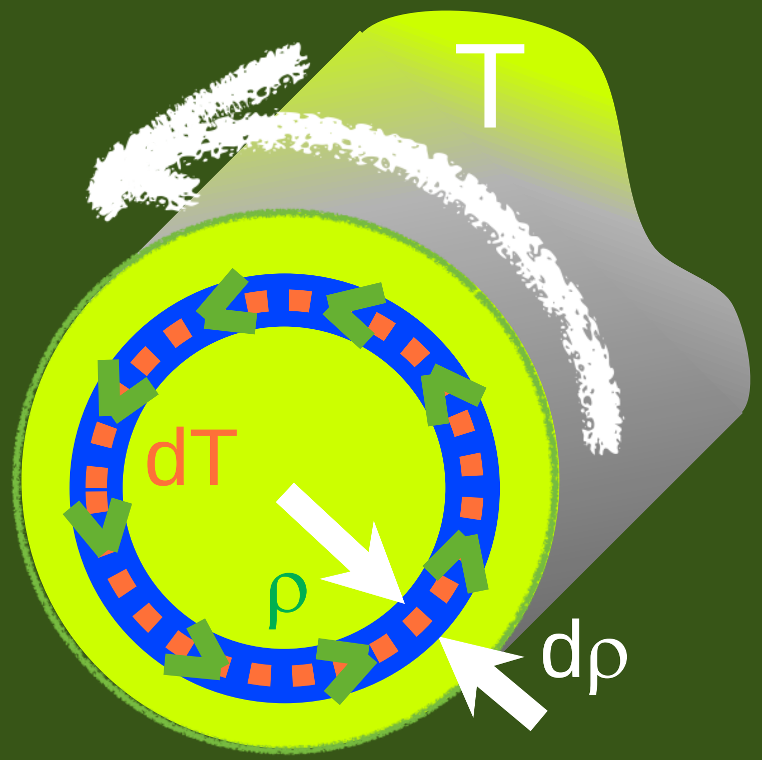
Torção

Deformação de eixos de seção circular

Solução

Porém,

$$\tau_{max} = T/J\ c = T\ c\ /\ [(\pi/2)\ c^4] = 2\ T/(\pi\ c^3)$$



Substituindo esta expressão em T’, tem-se

$$T' = (15/32)\ \cancel{\pi} \times [2\ T/(\cancel{\pi}\ c^3)] \times c^3$$

Torção

Deformação de eixos de seção circular

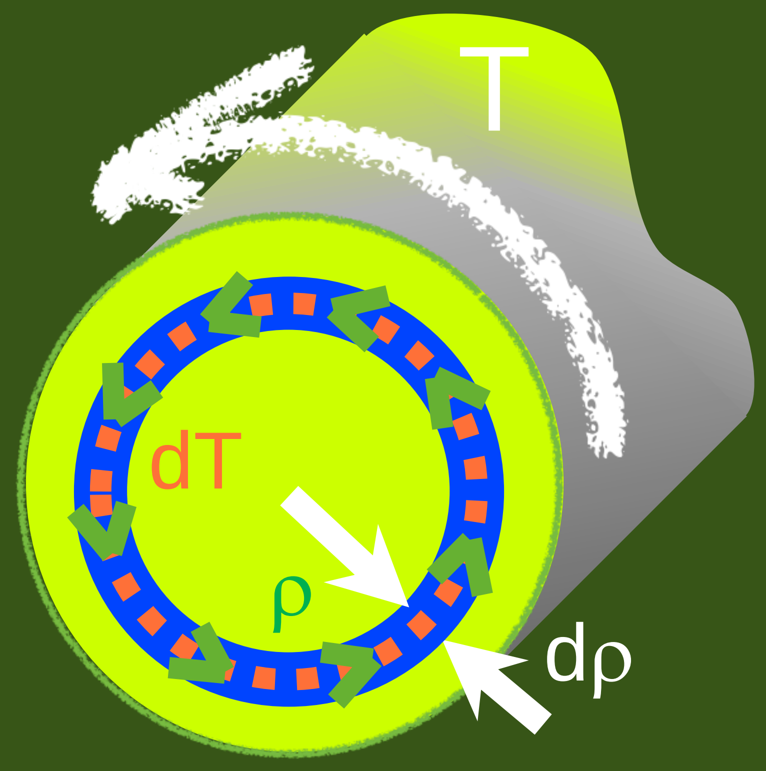
Solução

Porém,

$$\tau_{max} = T/J\ c = T\ c\ /\ [(\pi/2)\ c^4]\ =\ 2\ T/(\pi\ c^3)$$

Substituindo esta expressão em T’, tem-se

$$T' = (15/32)\ \cancel{\pi}\ x\ [2\ T/(\cancel{\pi}\ \cancel{c^3})]\ x\ \cancel{c^3}$$



Torção

Deformação de eixos de seção circular

Solução

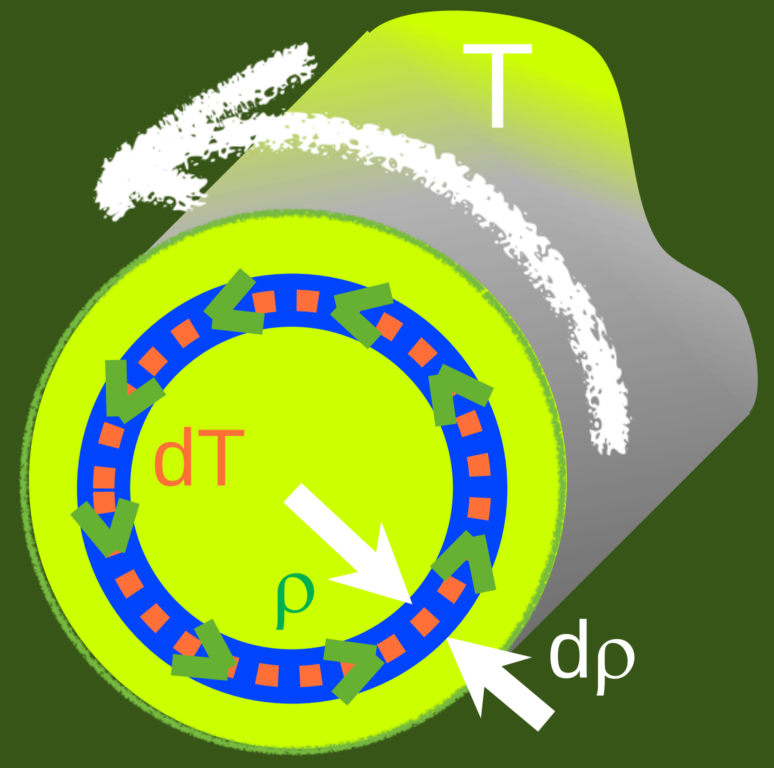
Porém,

$$\tau_{max} = T/J\ c = T\ c\ /\ [(\pi/2)\ c^4] = 2\ T/(\pi\ c^3)$$

Substituindo esta expressão em T', tem-se

$$T' = (15/32)\ \cancel{\pi}\ x\ [2\ T/(\cancel{\pi}\ \cancel{c^3})]\ x\ \cancel{c^3}$$

$$T' = (15/16)\ T$$



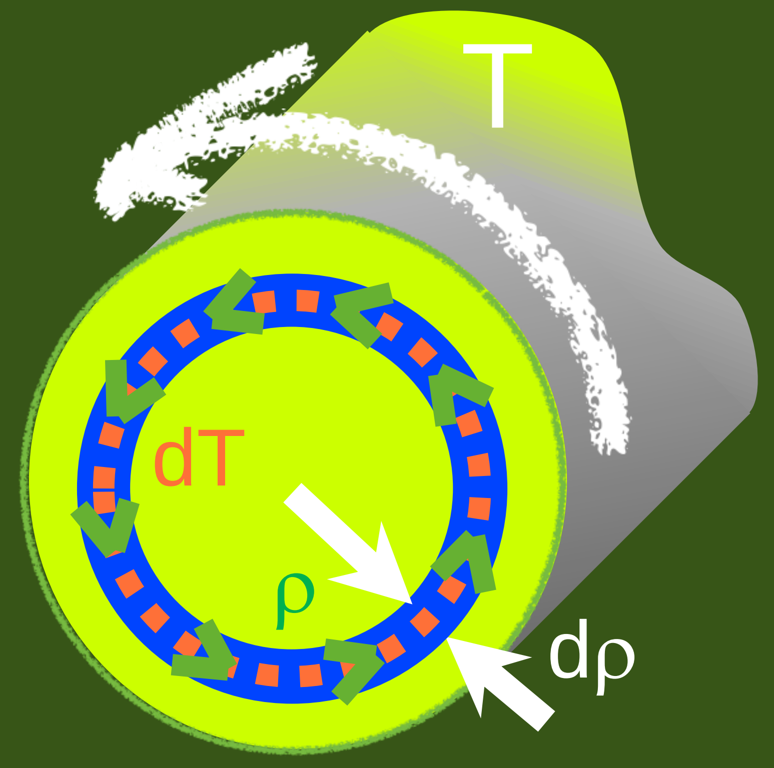
Torção

Deformação de eixos de seção circular

Solução

Porém,

$$\tau_{max} = T/J\ c = T\ c\ /\ [(\pi/2)\ c^4]\ =\ 2\ T/(\pi\ c^3)$$



Substituindo esta expressão em T', tem-se

$$T' = (15/32)\ \cancel{\pi}\ x\ [2\ T/(\cancel{\pi}\ \cancel{c^3})]\ x\ \cancel{c^3}$$

$$\boxed{T' = (15/16)\ T}$$

≅ 94% do torque é resistido pela região mais externa do eixo ($c/2 \geq \rho \geq c$).

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Def.: Trabalho realizado em um determinado intervalo.

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Def.: Trabalho realizado em um determinado intervalo.

$$P = W / (t - t_o)$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Def.: Trabalho realizado em um determinado intervalo.

$$P = W / (t - t_o) = F \, . \, (s - s_o) \; / \; (t - t_o)$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Def.: Trabalho realizado em um determinado intervalo.

$$P = W / (t - t_o) = F \cdot (s - s_o) / (t - t_o) = T (\theta - \theta_o) / (t - t_o)$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Def.: Trabalho realizado em um determinado intervalo.

$$P = W / (t - t_o) = F \, . \, (s - s_o) / (t - t_o) = T (\theta - \theta_o) / (t - t_o)$$

$$P = T (\Delta\theta / \Delta t)$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Def.: Trabalho realizado em um determinado intervalo.

$$P = W / (t - t_o) = F \,.\, (s - s_o) / (t - t_o) = T (\theta - \theta_o) / (t - t_o)$$

$$P = T (\Delta\theta / \Delta t)$$

No limite, quando $\Delta t \rightarrow 0$,

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Def.: Trabalho realizado em um determinado intervalo.

$$P = W / (t - t_o) = F \cdot (s - s_o) / (t - t_o) = T (\theta - \theta_o) / (t - t_o)$$

$$P = T (\Delta\theta / \Delta t)$$

No limite, quando $\Delta t \rightarrow 0$, $P = T (d\theta/dt)$.

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Def.: Trabalho realizado em um determinado intervalo.

$$P = W / (t - t_o) = F \,.\, (s - s_o) / (t - t_o) = T (\theta - \theta_o) / (t - t_o)$$

$$P = T (\Delta\theta / \Delta t)$$

No limite, quando $\Delta t \rightarrow 0$, $\boxed{P = T (d\theta/dt).}$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Porém, $(d\theta/dt) = \omega$ (velocidade angular) e

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Porém, $(d\theta/dt) = \omega$ (velocidade angular) e

$$P = T\,\omega$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Porém, $(d\theta/dt) = \omega$ (velocidade angular) e

$P = T\,\omega$ [1 Watt = 1 N . m/s]

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Porém, $(d\theta/dt) = \omega$ (velocidade angular) e

$P = T\,\omega$ [1 Watt = 1 N . m/s] [1 HP = 550 ft lb/s]

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Porém, $(d\theta/dt) = \omega$ (velocidade angular) e

$P = T\,\omega$ [1 Watt = 1 N . m/s] [1 HP = 550 ft lb/s]

[1 CV = 735,5 W]

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Porém, $(d\theta/dt) = \omega$ (velocidade angular) e

$P = T\,\omega$ [1 Watt = 1 N . m/s] [1 HP = 550 ft lb/s]

[1 CV = 735,5 W] [1 HP = 1,014 CV]

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Porém, $(d\theta/dt) = \omega$ (velocidade angular) e

$P = T\,\omega$ [1 Watt = 1 N . m/s] [1 HP = 550 ft lb/s]

[1 CV = 735,5 W] [1 HP = 1,014 CV]

Ainda, se a frequência de rotação do eixo é representada por f, então $\omega = 2\,\pi\,f$ e

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Potência (P)

Ainda, se a frequência de rotação do eixo é representada por f, então $\omega = 2\,\pi\,f$ e

$$P = T\,\omega = T \,.\, 2\,\pi \,.\, f.$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Exemplo

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Exemplo

Um eixo tubular de diâmetro interno 30 mm e diâmetro externo 42 mm deve transmitir 90 kW de potência. Determinar a frequência de rotação do eixo para que a tensão máxima não ultrapasse 50 MPa.

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

O torque máximo que o eixo pode suportar é dado por

$$T = (\tau_{max} / c)\, J$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

O torque máximo que o eixo pode suportar é dado por

$$T = (\tau_{max} / c)\, J = [50 \times 10^6 / (42 \times 10^{-3})] \,.\, J$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

O torque máximo que o eixo pode suportar é dado por

$$T = (\tau_{max} / c)\, J = [50 \times 10^6 / (42 \times 10^{-3})] \,.\, J$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

Sabendo que a potência é dada por $P = 2\,\pi\,f\,T$, tem-se

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

Sabendo que a potência é dada por $P = 2\,\pi\,f\,T$, tem-se

$$P = 2\,\pi\,.\,f\,.\,(\tau_{max} / c)\,J = 2\,\pi\,.\,f\,.\,[50 \times 10^{6} / (42 \times 10^{-3})]\,.\,J = 90 \times 10^{3}.$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

Sabendo que a potência é dada por $P = 2\,\pi\, f\, T$, tem-se

$$P = 2\,\pi\,.\,f\,.\,(\tau_{max} / c)\,J = 2\,\pi\,.\,f\,.\,[50 \times 10^{6} / (42 \times 10^{-3})]\,.\,J = 90 \times 10^{3}.$$

Portanto, $f = [\,P\,.\,c / (2\,\pi\,\tau_{max})\,]\,.\,J$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

O momento de inércia polar da seção anular é

$$J = \pi/2\ [\ (D/2)^4 - (d/2)^4\ ] \quad = \pi/2\ [\ (21 \times 10^{-3})^4 - (15 \times 10^{-3})^4\ ]$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

O momento de inércia polar da seção anular é

$$J = \pi/2 \, [\, (D/2)^4 - (d/2)^4 \,] \quad = \pi/2 \, [\, (21 \times 10^{-3})^4 - (15 \times 10^{-3})^4 \,]$$

$$J = 71{,}93 \times 10^{-9} \, \pi \text{ m}^4$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

O momento de inércia polar da seção anular é

$$J = \pi/2\ [\ (D/2)^4 - (d/2)^4\ ] \quad = \pi/2\ [\ (21 \times 10^{-3})^4 - (15 \times 10^{-3})^4\ ]$$

$$J = 71{,}93 \times 10^{-9}\ \pi\ m^4$$

A frequência é calculada, então, por

$$f = [\ P\ .\ c\ /\ (2\ \pi\ \tau_{max})\ ]\ .\ J$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

O momento de inércia polar da seção anular é

$$J = \pi/2\ [\ (D/2)^4 - (d/2)^4\ ] \quad = \pi/2\ [\ (21 \times 10^{-3})^4 - (15 \times 10^{-3})^4\ ]$$

$$J = 71{,}93 \times 10^{-9}\ \pi\ m^4$$

A frequência é calculada, então, por

$$f\ =\ [\ P\ .\ c\ /\ (2\ \pi\ \tau_{max})\ ]\ .\ J = [90 \times 10^3\ .\ 42 \times 10^{-3}/(2\ \pi\ .\ 50 \times 10^6)]\ .\ 71{,}93 \times 10^{-9}\ \pi$$

Torção

Potência trasmitida por um eixo

Solução

O momento de inércia polar da seção anular é

$$J = \pi/2\ [\ (D/2)^4 - (d/2)^4\ ] \quad = \pi/2\ [\ (21 \times 10^{-3})^4 - (15 \times 10^{-3})^4\ ]$$

$$J = 71{,}93 \times 10^{-9}\ \pi\ m^4$$

A frequência é calculada, então, por

$$f = [\ P\ .\ c\ /\ (2\ \pi\ \tau_{max})\ ]\ .\ J = [90 \times 10^3\ .\ 42 \times 10^{-3}/(2\ \pi\ .\ 50 \times 10^6)]\ .\ 71{,}93 \times 10^{-9}\ \pi$$

$$f = 26{,}6\ Hz$$

Torção

Ângulo de torção

Torção

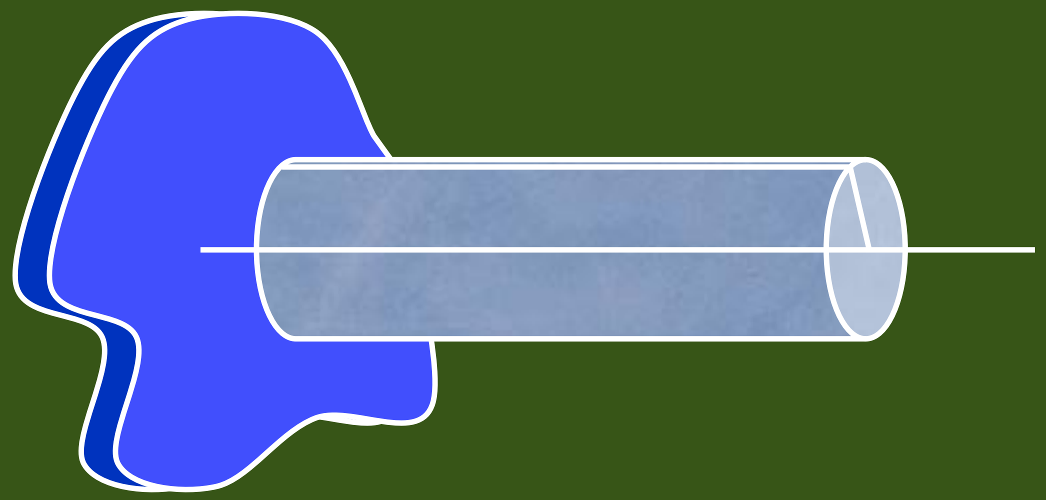
Ângulo de torção

O ângulo de torção corresponde, na torção, ao deslocamento encontrado no esforço axial.

