Exercícios extraído do livro Cálculo Volume 2 - James Stewart - Sétima Edição

Aula 1

Informações sobre o curso

Aula 2

Campos de vetores

Seção 16.1 pág 952

1. Esboce o campo vetorial $\mathbf{F}$ desenhando um diagrama.
   (a) $\mathbf{F}(x,y) = \dfrac{-1}{2}\mathbf{i} + (y-x)\mathbf{j}$
   (b) $\mathbf{F}(x,y) = \dfrac{y\mathbf{i} + x\mathbf{j}}{\sqrt{x^2+y^2}}$
   (c) $\mathbf{F}(x,y) = \dfrac{y\mathbf{i} - x\mathbf{j}}{\sqrt{x^2+y^2}}$
   (d) $\mathbf{F}(x,y,z) = x\mathbf{k}$
2. Determine o campo gradiente de f.
   (a) $f(x,y) = xe^{xy}$
   (b) $f(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$
3. Determine o campo gradiente de $f(x,y) = x^2 - y$ e o esboce.
4. Uma partícula se move em um campo de velocidade $V(x,y) = (x^2, x+y^2)$. Se ela está na posição $(2,1)$ no instante $t = 3$, estime a sua posição no instante $t = 3,01$.
5. As **linhas de escoamento** de um campo vetorial são as trajetórias seguidas por uma partícula cujo o campo de velocidades é um campo vetorial dado. Assim, os vetores do campo vetorial são tangentes a suas linhas de fluxo.
   (a) Use um esboço do campo vetorial $\mathbf{F}(x,y) = (x,-y)$ para desenhar algumas linhas de escoamento. Desses seus esboços é possível descobrir qual é a equação das linhas de escoamento?
   (b) Se as equações paramétricas de uma linha de escoamento são $x = x(t)$ e $y = y(t)$, explique porque essas funções satisfazem as equações diferenciais $\dfrac{dx}{dt} = x$ e $\dfrac{dy}{dt} = -y$. Então resolva as equações diferenciais para encontrar uma equação da linha de escoamento que passa através do ponto $(1,1)$.

Aula 3

Integrais de linha:
Integrais de linha de campos

Seção 16.2 pág 962

1. Calcule a integral de linha $\displaystyle\int_C \mathbf{F}d\mathbf{r}$, onde C é dada pela função vetorial $\mathbf{r}(t)$.
   (a) $\mathbf{F}(x,y) = (xy, 3y^2)$, $\mathbf{r}(t) = (11t^4, t^3)$, $0 \le t \le 1$.
   (b) $\mathbf{F}(x,y,z) = (x+y)\mathbf{i} + (y-z)\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, $\mathbf{r}(t) = (t^3, -t^2, t)$, $0 \le t \le 1$.
2. Calcule a integral de linha $\displaystyle\int_C \mathbf{F}d\mathbf{r}$, onde $\mathbf{F}(x,y) = (e^{x-1}, xy)$ e C é dado por $\mathbf{r}(t) = (t^2, t^3)$, $0 \le t \le 1$.
3. Determine o trabalho realizado pelo campo de força $\mathbf{F}(x,y) = x^2\mathbf{i} + xy\mathbf{j}$ sobre uma partícula que dá uma volta no círculo $x^2+y^2 = 4$ orientado no sentido anti-horário.
4. Determine o trabalho realizado pelo campo de força $\mathbf{F}(x,y) = x\mathbf{i} + (y+2)\mathbf{j}$ sobre um objeto que se move sobre um arco de cicloide $\mathbf{r}(t) = (t - sent)\mathbf{i} + (1 - cost)\mathbf{j}$, $0 \le t \le 2\pi$.
5. Um homem de 160 libras carrega uma lata de 25 libras de tinta subindo uma escada helicoidal que circunda um silo com um raio de 20 pés. Se o silo é de 90 pés de altura e o homem fará exatamente três rotações completas para subir ao topo, de quanto é o esforço feito pelo homem contra a gravidade ($\mathbf{F}(x,y,z) = -mg\mathbf{k}$)?
6. (a) Mostre que um campo de força constante realiza trabalho nulo sobre uma partícula que dá uma única volta completa uniformemente na circunferência $x^2+y^2 = 1$.
   (b) Isso também é verdadeiro para um campo de força $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = k\mathbf{x}$, onde k é uma constante e $\mathbf{x} = (x,y)$?

