

Algoritmos e Fundamentos da Teoria de Computação

Lista de Exercícios 07

- 1 Mostre que o seguinte problema, dito *4TA-SAT*, é NP-completo. O problema é definido como:

ENTRADA: Uma fórmula Booleana $\phi(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

PROBLEMA: A fórmula ϕ possui *ao menos quatro* soluções? (Uma solução é uma atribuição de valores às variáveis X_1, X_2, \dots, X_n de ϕ que torna a fórmula verdadeira.)

Você deve reduzir o problema *SAT* para *4TA-SAT*. A demonstração de que *4TA-SAT* é NP-completo requer os seguintes passos:

1. Provar que *4TA-SAT* está em \mathcal{NP} .
 2. Descrever uma redução em tempo polinomial de *SAT* para *4TA-SAT*. Sua redução deve tomar uma fórmula *SAT* ψ e construir uma instância do problema *4TA-SAT*, a fórmula ϕ .
(*Dica:* Adicione uma ou mais proposições atômicas (variáveis) à fórmula ψ , mas sem alterar as cláusulas já existentes. Suponha que ψ tinha k soluções originalmente. Quantas soluções a nova fórmula ϕ terá agora?)
 3. Mostrar que ψ é satisfatível se e somente se ϕ possui ao menos quatro soluções.
- 2 Seja $G = (N, A)$ um grafo não-direcionado. O conjunto $I \subseteq N$ é dito *independente* se nenhum par de nós em I está ligado por uma aresta de G . (Formalmente, $I \subseteq N$ é um conjunto independente se para quaisquer $v, u \in I$: $\{v, u\} \notin A$.)

Considere o problema de decisão abaixo.

PROBLEMA: Conjunto Independente (*CI*)

ENTRADA: Um grafo não-direcionado $G = (N, A)$ e um natural k entre 1 e $\text{card}(N)$.

SAÍDA:

- “Sim”, se G possui um conjunto independente I com $\text{card}(I) = k$.
- “Não”, caso contrário.

Mostre que *CI* é NP-completo. (*Dica: faça uma redução de 3-SAT para CI.*)