Sistemas realimentados

Projetos de compensação no domínio da frequência

Conteúdo

1.Especificação de projeto no domínio da frequência

2. Projeto de controladores PD

3. Projeto de controladores PI

4. Projeto de controladores PID

Especificações em frequência

Ao projetar controladores no domínio do tempo, as especificações usuais são:

- Estabilidade
- Erro em regime
- Sobreelevação
- Tempo de estabelecimento
- IAE

Elas são utilizadas para orientar os projetos, e o atendimento das especificações é verificado via simulação ao degrau.

Especificações em frequência

Ao projetar no domínio da frequência, a margem de fase passa a ser a especificação relacionada ao transitório a ser atendida, sendo verificada no gráfico de Bode.

A margem de fase está relacionada ao amortecimento e à sobreelevação no domínio do tempo.

Aumentar a margem de fase torna o sistema mais amortecido, menos oscilatório, porém mais lento.

Especificações em frequência

Em frequência, a largura de faixa (BW) está relacionada com os tempos de resposta.

Quanto maior for BW, menores serão os tempos de resposta.

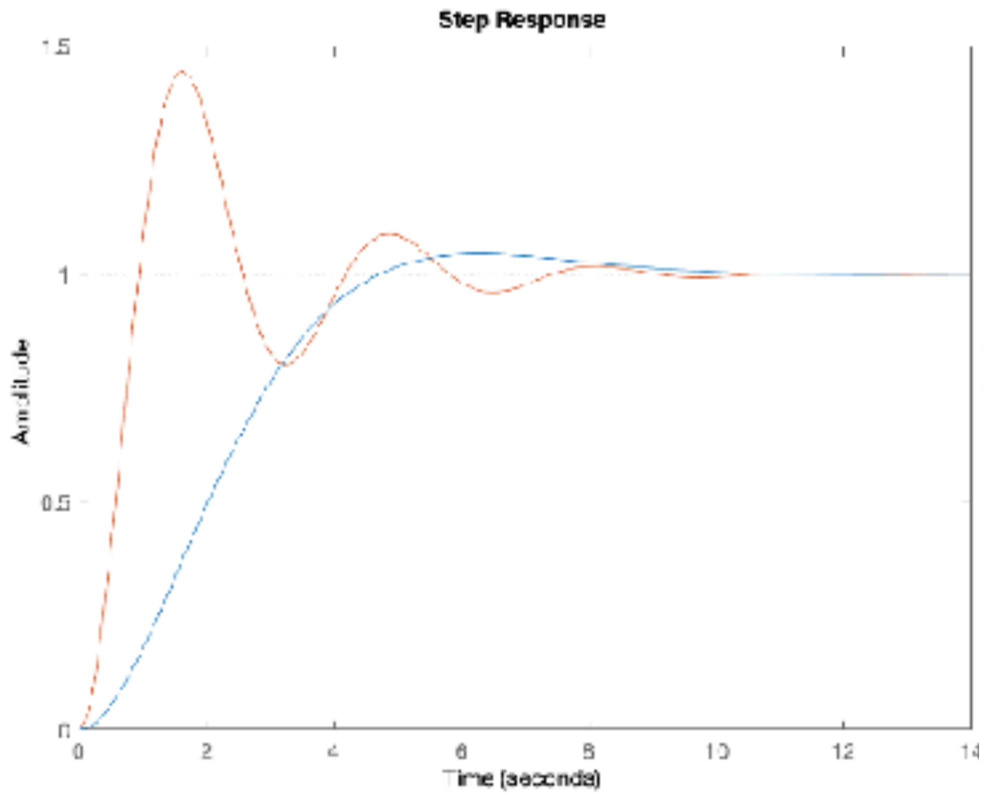
Especificações em frequência

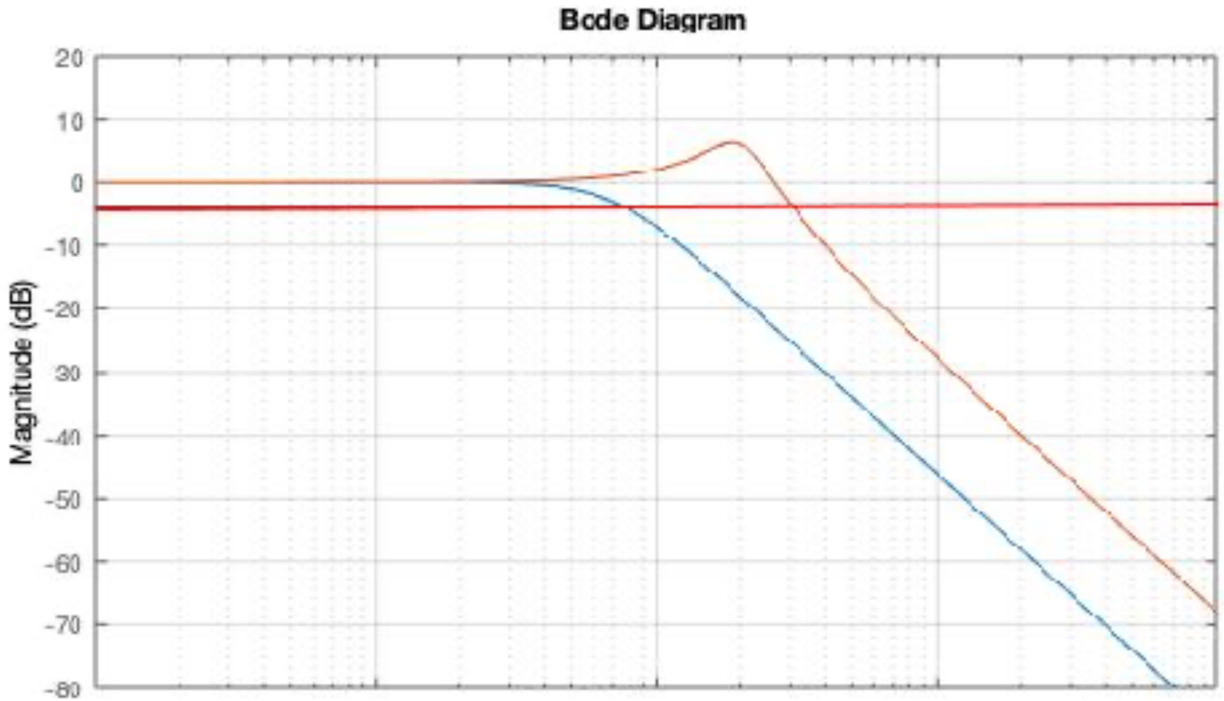
Menores tempos de resposta são obtidos com polos distantes da origem, que fazem com que o gráfico de Bode em malha fechada tenha módulo mais alto para altas frequências.

A largura de faixa BW é a frequência máxima para a qual o módulo da FT de malha fechada tem módulo maior que -3dB.

O atendimento do tempo de resposta é verificado simplesmente por simulação.

Especificações em frequência





Resposta + rápida -> BW maior

Gráfico de Bode de malha fechada para medir a largura de faixa BW (módulo>-3dB)

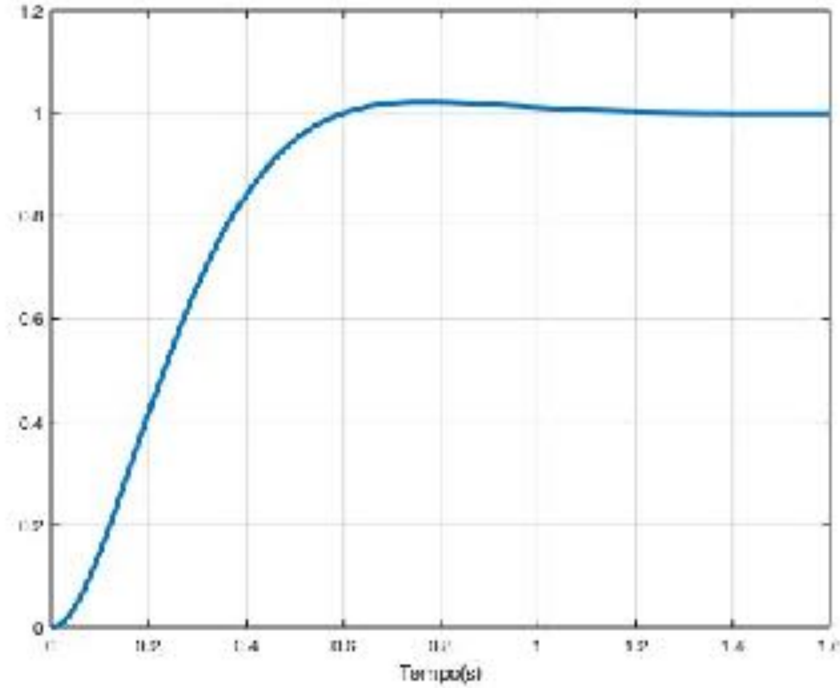
Especificações em frequência

Seja por exemplo UP=2% e ts=0.8s, e os correspondentes valores

$\zeta = 0.77$ e $\omega_n = 6.4$, obtidos de $UP = 100e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ e $ts = \dfrac{4}{\zeta\omega_n}$

A resposta de um sistema com esta especificação é obtida de

$$M(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



Queremos obter uma resposta como a mostrada, orém fazendo o projeto no domínio da frequência, no qual se especifica a margem de fase.