Aula 4

Teorema fundamental:
Campos conservativos

Seção 16.3 pág 968

1. Determine de $\mathbf{F}$ é ou não conservativo. Se for determine a função f tal que $\mathbf{F} = \nabla f$
   (a) $\mathbf{F}(x,y) = (2x-3y)\mathbf{i} + (-3x+4y-8)\mathbf{j}$
   (b) $\mathbf{F}(x,y) = (e^x cosy)\mathbf{i} + (e^x seny)\mathbf{j}$
   (c) $\mathbf{F}(x,y) = (ye^x = seny)\mathbf{i} + (e^x + xcosy)\mathbf{j}$
   (d) $\mathbf{F}(x,y) = (2xy + y^{-2})\mathbf{i} + (x^2 - 2xy^{-3})\mathbf{j}, y < 0$
   (e) $\mathbf{F}(x,y) = (lny + 2xy^3)\mathbf{i} + (3x^2y^2 + x/y)\mathbf{j}$
2. Suponha que você seja solicitado a determinar a curva que exige o mínimo de trabalho para um campo de força $\mathbf{F}$ para mover uma partícula de um ponto a outro ponto. Você decide verificar primeiro se $\mathbf{F}$ é conservativo, e de fato verifica-se que ela é. Como você responde a solicitação?

3. Seja $\mathbf{F}(x,y) = \dfrac{-y\mathbf{i} + x\mathbf{j}}{x^2+y^2}$.

   (a) Mostre que $\dfrac{\partial P}{\partial y} = \dfrac{\partial Q}{\partial x}$.

   (b) Mostre que $\displaystyle\int_C \mathbf{F}d\mathbf{r}$ não é independente do caminho. (Dica: Calcule $\displaystyle\int_{C_1} \mathbf{F}d\mathbf{r}$ e $\displaystyle\int_{C_2} \mathbf{F}d\mathbf{r}$ onde C_1 e C_2 são as metades superior e inferior do círculo $x^2+y^2=1$ de $(1,0)$ a $(-1,0)$). Isso contradiz o Teorema 6?

4. Mostre que, se um campo vetorial $\mathbf{F} = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} + R\mathbf{k}$ é conservativo e P, Q e R tem derivadas parciais de primeira ordem contínuas então

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial x}, \quad \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y}$$

Aula 5

Teorema fundamental

Seção 16.3 pág 969

1. Determine uma função f tal que $\mathbf{F} = \nabla f$ e use-a para calcular $\displaystyle\int_C \mathbf{F}d\mathbf{r}$ sobre a curva C dada.

   (a) $\mathbf{F}(x,y) = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j}$, C é o arco de parábola $y = 2x^2$ de $(-1,2)$ a $(2,8)$.

   (b) $\mathbf{F}(x,y) = xy^2\mathbf{i} + x^2y\mathbf{j}$, $C : \mathbf{r}(t) = \left(t + sen\left(\frac{1}{2}\pi t\right), t + cos\left(\frac{1}{2}\pi t\right)\right)$, $0 \le t \le 1$

   (c) $\mathbf{F}(x,y,z) = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + (xy+2z)\mathbf{k}$, C é o segmento de reta de $(1,0,-2)$ a $(4,6,3)$

   (d) $\mathbf{F}(x,y,z) = yze^{xz}\mathbf{i} + e^{xz}\mathbf{j} + xye^{xz})\mathbf{k}$, $C : r(t) = (t^2+1)\mathbf{i} + (t^2-1)\mathbf{j} + (t^2-2t)\mathbf{k}$, $0 \le t \le 2$

2. Mostre que a integral de linha é independente do caminho e calcule a integral

$$\int_C tg(y)dx + xsec^2 y dy$$

   C é qualquer caminho de $(1,0)$ a $(2,\pi/4)$.

3. Determine o trabalho realizado pelo campo de força $\mathbf{F}$ ao mover um objeto de $P = (1,1)$ para $Q = (2,4)$

$$\mathbf{F}(x,y) = 2y^{3/2}\mathbf{i} + 3x\sqrt{y}\mathbf{j}.$$

4. Seja $\mathbf{F} = \nabla f$, onde $f(x,y) = sen(x-2y)$. Encontre curvas C_1 e C_2, que não são fechadas e satisfazem a equação:

   (a) $\displaystyle\int_{C_1} \mathbf{F}d\mathbf{r} = 0$.

