Aula 4 - Laboratório de Controle - 2022/1

Resposta no tempo de sistemas de primeira e segunda ordem: regime e transitório

Nome: Dionatas Santos Brito

Ler o material complementar para a aula 4 antes de começar.

Inicialização: (Não alterar as 5 linhas de código abaixo)

```
Turma=3;
I=1;
g2=init(Turma,I)
```

```
g2 =

        691.2
  --------------------
  s^2 + 28.8 s + 115.2

Continuous-time transfer function.
```

```
b0=g2.Numerator{1}(3);p0=g2.Denominator{1}(3);
datetime('now')
```

```
ans = datetime
   03-Jun-2022 08:44:13
```

```
pwd
```

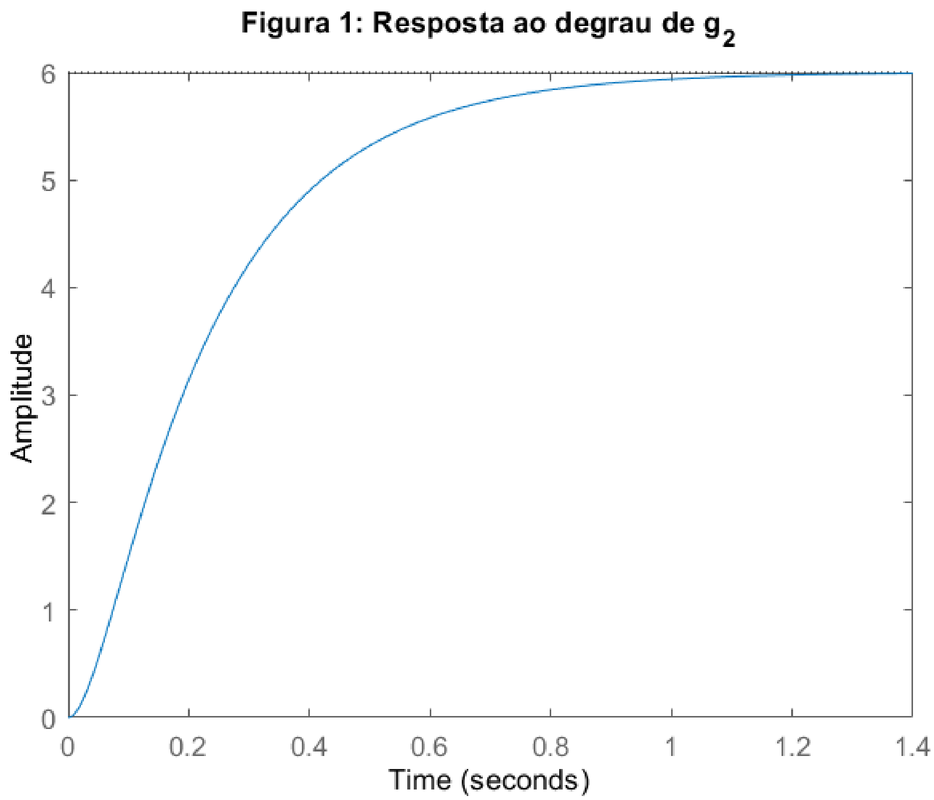
```
ans =
'C:\Users\diona\OneDrive\Área de Trabalho\ufes\Laboratorio de Controle Automático\aula4'
```

```
tic
```

Atividade 1 - Constante de tempo de sistema de primeira ordem

1.1 Analise a resposta ao degrau unitário de $g_2(s)$, e ao aproximar sua resposta pela de um sistema de ordem 1 $g_1(s)$, obtenha sua constante de tempo T. Use a figura 4.2 de Livro como referência.

```
figure;
step(g2);title('Figura 1: Resposta ao degrau de g_2')
```



Obtenha a constante de tempo considerando a saída em 63% do valor de regime, informando o svalores utilizados no cálculo.

Resposta:

Em 63%, a minha constante de tempo é igual a 3.78.

