Aula 7 - Laboratório de Controle - 2022/1

Sistemas discretos: discretização e estabilidade

Nome(s):Eduardo Pedro Glicerio , Eric Rodrigues de Carvalho

```
I=2 ;
turma=3 ;
g=init(turma,I)
```

```
g =
 
       3.6
  -------------
  s^2 + 4 s + 4
 
Continuous-time transfer function.
```

```
datetime('now')
```

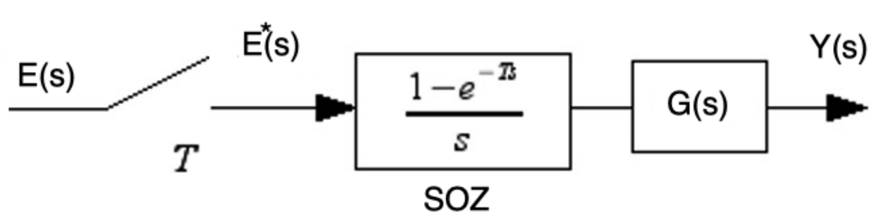
```
ans = datetime
   22-Jun-2022 11:31:02
```

Nesta aula um sistema contínuo será discretizado e analisado em malha aberta e malha fechada.

Atividade 1 - Discretização da FT de malha aberta

Dada a FT contínua $G(s)$, a FT discreta G(z) é obtida de $G(z) = Z[\frac{1-e^{-Ts}}{s}G(s)]$. Nos instantes de amostragem, a saída discretizada e a contínua são iguais.

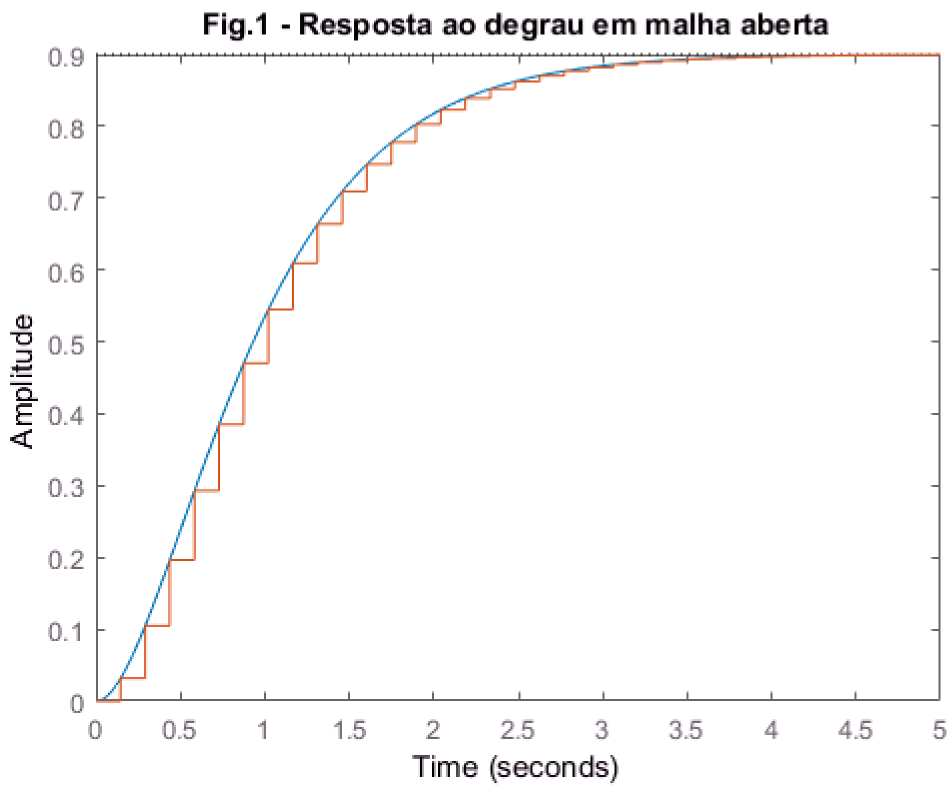
O tempo de amostragem usado aqui será $1/20$ do tempo de estabelecimento t_s, que equivale a $1/5$ da constante de tempo. Logo, o tempo de amostragem $T = t_s/20$ será usado para obter a FT discretizada Gd (G(z)).




```
S=stepinfo(g);
T=S.SettlingTime/20
```

```
T = 0.1458
```

```
gd=c2d(g,T);
figure
step(g,gd);title('Fig.1 - Resposta ao degrau em malha aberta')
```



1.1 Sabendo que a discretização mapeia um polo em $s = -a$ mapeia o polo do plano s para o polo do plano z em $z = e^{-aT}$, ou seja, $G(z) = Z[\frac{1}{s+a}] = \frac{z}{z - e^{-aT}}$a compare os polos de g e de gd.