   (b) $\displaystyle\int_{C_2} \mathbf{F}d\mathbf{r} = 1$

Aula 6

Rotacional e Divergente

Seção 16.5 pág 981

1. Determine o rotacional e o divergente do campo vetorial

   (a) $\mathbf{F}(x,y,z) = xyz\mathbf{i} - x^2y\mathbf{k}$
   (b) $\mathbf{F}(x,y,z) = xye^z\mathbf{i} + yze^x\mathbf{k}$
   (c) $\mathbf{F}(x,y,z) = (e^x seny, e^y senz, e^z senx)$
   (d) $\mathbf{F}(x,y,z) = \left(\dfrac{x}{y}, \dfrac{y}{z}, \dfrac{z}{x}\right)$

2. Seja f um campo escalar e $\mathbf{F}$ um campo vetorial. Diga se cada expressão tem significado. Em caso negativo, explique por quê. Em caso afirmativo, diga se é um campo vetorial ou escalar.

   (a) rot f
   (b) grad f
   (c) rot(grad f)
   (d) grad(div $\mathbf{F}$)
   (e) rot(rot $\mathbf{F}$)

3. Determine se o campo vetorial é conservativo ou não. Se for conservativo, determine uma função f tal que $\nabla f = \mathbf{F}$.

   (a) $\mathbf{F}(x,y,z) = y^2z^3\mathbf{i} + 2xyz^3\mathbf{j} + 3xy^2z^2\mathbf{k}$.
   (b) $\mathbf{F}(x,y,z) = e^{yz}\mathbf{i} + xze^{yz}\mathbf{j} + xye^{yz}\mathbf{k}$.

4. Existe um campo vetorial $\mathbf{G}$ em $\mathbb{R}^3$ tal que rot$\mathbf{G} = (xseny, cosy, z - xy)$? Explique.

5. Mostre que qualquer campo vetorial da forma $\mathbf{F}(x,y,z) = f(x)\mathbf{i} + g(y)\mathbf{j} + h(y)\mathbf{k}$ onde f, g e h são diferenciáveis, é irrotacional (Rot$\mathbf{F} = 0$).

6. Demostre a identidade, admitindo que as derivadas parciais apropriadas existem e são contínuas. Se f é um campo escalar e $\mathbf{F}$ e $\mathbf{G}$ campos vetoriais.

   (a) div$(\mathbf{F}+\mathbf{G}) = $ div$\mathbf{F}$ + div$\mathbf{G}$
   (b) div$(f\mathbf{F}) = f$div$\mathbf{F} + \mathbf{F}.\nabla f$
   (c) rot$(f\mathbf{F}) = f$rot$\mathbf{F} + (\nabla f) \times \mathbf{F}$

Aula 7

Teorema de Green

Seção 16.4 pág 975

1. Calcule a integral de linha, diretamente e usando o Teorema de Green

   (a) $\displaystyle\oint_C (x-y)dx + (x+y)dy$, C é o círculo com centro na origem e raio 2.

   (b) $\displaystyle\oint_C xydx + x^2y^3dy$, C é o triângulo com vértices $(0,0), (1,0)$ e $(1,2)$.

2. Use o Teorema de Green para calcular a integral de linha ao longo da curva dada com orientação positiva.

(a) $\int_C xy^2dx + 2x^2ydy$, C é o triângulo com vértices $(0,0), (2,2)$ e $(2,4)$.

(b) $\int_C (y+e^{\sqrt{x}})dx + (2x+cosy^2)dy$, C é o limite da região englobada pelas parábolas $y = x^2$ e $x = y^2$.

(c) $\int_C xe^{-2x}dx + (x^4+2x^2y^2)dy$, C é o limite da região entre os círculos $x^2+y^2 = 1$ e $x^2+y^2 = 4$.

(d) $\int_C y^3dx - x^3dy$, C é o círculo $x^2+y^2 = 4$.

(e) $\int_C (1-y^3)dx + (x^3+e^{y^2})dy$, C é o limite da região entre os círculos $x^2+y^2 = 4$ e $x^2+y^2 = 9$

3. Use o Teorema de Green para calcular $\int_C \mathbf{F}d\mathbf{r}$. (Verifique a orientação da curva antes de aplicar o teorema)
   (a) $\mathbf{F}(x,y) = (ycosx - xysenx, xy + xcosx)$, C é o triângulo de $(0,0)$ a $(0,4)$ a $(2,0)$ a $(0,0)$.
   (b) $\mathbf{F}(x,y) = (y - cosy, xseny)$, C é o círculo $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 4$ orientado no sentido horário.

