

LINGUAGENS FORMAIS

LANGUAGE $L(G)$

LINGUAGENS FORMAIS

CONVENÇÕES

$$x^0 = \varepsilon; x^1 = x; x^2 = xx; x^3 = xxx \dots x^n = \underbrace{xxxx \dots x}_{n \text{ ocorrências de } x}$$

DEF: Se X e Y são Linguagens sobre um Alfabeto.

$$XY = \{rs / r \in X \wedge s \in Y\}$$

X^n representa a concatenação de X com o próprio X n vezes, $X^0 = \{\varepsilon\}$ e $X^1 = X$

Ex: Se $X = \{a, b, c\}$ e $Y = \{abb, ba\}$ então

$$X^0 = \{\varepsilon\},$$

LINGUAGENS FORMAIS

CONVENÇÕES

Ex: Se $X=\{a,b,c\}$ e $Y=\{abb, ba\}$ então

$$X^0 = \{\varepsilon\};$$

$$X^1 = \{a,b,c\};$$

$$X^2 = XX = \{aa,bb,cc,ab,ba,bc,cb,ac,ca\};$$

$$X^3 = \textcolor{red}{X}^2 X = \{aaa,abb,acc,aab,aba,abc,acb,aac,aca,baa,bbb,bcc,bab,bba,bbc,bcb,bac, bca,caa, cbb,cab,ccc,cba,cbc,ccb,cac,cca\}.$$

LINGUAGENS FORMAIS

CONVENÇÕES

OBS:

$$X^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} X^i \quad \text{e} \quad X^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} X^i$$

$$\{a,b\}^* = \{ \varepsilon \} \cup \{a,b\}^1 \cup \{a,b\}^2 \cup \{a,b\}^3 \cup \{a,b\}^4 \cup \dots \cup \{a,b\}^i$$

$$\{a,b\}^+ = \{a,b\}^1 \cup \{a,b\}^2 \cup \{a,b\}^3 \cup \{a,b\}^4 \cup \dots \cup \{a,b\}^i$$

$$\{a\}^* = \{ \varepsilon, a, a^2, a^3, a^4, \dots \}$$

LINGUAGEM $L(G)$

ESPECIFICAÇÃO:

GRAMÁTICAS

ALFABETO

Símbolos **terminais**: são os únicos a aparecerem nas linguagens. O conjunto de símbolos não Terminais (também conhecidos por variáveis) é notado por **N** ou V_N , e representam construções intermediárias nas derivações;

$V = V_N \cup V_T$ ou $N \cup T$

(Vocabulário ou Alfabeto)

REGRAS DE PRODUÇÃO

responsáveis pela geração dos elementos de L. Tem a forma “ $\alpha \rightarrow \beta$ ” que especifica uma condição para que um string seja gerado onde $\alpha \in V^+$

ELEMENTO DISTINGUIDO

S - é o símbolo **não terminal** que representa uma classe especial de strings, usualmente chamado de “**sentenças**”

GRAMÁTICAS

FORMALMENTE: $G = \langle N, T, P, S \rangle$

Produções: Se $\alpha \rightarrow \beta$ é uma produção de P na gramática G e $\alpha \in V^+$ e

$\beta \in V^*$ então $\gamma\alpha\delta \Rightarrow \gamma\beta\delta$, onde $\gamma \in V^*$

Se $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \dots, \alpha_m$ são strings em V^* e se

$\alpha_1 \Rightarrow \alpha_2; \alpha_2 \Rightarrow \alpha_3 \dots \alpha_{m-1} \Rightarrow \alpha_m$, daí

$\alpha_1 \xRightarrow[G]{*} \alpha_m$

GRAMÁTICAS- EXERCÍCIOS

12. Dada a gramática $G = \langle N, T, P, S \rangle$ onde $N = \{S, B\}$, $T = \{a, b\}$, $P = \{ S \rightarrow aSa, S \rightarrow aBa, B \rightarrow bB, B \rightarrow b \}$, determine $L(G)$.

$$S \xRightarrow{2} aBa \xRightarrow{4} aba$$

$$S \xRightarrow{1} aSa \xRightarrow{1} aaSaa \xRightarrow{1} aaaSaaa = a^3Sa^3 \xRightarrow{2} a^3aBaa^3 \xRightarrow{4} a^3abaa^3 = a^4ba^4$$

$$S \xRightarrow[n-1]{1}^* a^{n-1} S a^{n-1} \xRightarrow{2} a^{n-1} aBaa^{n-1} \xRightarrow[m-1]{3}^* a^n b^{m-1} Ba^n \xRightarrow{4}^* a^n b^{m-1} ba^n = a^n b^m a^n$$

$$L(G) = \{a^n b^m a^n / n \geq 1, m \geq 1\}$$

GRAMÁTICAS- EXERCÍCIOS

DEF: $L(G) = \{ w / w \in T^* (\text{ou } V_T^*) \wedge S \xRightarrow{*}_G w \}$

exercício 2: $G = \langle N, T, P, S \rangle$ onde, $N = \{ S \}$; $T = \{ 0, 1 \}$; $P = \{ S \rightarrow 0S1; S \rightarrow 01 \}$

$$S \xRightarrow{2} 01 \text{ ou } \underset{1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2}{S \xRightarrow{2} 01}$$

$$\overset{1}{S} \xRightarrow{1} 0\overset{1}{S}1 \xRightarrow{1} 00\overset{1}{S}11 \xRightarrow{1} 000\overset{1}{S}111 \xRightarrow{1} \dots \xRightarrow{1} 0^{n-1}\overset{1}{S}1^{n-1} \xRightarrow{2} 0^n 1^n$$

$$\text{Daí } L(G) = \{ 0^n 1^n / n \geq 1 \}$$

GRAMÁTICAS- EXERCÍCIOS

exercício-13: $G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S \rangle$ onde, $P = \{1. S \rightarrow AB; 2. A \rightarrow aA;$
3. $A \rightarrow a$; 4. $B \rightarrow bB;$
5. $B \rightarrow \varepsilon \}$

$$S \xrightarrow{1} AB \xRightarrow{2} aAB \xRightarrow[n-2]{2}^* a^{n-1}AB \xrightarrow{3} a^{n-1}aB \xRightarrow[m]{4}^* a^n b^m B \xRightarrow{5} a^n b^m$$

