

Física Geral III F -328

Aula 8
Campo Magnético

1^o semestre, 2014

Diferenças campos magnéticos e elétricos

Campo elétrico \vec{E}

- Devido a cargas elétricas*
- Carga isolada
- Linhas de campo da carga + para a carga -

Campo magnético \vec{B}

- Devido a correntes*
- Pares de polos (norte e sul)
- Linhas de campo do norte até o sul (fechadas)

Nunca foram observados
monopolos magnéticos!



Quando se quebra um ímã,
sempre se obtêm dois novos polos

* Obs: campos elétricos
(magnéticos) também podem ser
produzidos por campos magnéticos
(elétricos) variáveis no tempo.

Desenvolvimento histórico

Há mais de 2000 anos (Grécia):

- Existência de um certo tipo de pedra (hoje chamada de magnetita) que atraía pedaços de ferro (limalhas)

1269 (Pierre de Maricourt):

- Descoberta que uma agulha liberada em vários pontos sobre um ímã natural esférico orientava-se ao longo de linhas que passavam através de pontos nas extremidades diametralmente opostas da esfera
- Ele chamou esses pontos de **polos do ímã**

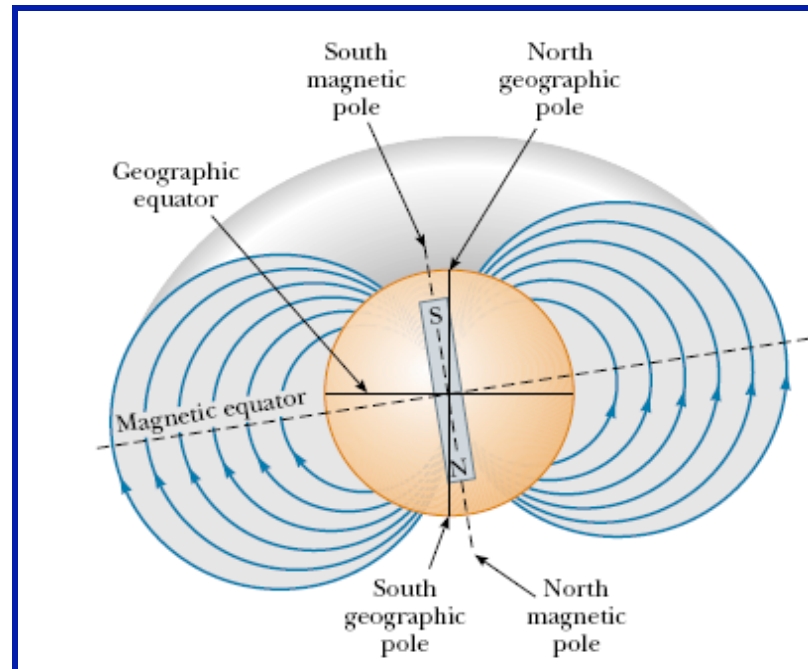
Em seguida:

- Verificações experimentais que todos os ímãs de qualquer formato possuíam **dois polos**, chamados de polos **norte** e **sul**.
- Polos **iguais** de dois ímãs se **repelem** e polos **diferentes** se atraem **mutuamente**

Desenvolvimento histórico

1600 (William Gilbert):

- Descoberta que a Terra era um ímã natural com polos magnéticos próximos aos polos norte e sul geográficos.
- Uma vez que o polo norte de uma agulha imantada de uma bússola aponta na direção do polo sul de um ímã, o que é denominado **polo norte da Terra**, é na realidade, **um polo sul magnético**.



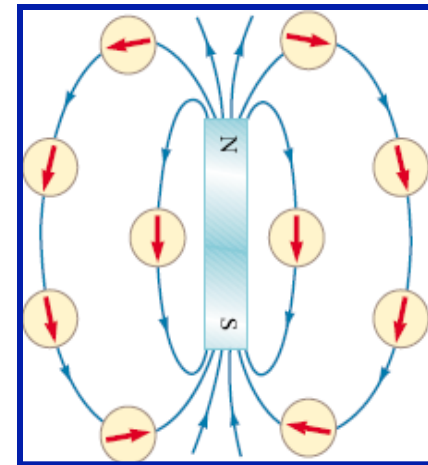
Campo magnético B

(Na verdade, \vec{B} se chama vetor indução magnética)

Linhas de campo

- Não são reais
- Direção do campo tangente à linha
- Intensidade do campo \approx densidade de linhas
- Não podem se cruzar
- Formam **ciclos fechados** entre os polos:
 - No exterior: vão do polo norte ao polo sul
 - No material magnético: vão do sul ao norte

} Como \vec{E}



Unidades

• SI: Tesla (T) $\longrightarrow T \equiv \frac{Ns}{Cm} = \frac{N}{A.m}$

• Outra unidade usual (não SI): Gauss (G) $\longrightarrow 1 T = 10000 G$

Força magnética

Definição do vetor indução magnética \vec{B} :

A existência de um campo magnético em uma dada região pode ser demonstrada com uma agulha de bússola. *Esta se alinhará na direção do campo.*

