Aula 7 - Laboratório de Controle - 2022/1

Sistemas discretos: discretização e estabilidade

Nome(s): Gabriel Boasquives e Gabriel Falcone

```
I=4 ;
turma=1 ;
g=init(turma,I)
```

```
g =

        57.6
  ---------------
  s^2 + 16 s + 64

Continuous-time transfer function.
```

```
datetime('now')
```

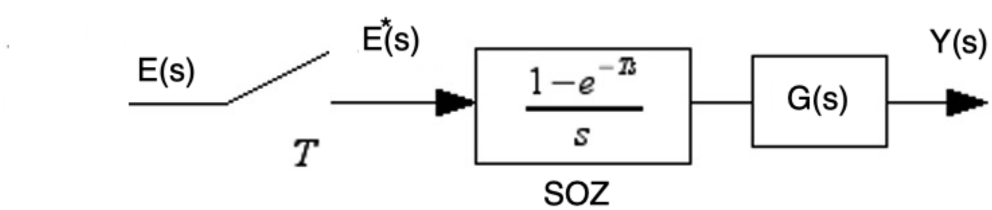
```
ans = datetime
   22-Jun-2017 08:54:44
```

Nesta aula um sistema contínuo será discretizado e analisado em malha aberta e malha fechada.

Atividade 1 - Discretização da FT de malha aberta

Dada a FT contínua $G(s)$, a FT discreta G(z) é obtida de $G(z) = Z[\frac{1-e^{-Ts}}{s}G(s)]$. Nos instantes de amostragem, a saída discretizada e a contínua são iguais.

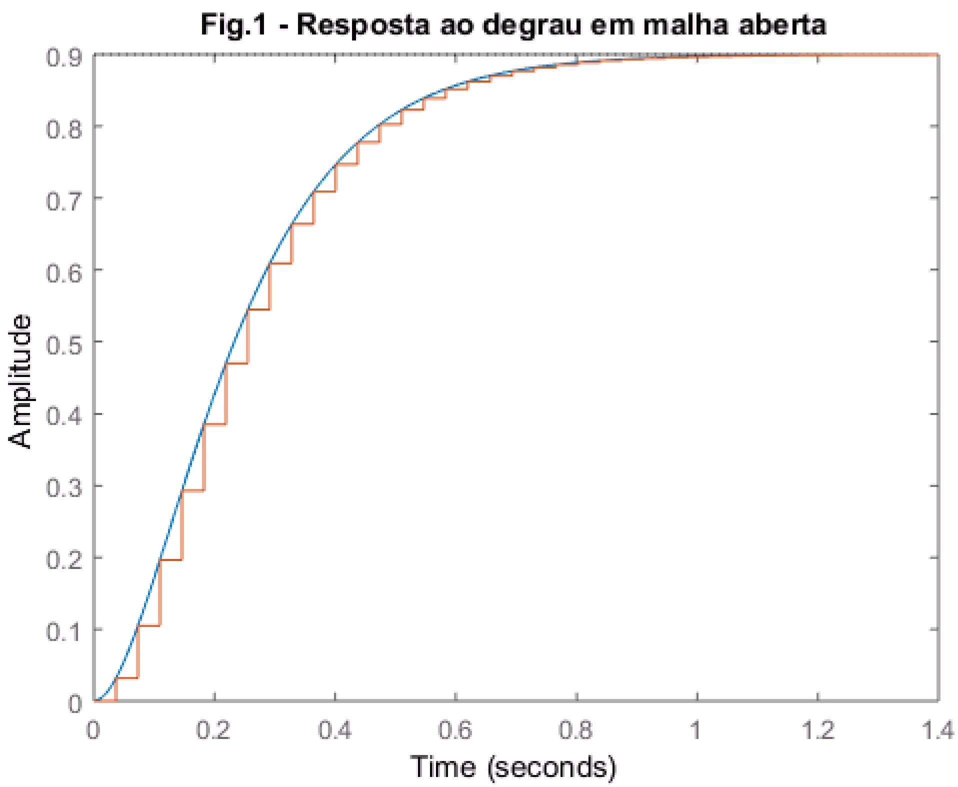
O tempo de amostragem usado aqui será $1/20$ do tempo de estabelecimento t_s , que equivale a $1/5$ da constante de tempo. Logo, o tempo de amostragem $T = t_s/20$ será usado para obter a FT discretizada Gd (G(z)).




```
S=stepinfo(g);
T=S.SettlingTime/20
```

```
T = 0.0365
```

```
gd=c2d(g,T);
figure
step(g,gd);title('Fig.1 - Resposta ao degrau em malha aberta')
```