4. Use o Teorema de Green para achar o trabalho realizado pela força $\mathbf{F}(x,y) = x(x+y)\mathbf{i} + xy^2\mathbf{j}$ ao mover uma partícula da origem ao longo do eixo x para (1,0), em seguida ao longo de um segmento de reta até $(0,1)$ e então volta à origem ao longo do eixo y.

5. Use o Teorema de Green para achar a área sob um arco da cicloide $x = t - sent$, $y = 1 - cost$.

6. Calcule $\int_C \mathbf{F}d\mathbf{r}$, onde $\mathbf{F}(x,y) = \dfrac{2xy\mathbf{i} + (y^2-x^2)\mathbf{j}}{(x^2+y^2)^2}$ e C é qualquer curva fechada simples positivamente orientada que envolve a origem.

7. Calcule $\int_C \mathbf{F}d\mathbf{r}$ onde $\mathbf{F}(x,y) = (x^2+y, 3x-y^2)$ e C é a fronteira positivamente orientada de uma região D que tem área 6.

8. Complete a demostração do Teorema de Green demonstrando a equação
$$\int_{\partial D} Qdy = \iint_D \frac{\partial Q}{\partial x}dA.$$

Aula 8

Superfícies parametrizada

Seção 16.6 pág 991

1. Identifique a superfície que tem equação paramétrica dada
   (a) $r(u,v) = (u+v)\mathbf{i} + (3-v)\mathbf{j} + (1+4u+5v)\mathbf{k}$
   (b) $r(u,v) = 2sen\ u\ \mathbf{i} + 3cos\ u\ \mathbf{j} + v\mathbf{k}$, $0 \le v \le 2$
   (c) $r(s,t) = (s,t,t^2-s^2)$

2. Determine uma representação paramétrica para superfície.
   (a) O plano que passa pela origem e contém os vetores $\mathbf{i} - \mathbf{j}$ e $\mathbf{j} - \mathbf{k}$.
   (b) A parte do hiperboloide $4x^2 - 4y^2 - z^2 = 4$ que está em frente do plano yz
   (c) A parte da esfera $x^2+y^2+z^2 = 4$ que se situa acima do cone $z = \sqrt{x^2+y^2}$
   (d) Parte do cilindro $y^2+z^2 = 16$ que se encontra entre os plano $x = 0$ e $x = 5$

3. Determine um equação do plano tangente à superfície parametrizada dado no ponto específico:
   (a) $x = u+v$, $y = 3u^2$, $z = u-v$; $(2,3,0)$
   (b) $\mathbf{r}(u,v) = u\cos v\mathbf{i} + u\sin v\mathbf{j} + v\mathbf{k}$; $u = 1, v = \pi/3$
   (c) $\mathbf{r}(u,v) = u^2\mathbf{i} + 2u\sin v\mathbf{j} + u\cos v\mathbf{k}$; $u = 1, v = 0$

Seção 16.6 pág 993

1. Determine a área da superfície.
   (a) O helicóide com equação vetorial $r(u,v) = ucosv\mathbf{i} + usenv\mathbf{j} + v\mathbf{k}$, $0 \le u \le 1, 0 \le v \le \pi$.
   (b) A superfície com equação paramétricas $x = u^2$, $y = uv$, $z = \frac{1}{2}v^2$, $0 \le u \le 1, 0 \le v \le 2$.

2. (a) Mostre que as equações paramétricas
$$x = a\sin u\cos v,\ \ y = b\sin u\sin v\ \ , z = \cos u,$$
   $0 \le u \le \pi, 0 \le v \le 2\pi$ representa um elipsoide.
   (b) Use as equações paramétricas para traçar o gráfico do elipsoide para o caso $a = 1, b = 2$ e $c = 3$.
   (c) Determine, mas não calcule, um integral dupla que dá a área de superfície da parte do elipsoide da parte b.

Seção 16.7 pág 1001

3. Determine a integral de superfície.
   (a) $\iint_S (x+y+z)dS$, S é o paralelogramo com equações paramétricas $x = u+v, y = u-v, z = 1+2u$, $0 \le u \le 2, 0 \le v \le 1$.
   (b) $\iint_S ydS$, S é o helicoide com equação vetorial $r(u,v) = (ucosv, usenv, v)$, $0 \le u \le 1, 0 \le v \le \pi$.