Especificações em frequência

A especificação de erro em regime na frequência é igual ao tempo.

Nas simulações pode-se verificar o atendimento da sobreelevação e tempo de estabelecimento desejados.

Uma menor margem de fase é equivalente a uma menor sobreelevação (Figura 2).

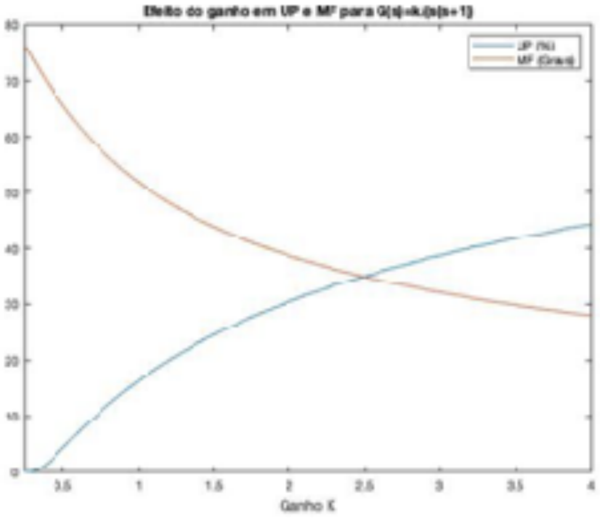


Figura 2. Efeito do ganho em UP e MF

Simulação feita variando o ganho de G(s)

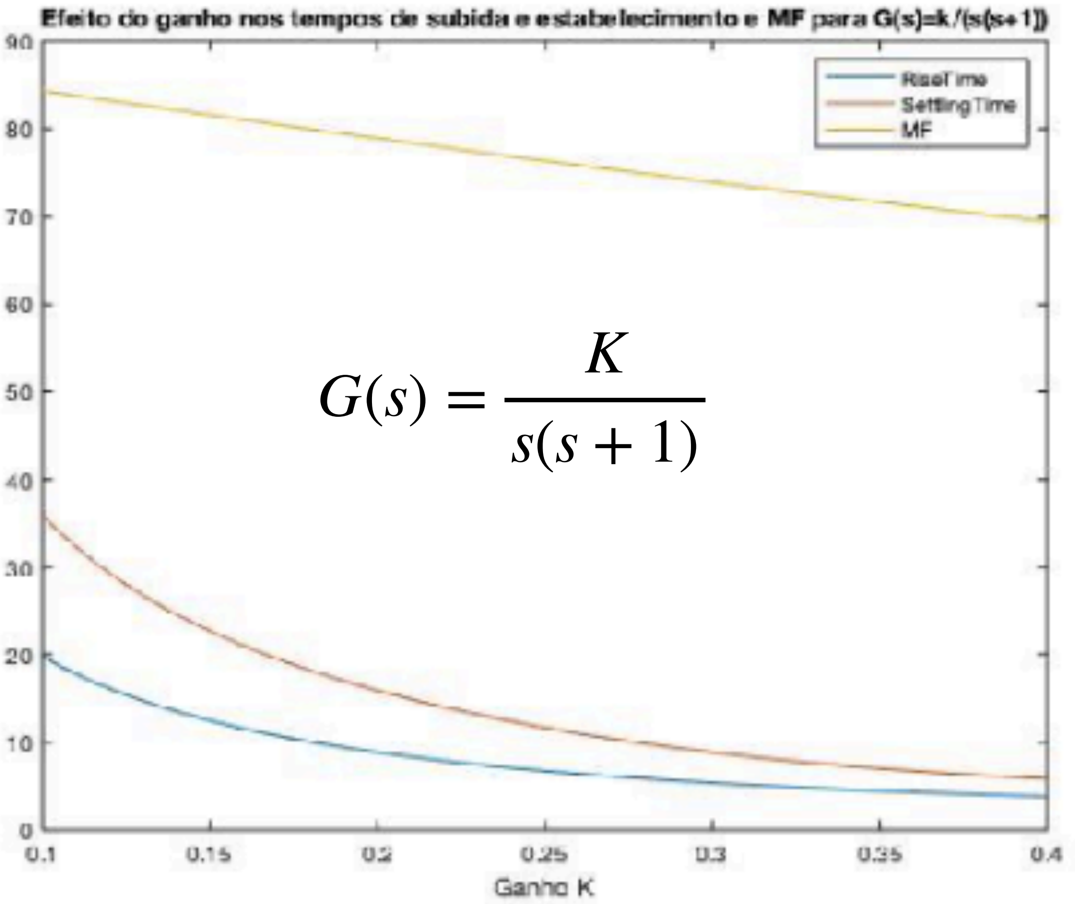
Especificações em frequência

A especificação de erro em regime na frequência é igual ao tempo.

Nas simulações pode-se verificar o atendimento da sobreelevação e tempo de estabelecimento desejados.

Uma menor margem de fase é equivalente a uma menor sobreelevação (Figura 2).

Especificações em frequência



$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)}$$

Figura 3. Efeito do ganho nos tempos de subida e estabelecimento e em MF

Especificações em frequência

Resumindo: a especificação pode ser como abaixo:

- Erro em regime (igual ao que é feito no tempo)
- Sobreelevação, verificando a resposta ao degrau e aumentando a margem de fase para reduzi-la.
- Tempo de estabelecimento (verificado via simulação).

Função de sensibilidade

A função de sensibilidade é dada por $S(s) = \dfrac{1}{1 + C(s)G(s)}$

sendo C(s) o controlador.

O gráfico de Bode de S(s) permite ver a sensibilidade do sistema em malha fechada a variação de parâmetros no modelo G(s).

Sabendo que valores mais baixos de módulo de S implicam em erros relativos nos parâmetros da planta terem menos efeitos no erro relativo da função de transferência em malha fechada, pode-se verificar como escolher o controladores para que o sistema em malha fechada menos sensível aos erros de modelagem.