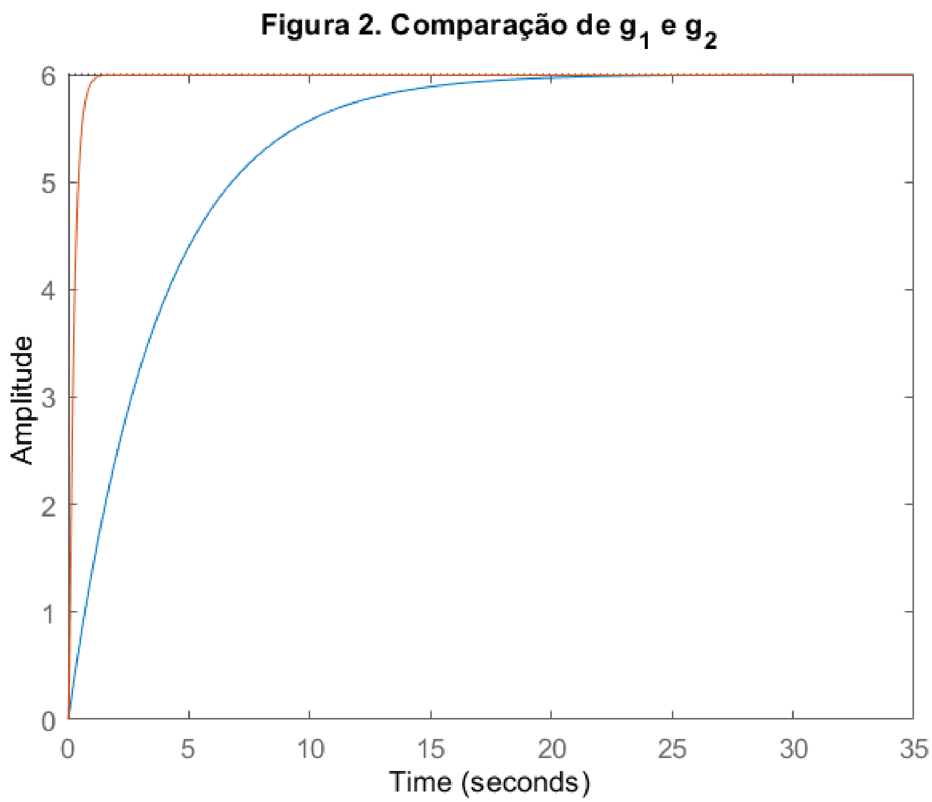
1.2 Quantas constantes de tempo são necessárias para que a saída do sistema se aproxime do valor de regime? (99%)

Resposta:

São necessárias 5 ou 6 constantes de tempo (5T ou 6T), que seria no caso, algo próximo de 1 - 1.2 seconds.

1.3 Obtenha o ganho de $g_1(s)$, isto é, a FT $g_2(s)$ aproximada por uma de ordem 1, analisando seu valor em regime (ver novamente a figura 4.2, na qual a FT é simulada para ganho unitário). $g_1(s) = \frac{K}{Ts+1}$ como sendo a FT de ordem 1 com o ganho K e a constante de tempo T, simule ao degrau $g_2(s)$ e $g_1(s)$, comparando suas respostas.

```
figure;
g1=tf(6,[3.78 1]);  % Substitua os valores de T e K obtidos
step(g1,g2);title('Figura 2. Comparação de g_1 e g_2');
```



Comente a semelhança entre as respostas e as partes das curvas que mais se aproximam:

Resposta:

A figura 2 utiliza dois modelos para representar o mesmo sistema, onde a saída de g2 é a curva em azul, e em laranja é a saída de g2.

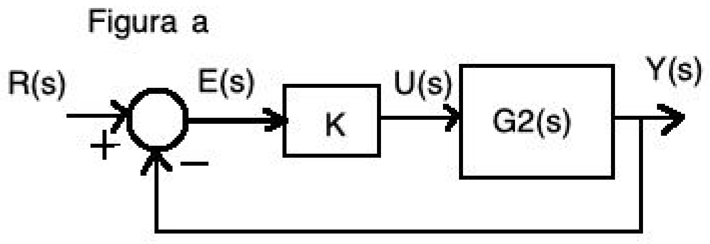
Com base nisso, o modelo mais simples (g1 de ordem 1) fez uma boa aproximação em relação ao modelo de g2, que é mais complexo e de ordem superior a g1.