Por outro lado, quando uma partícula carregada com carga q e velocidade \vec{v} entra em uma região onde existe um campo magnético \vec{B} , ela é *desviada transversalmente de sua trajetória* sob ação de uma força magnética que é proporcional à *carga da partícula, à sua velocidade, à intensidade do campo magnético e ao seno do ângulo entre a direção da velocidade da partícula e a direção do campo.*

$$\longrightarrow F_B = qvB\sin\theta$$

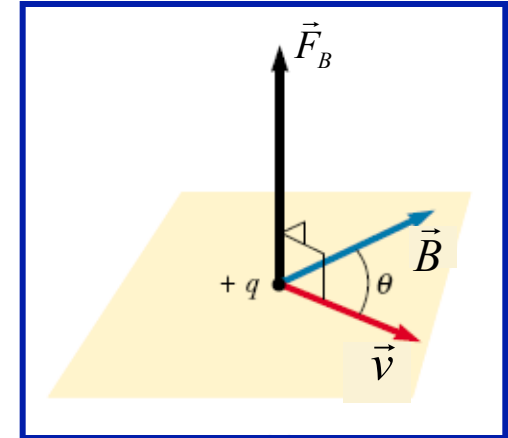
Surpreendente ainda é o fato de que esta força é perpendicular tanto à velocidade quanto ao campo magnético

Força magnética

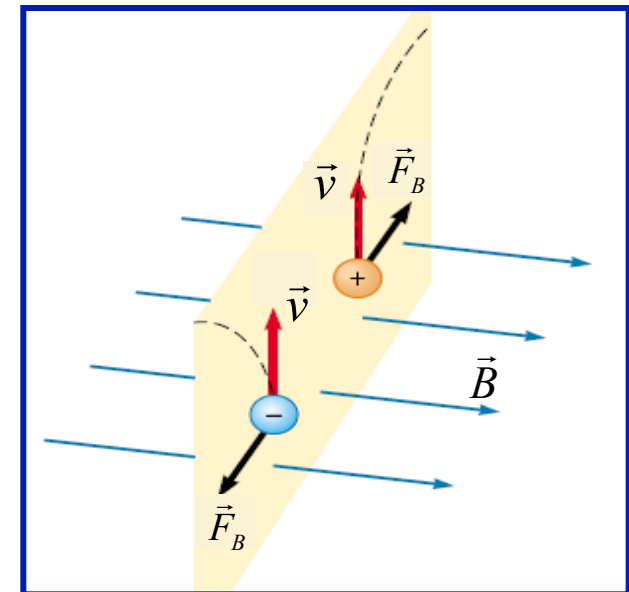
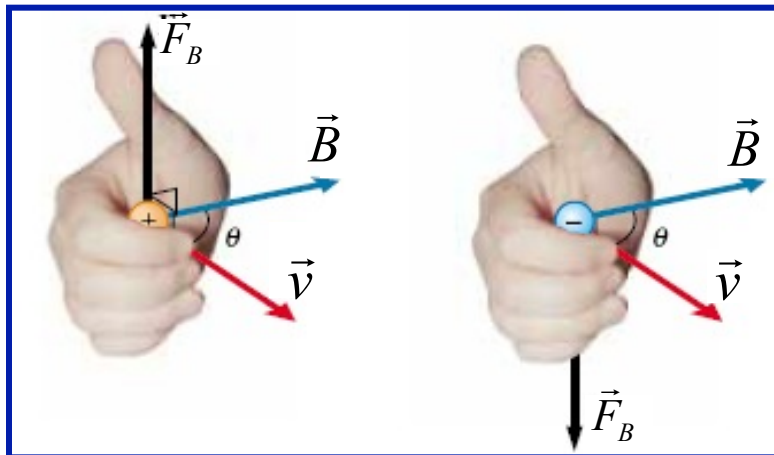
Vetorialmente: $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

Módulo de F_B : $F_B = |q|vB\sin\theta$

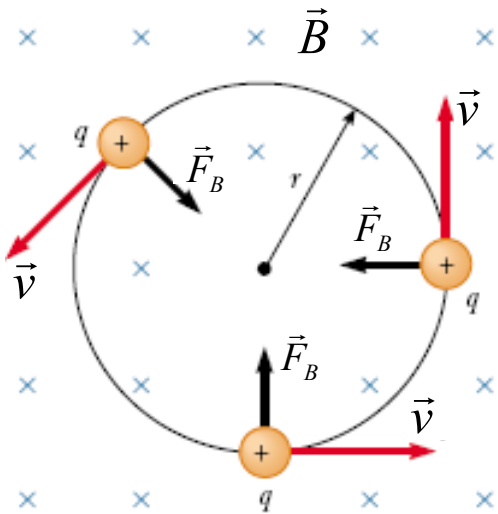
Módulo do vetor
indução magnética: $B = \frac{F_B}{|q|v\sin\theta}$



Regra da mão direita



Movimento de uma partícula carregada em um campo magnético uniforme ($\vec{v} \perp \vec{B}$)



Como $\vec{F}_B \perp \vec{v} \Rightarrow |\vec{v}| = \text{constante} \Rightarrow \text{MCU}$

$$F_B = m a_c \Rightarrow qvB = m \frac{v^2}{r} \quad \text{ou} \quad r = \frac{mv}{qB}$$

