

Departamento de Engenharia Mecânica



Mecânica dos Sólidos I

Parte 1

Prof. Arthur M. B. Braga

ENG 1703 – Mecânica dos Sólidos I

- Prof. Arthur M. B. Braga
 - Secretaria do DEM ou Lab de Sensores a Fibra Óptica
 - E-Mail: abraga@puc-rio.br
 - Tel: 3527-1181/3527-1019
- Aulas: 2as 07:00-09:00 – Sala L238
6as 07:00-09:00 – Sala L238
- Textos
 - **J. M. Gere, & B. Goodno, *Mecânica dos Materiais*, 7ª Ed., 2010**
 - Notas de aula (cópia dos slides) e exercícios:
<http://abraga.usuarios.rdc.puc-rio.br/mecsol1/mecsol1.html>
 - S. H. Crandall, N. C. Dahl, and T. J. Lardner, *An Introduction to The Mechanics of Solids*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1978
 - T. J. Lardner and R. R. Archer, *Introduction to Solid Mechanics*, McGraw-Hill, 1994

Critério de Avaliação

Critério 6:

$$NF = \frac{G1 + G2}{2}$$

Se **G1** e **G2** $\geq 3,0$ e **NF** $\geq 5,0$ então **MÉDIA** = **NF**

Em outros casos o aluno faz **G3**:

Se **G1** e **G2** $\geq 3,0$ ou **G1** ou **G2** $< 3,0$ e **G3** $\geq 3,0$, então:

$$MÉDIA = \frac{G_m + G_n}{2}$$

Gm e **Gn** são as duas maiores notas entre **G1**, **G2** e **G3**

Se **G1** ou **G2** $< 3,0$ e **G3** $< 3,0$, então:

$$MÉDIA = \frac{G1 + G2 + 2 * G3}{4}$$

Data das Provas

- **P1:** Sexta-feira, 5 de maio
- **P2:** Sexta-feira, 23 de junho
- **P3:** Sexta-feira, 30 de junho

Capítulos e Seções do Livro Texto

- Capítulo 1
 - Leitura de todo o Capítulo
 - Capítulo 2
 - Seções 2.1 a 2.6
 - Capítulo 3
 - Seções 3.1 a 3.6, 3.8 e 3.10
 - Capítulo 7
 - Todo o Capítulo
 - Capítulo 8
 - Todo o Capítulo
 - Capítulo 5
 - Seções 5.1 a 5.9
-
- P1
- P2 e P3

Ementa

ENG 1703 - Mecânica dos Sólidos I

Carga Horária: (4,0,0) - 4 Créditos

Pré-Requisitos: ENG1200 ou ENG1700 ou MEC1140

Objetivo: Apresentar os fundamentos de **análise de tensões** na imposição das condições de equilíbrio, o estudo dos mecanismos geométricos da **deformação** e os modelos representativos do **comportamento dos materiais no projeto mecânico de componentes**.

Ementa: Tensão e deformação. Conceituação. Carregamento uniaxial. Deformação de Barras. Equilíbrio. Efeitos de temperatura. Problemas estaticamente indeterminados. Torção de peças esbeltas. Equilíbrio. Superposição. Torção de eixos com seção transversal não circular. Estado plano e tridimensional. Caracterização tensorial. Transformações-Círculo de Mohr. Processos de medição de deformações. Relações de compatibilidade geométrica e equilíbrio. Relações constitutivas. Deformações térmicas. Idealização das curvas tensão-deformação. Comportamento dos materiais pós-escoamento. Geometria das áreas. Momentos de inércia. Tensões devidas a flexão. Condições de equilíbrio. Cisalhamento e momento fletor. Bibliografia: : GERE, J.M. Mecânica dos Materiais 5a. ed; S. Paulo: Thomson Ltda, 2001; POPOV, E.P. Engineering Mechanics of Solids 2nd; New Jersey: Prentice Hall, 1998.

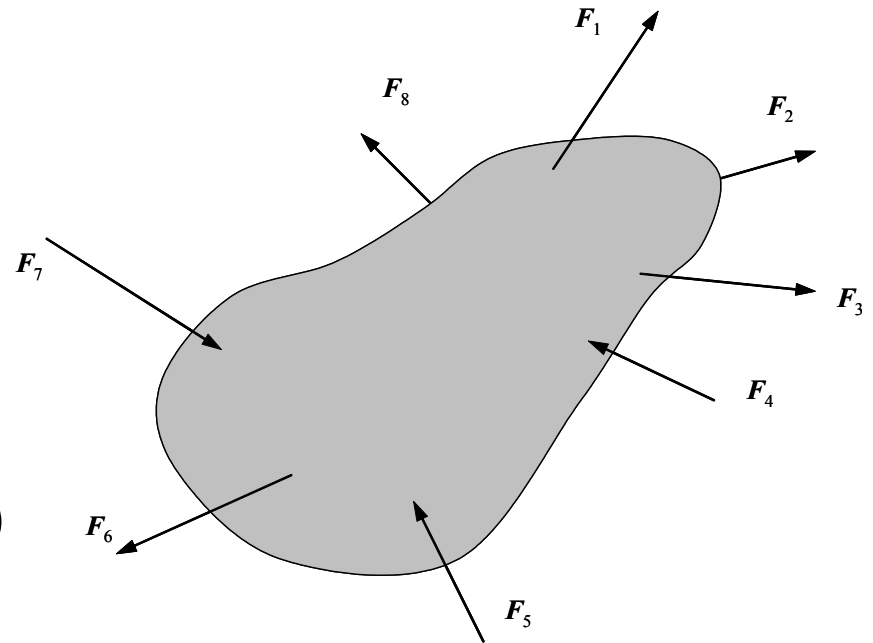
Mecânica dos Sólidos

Problema

Corpo sujeito a ação de esforços externos (forças, momentos, etc.)

Determinar

- Esforços internos (tensões)
- Deformações
- Deslocamentos



Solução de Problemas em Mecânica Aplicada⁽¹⁾

1. Selecionar o sistema de interesse
2. Postular as características do sistema.
 - Idealização e simplificações da situação real
3. Aplicar princípios de mecânica para o modelo idealizado
 - Realizar previsões
4. Comparar previsões com o comportamento do sistema real
 - Realizar experimentos e medições
5. Rever as hipóteses e procedimentos caso as previsões do modelo não reproduzam o comportamento real do sistema

(1) Crandall, Dahl & Lardner, *An Introduction to Solid Mechanics*, 2nd ed., McGraw Hill, 1978

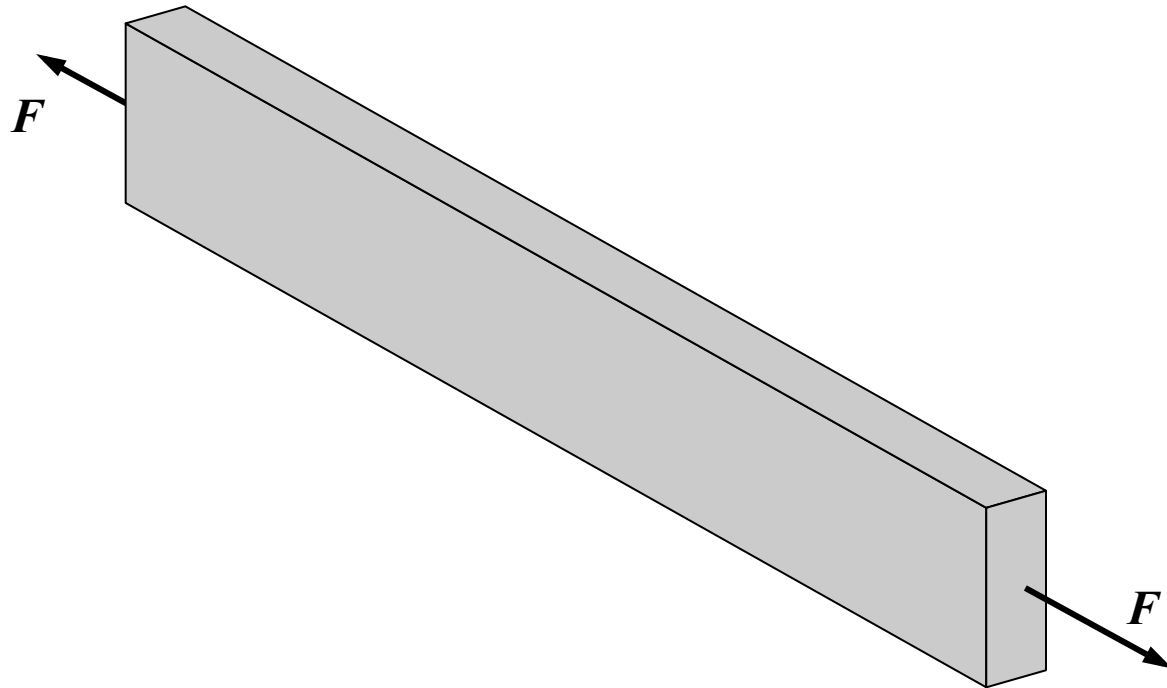
Mecânica dos Sólidos

Considerar:

- Corpo contínuo (mecânica do contínuo)
- Características das deformações (cinemática)
 - Pequenas Deformações vs. Grandes Deformações (linear vs. não-linear)
- Características do material (modelo constitutivo)
 - Isotrópico ou anisotrópico
 - Elástico, elasto-plástico, viscoelástico, etc.
 - Linear ou não linear
- Apoios e Carregamentos
 - Deslocamentos conhecidos ou nulos em parte do contorno do corpo
 - Forças externas de corpo ou superfície, localizadas ou distribuídas

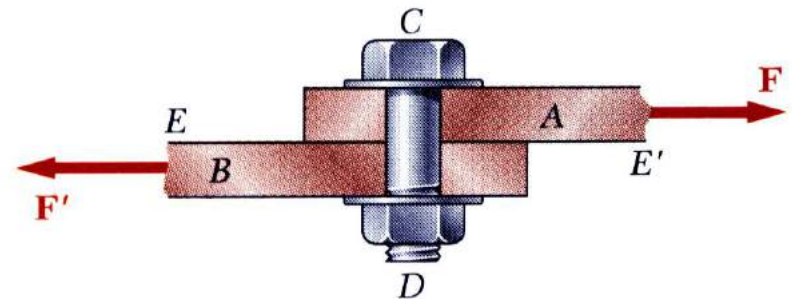
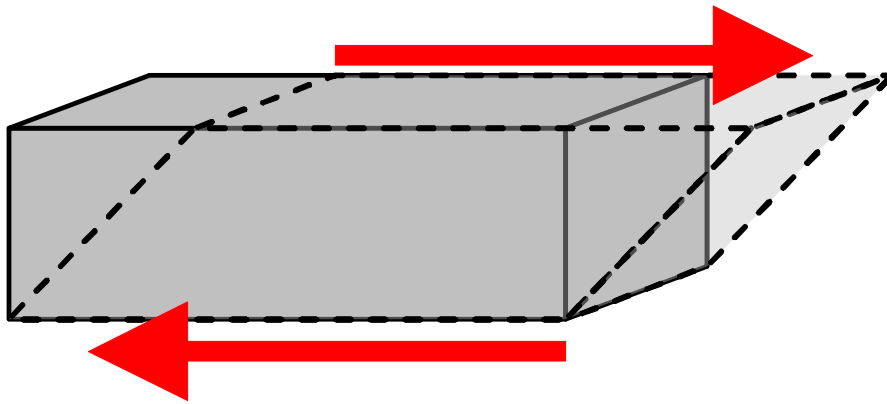
Determinação da Distribuição de Tensão no Corpo Sujeito à Ação de Forças Externas

Barras sujeitas a carregamentos axiais (Cap. 1 e 2)



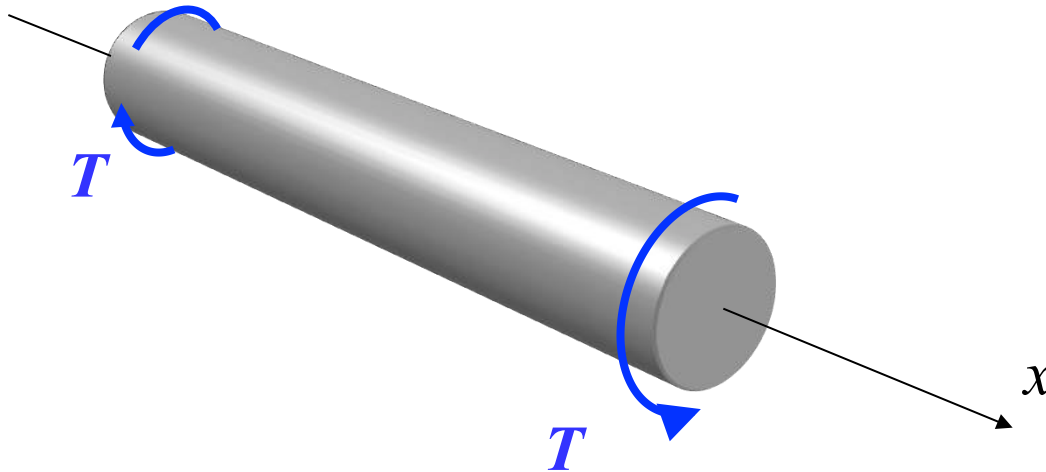
Determinação da Distribuição de Tensão no Corpo Sujeito à Ação de Forças Externas

Cisalhamento (Cap. 1)



Determinação da Distribuição de Tensão no Corpo Sujeito à Ação de Forças Externas

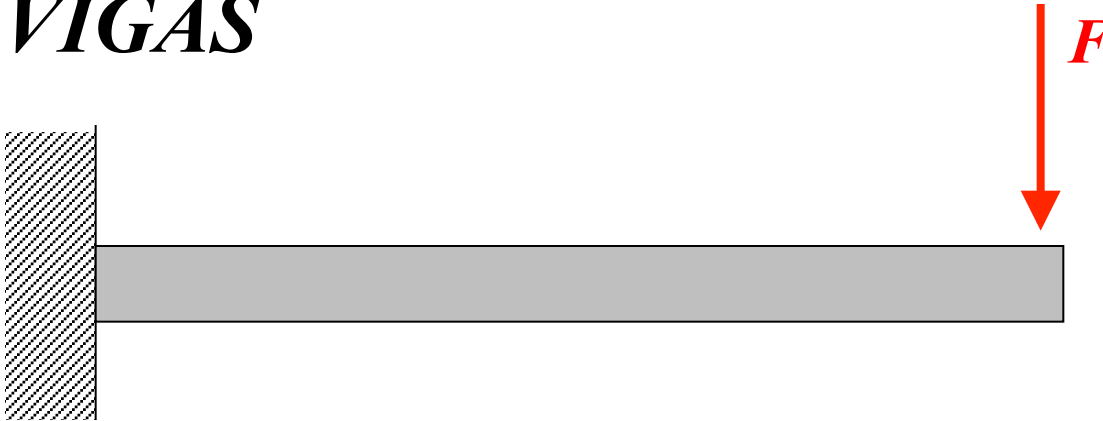
Eixos sujeitos a carregamentos de torção (Cap. 3)



Determinação da Distribuição de Tensão no Corpo Sujeito à Ação de Forças Externas

Barras submetidas a carregamentos de flexão
(Cap. 5 e 6)

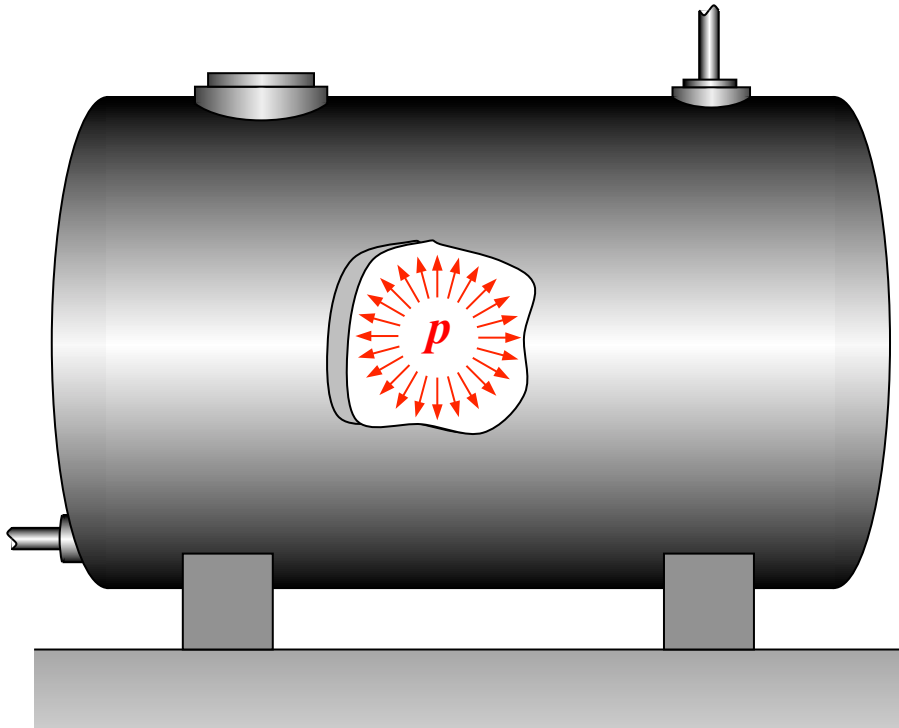
VIGAS



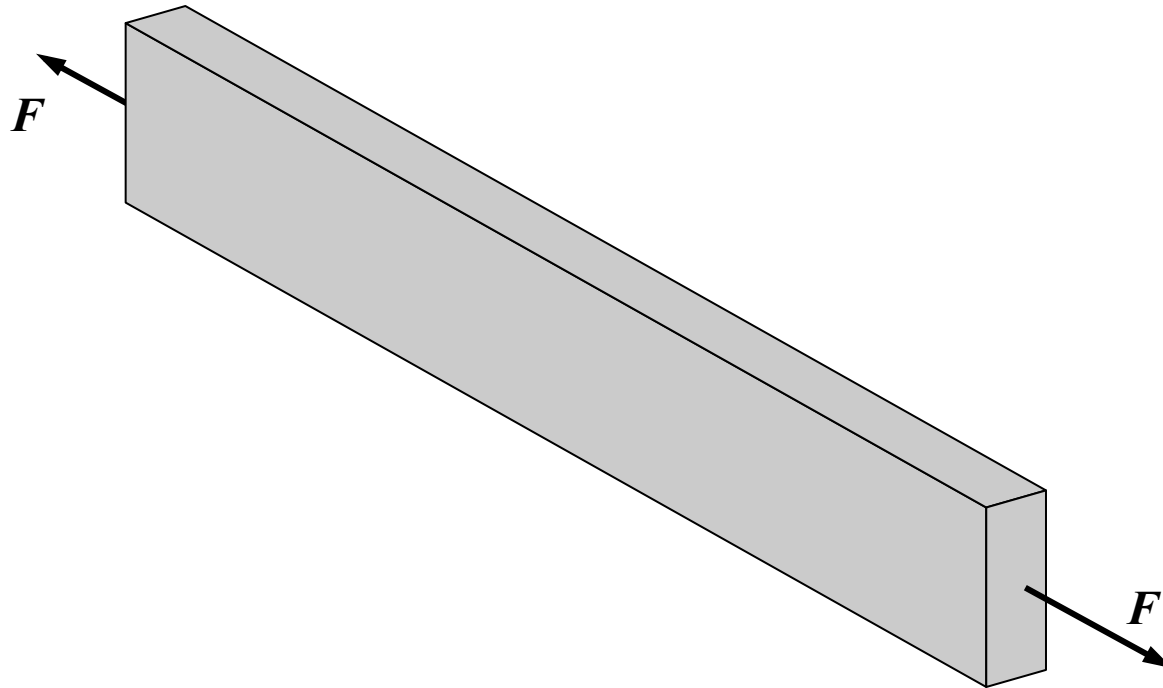
Determinação da Distribuição de Tensão no Corpo Sujeito à Ação de Forças Externas

Vasos de pressão (Pressão Interna)

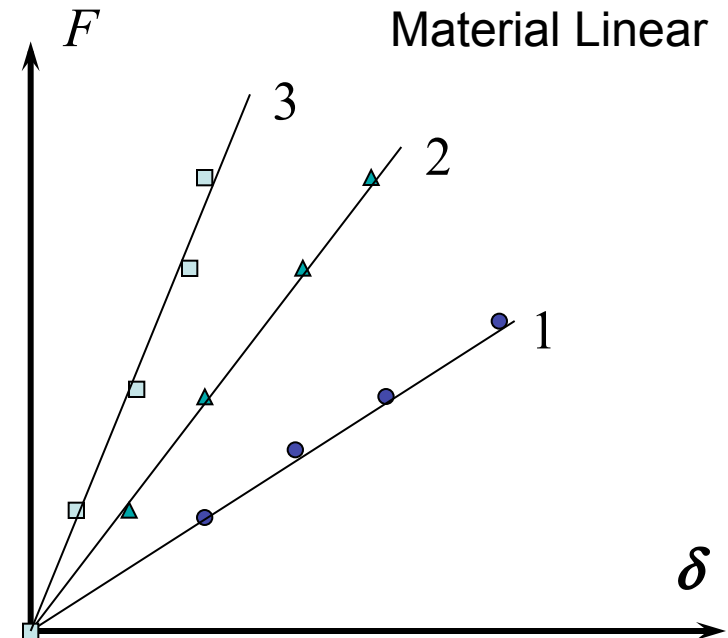
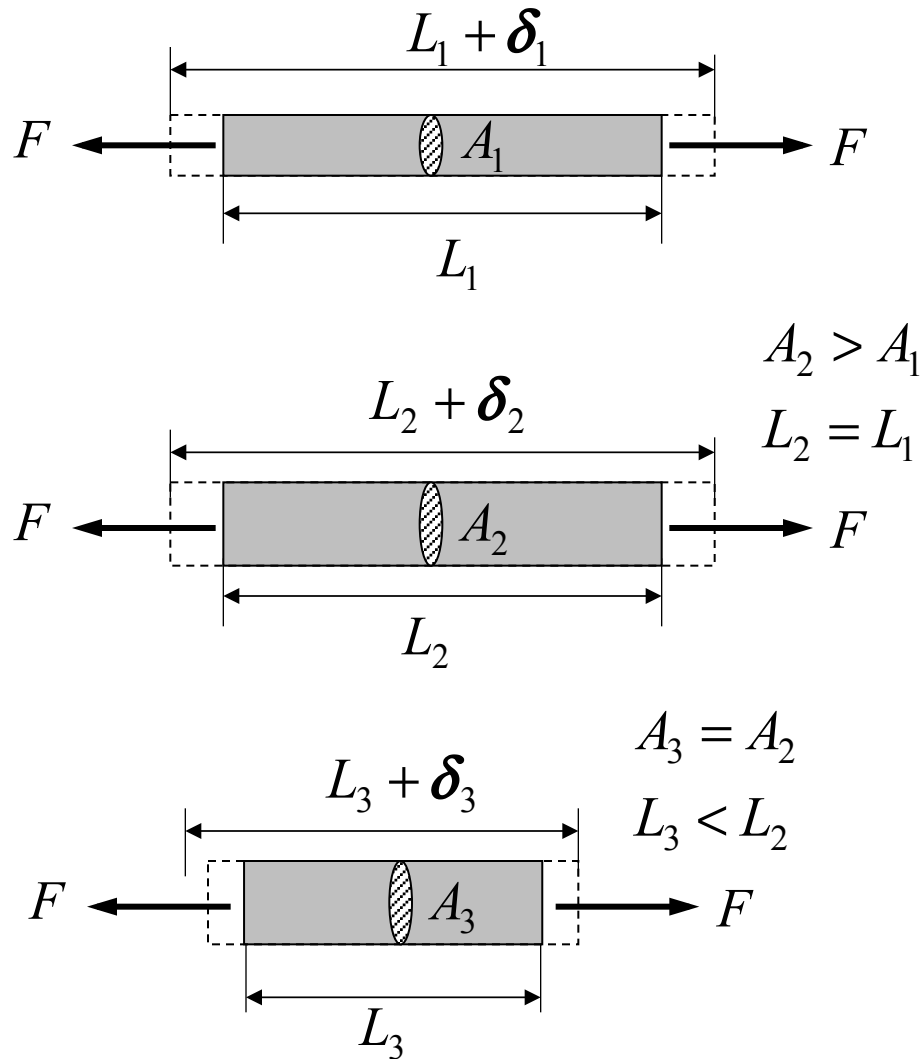
(Cap. 8)



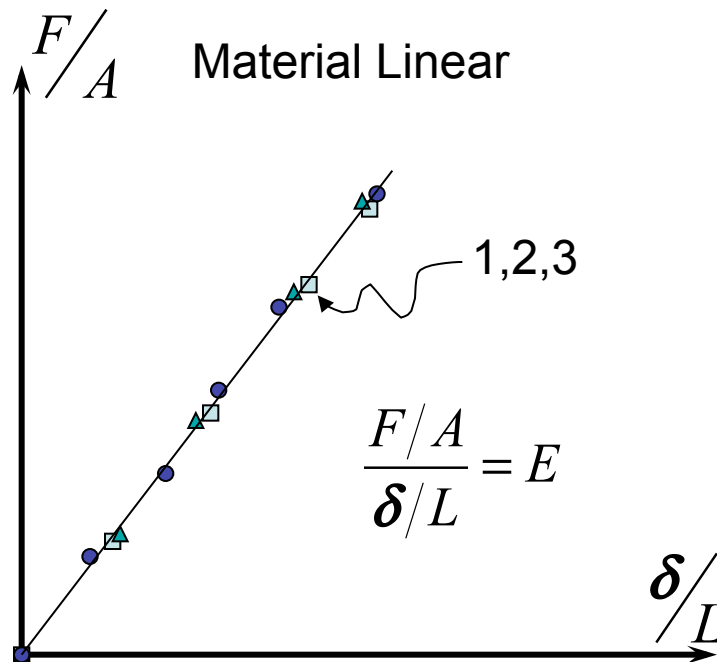
Barras sujeitas a carregamentos uniaxiais



Carregamentos e Deformações Uniaxiais



Carregamentos e Deformações Uniaxiais



Módulo de Elasticidade (Módulo de Young)

Material	E , Pa (N/m ²)
Aço	1.94E+11 a 2.05E+11
Alumínio	6.90E+10
Vidro	6.90E+10
Madeira	6.9E+09 a 1.38E+10
Nylon, Epóxi, etc.	2.75E+08 a 5.5E+08
Tungstênio	4.00E+11
Molibidênio	2.75E+11
Borracha	1.38E+06 a 5.5E+06
Colágeno	1.38E+06 a 1.03E+07