Ambos apresentaram o mesmo valor de regime 6.

Em relação a costante de tempo necessária para que a saída do sistema se aproxime do valor de regime, não foram iguals. entretanto, foi algo próximo.

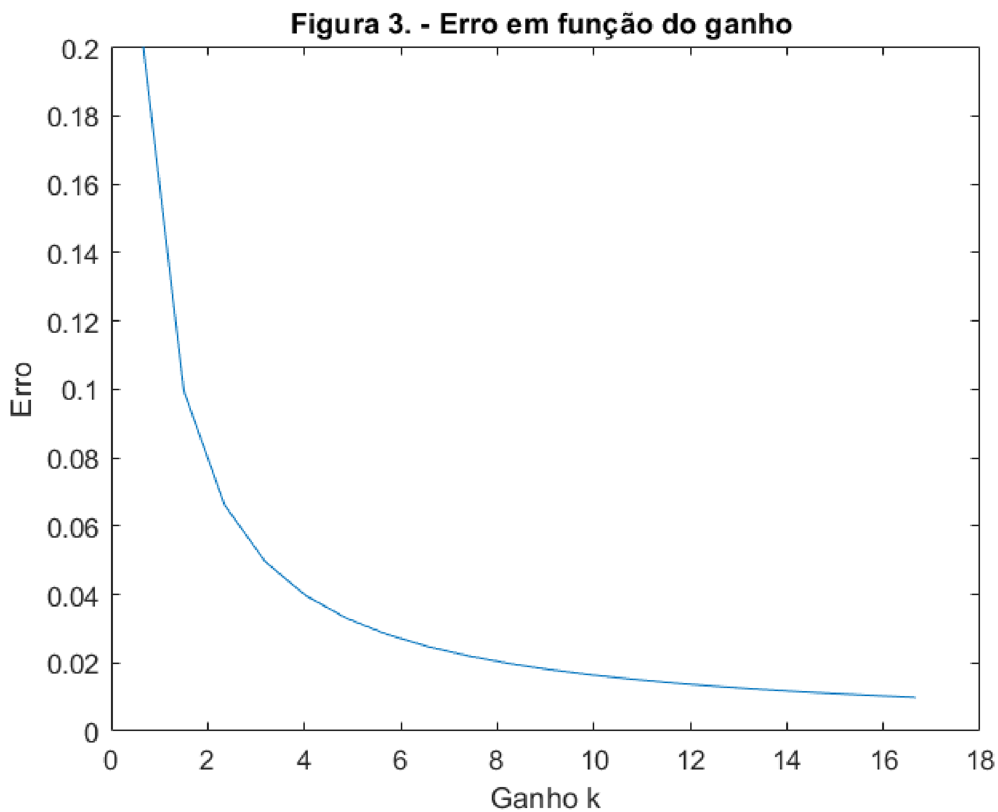
(aparentemente o modelo de g2 aproximou do valor de regime com costantes de tempo menores que o modelo g1)

Atividade 2 - Análise do erro em regime



Abaixo são usados 20 valores de ganho K para fechar a malha e calcular o erro em regime. $E(s) = \dfrac{R(s)}{1+KG_2(s)}$ para uma entrada degrau unitário $R(s)$, conforme a Figura a.

```
k=linspace(p0/(0.25*b0)-1/b0,p0/(0.01*b0)-1/b0,20);
for i=1:length(k)
    m=feedback(1,k(i)*g2);
    erro(i)=freqresp(m,0);% Teorema do valor final sobre E(s)
end
plot(k,erro);title('Figura 3. - Erro em função do ganho ');
tt1=toc;
xlabel('Ganho k');ylabel('Erro');
```



2.1 Qual o efeito do ganho no erro em regime?

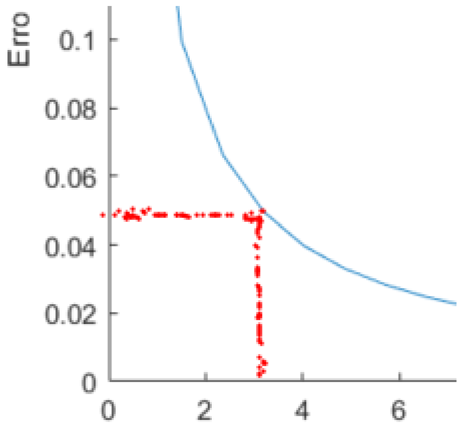
Resposta:

A medida que o ganho "k" aumenta, o erro em regime estacionário diminui.