Torção

Ângulo de torção

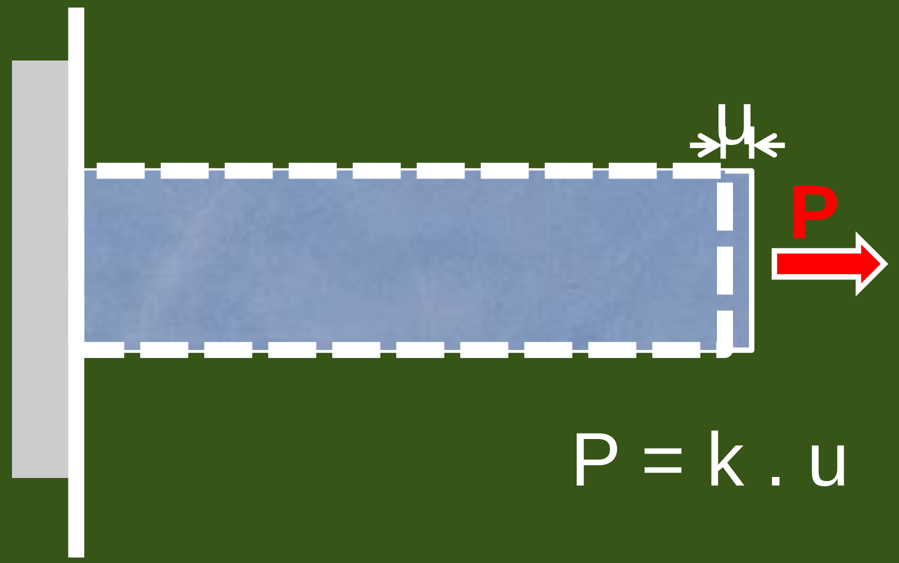
O ângulo de torção corresponde, na torção, ao deslocamento encontrado no esforço axial.



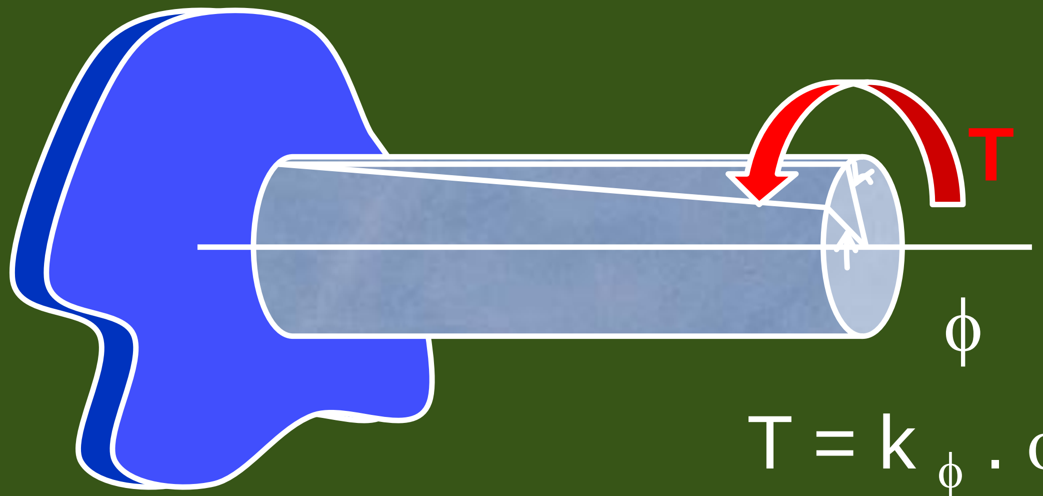
Torção

Ângulo de torção

O ângulo de torção corresponde, na torção, ao deslocamento encontrado no esforço axial.



$P = k \cdot u$



$T = k_{\phi} \cdot \phi$

Torção

Ângulo de torção

O ângulo de torção corresponde, na torção, ao deslocamento encontrado no esforço axial.

Apresentado anteriormente como $\phi(x)$.

Torção

Ângulo de torção

O ângulo de torção corresponde, na torção, ao deslocamento encontrado no esforço axial.

Apresentado anteriormente como $\phi(x)$.

Representa a variação da rotação de uma seção em relação a outra.

Torção

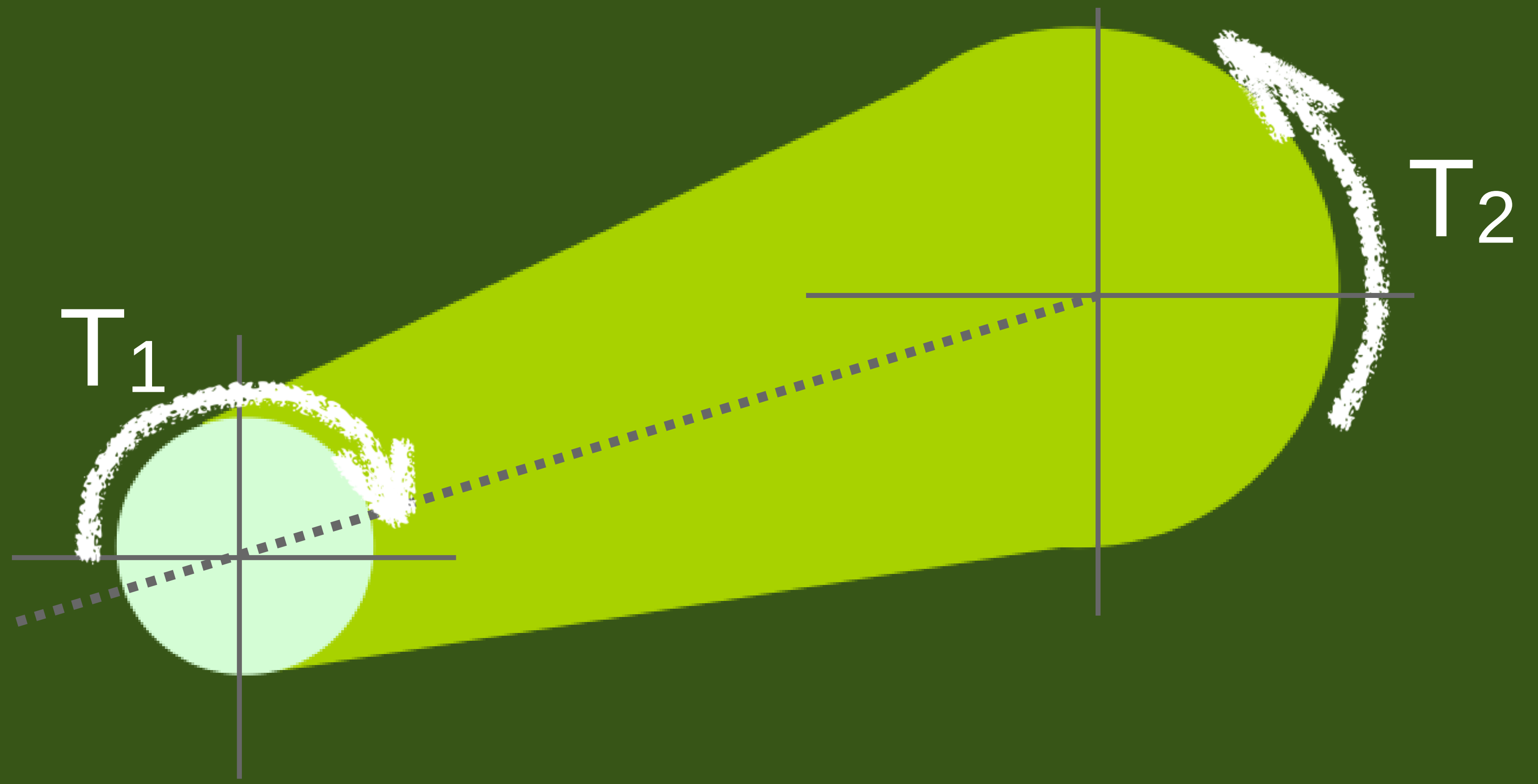
Ângulo de torção

Admitindo uma barra sob torção com seção circular $A(x)$, submetida a um torque variável $T(x)$.

Torção

Ângulo de torção

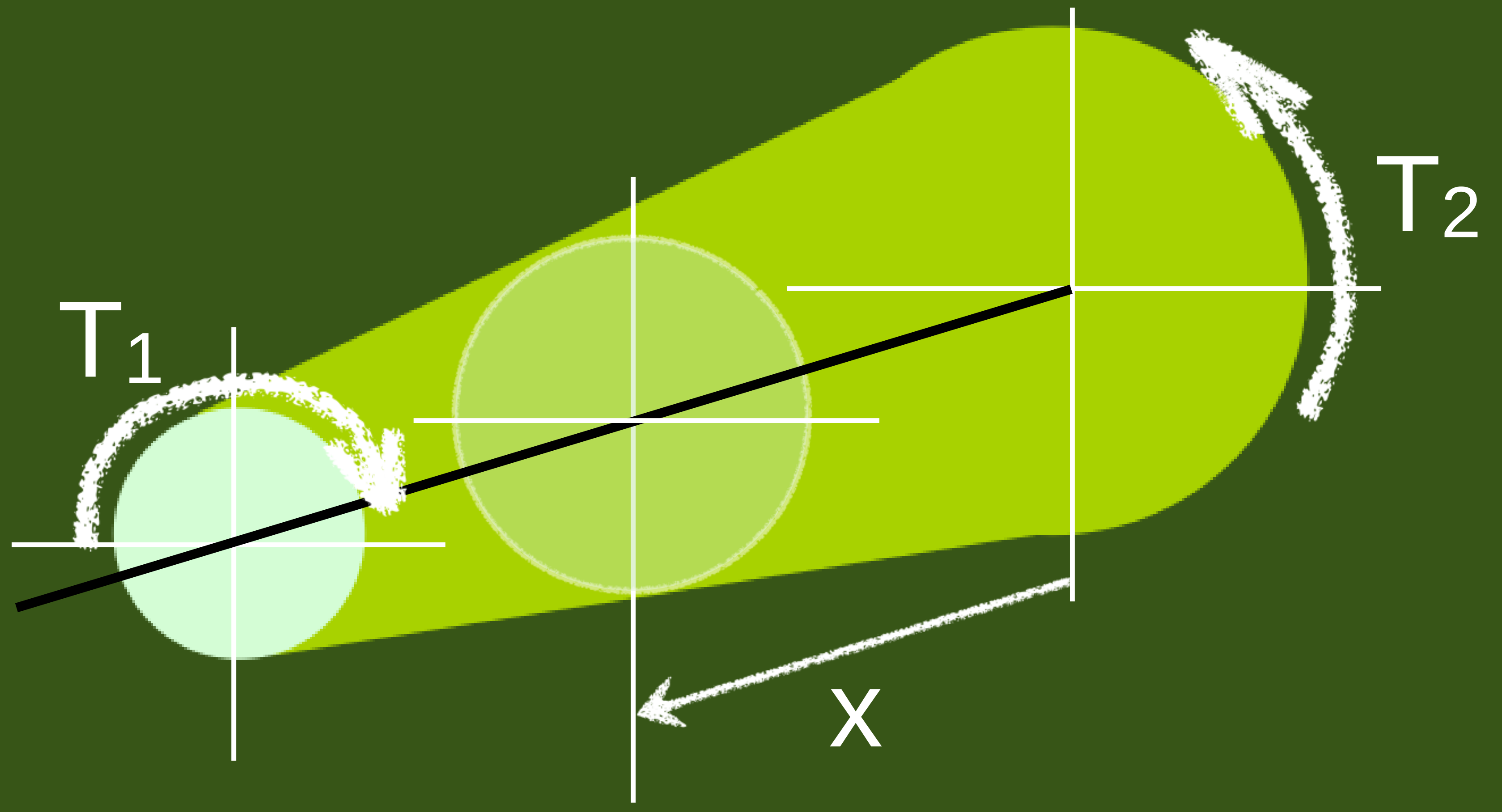
Admitindo uma barra sob torção com seção circular A(x), submetida a um torque variável T(x).



Torção

Ângulo de torção

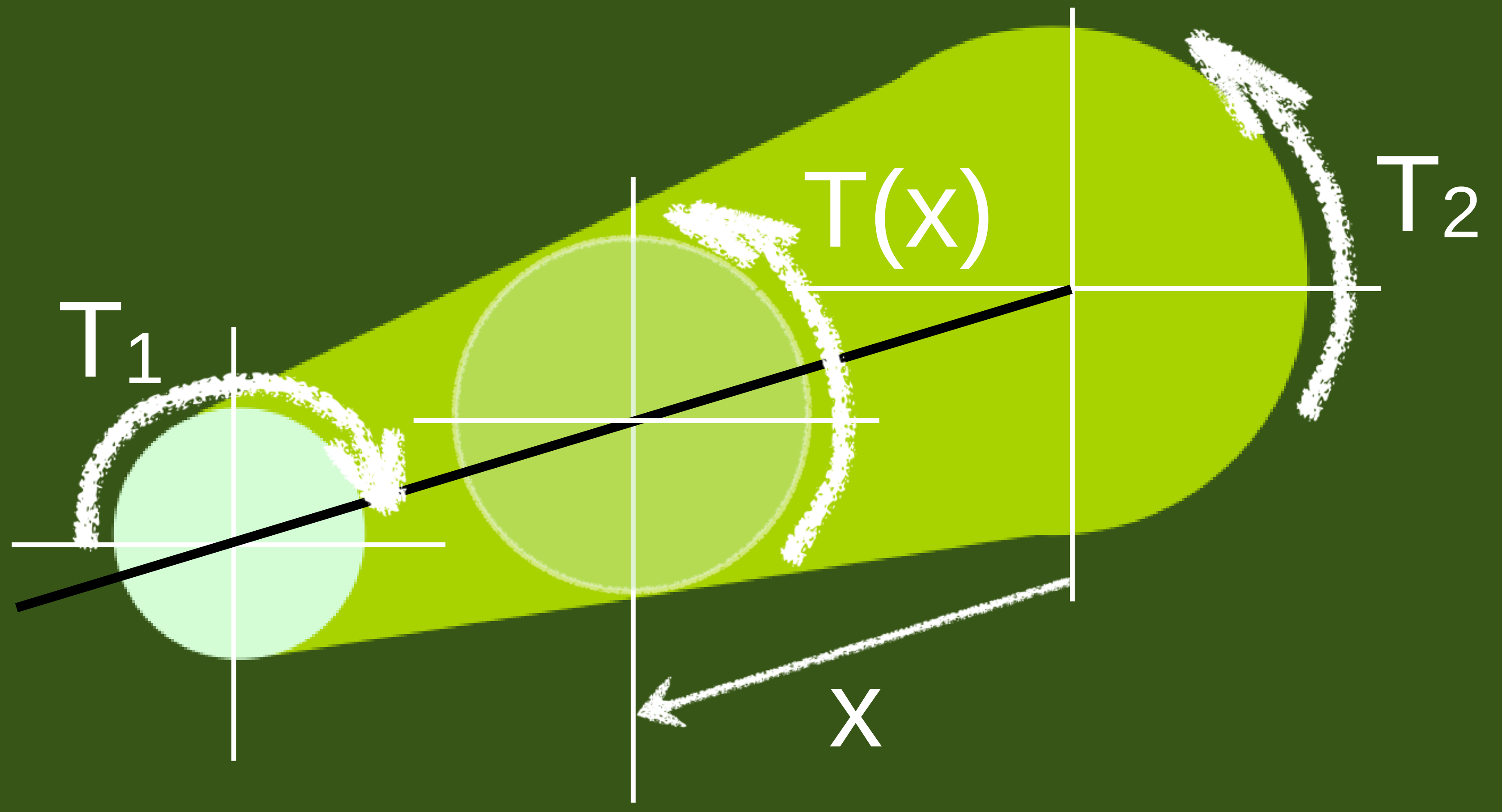
Admitindo uma barra sob torção com seção circular A(x), submetida a um torque variável T(x).