Resposta:

```
pole(g)
```

```
ans =
    -2
    -2
```

```
pole(gd)
```

```
ans =
    0.7470
    0.7470
```

```
zero(gd)
```

```
ans = -0.8232
```

Para os polos da FT não-discretizada, os polos são duplos e localizados no eixo real -2. Como a função discretizada mapeia os polos da FT em s=-a, os polos discretos se localiza-se dentro do circulo unitario, ficando mais próximos da origem conforme s aumenta devido a ser o expoente de e, que divide a função G(z)

1.2 Sabendo que sistemas contínuos com resposta rápida têm polos no semiplano esquerdo longe da origem, onde estão os polos de sistemas discretos rápidos? (Dica: usar a expressão de 1.1).

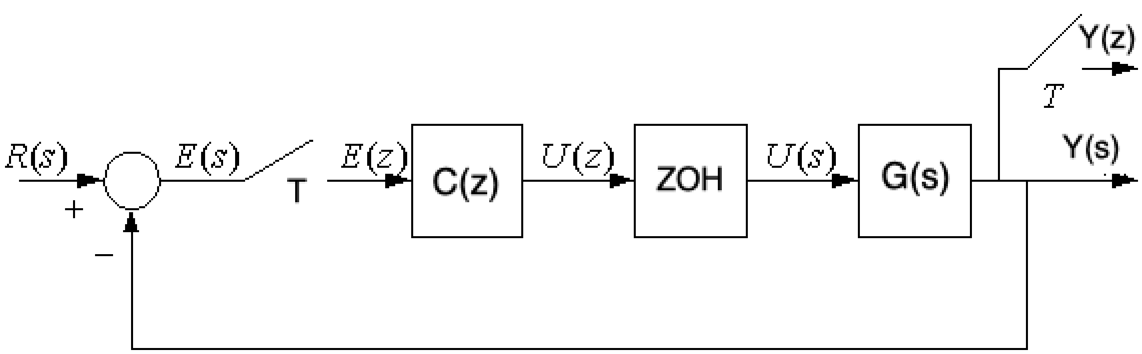
Resposta: Utilizando a expressão $z = e^{-aT}$, sabe-se que tempos contínuos com resposta rápida têm polos no semiplano esquerdo longe da origem. Como o expoente da expressão é sempre negativo, o resultado sempre dará um número pequeno e positivo, a equação sempre resultará em valores próximos a origem.

Atividade 2 - Avaliação do efeito do ganho no caso contínuo e no caso discreto

Em malha fechada, o controlador discreto $C(z)$ é aplicado ao sistema contínuo dado pela FT $G(s)$. Um segurador de ordem zero (SOZ) mantém o sinal de controle U(s) aplicado constante entre instantes de amostragem T.

A funcão de transferência discreta de malha fechada para o diagrama abaixo é dada por