O período do movimento circular é o tempo para se percorrer uma volta:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m v}{v qB} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Frequência de ciclotron:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \Rightarrow \omega = 2\pi f = \frac{qB}{m}$$

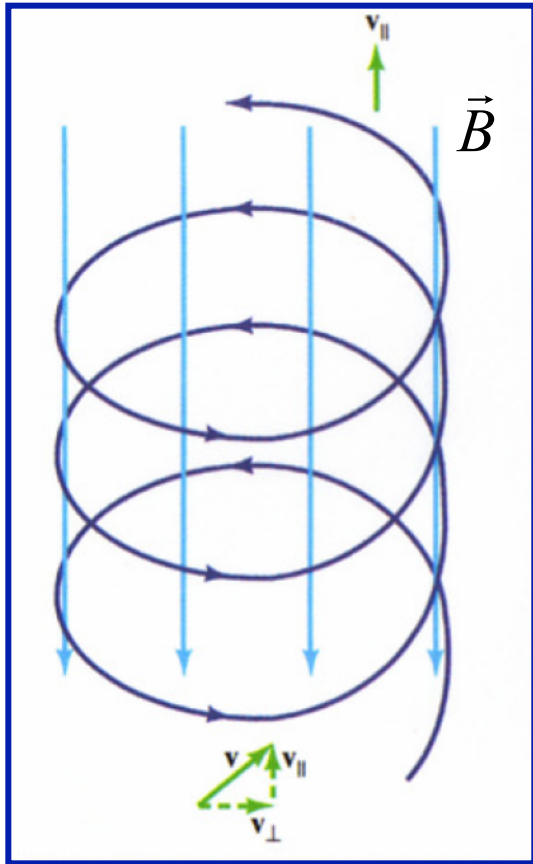


elétrons num campo magnético

T e f são independentes de v .

Movimento de uma partícula carregada em um campo magnético uniforme

$$(\vec{v} \times \vec{B})$$



Velocidade: $\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$ (em relação a \vec{B})

\vec{v}_{\perp} ➡ Movimento circular

\vec{v}_{\parallel} ➡ Constante (força magnética nula)

Resultado: Trajetória *helicoidal* da partícula

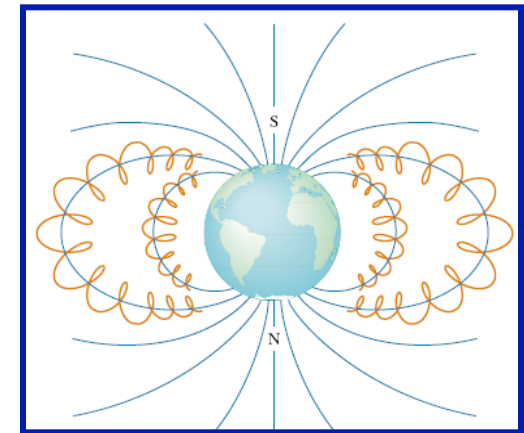
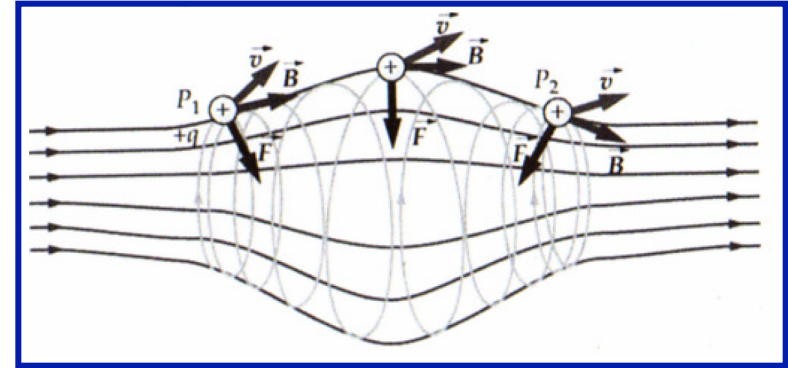
Passo:
$$d = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \frac{2\pi m}{|q|B}$$

Movimento de uma partícula carregada em um campo magnético não uniforme

Garrafa Magnética:

Quando uma partícula carregada se move em espiral em um **campo magnético não uniforme**, que é mais forte em ambas as extremidades e mais fraco no meio, ela fica **aprisionada** e se desloca para frente e para trás em uma trajetória espiral em torno das linhas de campo.

Desta maneira, elétrons e prótons ficam aprisionados pelo campo magnético terrestre não-uniforme, formando *as cinturões de radiação de Van Allen*.



Cinturões de radiação
de Van Allen

Combinação de campos elétrico e magnético

Que força age sobre uma carga que está numa região onde existem um campo elétrico e uma campo magnético?

