Bruno de César Toledo Camilo

Universidade Federal do Espírito Santo – UFES -Departamento de Engenharia Elétrica

Segunda Prova de Controle Automático II – 05/06/2012

Aluno:

1 - (3,0 ptos) Seja a equação característica : F(s)= $s^2 + ks^2 + s(4-4k) + 4k = 0$

1.1 Desenhe o gráfico polar de F(jw) para $\omega = 0 \rightarrow \infty$ no Plano $\mathrm{Re}[G] \times \mathrm{Im}[G]$ tal que $F(j\omega) = 1 + kG(j\omega)$, especificando as freqüências de cruzamento do gráfico polar com os eixos real e imaginário.

1.2 Usando o critério de Nyquist simplificado, determine a faixa do ganho K $\in$ $[0,\infty]$ para que o sistema seja estável.

2 – (3,0 ptos) Seja a FTMA: $G(s) = \dfrac{10(s+10)}{s^2(s^2+2s+1)}$

2.a – Faça um esboço do diagrama de bode, mostrando as freqüências de corte dos respectivos pólos e zeros e as assíntotas .

2.b – Determine as freqüências de cruzamento de ganho e de fase, e as margens de ganho e de fase deste sistema. Este sistema é estável?

2.c – Caso o sistema seja instável, qual deve ser a atenuação necessária a ser aplicada à FTMA para que a margem de fase do sistema atenuado seja igual a 40 graus? ~~Caso o sistema seja estável, qual deve ser o ganho mínimo a ser aplicado à FTMA para que este sistema seja instável?~~

3 – (4,0 ptos) Seja o gráfico de bode da Fig. 1 mostrada atrás da prova.

3.a – Este sistema é de fase mínima? Justifique sua resposta.

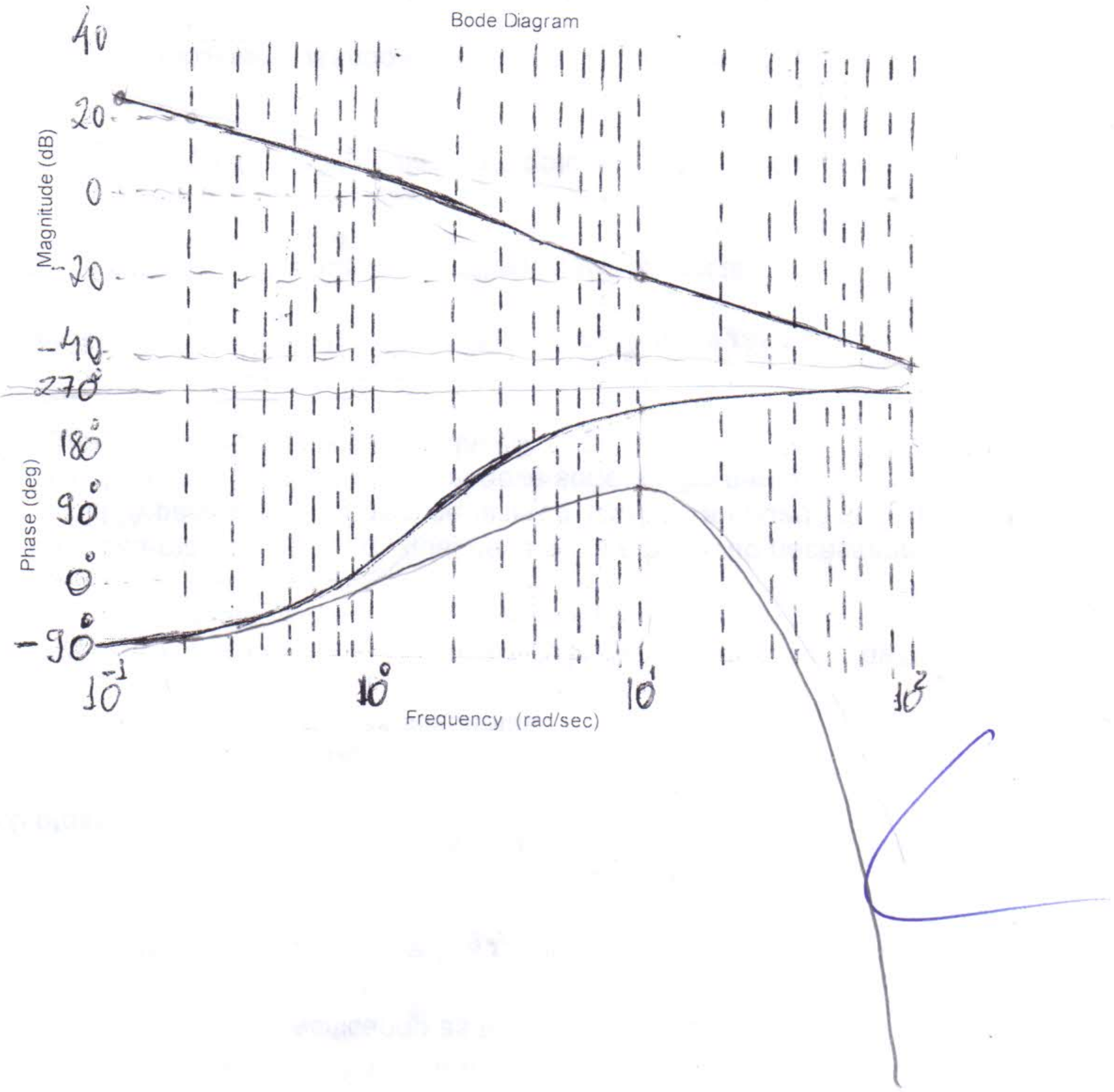
3.b - Faça um esboço do gráfico polar (sem obter a FTMA) que represente este sistema;