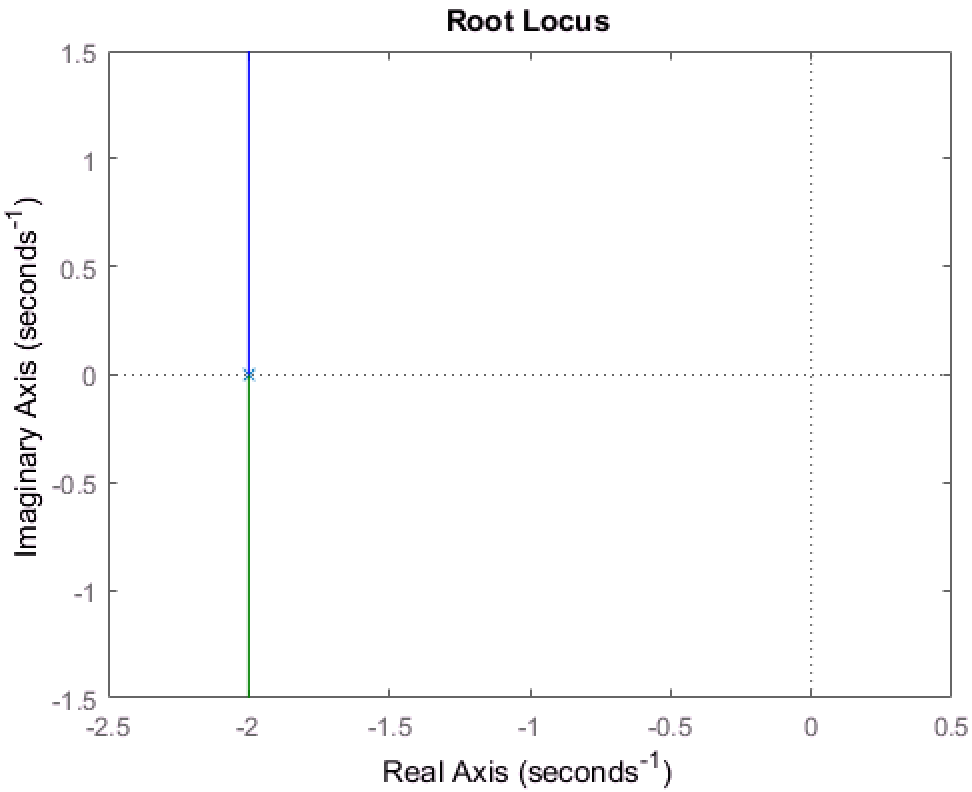
$M(z) = \dfrac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)}$, com $G(z) = Z\{SOZ * G(s)\}$.



Nesta atividade se avalia a diferença do comportamento do sistema contínuo e discreto em malha fechada quando o ganho varia, fazendo, $C(z) = K$.

2.1 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema contínuo em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(s) = 0$.

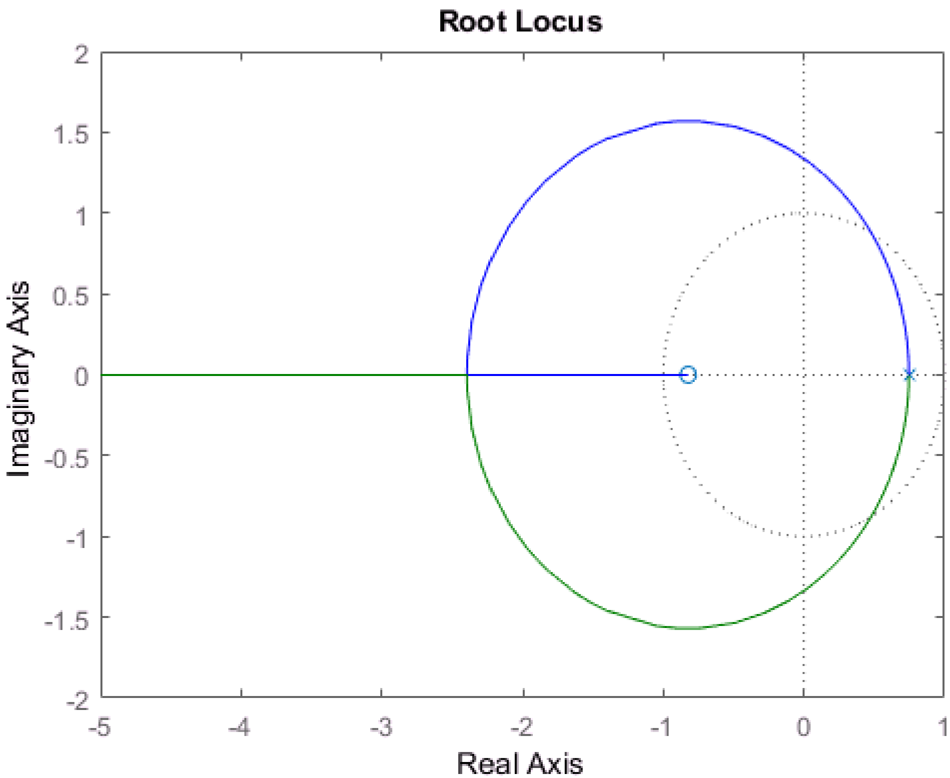
```
rlocus(g)
```



Resposta: No eixo real, temos o polo localizado em -2. Nesse ponto, o K = 0, e a partir desse mesmo ponto e aumentando os valores do eixo imaginário, o K aumenta, tendendo ao infinito. E com o aumento o ganho K e, consequentemente, o aumento da parte imaginária dos polos, o amortecimento da função diminui, causando uma maior sobreelevação no sistema.