Daí $L(G) = \{a^n b^m / n \geq 1, m \geq 0\}$

Ex: $a \in L(G)$; $aa \in L(G)$; $aaaaa \in L(G)$; $ab \in L(G)$; $aaabbb \in L(G)$
 $aabbbbbb \in L(G)$

GRAMÁTICAS- EXERCÍCIOS

exercício-14: $G = \langle \{S, B\}, \{a, b\}, P, S \rangle$ onde, $P = \{$
1. $S \rightarrow aS$;
2. $S \rightarrow aB$;
3. $B \rightarrow bB$;
4. $B \rightarrow \varepsilon$ $\}$

2

$$S \xRightarrow[n-1]{1}^* a^{n-1} S \xRightarrow{2} a^{n-1} a B \xRightarrow[m]{3}^* a^n b^m B \xRightarrow{4} a^n b^m$$

Daí $L(G) = \{a^n b^m / n \geq 1, m \geq 0\}$

GRAMÁTICAS- EXERCÍCIOS

exercício-15: $G = \langle \{S, A\}, \{a, b\}, P, S \rangle$ onde, $P = \{$
 1. $S \rightarrow AbAbA;$
 2. $A \rightarrow aA;$
 3. $A \rightarrow \epsilon \}$

$$\begin{aligned}
 S &\xrightarrow{1} AbAbA \xRightarrow[n]{2}^* a^n AbAbA \xrightarrow{3} a^n b AbA \xRightarrow[m]{2}^* a^n b a^m AbA \xrightarrow{3} a^n b a^m b A \\
 &\xRightarrow[r]{2}^* a^n b a^m b a^r A \xrightarrow{3} a^n b a^m b a^r
 \end{aligned}$$

$$L(G) = \{a^n b a^m b a^r / n \geq 0, m \geq 0, r \geq 0\}$$

GRAMÁTICAS- EXERCÍCIOS

exercício-15: $G = \langle \{S, A\}, \{a, b\}, P, S \rangle$ onde, $P = \{$
1. $S \rightarrow AbAbA;$
2. $A \rightarrow aA;$
3. $A \rightarrow \epsilon \}$

$$S \xRightarrow{1} AbAbA \xRightarrow{3} bAbA \xRightarrow{3} bbA \xRightarrow{3} bb$$

$$L(G) = \{a^n b a^m b a^r / n \geq 0, m \geq 0, r \geq 0\}$$

GRAMÁTICAS- EXERCÍCIOS

Exercício 16: $G = \langle \{S, A\}, \{a, b\}, P, S \rangle$

$P =$ 1. $S \rightarrow aS$

2. $S \rightarrow bA$

3. $A \rightarrow aA$

4. $A \rightarrow bC$

5. $C \rightarrow aC$

6. $C \rightarrow \epsilon$

$$\begin{array}{ccccccc} \overset{1}{S} & \xRightarrow{*} & a^n S & \xRightarrow{2} & a^n b A & \xRightarrow{*} & a^n b a^m A & \xRightarrow{4} & a^n b a^m b C & \xRightarrow{*} & a^n b a^m b a^r C & \xRightarrow{6} \\ \underset{n}{a^n b a^m b a^r} & & & & \underset{m}{a^n b a^m} & & & & & & \underset{r}{a^n b a^m b a^r} & & \end{array}$$

$$L(G) = \{ a^n b a^m b a^r / n \geq 0, m \geq 0, r \geq 0 \}$$

GRAMÁTICAS

exercício-17: $G = \langle \{S, A\}, \{a, b\}, P, S \rangle$ onde, $P = \{$

1. $S \rightarrow AbAbA;$

2. $A \rightarrow aA;$

3. $A \rightarrow bA$

4. $A \rightarrow \varepsilon$

$A \xRightarrow{2} aA \xRightarrow{3} abA \xRightarrow{4} ab$

$A \xRightarrow{3} bA \xRightarrow{3} baA \xRightarrow{4} ba$

$A \xRightarrow{2} aA \xRightarrow{3} abA \xRightarrow{2} abaA \xRightarrow{3} ababA \xRightarrow{3} ababbA \xRightarrow{4} ababbbA \xRightarrow{4} ababbbb$

$A \xRightarrow{3} bA \xRightarrow{3} bbA \xRightarrow{2} bbaA \xRightarrow{3} bbabA \xRightarrow{4} bbabbb$

$A \Rightarrow^* \{a, b\}^*$

$\begin{aligned} & \overset{1}{S} \Rightarrow AbAbA \Rightarrow^* \\ & \Rightarrow^* \{a, b\}^* \{b\} \{a, b\}^* \{b\} \{a, b\}^* \\ & L(G) = \{a, b\}^* \{b\} \{a, b\}^* \{b\} \{a, b\}^* \end{aligned}$