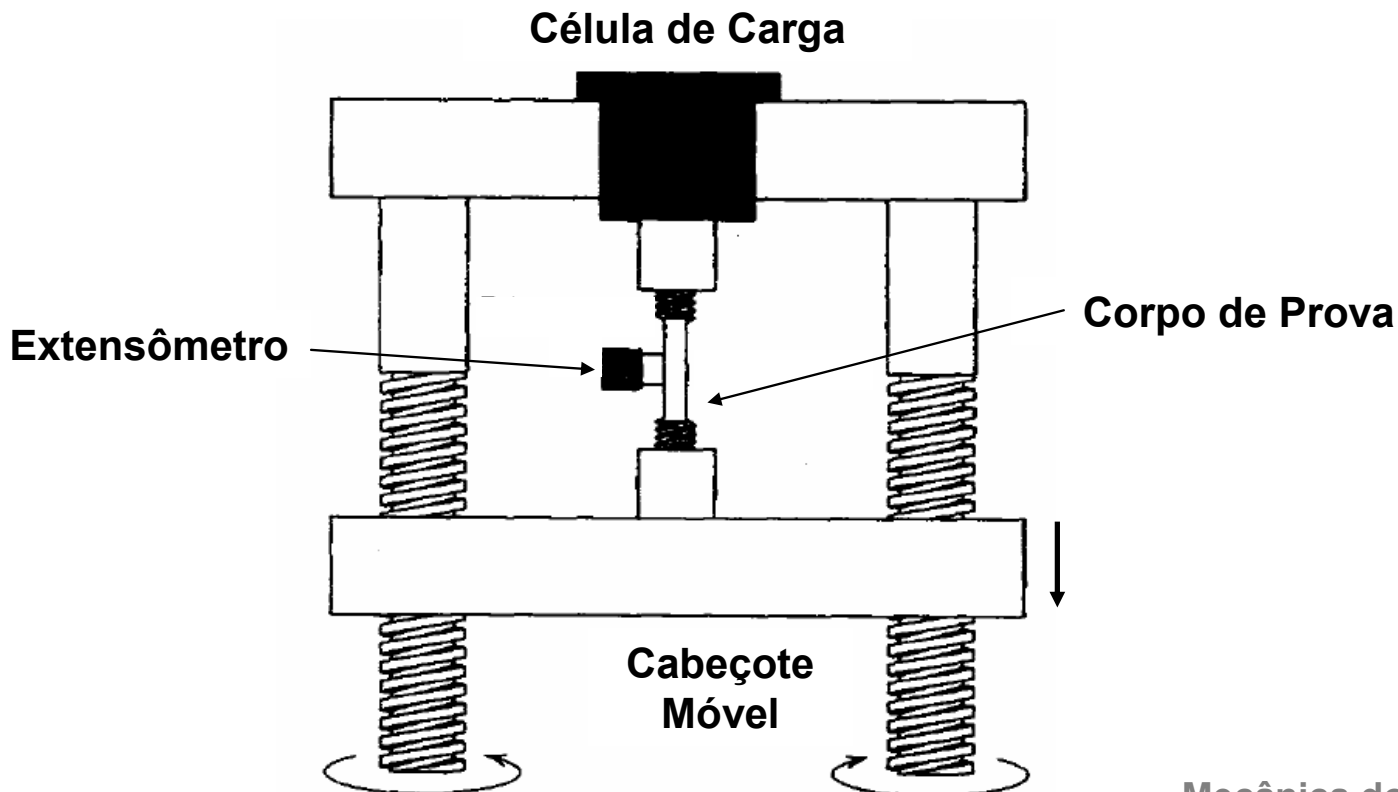
Crandall *et al.*, 1978

Carregamentos e Deformações Uniaxiais

Ensaio de Tração

Objetivo: *Caracterização Mecânica do Material*

Obter constantes elásticas e resistência mecânica



Carregamentos e Deformações Uniaxiais

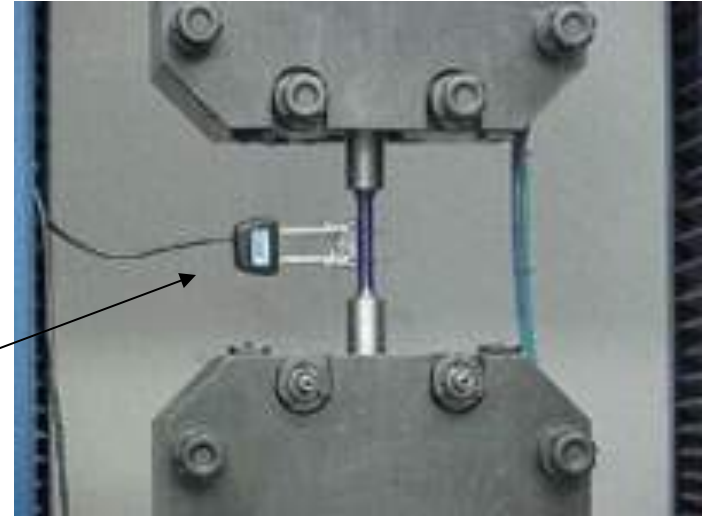
Ensaio de Tração

<https://www.youtube.com/watch?v=D8U4G5kcpcM>

Máquina de Tração



Medida de Deformação no Corpo de Prova



Extensômetro



Carregamentos e Deformações Uniaxiais

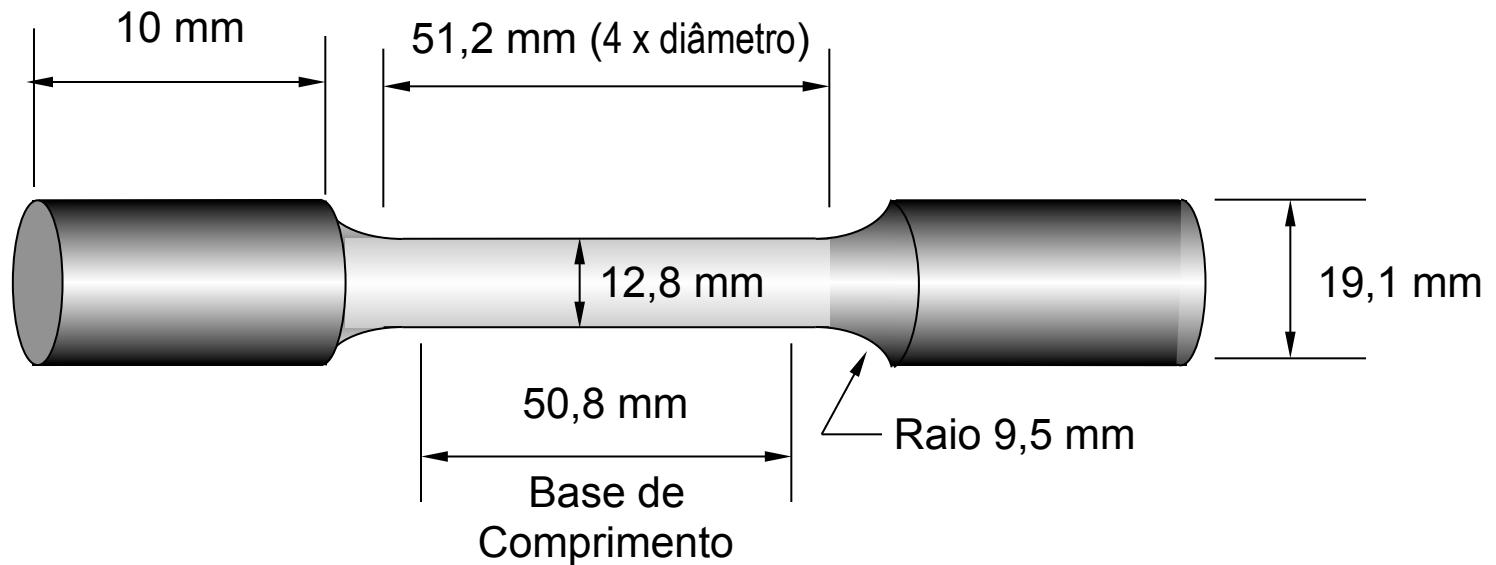
Ensaio de Tração

Algumas Normas Técnicas

- **ASTM E8:2004** – *Standard Test Methods for - Tension Testing of Metallic Materials*
- **ISO 527:1993** Parts 1-5 – *Plastics - Determination of tensile properties*
- **ISO 6892:1998** – *Metallic materials - Tensile testing at ambient temperature*
- **NBR-ISO 6892:2002** – *Materiais metálicos - Ensaio de tração à temperatura ambiente*
- **NBR 6673:1981** – *Produtos planos de aço - Determinação das propriedades mecânicas a tração - Método de ensaio*

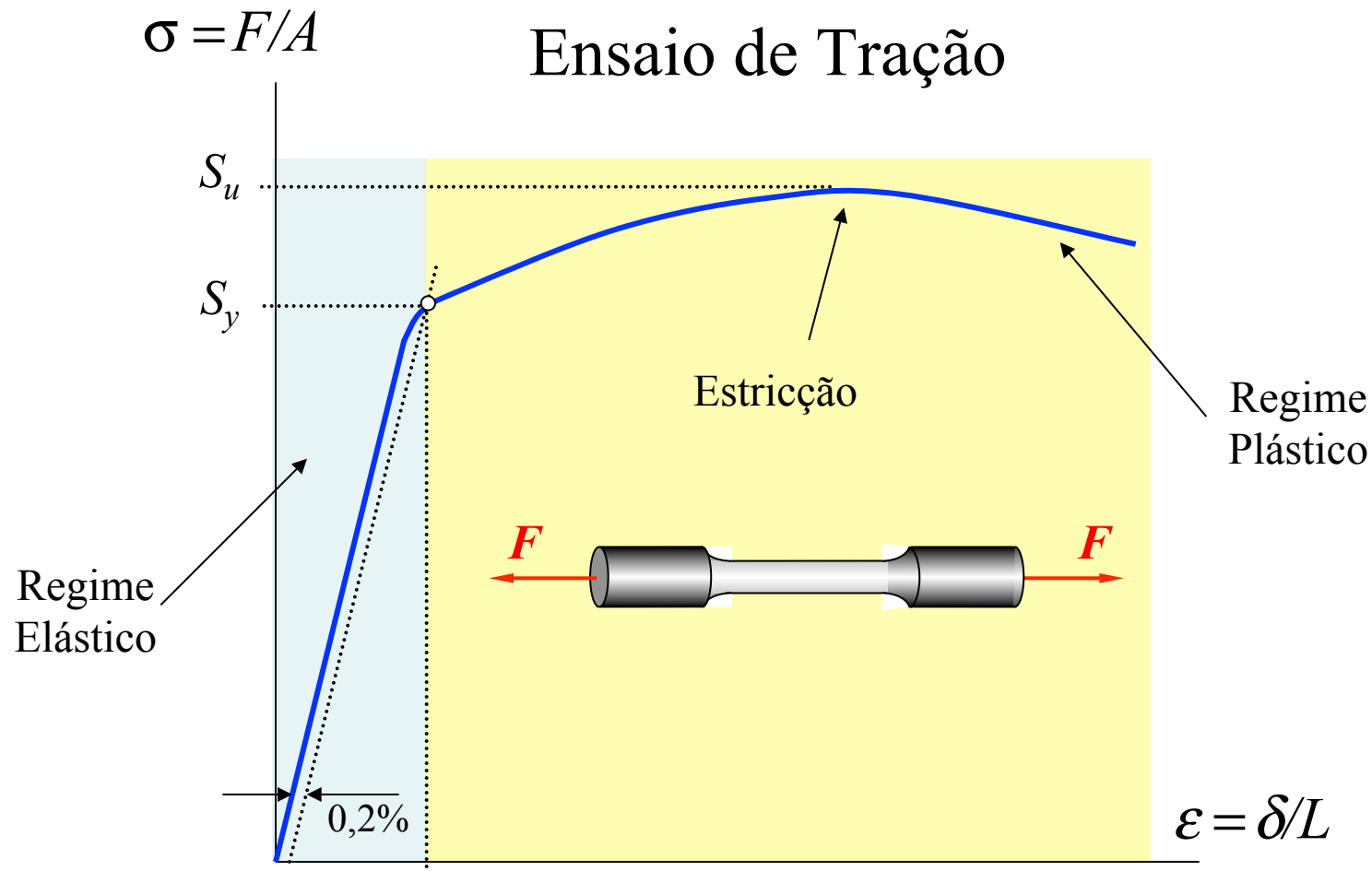
Carregamentos e Deformações Uniaxiais

Ensaio de Tração



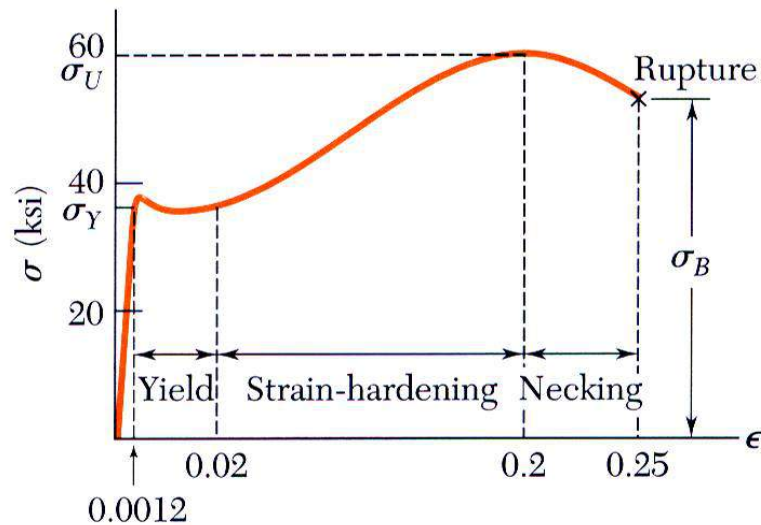
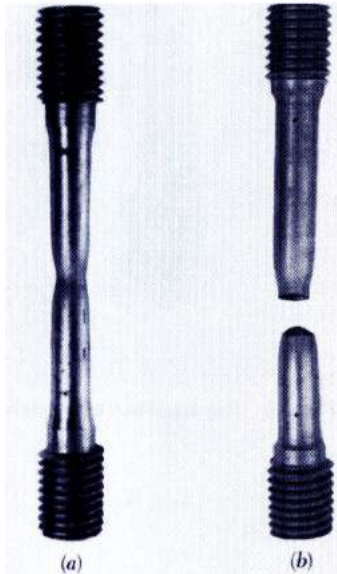
Corpo de Prova Padrão: *ASTM E8*

Carregamentos e Deformações Uniaxiais

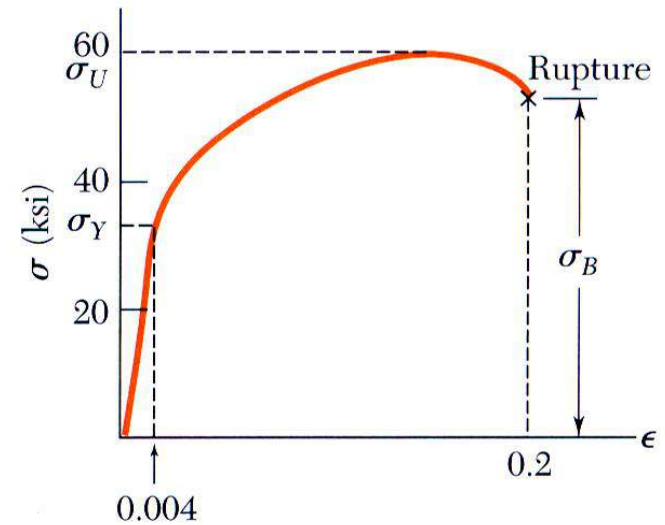


Barras Carregadas Axialmente

Relação entre Tensão e Deformação



(a) Low-carbon steel



(b) Aluminum alloy

Figuras reproduzidas de:
Beer, Johnston & DeWolf, *Mechanics of
Materials*, 4th ed., McGraw-Hill, 2002

Barras Carregadas Axialmente

Relação entre Tensão e Deformação

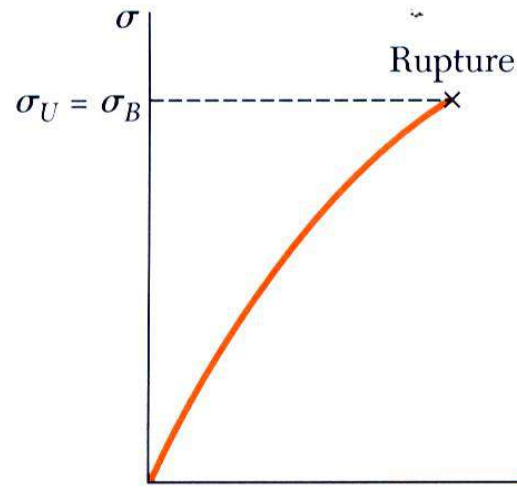
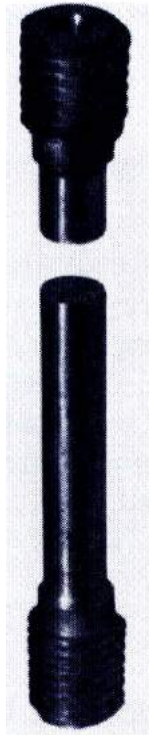
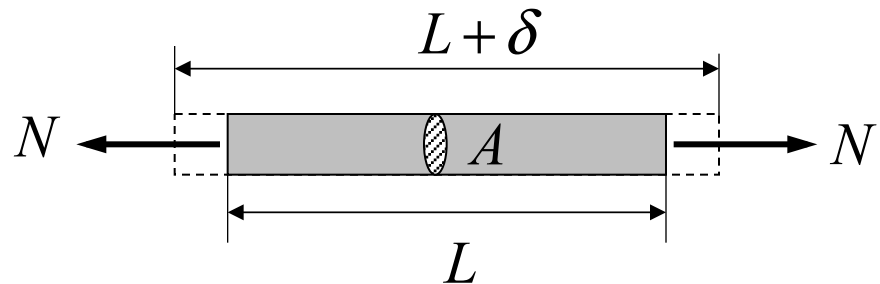
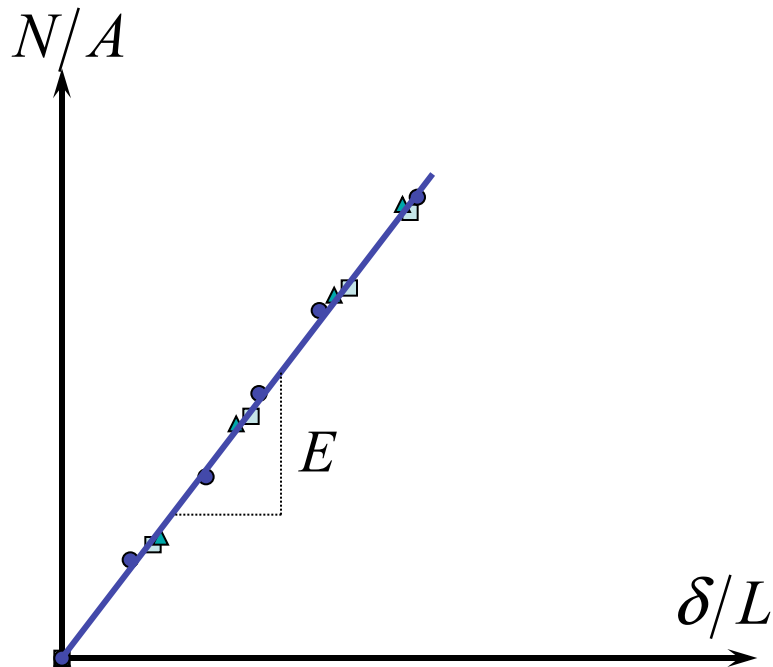


Fig. 2.11 Stress-strain diagram for a typical brittle material.

Figuras reproduzidas de:
Beer, Johnston & DeWolf, *Mechanics of
Materials*, 4th ed., McGraw-Hill, 2002

Carregamentos e Deformações Uniaxiais

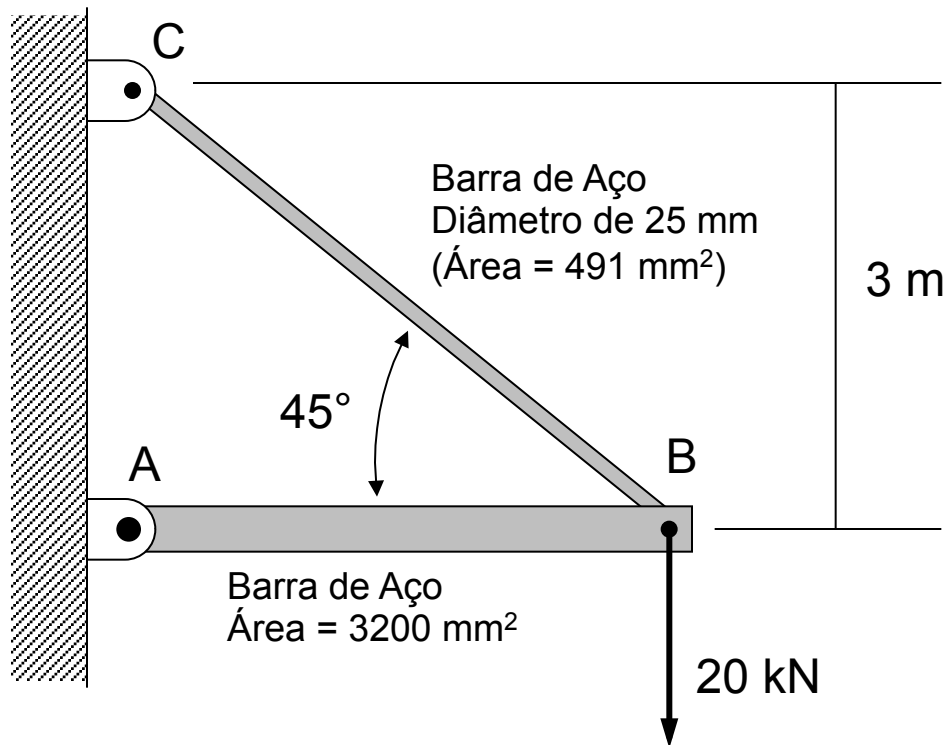
Material Elástico Linear ($N/A < S_Y$)



$$\delta = \frac{NL}{EA}$$

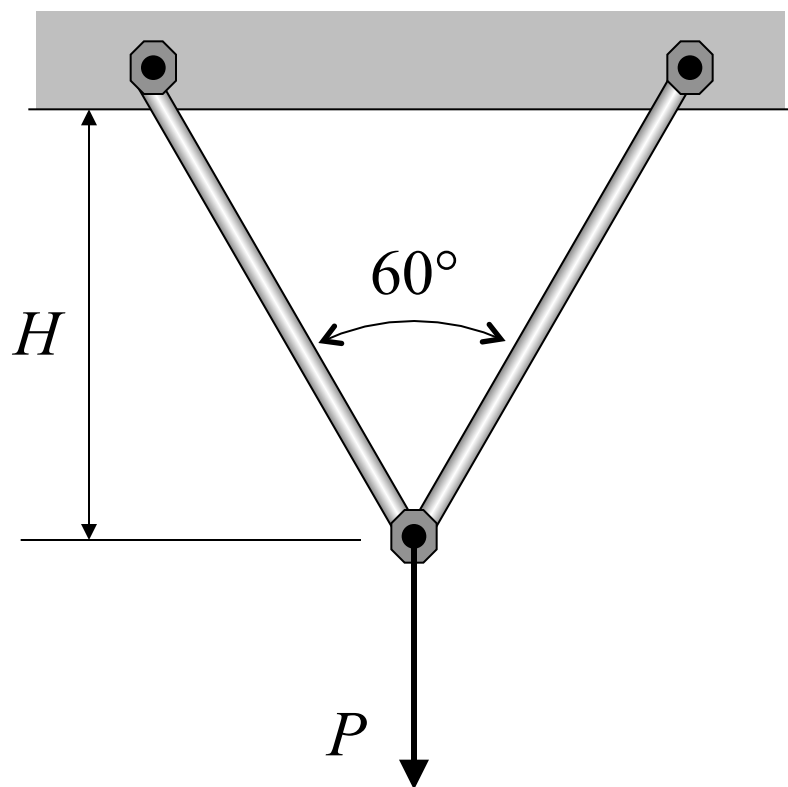
Carregamentos e Deformações Uniaxiais

Exemplo: Determinar deslocamento do ponto B



Carregamentos e Deformações Uniaxiais

Exemplo: Determinar o valor máximo de P para que as barras se mantenham no regime elástico ($\sigma = F/A < S_y$). As barras são idênticas, com seção transversal de área A .



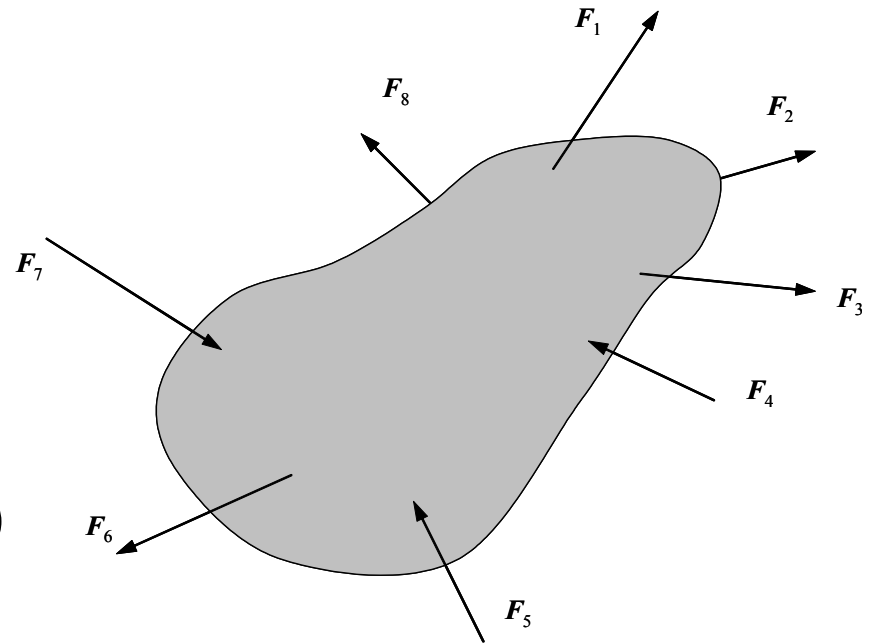
Mecânica dos Sólidos

Problema

Corpo sujeito a ação de esforços externos (forças, momentos, etc.)

Determinar

- Esforços internos (tensões)
- Deformações
- Deslocamentos

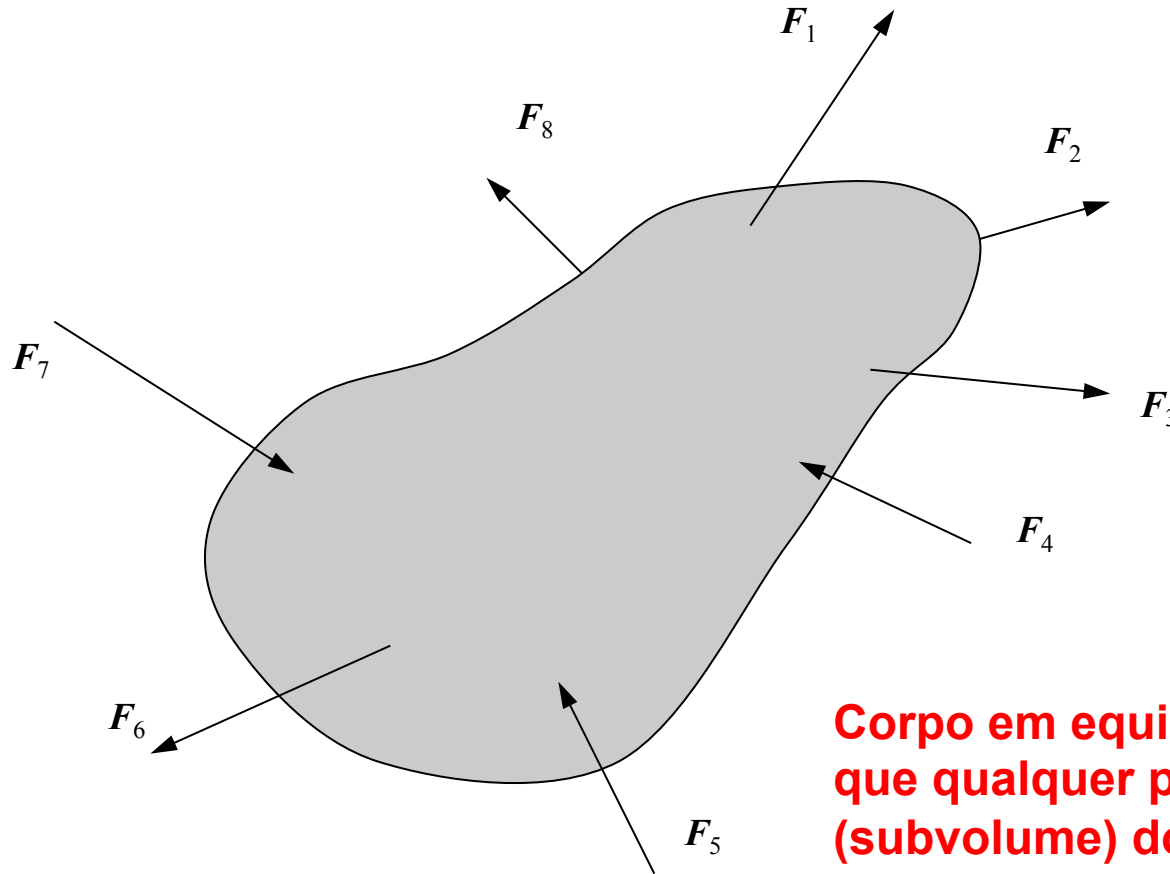


Análise de Tensões

Objetivos:

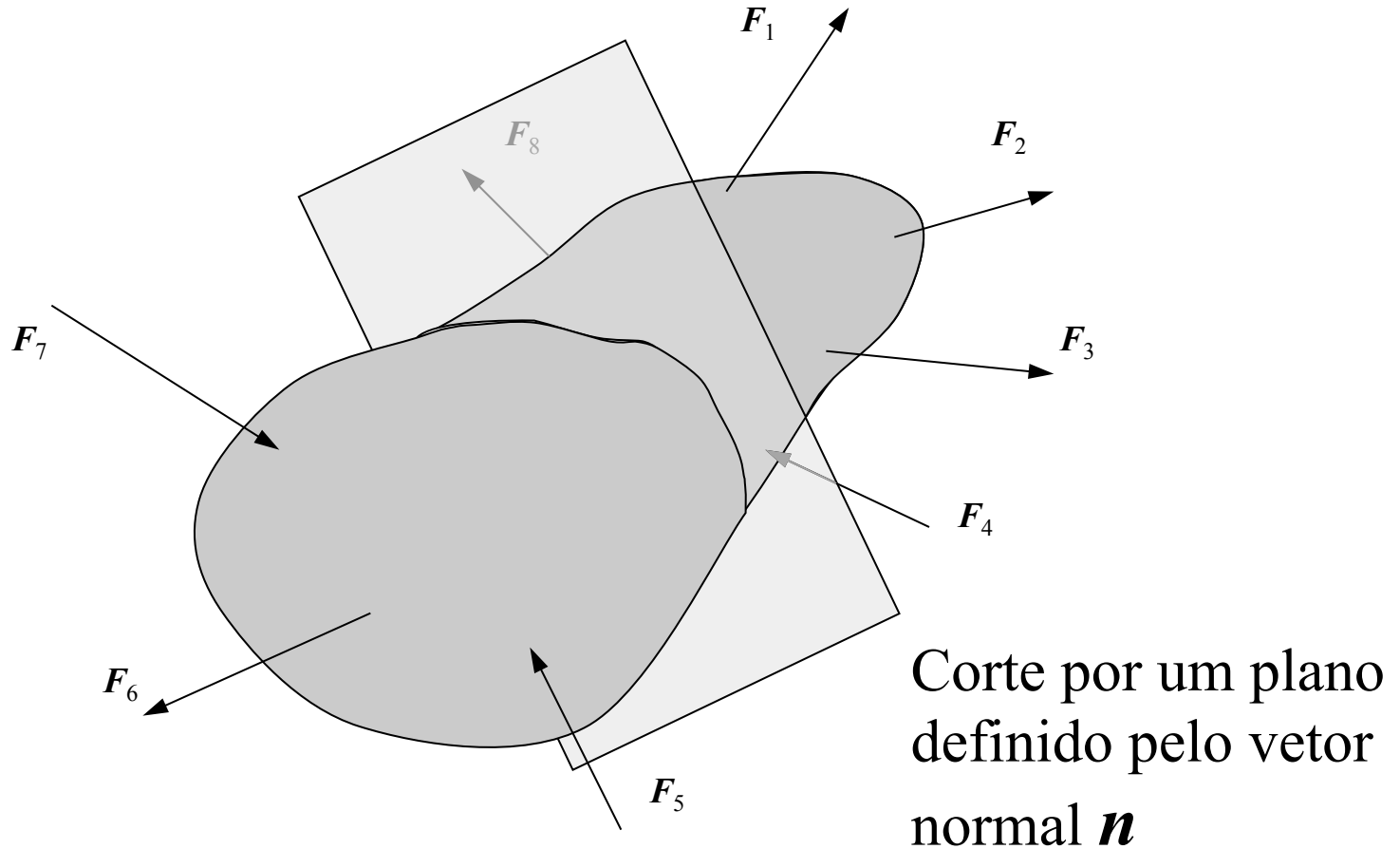
- Definir o conceito de *vetor tensão*
- Mostrar que *tensão* é uma grandeza *tensorial*
- Definir e caracterizar o *estado de tensão* num ponto
- Definir *tensões* e *direções principais*
- Estados de tensão *uniaxial* (1D), *plano* (2D) e *triaxial* (3D)