Torção

Ângulo de torção

Admitindo uma barra sob torção com seção circular A(x), submetida a um torque variável T(x).



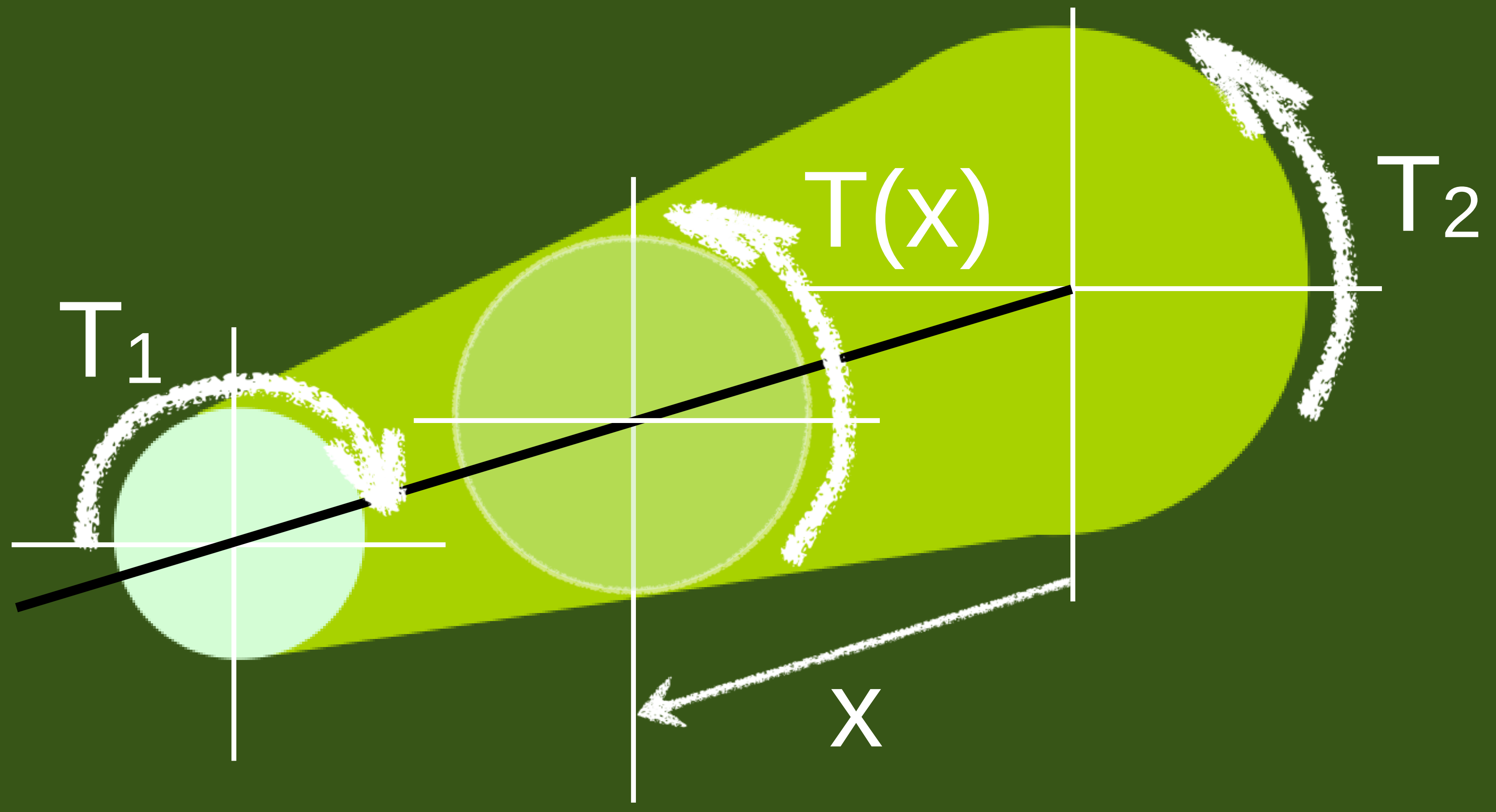
Torção

Ângulo de torção

Admitindo uma barra sob torção com seção circular A(x), submetida a um torque variável T(x).

O ângulo de torção entre duas seções consecutivas distantes dx entre si é

$$d\phi = \gamma/\rho \, dx$$



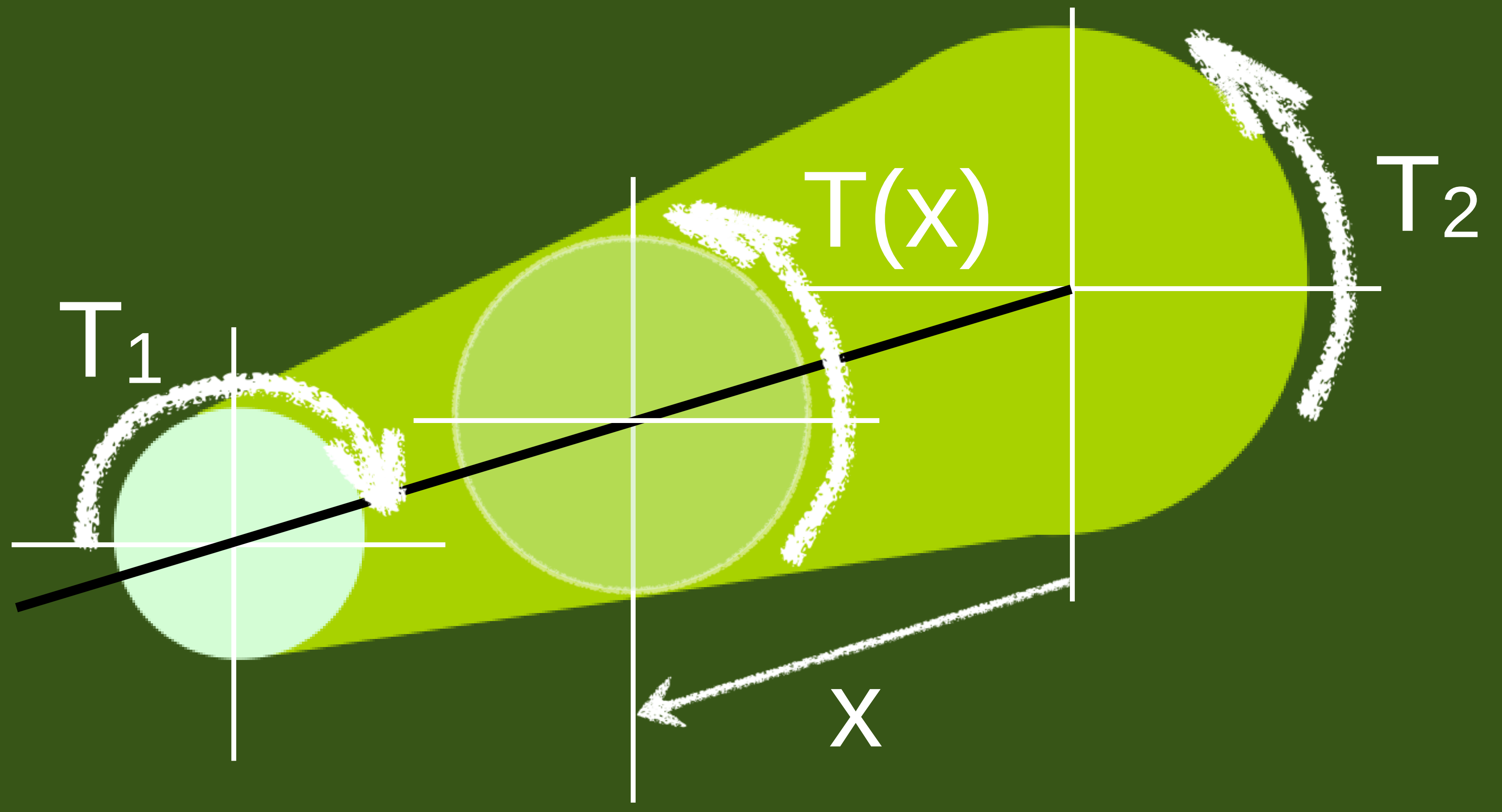
Torção

Ângulo de torção

Admitindo uma barra sob torção com seção circular A(x), submetida a um torque variável T(x).

O ângulo de torção entre duas seções consecutivas distantes dx entre si é

$$d\phi = \gamma/\rho \, dx$$



Admitindo que a barra está no regime elástico (Lei de Hooke), a deformação angular específica γ é