1.1 Sabendo que a discretização mapeia um polo em $s = -a$ mapeia o polo do plano s para o polo do plano z em $z = e^{-aT}$, ou seja, $G(z) = Z[\frac{1}{s+a}] = \frac{z}{z - e^{-aT}}$a compare os polos de g e de gd.

Resposta: Utilizando a função *pole* do MATLAB podemos ver que os polos da função *g* são -8 e -8. Fazendo o mesmo processo para *gd* encontramos os polos de *gd* em -0.7470 e -0.7470. Realizando o cálculo de $z = e^{-aT}$, é possível confirmar a relação entre as raízes.

```
pole(g)
```

```
ans =
    -8
    -8
```

-

```
pole(gd)
```

```
ans =
    0.7470
    0.7470
```

-

```

```

1.2 Sabendo que sistemas contínuos com resposta rápida têm polos no semiplano esquerdo longe da origem, onde estão os polos de sistemas discretos rápidos? (Dica: usar a expressão de 1.1).

Resposta: Supondo um polo a = -1 e um polo em a = -10 podemos realizar a comparação e conferir que os pontos, dentro do círculo unitário e próximos da origem conferem uma resposta mais rápida ao sistema do que os que estão afastados da origem e dentro do círculo unitário

```
a1 = -1;
a2 = -10;
exp(a1*T)
```

```
ans = 0.9642
```

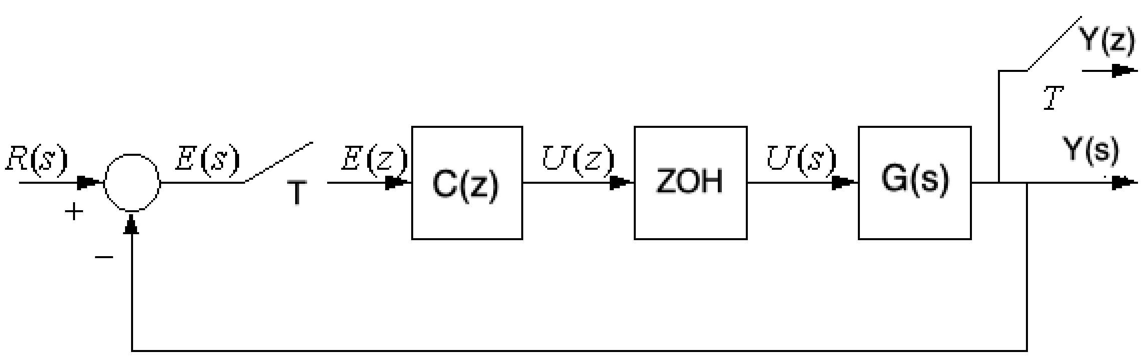
```
exp(a2*T)
```

```
ans = 0.6945
```

Atividade 2 - Avaliação do efeito do ganho no caso contínuo e no caso discreto

Em malha fechada, o controlador discreto $C(z)$ é aplicado ao sistema contínuo dado pela FT $G(s)$. Um segurador de ordem zero (SOZ) mantém o sinal de controle U(s) aplicado constante entre instantes de amostragem T.