2.2 Para que valores de ganho K o erro é menor que 5%?

Resposta:

Para valores de ganho K superiores a 3 aproximadamente.



2.3 Qual o erro em regime para sistemas com tipo (erro em regime) igual ao de g2?

Resposta:

G2 é um sistema do tipo 0 com entrada de degrau unitário.

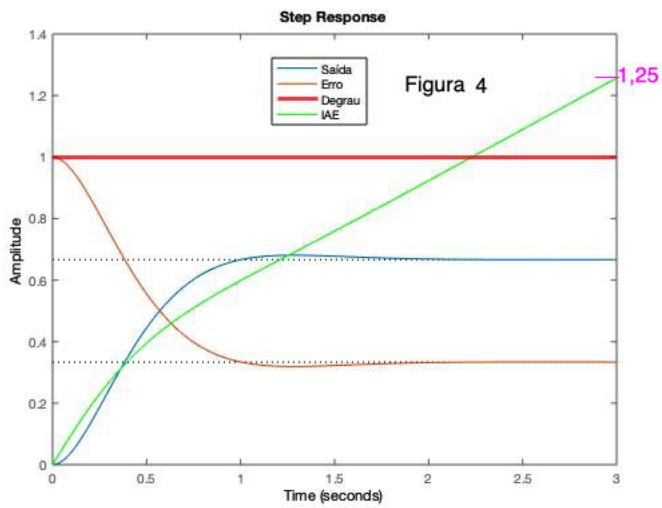
Tipo do sistema	Degrau unitário
0	$\frac{1}{1+K}$

Para a entrada do degrau unitario, a resposta do sistema será: eest = 1/(1 + Kp).

Kp é a constante de erro estático de posição, que no caso é a constante de erro para a entrada de um degrau, Kp = K.

$$e_{est} = \frac{1}{1+K_p}$$

Na figura 4 é mostrada a resposta Y(s) ao degrau unitário R(s) bem como o erro E(s) e a integral absoluta do erro (IAE), calculada por $iae = \int_0^3 |e(t)|dt$. Observe que o iae é integrado para cada tempo t. O valor utilizado para comparações é aquele obtido na janela de tempo total, ou seja, em t=3, neste caso igual a 1.25.



2.4 Para que valor tende o IAE e por quê?

<u>Resposta:</u>

O valor de IAE tende a 1.25 em t=3 e continua aumentando para t>3, pois ele é criado quando ocorrer um erro na saída em regime permanete, esse erro é cosntante e maior que zero, e também o aumento da sobreelevação e dos tempos de resposta fazem a IAE ser maior.

(o IAE é criado quando a entrada (azul) se afasta da saída (vermelha), e gera o erro.. e uma curva de crescimento em IAE, ou seja, quanto maior é o erro, maior será e inclinação da curva representada em verde)

Curvas:

Vermelho: Degrau

Azul: Resposta ao Degrau (A saída foi até aproximadamente 0.65)

Marrom: Erro entre a referência e a saída (começa no erro =1 e no final fica constante)

Verde: Representa a integral do erro ao longo do tempo (mede a distância da curva vermelha para a curva azul, quanto mais a resposta se afasta da transferência, maior vai ser o IAE.. servido assim para medir o erro tanto o erro do transitório quanto o erro do regime)