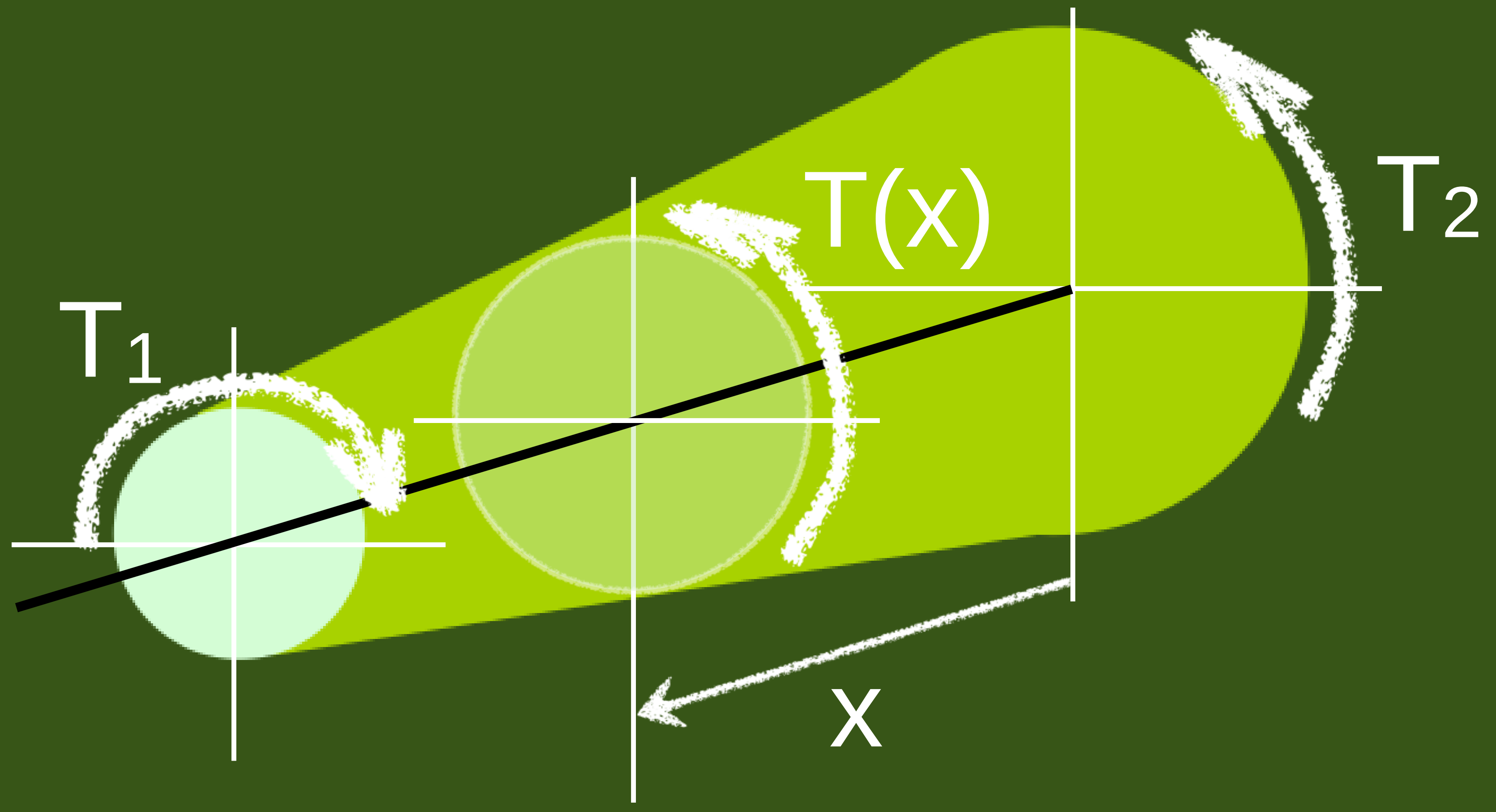
$$\gamma = \tau(x)/G \,.$$

Torção

Ângulo de torção

Mas, τ(x) foi obtida como

$$\tau(x) = T(x)\,\rho\,/\,J(x)\,.$$



Torção

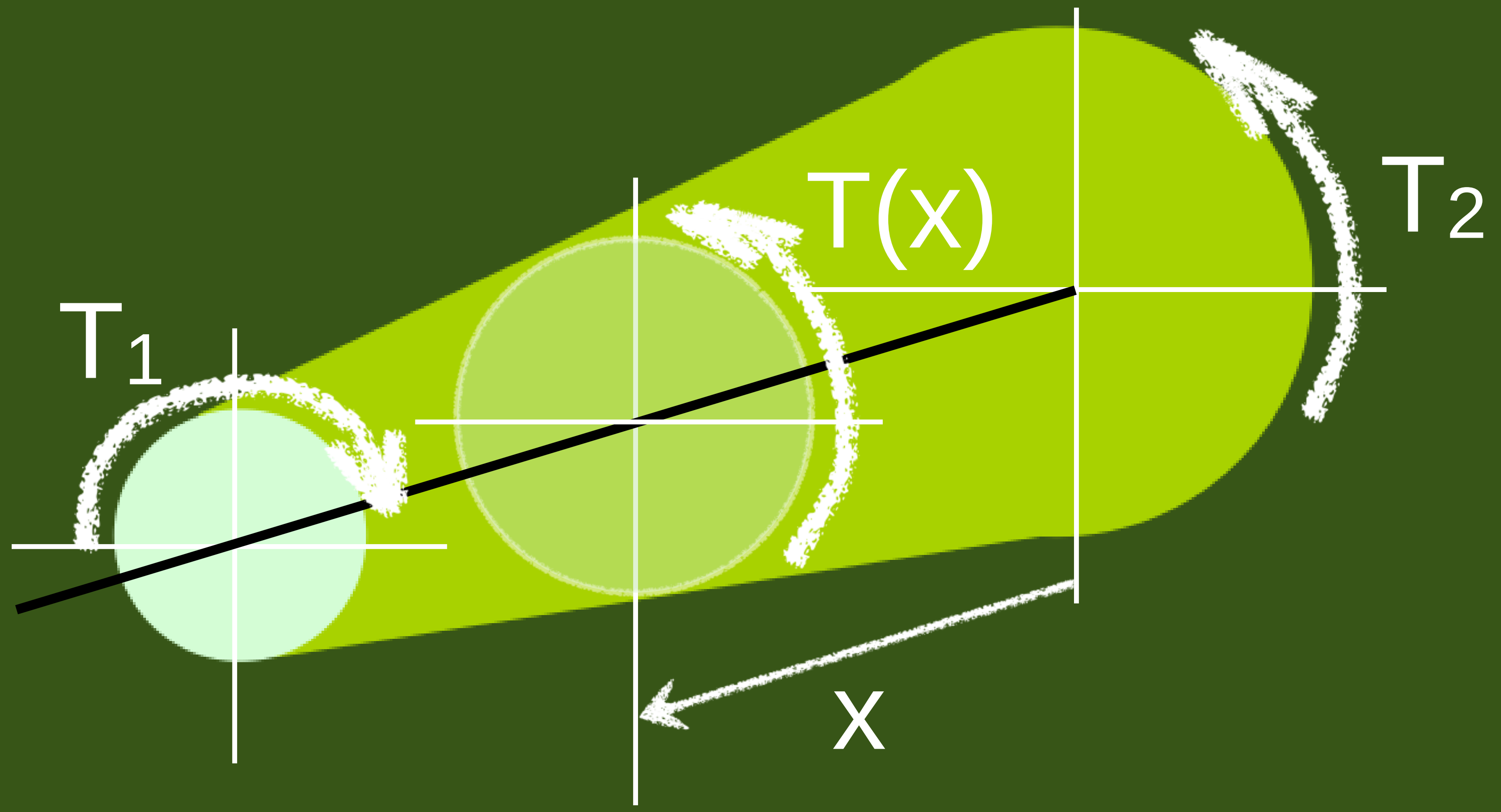
Ângulo de torção

Mas, $\tau(x)$ foi obtida como

$$\tau(x) = T(x)\,\rho \,/\, J(x)\ .$$

Logo, o ângulo de torção é

$$d\phi = T(x) \,/\, [G\,J(x)]\,dx\ .$$



Torção

Ângulo de torção

Mas, τ(x) foi obtida como

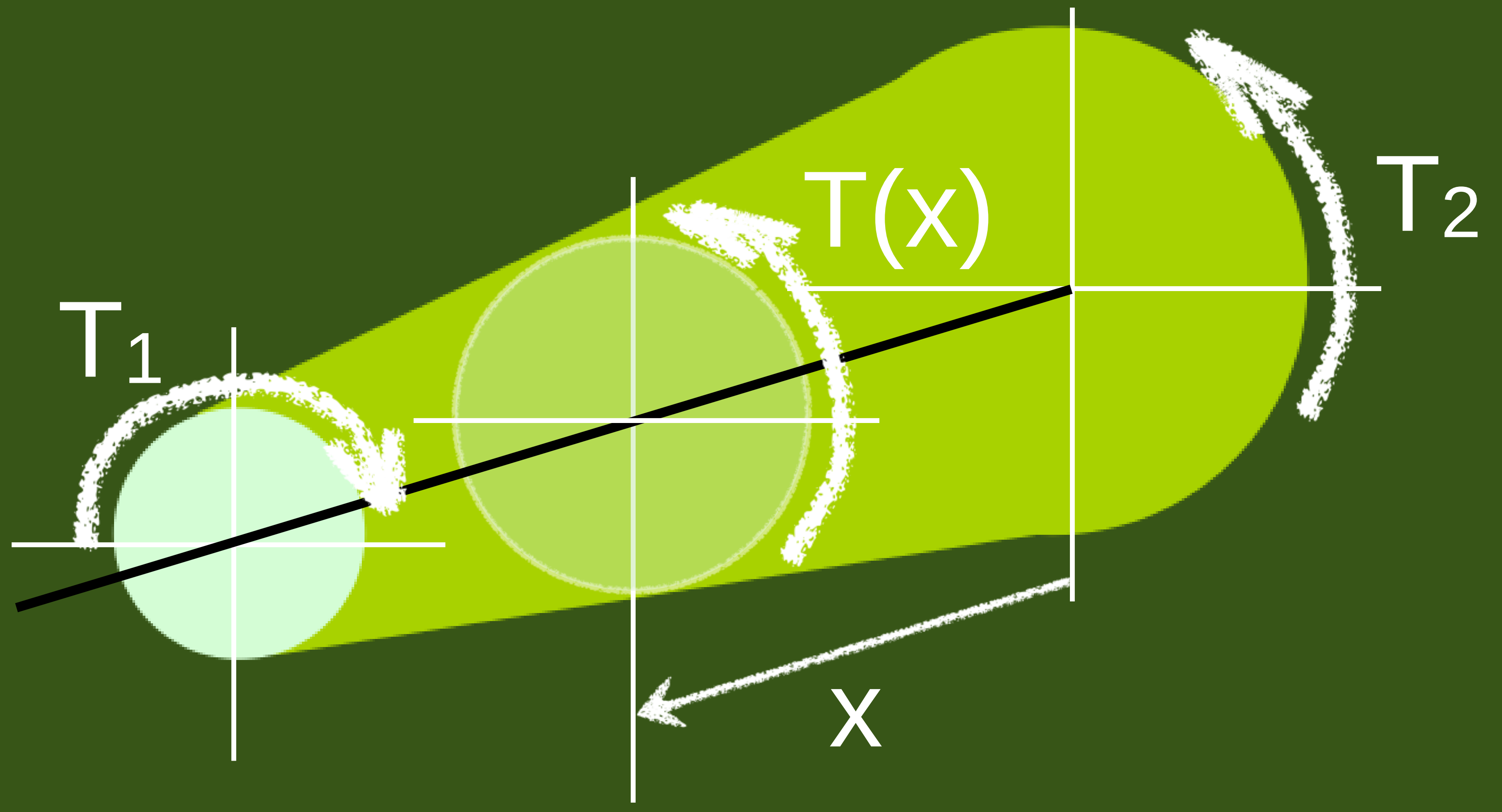
$$\tau(x) = T(x)\,\rho / J(x) .$$

Logo, o ângulo de torção é

$$d\phi = T(x) / [G\,J(x)]\,dx .$$

O ângulo de rotação entre as seções 1 e 2 pode ser determinado fazendo-se

$$\phi(x) = \int d\phi \ ,$$



Torção

Ângulo de torção

Mas, τ(x) foi obtida como

$$\tau(x) = T(x)\,\rho / J(x) .$$

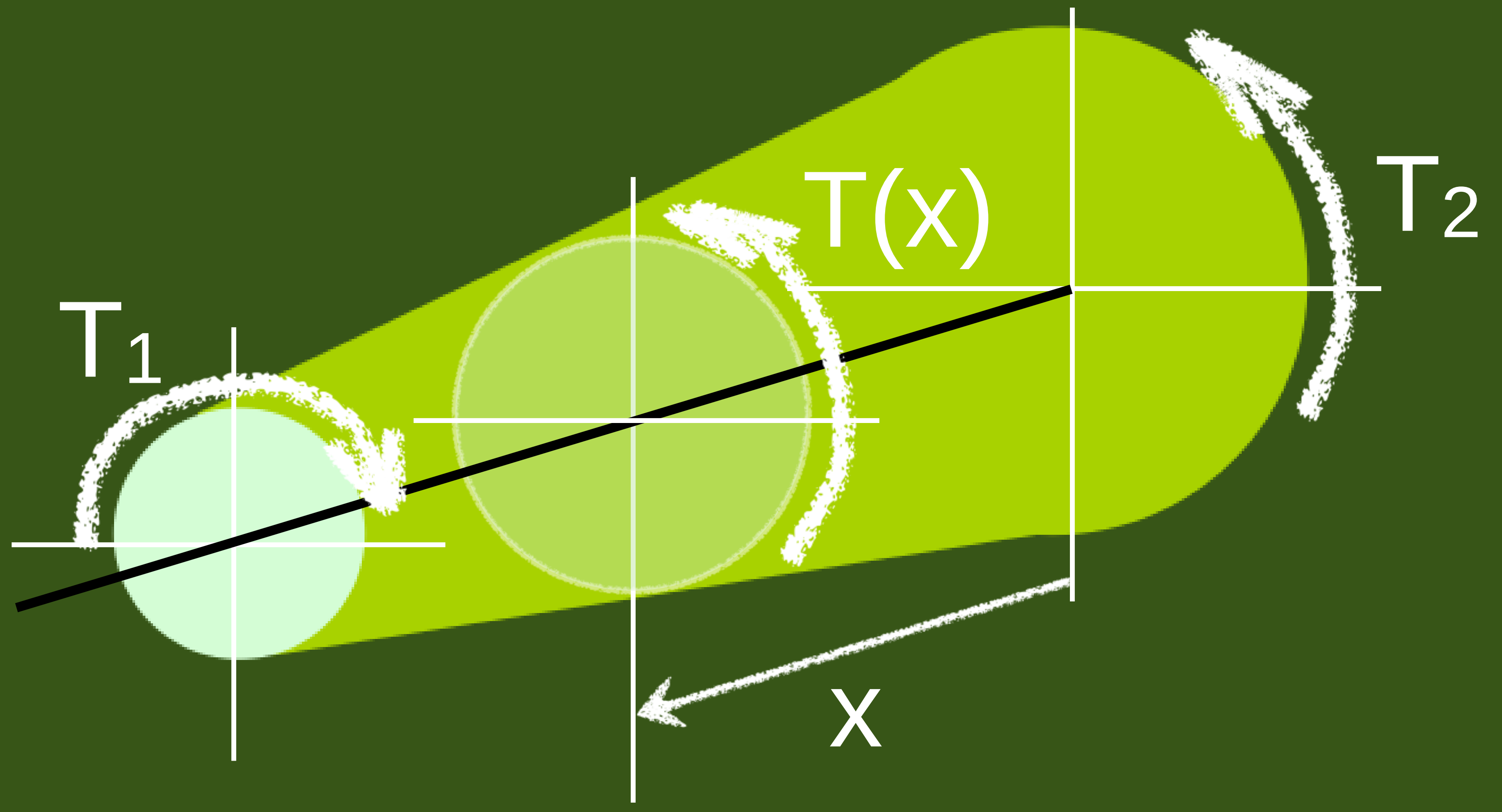
Logo, o ângulo de torção é

$$d\phi = T(x) / [G\,J(x)]\,dx .$$

O ângulo de rotação entre as seções 1 e 2 pode ser determinado fazendo-se

$$\phi(x) = \int_0^L d\phi ,$$

$$\phi(x) = \int_0^L T(x) / [G\,J(x)]\,dx$$



Torção

Ângulo de torção

Mas, τ(x) foi obtida como

$$\tau(x) = T(x)\,\rho / J(x)\ .$$

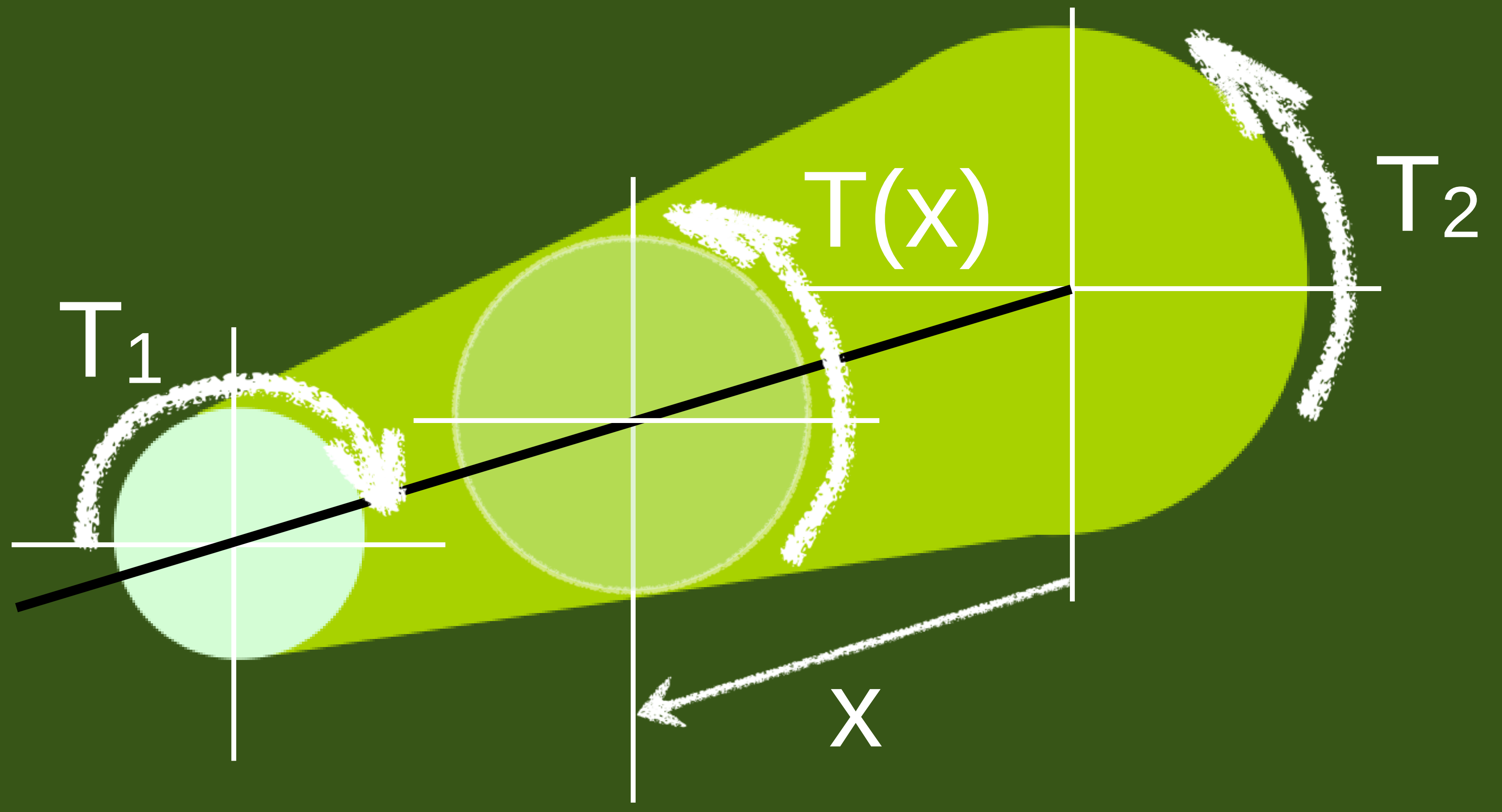
Logo, o ângulo de torção é

$$d\phi = T(x) / [G\,J(x)]\,dx\ .$$

O ângulo de rotação entre as seções 1 e 2 pode ser determinado fazendo-se

$$\phi(x) = \int_0^L d\phi\ ,$$

$$\boxed{\phi(x) = \int_0^L T(x) / [G\,J(x)]\,dx}$$

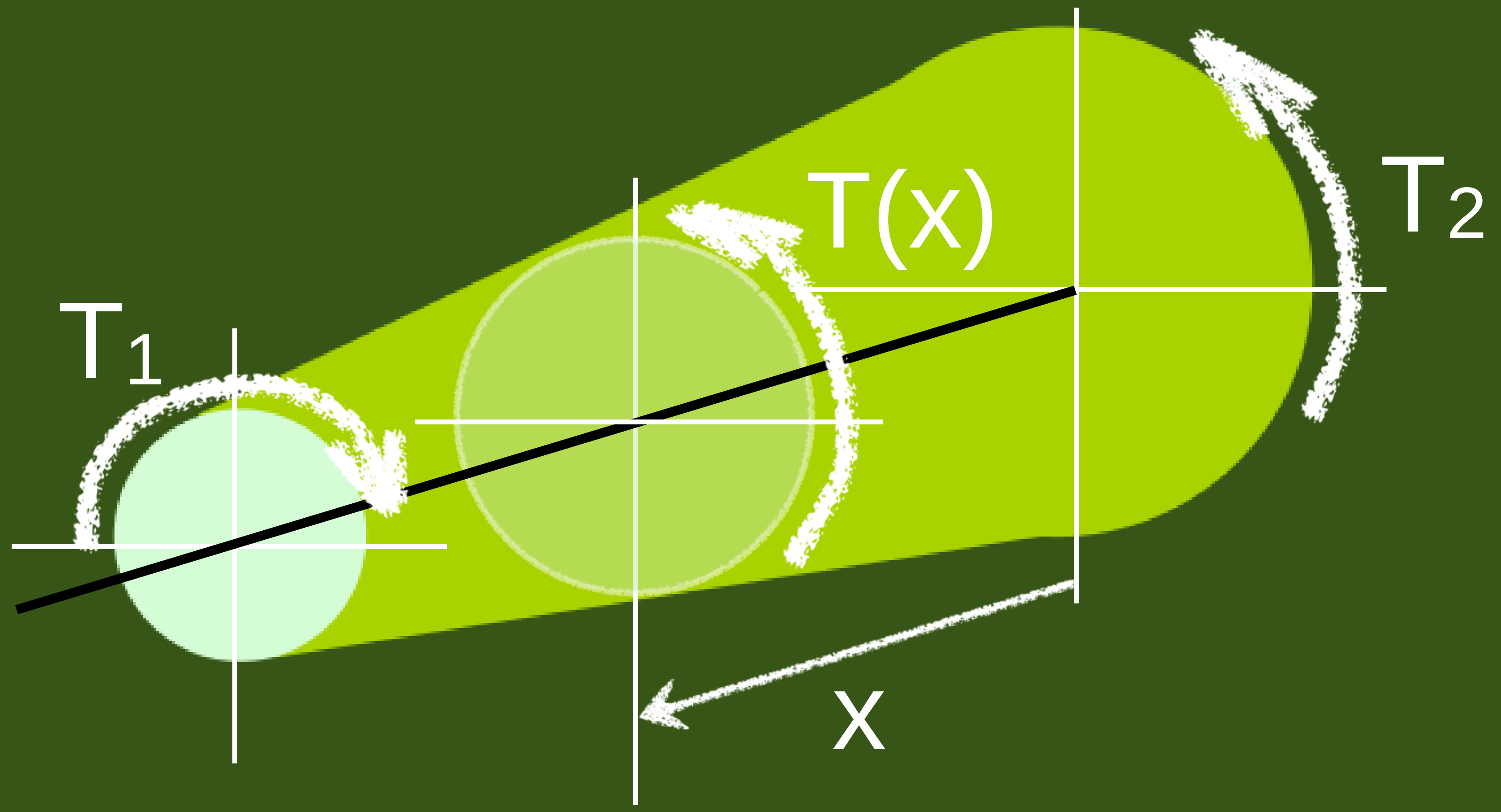


Torção

Ângulo de torção

Se a barra é cilíndrica [A(x) = cte.] e o torque também, então,

$$\phi(x) = \frac{T \,.\, L}{J \,.\, G}$$



Torção

Ângulo de torção

Se a barra é submetida a vários torques constantes ao longo do seu comprimento, o ângulo de rotação total é encontrado pelo somatório

$$\phi(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{T_k \, . \, L_k}{J_k \, . \, G_k}$$

