Lista 1: Cálculo I

Exercício 1. Simplifique:

a)
$$\frac{(2x^4)(5x^6)}{(10x^2)^4}$$

b)
$$\left(\frac{1}{6}a^5\right)(-3a^{-8})(2a^3)$$

c)
$$(2x^4y^{-6})\left(\frac{1}{4}x^{-3}y^2\right)$$

d)
$$\left(\frac{(2x^2y^2)^2}{z^2}\right) \left(\frac{z^2}{x^4y}\right)^4$$

Exercício 2. Simplifique:

a)
$$\sqrt{12} + 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75} - 9\sqrt{48}$$

b)
$$\frac{3^{\frac{1}{4}}\sqrt[4]{6}}{\sqrt{\sqrt{2}}}$$

c)
$$27^{-\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{5}{4}}$$

d)
$$\sqrt{\sqrt{(-5)^2}} - 2\sqrt{25}$$

Exercício 3. Sejam x, y dois reais quaisquer com x > 0 e y > 0. Mostre que

$$\sqrt{xy} \le \frac{x+y}{2}.$$

Exercício 4. Calcule:

a)
$$f(-1) \in f(\frac{1}{2})$$
 sendo $f(x) = -x^2 + 2x$

b)
$$g(0), g(2)$$
 e $g(\sqrt{2})$ sendo $g(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

c)
$$\frac{f(a+b)-f(a-b)}{ab}$$
 sendo $f(x)=x^2$ e $ab \neq 0$

Exercício 5. Quais das seguintes desigualdades são sempre corretas caso $a \leq b$?

a)
$$a - 3 \le b - 3$$

c)
$$a^2 \le ab$$

e)
$$a^3 \le a^2 b$$

b)
$$3 - a \le 3 - b$$

$$d) -a \le -b$$

Exercício 6. Em cada item esboce o conjunto em um eixo coordenado:

a)
$$[-1,3] \cup [4,6]$$

c)
$$(-\infty, -2] \cup (-3, 7]$$

e)
$$(2,8) \cup [-5,+\infty)$$

b)
$$(0,5) \cap (-2,1]$$

d)
$$[4,6] \cup [8,11]$$

Exercício 7. Resolva a desigualdade e esboce a solução em um eixo coordenado:

a)
$$y^2 - 4 > 0$$

c)
$$\frac{x-1}{2-x} \le 1$$

e)
$$(2x+1)(x-5) \ge 0$$

b)
$$\frac{x}{x-3} < 4$$

d)
$$3x^2 + x - 2 > 0$$

f)
$$(2x-1)(-x+4) < -9$$

Exercício 8. Resolva:

a)
$$|x-2|=1$$

c)
$$\frac{1}{2x-3} > 5$$

e)
$$\frac{x-3}{x+4} = 5$$

b)
$$|2x+3|=0$$

d)
$$|x-3| < x+1$$

Exercício 9. Determine o domínio natural:

a)
$$f(x) = \sqrt{x-2}$$

c)
$$f(x) = \frac{1}{1 - \cos x}$$

e)
$$h(y) = \frac{2y}{1+y^2}$$

b)
$$f(x) = \frac{1}{2x - 3}$$

d)
$$g(x) = \sqrt[4]{\frac{x}{x+3}}$$

$$f) g(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

Exercício 10. Diga qual pode ser o maior domínio e esboce o gráfico das seguintes funções:

a)
$$f(x) = 3x$$

$$j) f(x) = 2x - 3$$

$$b) h(y) = -y + 1$$

k)
$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$g(x) = -2x + 3$$

1)
$$h(y) = |x - 1|$$

$$d) f(x) = -2$$

$$\mathbf{m}) \ g(x) = |\mathrm{sen} \ x|$$

e)
$$f(z) = -\frac{x}{2}$$

n)
$$g(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

f)
$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \le -1 \\ -x+1 & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

o)
$$h(x) = x^2 - 4x + 5$$

g)
$$g(y) = |y+2|$$

$$p) f(x) = \sqrt{x}$$

h)
$$f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$$

q)
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{se } 0 \le x < 1 \\ x^2 & \text{se } x \ge 1 \end{cases}$$

i)
$$g(x) = cos \frac{x}{2}$$

Exercício 11. Do livro Cálculo I, Stewart 6^a, página 13, exercícios ímpares de 21 ao 43 e página 14, exercícios 61, 63, 65, 67 e 69.

Exercício 12. Do livro Cálculo I, Stewart 6^a, página 35, exercícios ímpares de 29 ao 35.

Exercício 13. Do livro Cálculo I, Stewart 6^a, página 48, exercícios 3, 5, 7, 9, 11 e 15.

Exercício 14. Do livro Cálculo I, Stewart 6^a, página 60, exercícios 17, 21, 23, 25, 27, 29, 33, 35, 37, 39, 41, 45, 47, 49, 51 e 53.

Respostas dos exercícios 1 ao 10, a seguir.

Correção: exercícios 4.b), g(0)=0 e 8.c),
$$\left(\frac{3}{2}, \frac{8}{5}\right)$$
.

Respostas dos exercícios 11 ao 14 no final do referido livro.