Corpo em equilíbrio sujeito à ação de um conjunto de forças externas

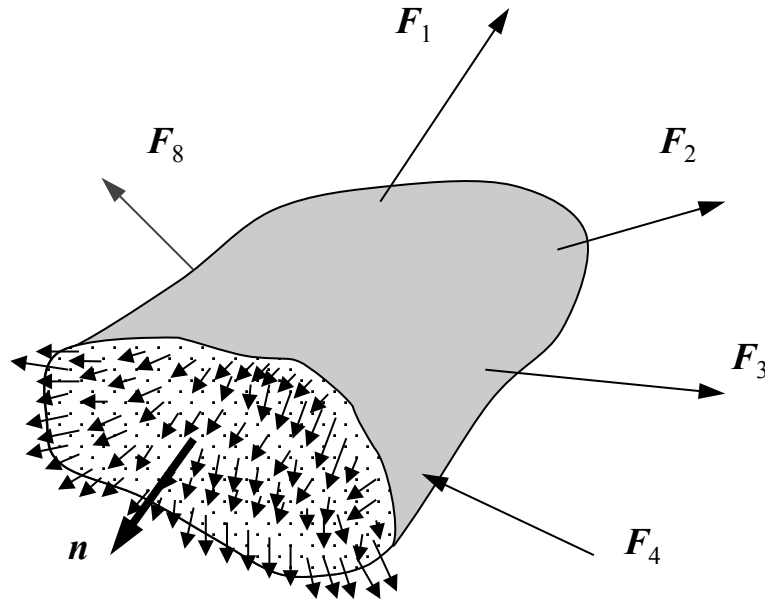


Corpo em equilíbrio significa que qualquer parte (subvolume) do corpo deve também estar em equilíbrio

Corpo em equilíbrio sujeito à ação de um conjunto de forças externas

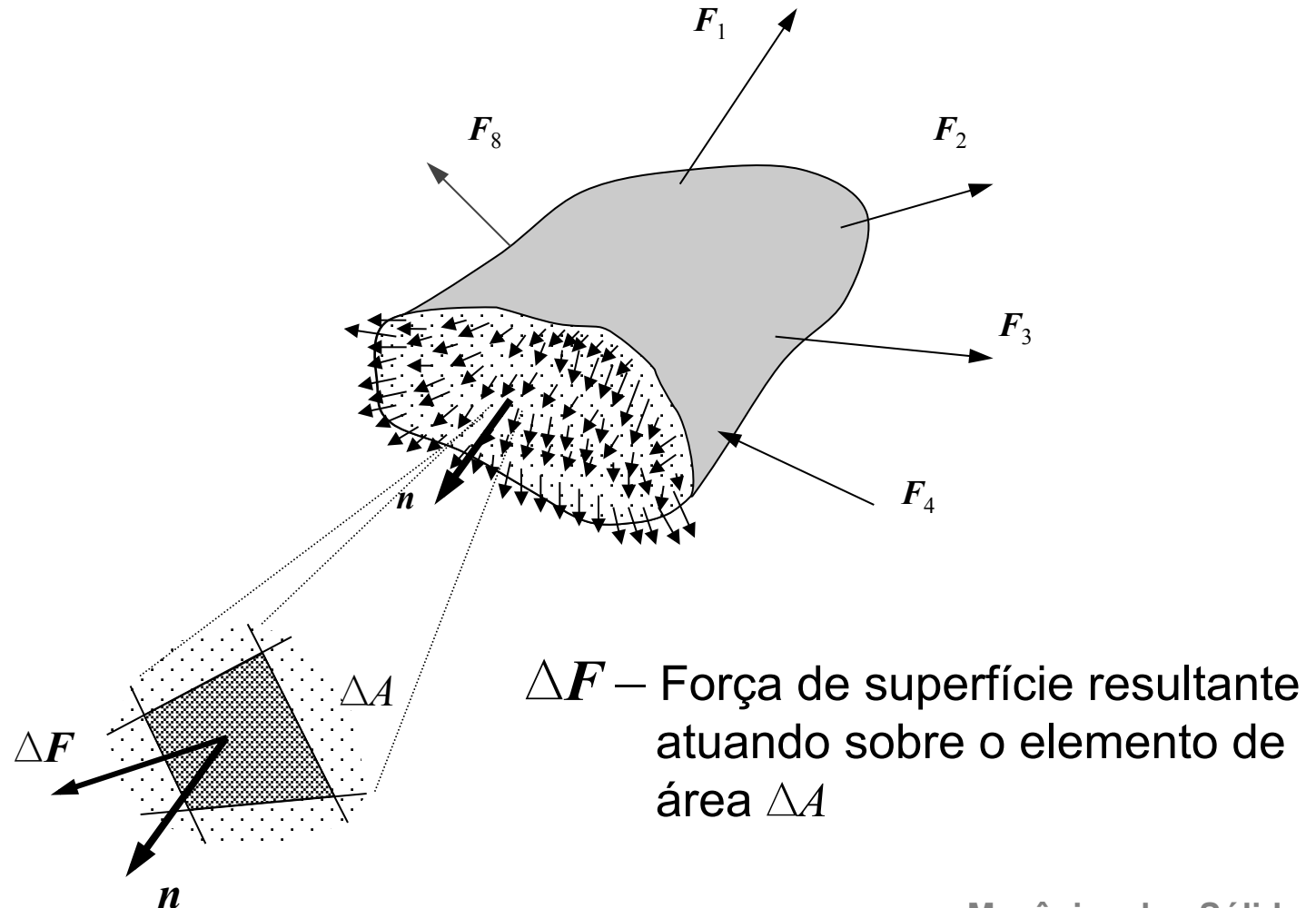


Corpo em equilíbrio sujeito à ação de um conjunto de forças externas

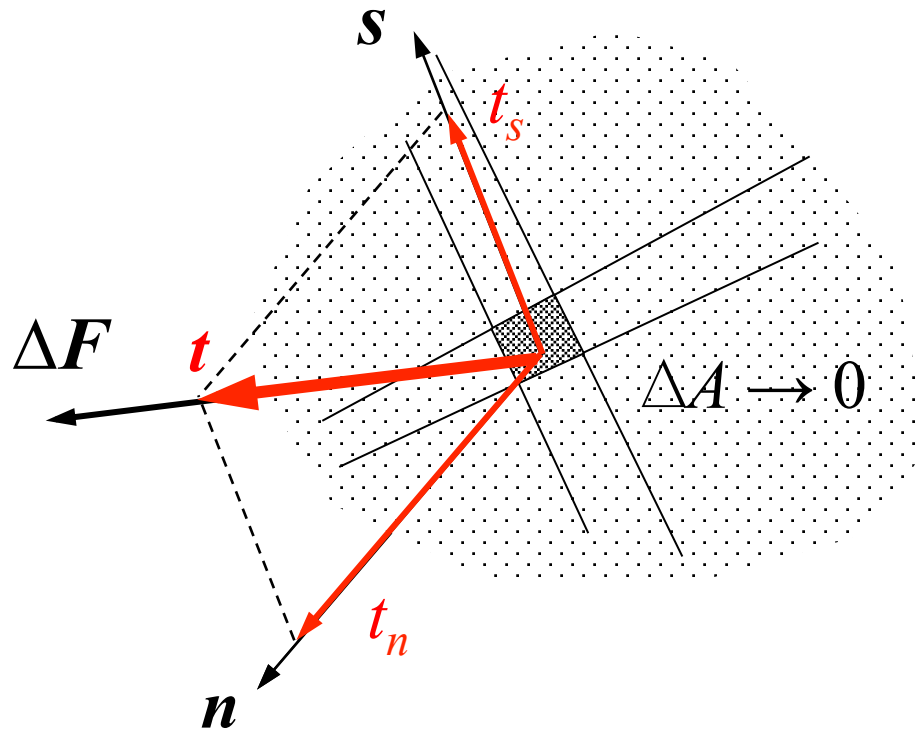


Forças internas de ligação (forças de superfície)
mantêm as duas partes do corpo em equilíbrio

Corpo em equilíbrio sujeito à ação de um conjunto de forças externas



Definição do *Vetor Tensão*



Vetor tensão

$$t = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

Componente normal
(tensão normal)

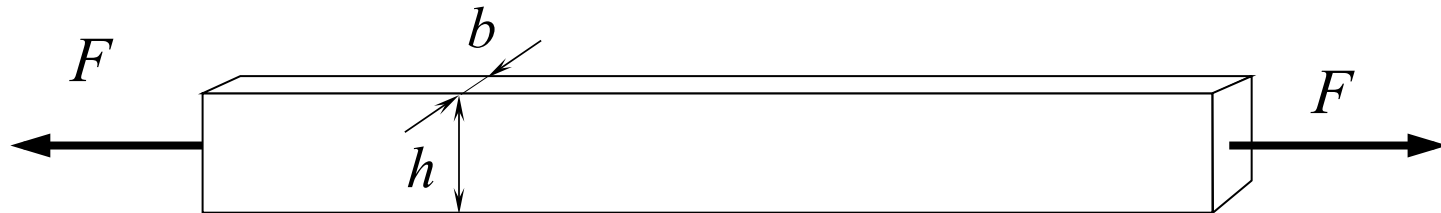
$$t_n = \mathbf{t} \cdot \mathbf{n}$$

Componente tangencial
(tensão cisalhante)

$$t_s = |\mathbf{t} - (\mathbf{t} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}|$$

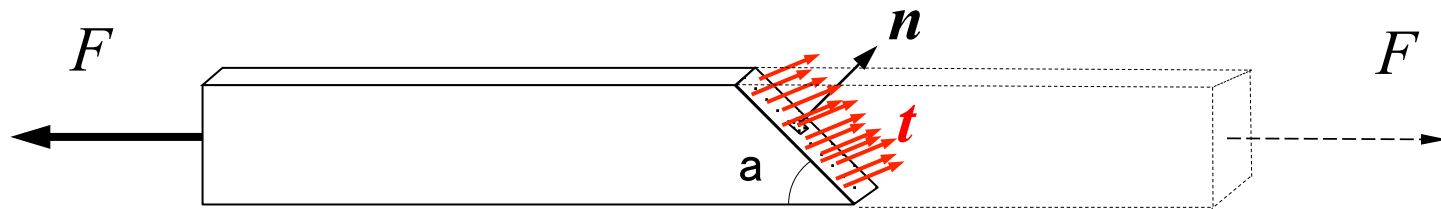
As componentes do vetor tensão em um ponto dependem da direção do plano!

Ex.: Barra Tracionada



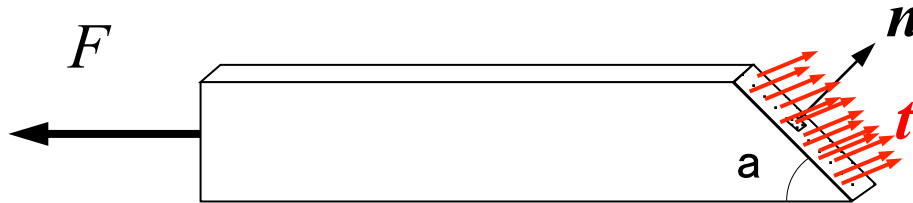
As componentes do vetor tensão em um ponto dependem da direção do plano!

Ex.: Barra Tractionada



As componentes do vetor tensão em um ponto dependem da direção do plano!

Ex.: Barra Tracionada

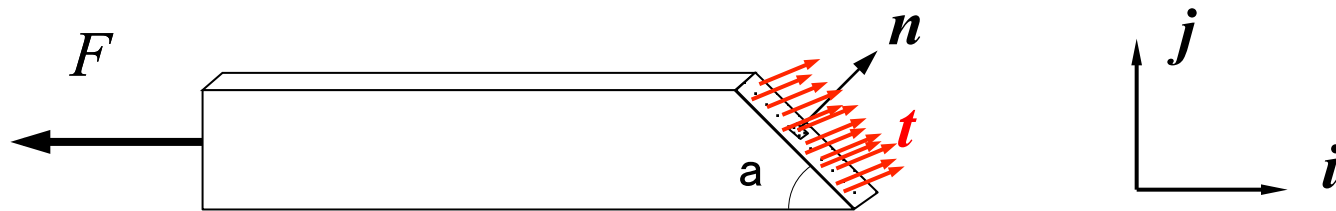


Equilíbrio é satisfeito quando:

$$F + \int t \, dA = 0$$

As componentes do vetor tensão em um ponto dependem da direção do plano!

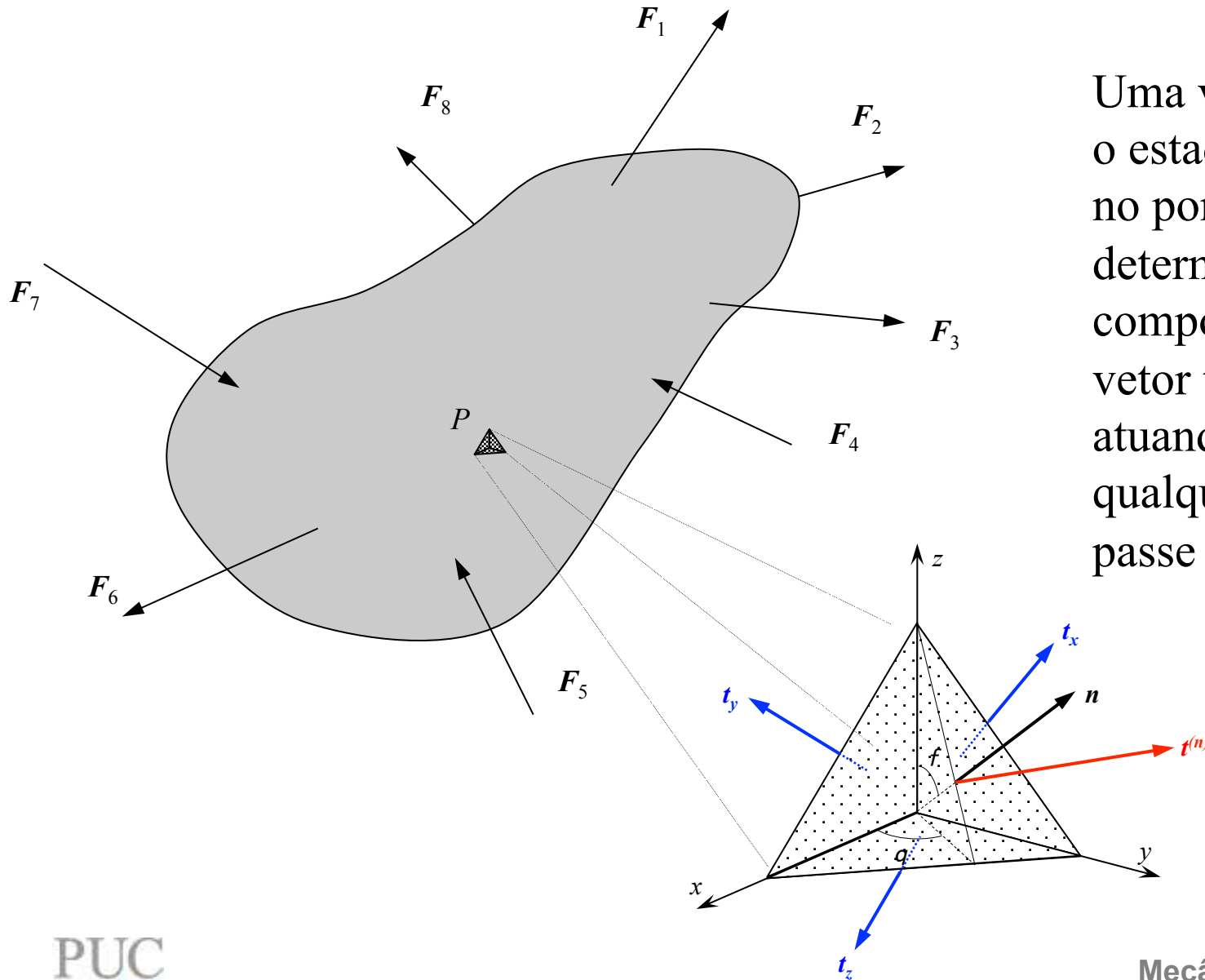
Ex.: Barra Tracionada



Assumindo que o vetor tensão, \mathbf{t} , é uniforme ao longo da seção transversal da barra:

$$F = -Fi \quad A = \int dA = \frac{bh}{\sin \alpha} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{t} = \left(\frac{F}{bh} \sin \alpha \right) \mathbf{i} \quad \left\{ \begin{array}{l} t_n = \frac{F}{bh} \sin^2 \alpha \\ t_s = \frac{F}{bh} \sin \alpha \cos \alpha \end{array} \right.$$

O Estado de Tensão no Ponto



Estado de Tensão em um Ponto

O equilíbrio do tetraedro requer:

$$\mathbf{t}^{(n)} A_n + \mathbf{t}_x A_x + \mathbf{t}_y A_y + \mathbf{t}_z A_z = 0$$

onde A_x , A_y e A_z são as áreas de suas faces.

Definindo-se

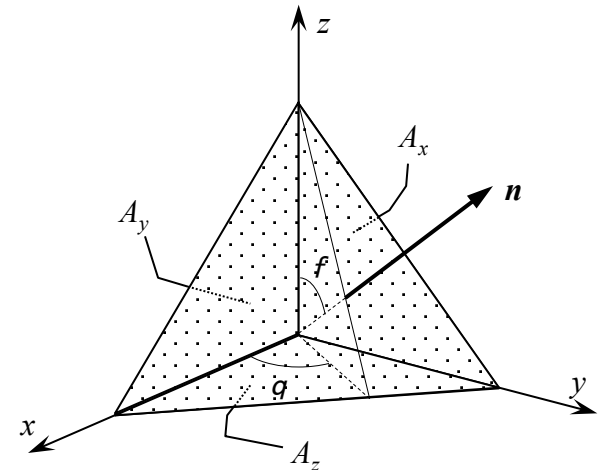
$$\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{t}^{(n)} = t_x^{(n)} \mathbf{i} + t_y^{(n)} \mathbf{j} + t_z^{(n)} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{t}_x = -\sigma_{xx} \mathbf{i} - \sigma_{xy} \mathbf{j} - \sigma_{xz} \mathbf{k}$$

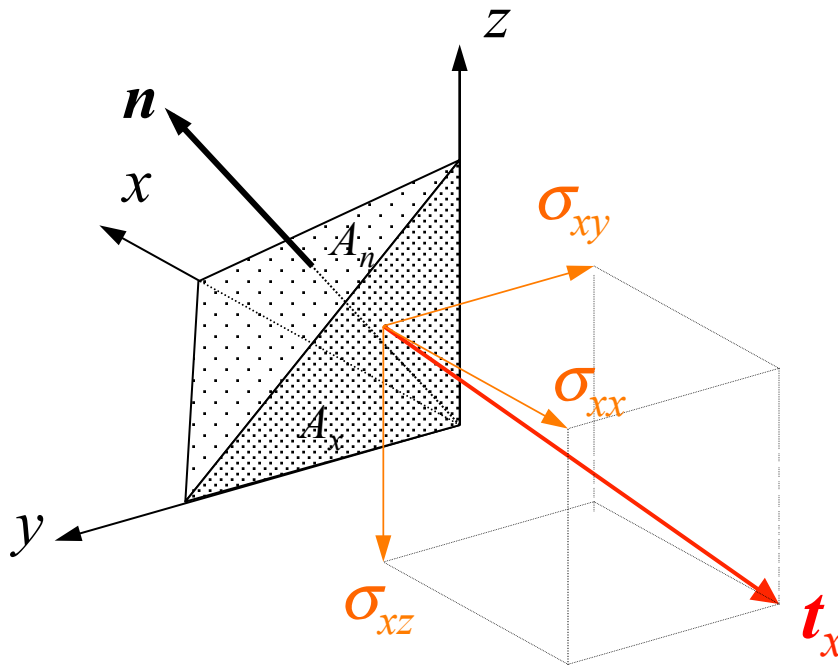
$$\mathbf{t}_y = -\sigma_{yx} \mathbf{i} - \sigma_{yy} \mathbf{j} - \sigma_{yz} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{t}_z = -\sigma_{zx} \mathbf{i} - \sigma_{zy} \mathbf{j} - \sigma_{zz} \mathbf{k}$$



Estado de Tensão em um Ponto

Decomposição do *vetor tensão* em componentes nas direções dos eixos Cartesianos



$$t_x = -\sigma_{xx}i - \sigma_{xy}j - \sigma_{xz}k$$

Estado de Tensão em um Ponto

Pode-se mostrar que

$$n_x = \sin \phi \cos \theta, n_y = \sin \phi \sin \theta, \text{ e } n_z = \cos \phi$$

$$A_x = A_n n_x, A_y = A_n n_y, \text{ e } A_z = A_n n_z$$

Substituindo-se estes resultados na equação de equilíbrio, obtém-se:

$$t_x^{(n)} = \sigma_{xx} n_x + \sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z$$

$$t_y^{(n)} = \sigma_{yx} n_x + \sigma_{yy} n_y + \sigma_{yz} n_z$$

$$t_z^{(n)} = \sigma_{zx} n_x + \sigma_{zy} n_y + \sigma_{zz} n_z$$

Estado de Tensão em um Ponto

Este resultado também pode ser escrito na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} t_x^{(n)} \\ t_y^{(n)} \\ t_z^{(n)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix}$$

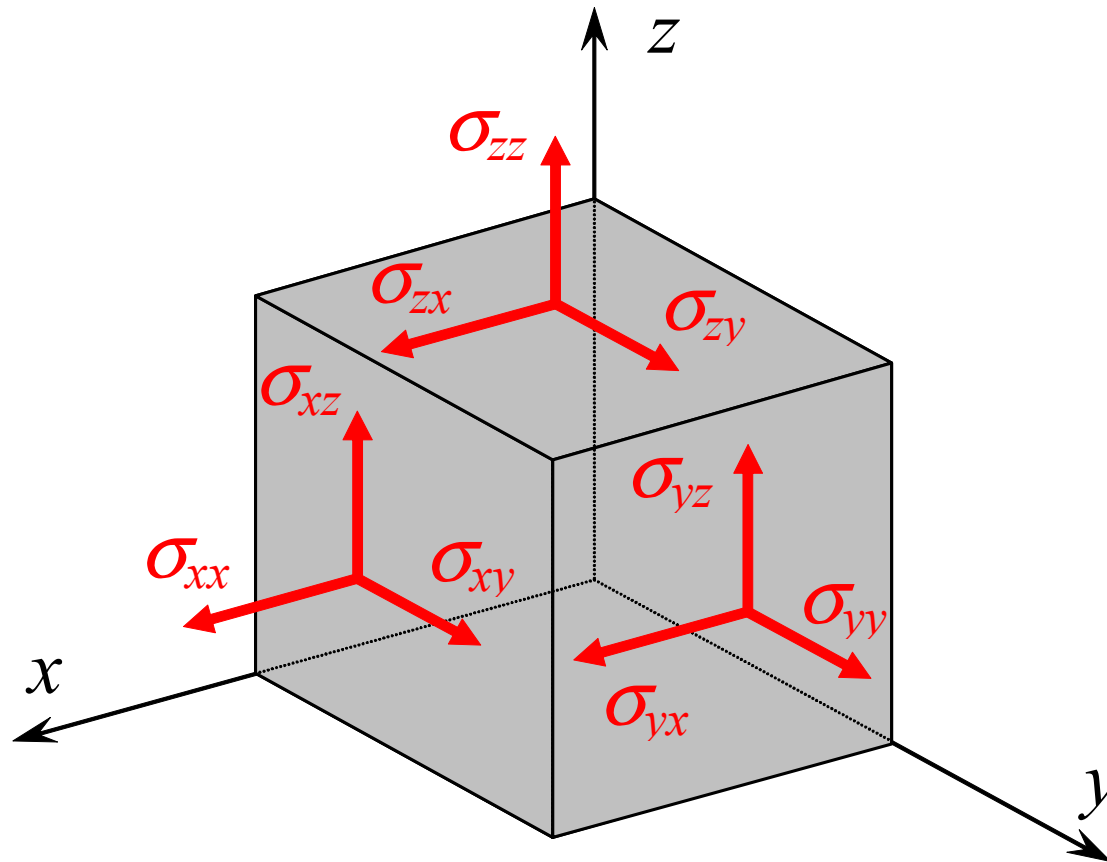
Ou, em notação mais concisa, nas formas:

$$\{t^{(n)}\} = [\sigma]\{n\} \quad \text{ou} \quad \mathbf{t}^{(n)} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}$$

Estado de Tensão em um Ponto

- Tensão é uma grandeza tensorial: $[\sigma]$, ou σ , é chamado o **tensor de tensões**
- Uma vez conhecidas as nove componentes do *tensor de tensões*, pode-se determinar o vetor tensão atuando sobre qualquer plano que passa pelo ponto.
- Pode-se mostrar que o tensor de tensões é simétrico, ou seja, $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$, $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$, e $\sigma_{yz} = \sigma_{zy}$. Logo, $[\sigma]$ possui apenas seis componentes independentes!
- Pode-se mostrar que a simetria do tensor de tensões é necessária para que o balanço de momentos em torno do ponto (balanço da quantidade de movimento angular) seja satisfeito.

Representação Gráfica do Estado de Tensão no Ponto (Paralelepípedo Fundamental)

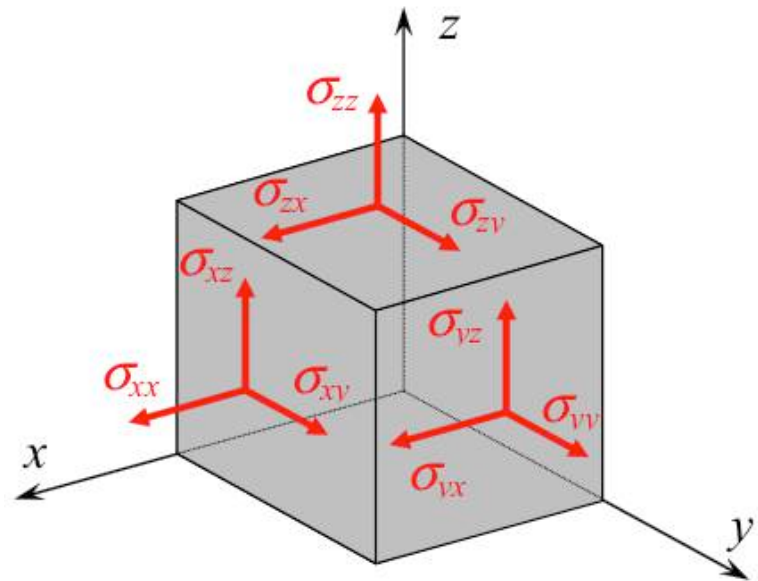


Equilíbrio

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0$$

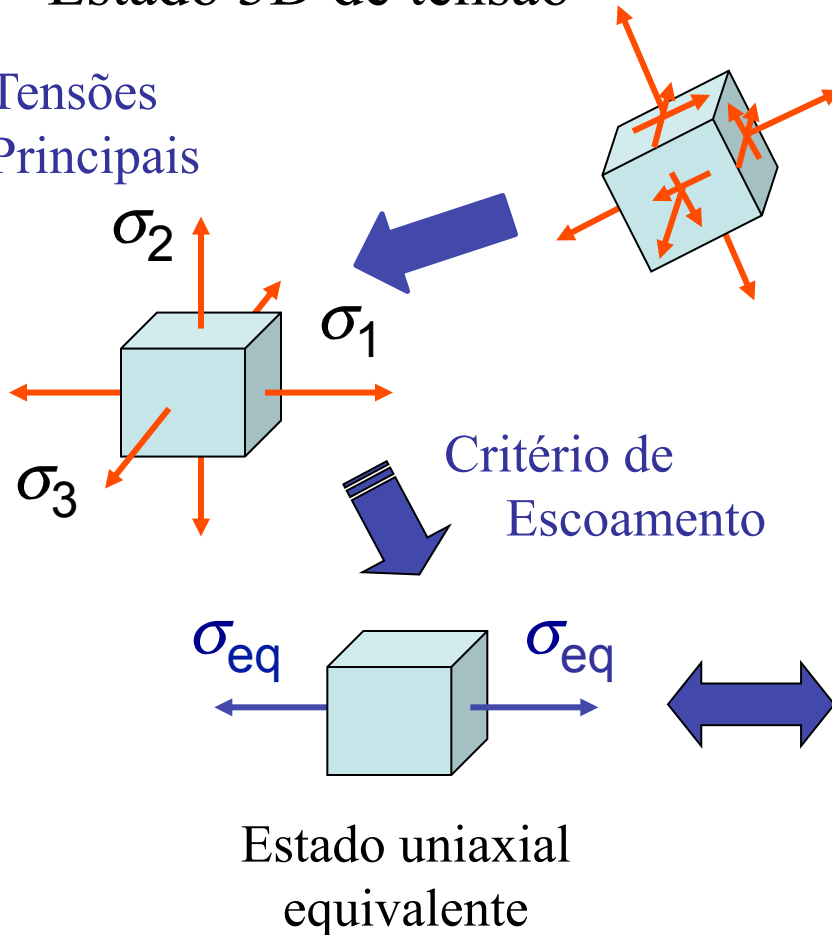


Tensões Principais

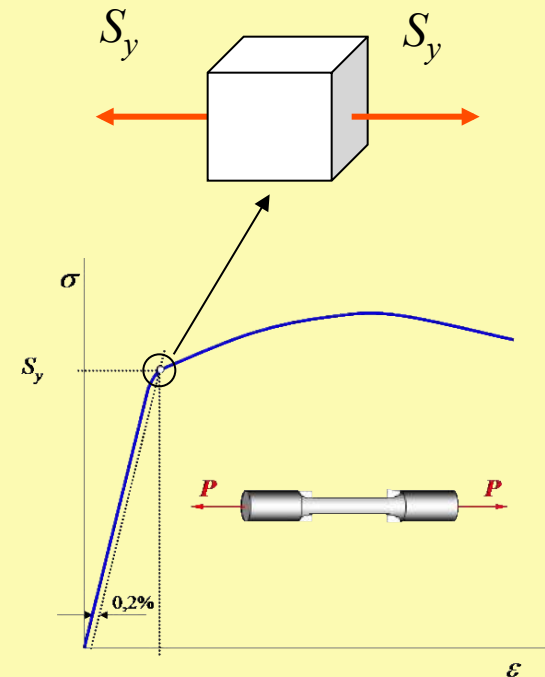
Aplicação: Critérios de Falha

Estado 3D de tensão

Tensões Principais



Início do escoamento no ensaio de tração



Tensões Principais e Planos Principais

Dado o estado de tensão num ponto, os planos principais são definidos como aqueles planos onde a componente tangencial (cisalhante) do vetor tensão é nula

A equação abaixo relaciona o vetor tensão atuando sobre um plano definido pela normal \mathbf{n} com o tensor de tensões:

$$\mathbf{t}^{(n)} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}$$

ou, em forma matricial:

$$\{t^{(n)}\} = [\sigma] \{n\}$$

Tensões Principais e Planos Principais

Deseja-se determinar os planos definidos pelas suas normais \mathbf{n} , tais que os vetores tensão atuando sobre eles têm a forma:

$$\mathbf{t}^{(n)} = \lambda \mathbf{n}$$

Substituindo-se esta expressão na equação da tela anterior, obtém-se: $\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} = \lambda \mathbf{n}$

ou em forma matricial:

$$[\boldsymbol{\sigma}]\{\mathbf{n}\} = \lambda \{\mathbf{n}\}$$

Tensões Principais e Planos Principais

Portanto, a determinação dos planos principais fica reduzida à solução de um problema de autovalores:

$$\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{n} = \lambda \boldsymbol{n}$$

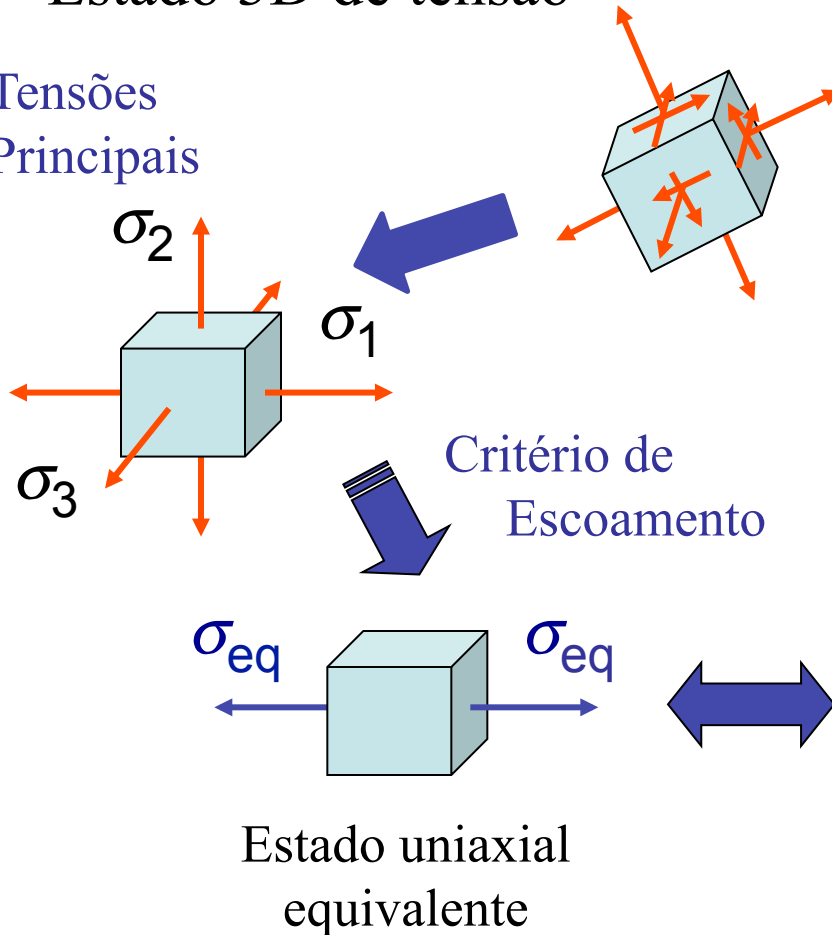
- Os autovetores do tensor de tensão definem os planos (direções) principais.
- Os autovalores do tensor de tensão, λ , são as **tensões principais**.