2.2 Use o comando rlocus e avalie o efeito do aumento do ganho K nos polos do sistema discreto em malha fechada, ou seja, o efeito de K em $1 + KG(z) = 0$ (gd é G(z)).

```
rlocus(gd)
```



Resposta:

Também como o sistema contínuo, o aumento do ganho K resulta no aumento da parte imaginária do polo. Com o círculo unitário, o aumento do ganho K reduz o amortecimento e, consequentemente, aumentando a sobreelevação, até que os valores de K gerem polos fora do círculo unitário, tornando o sistema puramente oscilatório. Da mesma forma, menores valores de K estão mais próximos do eixo real com o ganho tendendo ao zero geram um maior amortecimento e, por consequência, uma menor sobreelevação.

2.3 Para que valores de K o sistema discreto é estável?

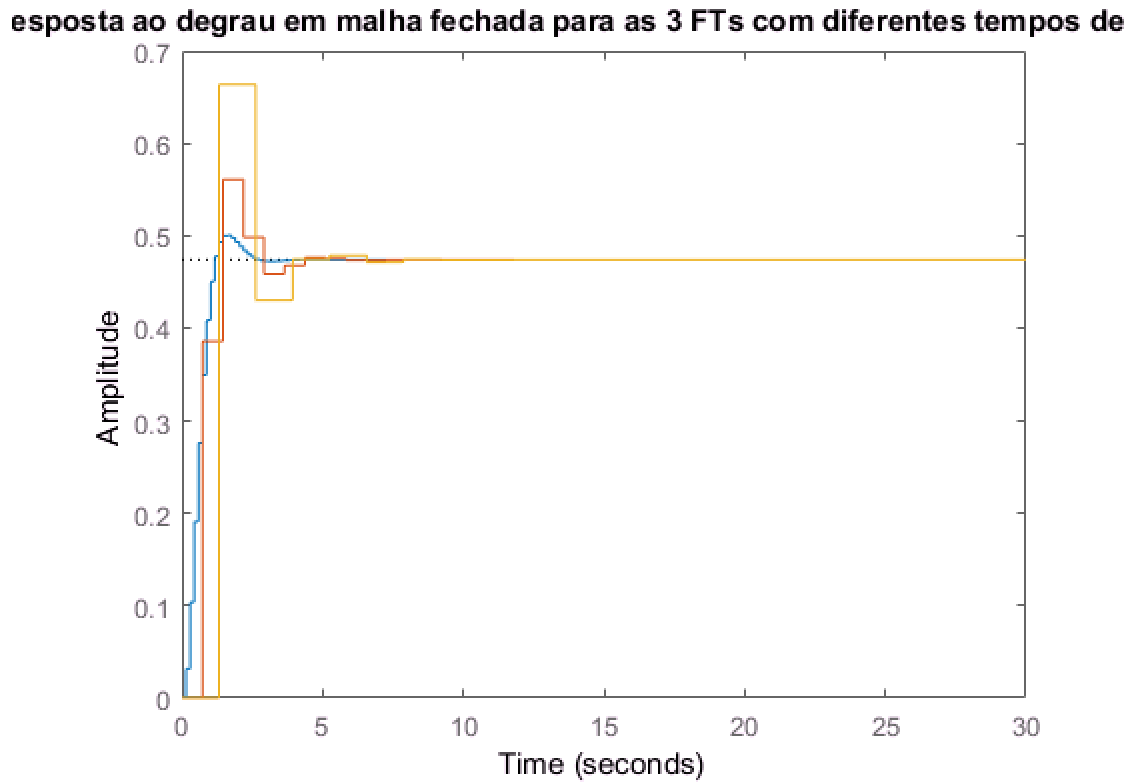
Resposta: Utilizando da ferramenta rlocus, os valores máximos de K antes que o sistema vire puramente oscilatório é para K entre -17 e 17 aproximadamente.

