Exercício D
Equação da Conservação da Massa na forma Integral para um Volume de Controle

Um fluido incompressível e Newtoniano de massa específica ρ entra em um canal de seção transversal de escoamento retangular com largura constante h. O perfil transversal de velocidade é linear, sendo a velocidade máxima U_1 (em $x = h$) e a mínima nula (em $x = 0$). O eixo x varia de 0 a h, indicando a distância entre as paredes laterais do canal. O canal faz uma curva de 45° que modifica o escoamento de modo a produzir, na saída do canal, o perfil parabólico indicado pela equação $u(x) = \frac{4u_{max}}{h}\left[x - \frac{x^2}{h}\right]$. Na saída do canal o eixo x também varia de 0 a h e liga as paredes do canal. O perfil de velocidades é uniforme no eixo vertical (que liga a superfície livre do líquido e o fundo do canal). O escoamento é considerado permanente para o instante descrito no enunciado.

a) Deduza a expressão para a Equação da Conservação da Massa na forma Integral para um Volume de Controle a partir do Teorema do Transporte de Reynolds;

b) Esquematize detalhadamente o problema, trace os perfis de velocidade na entrada e na saída e delimite o volume de controle para a aplicação da equação integral;

c) Encontre uma relação matemática para a tensão de cisalhamento em $x = h$ para a entrada e para a saída;

d) Encontre uma expressão algébrica para relacionar o valor da velocidade máxima (u_{max}) na saída em função das variáveis conhecidas e fornecidas pelo problema;

e) Considerando a profundidade do canal igual a L, obtenha uma expressão para a vazão volumétrica escoando no canal.