Gabarito da lista de Raízes

EXER 1

f(x)=sen x - x^2 *+1.*

(a) Há 2 raízes: uma em *I=[-1.0,1.0]* e a outra em *I=[1.0, 2.0]*

Ver gráfico em anexo

Extra: (dica) como f(x)= g(x) - h(x) uma forma de achar os zeros de f(x), quando a função pode ser "desmenbrada" em duas partes
é fazer os gráficos de suas partes g(x) e h(x) e verificar onde h(x)=g(x)
isto é fazer os gráficos de
g(x)=sen x
h(x)= x^2 *-1*

(b) Metodo da Tangente, com *x0=0.0*
Via tangente, tol= 0.1, com critério $|f(x_k)| \leq tol$
----- Sequencia de pontos gerados ----------
x1=-1.0000 => f(x)= -0.841470984807897
x2= -0.6687516 => f(x)= -0.0672357577101630

(c) Via tangente, tol= 10^(-15) , com critério $DistRel = |x_{(k+1)} - x_{(k)}| / |x_{(k+1)}| \leq tol$
Com x*0= 1.5*
Sequencia de pontos:
1.41379912599863
1.40962400405597
1.40962400400260
1.40962400400260
1.40962400400260

Adicional VEJAM que com x0= 0.56, a sequencia de pontos é:
5.024194370222553
2.437937369904900
1.675919372721258
1.440373909914437
1.410137929658336
1.409624152284355

EXERC 2

g(x)= x^2 *-7*

(a) *Há 2 raízes: uma em I=[-3.0,-2.0] e a outra em I=[2.0, 3.0]*

(b) Via tangente, tol= 0.001, com critério $DistRel = |x_{(k+1)} - x_{(k)}| / |x_{(k+1)}| \leq tol$
Partindo do valor inicial x[0]: 2.500000----
x[1]: 2.650000 (dist=|x[1]-x[0]|= 0.1500000060)
x[2]: 2.645755 (dist=|x[2]-x[1]|= 0.0042453781)
x[3]: 2.645751 (dist=|x[3]-x[2]|= 0.0000035031),
----- Resultado ------
Raiz aproximada: 2.6457512379
Foram feitas 3 iteracoes.
O valor de f(raizaprox)= 0.0000003873

(c) Ver gráfico em anexo

Adicional VEJAM que Partindo do valor inicial x[0]: 4.000000----
x[1]: 2.875000 (dist=|x[1]-x[0]|= 1.1250000000), f(x[i+1])= 1.265625
x[2]: 2.654891 (dist=|x[2]-x[1]|= 0.2201087028), f(x[i+1])= 0.048448
x[3]: 2.645767 (dist=|x[3]-x[2]|= 0.0091242092), f(x[i+1])= 0.000083
x[4]: 2.645751 (dist=|x[4]-x[3]|= 0.0000156624), f(x[i+1])= -0.000000

VEJAM que com x0= 20.0, a sequencia de pontos é:
Partindo do valor inicial x[0]: 20.0
x[1]: 10.175000 (dist=|x[1]-x[0]|= 9.8249998093), f(x[i+1])= 96.530632
x[2]: 5.431480 (dist=|x[2]-x[1]|= 4.7435197830), f(x[i+1])= 22.500978
x[3]: 3.360132 (dist=|x[3]-x[2]|= 2.0713486671), f(x[i+1])= 4.290485
x[4]: 2.721692 (dist=|x[4]-x[3]|= 0.6384400725), f(x[i+1])= 0.407605
x[5]: 2.646811 (dist=|x[5]-x[4]|= 0.0748808607), f(x[i+1])= 0.005607
x[6]: 2.645751 (dist=|x[6]-x[5]|= 0.0010592469), f(x[i+1])= 0.000001
x[7]: 2.645751 (dist=|x[7]-x[6]|= 0.0000001652), f(x[i+1])= -0.000000