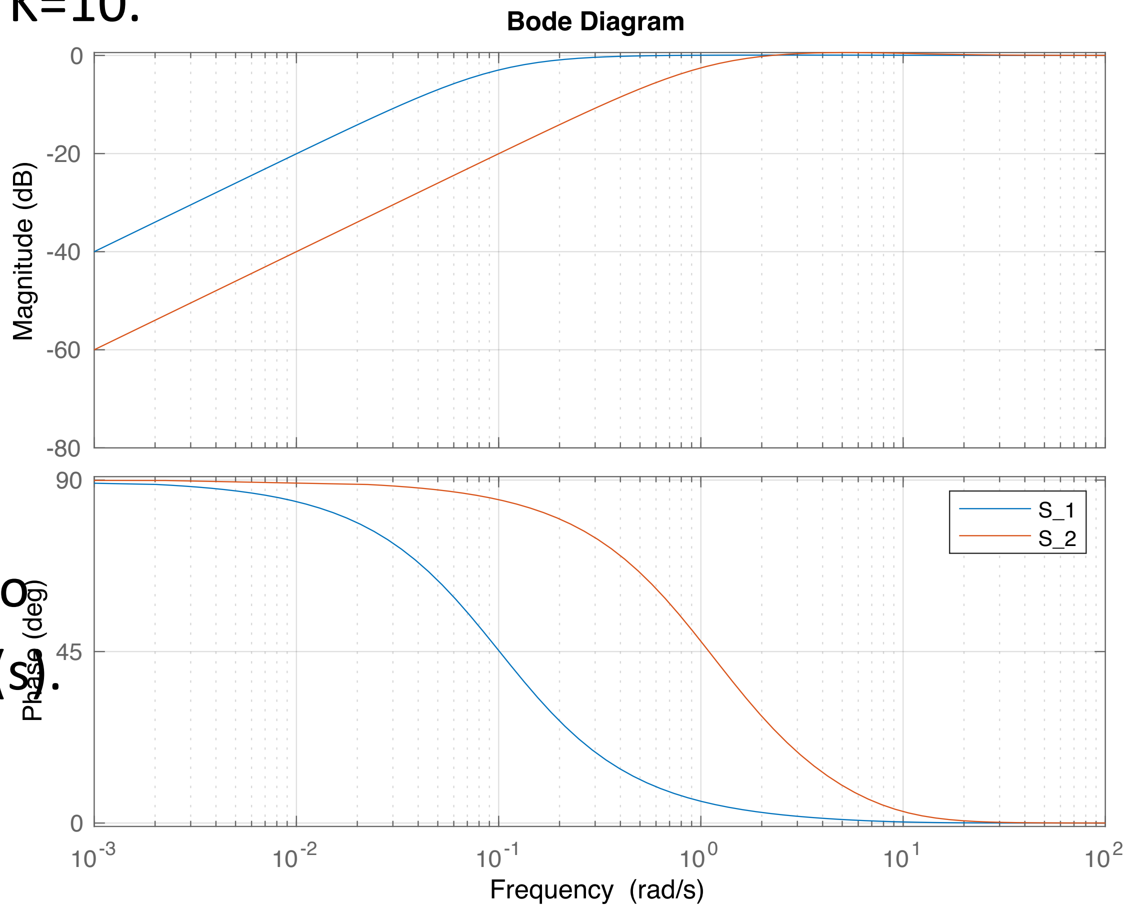
Função de sensibilidade

Exemplo: seja $G(s) = \dfrac{1}{s(s+10)}$ e o controlador C(s)=K.

Faremos o gráfico de Bode de S(s) para K=1 e K=10.

$$S_1(s) = \frac{1}{s(s+10)+1}$$

$$S_2(s) = \frac{10}{s(s+10)+10}$$



Observa-se que o módulo de S_2 é menor, sendo portanto menos sensível aos parâmetros de G(s). Isso ocorre em geral para ganhos maiores.

Função de sensibilidade

Por fim, tem-se que S(s)+T(s)=1, sendo

$$S(s) = \frac{1}{1 + C(s)G(s)}$$

$$T(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

1. Projeto de controladores PD

O controlador proporcional derivativo é dado por

$$G_c(s) = K_p + K_d s$$

ou

$$G_c(s) = K_p (1 + \frac{K_d}{K_p} s)$$

Assim, o ganho Kp deve ser escolhido para atender o erro em regime e o tempo de estabelecimento, e Kd para atender a condição de transitório, especificado em termos de margem de fase.

1. Projeto de controladores PD

Portanto, a estratégia de projeto muda dependendo do que for especificado:

Estratégia 1: atender especificação de erro em regime (Kp) e margem de fase (Kd)

Estratégia 2: atender especificação de tempo de estabelecimento (Kp) e margem de fase (Kd)

1. Projeto de controladores PD

Estratégia 1: atender erro em regime e margem de fase

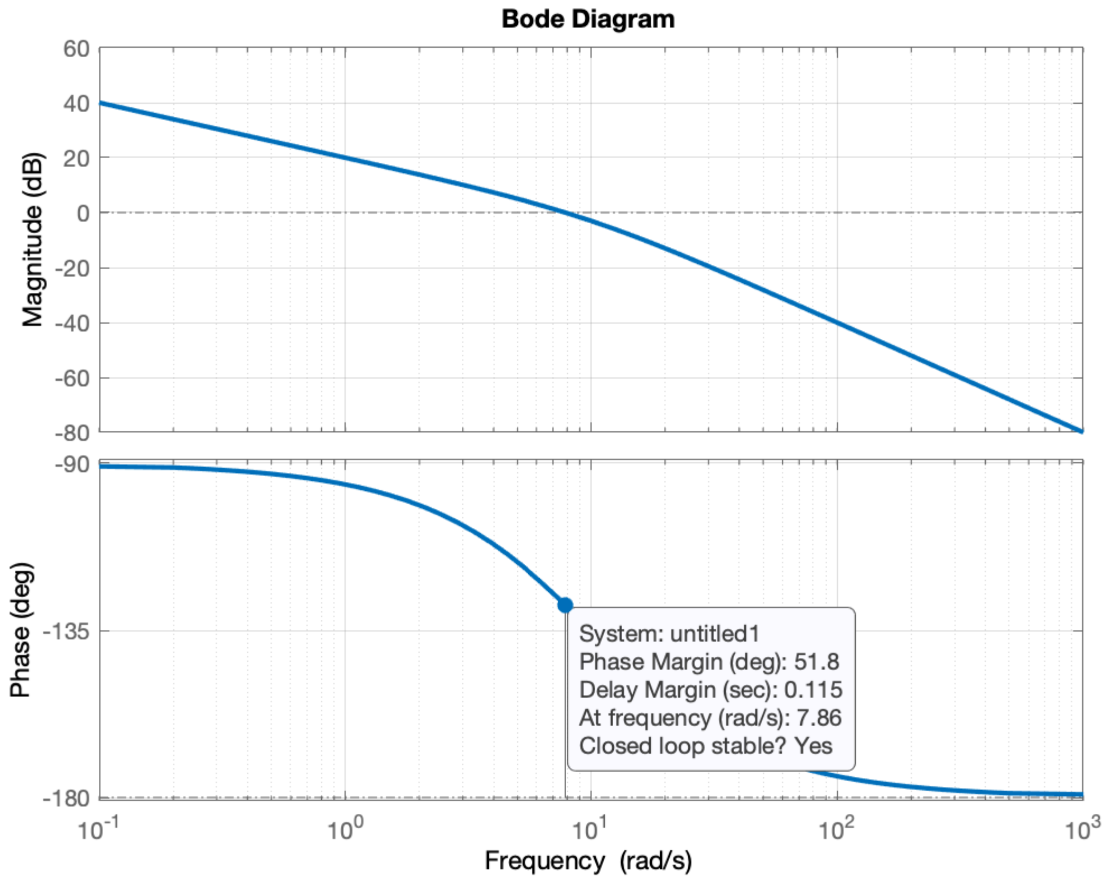
- Seja a FT $G(s) = \dfrac{K}{s(s+10)}$

Deseja-se ter um erro em regime para entrada rampa menor do que 10% e margem de fase maior que 45 graus.

Neste caso, o ganho Kp deve ser maior ou igual a 100.
Traçamos o gráfico de Bode já com este ganho.

1. Projeto de controladores PD

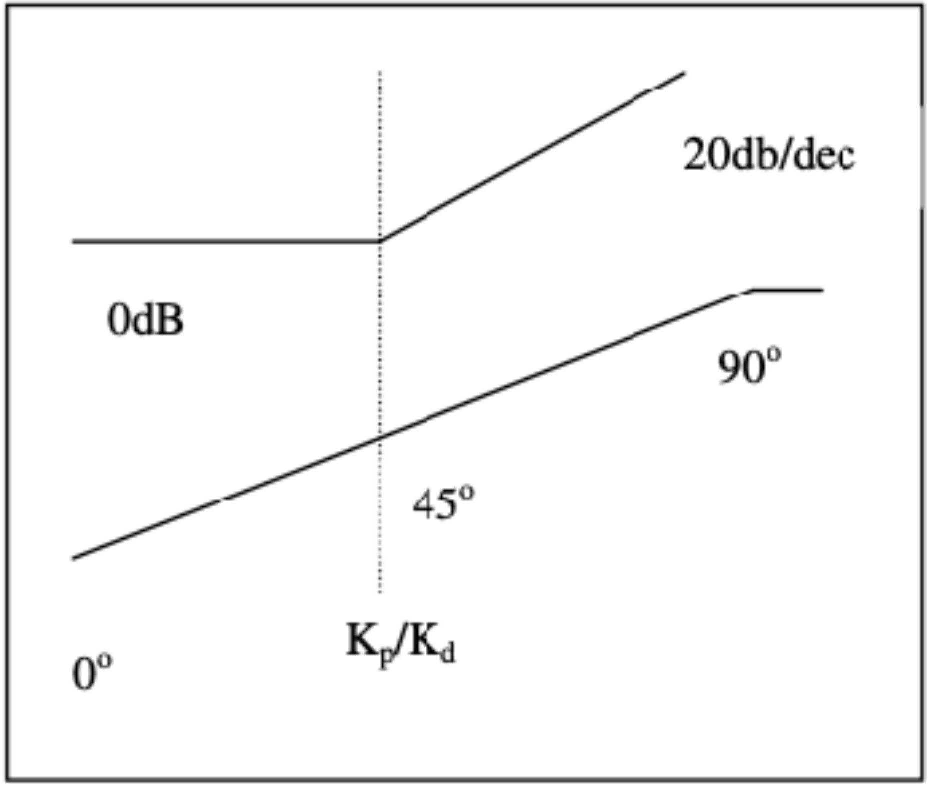
Como este ganho Kp=100, a margem de fase é aproximadamente 50 graus.