Gabarito Lista 1

Exercício 1. Solução:

- $a) x^2$
- b) -1
- c) $\frac{1}{2}xy^{-4}$
- d) $\frac{4z^6}{x^{12}}$

Exercício 2. Solução:

- a) $-13\sqrt{3}$
- b) $\sqrt{3}$
- $c) \ \frac{224}{9}$
- d) $\sqrt{5} 10$

Exercício 3. Solução:

$$0 \le (x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy \iff 2xy \le x^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow 2xy + 2xy \le x^2 + y^2 + 2xy \Leftrightarrow 4xy \le (x+y)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} \Leftrightarrow \quad \sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$$

Exercício 4. Solução:

a)
$$f(-1) = -3 \ e \ f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$$

b)
$$g(0) = -1, g(2) = \frac{2}{3} e g(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

$$c) \frac{f(a+b) - f(a-b)}{ab} = 4$$

Exercício 5. Solução:

- a) Verdadeiro
- b) Falso
- c) Falso
- d) Falso

 $e)\ Verdadeiro$

Exercício 6. Solução:

b) 0 1

d) 4 5 6 7 8 9 10 11

e) -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2

Exercício 7. Solução:

a)
$$(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$$

b)
$$(-\infty,3) \cup (4,+\infty)$$

$$c) \ (-\infty, \frac{3}{2}] \cup (2, +\infty)$$

$$d) \ (-\infty, -1) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$$

$$e) \ (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [5, +\infty)$$

$$f) \ (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (5, +\infty)$$

Exercício 8. Solução:

a)
$$x = 1$$
 ou $x = 3$

$$b) \ x = -\frac{3}{2}$$

$$c) \left(\frac{7}{5}, \frac{3}{2}\right)$$

$$d)$$
 $(1,+\infty)$

$$e) \ x = -\frac{23}{4}$$

Exercício 9. Solução:

$$a) [2, +\infty)$$

$$b) \ \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

$$c) \ \mathbb{R} - \left\{ 2k\pi \ \middle| \ k \in \mathbb{Z} \right\}$$

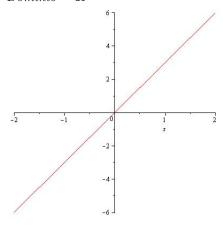
$$d) \ (-\infty, -3) \cup [0, +\infty)$$

$$e) \mathbb{R}$$

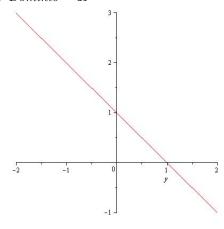
$$f) [-3,3]$$

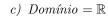
Exercício 10. Solução:

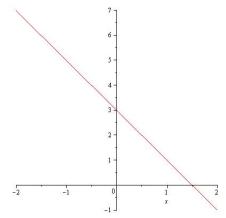
a) $Domínio = \mathbb{R}$



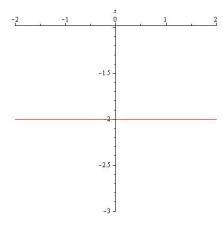
b) $Domínio = \mathbb{R}$



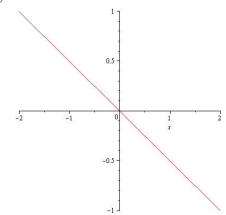




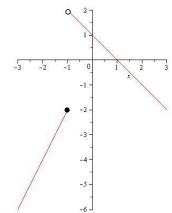
d) $Domínio = \mathbb{R}$



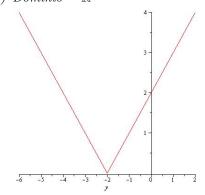
e) $Domínio = \mathbb{R}$



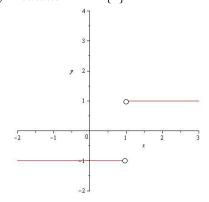
f) $Domínio = \mathbb{R}$



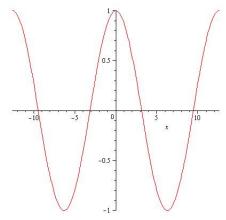
g) $Dom inio = \mathbb{R}$



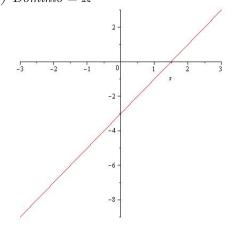
h) $Domínio = \mathbb{R} - \{1\}$



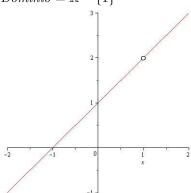
i) $\textit{Dom\'inio} = \mathbb{R}$



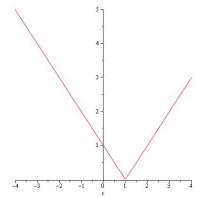
j) $Domínio = \mathbb{R}$



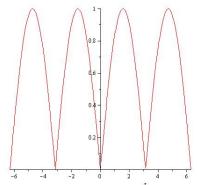
k) Domínio =
$$\mathbb{R} - \{1\}$$



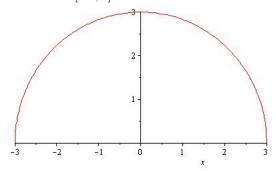
l) $Domínio = \mathbb{R}$



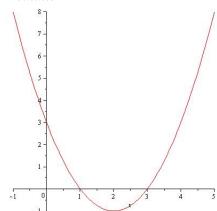
m) $Domínio = \mathbb{R}$



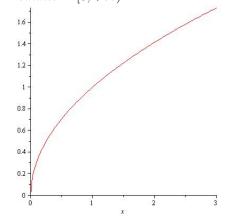
 $n)\ Dom{\'inio} = [-3,3]$



o) Domínio = \mathbb{R}



p) $Dom\'inio = [0, +\infty)$



q) $Dom\'inio = \mathbb{R}$