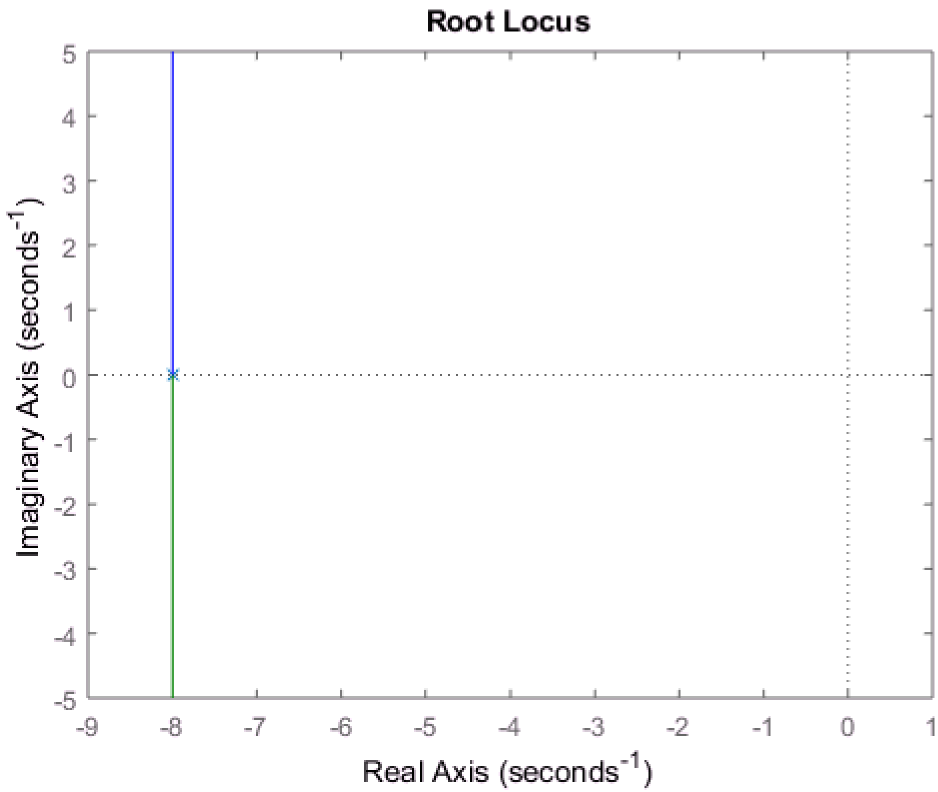
A funcão de transferência discreta de malha fechada para o diagrama abaixo é dada por $M(z) = \dfrac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)}$, com $G(z) = Z\{SOZ * G(s)\}$.



Nesta atividade se avalia a diferença do comportamento do sistema contínuo e discreto em malha fechada quando o ganho varia, fazendo, $C(z) = K$.

2.1 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema contínuo em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(s) = 0$.