A questão agora é onde incluir o zero do PD para aumentar a margem de fase!

1. Projeto de controladores PD

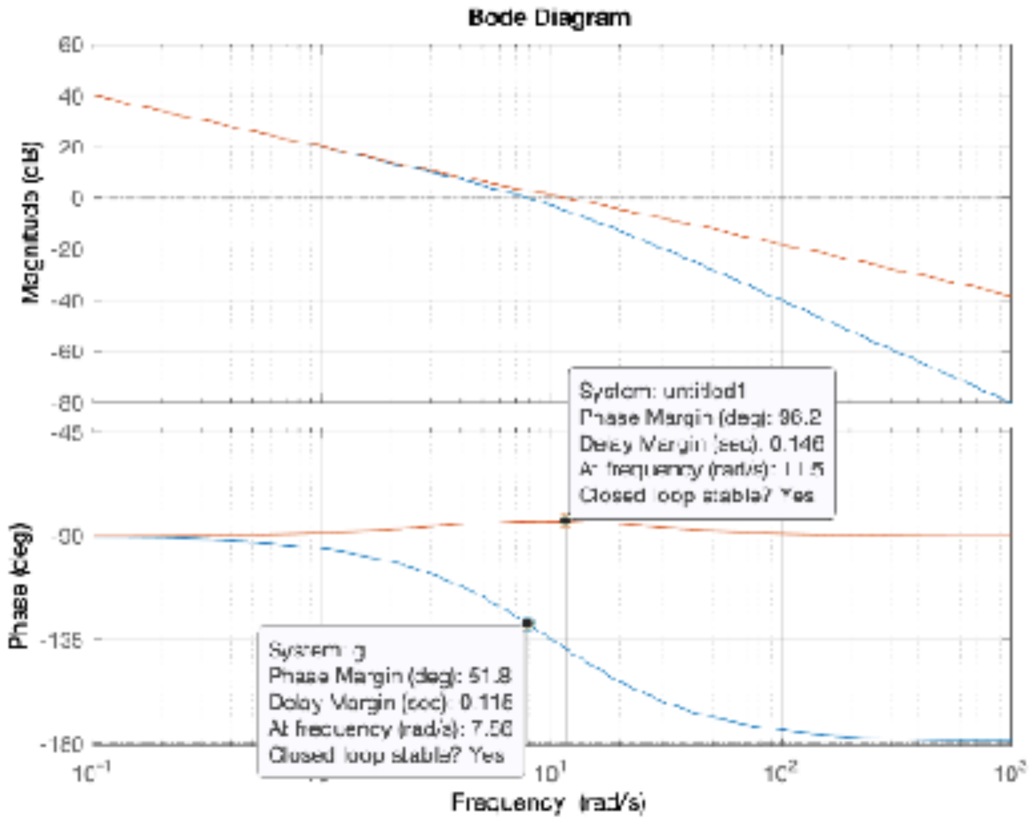
A figura ao lado mostra o efeito sobre o módulo e a fase do zero. Em K_p/K_d, a fase avança 45° e o módulo começa a subir 20 dB/dec.



Se o zero do for colocado em wg, o módulo não subirá nesta frequência e a fase subirá 45 graus, aumentando a MF. Logo, variações em torno desta freqüência permitirão obter a melhor MF possível.