4. Avalie a integral de superfície $\iint_S \mathbf{F}.d\mathbf{S}$ para o campo de vetores dado $\mathbf{F}$ e a superfície orientada S. Em outras palavras, localize o fluxo de $\mathbf{F}$ através de S. Para superfícies fechadas, use a orientação (para o exterior) positiva.
   (a) $\mathbf{F}(x,y,z) = ze^{xy}\mathbf{i} - 3ze^{xy}\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$, S é o paralelogramo do exercício 3(a).
   (b) $\mathbf{F}(x,y,z) = z\mathbf{i} + y\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, S é o helicoide do exercício 3(b).
   (c) $\mathbf{F}(x,y,z) = x\mathbf{i} - z\mathbf{j} + y\mathbf{k}$, S é a parte da esfera $x^2+y^2+z^2 = 4$ no primeiro octante com orientação para o origem.
   (d) $\mathbf{F}(x,y,z) = xz\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$, S é o hemisfério $x^2+y^2+z^2 = 25$, $y \ge 0$ orientado na direção do eixo positivo y.

(e) $\mathbf{F}(x,y,z) = y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$, S é formada pelo paraboloide $y = x^2 + z^2$, $0 \leq y \leq 1$, e pelo disco $x^2 + z^2 \leq 1$, $y = 1$.

(f) $\mathbf{F}(x,y,z) = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, S é o limite do semi-cilindro sólido $0 \leq \sqrt{1-y^2}, 0 \leq x \leq 2$.

5. Um fluido tem densidade $870kg/m^3$ e escoa com velocidade $\mathbf{v} = z\mathbf{i} + y^2\mathbf{k} + x^2\mathbf{k}$, onde x, y e z são medidos em metros e as componentes de $\mathbf{v}$, em metros por segundo. encontre a taxa de vazão para fora do cilindro $x^2 + y^2 = 4$, $0 \leq z \leq 1$.

6. A água do mar tem densidade $1.025kg/m^3$ e fui em um campo de velocidade $\mathbf{v} = y\mathbf{i} + x\mathbf{k}$, onde x, y e z são medidos em metros e as componentes de $\mathbf{v}$, em metros por segundo. Encontre a taxa de vazão para fora do hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z \geq 0$.

7. Seja $\mathbf{F}$ um campo inverso do quadrado, ou seja $\mathbf{F}(r)c\mathbf{r}/|\mathbf{r}^3|$ para alguma constante c, onde $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}z\mathbf{k}$. Mostre que o fluxo de $\mathbf{F}$ através de ma esfera S com o centro na origem é independente do raio de S.

Aula 9

Teorema de Stokes:

Seção 16.8 pág 1006

1. Use o teorema de Stokes para calcular $\iint_S rot\mathbf{F}.dS$.

   (a) $\mathbf{F}(x,y,z) = 2ycosz\mathbf{i} + e^x senz\mathbf{j} + xe^y\mathbf{k}$, S é o hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z \geq 0$, de orientação ascendente.

   (b) $\mathbf{F}(x,y,z) = x^2z^2\mathbf{i} + y^2z^2\mathbf{j}xyz\mathbf{k}$, S é a parte do paraboloide $z = x^2 + y^2$ que está dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 4$, com orientação ascendente.

   (c) $\mathbf{F}(x,y,z) = e^{xy}\mathbf{i} + e^{xz}\mathbf{j} + x^2z\mathbf{k}$, S é a metade do elipsoide $4x^2 + y^2 + 4z^2 = 4$ que se situa a direita do plano xy orientado na direção do eixo positivo y.

2. Use o Teorema de Stokes para calcular $\int_C \mathbf{F}d\mathbf{r}$. Em cada caso, C é orientado no sentido anti-horário quando visto de cima.

   (a) $\mathbf{F}(x,y,z) = (x+y^2)\mathbf{i} + (y+z^2)\mathbf{j} + (z+x^2)\mathbf{k}$, C é o triângulo com vértices $(1,0,0), (0,1,0)$ e $(0,0,1)$

   (b) $\mathbf{F}(x,y,z) = yz\mathbf{i} + 2xz\mathbf{j} + e^{xy}\mathbf{k}$, C é o cículo $x^2 + y^2 = 16, z = 5$

3. Use o Teorema de Stokes para calcular $\int_C \mathbf{F}d\mathbf{r}$ onde $\mathbf{F}(x,y,z) = x^2z\mathbf{i} + xy^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ e C é a curva da intersecção do plano $x+y+z = 1$ com o cilindro $x^2+y^2 = 9$ com orientação no sentido anti-horário visto de cima.