Torção

Elementos estaticamente indeteminados

Torção

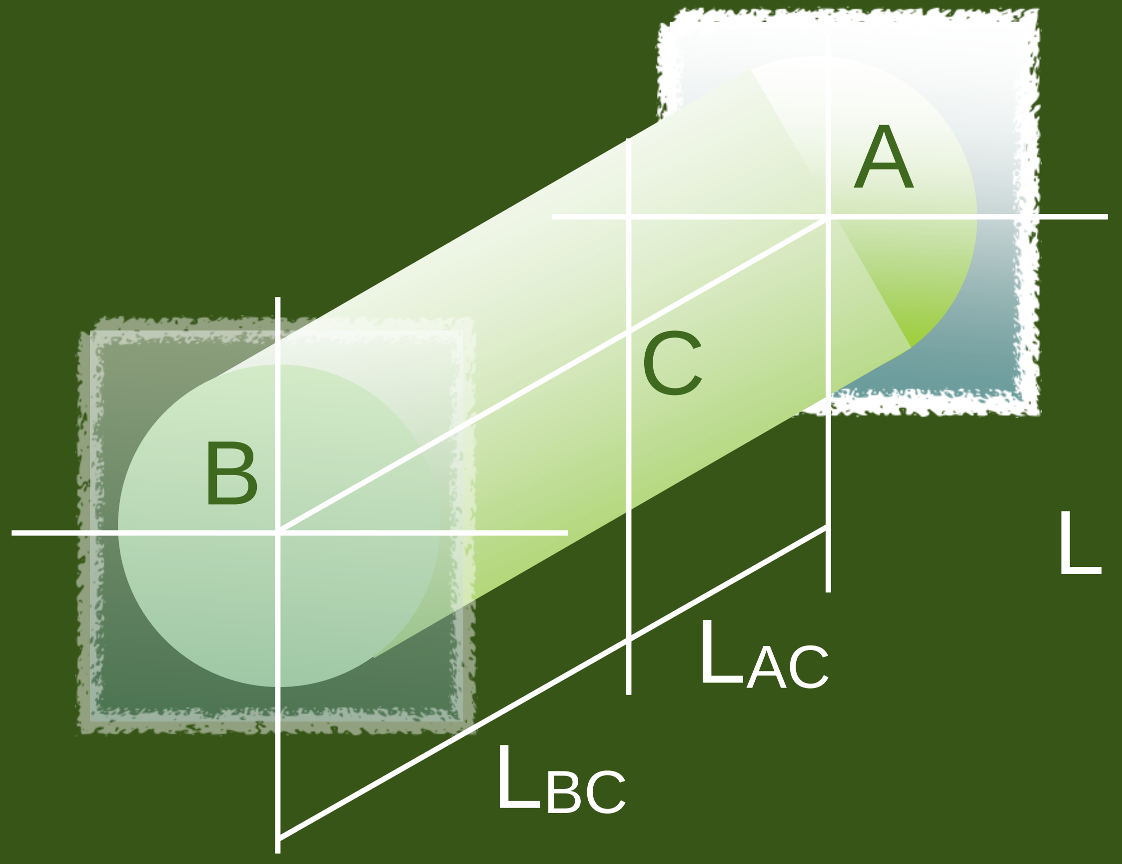
Elementos estaticamente indeteminados

Semelhante ao problema da barra estaticamente indeterminada sob carga axial, quando se tem uma barra estaticamente indeterminada sob torção procede-se de forma análoga.

Torção

Elementos estaticamente indeteminados

Semelhante ao problema da barra estaticamente indeterminada sob carga axial, quando se tem uma barra estaticamente indeterminada sob torção procede-se de forma análoga.

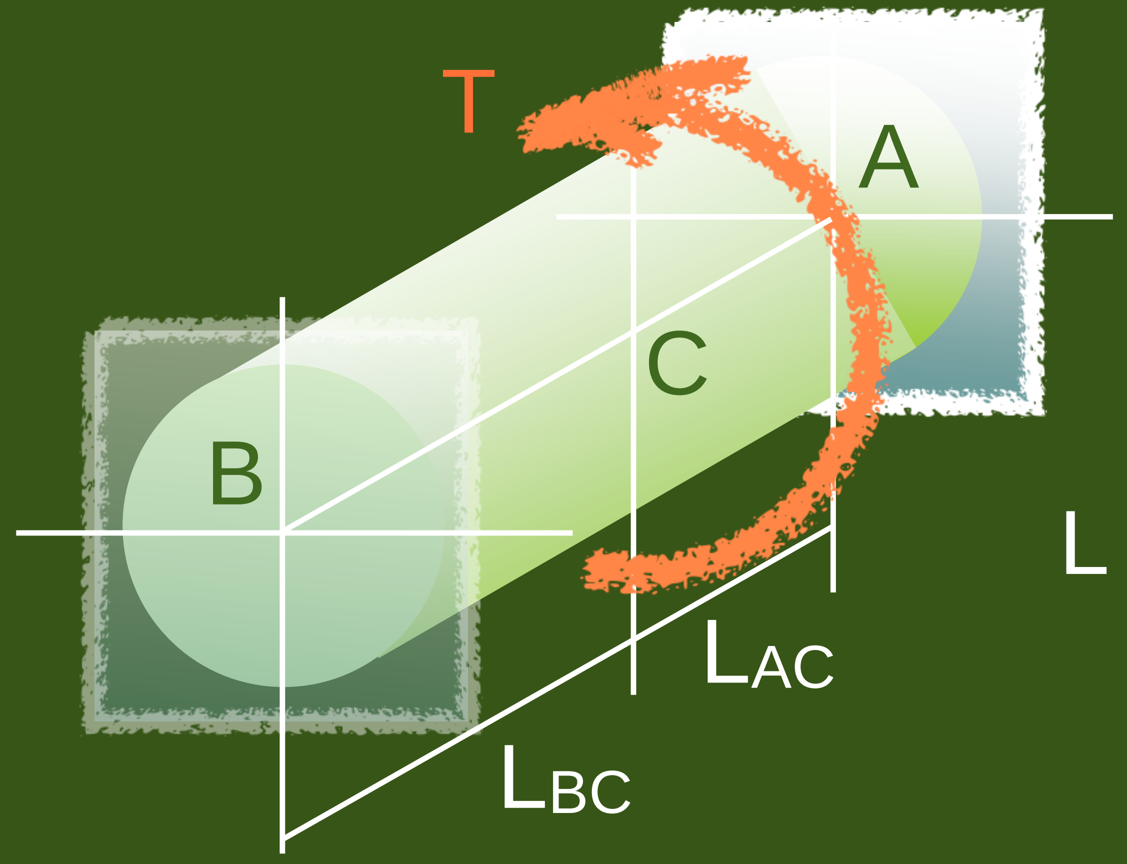


$L = L_{AC} + L_{BC}$

Torção

Elementos estaticamente indeteminados

Semelhante ao problema da barra estaticamente indeterminada sob carga axial, quando se tem uma barra estaticamente indeterminada sob torção procede-se de forma análoga.

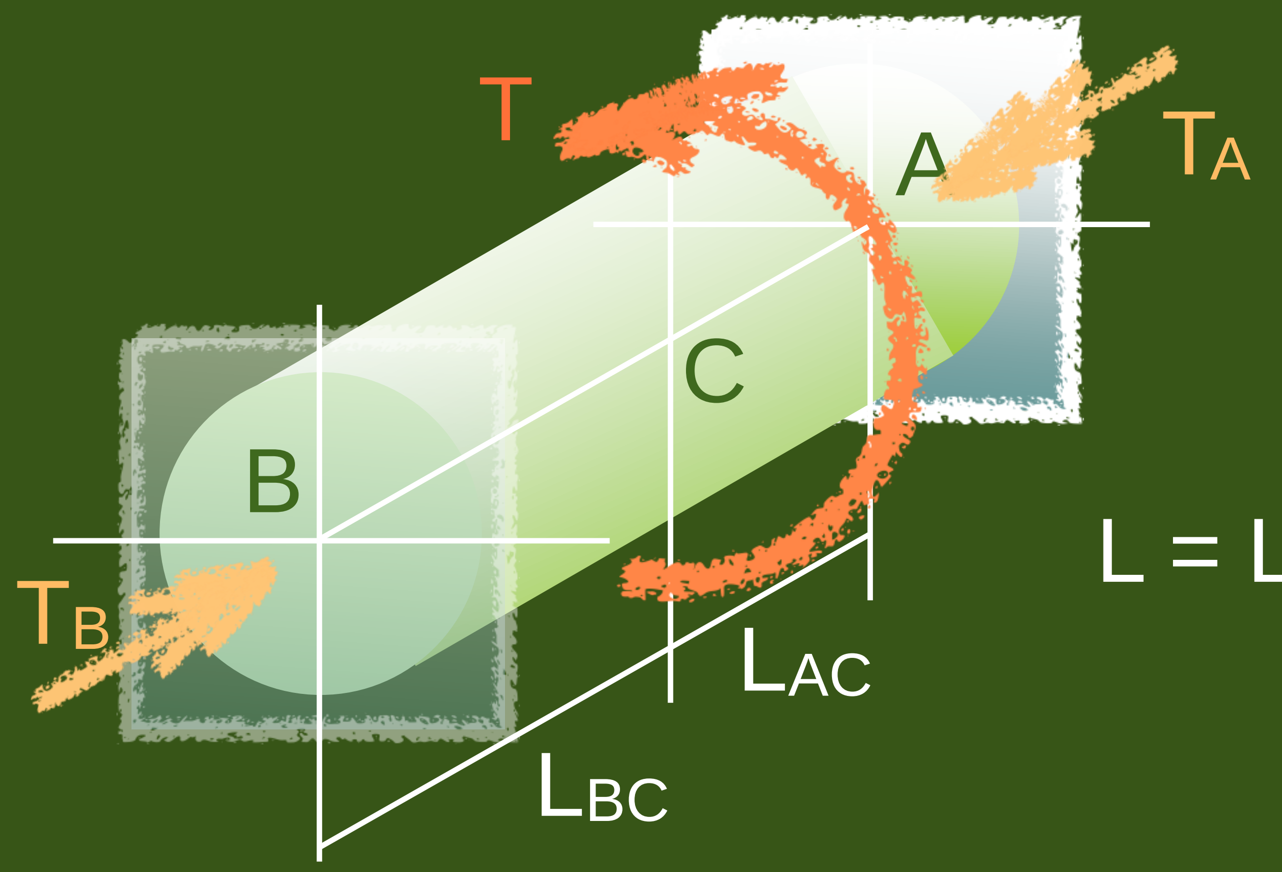


$L = L_{AC} + L_{BC}$

Torção

Elementos estaticamente indeteminados

Semelhante ao problema da barra estaticamente indeterminada sob carga axial, quando se tem uma barra estaticamente indeterminada sob torção procede-se de forma análoga.