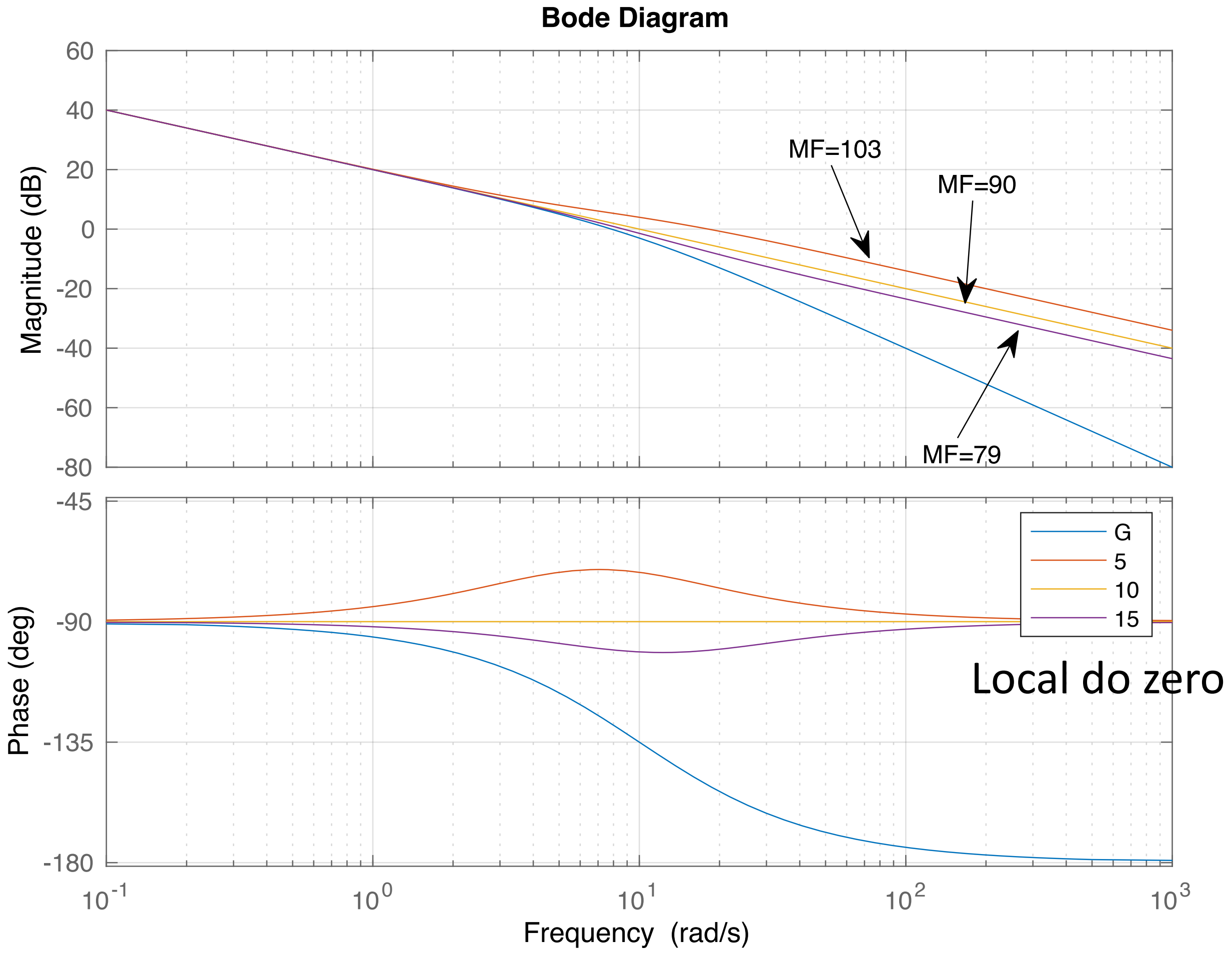
1. Projeto de controladores PD

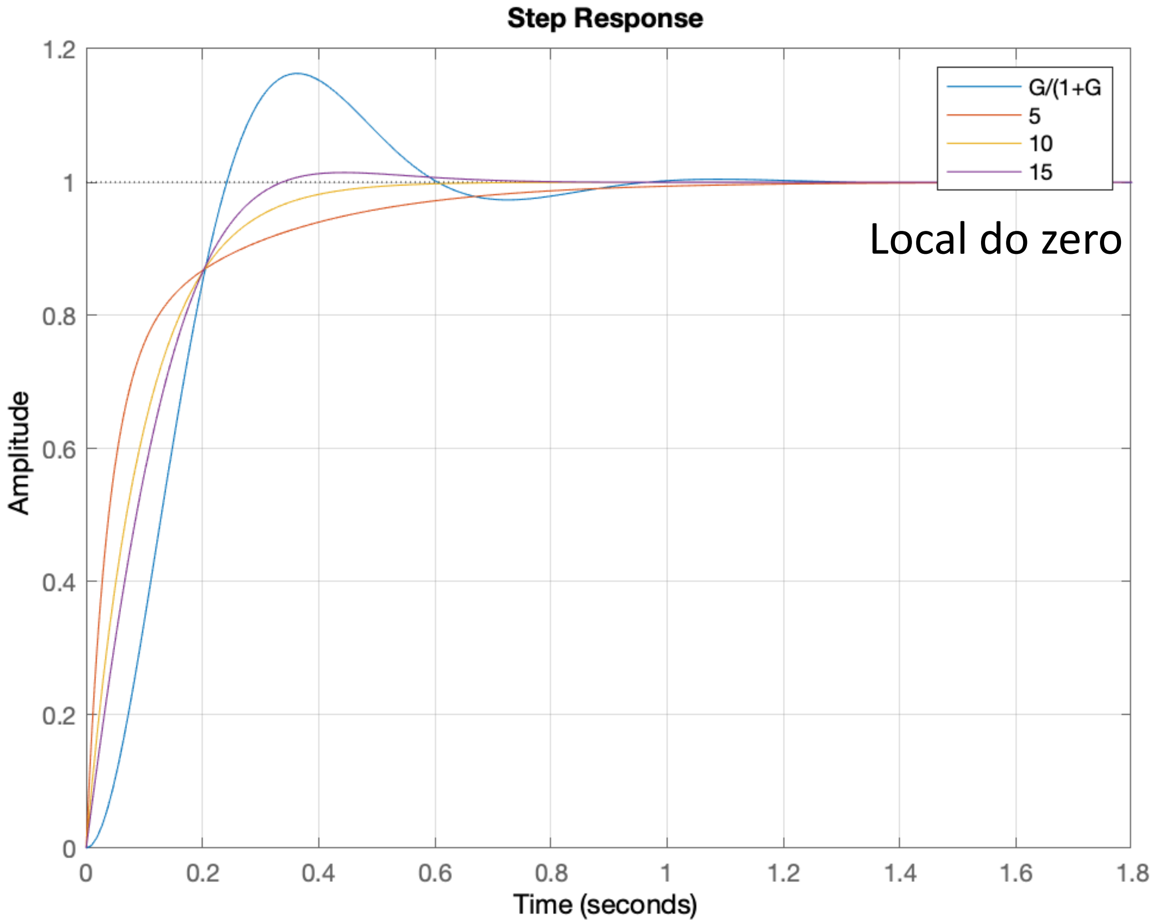
A figura abaixo ilustra o efeito da adição de um zero em 8rad/s. A margem de fase foi aumentada de 50 graus para mais de 90 graus. Em w=8rad/s, a curva de módulo mudou a inclinação em +20dB/dec, e foram adicionados 45 graus na curva de fase.



1. Projeto de controladores PD

Exemplos de localizações do zero do PD para este projeto:





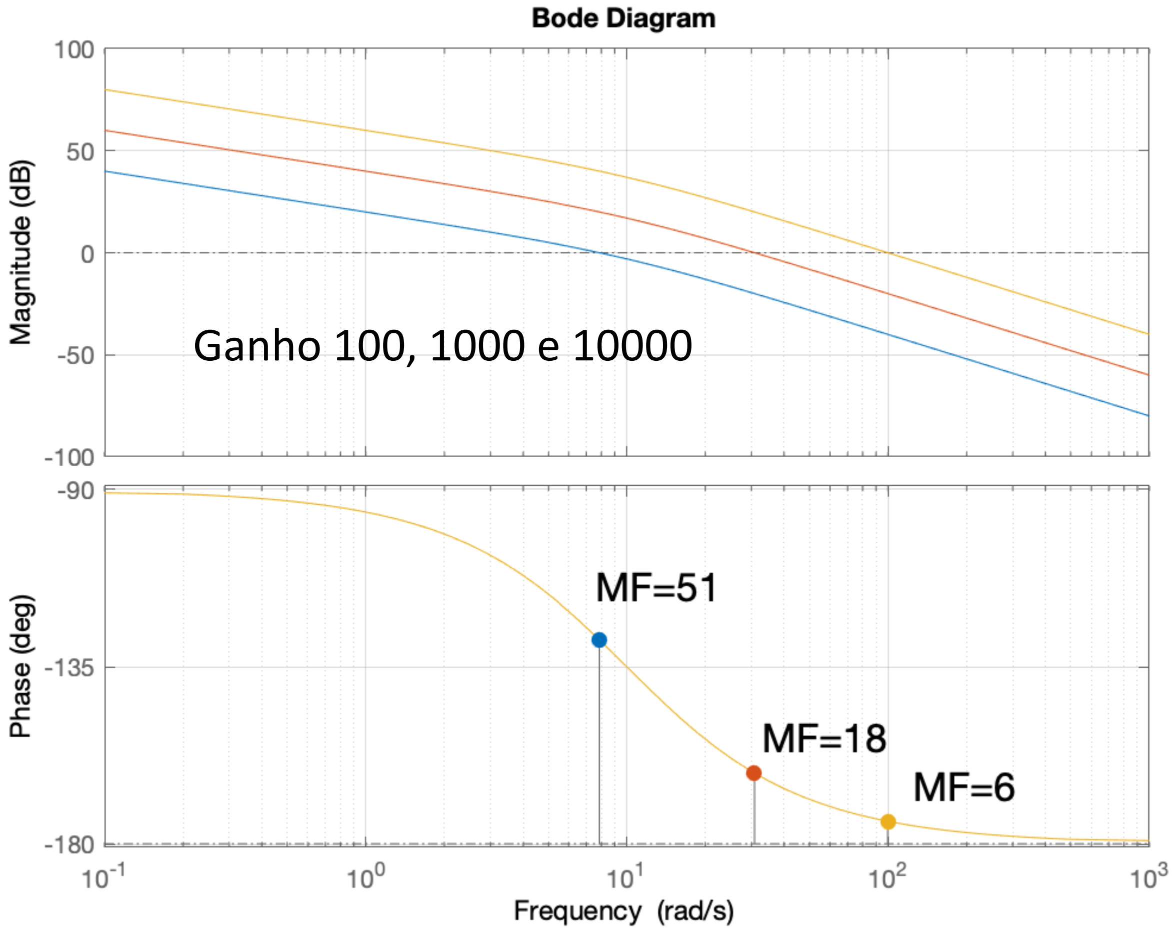
1. Projeto de controladores PD

Estratégia 2: atender Margem de fase e tempo de estabelecimento, com erro em regime já atendido

Seja a mesma FT para atender erro em regime nulo para entrada degrau, margem de fase >= 45graus, e resposta mais rápida possível.