Partindo do valor inicial x[0]: -3.0
x[1]: -2.666667 (dist=|x[1]-x[0]|= 0.3333333433), f(x[i+1])= 0.111112
x[2]: -2.645833 (dist=|x[2]-x[1]|= 0.0208334122), f(x[i+1])= 0.000434
x[3]: -2.645751 (dist=|x[3]-x[2]|= 0.0000819415), f(x[i+1])= -0.000000

(d) Via secante, tol= 0.01,
x 0 = 2.5 e x 1 = 2.7, com critério $|f(x_k)| \leq tol$
(d)
x1 = 2.5000;
x2 = 2.7000
x3= 2.6442
como f(2.6442)= -0.0082064 < tol => parar

As 5 primeiras aproximações geradas pelo método da secante
2.5000 2.7000 2.6442 2.6457 2.6458

EXERC 3
Não, nem sempre é possível pois nem sempre podemos garantir que a sequência convergirá.
Várias situações podem acarretar em **não** convergência para a raíz em $I=[a,b]$.
1) a função em um dado x_k pode ter derivada nula e não ser possível gerar o próximo ponto.
2) Mesmo que em um dado $I=[a,b]$ exista uma raíz pode acontecer que para um dado valor de x_0 em $I=[a,b]$, a sequência de pontos gerados convirja para uma raiz que está em outra região.
<u>*Por exemplo:*</u>
Para a função do exercício 2, (x)=sen x - x^2 +1, sabe -se que há uma raíz em I=[-2.0,1.0] .
Para para alguns valores de x_0 em I como, por exemplo x_0=0.5, a sequência de pontos converge para a outra raiz (aquela que está em I=[1.0,2.0]).
Vejam que para esta função, com x_0= 0.5 , a sequencia de pontos é
10.542895502381189
5.383249440228579
…
1.40962400400259,
ou seja, converge <u>para a raíz 1.40962</u>

3) A sequência de pontos ficar oscilando (variando) entre dois pontos (sai e x_0 e vai para x1, de x1 volta ao valor de x_0 e assim por diante,) num ciclo infinito entre estes dois valores.
Poderia assumir um ciclo com 3 valores (x_0, *x1, x2) ou n*um ciclo com qualquer qte de pontos, nunca chegando à raíz desejada.

EXERC 4

$f(x)= 2x^2 -2.5x - 8.25$

(a) *Sim é possível obter via bisseção pois a função é contínua, troca de sinal em I = [2.0, 4.0] e em I = [2.0, 4.0] só há uma raiz*
-- Iteracao 1
I gerado --> I=[2.0, 3.0] ;

-- Iteracao 2
I gerado --> I=[2.5, 3.0] ;
raiz= (2.5+3)/2= 2.75

(b) *Sim é possível obter via bisseção pois a função é contínua, troca de sinal em I = [-1.0, 3.0] e em I = [-1.0,3.0] só há uma raiz*

(c) *Via Tangente*
com x0=1.0 é possível dado que a função é crescente após x=0.625 (para valores maiores que o ponto crítico x=0.625) então para qualquer chute após x=0.625 , a reta tangente terá declividade positiva e vai levar à uma sequencia convergente para a raiz em I.
(VER gráfico em anexo)
Extras
<u>para valor inicial: 1.0</u>
Sequencia
1.0000 6.8333 4.0928 3.0100 2.7642

com x0=0.5 não é possível dado que a função é decrescente para valores menores que x=0.625, então para qualquer chute menor que x=0.625 , o próximo ponto (o x1), será menor que x= 0.5 a as retas tangentes terão sempre declividade negativa e assim a sequencia vai convergir para a raiz negativa.
(VER gráfico em anexo)

0.500 -17.50 -8.56207 -4.21429 -2.26121 -1.60038 -1.50226 -1.50 -1.50 -1.50 -1.50
Extras
para valor inicial: 2.0
Sequencia
2.0000 2.9545 2.7590 2.7500 2.7500

EXERC 5
Sequencia de aproximações
0.3 0.6 1.18154 0.99330 1.00009
(VER gráfico em anexo)