Material Equivalente

Aula síncrona 17/09

Do teste

Se $y' = y^2$ o que podemos falar das soluções:

Resposta:

$y' = y^2 \geq 0$

↳ a derivada de $y(t)$ é sempre não negativa

- $y'(t) > 0$ crescente
- $y'(t) < 0$ decrescente
- $\boxed{y'(t) \geq 0 \text{ não decresce}}$ ✓
  ↳ pode ser constante
- $y'(t) \leq 0$ não cresce

Para que valores de r a equação

$$t^2y'' + 4ty' + 2y = 0$$

tem soluções do tipo $y = t^r$

Solução

→ $y(t) = t^r$ derive e substitua na equação para ter uma condição para r

$y'(t) = r t^{r-1}$

$y''(t) = r(r-1)t^{r-2}$

como é solução satisfaz a equação

$$t^2 (r-1)r t^{r-2} + 4t\, r t^{r-1} + 2t^r = 0$$

$$t^r (r-1).r + 4rt^r + 2t^r = 0$$

$$t^r \left[(r-1)r + 4r + 2\right] = 0$$

Note que $y(t) \equiv 0$ é solução

ou $(r-1)r + 4r + 2 = 0$

$r^2 + 3r + 2 = 0$

$$\boxed{\begin{array}{l} r = -1 \\ r = -2 \end{array}}$$

As soluções são

$y_1(t) = \dfrac{1}{t}$

$y_2(t) = \dfrac{1}{t^2}$

Segundo Exer

- Porque é razoável que $y = A\,\text{sen}\,t + B\cos t$ ser solução $y'' + 2y' + 4y = 5\,\text{sen}\,t$

Encontre A e B.

Resposta

Porque as derivadas de sen e cos envolvem ainda sen e cos.

derivando e substituindo

$y' = A\cos t - B\,\text{sen}\,t$

$y'' = -A\,\text{sen}\,t - B\cos t$

$(-A\cos t - B\operatorname{sen} t) + 2(-A\operatorname{sen} t + B\cos t) + 4(A\cos t + B\operatorname{sen} t)$

$= 5\operatorname{sen} t$

$\Leftrightarrow$

$(-A+2B+4A)\cos t$

$+(-B-2A+4B)\operatorname{sen} t = 5\operatorname{sen} t$

$\Leftrightarrow$

$$(3A+2B)\cos t + (3B-2A-5)\operatorname{sen} t = 0 \quad \underbrace{\forall t \in \mathbb{R}}_{\text{isso vale}}$$

Em particular $t=0$

Então

$$(3A+2B)\cos 0 + \cancel{(3B-2A-5)\operatorname{sen} 0}^{\,0} = 0$$

$$3A+2B=0$$

tem que valer a igualdade para $t=\pi/2$ também

Isto é

$$\cancel{(3A+2B)\cos\tfrac{\pi}{2}}^{\,0} + (3B-2A-5)\operatorname{sen}\tfrac{\pi}{2} = 0$$

$$3B-2A-5=0$$

Resolvendo

$$\begin{aligned} 3A+2B &= 0 \quad \cdot 2 \\ -2A+3B &= 5 \quad \cdot 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6A+4B &= 0 \\ -6A+9B &= 15 \end{aligned}$$

$\boxed{B = -15/13}$ $\boxed{A = +\frac{30}{133} = 10/13}$