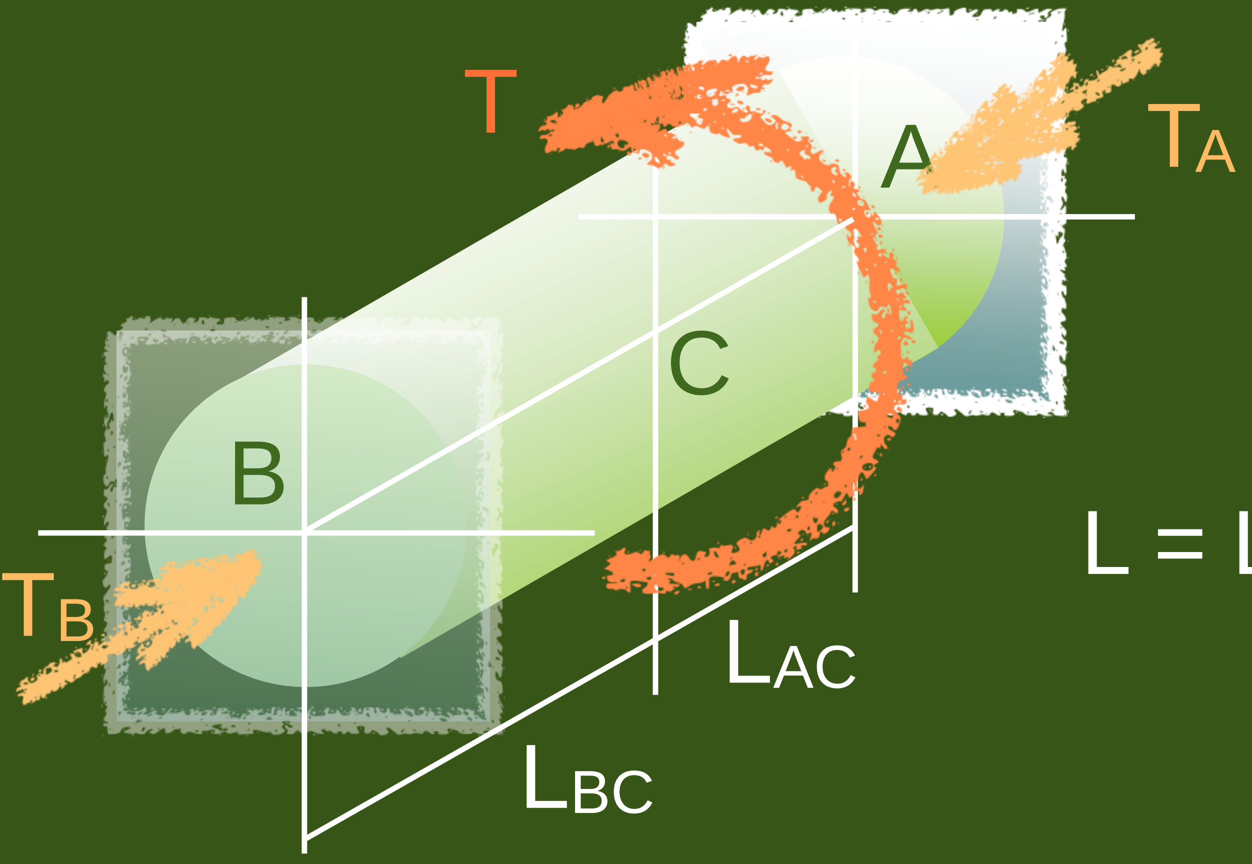
$$L = L_{AC} + L_{BC}$$

Torção

Elementos estaticamente indeteminados

A equação de equilíbrio dá

$$T - T_A - T_B = 0$$



$$L = L_{AC} + L_{BC}$$

Torção

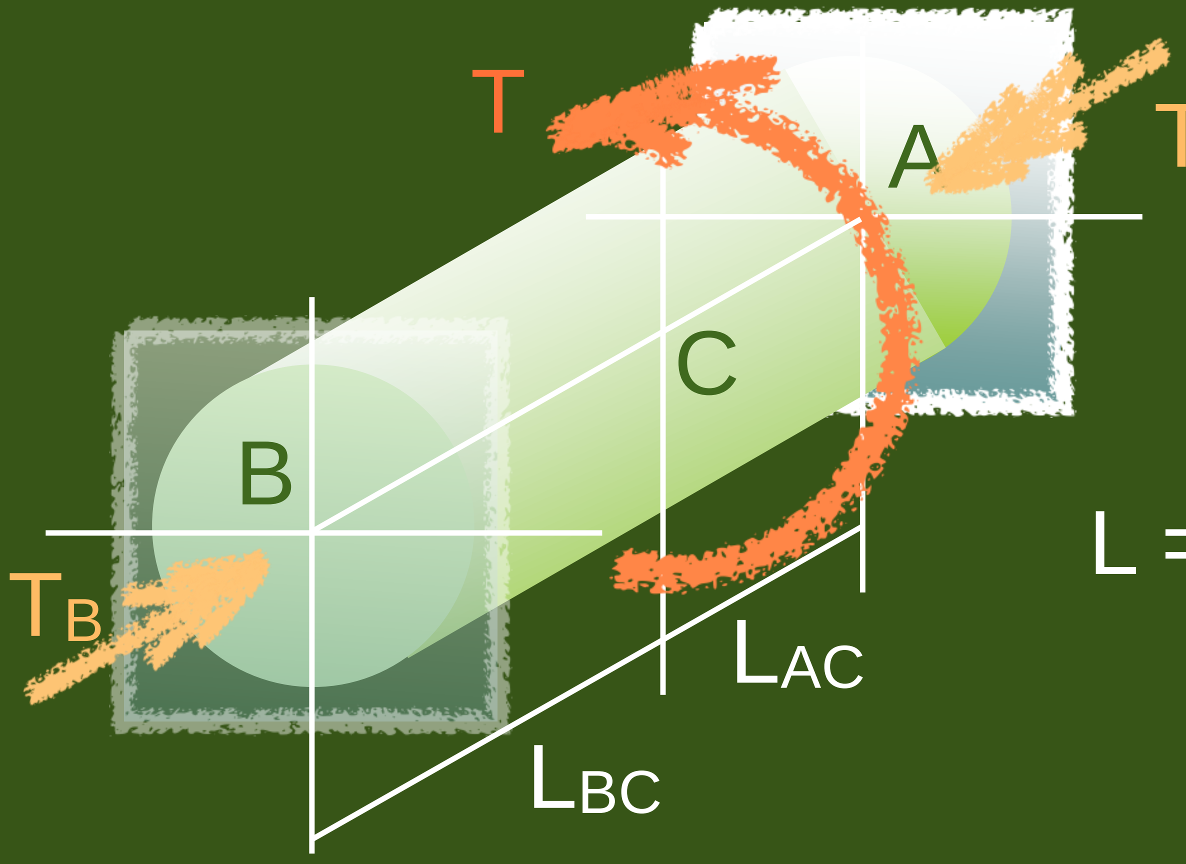
Elementos estaticamente indeteminados

A equação de equilíbrio dá

$$T - T_A - T_B = 0$$

e a condição de compatibilidade fornece

$$\phi_{A/B} = \phi_{AC} - \phi_{BC} = 0\ .$$



$$L = L_{AC} + L_{BC}$$

Torção

Elementos estaticamente indeteminados

A equação de equilíbrio dá

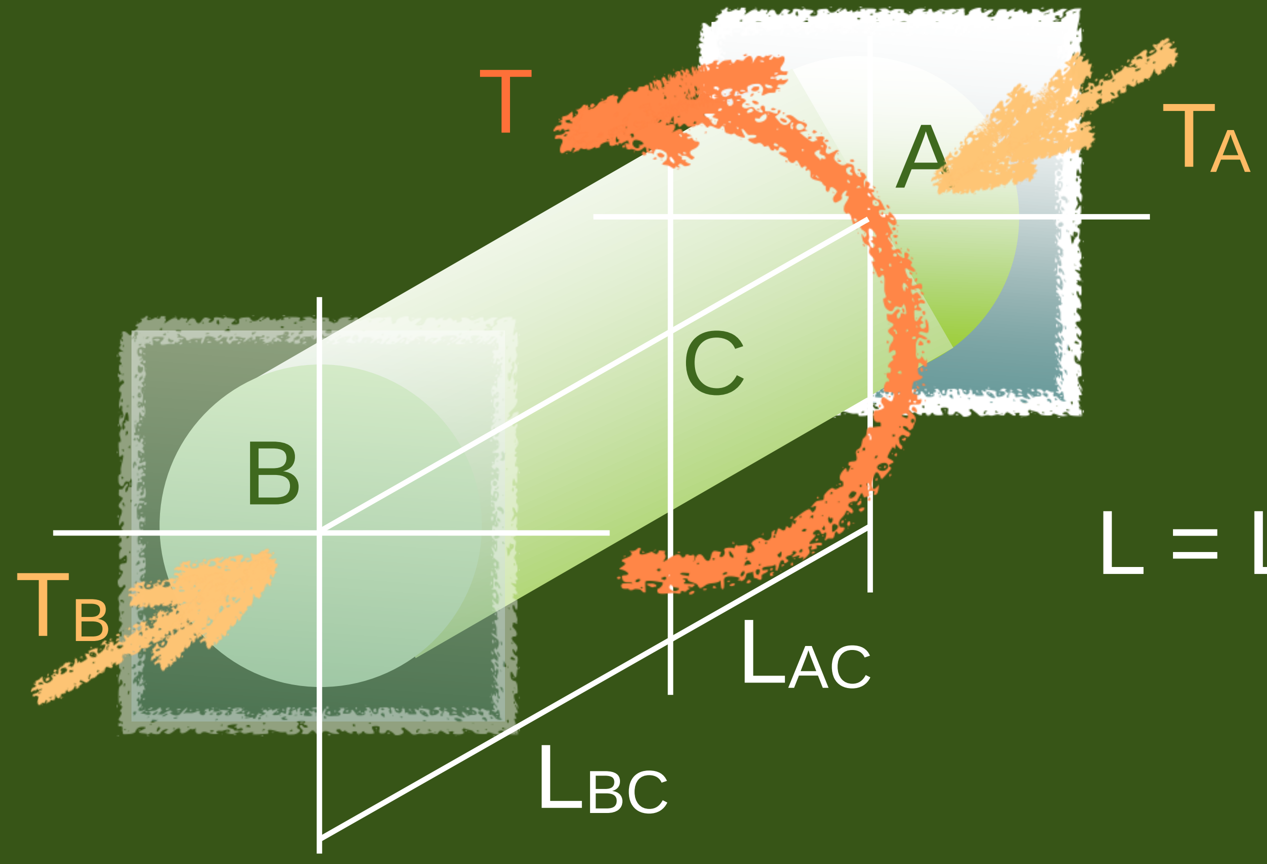
$$T - T_A - T_B = 0$$

e a condição de compatibilidade fornece

$$\phi_{A/B} = \phi_{AC} - \phi_{BC} = 0\ .$$

Substituindo ϕ_{AC} e ϕ_{BC},

$$(T_A L_{AC})/JG - (T_B L_{BC})/JG = 0\ .$$



$$L = L_{AC} + L_{BC}$$

Torção

Elementos estaticamente indeteminados

A equação de equilíbrio dá

$$T - T_A - T_B = 0$$

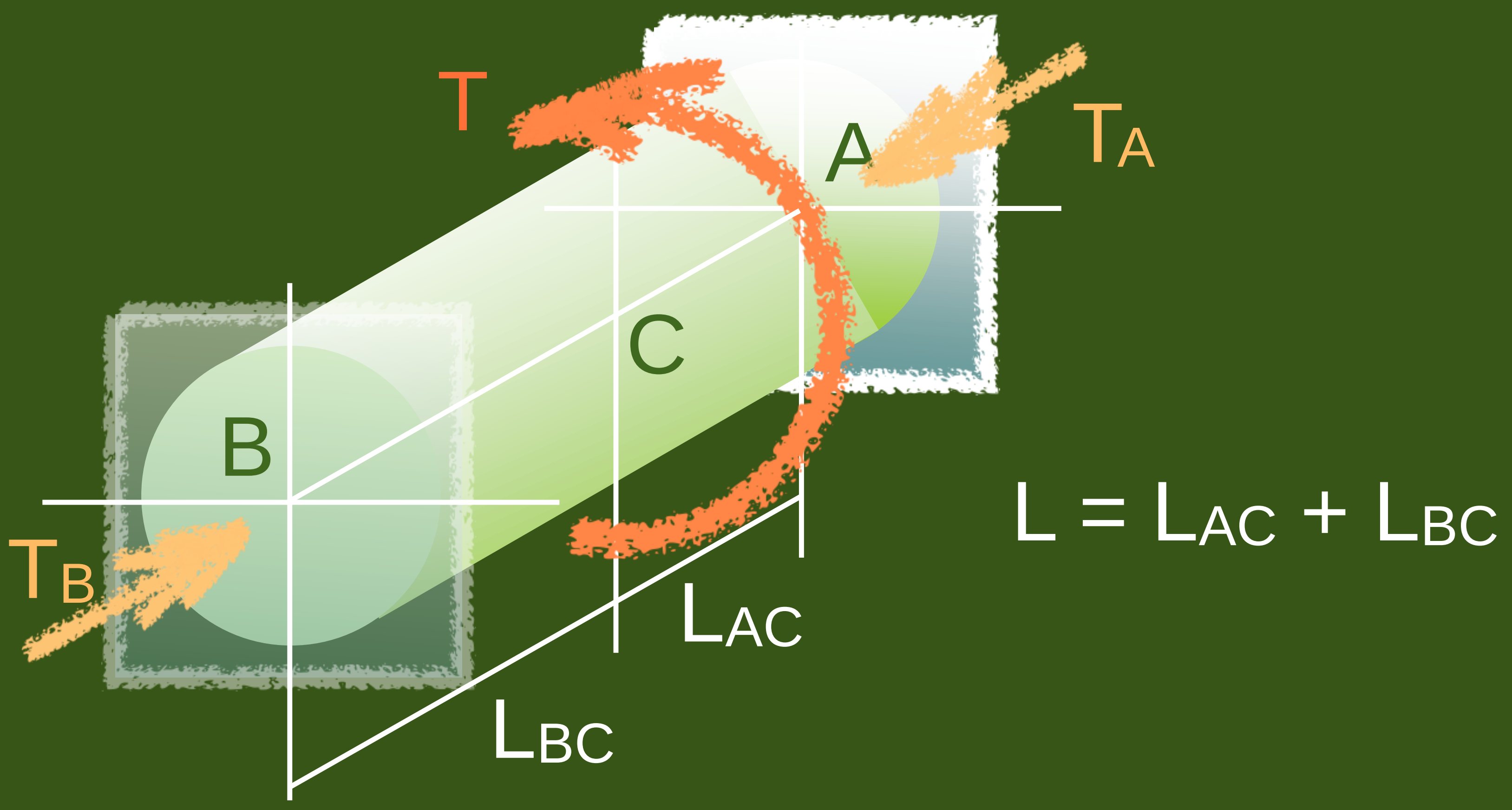
e a condição de compatibilidade fornece

$$\phi_{A/B} = \phi_{AC} - \phi_{BC} = 0 \ .$$

Substituindo ϕ_{AC} e ϕ_{BC},

$$(T_A L_{AC})/JG - (T_B L_{BC})/JG = 0 \ .$$

Com isto, obtém-se T_A em função de T_B. E, da mesma forma que se obteve no caso de cargas axiais, tem-se



Torção

Elementos estaticamente indeteminados

A equação de equilíbrio dá

$$T - T_A - T_B = 0$$

e a condição de compatibilidade fornece

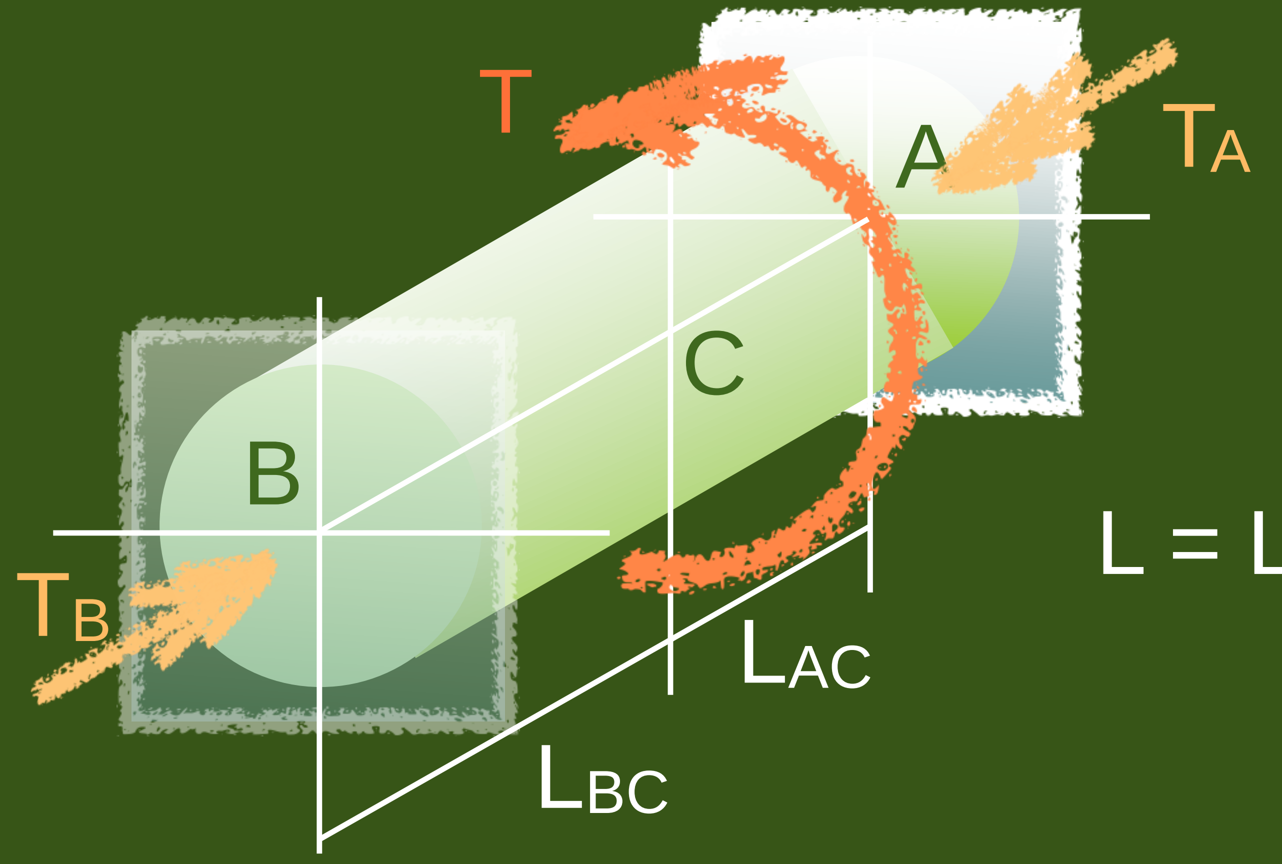
$$\phi_{A/B} = \phi_{AC} - \phi_{BC} = 0 \; .$$

Substituindo ϕ_{AC} e ϕ_{BC},

$$(T_A L_{AC})/JG - (T_B L_{BC})/JG = 0 \; .$$

Com isto, obtém-se T_A em função de T_B. E, da mesma forma que se obteve no caso de cargas axiais, tem-se

$$T_A = (L_{AC}/L)\, T \quad \text{e} \quad T_B = (L_{BC}/L)\, T \; .$$



$$L = L_{AC} + L_{BC}$$

Torção

Concentração de tensões

Torção

Concentração de tensões

A distribuição das tensões de cisalhamento em barras sujeitas a torção é dada por $\tau = T\rho/J$

Torção

Concentração de tensões

A distribuição das tensões de cisalhamento em barras sujeitas a torção é dada por $\tau = T\rho/J$

Esta equação somente pode ser aplicada em eixos de seção circular, ou anular, portanto cilíndricos, ou ligeiramente cônicos.

Torção

Concentração de tensões

A distribuição das tensões de cisalhamento em barras sujeitas a torção é dada por $\tau = T\rho/J$

Esta equação somente pode ser aplicada em eixos de seção circular, ou anular, portanto cilíndricos, ou ligeiramente cônicos.

Eixos de seção diferente ou com descontinuidades de seção devem usar um fator de forma para correção, no primeiro caso, ou o fator de concentração de tensões, no segundo.

Torção

Concentração de tensões

A distribuição das tensões de cisalhamento em barras sujeitas a torção é dada por $\tau = T\rho/J$

Esta equação somente pode ser aplicada em eixos de seção circular, ou anular, portanto cilíndricos, ou ligeiramente cônicos.

Eixos de seção diferente ou com descontinuidades de seção devem usar um fator de forma para correção, no primeiro caso, ou o fator de concentração de tensões, no segundo.

Eixos de seção não circular não estão no escopo da disciplina.

Torção

Concentração de tensões

A distribuição das tensões de cisalhamento em barras sujeitas a torção é dada por $\tau = T\rho/J$

Esta equação somente pode ser aplicada em eixos de seção circular, ou anular, portanto cilíndricos, ou ligeiramente cônicos.

Eixos de seção diferente ou com descontinuidades de seção devem usar um fator de forma para correção, no primeiro caso, ou o fator de concentração de tensões, no segundo.

Eixos de seção não circular não estão no escopo da disciplina.

Para eixos que apresentem variações bruscas de seção, levam-se em conta os efeitos da presença da descontinuidade, analogamente ao que se tem nas barras carregadas axialmente.

Torção

Concentração de tensões

A distribuição das tensões de cisalhamento em barras sujeitas a torção é dada por $\tau = T\rho/J$

Esta equação somente pode ser aplicada em eixos de seção circular, ou anular, portanto cilíndricos, ou ligeiramente cônicos.

Eixos de seção diferente ou com descontinuidades de seção devem usar um fator de forma para correção, no primeiro caso, ou o fator de concentração de tensões, no segundo.

Eixos de seção não circular não estão no escopo da disciplina.

Para eixos que apresentem variações bruscas de seção, levam-se em conta os efeitos da presença da descontinuidade, analogamente ao que se tem nas barras carregadas axialmente.

São comuns, tres tipos de descontinuidade de seção de barras circulares (e anulares):

Torção

Concentração de tensões

A distribuição das tensões de cisalhamento em barras sujeitas a torção é dada por $\tau = T\rho/J$

Esta equação somente pode ser aplicada em eixos de seção circular, ou anular, portanto cilíndricos, ou ligeiramente cônicos.