Atividade 3 - Avaliação do efeito do tempo de amostragem

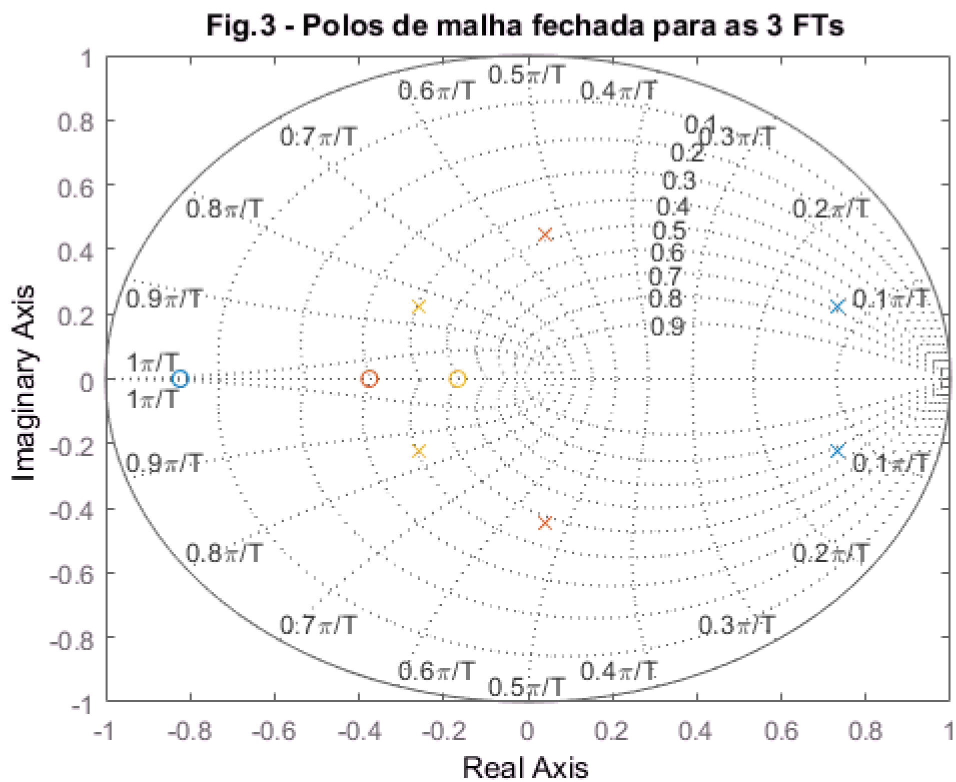
Os comandos abaixo geram 3 FTs discretas, cada uma com um tempo de amostragem diferente e crescente. Escolha estes valores de modo a ter respostas estáveis mas com sobreelevação crescente.

```
T1=[1 5 9]*T; % Escolher valores crescentes
gd1=c2d(g,T1(1));
gd2=c2d(g,T1(2));
gd3=c2d(g,T1(3));
m1=feedback(gd1,1);
m2=feedback(gd2,1);
m3=feedback(gd3,1);
figure;
```

```
step(m1,m2,m3);title('Fig.2 - Resposta ao degrau em malha fechada para as 3 FTs com diferentes
```




```
figure
pzmap(m1,m2,m3);title('Fig.3 - Polos de malha fechada para as 3 FTs');grid
```

