Universidade Federal do Espírito Santo – UFES -Departamento de Engenharia Elétrica

Segunda Prova de Sistemas Realimentados – 23/06/2015

Aluno: Guilherme Antônio dos Santos

1 - (2,0 ptos) Seja o sistema de controle cuja FTMA é: $G(s) = k(s+1)/(s^2 - 2s + 1)$

1.a Esboce o gráfico polar especificando as frequências em que o gráfico corta os eixos real e imaginário.

1.b Analise a estabilidade deste sistema em malha fechada usando o critério de Nyquist simplificado, especificando a faixa do ganho $K \in [0,\infty]$ para que o sistema seja estável.

2 – (2,0 ptos) Seja a FTMA: $G(s) = \dfrac{1000e^{-ds}}{(s^2 + 5s + 100)}$ (usar gráficos em branco)

2.a– Faça um esboço do Gráfico de Bode resultante ao se aplicar um atraso de transporte d=0,01 s na FTMA. Especifique a largura de banca, a freqüência e o pico de ressonância do sistema em malha aberta e em malha fechada.

2.b – Determine as freqüências de cruzamento de ganho e de fase, e as margens de ganho e de fase deste sistema. Este sistema é estável?

3 – (4 ptos) Seja o sistema de controle cujo gráfico de bode está mostrado na Figura 1.

3.a - Através do diagrama de bode da Fig. 1 obtenha os erros em regime à entrada rampa.

3.b - Projete um controlador PID usando a resposta em frequência para que a margem de fase seja maior ou igual a 50 graus e a largura de banda seja a maior possível.

3.c Esboce o diagrama de bode da nova FTMA obtida após multiplicar a planta pelo PID projetado no item 3.a.

4 – (2,0 ptos) Dado o gráfico de bode do sistema mostrado na Figura 2.

4.a - Faça um esboço do gráfico polar (sem obter a FTMA) que represente este sistema;

4.b – Analise a estabilidade usando o critério de Nyquist simplificado.