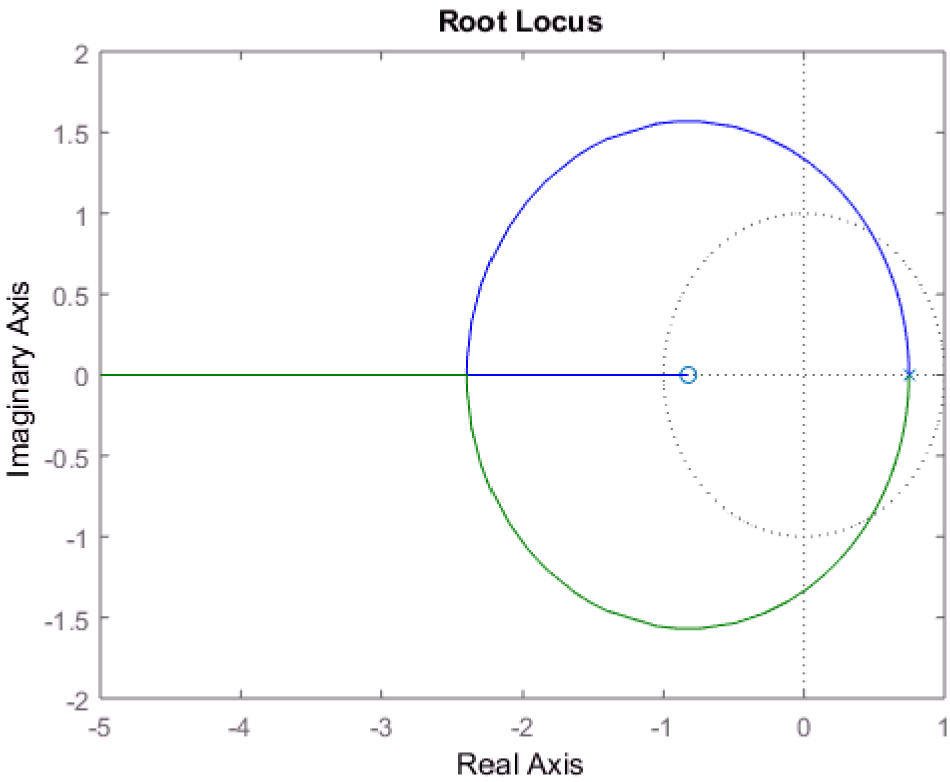
```
rlocus(g)
```



Resposta: Para o sistema acima, temos que, para K = 0, o sistema terá valor puramente real em -8, já com o aumento do ganho K, tanto para positivo como negativo, temos a existência de pólos complexos tendendo ao infinito. Conforme o ganho K aumenta e a parte imagiária dos pólos aumenta em módulo a resposta do sistema fica com maior sobreelevação.

2.2 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema discreto em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(z) = 0$ (gd é G(z)).

```
rlocus(gd)
```



Resposta: Para o sistema acima, temos que o aumento de K vai incremetando o sobressinal e o tempo de acomodação. Além disso, o sistema ficará instável com um pólo tendendo ao infinito.

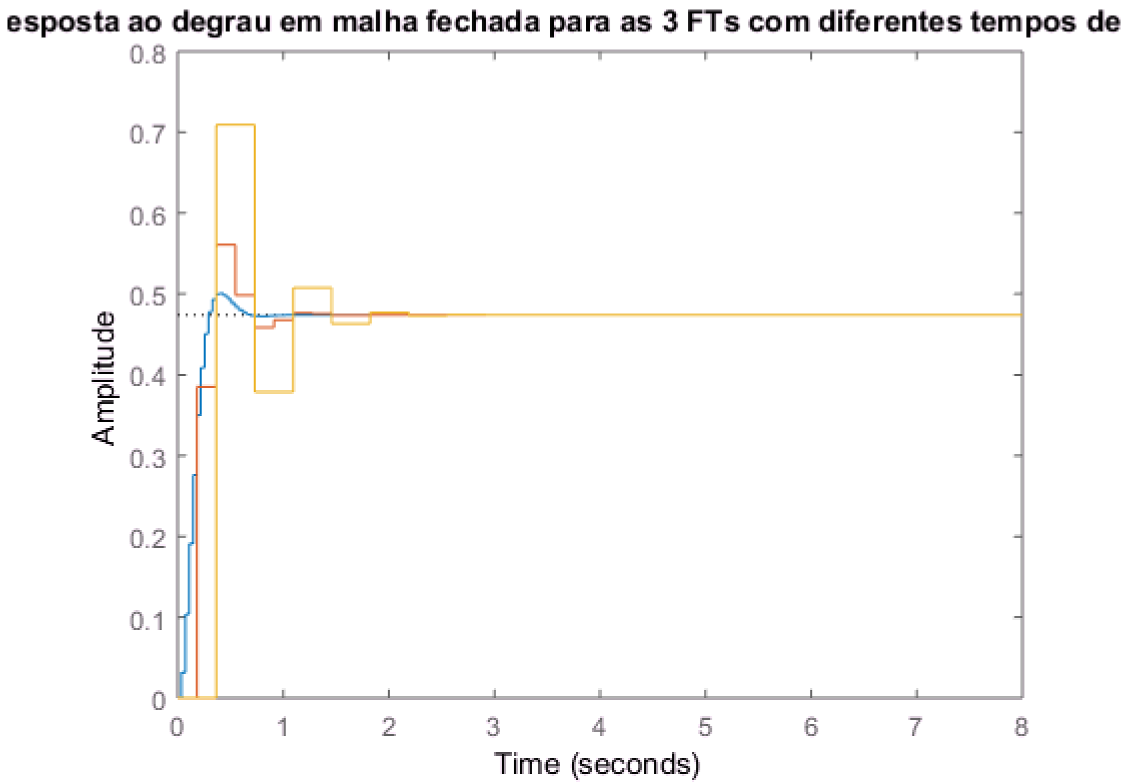
2.3 Para que valores de K o sistema discreto é estável?