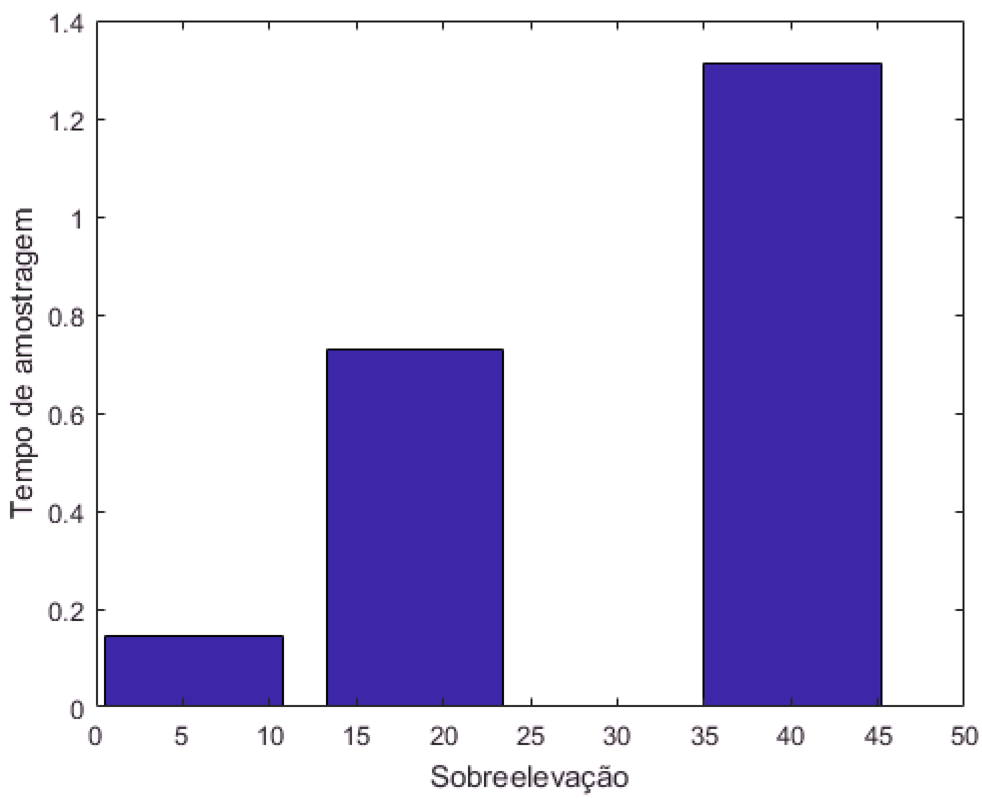


3.1 Compare a localização dos polos e a resposta ao degrau e explique a relação da localização dos polos no plano z e a respectiva resposta ao degrau em termos de sobreelevação. Dica: observe as curvas de amortecimento constante.

Resposta: Utilizando das curvas de amortecimento constante geradas com os polos e zeros da 3 FTs, temos que os polos para um tempo de amostragem menor resultam em polos mais próximos do eixo real, sendo polos mais estáveis como demonstrado na resposta e visto na figura 3 com o círculo unitário, onde os polos conjugados da FT azul estão localizados na linha de amortecimento 0.7 do círculo unitário. Conforme aumenta-se o tempo de amostragem, gera-se polos menos amortecidos e, consequentemente, com maior sobreelevação, como visto no polo em laranja, que possui tempo de amostragem * 5, estando na linha de amortecimento 0.5, e com a FT amarela de tempo de amostragem * 9 sendo o mais afastado e presente na linha 0.4. Sendo assim, ao analisar a resposta ao degrau das FTs, percebe-se o efeito de amortecimento com a sobreelevação da terceira FT muito alta e da linha azul sendo mais amortecida e de menor sobreelevação.

3.2 Faça um gráfico de barras dos tempos de amostragem versus a sobreelevação para os três casos acima, escrevendo as linhas de código abaixo.

```
S1=stepinfo(m1);
S2=stepinfo(m2);
S3=stepinfo(m3);
UP=[S1.Overshoot S2.Overshoot S3.Overshoot ];
bar(UP, T1)
ylabel('Tempo de amostragem')
xlabel('Sobreelevação')
```



Como dito anteriormente, o gráfico de barras demonstra os efeitos da sobreelevação em relação ao tempo de amostragem, sendo uma relação diretamente proporcional, ou seja, aumentando o tempo de amostragem, também aumenta-se a sobreelevação do sistema.

Atividade 4 - Avaliação da sintonia de um controlador contínuo discretizado

Usualmente se projeta os controladores usando FTs contínuas, e depois se discretiza o controlador para a implementação controlando uma planta contínua, como mostrado na figura da atividade 2.

Os comandos abaixo aproximam a FT de ordem 2 por uma de ordem 1, como feito na aula 6. A seguir, é feita a sintonia de um controlador PI usando o método lamba, com um valor de lambda que deve ser escolhido e justificado (ver relatório 6). Lembre-se que lambda é a constante de tempo de malha fechada, e deve ser menor que a constante de tempo de malha aberta.

```
lambda=0.5; %Escolher lambda
[y,t]=step(g);
delay=t(sum(y<0.1*y(end)));
tau=t(sum(y<0.63*y(end)))-delay;
Kp=y(end);
g1=tf(Kp,[tau 1],'InputDelay',delay)
```

```
g1 =

                   0.8974
  exp(-0.26*s) * ---------
                  0.8 s + 1

Continuous-time transfer function.
```

```
C=sintonia(g1,'PI','lam',lambda)
```