➡ Força total = soma das forças elétrica e magnética

Força de Lorentz: $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

Aplicações



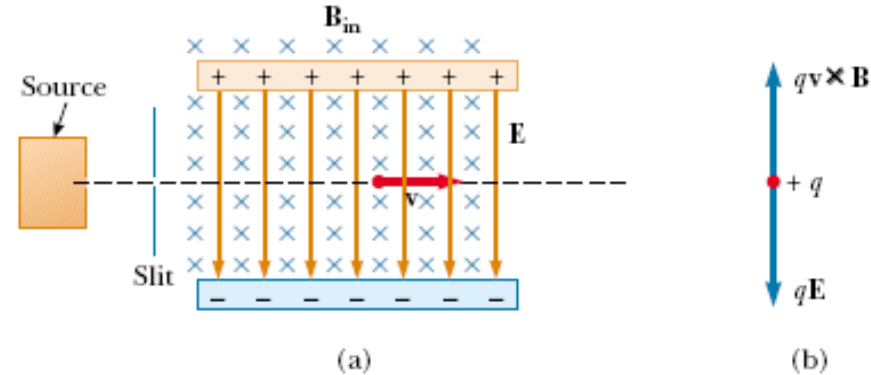
- Filtro de velocidades
- Espectrômetro de massa
- Efeito Hall

Combinação de campos elétrico e magnético

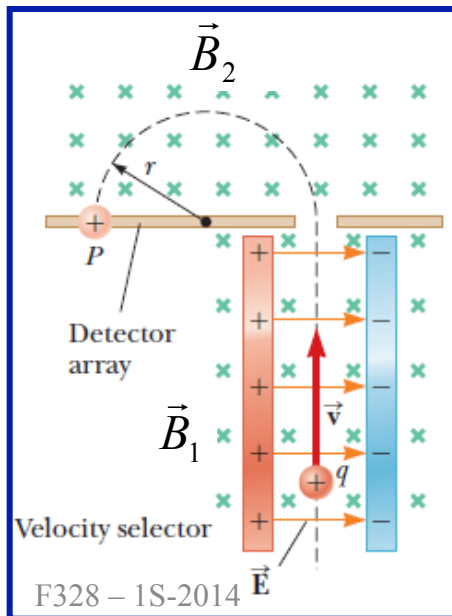
Filtro de velocidades

- Região do espaço com $\vec{B} \perp \vec{E}$
- **Equilíbrio** entre as duas forças (a
- partícula não sofre desvio) se:

$$qE = qvB$$



Velocidade das partículas saindo $\Rightarrow v = \frac{E}{B}$



Espectrômetro de massa

- Filtro de velocidades (E, B_1) seguido de apenas um campo magnético B_2
- **Separa** as partículas carregadas seguindo $m/|q|$

$$\Rightarrow \frac{m}{|q|} = \frac{B_1 B_2}{E} r \quad (\text{separação de isótopos})$$

Efeito Hall

Um condutor achatado conduz uma corrente na direção x e um campo magnético é aplicado na direção y . A corrente pode ser devida tanto a portadores **positivos** movendo-se para **direita** como portadores **negativos** movendo-se para a **esquerda**.

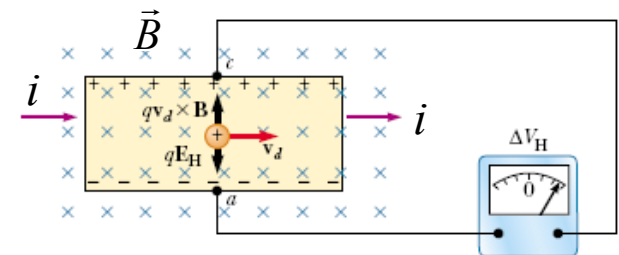
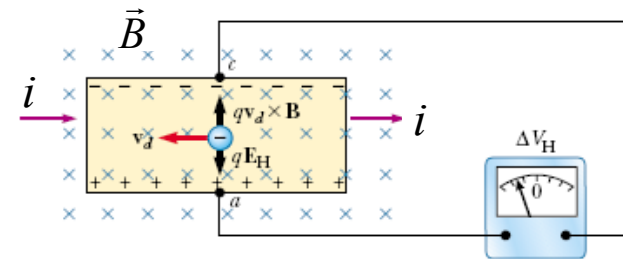
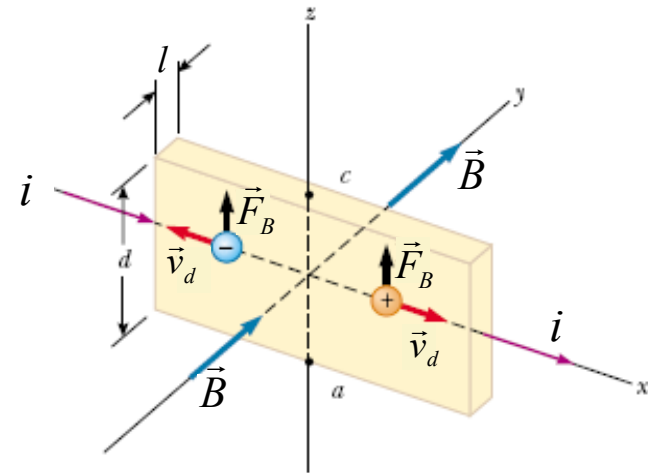
Medindo-se a **ddp de Hall** (V_H) entre os pontos a e c , pode-se determinar o **sinal** e a **densidade volumétrica** (n) dos portadores.

$$F_B = qv_d B = qE_H \Rightarrow E_H = v_d B$$

$$v_d = \frac{E_H}{B} = \frac{J}{nq} = \frac{i}{nqA} \Rightarrow$$

$$n = \frac{iB}{E_H qA} = \frac{iB}{E_H ql d} = \frac{iB}{V_H ql}$$

$A = ld$, onde l é a espessura do condutor.