Resposta: Como para estabilidade os pólos devem estar dentro do círculo unitário, analisando o *rlocus(gd)* podemos perceber que o sistema será estável para 0< k <17.2 .

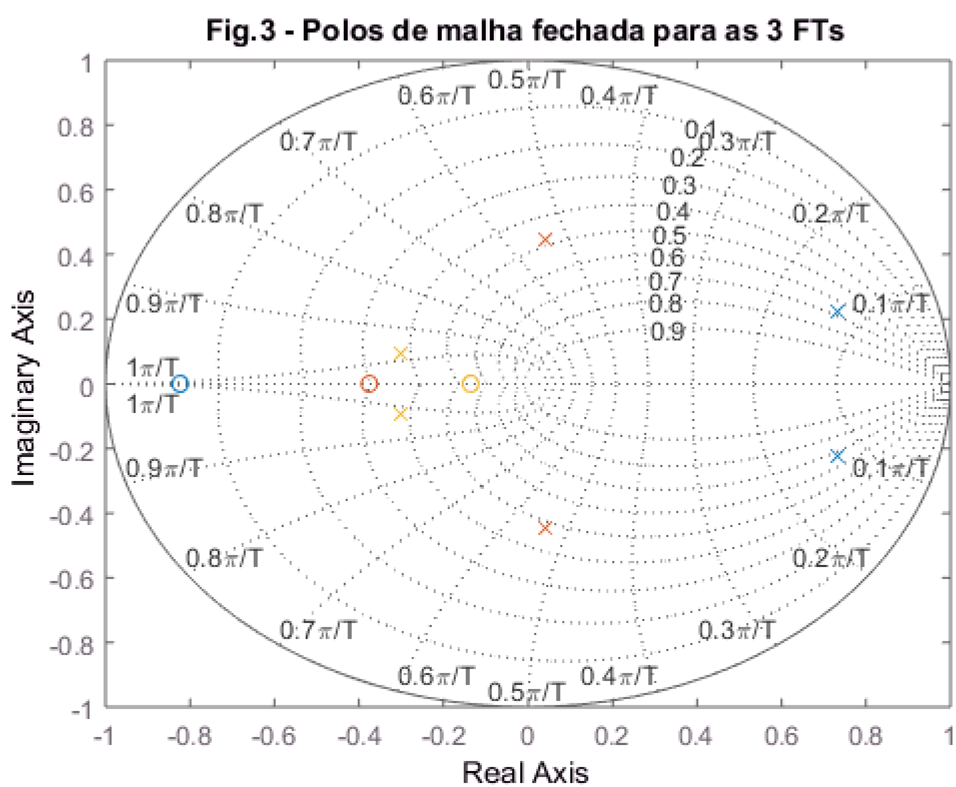
Atividade 3 - Avaliação do efeito do tempo de amostragem

Os comandos abaixo geram 3 FTs discretas, cada uma com um tempo de amostragem diferente e crescente. Escolha estes valores de modo a ter respostas estáveis mas com sobreelevação crescente.

```
T1=[1 5 10]*T; % Escolher valores crescentes
gd1=c2d(g,T1(1));
gd2=c2d(g,T1(2));
gd3=c2d(g,T1(3));
m1=feedback(gd1,1);
m2=feedback(gd2,1);
m3=feedback(gd3,1);
figure;
step(m1,m2,m3);title('Fig.2 - Resposta ao degrau em malha fechada para as 3 FTs com diferentes
```




```
figure
pzmap(m1,m2,m3);title('Fig.3 - Polos de malha fechada para as 3 FTs');grid
```