Eixos de seção diferente ou com descontinuidades de seção devem usar um fator de forma para correção, no primeiro caso, ou o fator de concentração de tensões, no segundo.

Eixos de seção não circular não estão no escopo da disciplina.

Para eixos que apresentem variações bruscas de seção, levam-se em conta os efeitos da presença da descontinuidade, analogamente ao que se tem nas barras carregadas axialmente.

São comuns, tres tipos de descontinuidade de seção de barras circulares (e anulares):

- acoplamentos
- rasgos de chaveta
- reduções com raios de concordância

Torção

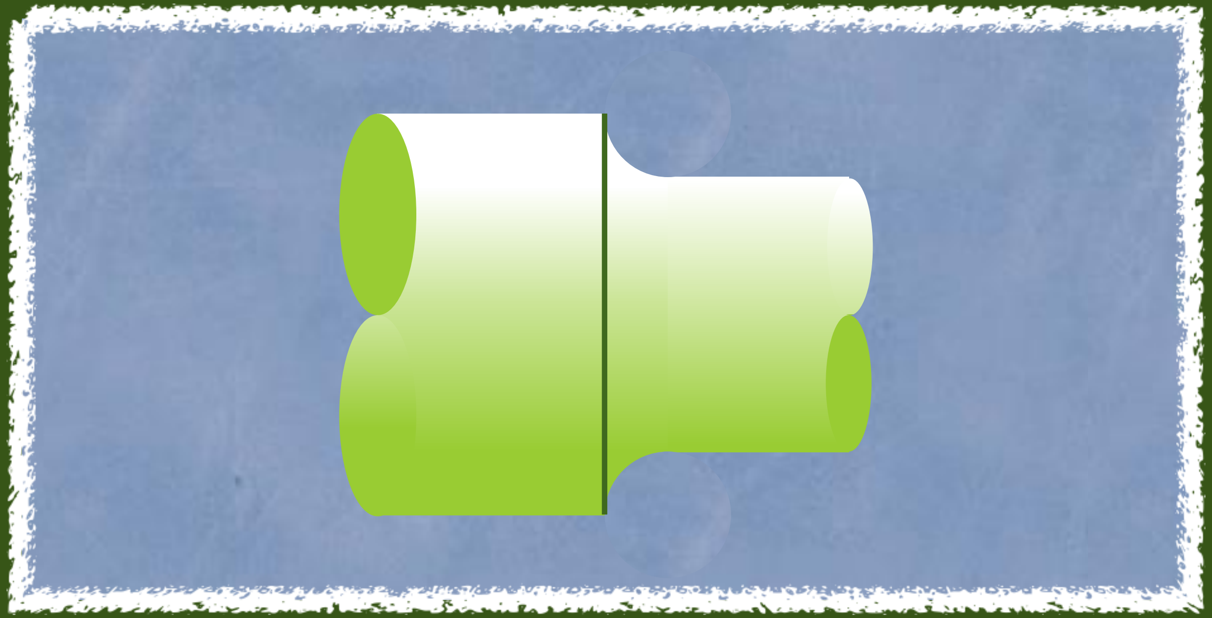
Concentração de tensões

Fator de concentração de tensões em eixos sob torção

Torção

Concentração de tensões

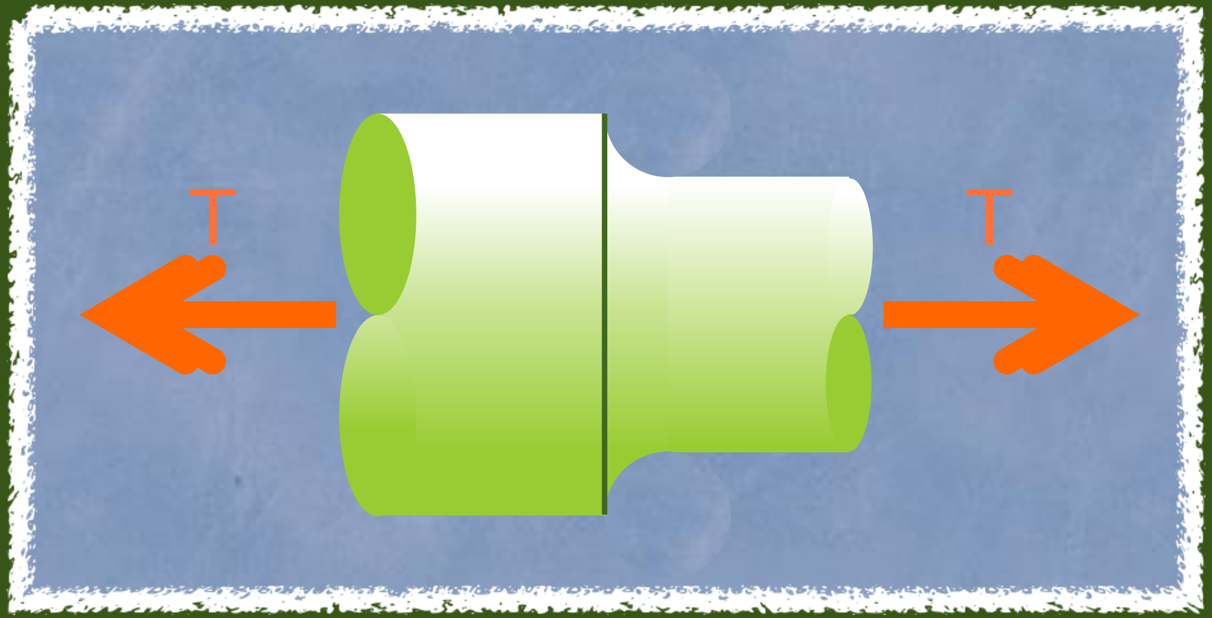
Fator de concentração de tensões em eixos sob torção



Torção

Concentração de tensões

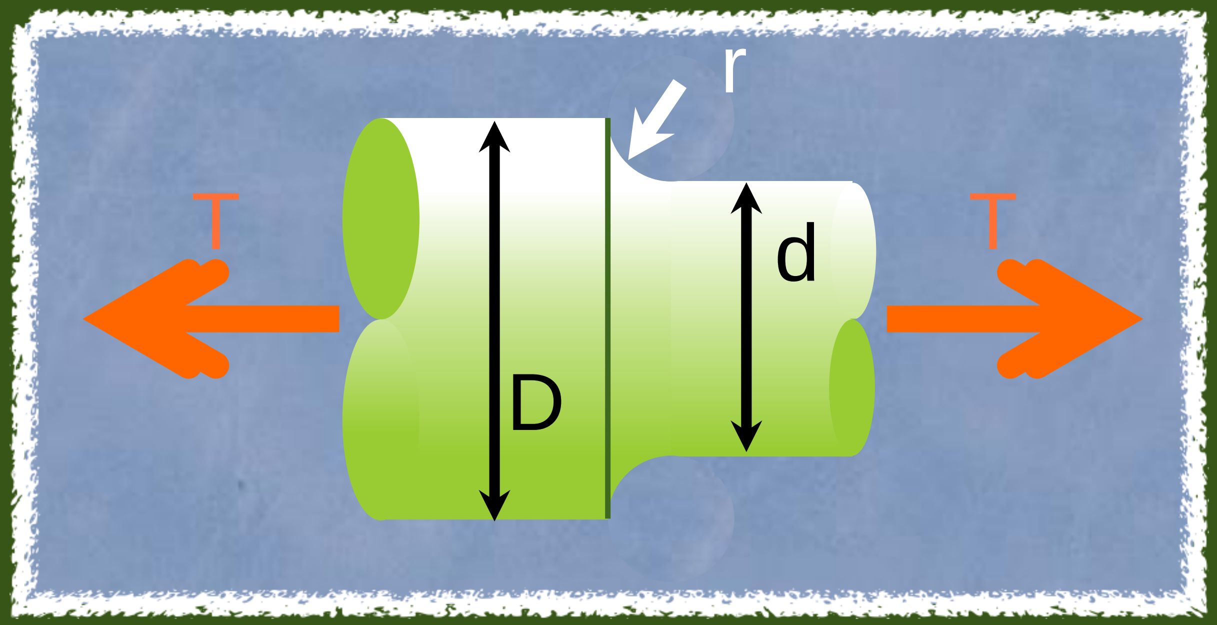
Fator de concentração de tensões em eixos sob torção



Torção

Concentração de tensões

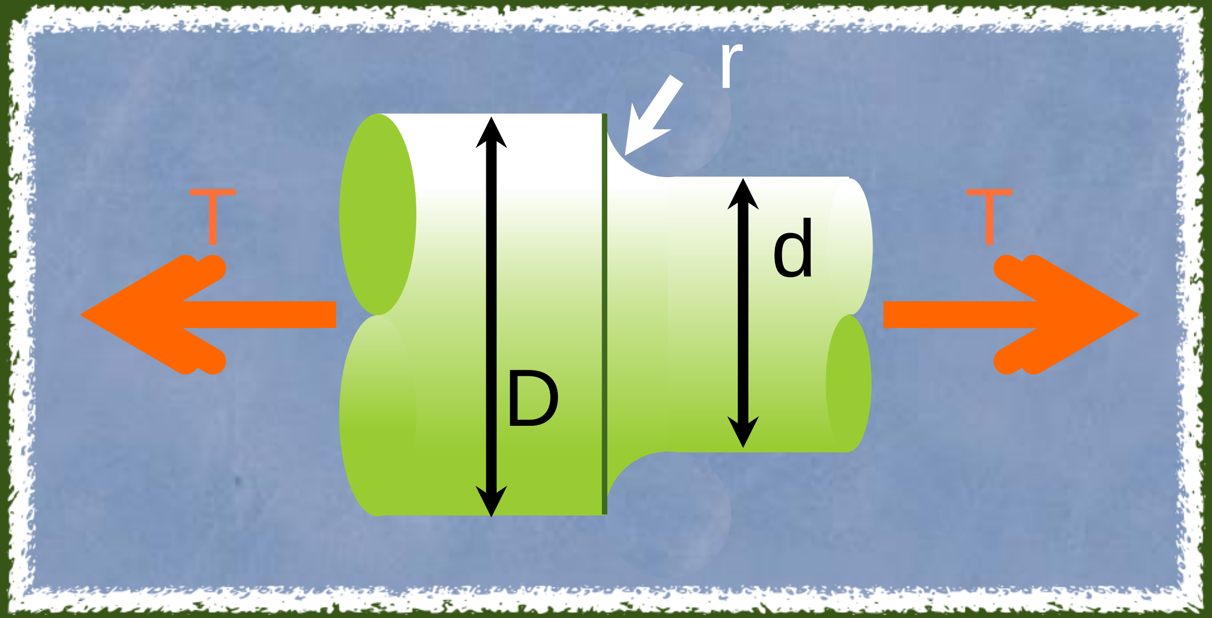
Fator de concentração de tensões em eixos sob torção