Exemplo 1

Por uma placa de prata com espessura de 1 mm passa uma corrente de 2,5 A em uma região na qual existe campo magnético uniforme de módulo 1,25 T perpendicular à placa. A tensão Hall é medida como 0,334 μV . Calcule:

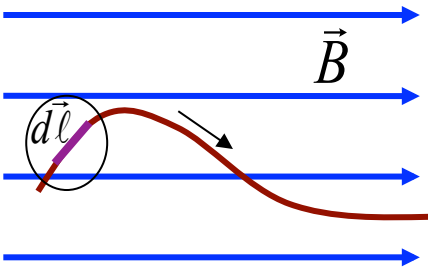
- a) a densidade de portadores;
- b) compare a resposta anterior com a densidade de portadores na prata, que possui uma massa específica $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$ e massa molar $M = 107,9 \text{ g/mol}$.

Solução: a)
$$n = \frac{iB}{qV_H l} = \frac{(2,5\text{A})(1,25\text{T})}{(1,6 \times 10^{-19} \text{C})(3,34 \times 10^{-7} \text{V})(0,001\text{m})} = 5,85 \times 10^{28} \text{ elétrons/m}^3$$

b)
$$n_a = \rho \frac{N_A}{M} = (10,5 \text{ g/cm}^3) \frac{6,02 \times 10^{23} \text{ átomos/mol}}{107,9 \text{ g/mol}} = 5,86 \times 10^{28} \text{ átomos/m}^3$$

Esses resultados indicam que o número de portadores de carga na prata é muito próximo de um por átomo.

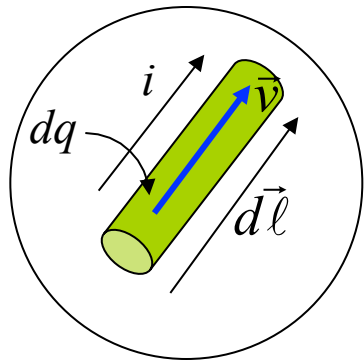
Força magnética sobre um fio com corrente



Corrente = fluxo de cargas, então:

$$d\vec{F} = dq \vec{v} \times \vec{B} = i dt \left(\frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B} \right) \Rightarrow d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$$

A força infinitesimal pode ser escrita como: $dF = i dl B \sin \theta$
onde θ é o ângulo entre a **direção do segmento do fio** \vec{l}
(direção da corrente) e a **direção do campo magnético** \vec{B}



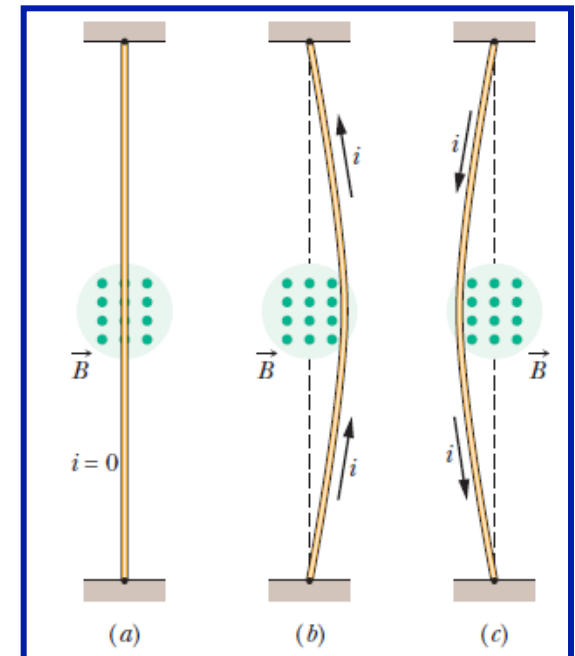
A força sobre o fio é:

$$\vec{F} = \int_{\text{fio}} d\vec{F} = \int_{\text{fio}} i d\vec{l} \times \vec{B}$$

Para fios finitos e \vec{B} **uniforme**: $\vec{F} = i \vec{L} \times \vec{B}$

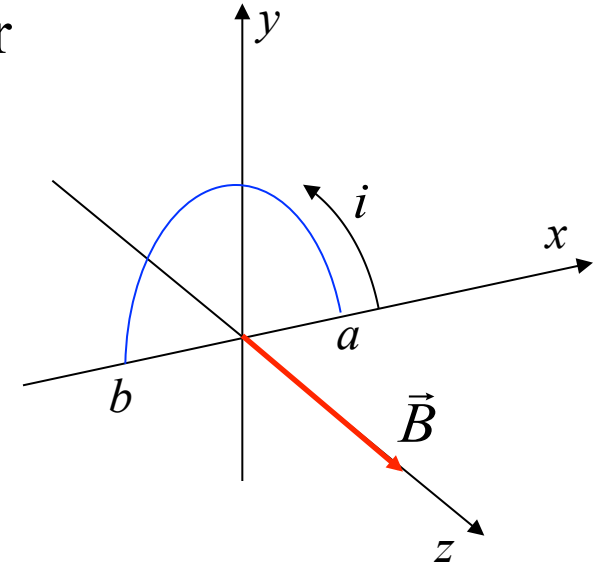
Num caminho fechado:

$$\vec{F} = \oint i d\vec{l} \times \vec{B} \quad \text{e se } \vec{B} \text{ é uniforme} \Rightarrow \vec{F} = \vec{0}$$