4. Use o Teorema de Stokes para calcular $\int_C \mathbf{F}d\mathbf{r}$ onde $\mathbf{F}(x,y,z) = x^2y\mathbf{i} + \frac{1}{3}x^3\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$ e C é a curva da intersecção do paraboloide hiperbólico $z = y^2 - x^2$ e o cilindro $x^2 + y^2 = 1$ com orientação no sentido anti-horário quando visto de cima.

5. Verifique que o Teorema de Stokes é verdadeiro para o campo vetorial $\mathbf{F}$ e superfície S.

   (a) $\mathbf{F}(x,y,z) = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, S é o cone $z^2 = x^2 + y^2$, $0 \leq z \leq 4$ com orientação descendente.

   (b) $\mathbf{F}(x,y,z) = y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, S é o hemisfério$x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $y \geq 0$ orientendo na direção do eixo positivo de y.

6. Uma partícula se move ao longo de segmentos de reta da origem aos pontos $(1,0,0), (1,2,1), (0,2,1)$ e de volta para a origem sob a influência do campo de forças $\mathbf{F}(x,y,z) = z^2\mathbf{i} + 2xy\mathbf{j} + 4y^2\mathbf{k}$. Encontre o trabalho realizado.

7. Se S é uma esfera e $\mathbf{F}$ satisfaz as hipóteses do Teorema de Stoke, mostre que $\iint_S rot\mathbf{F}.d\mathbf{S} = 0$

Aula 10

Teorema do divergente:

Seção 16.9 pág 1011

1. Verifique se o Teorema do Divergente é verdadeiro para o campo vetorial $\mathbf{F}$ na região E.

   (a) $\mathbf{F}(x,y,z) = 3x\mathbf{i} + xy\mathbf{j} + 2xz\mathbf{k}$, E é o cubo limitado pelos planos $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0$ e $z = 1$

   (b) $\mathbf{F}(x,y,z) = (z,y,x)$, E é a bola sólida $x^2 + y^2 + z^2 \leq 16$

2. Use o Teorema do Divergente para calcular a integral de superfície $\iint_S \mathbf{F}.d\mathbf{S}$; ou seja, calcule o fluxo de $\mathbf{F}$ através de S.

   (a) $\mathbf{F}(x,y,z) = xye^z\mathbf{i} + xy^2z^3\mathbf{j} - ye^z\mathbf{k}$ S é a superfície da caixa delimitada pelos planos coordenados e pelos planos $x = 3, y = 2, z = 1$.

   (b) $\mathbf{F}(x,y,z) = 3xy^2 + xe^z\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$, S é a superfície do sólido limitado pelo cilindro $y^2 + z^2 = 1$ e os planos $x = -1$ e $x = 2$.

   (c) $\mathbf{F}(x,y,z) = z^2seny\mathbf{i} + xcosx\mathbf{j} - xzseny\mathbf{k}$, S é a esfera gorda $x^8 + y^8 + z^8 = 8$.

   (d) $\mathbf{F}(x,y,z) = (cosz + xy^2)\mathbf{i} + xe^{-z}\mathbf{j} + (seny + x^2z)\mathbf{k}$, S é a superfície do sólido limitado pelo paraboloide $z = x^2 + y^2$ e plano $z = 4$.

   (e) $\mathbf{F}(x,y,z) = x^4\mathbf{i} - x^3z^2\mathbf{j} + 4xy^2z\mathbf{k}$, S é a superfície do sólido limitado pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e os planos $z = x + 2$ e $z = 0$.

3. Use o Teorema do Divergente para calcular $\iint_S \mathbf{F}.d\mathbf{S}$ onde $\mathbf{F}(x,y,z) = z^2x\mathbf{i} + (\frac{1}{3}y^3 + tgz)\mathbf{j} + (x^2z + y^2)\mathbf{k}$ e S é a metade superior da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (Note que S não é fechada).

4. Demonstre cada identidade, supondo que S e E satisfaçam as condições do Teorema do Divergente e que as funções escalares e as componentes dos campos vetoriais tenham derivadas parciais de segunda ordem contínuas.

   (a) $\iint_S \mathbf{a}.\mathbf{n} dS = 0$, onde $\mathbf{a}$ é um vetor constante.

   (b) $\iint_S rot\mathbf{F} d\mathbf{S} = 0$

Fim para P1