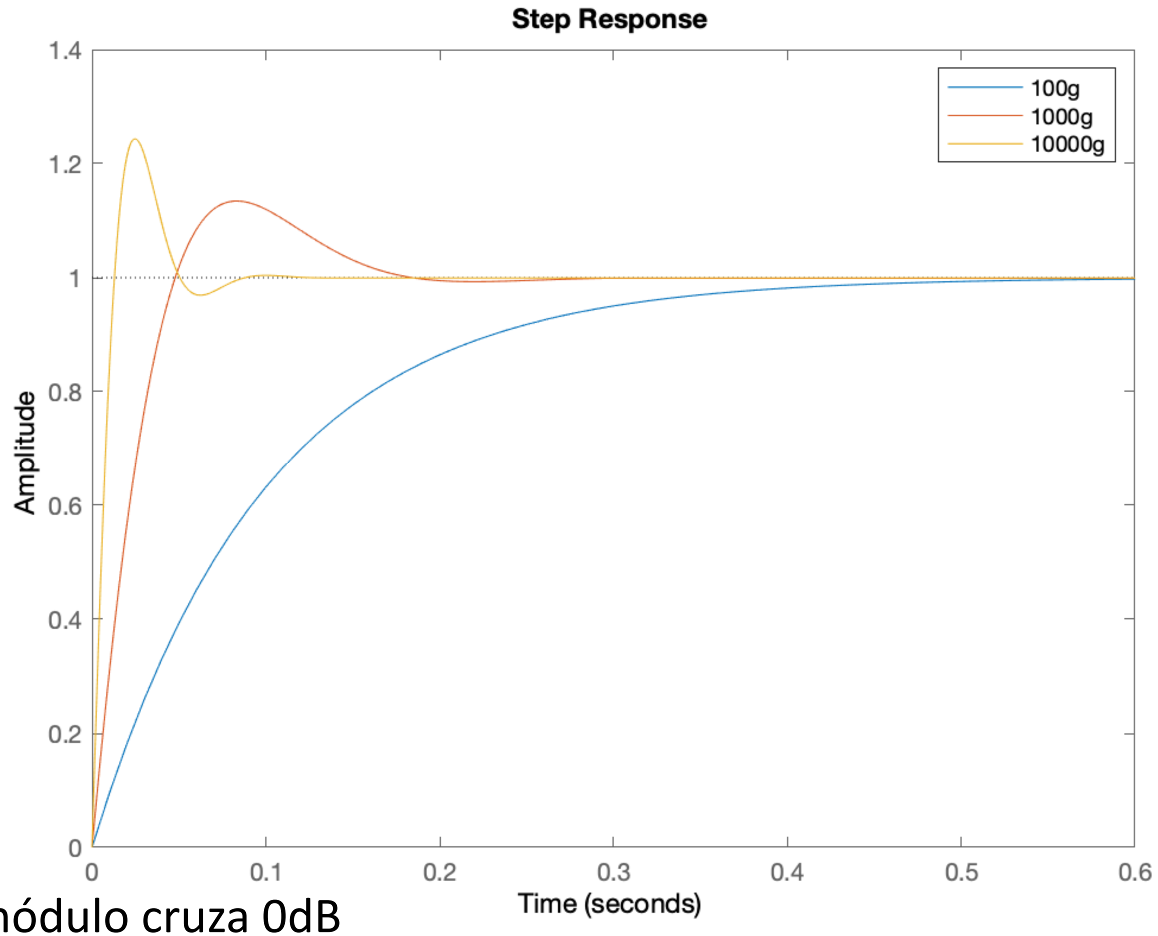
Uma estratégia é aumentar o ganho ao máximo tal que a margem de fase ainda seja atendida. Aumenta-se o ganho e verifica-se o tempo de estabelecimento.

Aumentar o ganho vai reduzindo a margem de fase, com maior dificuldade de recuperar com o zero do PD



1. Projeto de controladores PD

FT	MF	W
100g	90	10
1000g	66	30
10000	56	100



Maior o ganho maior a frequência w na qual o módulo cruza 0dB

Observa-se que a MF especificada foi atendida em todos os casos
Entretanto, uma menor MF está associada a uma maior sobreelevação

Resumo do projeto do PD

1) Verifique se o controlador PD estabiliza o sistema.
2) Verifique se o erro é atendido ou se Kp deve ser escolhido para isso.
3) Verifique se o controlador PD consegue atender a margem de fase especificada.
4) Escolha o ganho Kp de modo a atender eventual especificação de tempo de estabelecimento.
5) Faça o gráfico de Bode de KpG(s)
6) Coloque o zero do PD ($s = -\frac{K_p}{K_d}$) próximo a ω_g (frequência de cruzamento de ganho por 0dB)
7) Varie a localização do zero para atender a margem de fase desejada ou à sobreelevação desejada, a via simulação.

1. Projeto de controladores PD

Alguns exemplos:

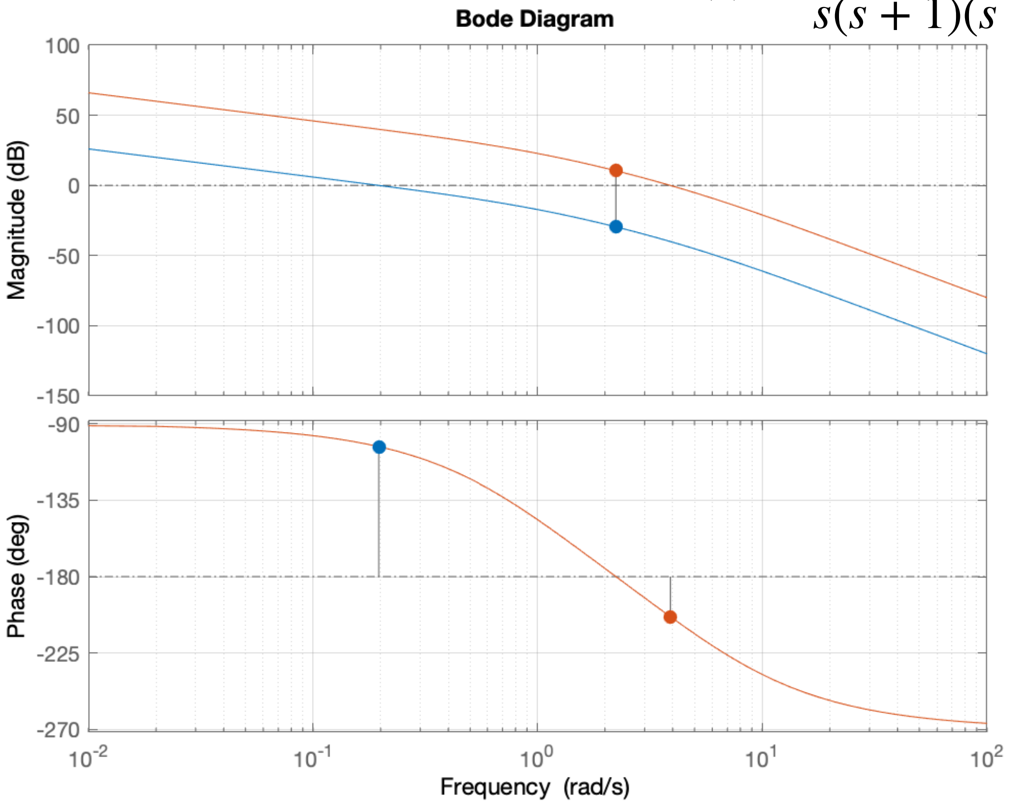
1) Caso G(s) seja tipo 1, o erro em regime para entrada degrau será atendido para o controlador PD. Exemplo: $G(s) = \dfrac{s+1}{s(s+5)}$

1. Projeto de controladores PD

Alguns exemplos:

2) Caso a margem de fase de KpG(s) seja menor que -45 graus, o controlador PD terá dificuldade de estabilizar o sistema em malha fechada.