Exemplo 2

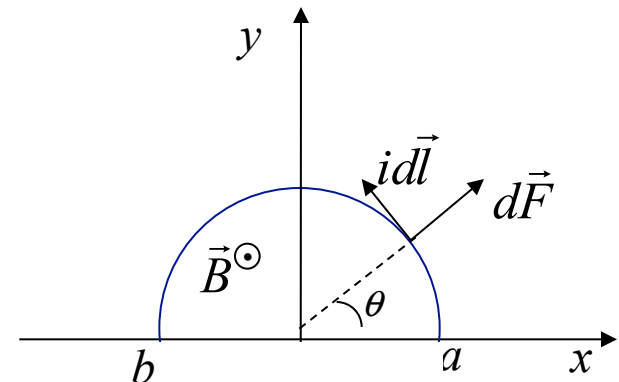
Um fio curvo na forma de uma espira semicircular de raio R está em repouso no plano xy . Por ele passa uma corrente i de um ponto a até um ponto b , como mostra figura. Existe um campo magnético uniforme $\vec{B}=B\hat{k}$, perpendicular ao plano da espira. Encontre a força que atua sobre a parte do fio na forma de espira semicircular.



$$d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$$

As componentes de $d\vec{F}$ paralelas ao eixo x cancelam-se. Então:

$$F = F_y = \int_0^{\pi} i dl B \sin\theta = \int_0^{\pi} i B R \sin\theta d\theta = 2iBR$$



Vetorialmente: $\vec{F} = 2iBR \hat{y}$

Torque em espira com corrente

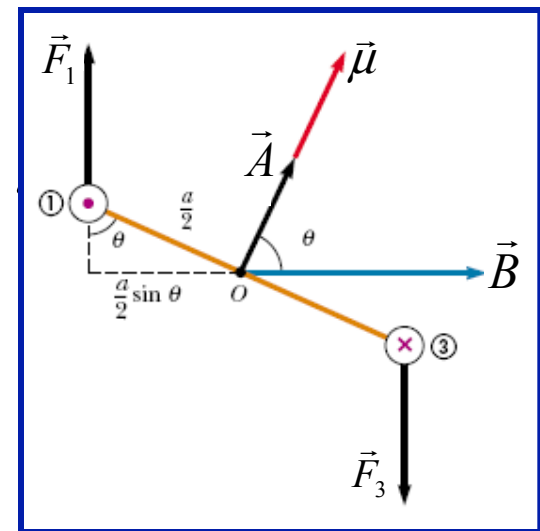
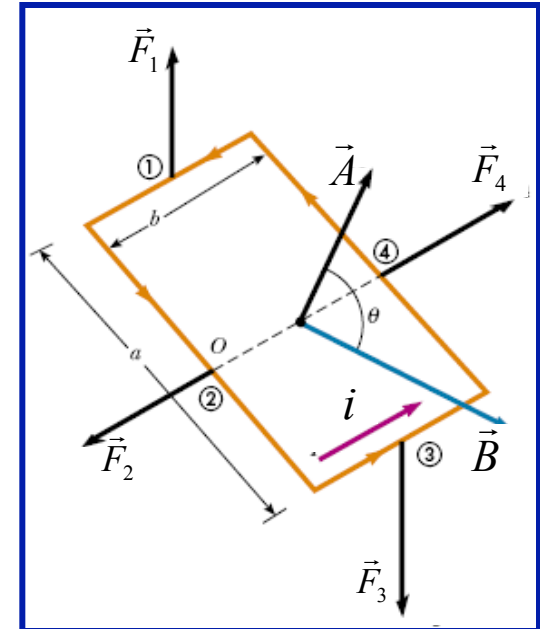
- Uma espira transportando uma corrente em um campo magnético uniforme sofre a ação de um **torque** que tende a **girá-la**.
- As forças \vec{F}_1 e \vec{F}_3 formam um **binário**, de tal modo que o *torque é o mesmo em torno de qualquer ponto*.