3.c – Analise a estabilidade usando o critério de Nyquist simplificado.

3.d – Suponha que a FTMA do sistema representado pelo gráfico de bode da Fig. 1 seja afetado por um atraso de transporte de 0.2 segundos. Faça as alterações necessárias no gráfico de bode resultante com o atraso. Este sistema é estável? Justifique sua resposta.

3.e – Determine os erros em regime à entrada degrau, rampa e parábola do sistema sem atraso. (caso o sistema seja instável, obtenha antes um ganho que estabilize este sistema)

Fig 1



Bode Diagram
Magnitude (dB)
40
20
0
-20
-40
Phase (deg)
270°
180°
90°
0°
-90°
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency (rad/sec)

Bruno de César Toledo Camilo (as págs. estão numeradas)

(1) $F(s) = s^2 + 4s + K \cdot (s^2 - 4s + 4) = 0$

$F(s) = 1 + K \cdot \frac{(s^2 - 4s + 4)}{s \cdot (s+4)} = 0$

$F(s) = 1 + K \cdot \frac{(s-2)^2}{s \cdot (s+4)}$

$G(jw) = \frac{-w^2 + 4 - 4jw}{-w^2 + 4jw} \cdot \frac{(-w^2 - 4jw)}{(-w^2 - 4jw)}$

$G(jw) = \frac{(-w^2 - 4jw)^2 - 4 \cdot (w^2 + 4jw)}{w^4 + 16w^2}$

$= \frac{w^4 + 8jw^3 - 16w^2 - 4w^2 - 16jw}{w^4 + 16w^2}$

$G(jw) = \frac{w^2 \cdot (w^2 - 20)}{w^2 \cdot (w^2 + 16)} + j \cdot \frac{[w \cdot (8w^2 - 16)]}{w^2 \cdot (w^2 + 16)}$

$G(jw) = \underbrace{\frac{w^2 - 20}{w^2 + 16}}_{Re} + j \underbrace{\frac{(8w^2 - 16)}{w \cdot (w^2 + 16)}}_{Im}$

$w = 0 \rightarrow Re = -\frac{20}{16}K = -\frac{5}{4}K$, $Im = -j\infty$

$w = \infty \rightarrow Re = K$, $Im = j0$

Ponto em que o gráfico corta o eixo real:

$Im = 0 \rightarrow 8w^2 - 16 = 0 \rightarrow w = \sqrt{2}$ rad/s

$G(jw) = \frac{2 - 20}{2 + 16} \cdot K = \frac{-18}{18} \cdot K = -K$

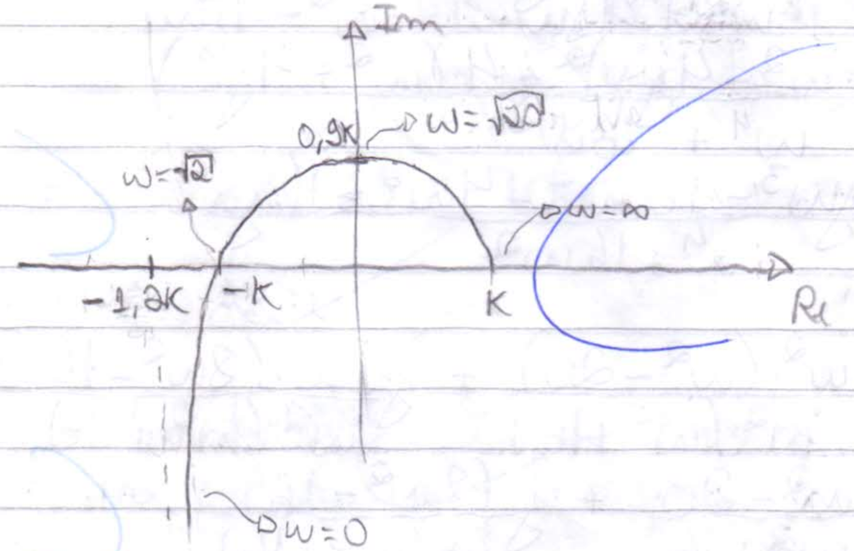
1 - 3,0
2 - 3,0
3 - 3,5
9,5

Ponto em que a curva corta o eixo imaginário:

$Re = 0 \rightarrow \omega^2 - 20 = 0 \rightarrow \omega = \sqrt{20}$ rad/s

$$G(j\omega) = j\frac{(8\cdot 20 - 16)}{\sqrt{20}\cdot(20+16)}K = j\frac{144}{161}K = j0,9K$$

1.1.



1.2. Dados: $\begin{cases} P_d = 0 \\ P_\omega = 1 \end{cases}$

1º caso: $-K < -1$

$$\phi^{\circ}_{\infty} = -270^{\circ} = 180^{\circ}\cdot(Z_d - \tfrac{1}{2} - 0)$$
$$-270 = 180Z_d - 90$$
$$Z_d = -1 \text{ (instável)}$$