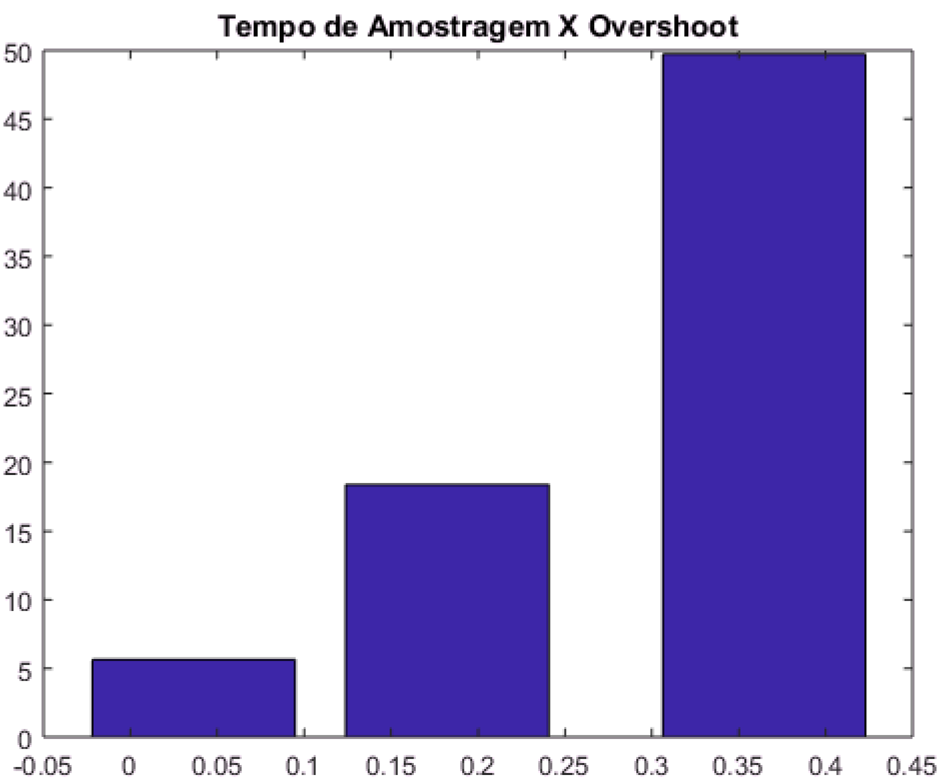


3.1 Compare a localização dos polos e a resposta ao degrau e explique a relação da localização dos polos no plano z e a respectiva resposta ao degrau em termos de sobreelevação. Dica: observe as curvas de amortecimento constante.

Resposta: Para a situação acima, temos que, ao aumentarmos o tempo de amostragem , o sistema em malha fechada ficará mais instável. Nesse sentido, quanto mais afastado os polós estarão, temos uma região maior sobreelevação com menor tempo de amortercimento. Para fins comparativos, a primeira FT de cor azul terá 5.71% de sobreelevação enquanto a terceira FT de cor amarela terá 49.74%.

3.2 Faça um gráfico de barras dos tempos de amostragem versus a sobreelevação para os três casos acima, escrevendo as linhas de código abaixo.

```
S1=stepinfo(m1);
S2=stepinfo(m2);
S3=stepinfo(m3);
UP=[S1.Overshoot S2.Overshoot S3.Overshoot ];
bar(T1,UP)
title('Tempo de Amostragem X Overshoot')
```



Atividade 4 - Avaliação da sintonia de um controlador contínuo discretizado

Usualmente se projeta os controladores usando FTs contínuas, e depois se discretiza o controlador para a implementação controlando uma planta contínua, como mostrado na figura da atividade 2.

Os comandos abaixo aproximam a FT de ordem 2 por uma de ordem 1, como feito na aula 6. A seguir, é feita a sintonia de um controlador PI usando o método lambda, com um valor de lambda que deve ser escolhido e justificado (ver relatório 6). Lembre-se que lambda é a constante de tempo de malha fechada, e deve ser menor que a constante de tempo de malha aberta.

```
lambda=0.1; %Escolher lambda
[y,t]=step(g);
delay=t(sum(y<0.1*y(end)));
tau=t(sum(y<0.63*y(end)))-delay;
Kp=y(end);
g1=tf(Kp,[tau 1],'InputDelay',delay)
```

```
g1 =

                  0.8996
  exp(-0.06*s) * ---------
                 0.2 s + 1

Continuous-time transfer function.
```

```
C=sintonia(g1,'PI','lam',lambda)
```