Temos:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_4 \text{ (e têm mesma linha de ação)}$$

$$F_1 = F_3 = ibB$$

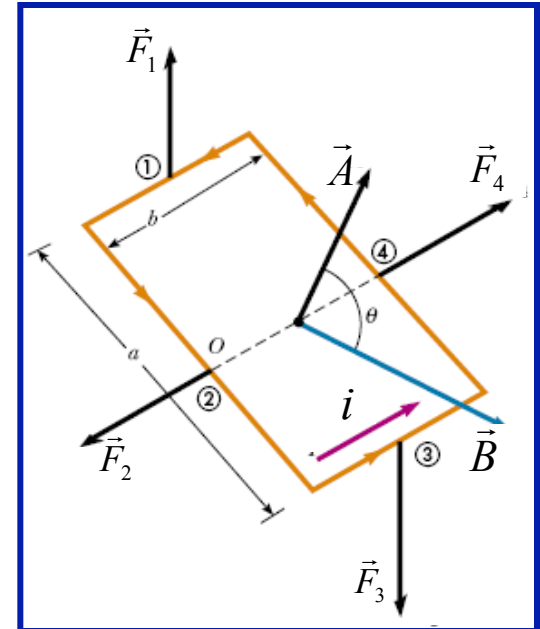
➡ A força líquida sobre a espira é nula



Torque em espira com corrente

Torque em relação ao ponto O

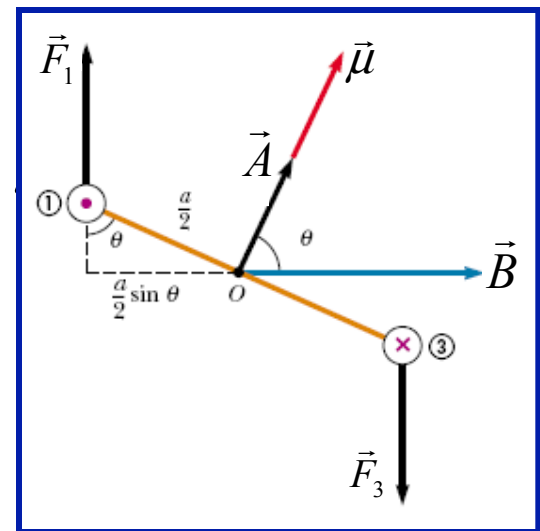
$$\begin{aligned}\tau &= 2F_1 \frac{a}{2} \sin \theta \\ &= i a B b \sin \theta \\ &= N i A B \sin \theta\end{aligned}\quad \left\{ \begin{array}{l} A = ab \\ N \text{ voltas} \end{array} \right.$$



Momento de dipolo magnético da espira

$$\vec{\mu} = N i A \hat{n}$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



Energia potencial de um dipolo magnético em um campo magnético

Quando um **dipolo magnético** gira de um ângulo $d\theta$ a partir de uma dada orientação num campo magnético, um trabalho dW é realizado sobre o dipolo pelo campo magnético:

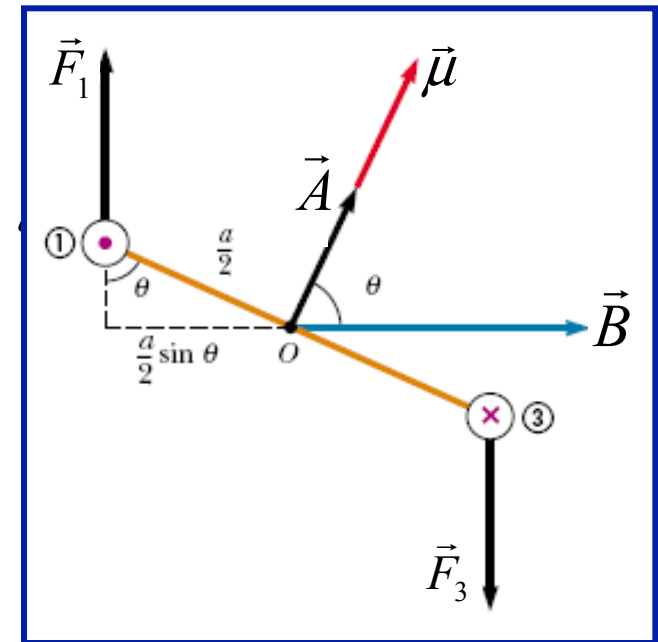
$$dW = -\tau d\theta = -\mu B \sin\theta d\theta$$

$$dU = -dW = +\mu B \sin\theta d\theta$$

$$U = -\mu B \cos\theta + U_0$$

$$\theta = 90^\circ \Rightarrow U_0 = 0$$

$$\rightarrow U = -\mu B \cos\theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

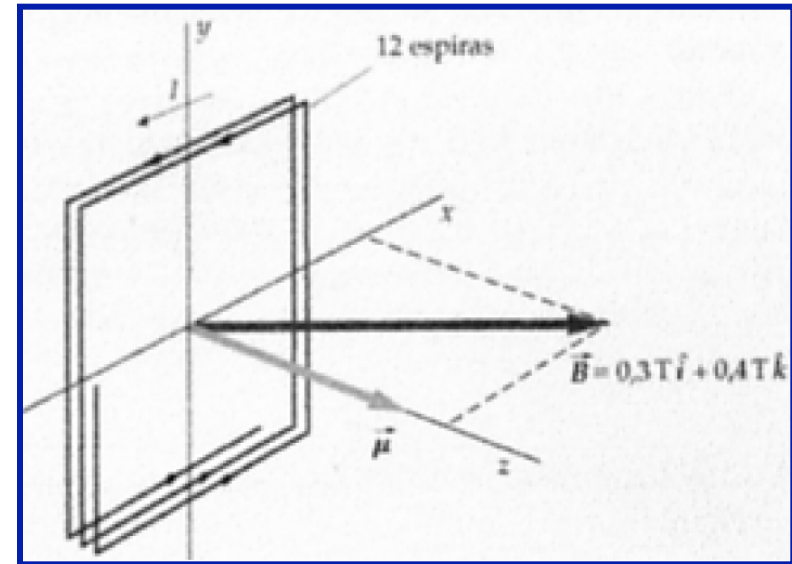


Exemplo 3

Em um enrolamento quadrado de 12 voltas, de lado igual a 40 cm, passa uma corrente de 3 A. Ele repousa no plano xy na presença de um campo magnético uniforme $\vec{B} = 0,3T\hat{i} + 0,4T\hat{k}$.

