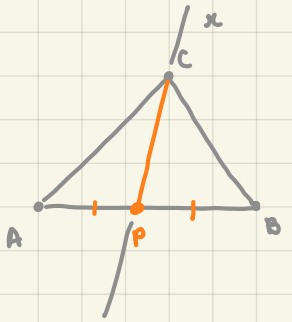
Gabarito P2

1)



P é o ponto médio 0,5

$P = \left(\frac{3-5}{2}, \frac{6+2}{2}, \frac{-7+3}{2}\right)$

$= (-1, 4, -2)$

$\overrightarrow{CP} = (-5, 11, 4)$ 0,5

$\begin{cases} x = 4 - 5t \\ y = -7 + 11t \\ z = -6 + 4t \end{cases}$ 0,5 0,5

2. colisão $r = s$ em mesmo instante t 0,2

$t\alpha(1,2,4) = (1-t, -t, -2-t)$

ou $\begin{cases} t\alpha = 1 - t \quad (1) \\ 2t\alpha = -t \\ 4t\alpha = -2 - t \quad (2) \end{cases}$ 0,5

$2t\alpha = -t \rightarrow 2t\alpha + t = 0 \rightarrow t(2\alpha + 1) = 0$

$t = 0$ ou $\alpha = -1/2$ 0,3

Caso 1: $t = 0$

Note que em (1) teríamos $0 = 1$ portanto não convém

Caso 2 $\alpha = -1/2$ em (1) $-\frac{t}{2} = 1 - t$ 0,5

$\Rightarrow t - \frac{1}{2}t = 1 \Rightarrow t = 2$

e $\alpha = -1/2$ e $t = 2$ satisfaz a equação (2)

$4 \quad 2 \cdot -\frac{1}{2} = -2 - 2$

Assim as partículas colidem para $\alpha = -1/2$ em $t = 2$ no ponto $P = (-1, -2, -4)$ 0,5

3. $r : \underbrace{(1,-1,2)}_{A} + t\underbrace{(2,1,-1)}_{u}$

$s : \underbrace{(0,0,-1)}_{B} + s\underbrace{(1,2m,m)}_{v}$

(a) $\{u, v\}$ LD

$u \wedge v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2m & m \end{vmatrix} = 3m\,i - (2m+1)j + (4m-1)k$

$= (0,0,0)$

$\Leftrightarrow \begin{matrix} m = 0 \\ 2m + 1 = 0 \\ 4m - 1 = \end{matrix}$ não tem solução 0,7

b) $\{u, v\}$ LI e $\{u, v, BA\}$ LD

$BA = (1, -1, 3)$

$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2m & m \end{vmatrix} = 1 \cdot (m + 2m) + 1(2m+1) + 3(4m-1) = 0$

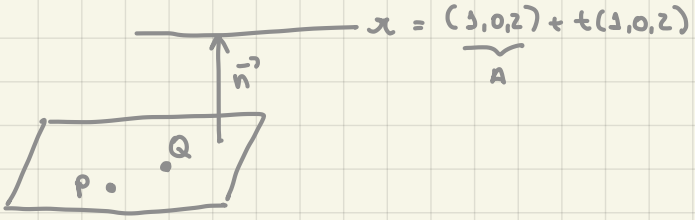
$3m + 2m + 1 + 12m - 3 = 0$

$17m = 2$

$m = 2/17$ 0,7

(c) $m \neq 2/17$ 0,6

4)



Seja $\vec{n} = (a, b, c)$ de forma $\|\vec{n}\| = d(r, \pi)$

Assim

- $\|\vec{n}\| = 1$ 0,2
- $\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{n} = 0$ 0,2
- $1 = \frac{|\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n}|}{\|n\| = 1}$ 0,2

$\overrightarrow{AP} = (0, 1, -3) \quad \overrightarrow{PQ} = (1, 0, 2)$

Assim $\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 1 \quad (*) \\ a + 2c = 0 \quad 0,2 \\ |b - 3c| = 1 \end{cases}$

Caso 1 $b - 3c = 1 \rightarrow b = 1 + 3c$

e $a = -2c$

em (*)

$4c^2 + 1 + 6c + 9c^2 + c^2 = 1$ 0,2

$14c^2 + 6c = 0 \Rightarrow c = 0$ ou $c = -3/7$

Para $c = 0 \Rightarrow a = 0$ e $b = 1$

$c = -3/7 \Rightarrow a = 6/7$ e $b = -2/7$

$\pi_1 : 0(x-1) + 1(y-1) + 0(z+1) = 0$

$y = 1$ 0,5

$\pi_2 : \frac{6}{7}(x-1) - \frac{2}{7}(y-1) - \frac{3}{2}(z+1) = 0$ 0,5

5) a) $9x^2 - 18x + 4y^2 = 27$

$9(x^2 - 2x) + 4y^2 = 27$

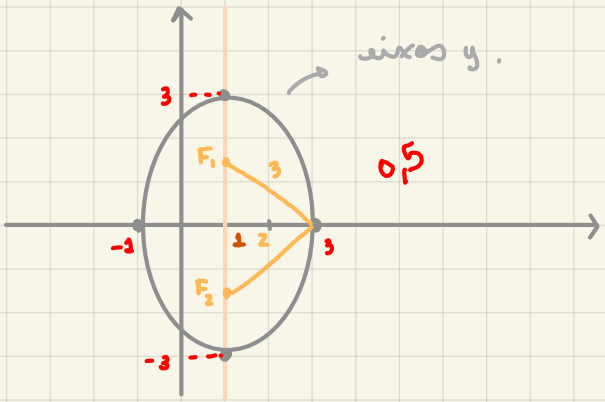
$9(x-1)^2 - 9 + 4y^2 = 27$

$9(x-1)^2 + 4y^2 = 36$ 1,0

$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ elipse

$9 > 0$

b)



eixos y. 0,5

c) $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 9 = 4 + c^2$

$c = \pm\sqrt{5}$ 0,5

$F_1 = (1, \sqrt{5})$, $F_2 = (1, -\sqrt{5})$