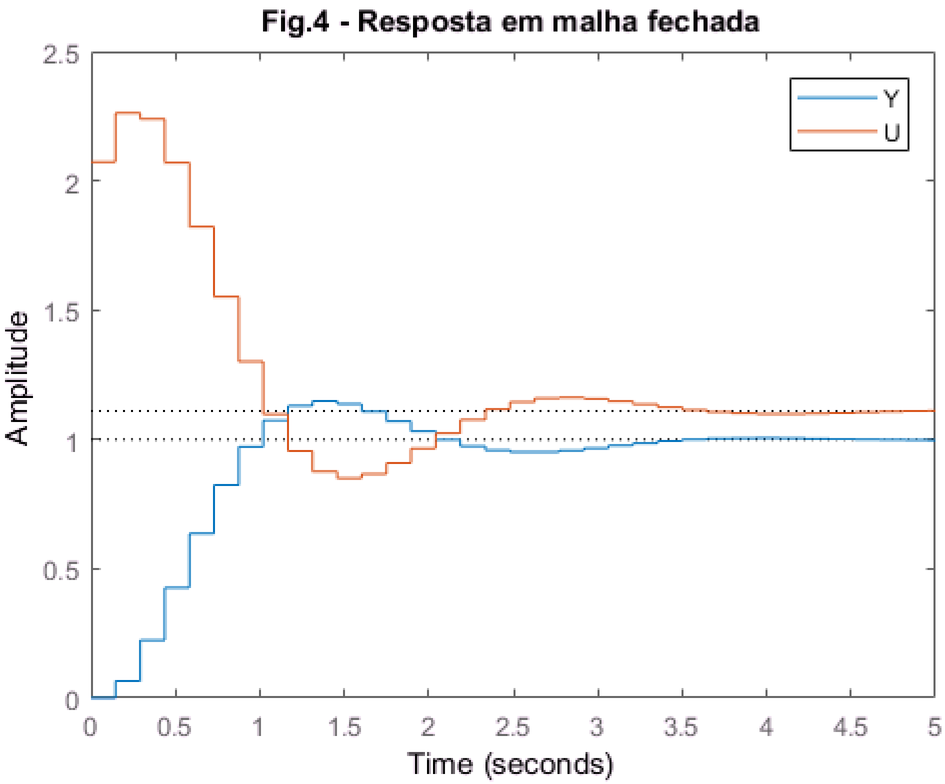
```
C =

             1
  Kp + Ki * ---
             s

  with Kp = 2.07, Ki = 2.23

Continuous-time PI controller in parallel form.
```

```
Cd=c2d(C,T)
```

```
Cd =

              Ts
  Kp + Ki * ------
              z-1

  with Kp = 2.07, Ki = 2.23, Ts = 0.146

Sample time: 0.14585 seconds
Discrete-time PI controller in parallel form.
```

```
Mry=feedback(Cd*gd,1);
Mru=feedback(Cd,gd);
```

```
step(Mry,Mru);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```



4.1 Explique a Fig.4 e os passos que foram seguidos desde o projeto (usando G(s) e escolhendo lambda) até a implementação deste controlador na fo discreta.

Resposta:

A figura 4 mostra a relacao entre o valor de lambada e o tempo de resposta do sistema em malha fechada, para valores de lambdas proximos ao tempo de malha aberta o sistema fica lento , diminuindo-se o valor de lambada para abaixo de 0.8 . o sistema se tornar mais rápido

escolhemos o valor 0.4, pois é metade do valor de 0.8 e poderiamos ter uma visao mais clara da resposta do sistema.

4.2 Explique como avaliar este controlador para tempos de amostragem maiores. Pode usar código para ilustrar.

Resposta:

```
C1=c2d(C,T1(1))
```

```
C1 =

                Ts
    Kp + Ki * ------
                z-1

    with Kp = 2.07, Ki = 2.23, Ts = 0.146
```

```
Sample time: 0.14585 seconds
Discrete-time PI controller in parallel form.
```