2º caso: $-K > -1$

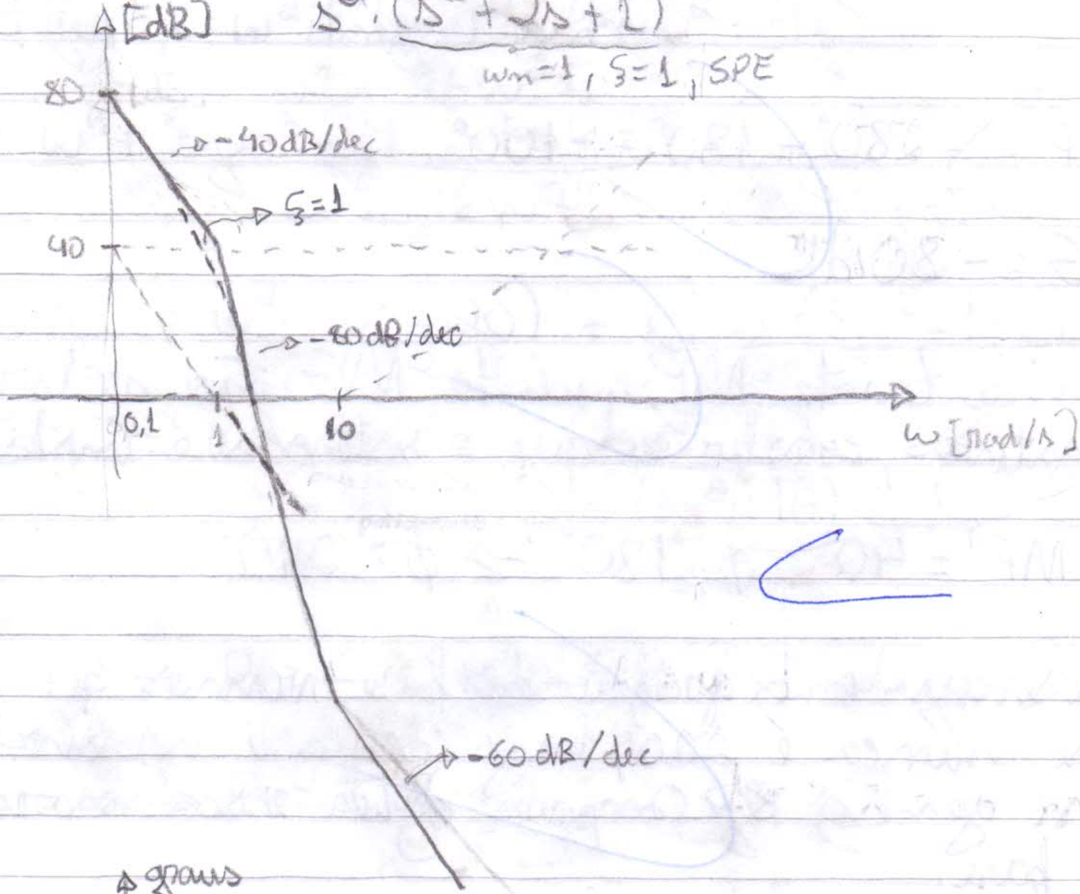
$$\phi^{\circ}_{\infty} = -90^{\circ} = 180^{\circ}\cdot(Z_d - \tfrac{1}{2} - 0)$$
$$-90 = 180Z_d - 90$$
$$Z_d = 0 \text{ (estável)}$$

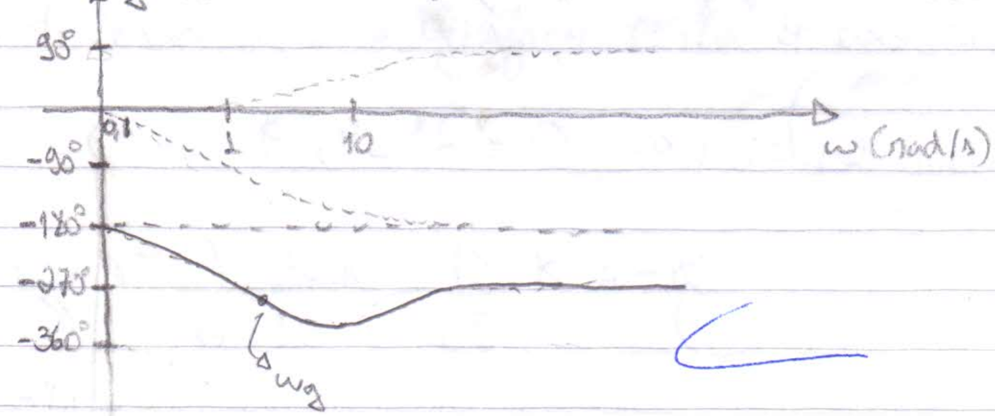
Portanto a faixa de ganho para que o sistema seja estável é:

$$-K > -1 \rightarrow K < 1 \rightarrow \boxed{0 < K < 1}$$

3,0

(2) a) $G(s) = \dfrac{100 \cdot \left(\frac{s}{10} + 1\right)}{s^2 \cdot \underbrace{(s^2 + 2s + 1)}_{w_n = 1,\ \xi = 1,\ SPE}}$





b) Pelo gráfico traçado é possível estimar as frequencias de cruzamento de ganho e fase sendo:

$$\begin{cases} w_g = 2 \text{ rad/s} \\ w_f = 0{,}1 \text{ rad/s} \end{cases}$$ (obs.: na verdade a fase nunca "corta" -180°, ela sai de lá em aproximadamente $w = 0{,}1$ rad/s).

$$MF = -280° + 180° = -100°$$

$$MG = -80 \text{ dB}$$

Como tanto MF quanto MG são valores negativos, conclui-se que o sistema é instável.