Tensões Principais

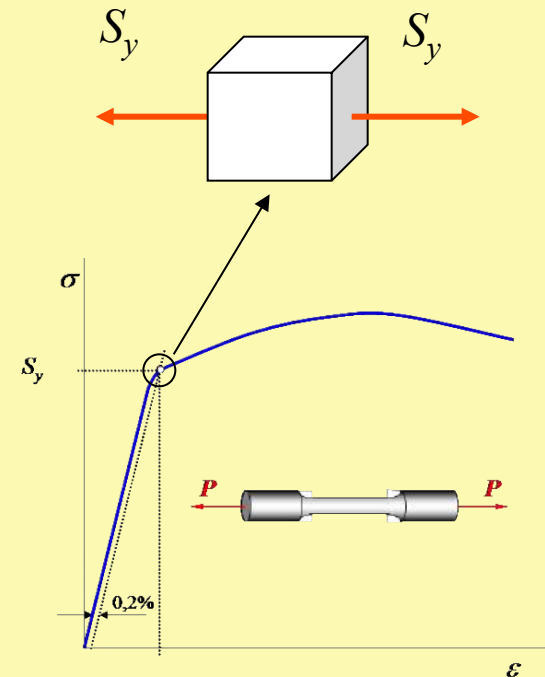
Aplicação: Critérios de Falha

Estado 3D de tensão

Tensões Principais



Início do escoamento no ensaio de tração



Tensões Principais e Planos Principais

Exemplo: Considere o estado de tensão dado pelo tensor:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} 50 & 10 & 0 \\ 10 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{bmatrix} \quad (\text{em MPa})$$

As componentes do tensor referem-se a uma base Cartesiana.

Seus autovalores são obtidos resolvendo-se a equação:

$$\det \begin{bmatrix} 50 - \lambda & 10 & 0 \\ 10 & 50 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 50 - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Tensões Principais e Planos Principais

Expandindo-se este determinante, obtém-se a equação:

$$(\lambda^2 - 100\lambda + 2400)(50 - \lambda) = 0$$

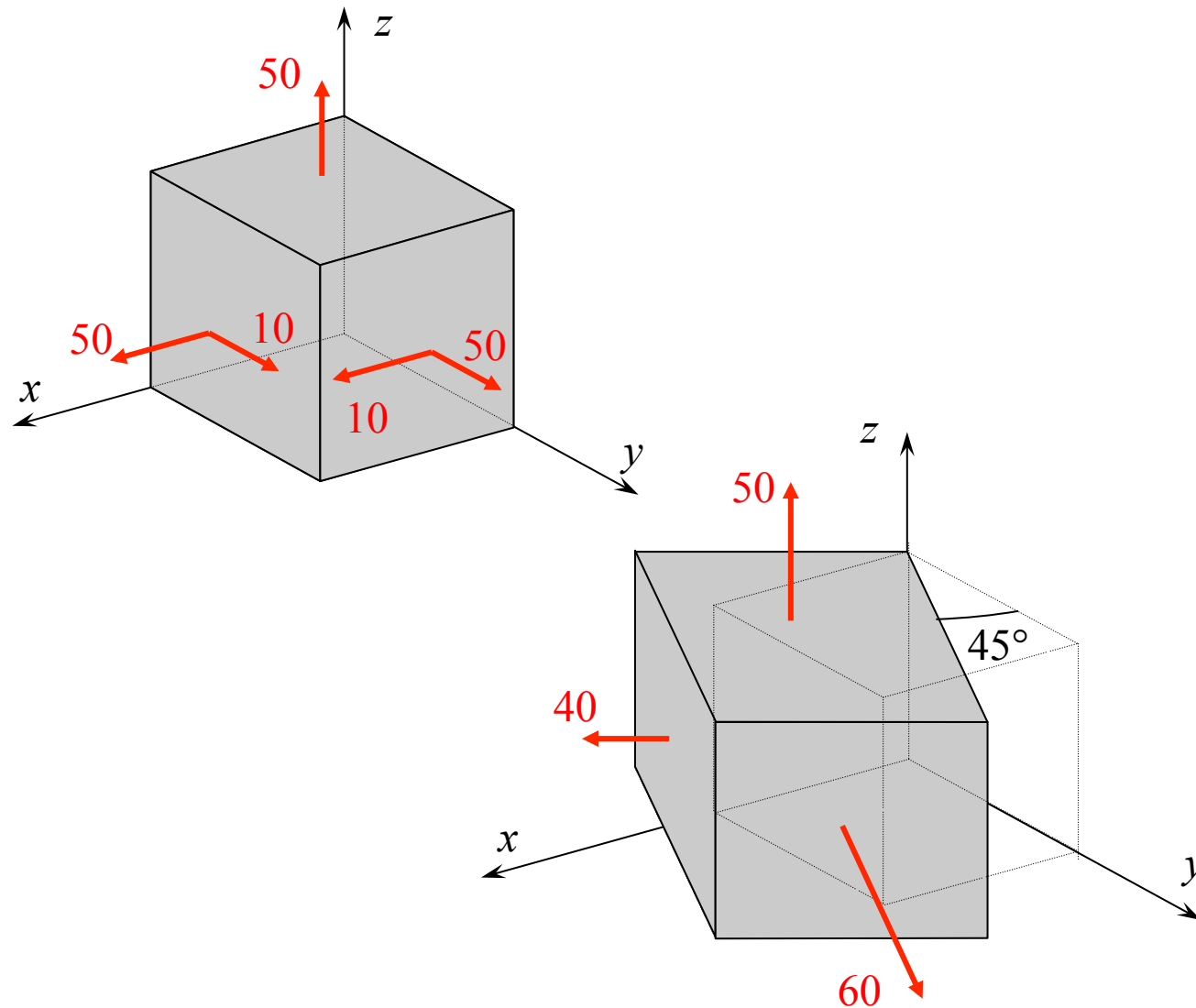
Cujas raízes são:

$$\lambda_1 = 60 \text{ MPa}, \quad \lambda_2 = 50 \text{ MPa}, \text{ e } \quad \lambda_3 = 40 \text{ MPa}$$

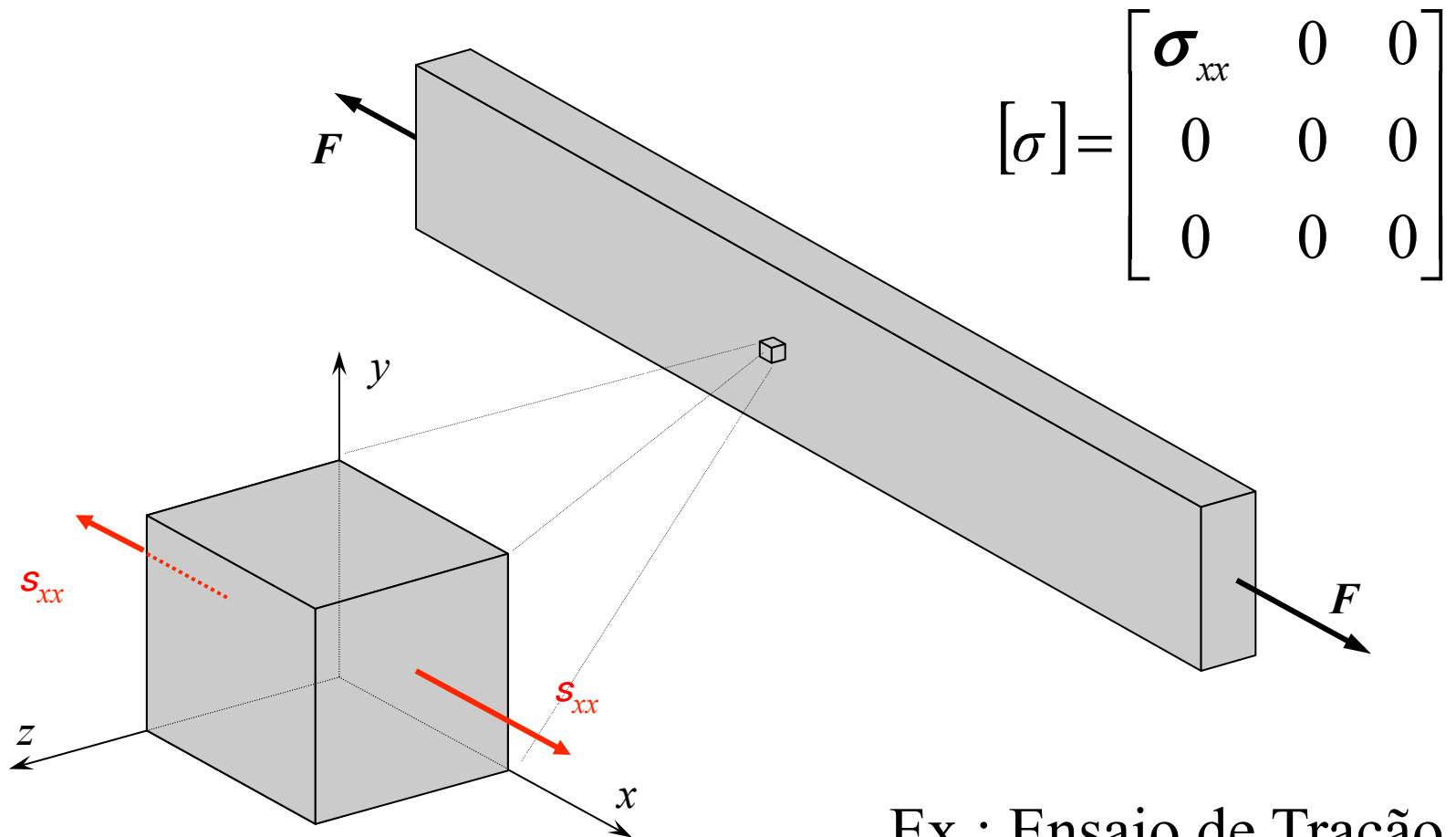
Mostra-se ainda que as direções (planos) principais são definidas pelos autovetores (unitários e ortogonais)

$$\mathbf{n}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \mathbf{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \mathbf{j}, \quad \mathbf{n}_2 = \mathbf{k}, \text{ e } \quad \mathbf{n}_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} \mathbf{i} - \frac{\sqrt{2}}{2} \mathbf{j}$$

Tensões Principais e Planos Principais

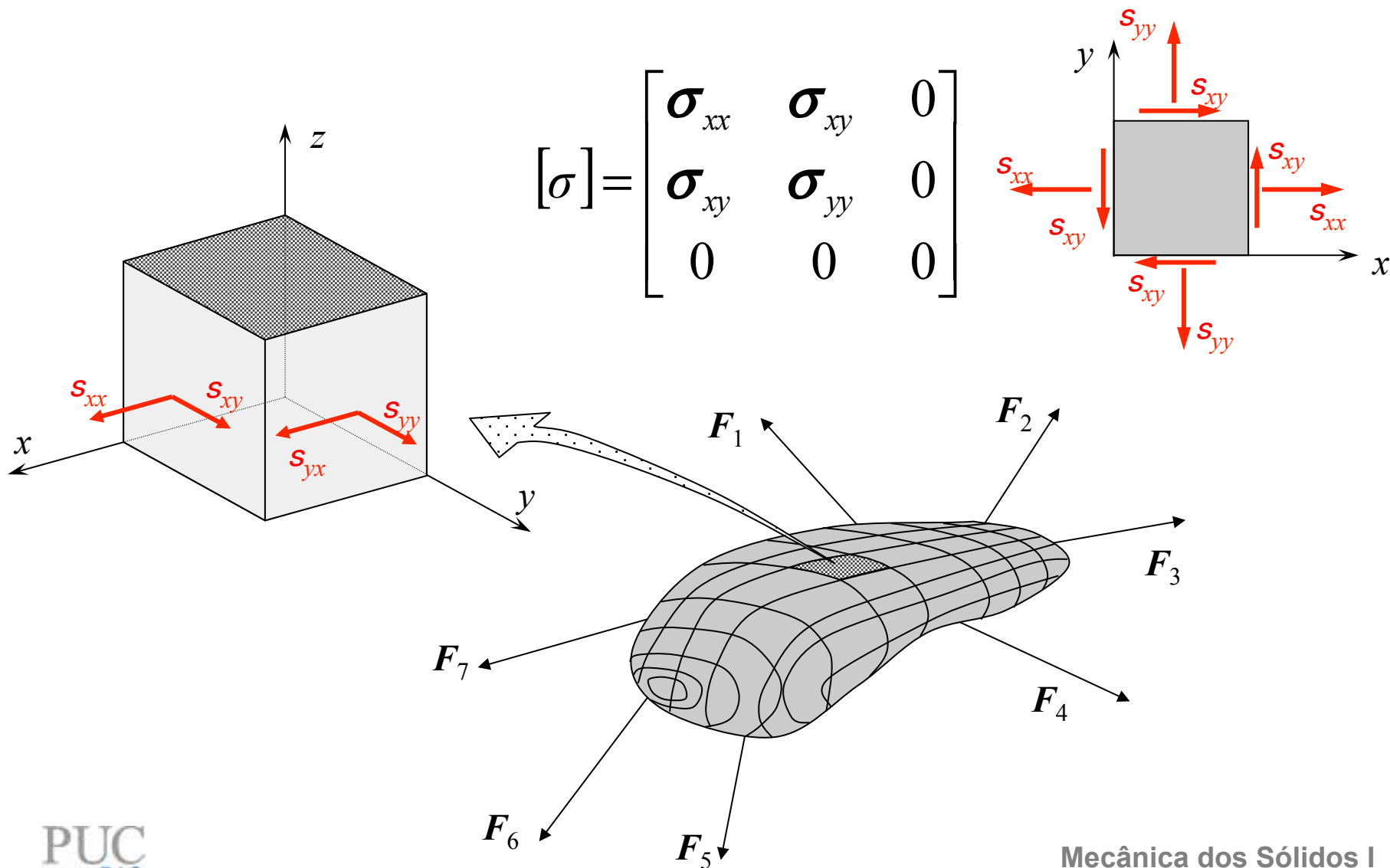


Estado Uniaxial de Tensão



Ex.: Ensaio de Tração

Estado Plano de Tensão



Departamento de Engenharia Mecânica



Mecânica dos Sólidos I

Parte 2

Prof. Arthur M. B. Braga

Mecânica dos Sólidos I – Parte II

- Barras carregadas axialmente (Cap. 1 e 2)
- Cisalhamento (Cap. 1)

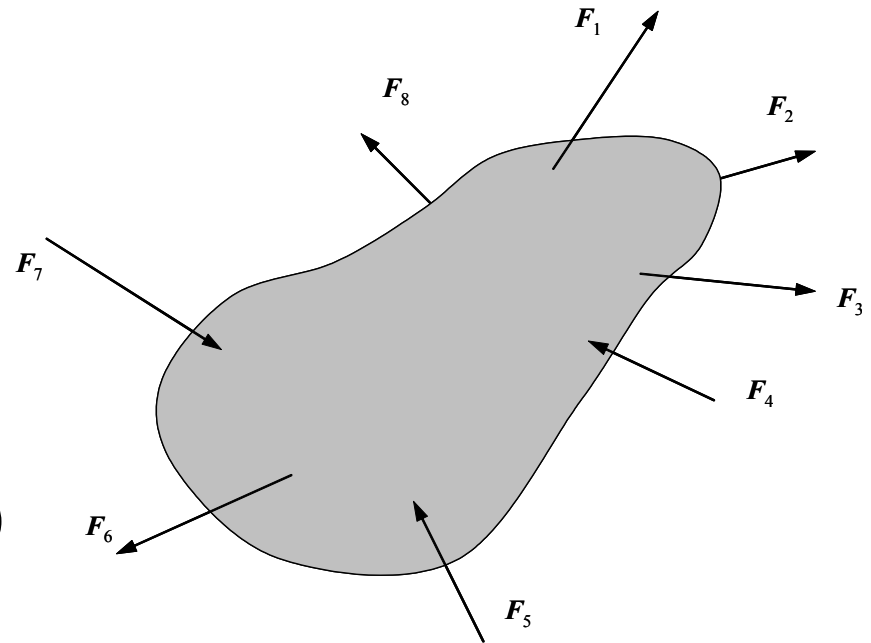
Mecânica dos Sólidos

Problema

Corpo sujeito a ação de esforços externos (forças, momentos, etc.)

Determinar

- Esforços internos (tensões)
- Deformações
- Deslocamentos

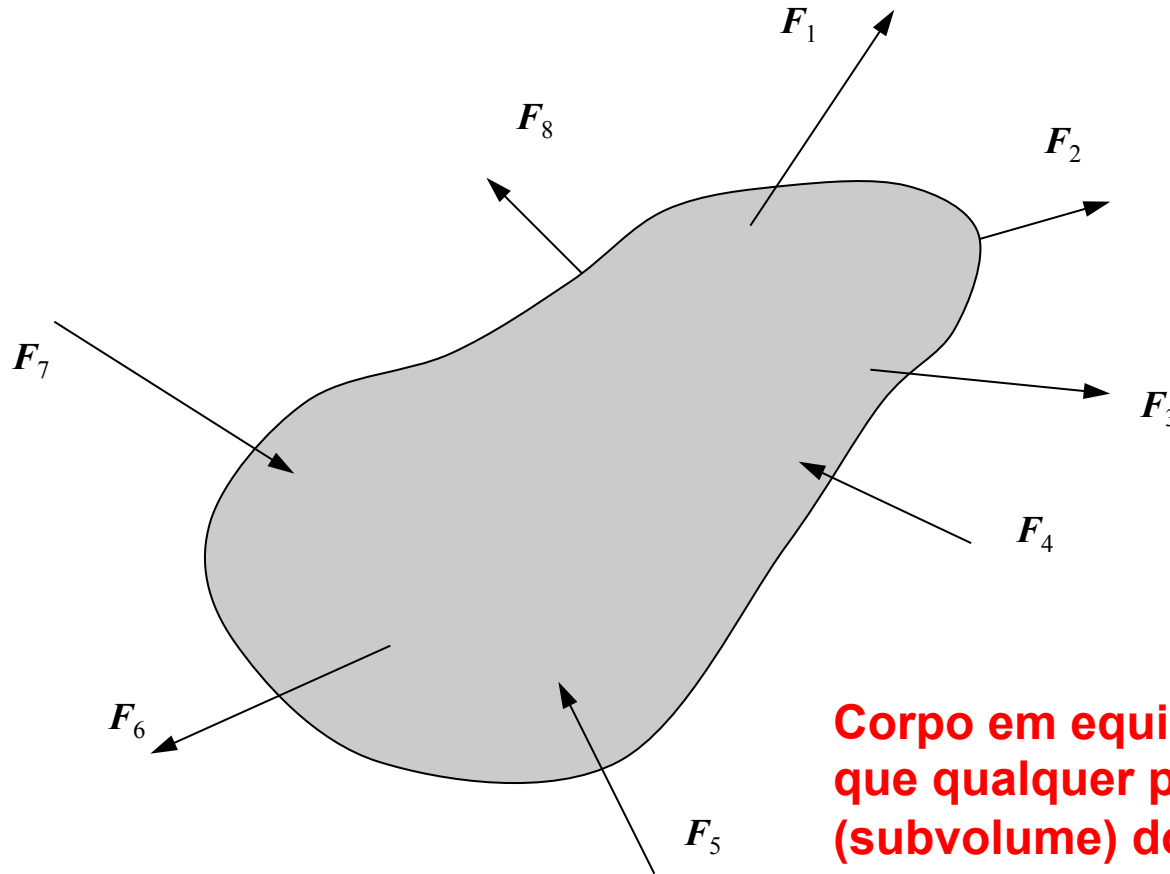


Análise de Tensões

Objetivos:

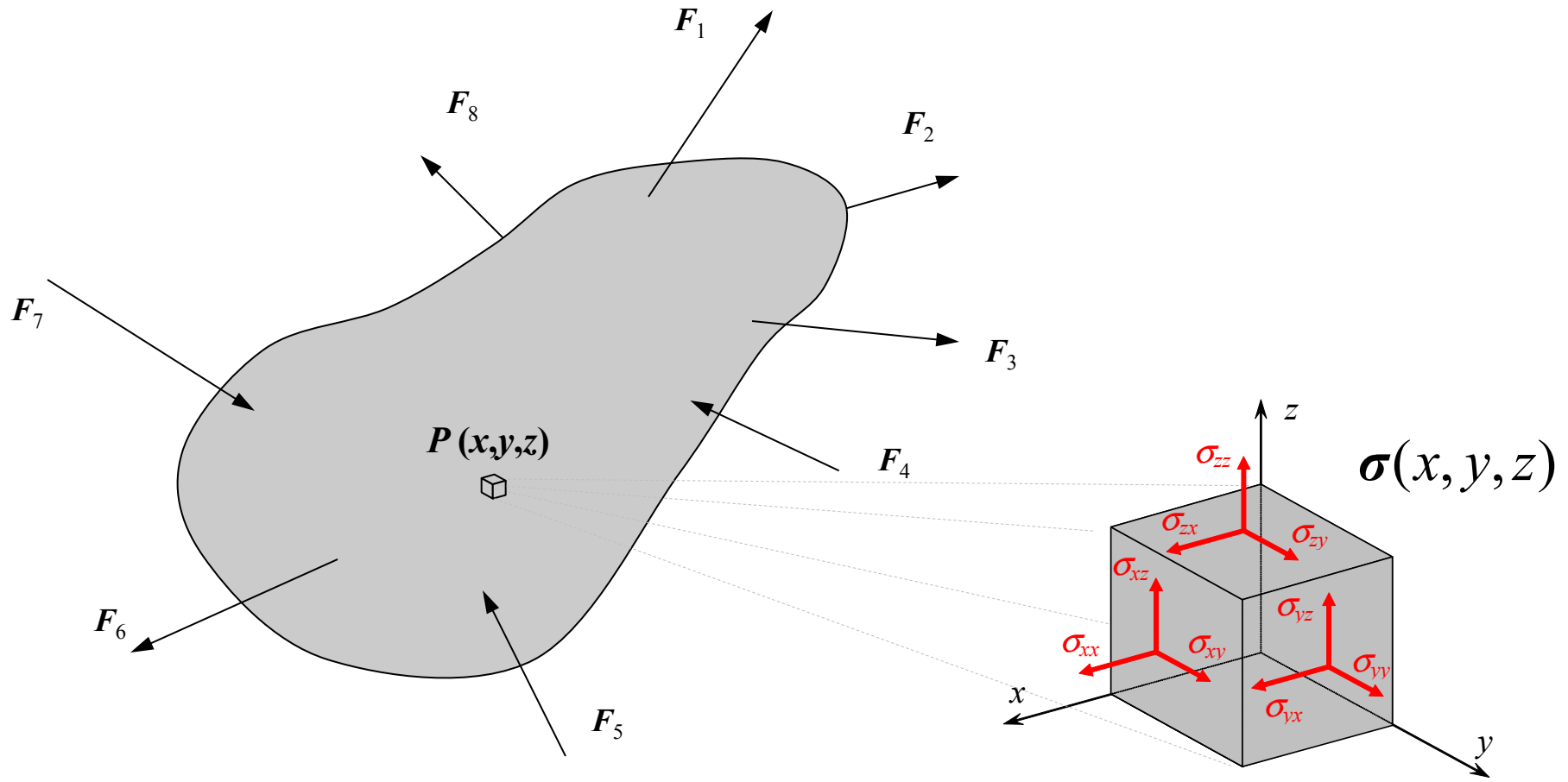
- Definir o conceito de *vetor tensão*
- Mostrar que *tensão* é uma grandeza *tensorial*
- Definir e caracterizar o *estado de tensão* num ponto
- Definir *tensões* e *direções principais*
- Estados de tensão *uniaxial* (1D), *plano* (2D) e *triaxial* (3D)

Corpo em equilíbrio sujeito à ação de um conjunto de forças externas

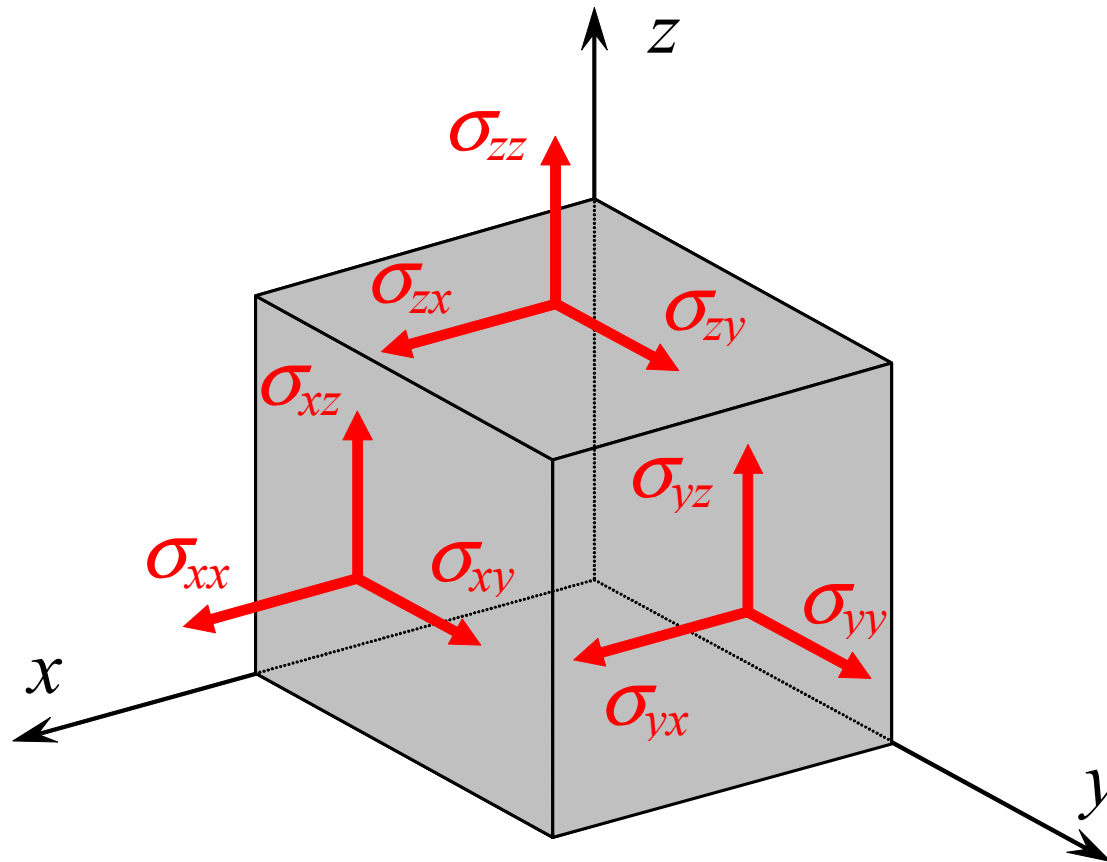


Corpo em equilíbrio significa que qualquer parte (subvolume) do corpo deve também estar em equilíbrio