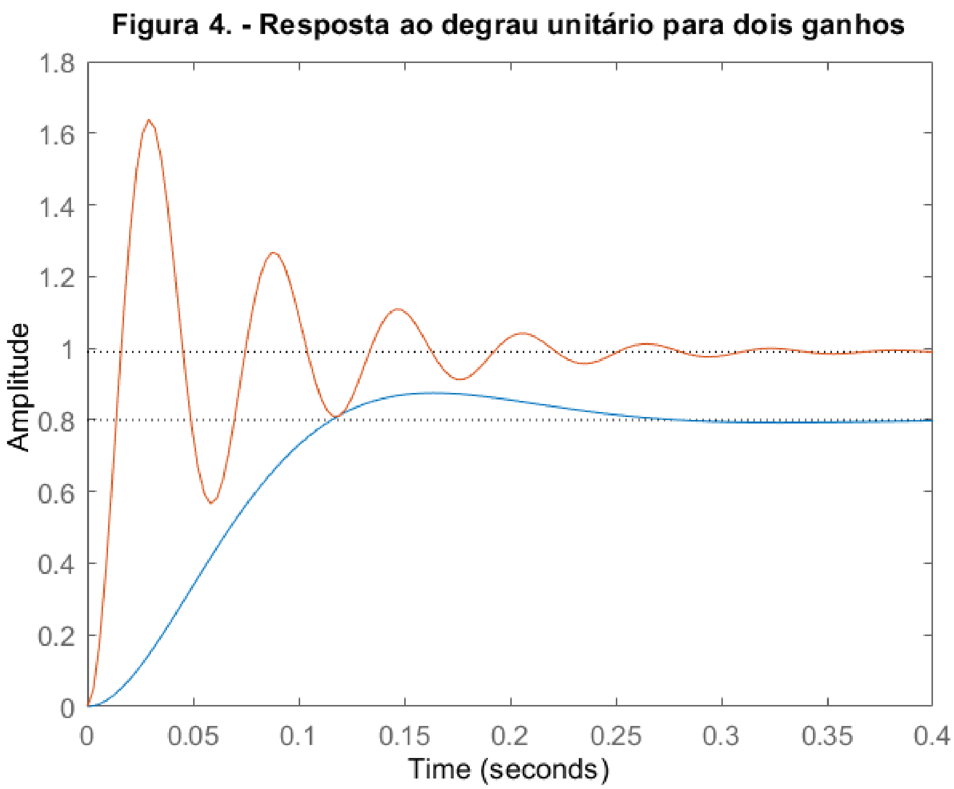
2.5 Qual o efeito do tempo de estabelecimento sobre o IAE?

Resposta:

O efeito está em fazer a saída se estabelecer em uma faixa de valores de 3% do valor de regime, pois ele é o tempo para o sistema atingir uma faixa de valores próxima ao valor do regime permanente.

Atividade 3 - Erro em regime e resposta transitória

```
m1=feedback(k(1)*g2,1);
m2=feedback(k(end)*g2,1);
step(m1,m2);
title('Figura 4. - Resposta ao degrau unitário para dois ganhos');
```



3.1 Na figura 4 é mostrada a resposta ao degrau unitário para o menor e maior ganhos usados na figura 2. Compare o efeito do ganho K na resposta ao degrau unitário em regime e no período transitório, informando os ganhos usados (ver figura 3).

Resposta:

Erro estacionário das duas ondas:

Vermelha => $e(\infty) = 1 - y(\infty) = +- 0$

Azul => e(∞) = 1 - y(∞) = 0.2

Utilizando figura 3 para estimar o valor de K:

Vermelha=>   eest = 1/(1 + Kp)

=1/(1+100)

= 9.10^-3   %próximo a zero!

Azul =>   eest = 1/(1 + Kp)

=1/(1+4)

= 0.2

Conclusão:

Apartir disso, é possivel afirmar que a curva vermelha apresenta o menor erro e portanto tem um maior valor de K (k=100) e a curva azul tem o menor valor de K (k=4).

Alguns Efeitos:

Para maior valores de K há menos erro, e para maiores valores há maior erro.