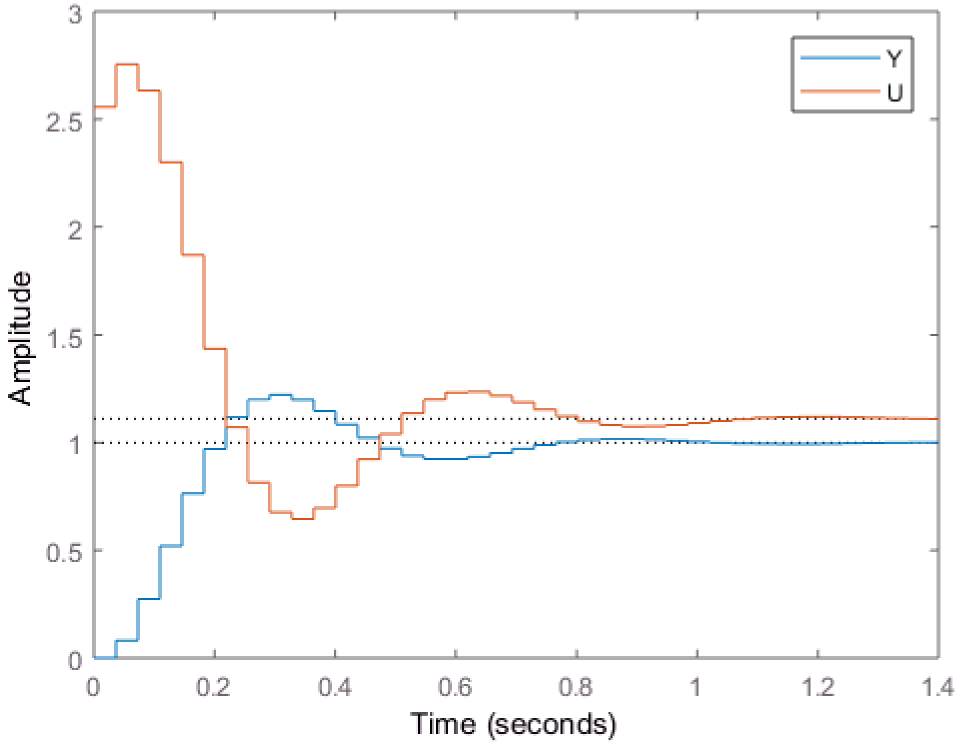
```
C =

             1
  Kp + Ki * ---
             s

  with Kp = 2.56, Ki = 11.1

Continuous-time PI controller in parallel form.
```

```
Cd=c2d(C,T)
```

```
Cd =

              Ts
  Kp + Ki * ------
              z-1

  with Kp = 2.56, Ki = 11.1, Ts = 0.0365

Sample time: 0.036463 seconds
Discrete-time PI controller in parallel form.
```

```
Mry=feedback(Cd*gd,1);
Mru=feedback(Cd,gd);
step(Mry,Mru);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```

Fig.4 - Resposta em malha fechada



4.1 Explique a Fig.4 e os passos que foram seguidos desde o projeto (usando G(s) e escolhendo lambda) até a implementação deste controlador na forma discreta.

Resposta: Para o sistema acima, temos que, primeira foi pensado em um lambda que pudesse ser menor que a constante de tempo em malha aberta. Nesse sentido, temos que, como nossa constante, de acordo com a figura 1, tem valor de aproximadamente 0,2 foi possivel escolher nosso lambda como 0,10. Tal escolha propicia um sinal com sobreelevação aceitável e com rápido tempo de estabilização. Após isso, o controlador foi projeto em formato contínuo com cálculo de suas variáveis de interesse e depois foi feito a discretização do sistema pelo comando "c2d".

4.2 Explique como avaliar este controlador para tempos de amostragem maiores. Pode usar código para ilustrar.

Resposta: Temos que, com o aumento do tempo de amostragem, o sistema discreto tenderá a instabilidade. Dito isto, foram feitos testes para definir o tempo de amostragem possível. É possível perceber que valores de T muito grandes (como T*10) fazem com que o sistema seja instável. Nesse sentido, foi escolhido T*5 para a demonstração de um tempo de amostragem maior. Ao compararmos a figura 4 com a figura 5, é possível perceber que a última terá um comportamento mais oscilatório, apresentando características conjuntas piores.