Guilherme Artêm das Santos

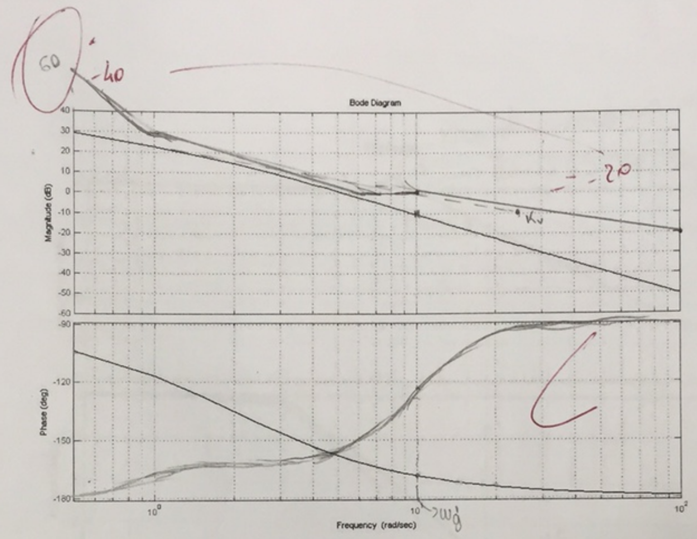


Figura 1: Gráfico de Bode da Questão 3

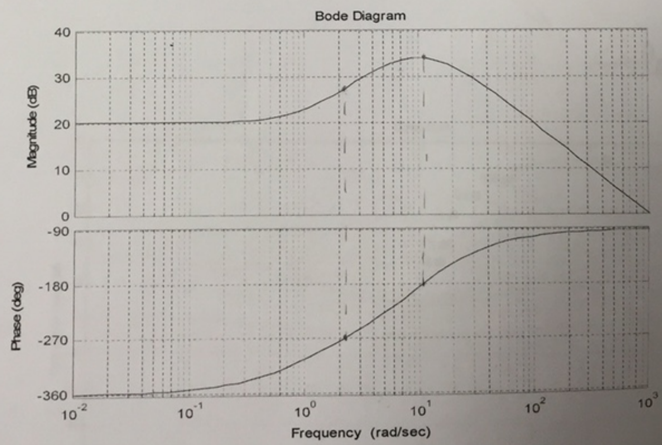
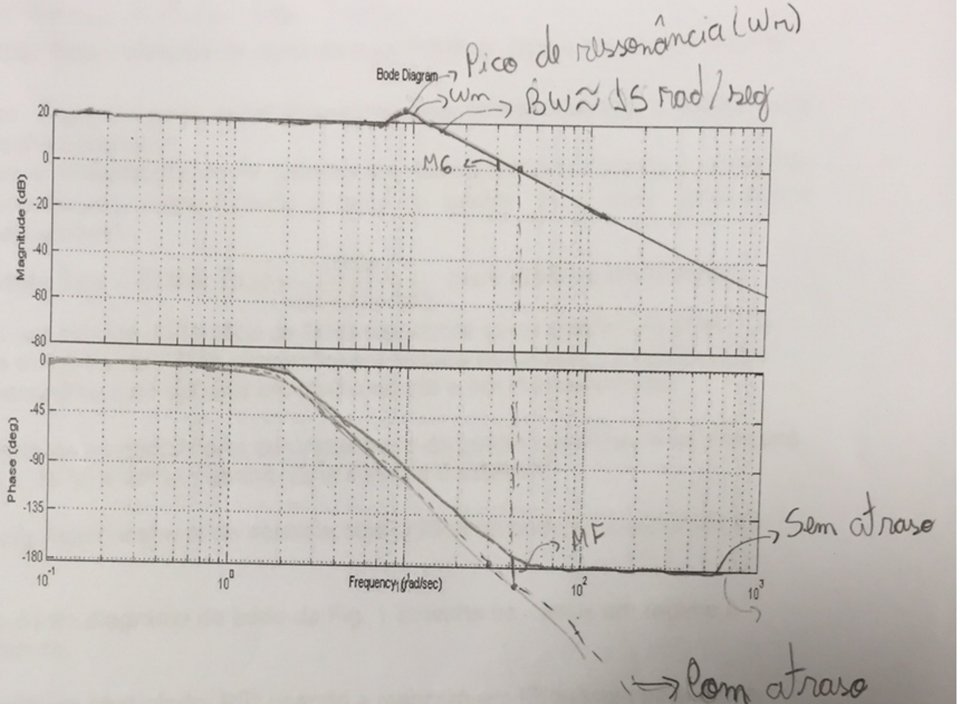
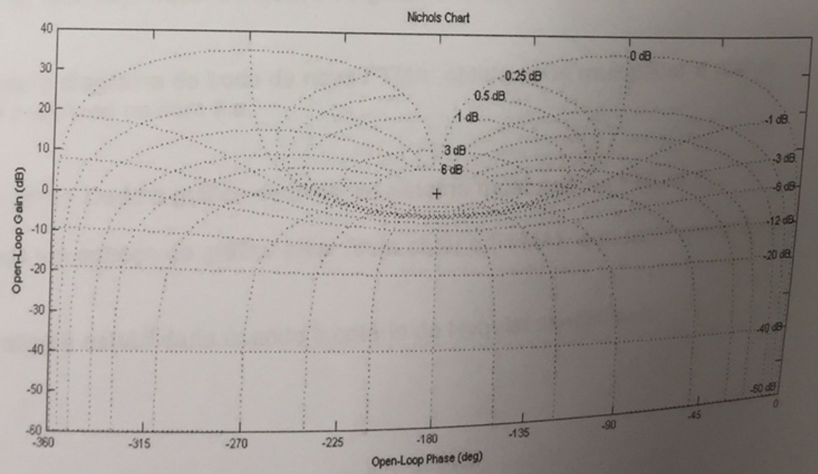


Figura 2: Gráfico de Bode da Questão 4


Bode Diagram
Pico de ressonância (wm)
wm
BW ≈ 15 rad/seg
MG
MF
Sem atraso
Com atraso
Magnitude (dB)
Phase (deg)
Frequency (rad/sec)


Nichols Chart
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)