Com o aumento de K:

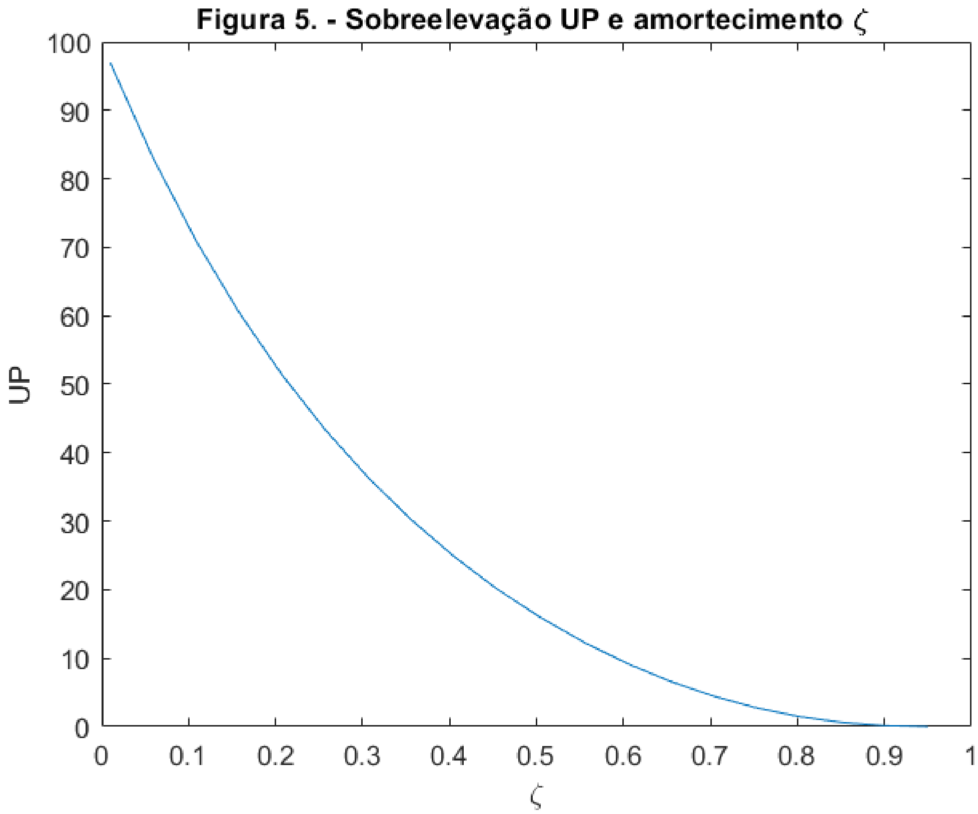
A oscilação do sistema aumenta;

O tempo de subida é mais rápido;

O valor da sobreelevação também aumenta.

A sobreelevação se relaciona com o amortecimento ζ pela equação $UP = 100e^{-(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}})}$. O script abaixo calcula os valores de UP para um conjunto de valores de ζ.

```
zeta=linspace(0.01,0.95,20);
for i=1:20
UP(i)=100*exp(-zeta(i)*pi/(sqrt(1-zeta(i)^2)));
end
plot(zeta,UP);title('Figura 5. - Sobreelevação UP e amortecimento \zeta ');
xlabel('\zeta');ylabel('UP')
```



3.2 Explique a relação entre UP e ζ usando a figura 5 gerada pelo script.

Resposta:

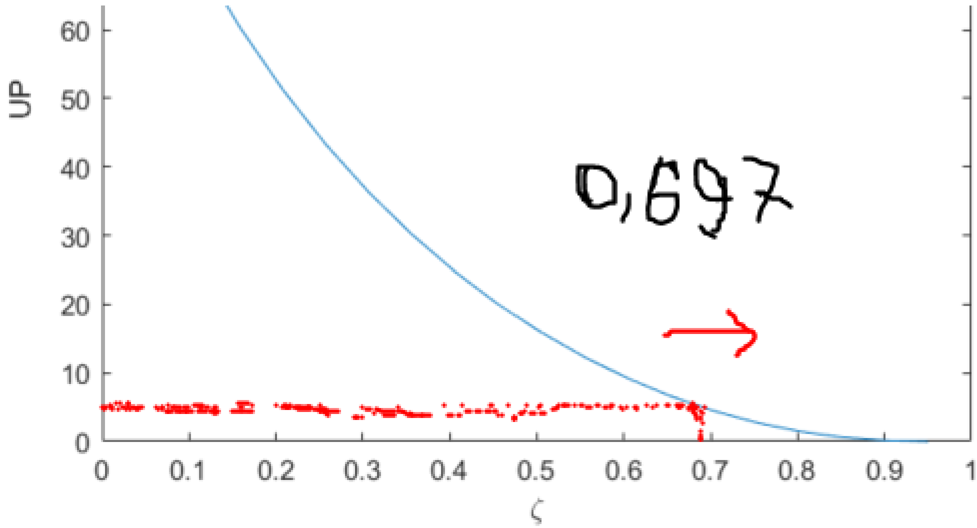
Quando há o aumento de ζ, o valor de sobreelevação (UP) é diminuído, mantendo uma relação inversa entre ambos.