Encontre:

- a) O momento dipolo magnético do enrolamento;
- b) O torque exercido sobre o enrolamento;
- c) A energia potencial do enrolamento.



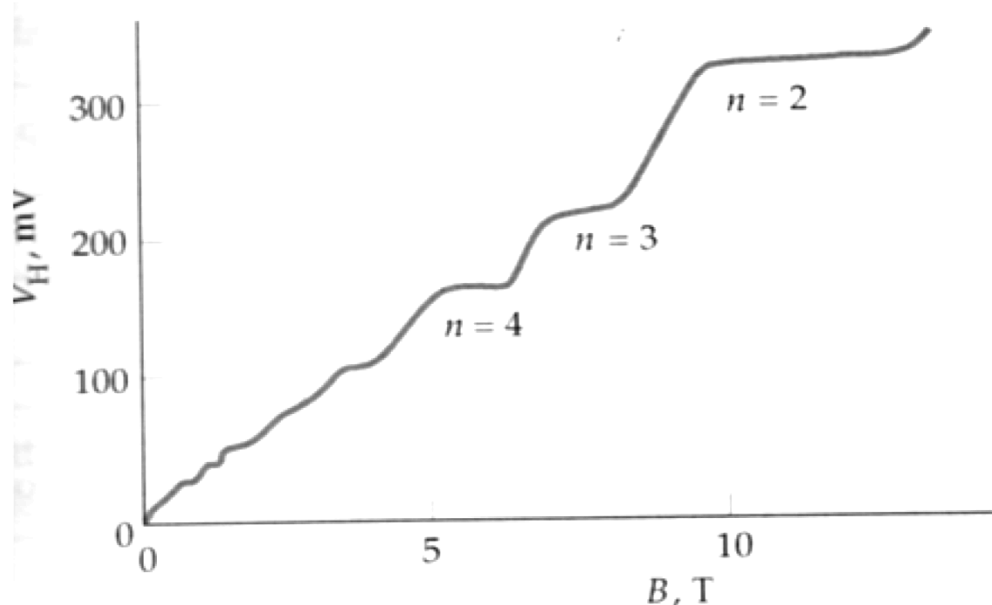
$$a) \quad \vec{\mu} = NiA\hat{k} = (12)(3A)(0,4^2 \text{ m}^2)\hat{k} = 5,76 \text{ A}\cdot\text{m}^2\hat{k}$$

$$b) \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = (5,76 \text{ A}\cdot\text{m}^2\hat{k}) \times (0,3T\hat{i} + 0,4T\hat{k}) = 1,73 \text{ N}\cdot\text{m}\hat{j}$$

$$c) \quad U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -(5,76 \text{ A}\cdot\text{m}^2\hat{k}) \cdot (0,3T\hat{i} + 0,4T\hat{k}) = -2,30 \text{ J}$$

Efeito Hall quântico

O efeito Hall quântico (Prêmio Nobel de 1985) é observado em estruturas semicondutoras especiais, geralmente com altos valores de mobilidade e a baixas temperaturas. No efeito Hall clássico a variação da tensão Hall (V_H) com o campo magnético é linear, enquanto que no quântico esta variação resulta numa série de patamares como ilustra a figura abaixo.



Na teoria do efeito Hall quântico, a resistência R_H é definida como:

$$R_H = \frac{V_H}{i} = \frac{R_K}{n}; n=1,2,3,\dots$$

$$R_K = 25.812,807\Omega \text{ (Constante de von Klitzing)}$$

- Força magnética:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \rightarrow \quad \text{Sobre uma carga}$$

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B} \quad \rightarrow \quad \text{Sobre um fio com corrente}$$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \rightarrow \quad \text{Força de Lorentz}$$

- Movimento das partículas carregadas num campo magnético uniforme

$$(\vec{v} \perp \vec{B}) \quad \rightarrow \quad \text{Circular}$$

$$(\vec{v} \nparallel \vec{B}) \quad \rightarrow \quad \text{Helicoidal}$$

- Espira com corrente:

$$\text{Torque} \quad \rightarrow \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$\text{Momento de dipolo} \quad \rightarrow \quad \vec{\mu} = NiA\hat{n}$$

Lista de exercícios do capítulo 28

Os exercícios sobre **Campo magnético** estão na página da disciplina :
(<http://www.ifi.unicamp.br>).

Consultar: Graduação → Disciplinas → F 328 Física Geral III

Aulas gravadas:

<http://lampiao.ic.unicamp.br/weblectures> (Prof. Roversi)

ou

UnivespTV e Youtube (Prof. Luiz Marco Brescansin)