Determinação da Distribuição de Tensão no Corpo Sujeito à Ação de Forças Externas



Representação Gráfica do Estado de Tensão no Ponto (Paralelepípedo Fundamental)

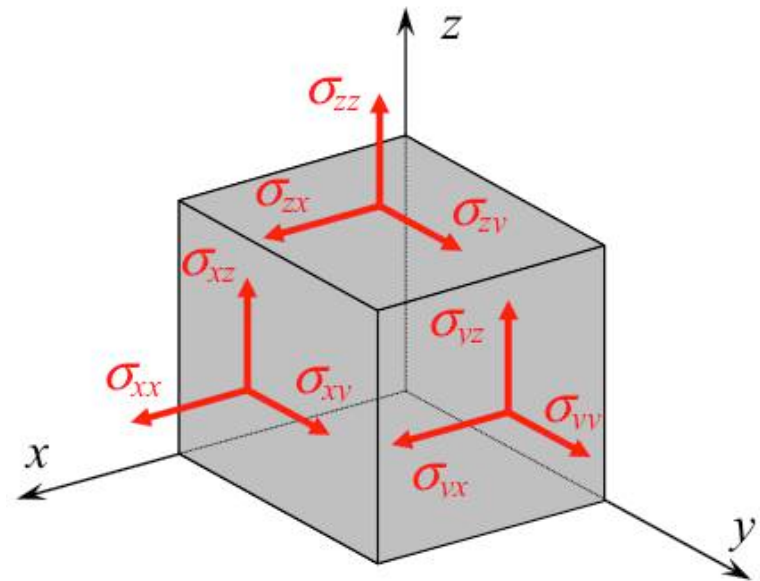


Equilíbrio

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0$$

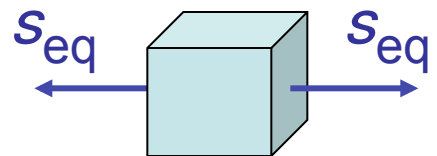
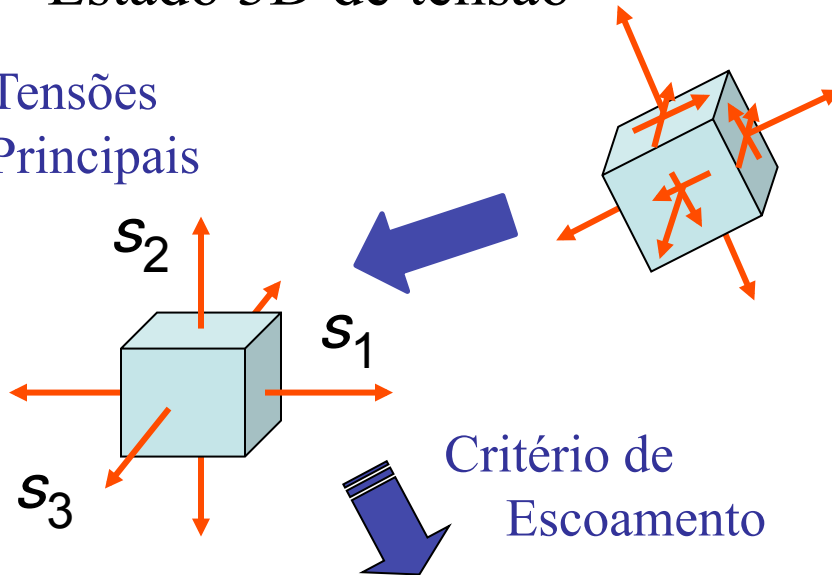


Tensões Principais

Aplicação: Critérios de Falha

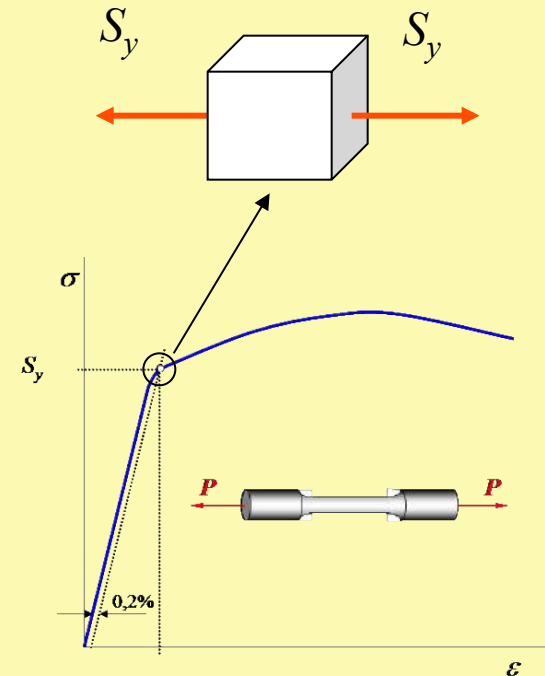
Estado 3D de tensão

Tensões Principais

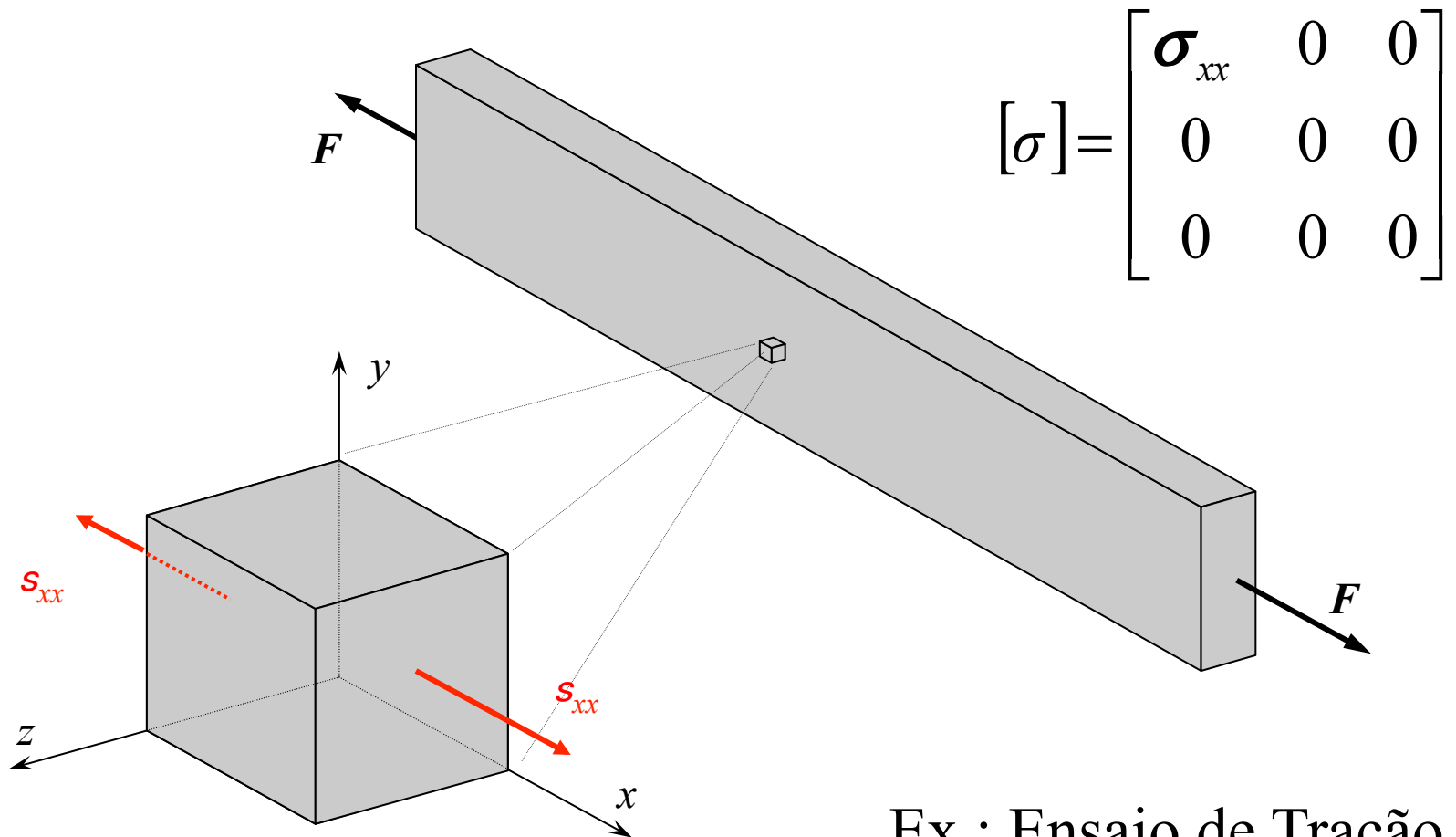


Estado uniaxial
equivalente

Início do escoamento no
ensaio de tração

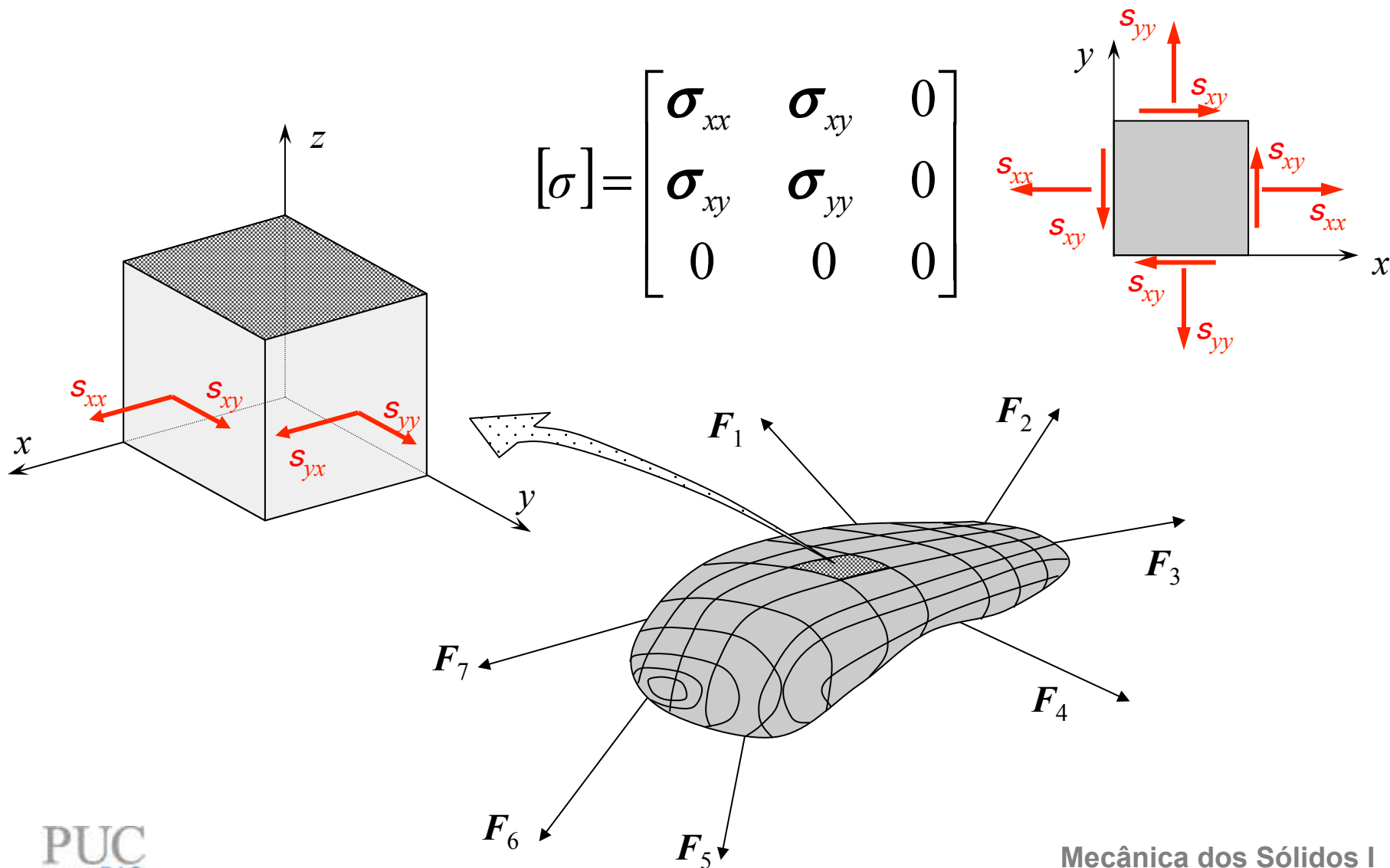


Estado Uniaxial de Tensão



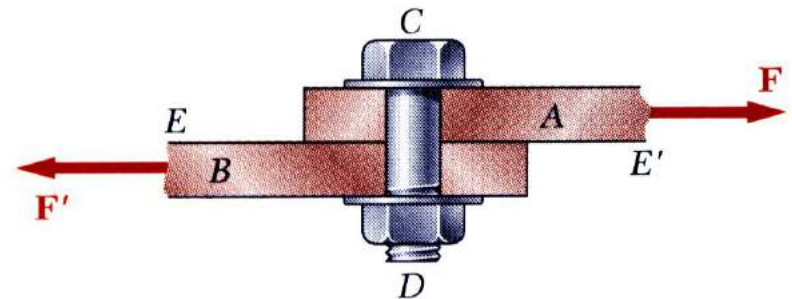
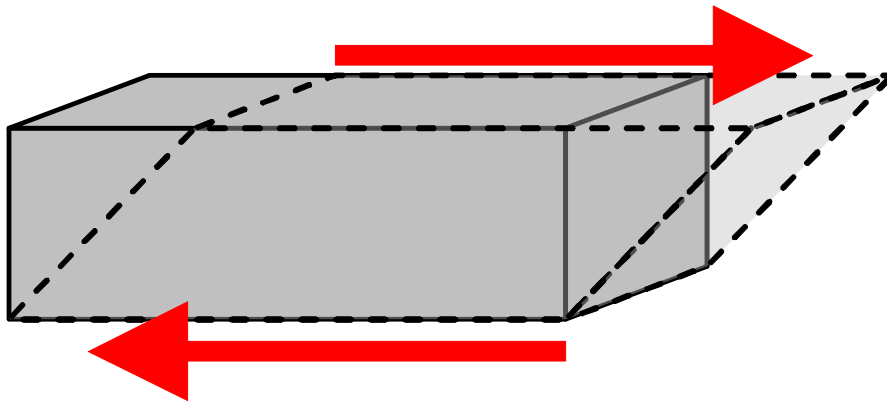
Ex.: Ensaio de Tração

Estado Plano de Tensão



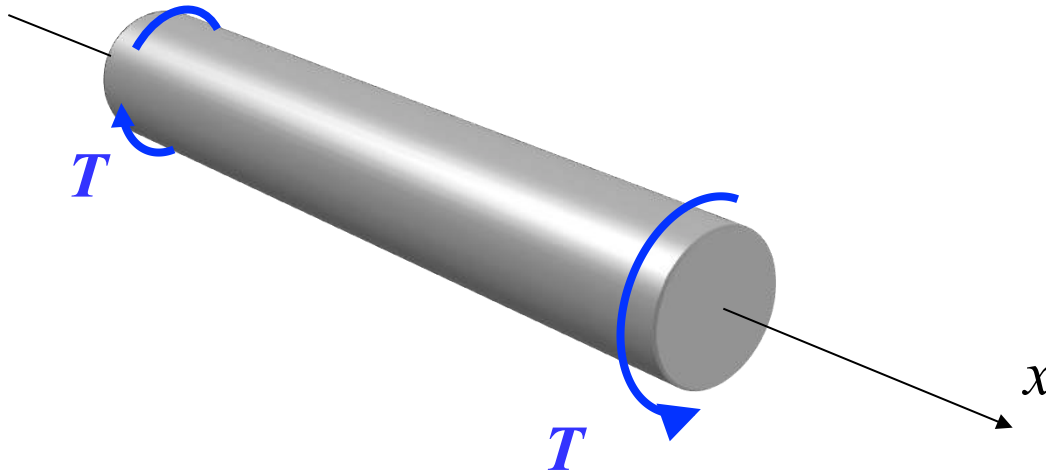
Determinação da Distribuição de Tensão no Corpo Sujeito à Ação de Forças Externas

Cisalhamento (Cap. 1)



Determinação da Distribuição de Tensão no Corpo Sujeito à Ação de Forças Externas

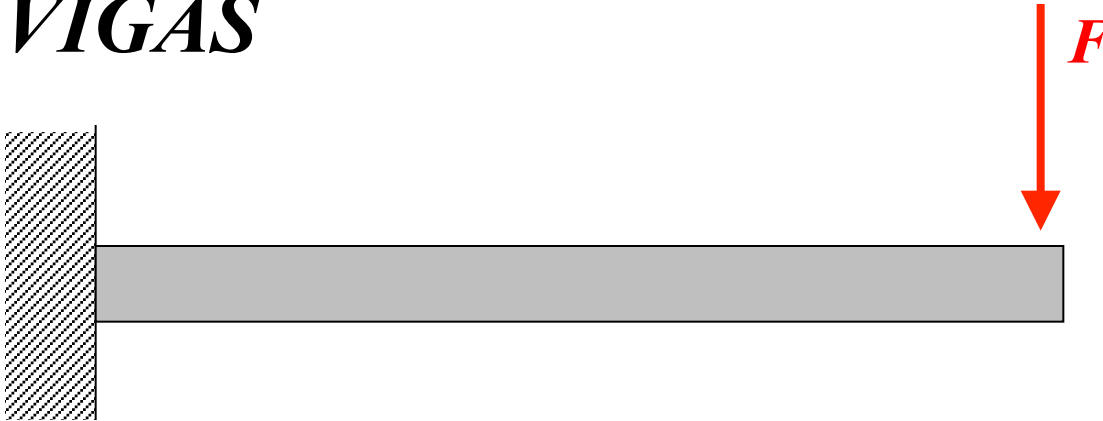
Eixos sujeitos a carregamentos de torção (Cap. 3)



Determinação da Distribuição de Tensão no Corpo Sujeito à Ação de Forças Externas

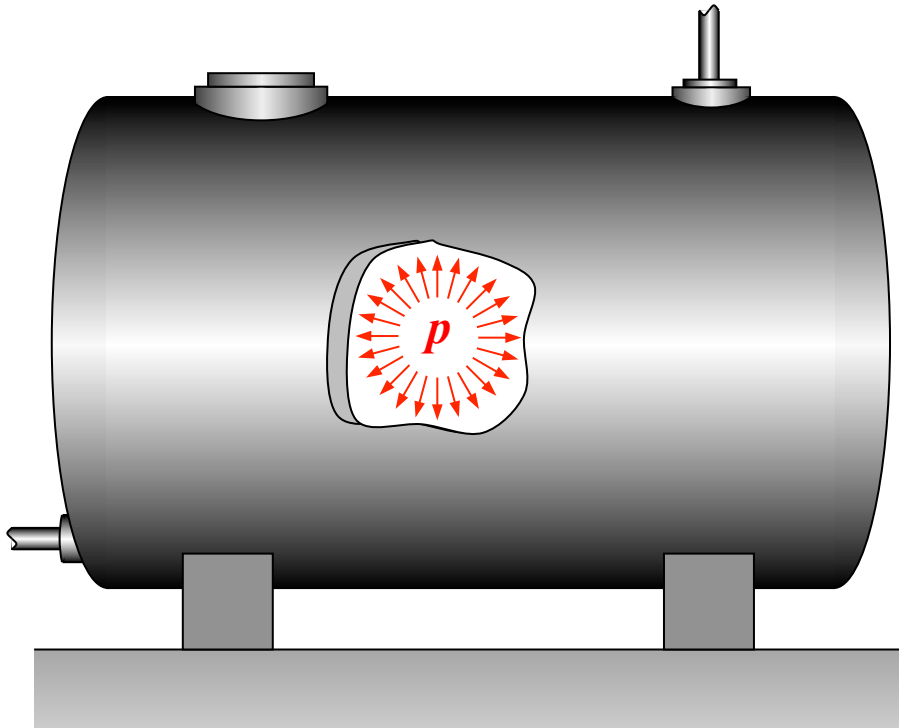
Barras submetidas a carregamentos de flexão
(Cap. 5 e 6)

VIGAS



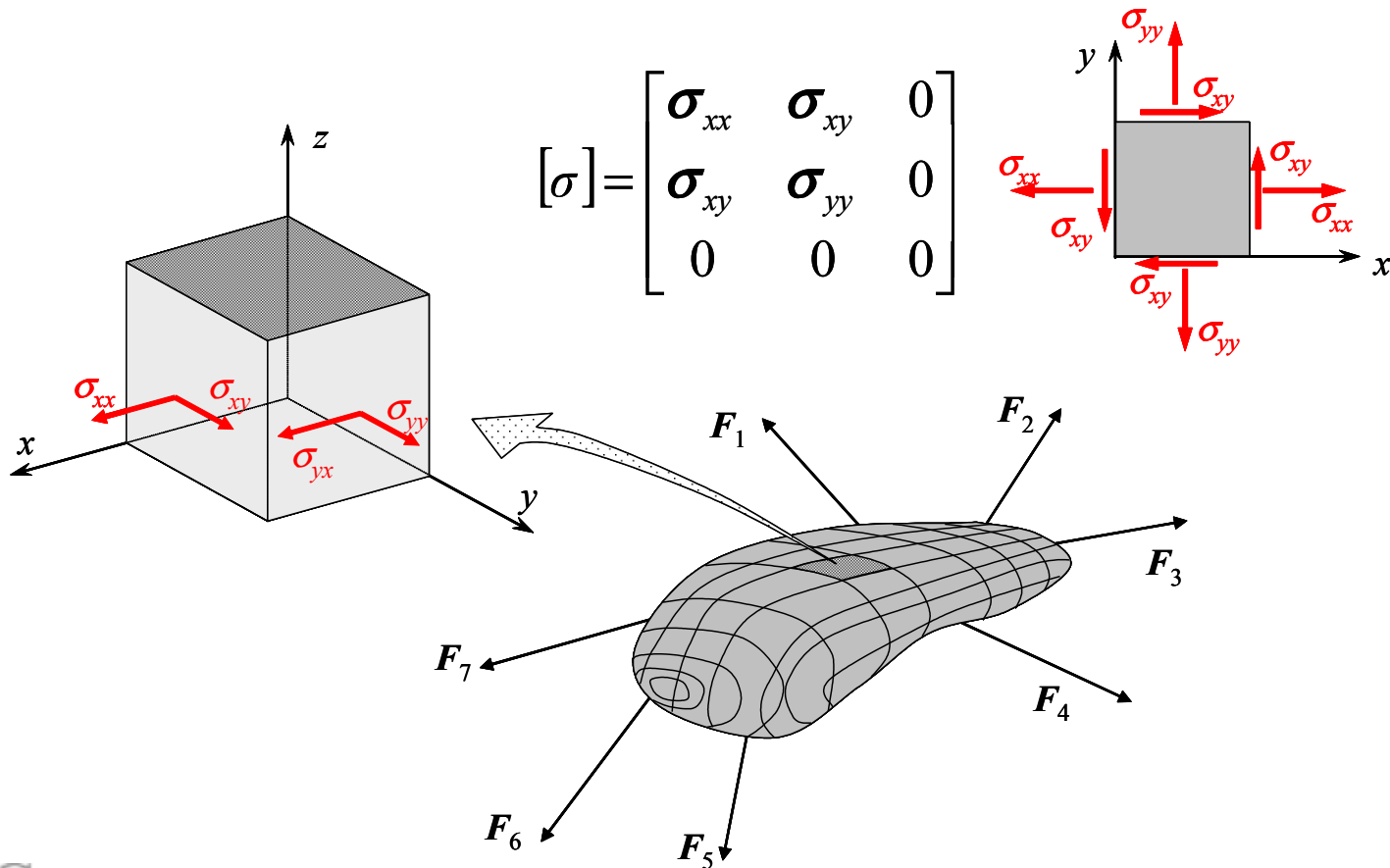
Determinação da Distribuição de Tensão no Corpo Sujeito à Ação de Forças Externas

Vasos de pressão (Pressão Interna)
(Cap. 8)

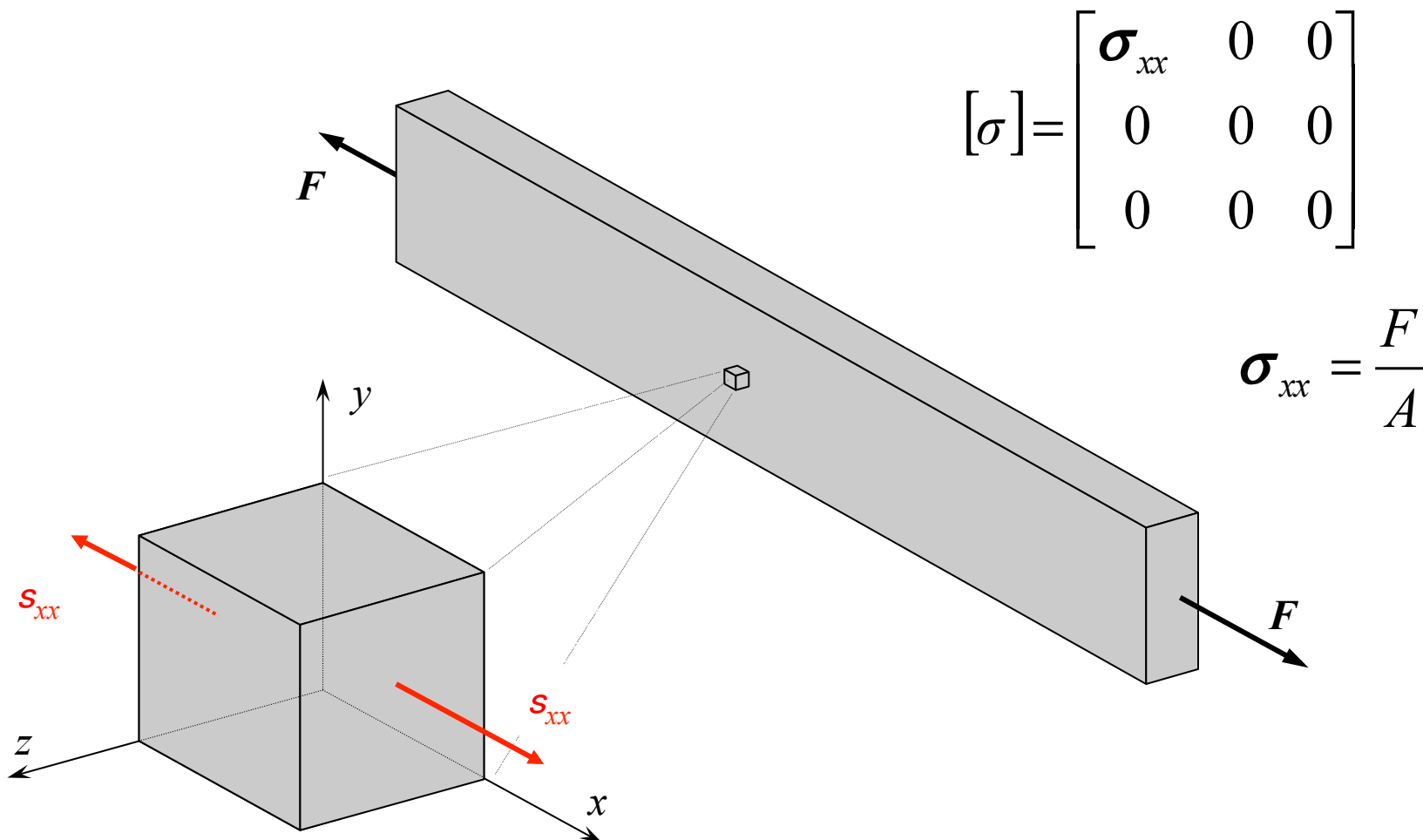


Determinação da Distribuição de Tensão no Corpo Sujeito à Ação de Forças Externas

Estado plano de tensões (Cap. 8)



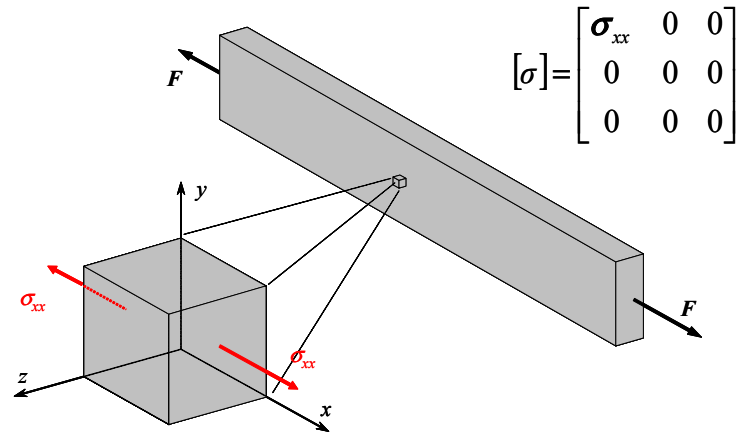
Barras Carregadas Axialmente



Barras Carregadas Axialmente

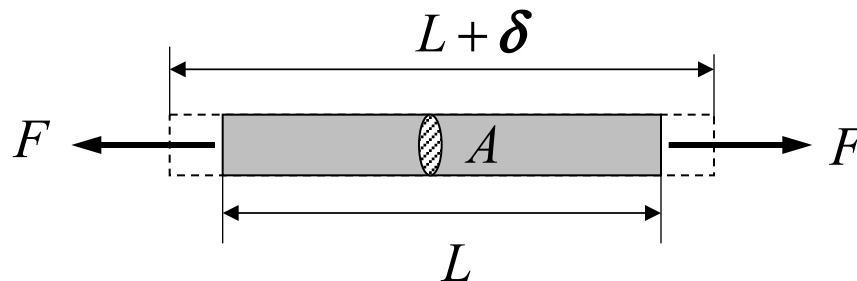
Hipóteses

- Esforços internos (tensões) uniformemente distribuídos ao longo do corpo
- Pequenas deformações
- Material linear elástico