```
lambda=0.1; %Escolher lambda
[y,t]=step(g);
delay=t(sum(y<0.1*y(end)));
tau=t(sum(y<0.63*y(end)))-delay;
Kp=y(end);
```

```
gd=c2d(g,T*5); %novo gd discretizado com o novo tempo de amostra
g1=tf(Kp,[tau 1],'InputDelay',delay)
```

```
g1 =

                   0.8996
  exp(-0.06*s) * ---------
                 0.2 s + 1

Continuous-time transfer function.
```

```
C=sintonia(g1,'PI','lam',lambda)
```

```
C =

              1
  Kp + Ki * ---
              s

  with Kp = 2.56, Ki = 11.1

Continuous-time PI controller in parallel form.
```

```
Cd=c2d(C,T*5)
```

```
Cd =

               Ts
  Kp + Ki * ------
               z-1

  with Kp = 2.56, Ki = 11.1, Ts = 0.182

Sample time: 0.18232 seconds
Discrete-time PI controller in parallel form.
```

```
Mry=feedback(Cd*gd,1);
Mru=feedback(Cd,gd);
step(Mry,Mru);title('Fig.5 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```

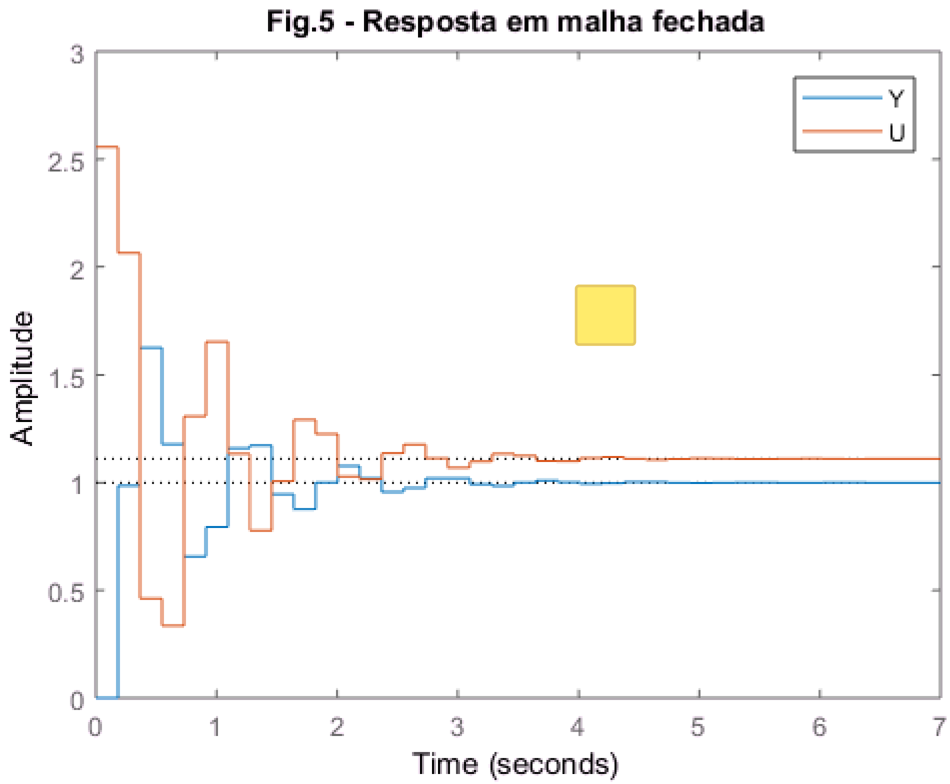


Fig.5 - Resposta em malha fechada
Y
U
Amplitude
Time (seconds)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
0
1
2
3
4
5
6
7