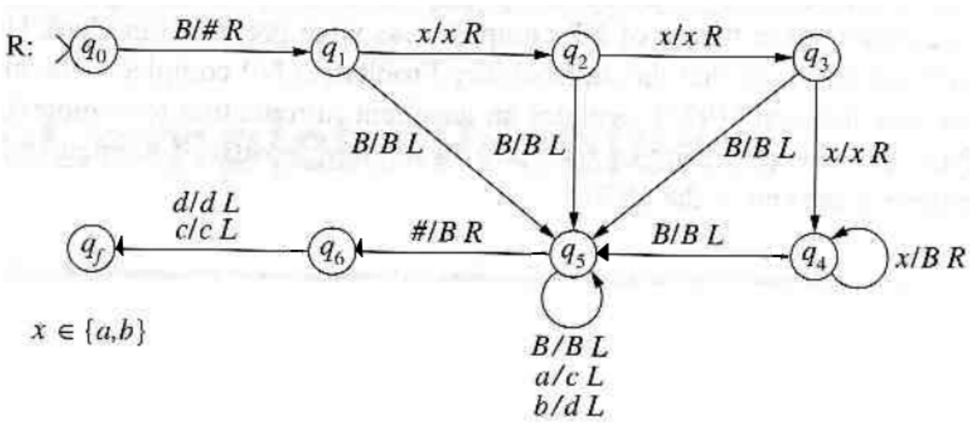
Algoritmos e Fundamentos da Teoria de Computação

Lista de Exercícios 06

1 Construa uma DTM R que reduz a linguagem $\mathsf{L} = \{a^i(bb)^i \mid i > 0\}$ para a linguagem $\mathsf{Q} = \{a^ib^i \mid i > 0\}$ em tempo polinomial. Usando a notação de Big Oh, apresente a complexidade de tempo de R.

2 A máquina R abaixo computa uma função de $\{a, b\}^*$ para $\{c, d\}^*$.



a. Faça o *trace* da computação de R para a entrada $abba$.

b. Descreva a *string* de tamanho n para a qual a computação de R requer o número máximo de transições.

c. Apresente a função tc_{R}.

d. A máquina R reduz a linguagem $\mathsf{L} = \boldsymbol{abb(a \cup b)^*}$ para a linguagem $\mathsf{Q} = \boldsymbol{(c \cup d)cdd^*}$? Se sim, prove que a função computada por R é uma redução. Se não, apresente uma *string* que demonstra que o mapeamento da função não é uma redução entre essas duas linguagens.

3 Para resolver ambos os itens abaixo, assuma que $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$.

a. Seja L uma linguagem em $\mathcal{NP}$ com $\mathsf{L} \neq \emptyset$ e $\bar{\mathsf{L}} \neq \emptyset$. Isto é, tanto L quando o seu complemento $\bar{\mathsf{L}}$ são linguagens não-vazias e o problema de decidir se uma *string* pertence a L está na classe $\mathcal{NP}$. Prove que esse problema de decisão para L é NP-completo.

b. Por que $\mathcal{NPC}$ (a classe de complexidade que contém os problemas NP-completos) é um subconjunto próprio de $\mathcal{NP}$?

4 Construa uma DTM R que reduz a linguagem $\mathsf{L} = \boldsymbol{aa(a \cup b)^*}$ para a linguagem $\mathsf{Q} = \boldsymbol{ccc(c \cup d)^*}$ em tempo polinomial. Usando a notação de Big Oh, apresente a complexidade de tempo assintótica para R.

5 Três alunos (A, B e C) tentaram encontrar a classe de complexidade de um problema de decisão X. O aluno A construiu uma DTM M_A que decide X com complexidade assintótica de tempo $O(n!)$ e concluiu que $X \notin \mathcal{P}$. O aluno B construiu uma outra DTM M_B (diferente de M_A) com complexidade assintótica de tempo $O(2^n)$ e concluiu que $X \in \mathcal{NP}$. Por fim, o aluno C construiu uma redução polinomial (determinística) de SAT para X e concluiu que $X \in \mathcal{NPC}$.

Assumindo que as máquinas e a redução construídas estão corretas, bem como a determinação da complexidade assintótica, explique por que as conclusões dos três alunos estão *erradas*, **justificando adequadamente todas as respostas**. A seguir, explique o quê pode ser concluído sobre a complexidade de X a partir das informações acima.