Relação entre deformação e deslocamento (variação de comprimento da barra)

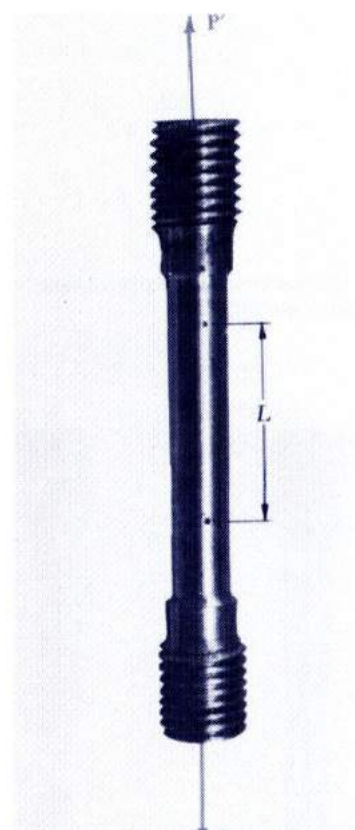
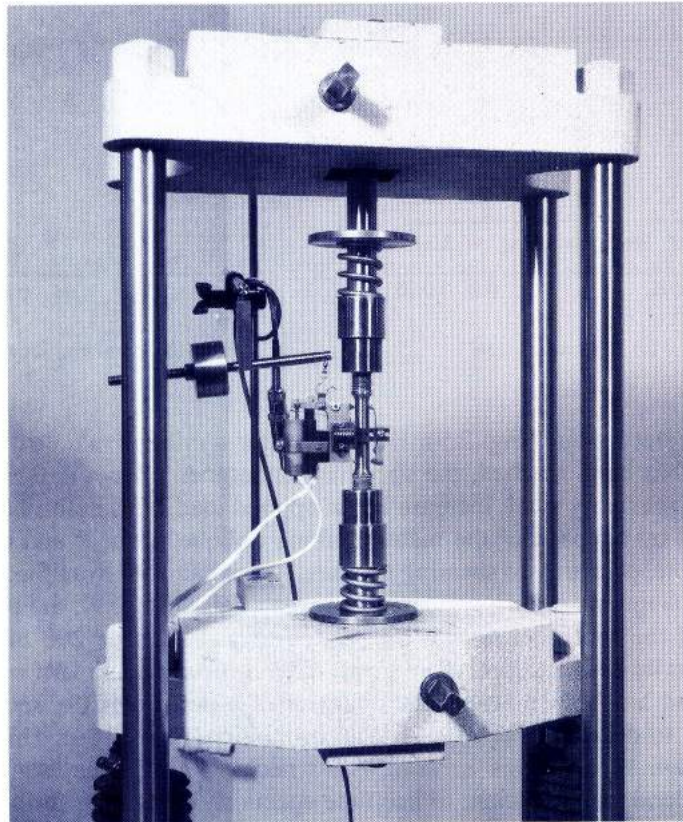
$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$



Barras Carregadas Axialmente

Relação entre Tensão e Deformação

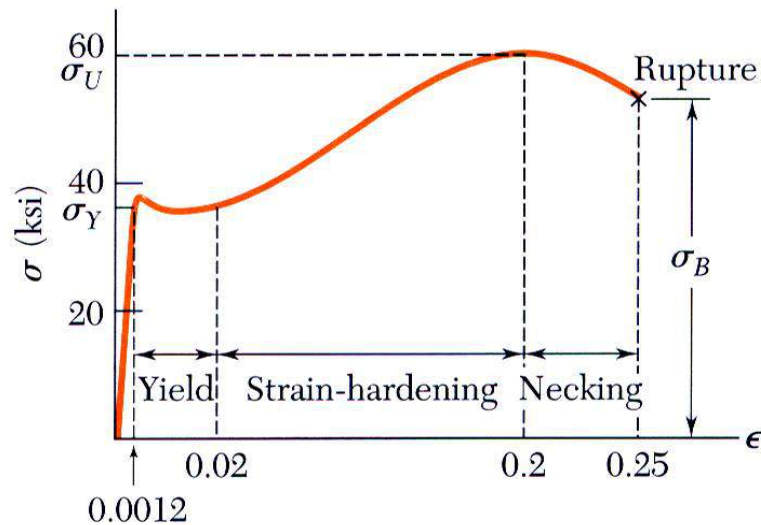
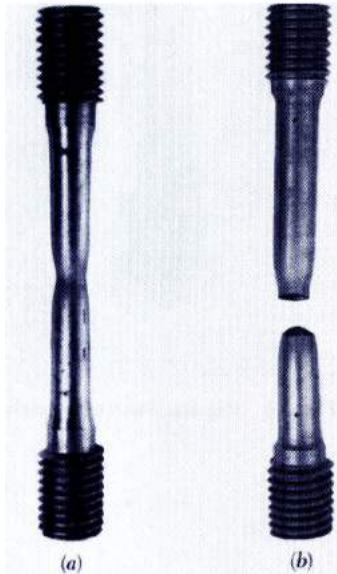
Ensaio de Tração



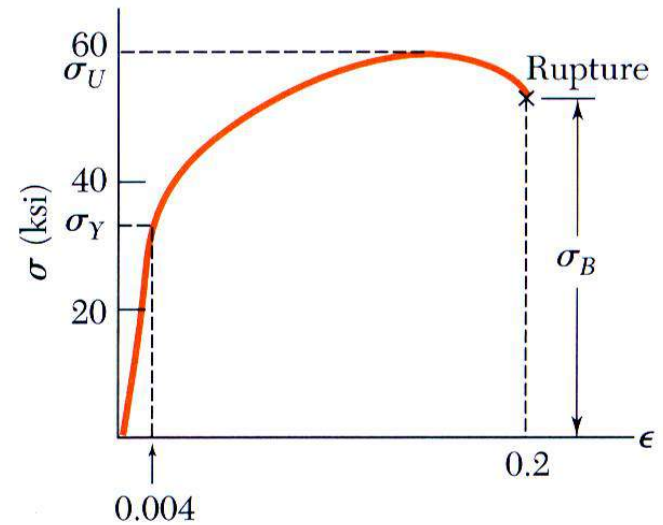
Figuras reproduzidas de:
Beer, Johnston & DeWolf, *Mechanics of
Materials*, 4th ed., McGraw-Hill, 2002

Barras Carregadas Axialmente

Relação entre Tensão e Deformação



(a) Low-carbon steel



(b) Aluminum alloy

Figuras reproduzidas de:
Beer, Johnston & DeWolf, *Mechanics of
Materials*, 4th ed., McGraw-Hill, 2002

Barras Carregadas Axialmente

Relação entre Tensão e Deformação

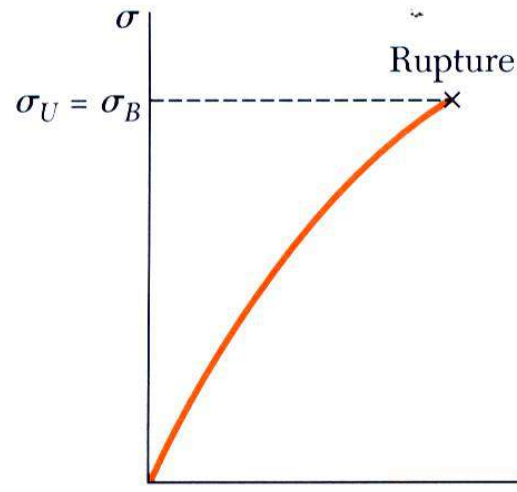
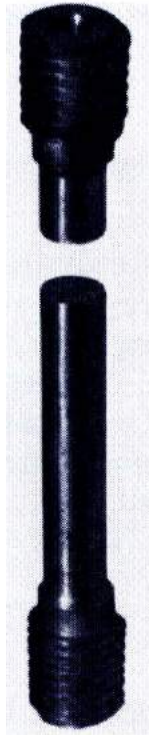
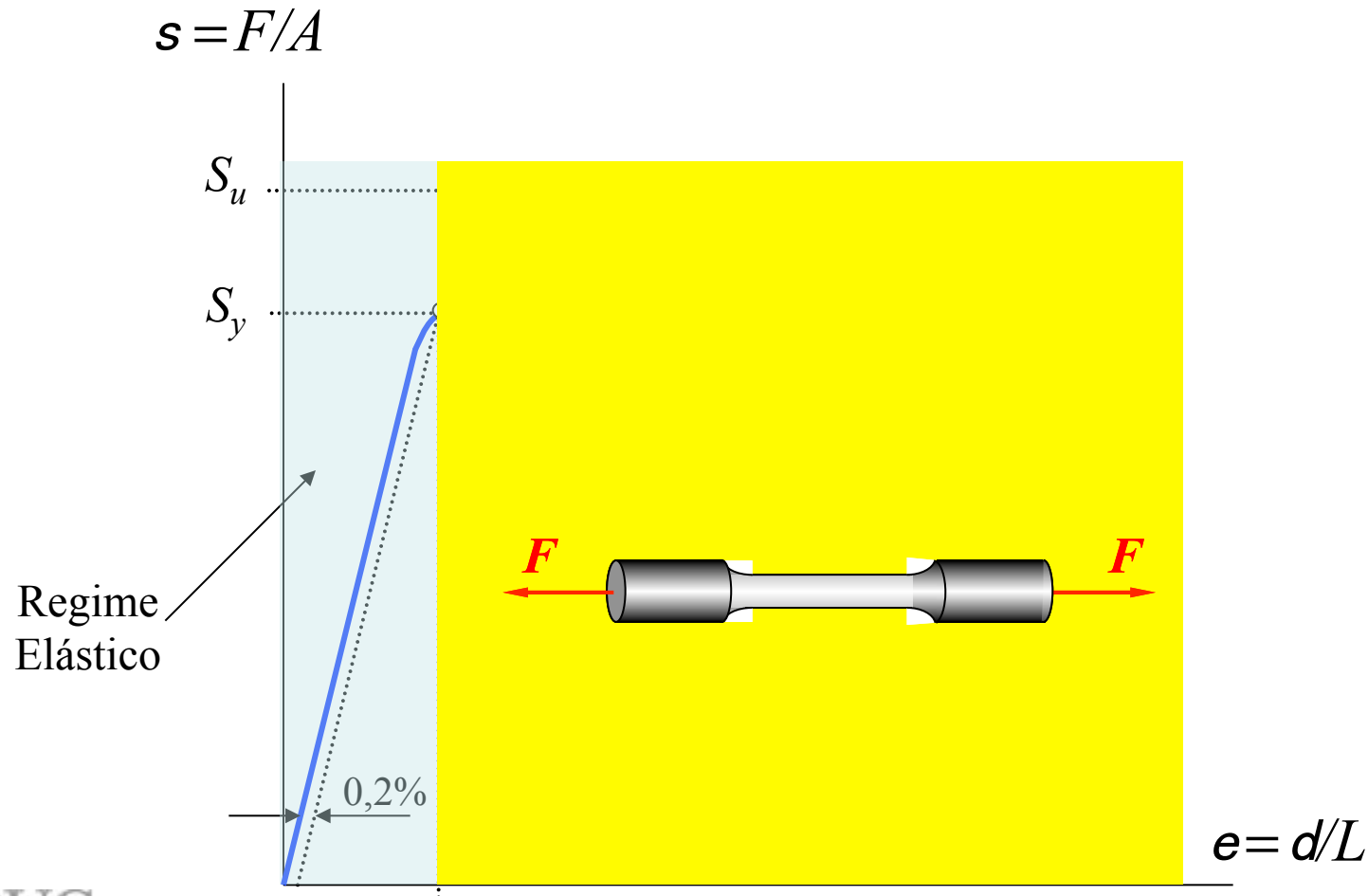


Fig. 2.11 Stress-strain diagram for a typical brittle material.

Figuras reproduzidas de:
Beer, Johnston & DeWolf, *Mechanics of
Materials*, 4th ed., McGraw-Hill, 2002

Barras Carregadas Axialmente

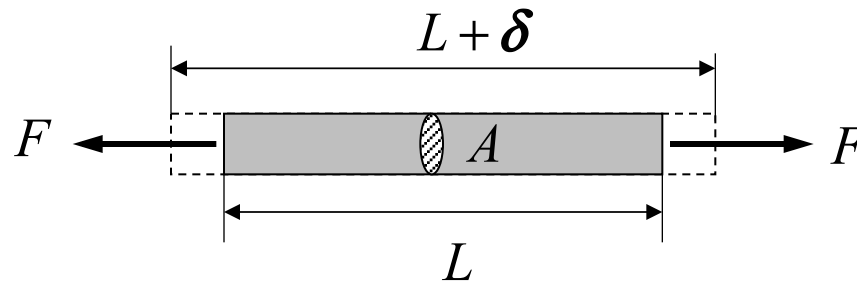
Relação entre Tensão e Deformação



Barras Carregadas Axialmente

Relação entre Tensão e Deformação

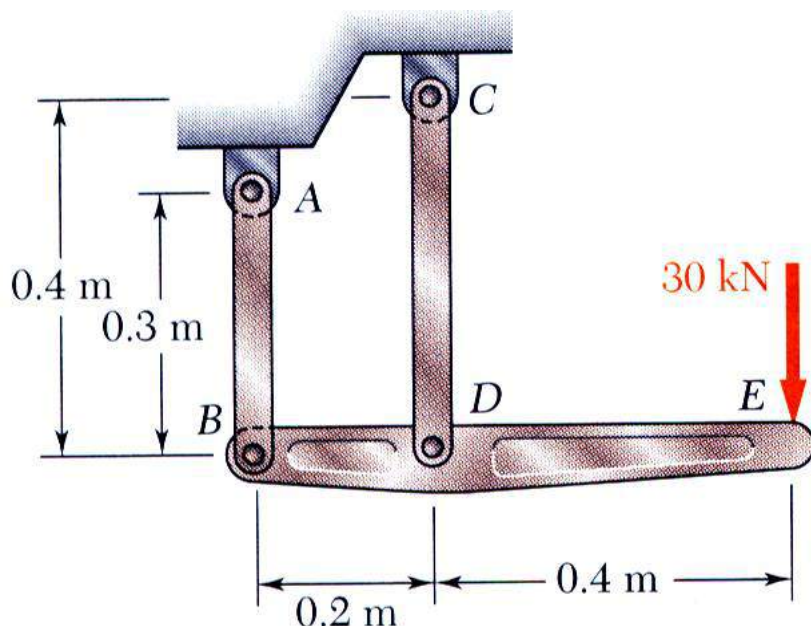
- Pequenas Deformações
- Regime Elástico: $\sigma = E\varepsilon$



$$\left. \begin{array}{l} \sigma = F/A \\ \varepsilon = \delta/L \end{array} \right\} \Rightarrow \delta = \frac{FL}{EA}$$

Barras Carregadas Axialmente

Exercício



Figuras reproduzidas de:
Beer, Johnston & DeWolf, *Mechanics of Materials*, 4th ed., McGraw-Hill, 2002

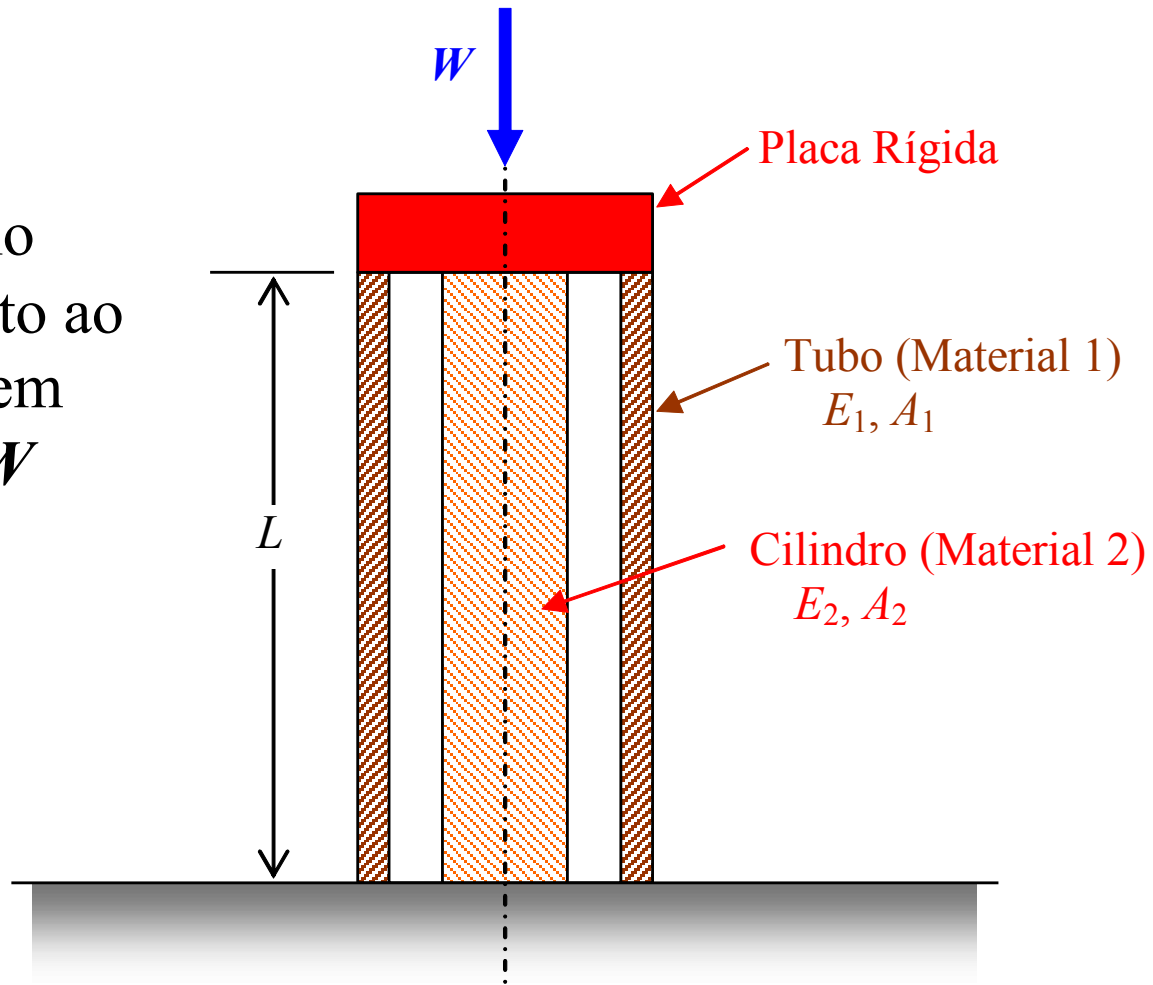
Determine os deslocamentos verticais dos pontos B , D e E .

- A barra rígida BDE é suspensa pelas duas barras flexíveis AB e CD .
- A barra AB é fabricada de alumínio ($E = 70\text{ GPa}$) e a área de sua seção transversal é de 500 mm^2
- A barra CD é fabricada de aço ($E = 200\text{ GPa}$) e a área de sua seção transversal é de 600 mm^2

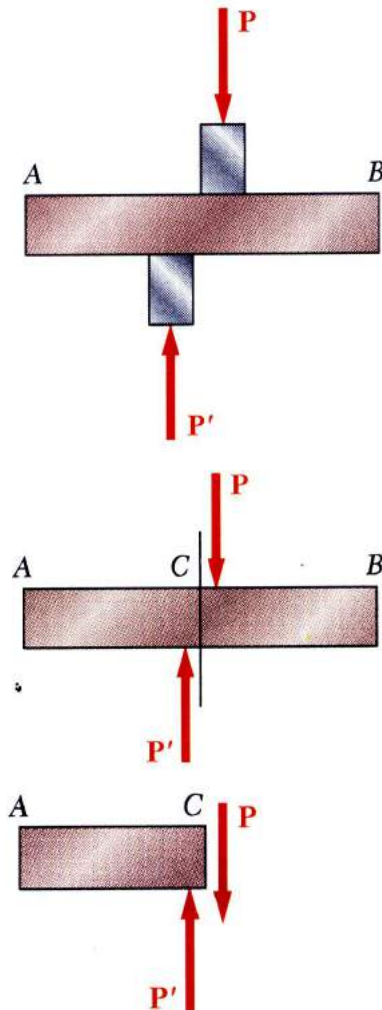
Barras Carregadas Axialmente

Exercício

Determinar a variação no comprimento do conjunto ao lado quando carregado em compressão pela força W



Cisalhamento



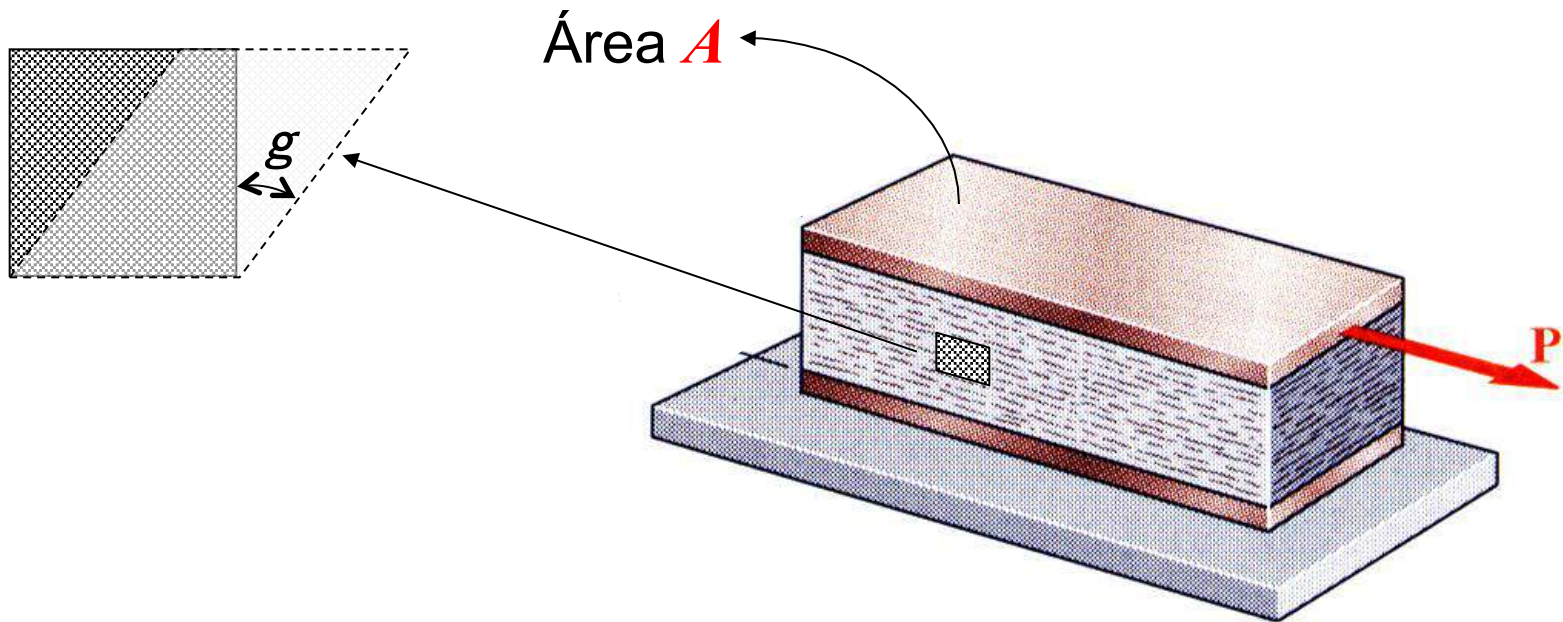
- Forças P e P' são aplicadas transversalmente ao componente AB
- Esforços internos atuando no plano da seção C são chamados *forças de cisalhamento*
- *Vetores tensão* atuando ao longo do plano C têm apenas componentes cisalhantes (tangenciais)
- A tensão cisalhante deve variar ao longo da seção. Seu valor é nulo nas superfícies superior e inferior e o valor máximo ocorre no centro da seção.
- A tensão cisalhante média ao longo da seção é

$$\tau_{\text{média}} = P/A$$

onde A é a área da seção transversal C

Cisalhamento

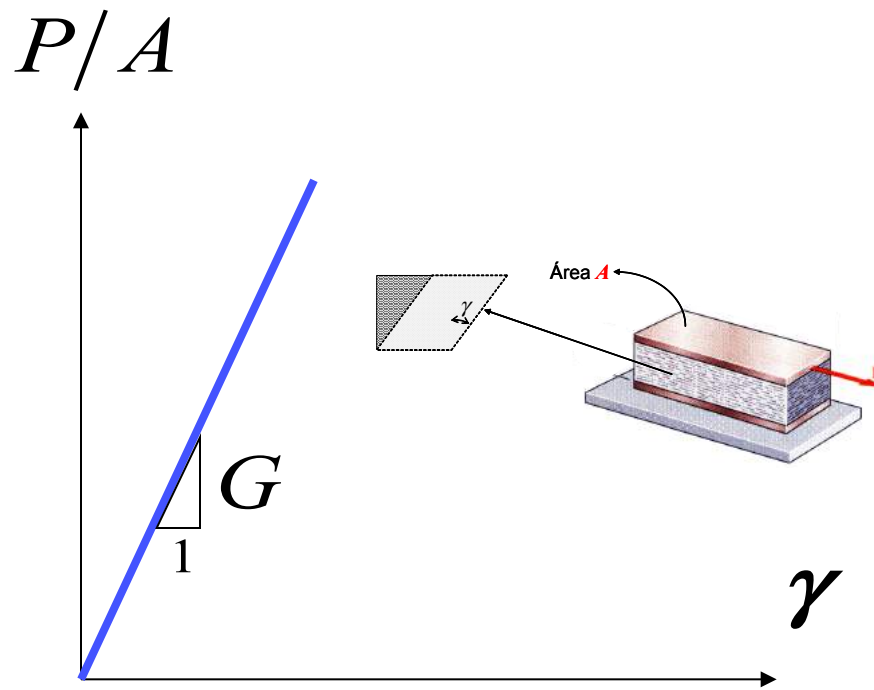
Tensão e Deformação Cisalhante



Figuras reproduzidas de: Beer, Johnston & DeWolf, *Mechanics of Materials*,
4th ed., McGraw-Hill, 2002