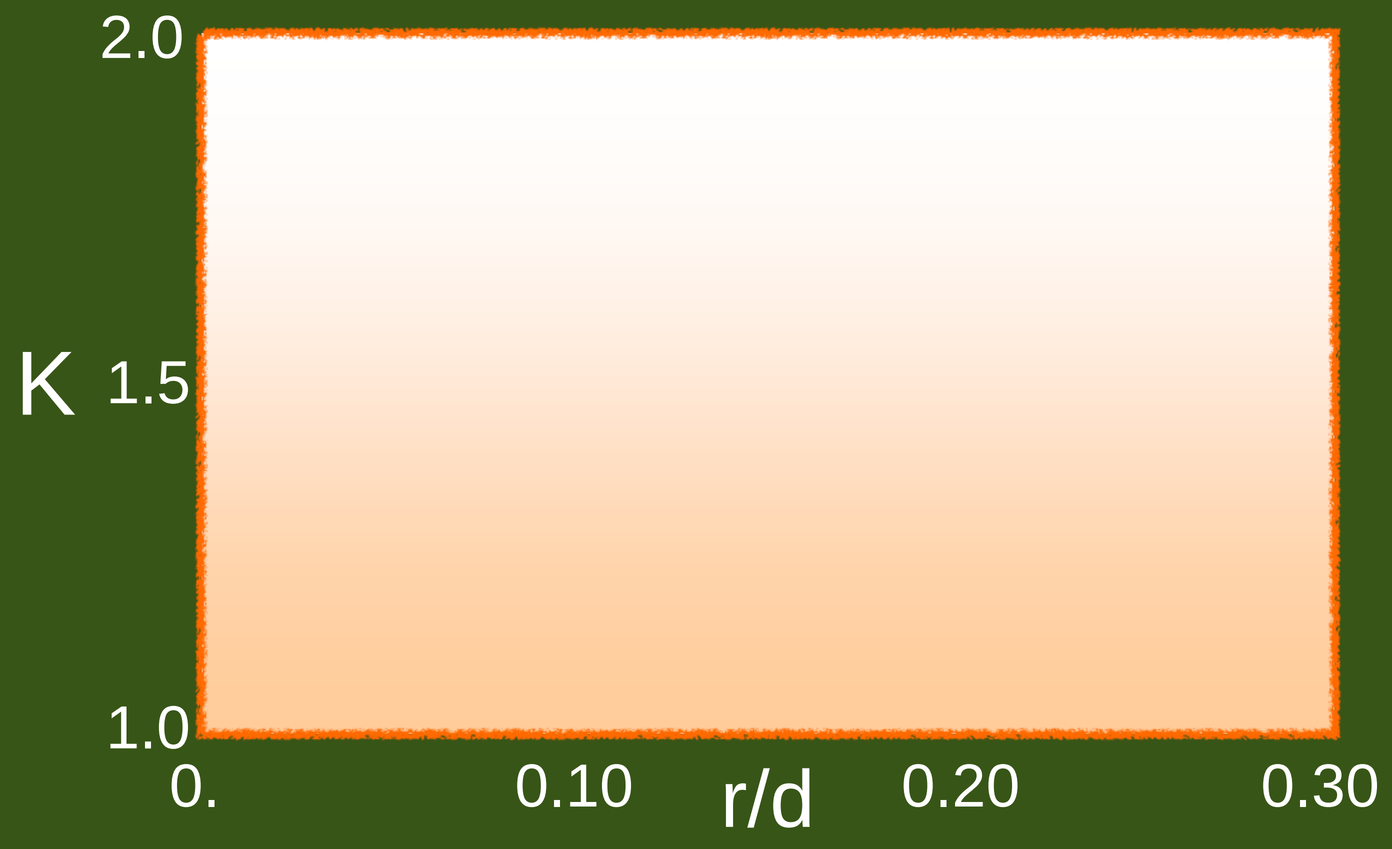


Torção

Concentração de tensões

Fator de concentração de tensões em eixos sob torção

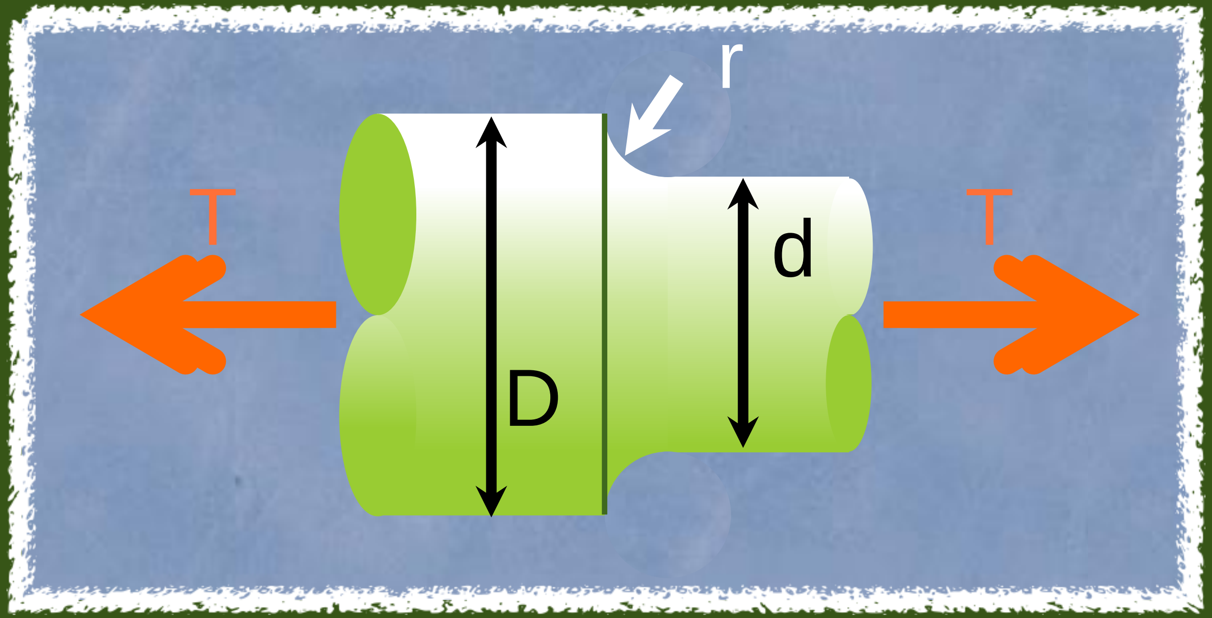


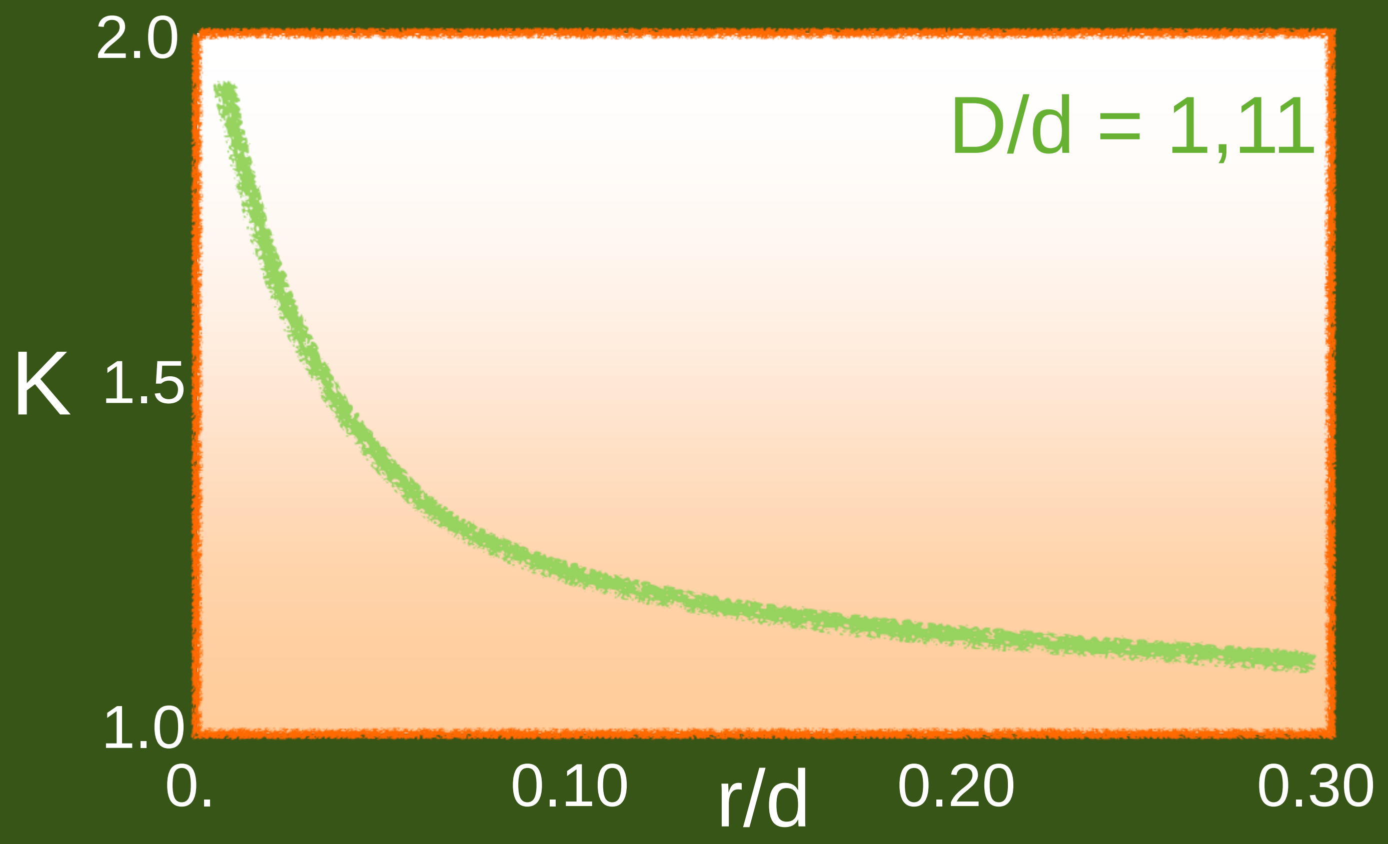


Torção

Concentração de tensões

Fator de concentração de tensões em eixos sob torção

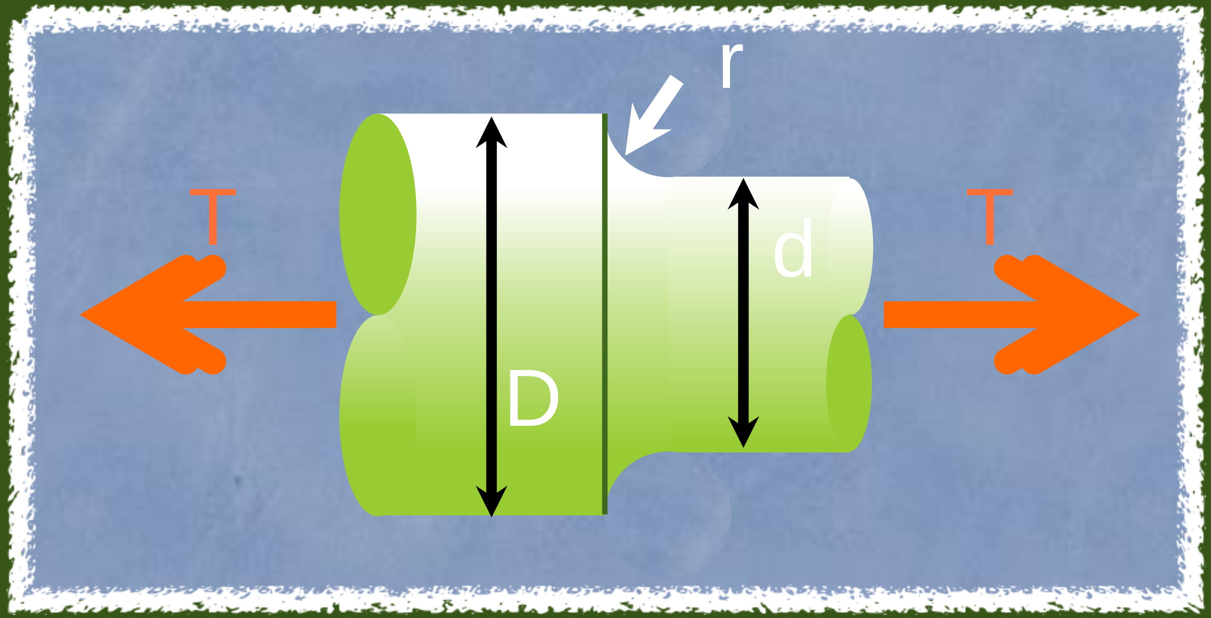


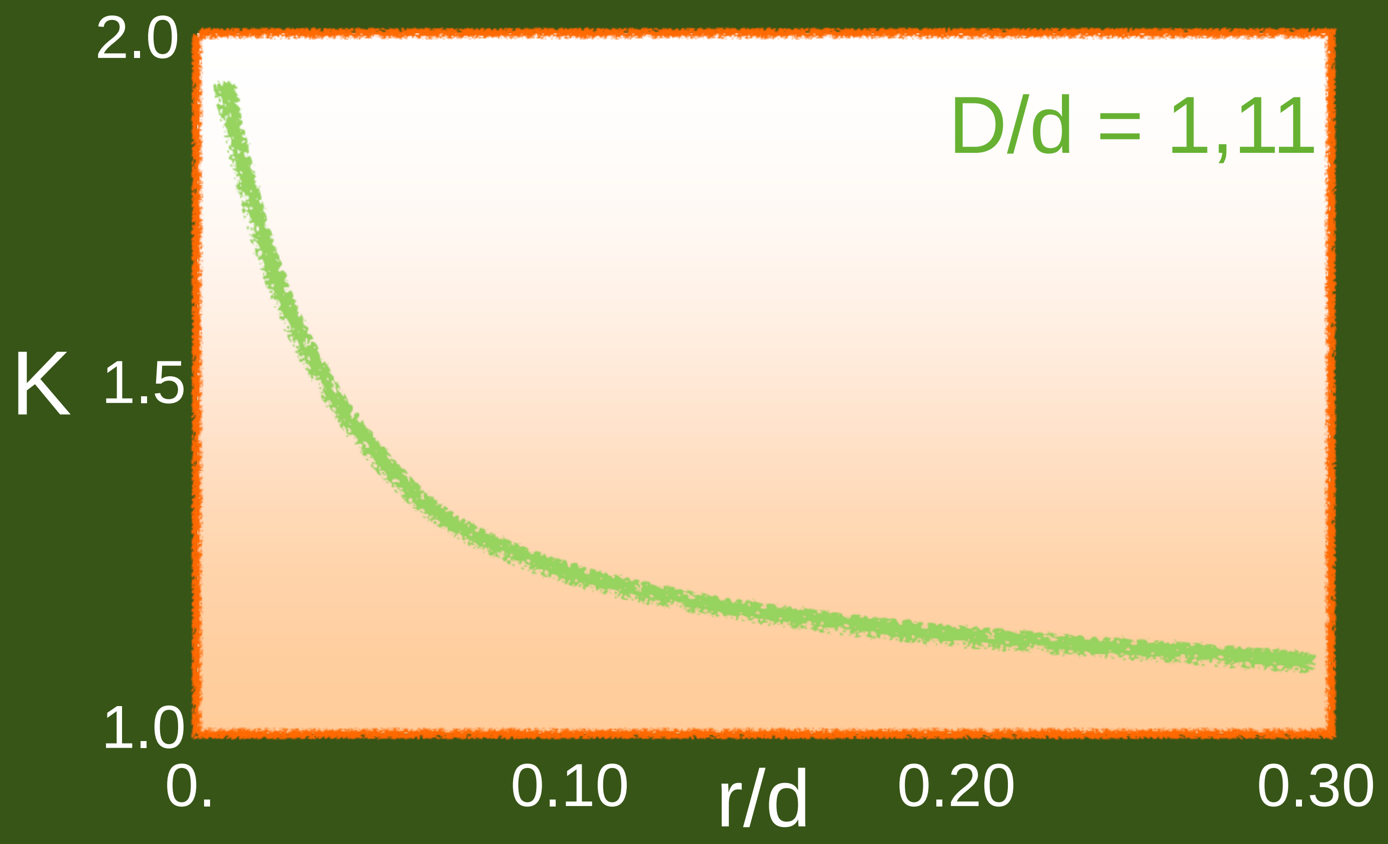


Torção

Concentração de tensões

Fator de concentração de tensões em eixos sob torção

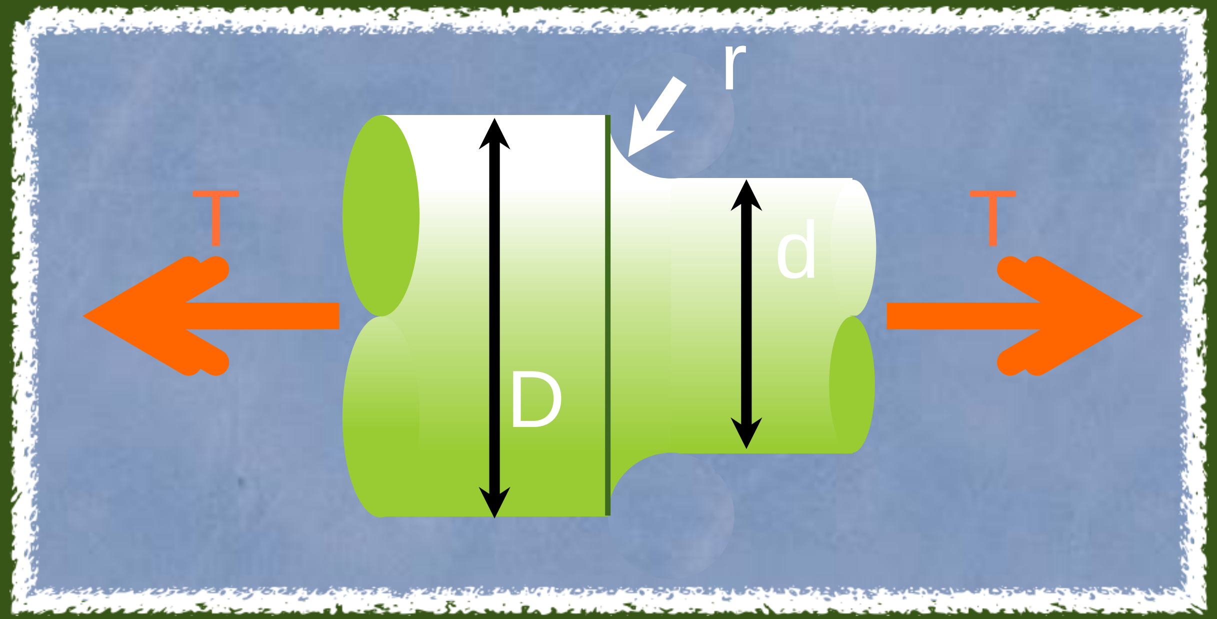


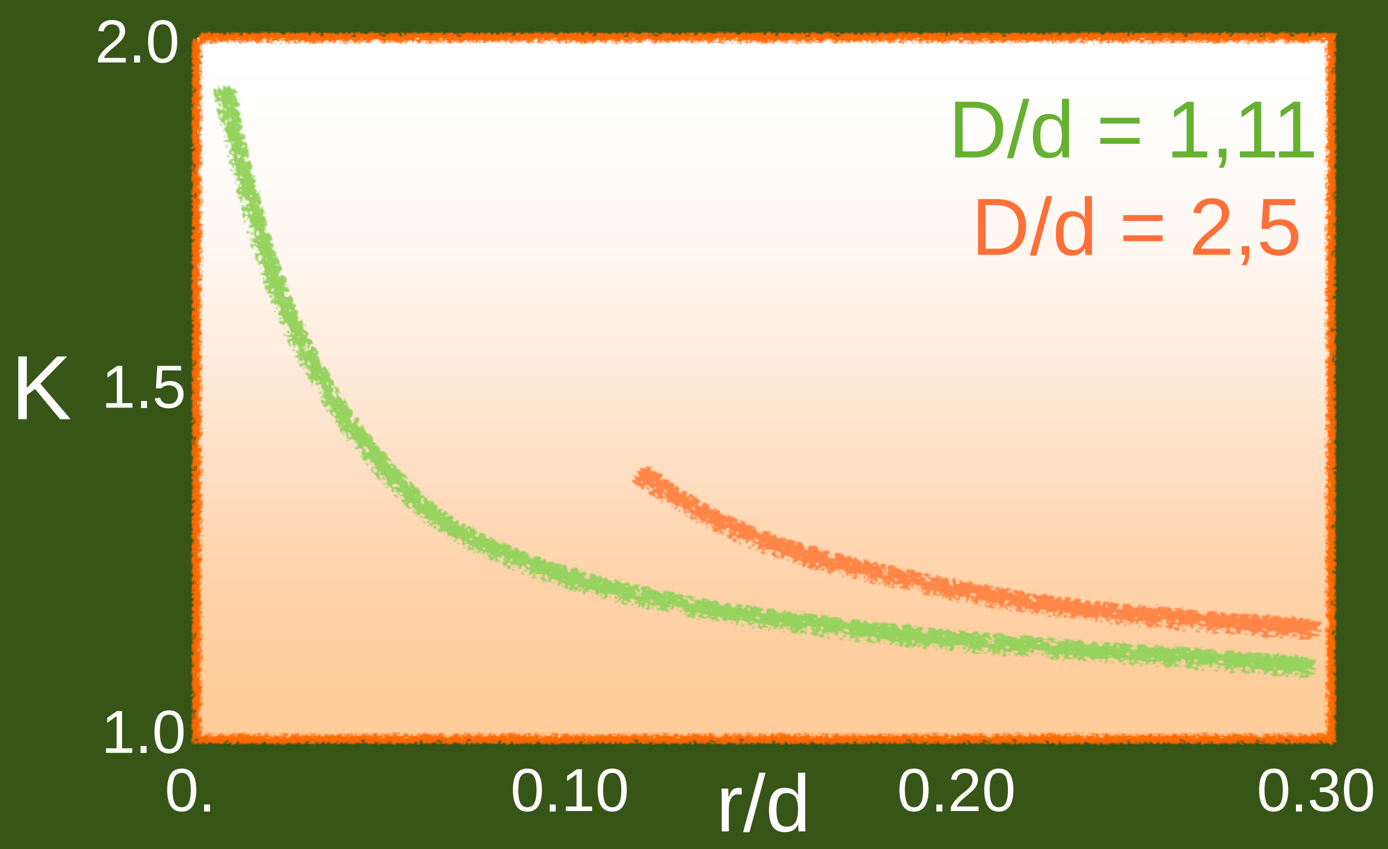


Torção

Concentração de tensões

Fator de concentração de tensões em eixos sob torção





Torção

F I M