1 - 2,0
2 - 1,7
3 - 4,0
4 - 2,0
9,7

Guilherme Antém dos Santos

2,0 1-a) $G(s) = \dfrac{K(s+1)}{(s^2-2s+1)} \Rightarrow G(j\omega) = \dfrac{K(j\omega+1)}{-\omega^2-2j\omega+1} \cdot \dfrac{(-\omega^2+1+2j\omega)}{(-\omega^2+1+2j\omega)}$

$$G(j\omega) = \frac{K(-j\omega^3+j\omega-2\omega^2-\omega^2+1+2j\omega)}{(-\omega^2+1)^2+(2\omega)^2}$$

$$= \frac{K[(-3\omega^2+1)+j(-\omega^3+3\cdot\omega)]}{(-\omega^2+1)^2+(2\omega)^2}$$

$Re\{G(j\omega)\} = \dfrac{K(-3\omega^2+1)}{(-\omega^2+1)^2+(2\omega)^2}$; $Im\{G(j\omega)\} = \dfrac{K(-\omega^3+3\omega)}{(-\omega^2+1)^2+(2\omega)^2}$

$\omega = 0 \Rightarrow Re\{G(j\omega)\} = K$, $Im\{G(j\omega)\} = 0$

$\omega \to \infty \Rightarrow Re\{G(j\omega)\} = -0$, $Im\{G(j\omega)\} = -0$ (3º quadrante)

Cruzar eixo real $\Rightarrow Im\{G(j\omega)\} = 0 \Rightarrow -\omega^3+3\omega = 0$

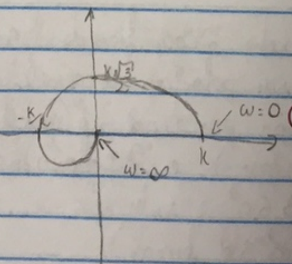
$\omega(\omega^2-3) = 0 \Rightarrow \omega = 0$ ou $\omega = \sqrt{3}$

p/ $\omega = \sqrt{3} \Rightarrow Re\{G(j\omega)\} = \dfrac{K(-9+1)}{(-3+1)^2+(2\sqrt{3})^2} = \dfrac{K(-8)}{4+12} = \dfrac{-K}{2}$

Cruzar eixo imaginário: $Re\{G(j\omega)\} = 0 \Rightarrow -3\omega^2+1 = 0 \Rightarrow \omega = 1/\sqrt{3}$

p/ $\omega = 1/\sqrt{3} \Rightarrow Im\{G(j\omega)\} = \dfrac{K\left(\frac{-1}{3\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{3}}\right)}{\left(-\frac{1}{3}+1\right)^2+\left(2/\sqrt{3}\right)^2} = \dfrac{K\, 8/3\sqrt{3}}{16/9} = K\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Gráfico polar:



1.b) Da FT: $P_\omega = 0$, $P_d = 2$

Se $-1 < -\frac{K}{2} \Rightarrow \phi^{\circ}_{\infty} = 0^{\circ}$

$$\phi^{\circ}_{\infty} = \left(Z_d - \frac{P_\omega}{2} - P_d\right) \cdot 180^{\circ} \Rightarrow 0 = (Z_d - 0 - 2) \cdot 180^{\circ} \Rightarrow Z_d = 2$$

Instável

Se $-\frac{K}{2} < -1 \Rightarrow \phi^{\circ}_{\infty} = -360^{\circ}$

$$\phi^{\circ}_{\infty} = \left(Z_d - \frac{P_\omega}{2} - P_d\right) \cdot 180^{\circ} \Rightarrow -360^{\circ} = (Z_d - 0 - 2) \cdot 180^{\circ}$$
$$\Rightarrow -2 = Z_d - 2 \Rightarrow Z_d = 0 \quad \text{(Estável)}$$

$\Rightarrow$ O sistema é estável para $K > 2$

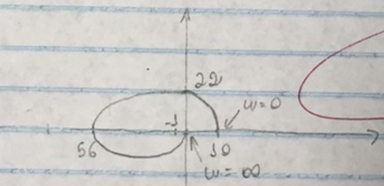
2,0

4a) $\omega \to \infty \Rightarrow |G(j\omega)| = 0$, $\angle G(j\omega) = -90^{\circ}$

Cruzamento com eixo real negativo: $\omega \approx 10$, $|G(j\omega)| \approx 56$

