Exercícios Recomendados da Semana-4

Gabarito

NÍVEL 2

25ª) Um aquecedor elétrico fornece, a taxa constante, energia a uma substância contida num recipiente termicamente isolado. A temperatura da substância é medida como função do tempo.

a) A partir dessas informações, discuta um método pelo qual podemos estudar como a capacidade térmica da substância varia com a temperatura.

b) Considere que em certo intervalo de temperatura verifica-se que a temperatura é proporcional a t^3, onde t é o tempo. Como a capacidade térmica depende de t nesse intervalo?

Resposta: a) $C = \frac{P_{ot}}{\left(\frac{dT}{dt}\right)}$; b) $C \propto t^{-2}$.

2: a) seja P_{oT} a potência do aquecedor e Q o calor trocado (recebido) pela substância, então

$$Q = \int P_{oT}\, dt = P_{oT} \int dt$$

$$Q = P_{oT}\, \Delta t$$

$$C = \lim_{\Delta T \to 0} \left(\frac{Q}{\Delta T}\right)$$

$$C = \lim_{\Delta T \to 0} \left(\frac{P_{oT}\, \Delta t}{\Delta T}\right).$$

$$C = P_{oT} \lim_{\Delta T \to 0} \left(\frac{1}{\frac{\Delta T}{\Delta t}}\right)$$

Qd $\Delta T \to 0$ tb $\Delta t \to 0$ então

$$\boxed{C = \frac{P_{oT}}{\left(\frac{dT}{dt}\right)}}$$

b)

$$T \propto t^3 \Rightarrow T = cte\, t^3$$

$$\frac{dT}{dt} = 3\,(cte)\, t^2$$

$$C = \frac{P_{oT}}{3(cte)\, t^2}.$$

$$\boxed{C \propto t^{-2}}$$

26ª) Mostre que a taxa de calor que se transmite radialmente através de uma substância, de condutividade térmica constante k, entre duas superfícies cilíndricas coaxiais é dada por

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{2\pi l k (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)},$$

onde a superfície interna tem raio ρ_1 e temperatura T_1 e a superfície externa tem raio ρ_2 e temperatura T_2 e l é o comprimento das superfícies.

$$H = \frac{dQ}{dt} = -kA\frac{dT}{dx}$$

O fluxo de calor através de uma casca de espessura infinitesimal $d\rho$ é dada por

$$H = -k\, 2\pi\rho l \frac{dT}{d\rho}.$$

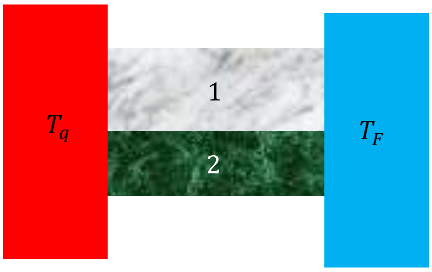
Note que $H = cte$ através de qq superf.

$$\int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{d\rho}{\rho} = -\int_{T_1}^{T_2} \frac{2\pi k l}{H}\, dT$$

$$\ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = -\frac{2\pi k l}{H}(T_2 - T_1)$$

$$\boxed{\frac{dQ}{dt} = H = \frac{2\pi k l (T_1 - T_2)}{\ln(\rho_2/\rho_1)}}$$

27ª) Duas barras, 1 e 2, têm uma de suas extremidades em contato com um reservatório de calor à temperatura T_q, enquanto a outra está em contado um reservatório de calor à temperatura T_F, como mostra a figura. As barras têm áreas das secções transversais iguais a A_1 e A_2 e condutividades térmicas iguais a k_1 e k_2, respectivamente. Determine a condutividade térmica equivalente do sistema.



Resposta: $k_{eq} = \frac{k_1 A_1 + k_2 A_2}{A_1 + A_2}$.

$$\frac{dQ_1}{dt} = H_1 = -K_1 A_1 \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{dQ_2}{dt} = H_2 = -K_2 A_2 \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d(Q_1+Q_2)}{dt} = H_1 + H_2 = H$$

$$H = -(K_1 A_1 + K_2 A_2)\frac{dT}{dx} = -K_{eq} A \frac{dT}{dx}$$

$$A = A_1 + A_2 \Rightarrow K_{eq} = \frac{1}{A}(K_1 A_1 + K_2 A_2$$

$$\boxed{K_{eq} = \frac{K_1 A_1 + K_2 A_2}{A_1 + A_2}}$$