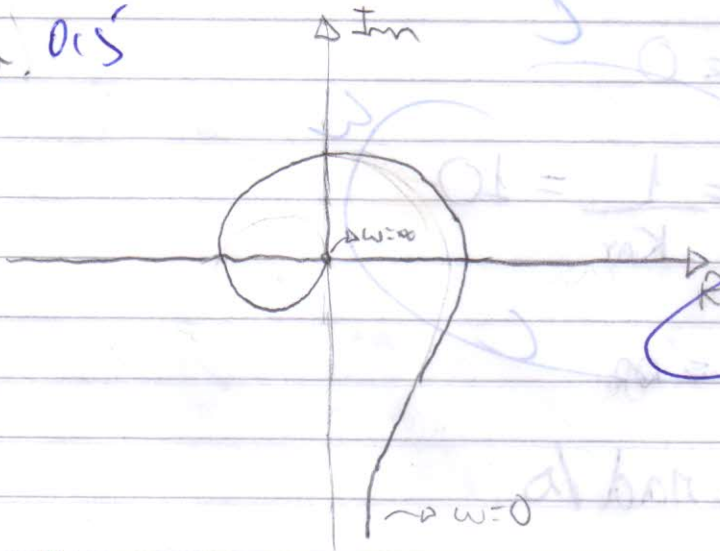
c) $MF' = 40° = \phi - 180° \rightarrow \phi = 220°$

Observando o gráfico de fase vemos que a fase nunca é 220°, logo seria impossível obter um ganho $K > 0$ para obter essa margem de fase.

Bruno de César Toledo Cormilo

③ 3.a. 0,5 **Não**, pois, pelo gráfico do ganho, vemos que o sistema tem mais polos que zeros (como já era de se esperar), visto que ele está decaindo em $w \to \infty$. Ao mesmo tempo, analisando o gráfico de fase, vemos que a fase cresce de $-90°$ até $270°$, o que significa que tem que haver polos no SPD, pois os polos estão dando contribuições positivas à fase. Por definição, um sistema fase mínima não pode ter polos no SPD.

3.b. 0,5



1,0

3.d. O atraso de transporte e^{-jwT} não muda o gráfico do ganho, pois seu módulo é 1. A mudança ocorrerá somente no gráfico de fase (desenho na figura da prova)

$$\phi_{at} = -w \cdot 0{,}2 \cdot \frac{180}{\pi} = \begin{cases} w = 0{,}1 \to \phi_{at} = -1{,}15° \\ w = 1 \to \phi_{at} = -11{,}46° \\ w = 10 \to \phi_{at} = -114{,}59° \\ w = 100 \to \phi_{at} = -1145{,}9° \end{cases}$$

110 3.c. Pelo gráfico de Bode: $\begin{cases} P_w = 1 \\ P_d = 2 \end{cases}$

$$\phi_{\hat{s}} = -360° = 180 \cdot (zd - \tfrac{1}{2} - 2)$$
$$-360 = 180 zd - 450$$
$$90 = zd \cdot 180$$
$$zd = 0{,}5$$ (instável, pois $zd \neq 0$)

0,5 3.e. Sistema tipo 1, portanto:

Degrau: $e_{ss} = 0$ C

Rampa: $e_{ss} = \frac{1}{K_v} = 10$ E

C

Parábola: $e_{ss} = \infty$

$K_v = w_o = 0{,}1$ rad/s

obs.: Não deu tempo de obter um ganho que estabilize o sistema. Por isso, para facilitar, considerei o sistema estável.