%relação de inversão dos dados, quando um cresce o outro decresce.

3.3 Use a figura 5 para obter os valores de ζ para os quais se tem $UP \leq 5\%$?

Resposta:

O efeito de sobreelevação para valores de UP menores que 5% irá ocorrer acima de ζ > 0,697.



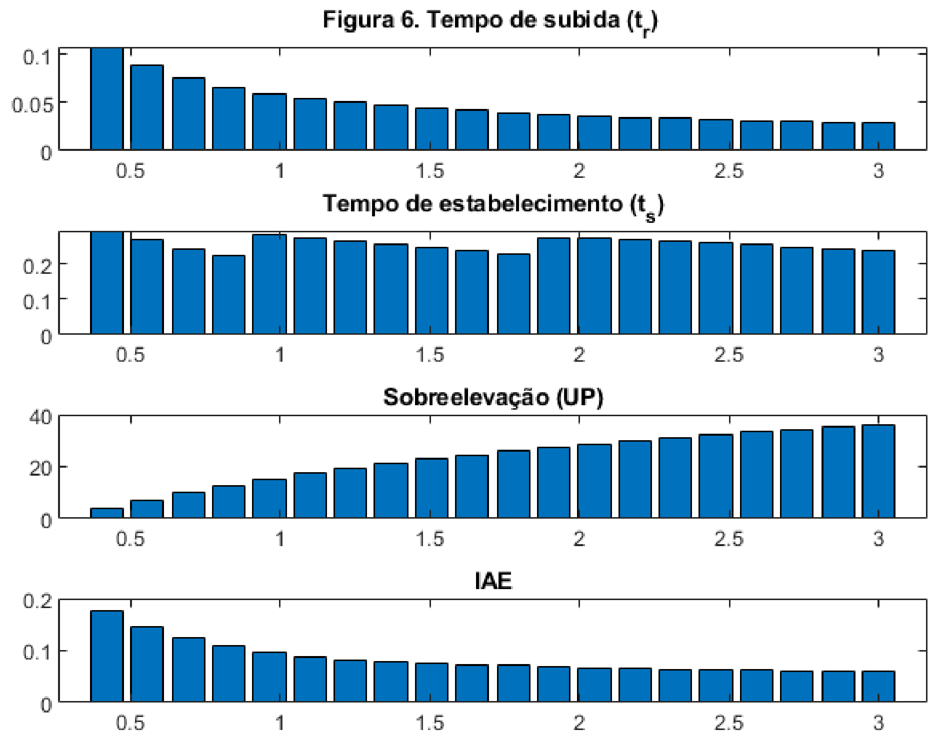
Atividade 4 - Análise da resposta transitória

Use o comando rlocus(g2) ou rlocus(g2,k) para obter k1 de modo a ter $\zeta = 0.7$ e k2 de modo a ter $\zeta = 0.3$, e substitua estes valores abaixo e execute o script.