Cisalhamento

Tensão e Deformação Cisalhante



$$\tau = P/A$$

$$\tau = G\gamma$$

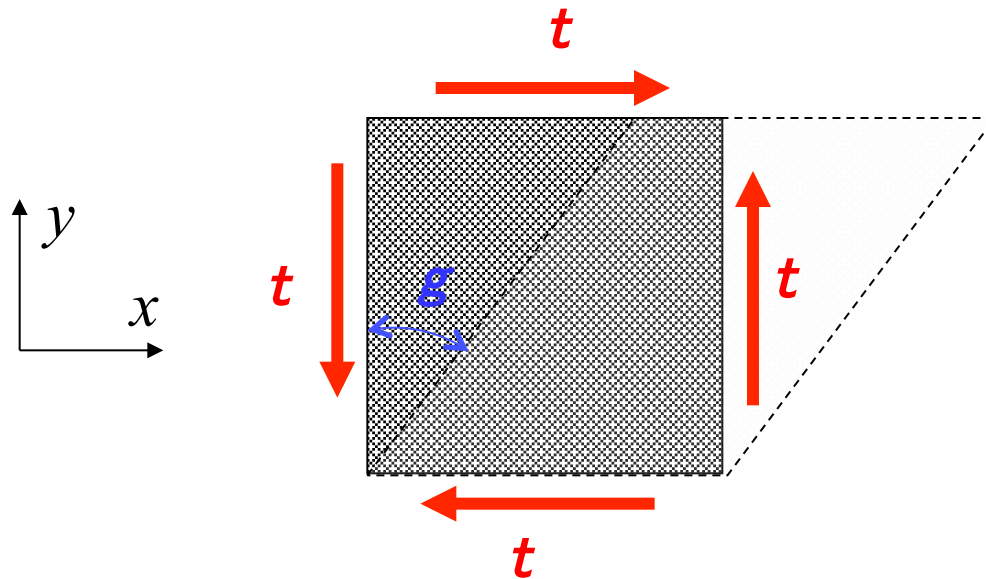
G é o Módulo de Cisalhamento

Cisalhamento

Tensão e Deformação Cisalhante

- Pequenas deformações
- Resposta linear elástica

$$\tau = G\gamma$$

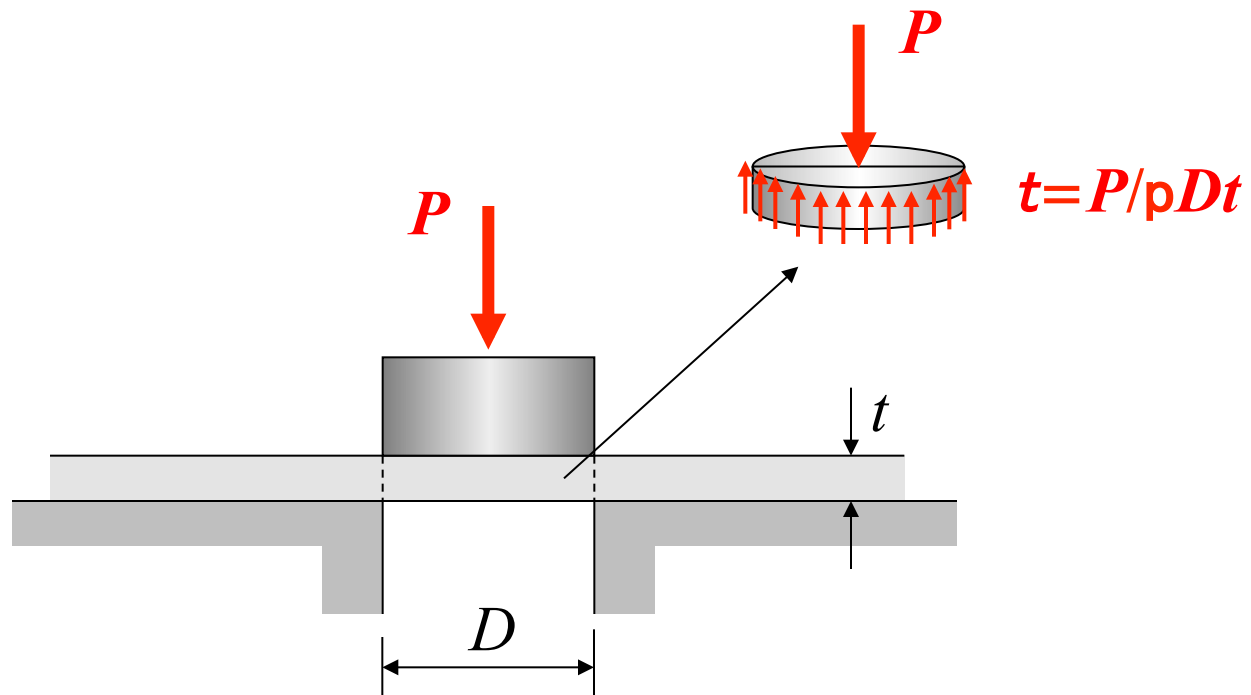


$$\tau = \sigma_{xy}$$

Cisalhamento

Exemplos

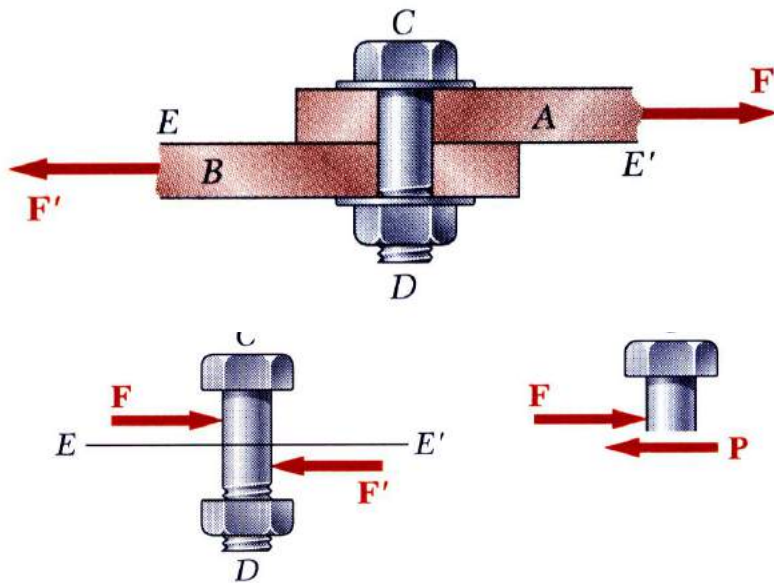
Punção



Cisalhamento

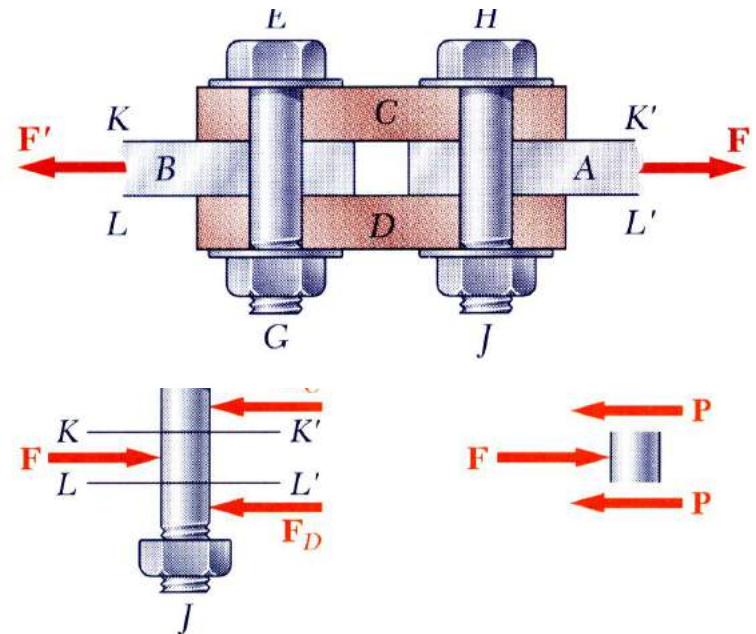
Exemplos : Conexões parafusadas

Junta Sobreposta Simples



$$\tau_{\text{med}} = \frac{P}{A} = \frac{F}{A}$$

Junta Sobreposta Dupla

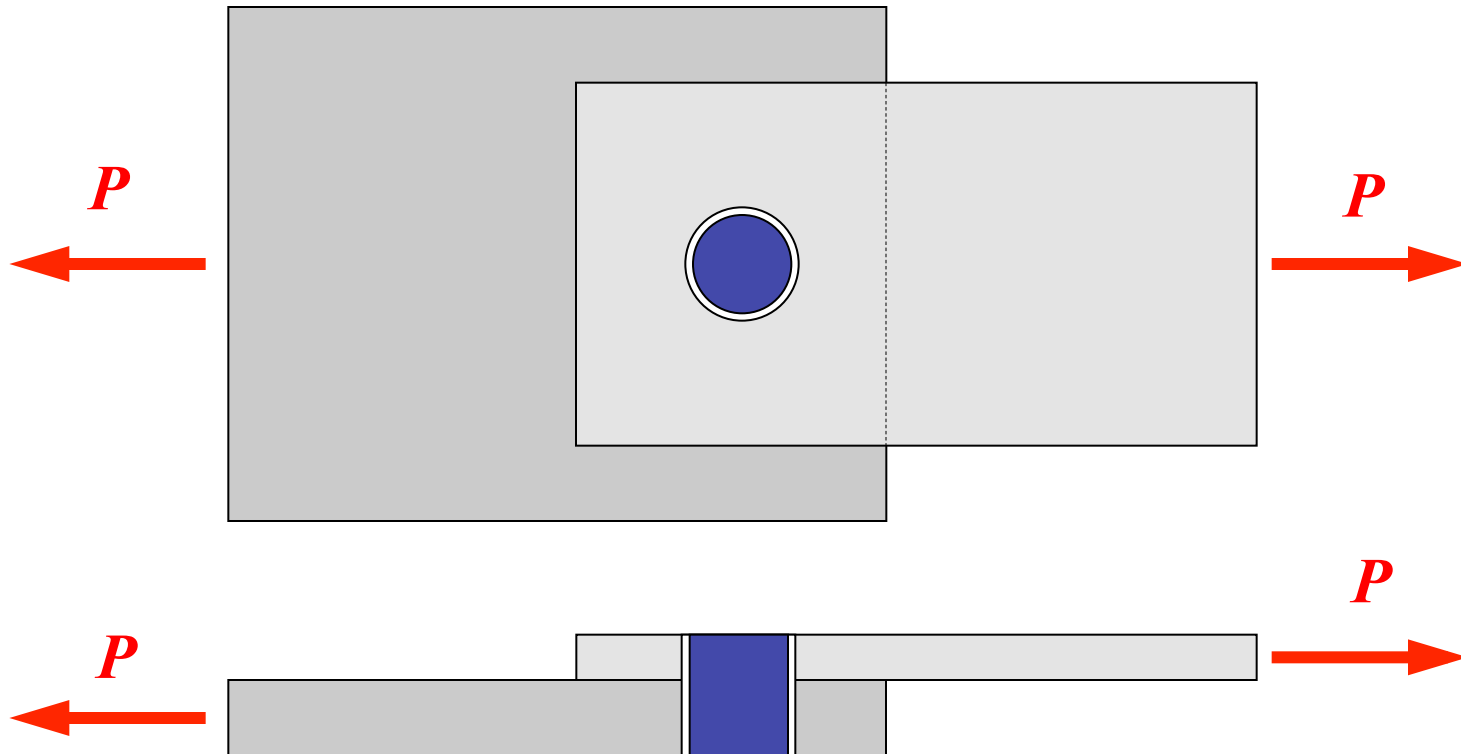


$$\tau_{\text{med}} = \frac{P}{A} = \frac{F}{2A}$$

Cisalhamento

Exemplos

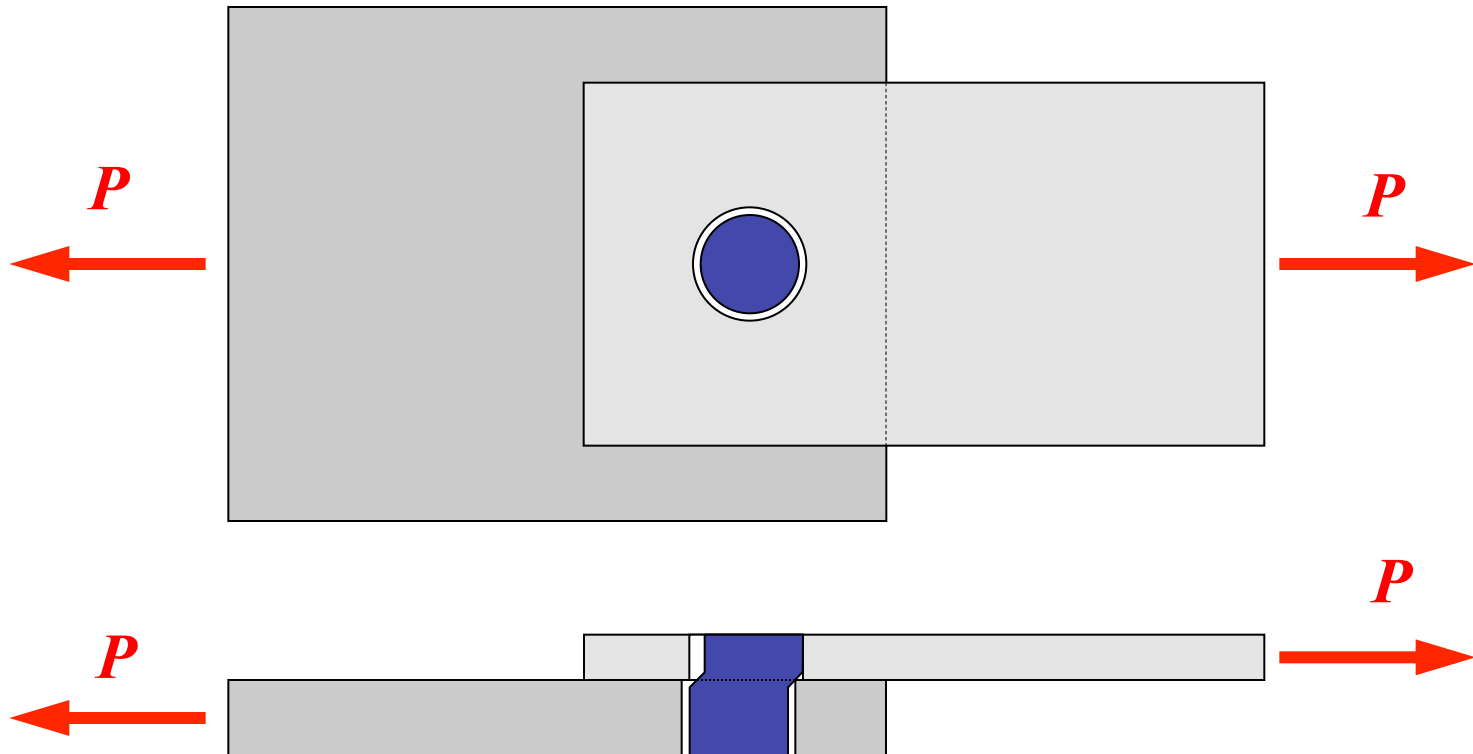
Junta Sobreposta Simples



Cisalhamento

Exemplos

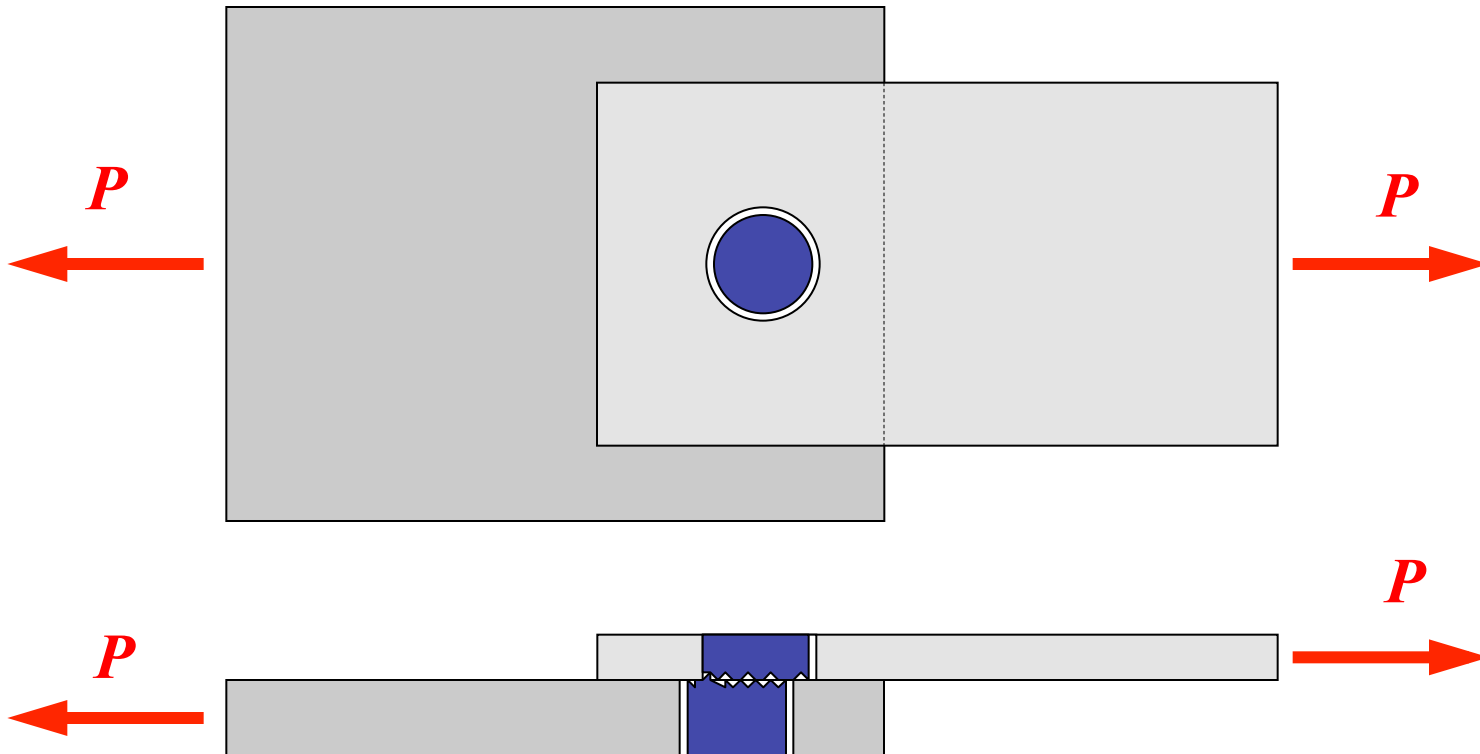
Junta Sobreposta Simples



Cisalhamento

Exemplos

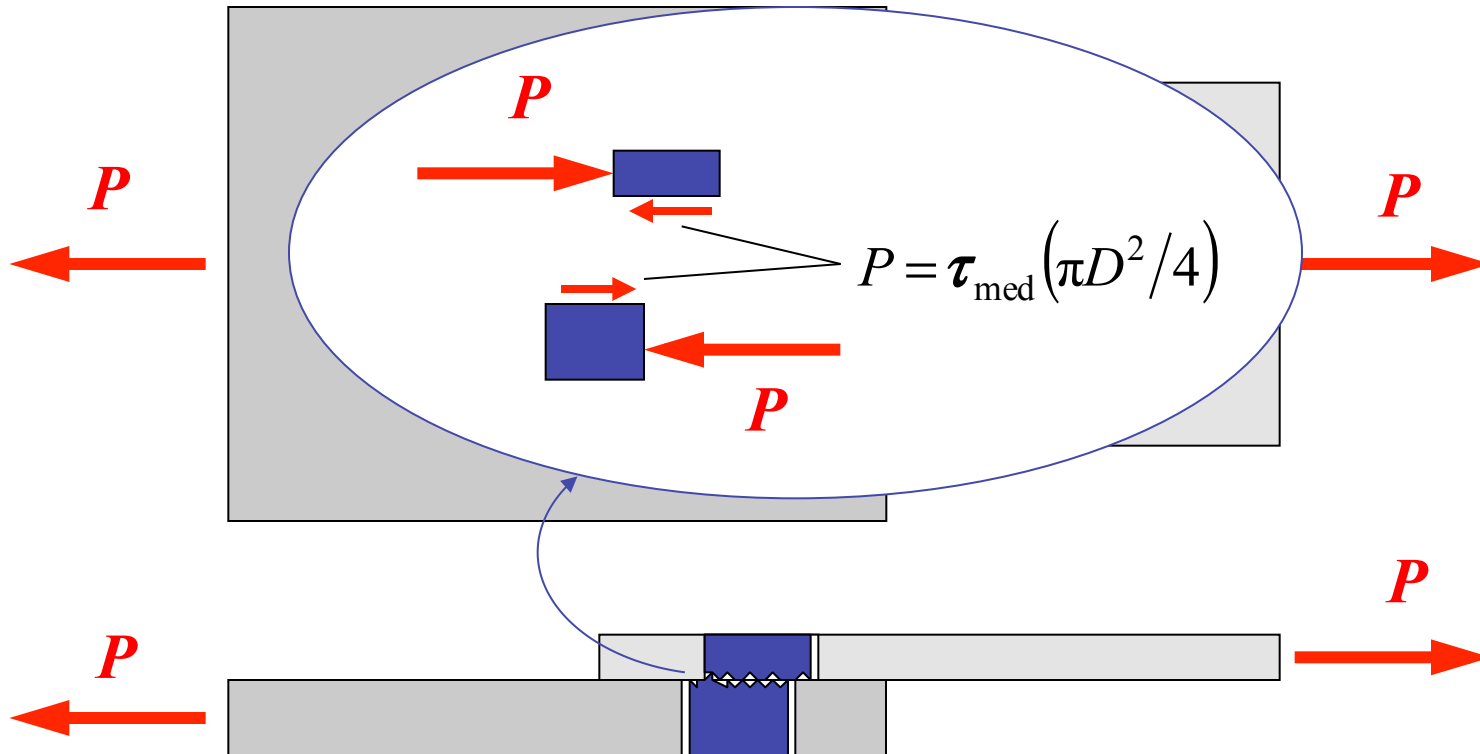
Junta Sobreposta Simples (*ruptura por cisalhamento*)



Cisalhamento

Exemplos

Junta Sobreposta Simples (*ruptura por cisalhamento*)



Cisalhamento

Exemplos

Junta Sobreposta Simples (*ruptura por cisalhamento*)

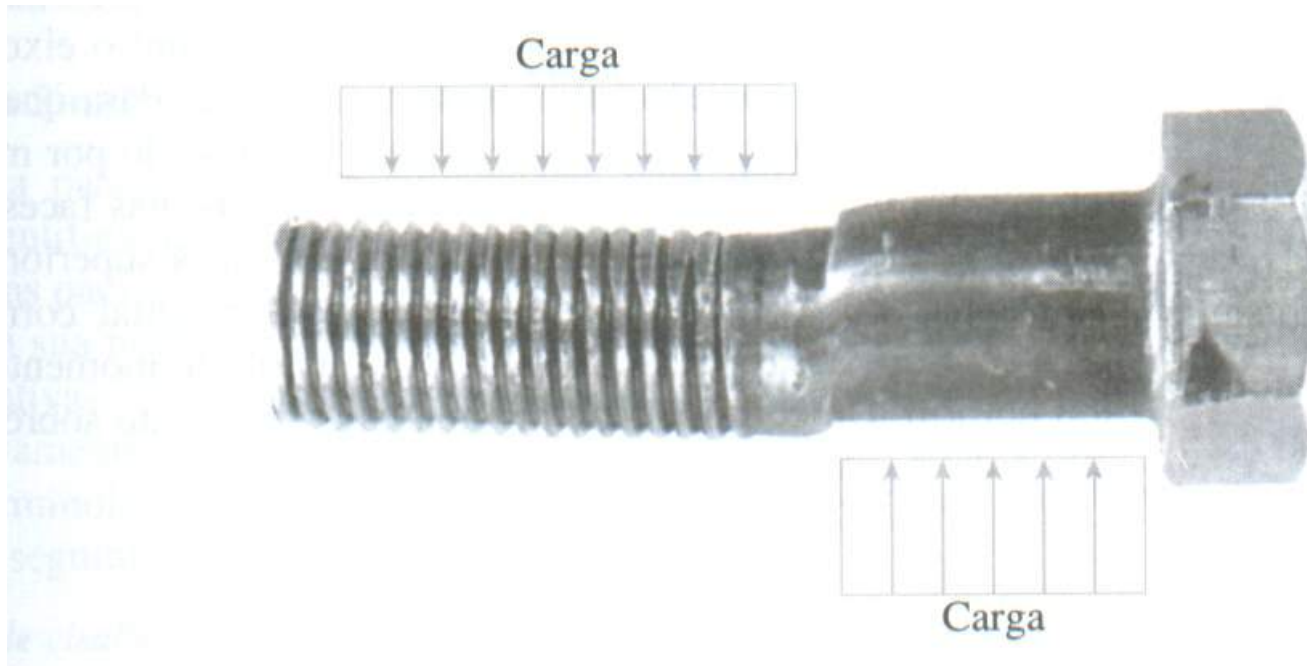
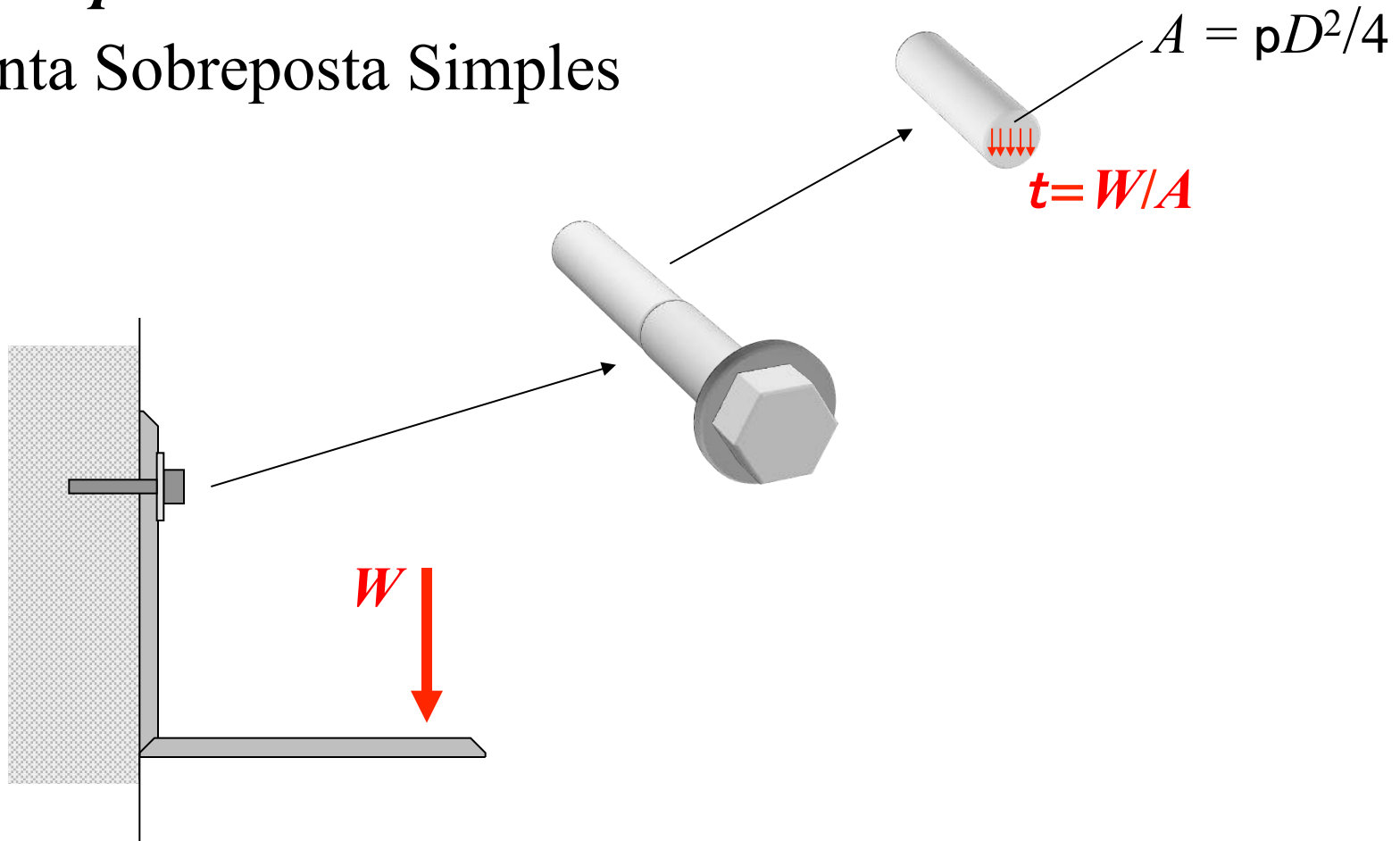


