

Aula – Computação Gráfica

Domínio do Frequência: Filtragem

Slides para uso pessoal e exclusivo durante o período de aula. Distribuição ou qualquer uso fora do escopo da disciplina é expressamente proibido.

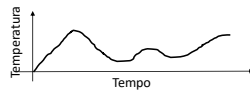
1

1

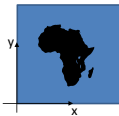
Introdução

O que é o domínio do espaço?

- Processamento de sinais estuda o domínio do tempo
 - Exemplo de um sensor de temperatura



- Processamento de imagens estuda o domínio do espaço
 - Exemplo de um imagem



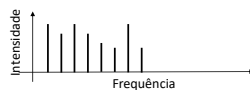
2

2

Introdução

O que é o domínio da frequência?

- Visualização do sinal em função da frequências dele
 - Exemplo de um sensor de temperatura



- A visualização tradicional é perdida
- Deve-se fazer um esforço para relacionar
 - Domínio da frequência e respectivo domínio do tempo/espaço

3

3

Série de Fourier

- Qualquer função periódica pode ser decomposta
 - Em uma soma de funções periódicas (senos ou cossenos)
 - Cada uma delas expressando frequências diferentes
 - Cada uma delas multiplicada por coeficientes diferentes

4

4

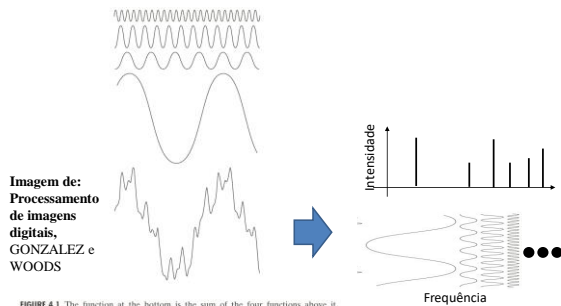
Transformada de Fourier

- Transformada que descreve um função (sinal ou imagem)
 - Como uma soma de funções periódicas (senos ou cossenos)
 - Cada uma delas multiplicada por coeficientes de peso

5

5

Transformada de Fourier



6

6

Transformada de Fourier

Propriedades com a convolução

- Uma convolução no tempo/espço
 - É uma multiplicação na frequência
- Uma convolução no frequência
 - É uma multiplicação na tempo/espço

$$f(t) \blacktriangle h(t) = F(t)H(t)$$

$$f(t)h(t) = F(t) \blacktriangle H(t)$$

7

7

Transformada de Fourier de uma Imagem

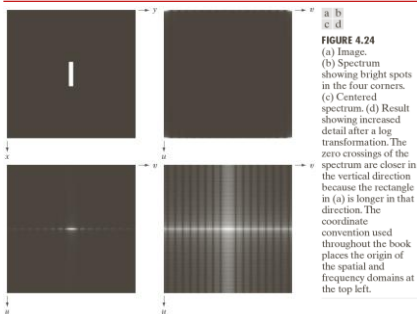


Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

8

8

Transformada de Fourier de uma Imagem

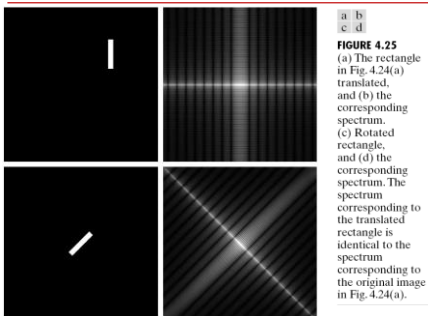
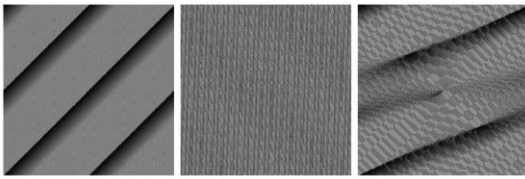


Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

9

9

Transformada de Fourier de uma Imagem



a b c

FIGURE 4.26 Phase angle array corresponding (a) to the image of the centered rectangle in Fig. 4.24(a), (b) to the translated image in Fig. 4.25(a), and (c) to the rotated image in Fig. 4.25(c).

Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

10

10

Transformada de Fourier de uma Imagem

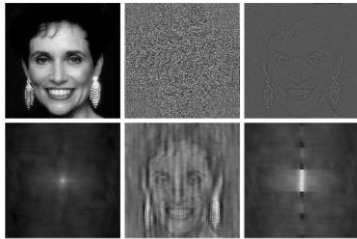
a b c
d e f

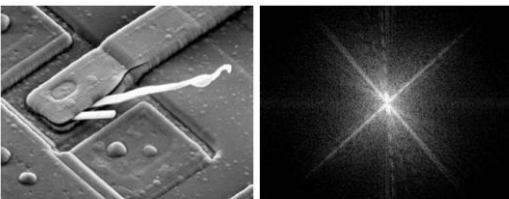
Imagem de:
Processamento
de imagens
digitais,
GONZALEZ e
WOODS

FIGURE 4.27 (a) Woman, (b) Phase angle, (c) Woman reconstructed using only the phase angle, (d) Woman reconstructed using only the spectrum, (e) Reconstruction using the phase angle corresponding to the woman and the spectrum corresponding to the rectangle in Fig. 4.24(a), (f) Reconstruction using the phase of the rectangle and the spectrum of the woman.

11

11

Transformada de Fourier de uma Imagem



a b

FIGURE 4.29 (a) SEM image of a damaged integrated circuit. (b) Fourier spectrum of (a). (Original image courtesy of Dr. J. M. Hudak, Brockhouse Institute for Materials Research, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada.)

Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

12

12

Transformada de Fourier de uma Imagem

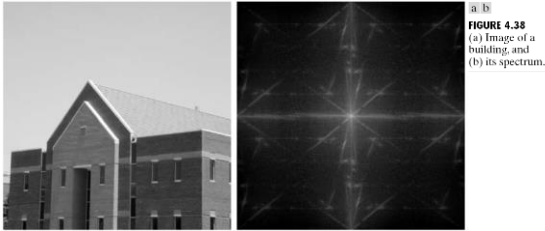


Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

13

13

Filtragem no Domínio da Frequência

Processo

- Dada uma imagem de entrada
 - Computar a sua respectiva versão no domínio da frequência
- Modificar a imagem no domínio da frequência
 - Modificação é feita com um filtro $H(u,v)$
 - O filtro também esta no domínio da frequência
- Computar a transformada inversa da imagem alterada
 - Levar novamente para o domínio do espaço

14

14

Filtragem no Domínio da Frequência

Exemplo

- Filtro com 0 no centro e 1 em todo o resto
 - Representa a imagem menos a sua média

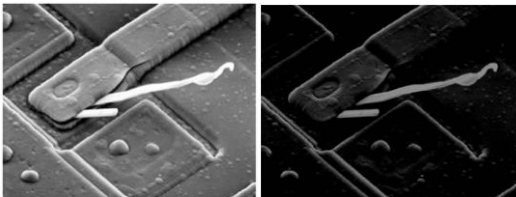
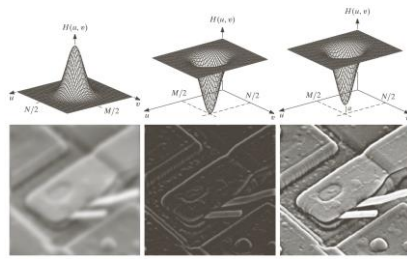


Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

15

15

Filtragem no Domínio da Frequência



a b c

d e f

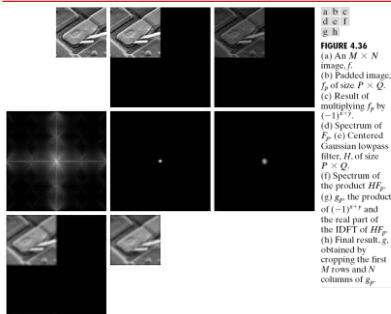
FIGURE 4.31 Top row: frequency domain filters. Bottom row: corresponding filtered images obtained using Eq. (4.7-1). We used $\alpha = 0.85$ in (c) to obtain (f) (the height of the filter itself is 1). Compare (f) with Fig. 4.29(a).

Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

16

16

Filtragem no Domínio da Frequência



a b c

d e f

g h

FIGURE 4.36

(a) An $M \times N$ image, f_p .

(b) Padded image,

 f_p of size $P \times Q$.

(c) Result of

multiplying f_p by $(-1)^{x+y}$.

(d) Spectrum of

 f_p .

(e) Centered

Gaussian lowpass

filter, H_c of size $P \times Q$.

(f) Spectrum of

the product $H_c f_p$.(g) g_p , the productof $(-1)^{x+y}$ and

the real part of

the IDFT of $H_c f_p$.(h) Final result, g_r ,

obtained by

cropping the first

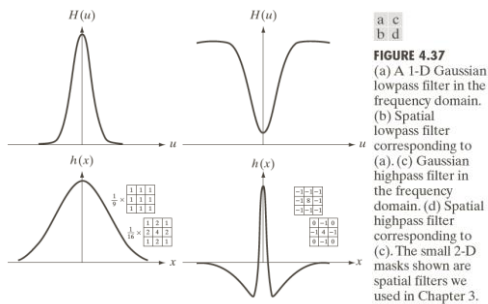
 M rows and N columns of g_p .

Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

17

17

Filtragem no Espaço vs. na Frequência



a c

b d

FIGURE 4.37

(a) A 1-D Gaussian

lowpass filter in the

frequency domain.

(b) Spatial

lowpass filter

corresponding to

(a). (c) Gaussian

highpass filter in the

frequency domain.

(d) Spatial

highpass filter

corresponding to

(c). The small 2-D

masks shown are

spatial filters we

used in Chapter 3.

Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

18

18

Suavização no Domínio da Frequência

Filtro Passa Baixa Ideal (Ideal Lowpass Filter - ILPF)

- $H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{if } D(u, v) > D_0 \end{cases}$
 - D_0 é uma constante positiva e $D(u, v)$ é a distância do ponto (u, v) e o centro do retângulo de frequências

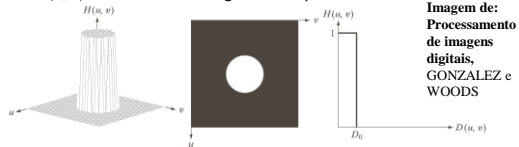


FIGURE 4.40 (a) Perspective plot of an ideal lowpass-filter transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross section.

Imagem de:
Processamento
de imagens
digitais,
GONZALEZ e
WOODS

19

Suavização no Domínio da Frequência

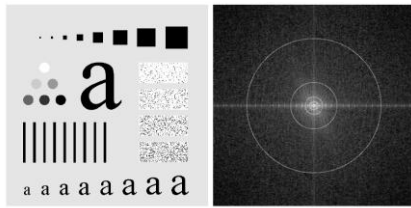


FIGURE 4.41 (a) Test pattern of size 688×688 pixels, and (b) its Fourier spectrum. The spectrum is double the image size due to padding but is shown in half size so that it fits in the page. The superimposed circles have radii equal to 10, 30, 60, 160, and 460 with respect to the full-size spectrum image. These radii enclose 87.0, 93.1, 95.7, 97.8, and 99.2% of the padded image power, respectively.

Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

20

20

Suavização no Domínio da Frequência

- Exemplo
 - ILPF

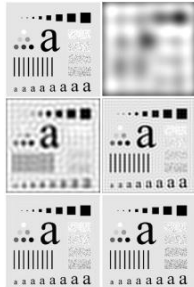


FIGURE 4.42 (a) Original image. (b)-(f) Results of filtering using ILPFs with cutoff frequencies set at radii values 10, 30, 60, 160, and 460, as shown in Fig. 4.41(b). The plots represent the filter. Filter has 10, 30, 60, 160, and 460 of the total frequency.