Cruzamento com eixo imaginário positivo: $\omega \approx 2$, $|G(j\omega)| \approx 22{,}4$

$\omega \to 0 \Rightarrow |G(j\omega)| = 10$, $\angle G(j\omega) = -360^{\circ}$



4-b) Analizando o gráfico de bode podemos ver que o sistema não possui polo na origem (começa constante), 1 zero no SPE (Inclinação positiva no gráfico de módulo e subida no gráfico de fase) e 2 polos no SPD (gráfico de fase iniciando em -360° e subindo e gráfico de módulo com inclinação negativa ao final).

4- b) Continuação:

Assim, temos: $\phi_\infty^\circ = -360^\circ$, $P_\omega = 0$, $P_d = 2$, daí:

$$\phi_\infty^\circ = \left(Z_d - \frac{P_\omega}{2} - P_d\right) \cdot 180^\circ$$

$$-360^\circ = (Z_d - 0 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$-2 = Z_d - 2$$

$$Z_d = 0$$

Sistema estável

2- $G(s) = 10 \cdot \frac{100}{s^2 + 5s + 100} \cdot e^{-ds}$

a) Sistema com dois polos complexos conjugados no SPE

$\omega_n = 10$, $\xi = 0{,}25$

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2} = 9{,}35$$

$$M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} = 2{,}07 \Rightarrow |M_r|_{dB} = 6{,}3$$

O ganho $K = 10$ irá apenas somar 20 dB em todas as frequências.

O atraso $e^{-0{,}01}$ irá modificar a fase, somando $\phi(\omega) = -0{,}01 \cdot \omega \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$ em todas as frequências

$$\phi(\omega) = \begin{cases} \omega = 10^{-1} \Rightarrow \phi(\omega) = -0{,}058^\circ \\ \omega = 10^0 \Rightarrow \phi(\omega) = -0{,}58^\circ \\ \omega = 10^1 \Rightarrow \phi(\omega) = -5{,}8^\circ \\ \omega = 10^2 \Rightarrow \phi(\omega) = -58^\circ \end{cases}$$

Qual é a a LB e PC do sistema em malha fechada?

2.b) $w_g = 40$ rad/seg, $MF \approx -23°$
$w_r = 30$ rad/seg, $MG \approx -5$ dB

O sistema é instável, pois ambas margem de ganho e de fase são negativas.

3.a) Do gráfico, $K_v = 25 \Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{K_v} = 0,04$ OK

2,0

b) Para ter uma nova margem de fase de 50°, devemos escolher um novo w_g' tal que sua fase na planta seja de cerca de $-170°$, para que ao aplicarmos o PD, sua fase seja de aproximadamente $-130°$. O PI será usado para dar um ganho no sistema e mudar a frequência de cruzamento de ganho.

Do gráfico, escolhemos $w_g' = 10$, que possui amplitude -10 dB. Assim, precisamos de um de 10 dB, daí:

$$20 \log K_{pi} = 10 \Rightarrow K_{pi} = 10^{\frac{10}{20}} = 3,16$$

$$\frac{K_{pi}}{K_{ii}} = 10 w_g' \Rightarrow K_{ii} = \frac{K_{pi}}{10 \cdot 10} \Rightarrow K_{ii} = 0,031$$

Para aplicarmos o PD, fazemos $K_{pd} = 1$ e $\frac{K_{pd}}{K_{dd}} = w_g'$, assim:

$$\frac{1}{K_{dd}} = 10 \Rightarrow K_{dd} = 0,1$$

Guilherme Artêm dos Santos

Continuação da 3.b)

Assim, temos que nosso controlador PID será:

$$\left(K_{pi} + \frac{K_{ii}}{s}\right)\left(K_{pd} + sK_{dd}\right) = \left(3,16 + \frac{0,031}{s}\right)\left(1 + 0,1s\right)$$

$$= 3,16 + 0,316s + \frac{0,031}{s} + 0,0031$$

$$= 3,1631 + 0,316s + \frac{0,031}{s}$$

$K_p = 3,163$, $K_d = 0,316$, $K_i = 0,031$

1,0 3-c) Bode do PI e PD