Figura reproduzida de: Gere, *Mecânica dos Materiais*, Thomson, Brasil, 2003

Cisalhamento

Exemplos

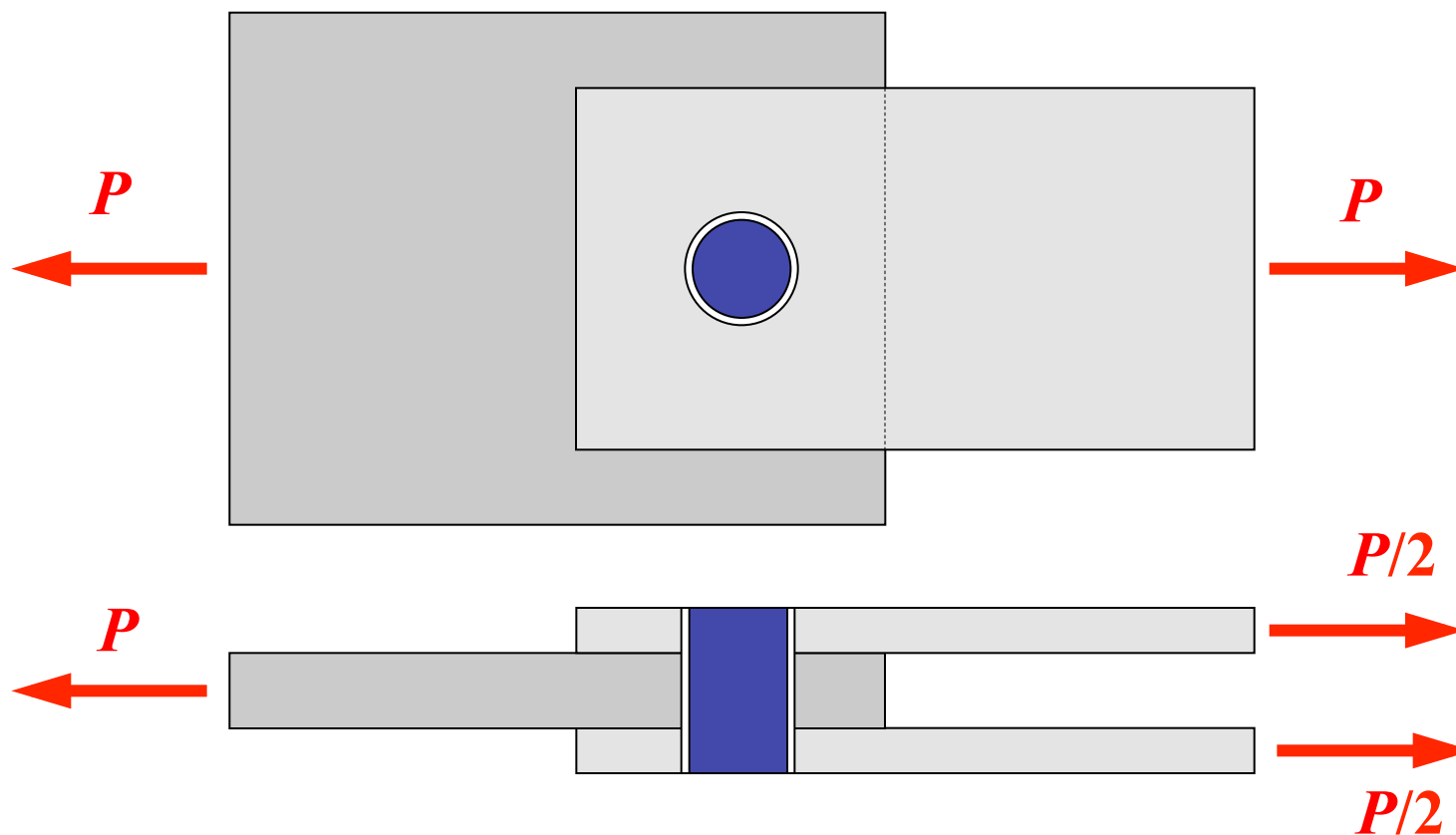
Junta Sobreposta Simples



Cisalhamento

Exemplos

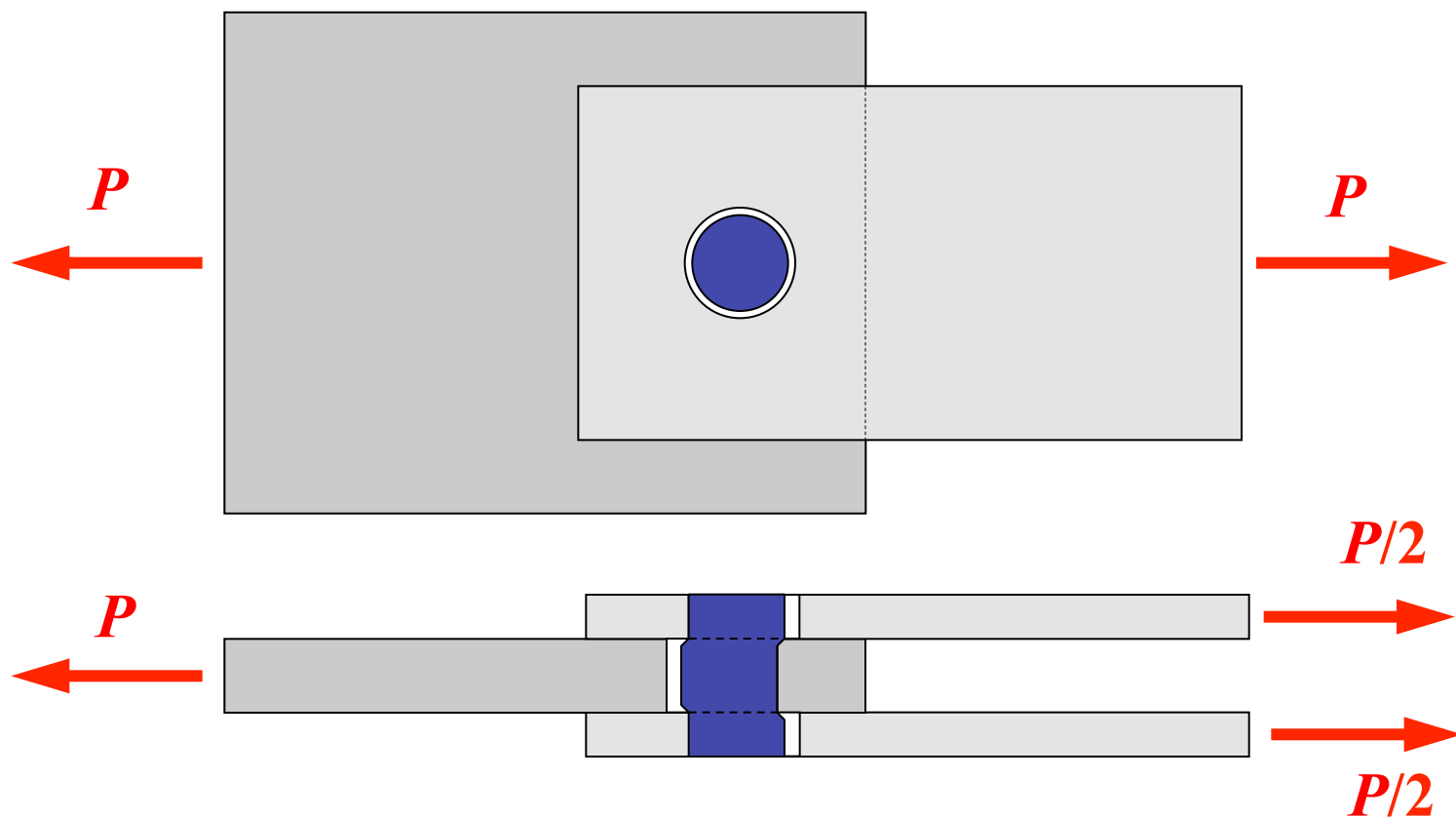
Junta Sobreposta Dupla



Cisalhamento

Exemplos

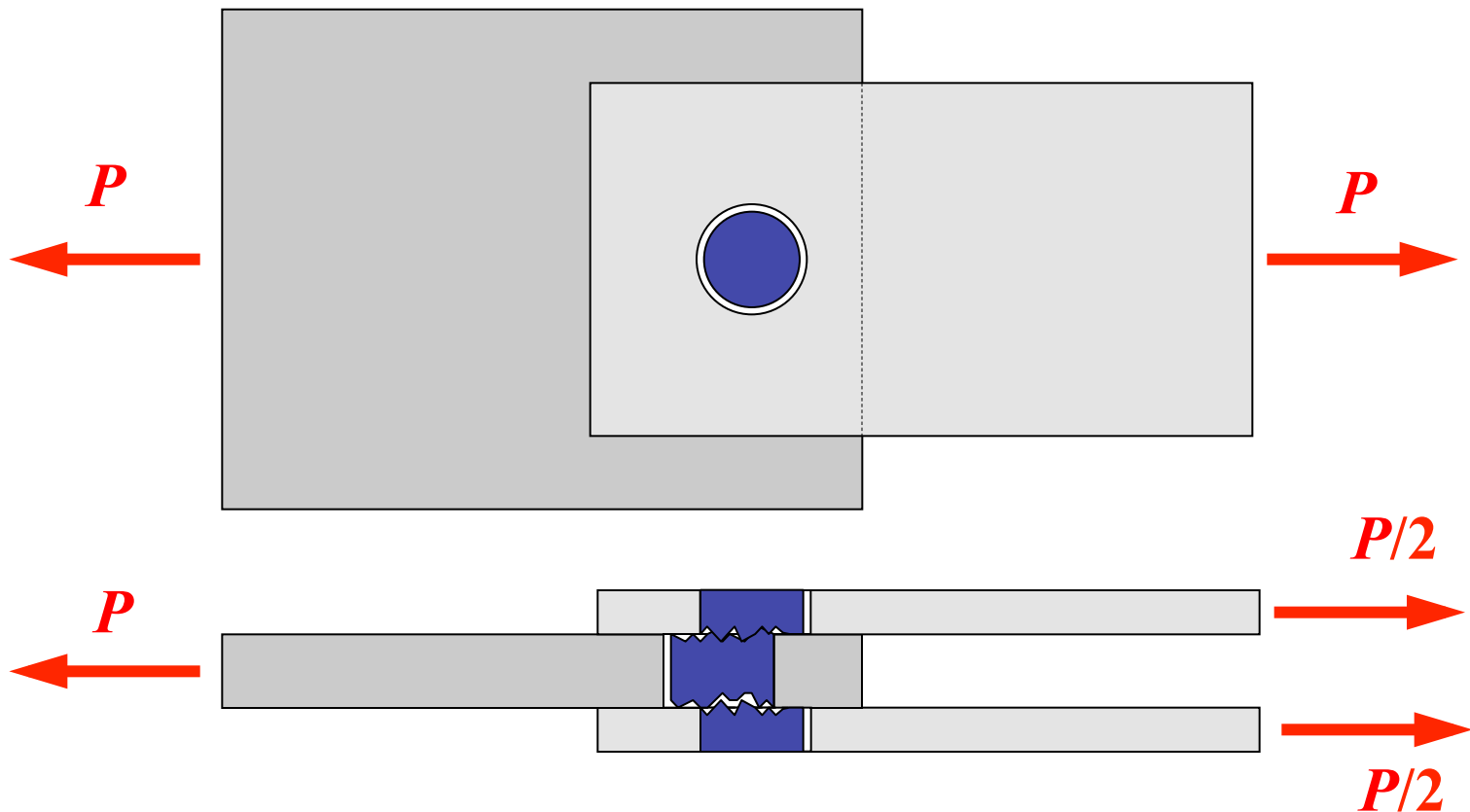
Junta Sobreposta Dupla



Cisalhamento

Exemplos

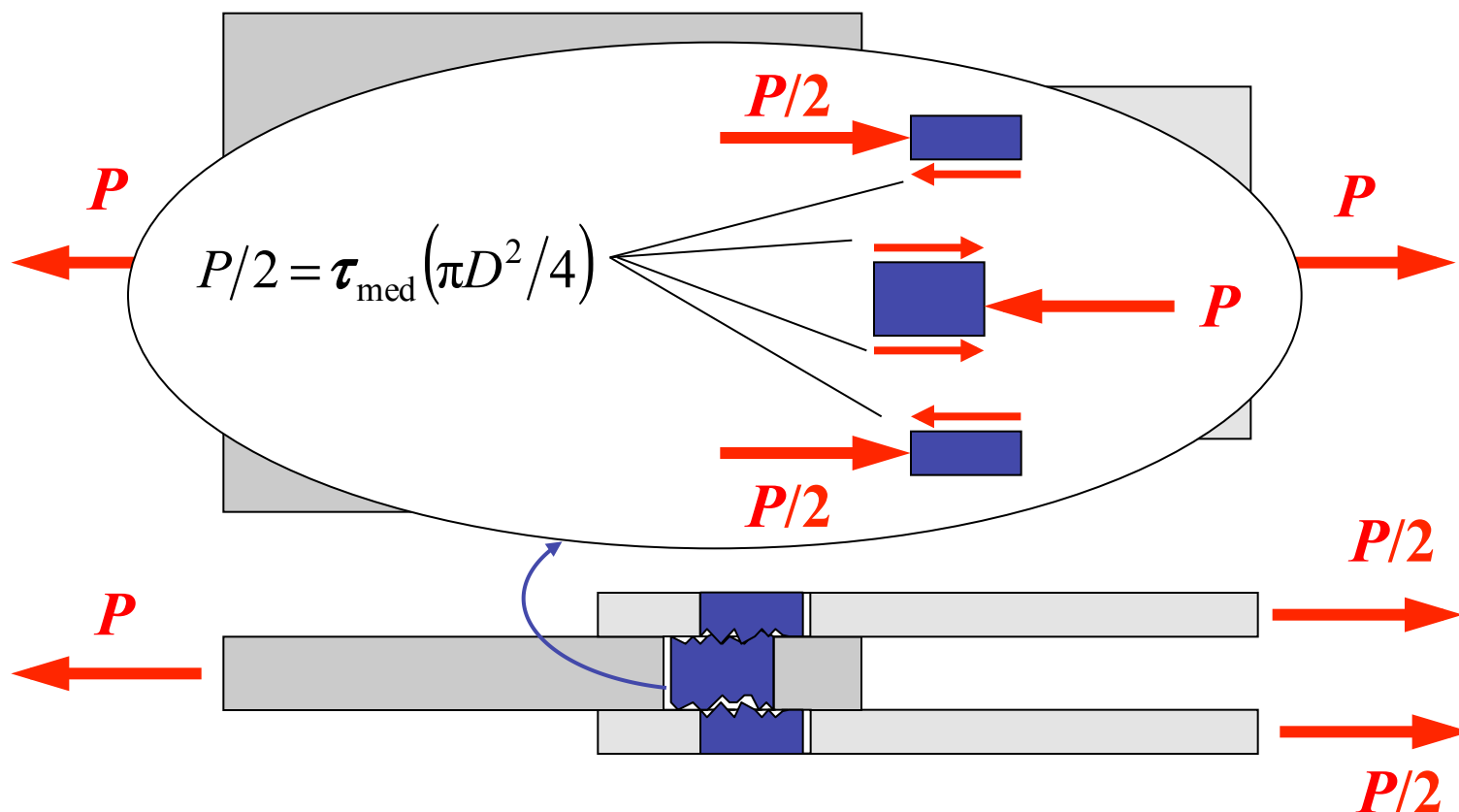
Junta Sobreposta Dupla (*ruptura por cisalhamento*)



Cisalhamento

Exemplos

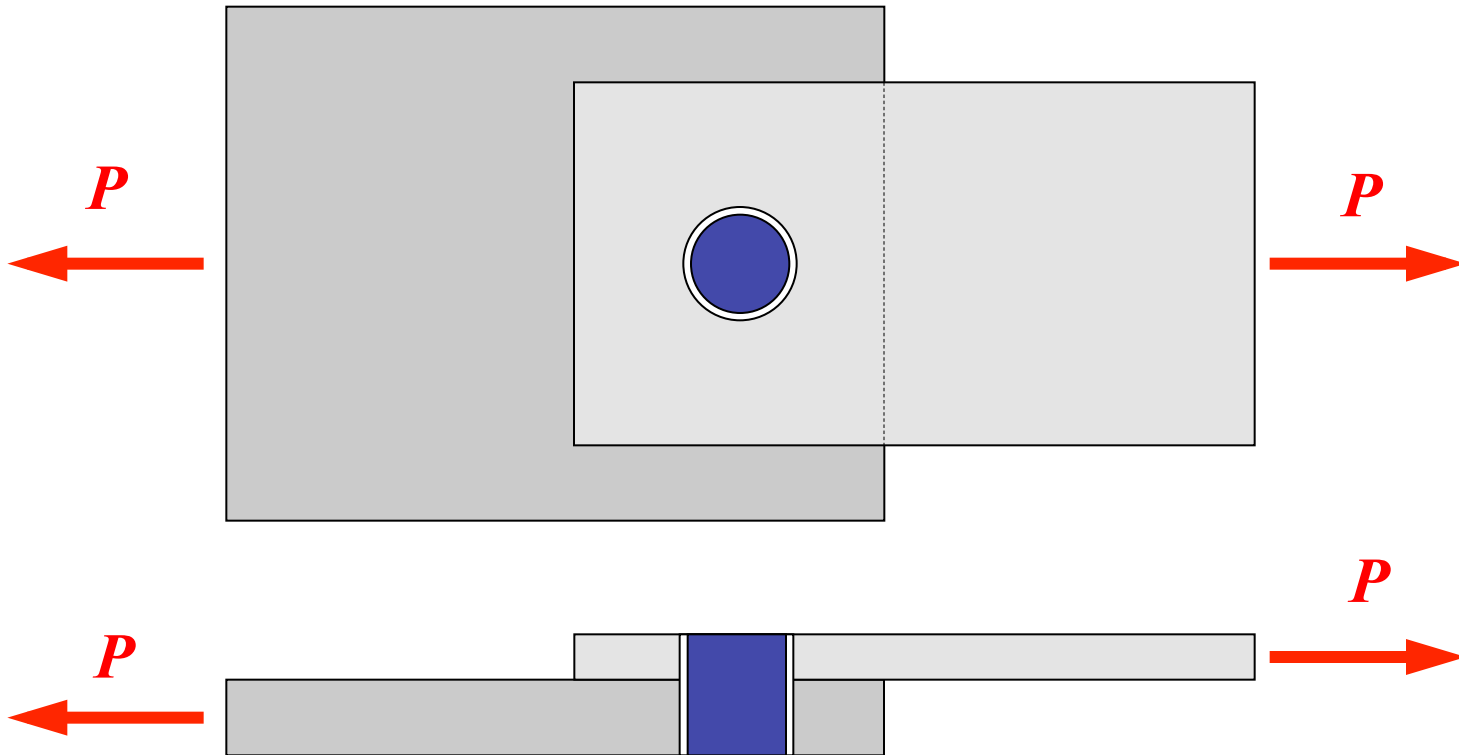
Junta Sobreposta Dupla (*ruptura por cisalhamento*)



Cisalhamento

Exemplos

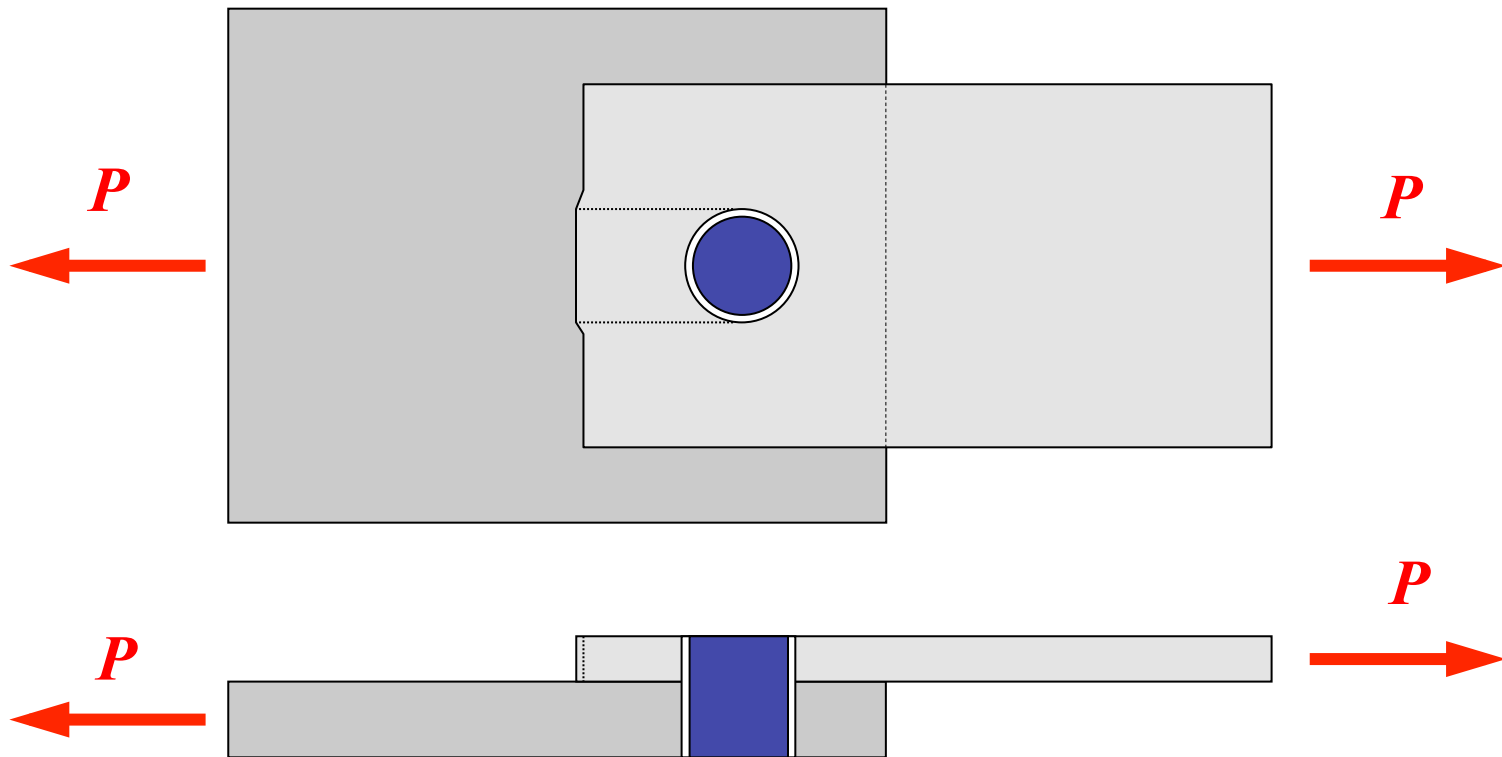
Conexão Parafusada – Rasgamento (*shear out*)



Cisalhamento

Exemplos

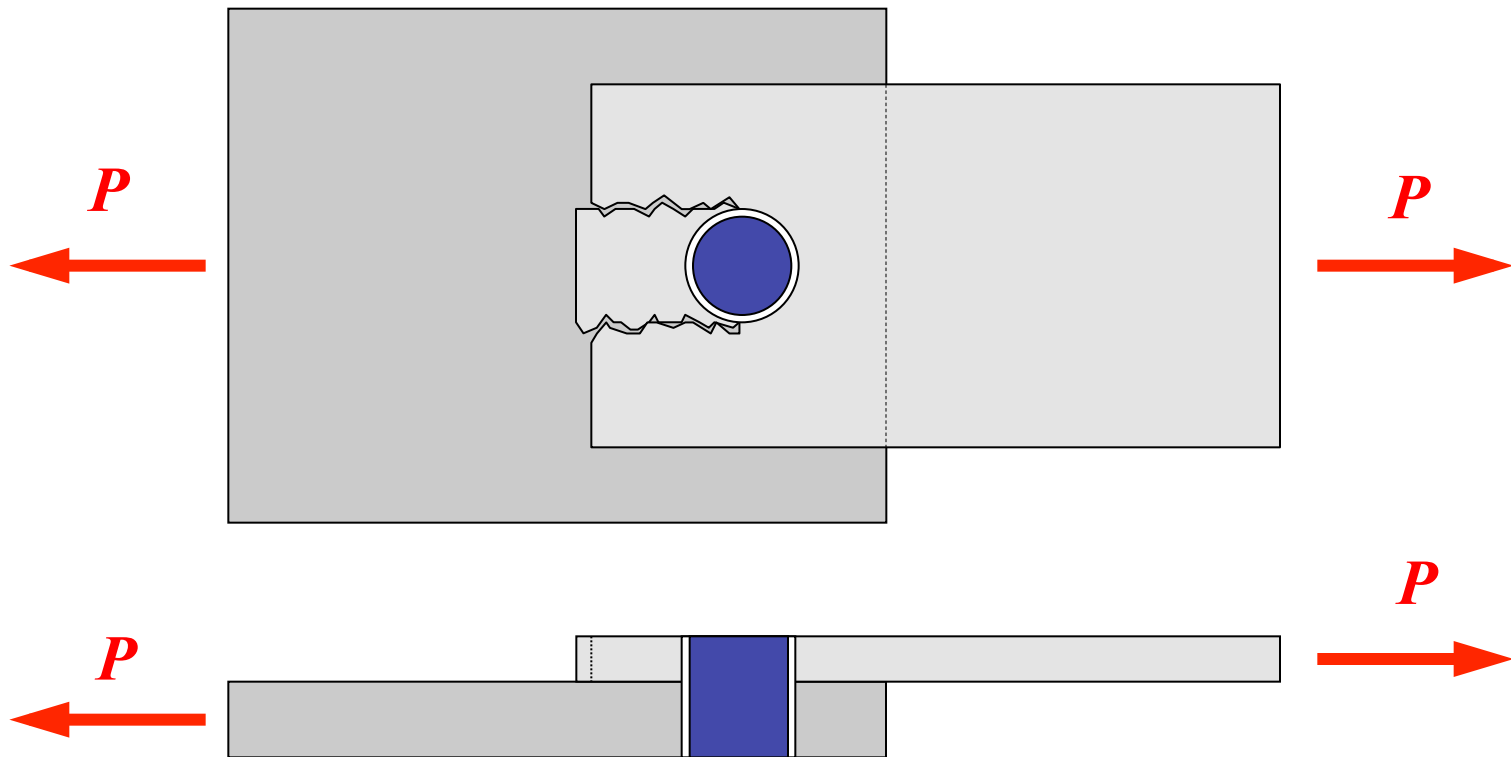
Conexão Parafusada – Rasgamento (*shear out*)



Cisalhamento

Exemplos

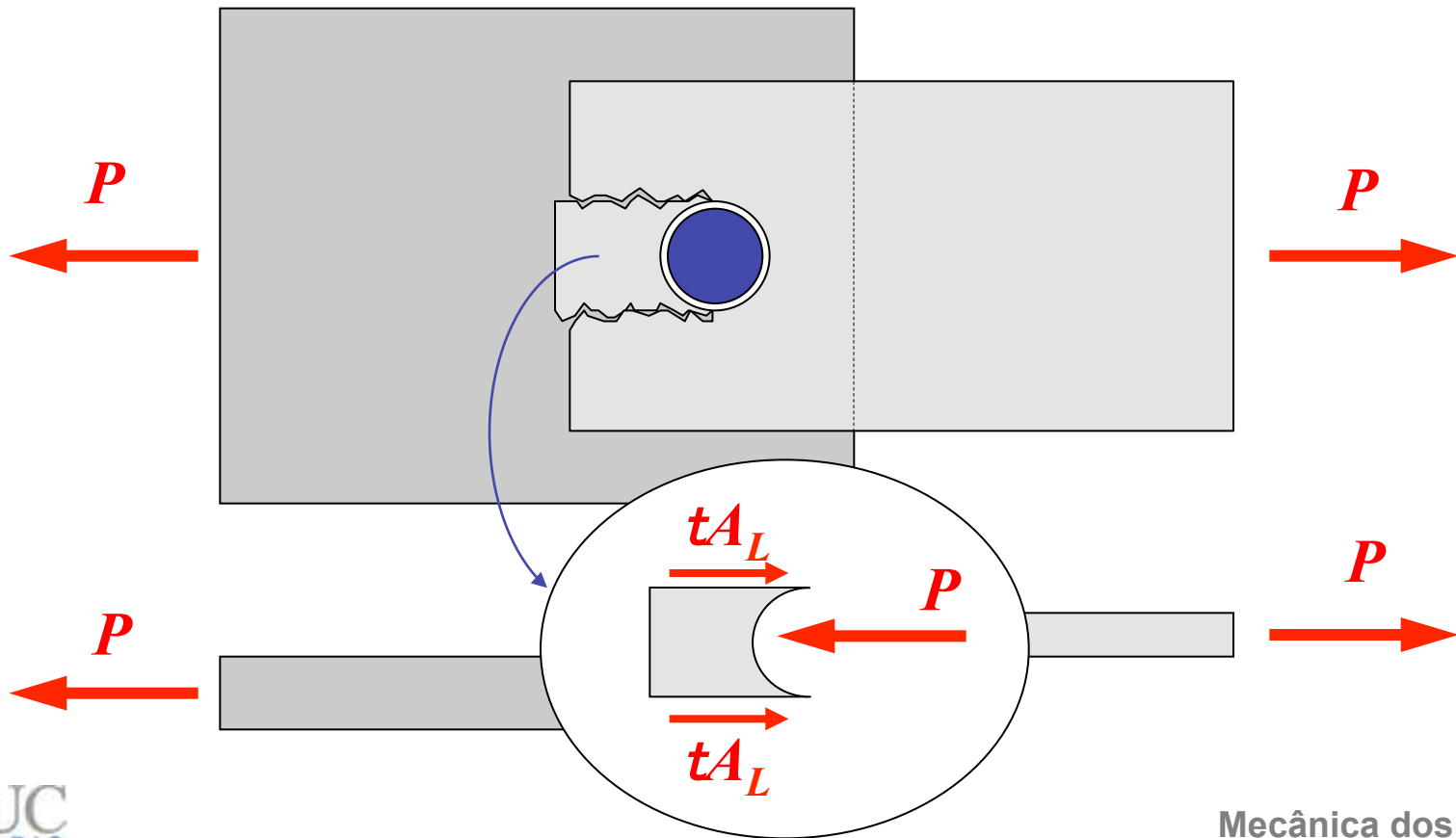
Conexão Parafusada – Rasgamento (*shear out*)



Cisalhamento

Exemplos

Conexão Parafusada – Rasgamento (*shear out*)



Cisalhamento

Exemplos

Conexão Parafusada – Rasgamento (*shear out*)



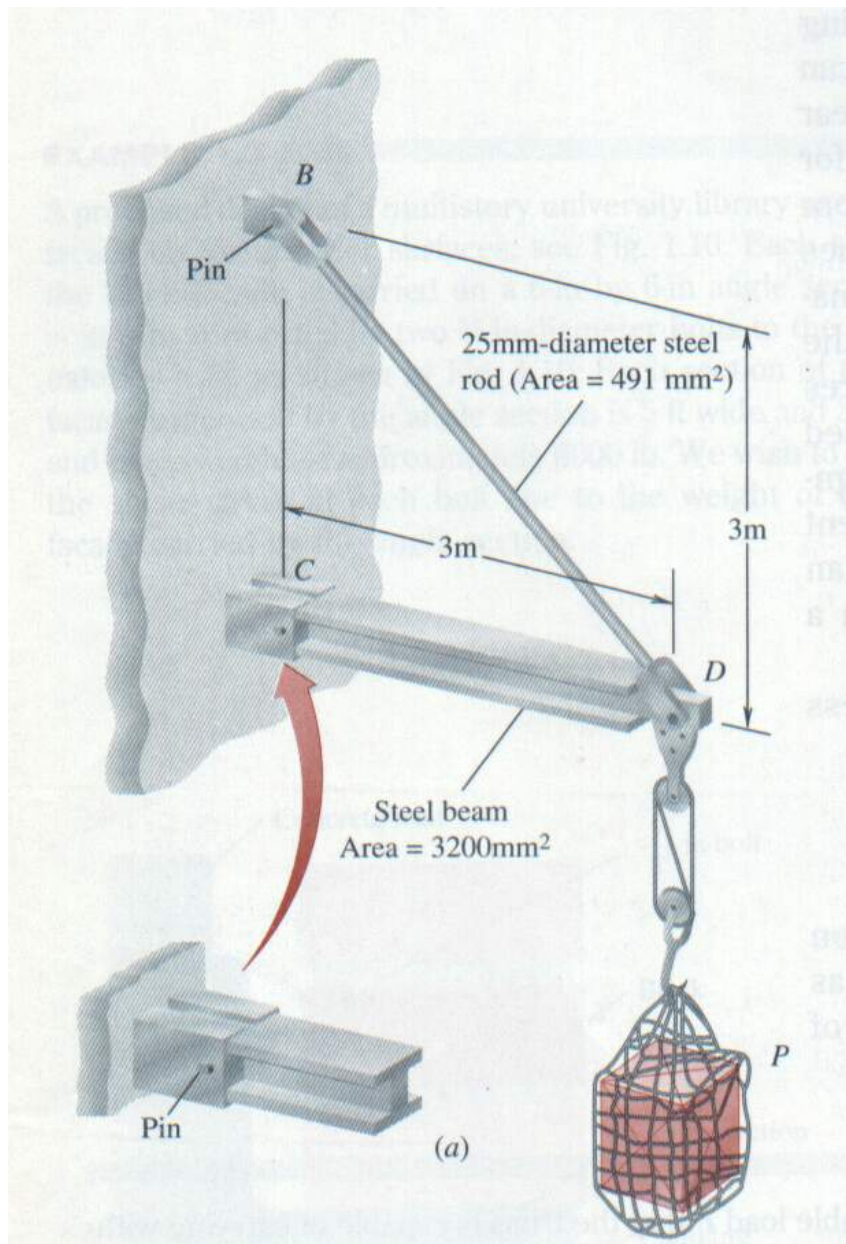
Cisalhamento

Exemplos

Conexão Parafusada – Rasgamento (*shear out*)



Problema



Determine o valor máximo admissível para a força P considerando:

- Pinos em B , C e D têm 10 mm de diâmetro
- A tensão normal, compressiva ou trativa, em BD e CD não deve ultrapassar 100 MPa (em valor absoluto)
- A máxima tensão cisalhante admissível nos pinos é 150 MPa

Figuras reproduzidas de: Lardner & Archer, *Mechanics of Solids – An Introduction*, McGraw-Hill, 1994