```
C2=c2d(C,T1(2))
```

```
C2 =

              Ts
  Kp + Ki * ------
              z-1

  with Kp = 2.07, Ki = 2.23, Ts = 0.729

Sample time: 0.72924 seconds
Discrete-time PI controller in parallel form.
```

```
C3=c2d(C,T1(3))
```

```
C3 =

              Ts
  Kp + Ki * ------
              z-1

  with Kp = 2.07, Ki = 2.23, Ts = 1.31

Sample time: 1.3126 seconds
Discrete-time PI controller in parallel form.
```

```
GD1=c2d(g,T1(1))
```

```
GD1 =

    0.0316 z + 0.02601
  ---------------------
  z^2 - 1.494 z + 0.558

Sample time: 0.14585 seconds
Discrete-time transfer function.
```

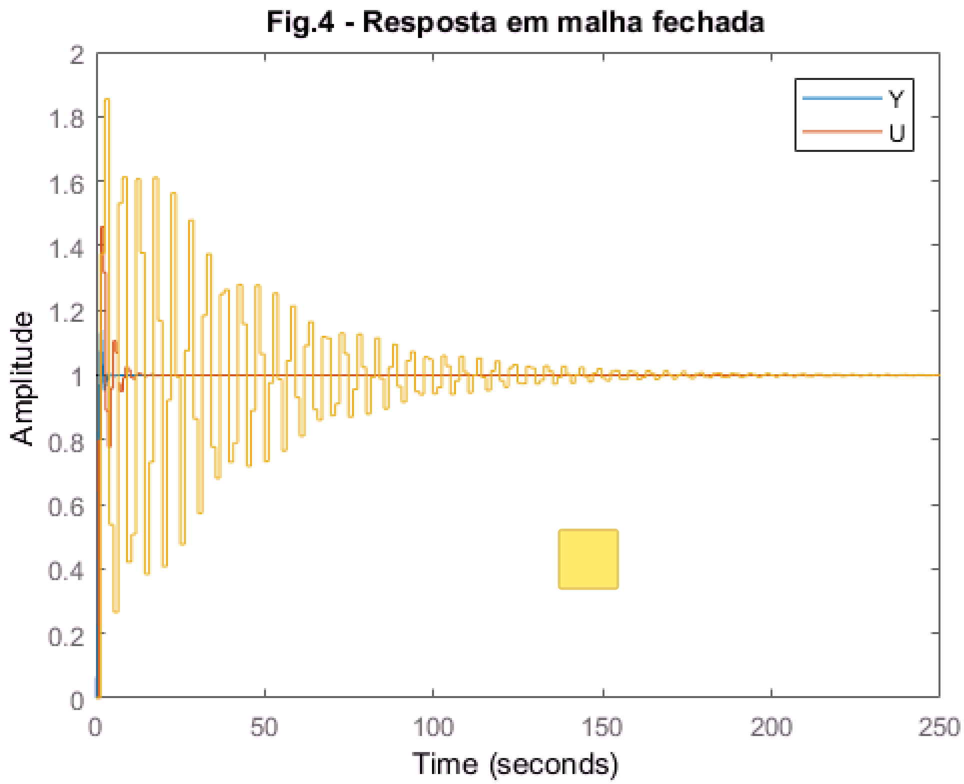
```
GD2=c2d(g,T1(2))
```

```
GD2 =

      0.3854 z + 0.1447
  -----------------------
  z^2 - 0.4652 z + 0.0541

Sample time: 0.72924 seconds
Discrete-time transfer function.
```

```
GD3=c2d(g,T1(3))
```

```
GD3 =

       0.6637 z + 0.1107
  -------------------------
  z^2 - 0.1448 z + 0.005245

Sample time: 1.3126 seconds
Discrete-time transfer function.
```

```
Mry1=feedback(C1*GD1,1);
Mry2=feedback(C2*GD2,1);
Mry3=feedback(C3*GD3,1);
Mru=feedback(Cd,gd);
step(Mry1,Mry2,Mry3);title('Fig.4 - Resposta em malha fechada');legend('Y', 'U')
```



Com o controlador projetado para a atividade, discretizou-se três controladores para tempos de amostragem crescentes como feito na atividade 3, onde T1 = [1 5 9]*T, e ao gerar a resposta do sistema para três funções de transferência com tempo de amostragem diferentes entre si, percebe-se que o controlador projetado possui uma resposta muito mais oscilatória e com alto tempo de estabilização, enquanto que, para a resposta da linha azul, o comportamento do sistema possui menor sobreelevação e rápida estabilização. Dessa forma, podemos avaliar que um pior desempenho do controlador acontece para tempos de amostragem maiores.