Imagem de:
Processamento de
imagens digitais,
GONZALEZ e
WOODS

21

21

Suavização no Domínio da Frequência

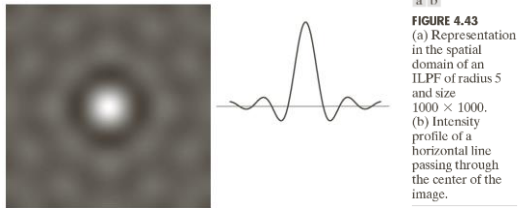


Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

22

22

Suavização no Domínio da Frequência

Filtro Passa Baixa Gaussiano (Gaussian Lowpass Filter - GLPF)

- $H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2\sigma^2}$

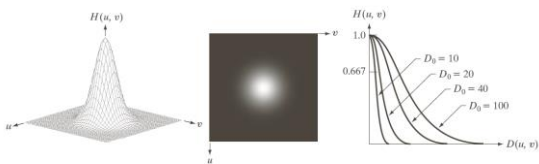


FIGURE 4.47 (a) Perspective plot of a GLPF transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections for various values of D_0 .

Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

23

23

Suavização no Domínio da Frequência



Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

24

24

Suavização no Domínio da Frequência

Filtro Passa Baixa Gaussiano (Gaussian Lowpass Filter - GLPF)

- Exemplo

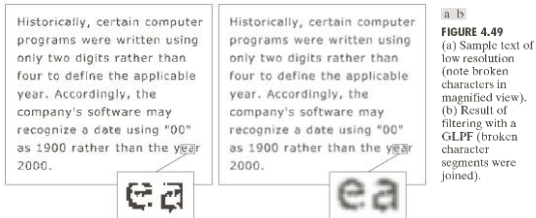


Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

25

25

Suavização no Domínio da Frequência

Filtro Passa Baixa Gaussiano (Gaussian Lowpass Filter - GLPF)

- Exemplo



Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

26

26

Passa Alta no Domínio da Frequência

Filtro Passa Alta

$$H_{HP}(u, v) = 1 - H_{LP}(u, v)$$

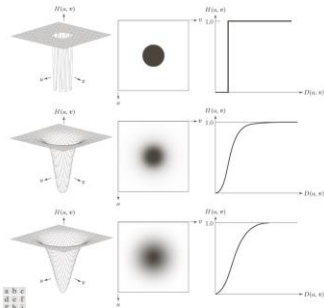


Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

27

27

Passa Alta no Domínio da Frequência

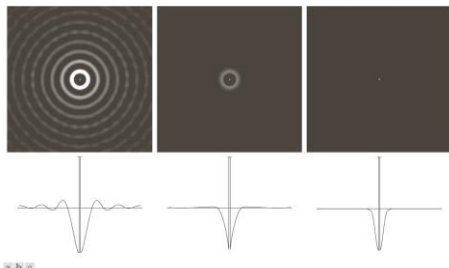


FIGURE 4.53 Spatial representation of typical (a) ideal, (b) Butterworth, and (c) Gaussian frequency domain highpass filters, and corresponding intensity profiles through their centers.

Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

28

28

Passa Alta no Domínio da Frequência

Filtro Passa Alta

- Exemplo IHPF

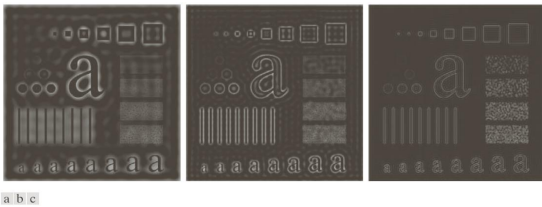


FIGURE 4.54 Results of highpass filtering the image in Fig. 4.41(a) using an IHPF with $D_0 = 30, 60, \text{ and } 160$.

Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

29

29

Passa Alta no Domínio da Frequência

Filtro Passa Alta

- Exemplo GHPF

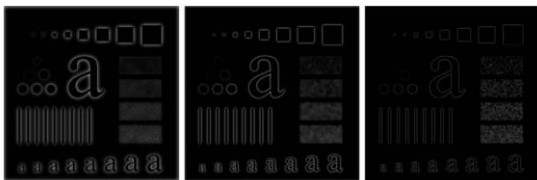


FIGURE 4.56 Results of highpass filtering the image in Fig. 4.41(a) using a GHPF with $D_0 = 30, 60, \text{ and } 160$, corresponding to the circles in Fig. 4.41(b). Compare with Figs. 4.54 and 4.55.

Imagem de: Processamento de imagens digitais, GONZALEZ e WOODS

30

30

Perguntas ?????

31