Importante: mostre a figura gerada pelo script abaixo ao professor antes de responder as 4 perguntas desta atividade.

```
k=linspace(0.42,3,20); % Substitua aqui os valoes de k1 e k2
for i=1:20
    m=feedback(k(i)*g2,1);
    s=stepinfo(m);
    U(i,:)=[s.RiseTime s.SettlingTime s.Overshoot];
    if i==1
        [y,t]=step(m);Tempo=max(t);
    else
        [y,t]=step(m,Tempo);
    end
    IAE(i)=trapz(t,abs(1-y));
end

subplot(4,1,1);bar(k,(U(:,1)));title('Figura 6. Tempo de subida (t_r) ');
subplot(4,1,2);bar(k,(U(:,2)));title('Tempo de estabelecimento (t_s)');
subplot(4,1,3);bar(k,(U(:,3)));title('Sobreelevação (UP)');
subplot(4,1,4);bar(k,(IAE));title('IAE');
```




```
tt2=toc/tt1
```

```
tt2 = 1.3925
```

4.1 Qual o efeito do ganho K no tempo de subida (t_r)?

<u>Resposta:</u>

Em valores mais altos de K, o tempo de subida foi mais rápido e, consequentemente, a saída atingiu mais rápidamente 90% do valor de regime, em comparação com os valores menores de K.

4.2 Qual o efeito do ganho K na sobreelevação (UP)?

<u>Resposta:</u>

Em valores mais altos de K, há um maior valor de sobreelevação em comparação com os valores menores de K, ou seja, a sobreelevação esta ligada de forma proporcional ao valor de K, a medida que K cresce a sobreelevação também aumenta.

4.3 Explique o comportamento do tempo de estabelecimento (t_s) quando o ganho K varia.

Resposta:

O tempo de estabelecimento esta ligado somente com a parte dos polos reais no LGR e quando estamos alterando o valor de K no sistema, vai alterar somente a parte imaginária, então aumentar ou diminuir o valor de K não irá alterar o comportamento do tempo de estabelecimento.

4.4 Quem afeta mais o valor de IAE? UP, t_r ou t_s?

Resposta:

Observando os quatro gráficos gerados, o que mais tras influência para IAE é o primeiro, tempo de subida t_r ***(figura 6).***

O fato de ocorrer as variações no transitório (na subida), ocasiona em uma maior diferença entre a entrada e a saída e consequentemente a integral fica com um valor maior. Logo o tempo maior para atingir 90% do valor de regime irá causar uma influência mais significativa do que UP ou t_s***.***

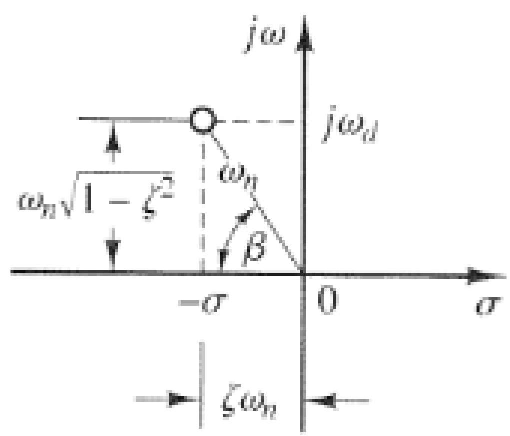
4.5 Use a equação 4.31 ou 4.32 de livro para explicar a relação entre o tempo de estabelecimento e a parte real dos polos para sistemas de ordem 2 com polos complexos. Aplique a equação para algum valor de K da figura 6, mostrando a relação.

Resposta:

Dado as equações:

$$t_s = 4T = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{\zeta\omega_n} \qquad \text{(critério de 2\%)}$$

$$t_s = 3T = \frac{3}{\sigma} = \frac{3}{\zeta\omega_n} \qquad \text{(critério de 5\%)}$$



A constante de decaimento da resposta transitória depende do valor constante do tempo 1/ zetaw

O tempo de acomodação t_s é inversamente proporcional ao produto do coeficiente de amortecimento pela frequência natural não-amortecida do sistema.

Como o valor do zeta é determinado apartir do máximo valor da ultrapassagem e o tempo de acomodação é determinado pela frequência natural nao amortecida "w", isso significa que a duração do período transitório pode ser variada, sem modificar o valor máximo de ultrapassagem, pelo ajuste de frequencia natural não amortecida "w", em outras palavras, em tese o tempo de estabelecimento somente esta ligado as partes reais dos polos, e alterar o valor de K, só irá ocasionar na mudança da parte imaginária e não irá no comportamento do tempo de estabelecimento, e as formulas são uma aproximação para isso..

IMPORTANTE:Executar todo o live script com RUN para gerar o relatório a ser entregue.