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)}$$

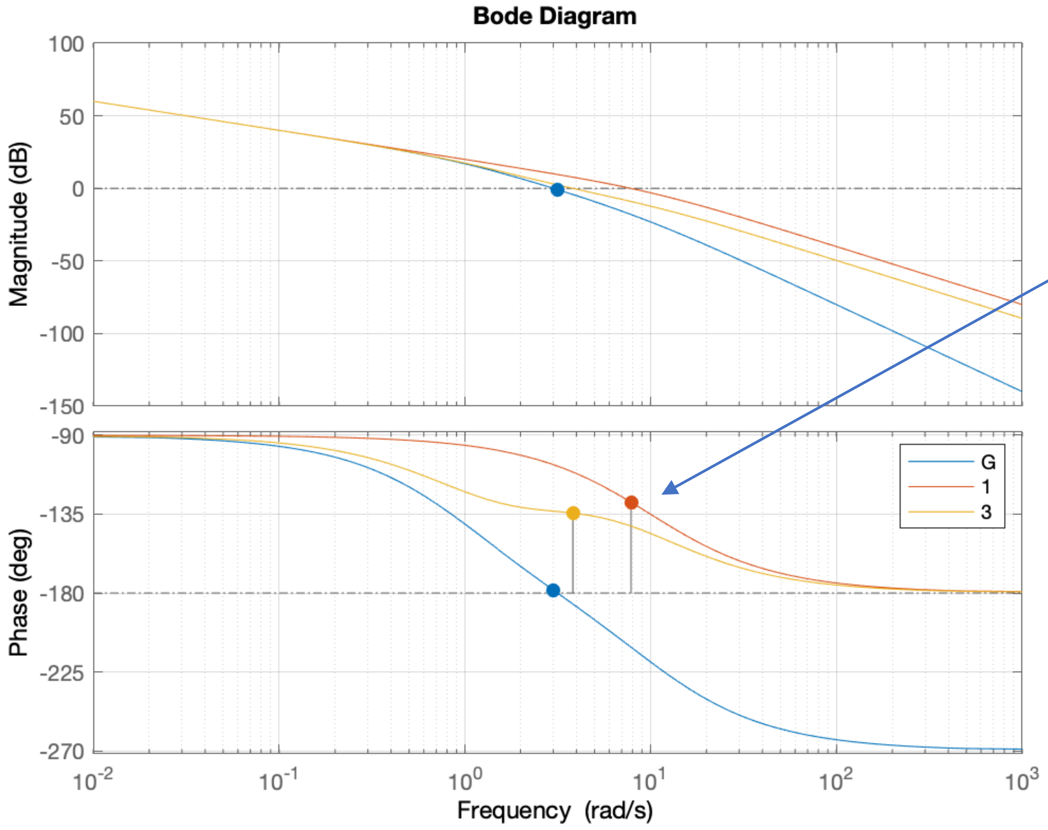


Ao introduzir o ganho Kp=100, MF mudou de 76 para -25 graus.

1. Projeto de controladores PD

3) Colocar o zero do PD em frequências menores que ω_g pode permitir uma maior margem de fase, mas depende dos polos e zeros de G(s).

$$G = \frac{100}{s(s+1)(s+10)}$$



Zero em -1: MF=53

Zero em -3: MF=45

1. Projeto de controladores PD

Projeto do PD usando a função do Matlab projpd:

```
[ c, MF ] =projpd( g, f )
```

Entradas:

g é a FT já com o ganho Kp se houver.

f é a frequência (rad/s) onde colocar o zero, próxima a ω_g. Caso f seja um vetor, o zero é colocado em todos os valores de f

Saídas:

c é o controlador

MF é a margem de fase obtida

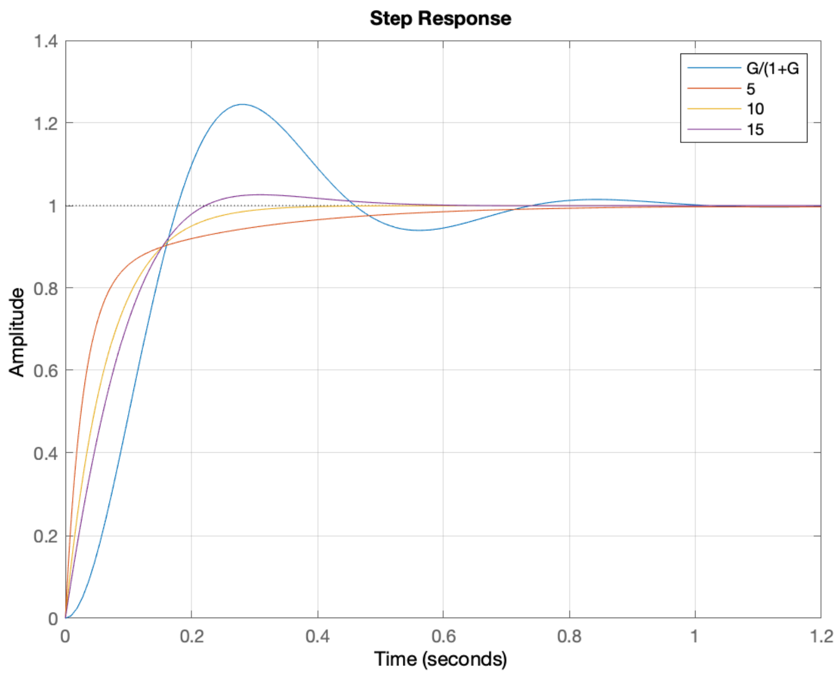
1. Projeto de controladores PD

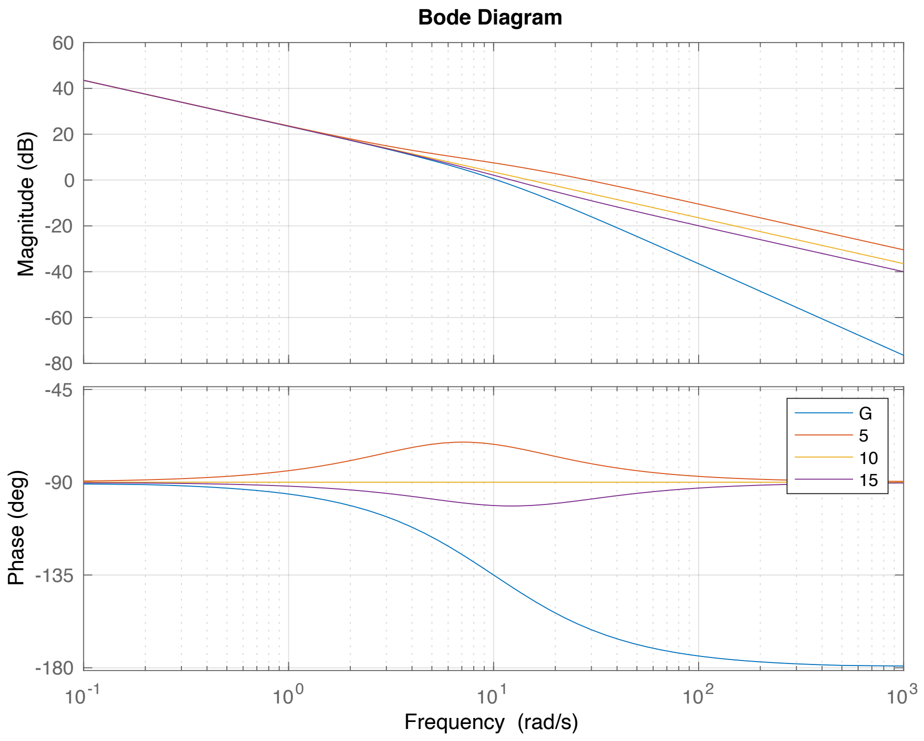
Exemplo:

$$G(s) = \frac{100}{s(s+10)}$$

projpd(G,[5 10 15])

Quando não há argumentos de saída, a função faz o gráfico abaixo.



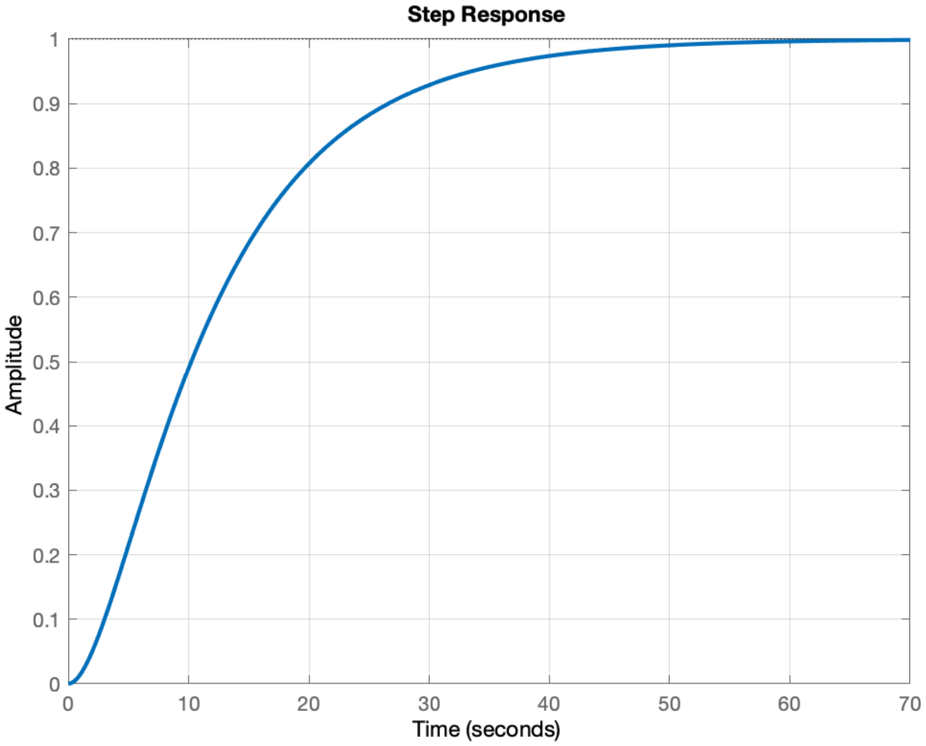


Exemplo 1:

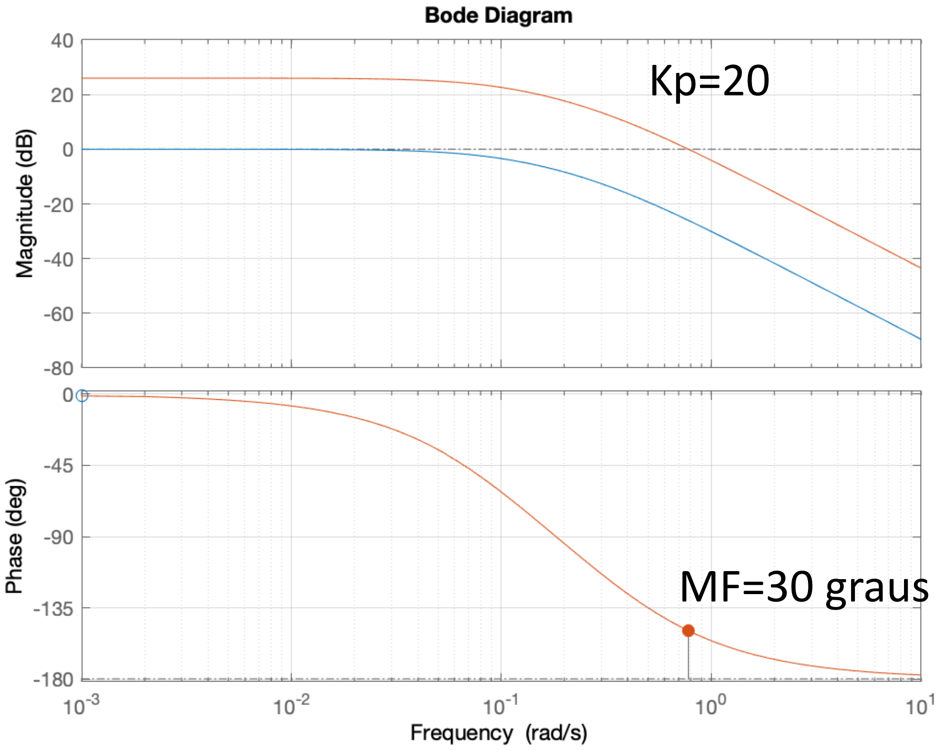
$$G = \frac{1}{(3s+1)(10s+1)}$$

Especificação:
- tempo de estabelecimento < 10s
- UP<2%

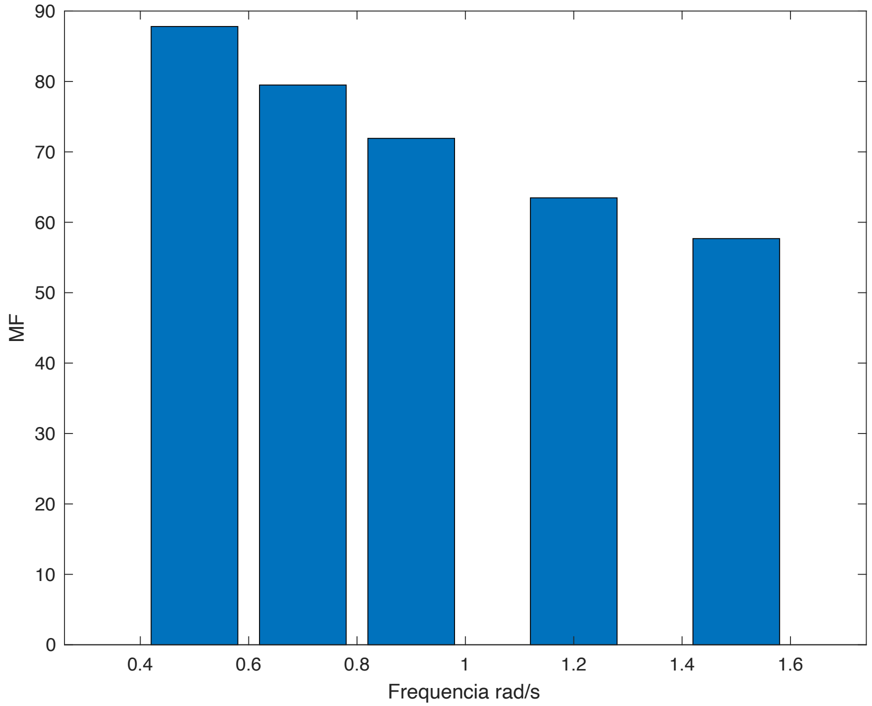
Resposta ao degrau



Exemplo 1:

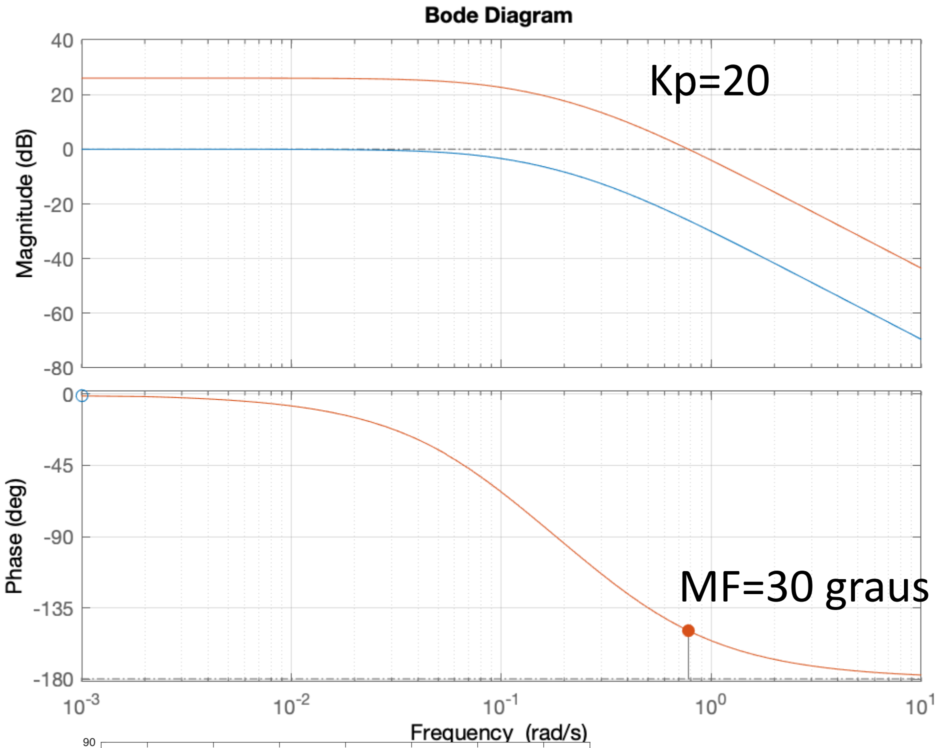


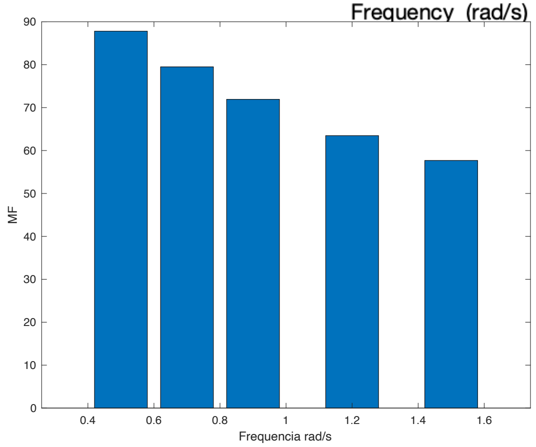

```
>> f=[0.5 0.7 0.9 1.2 1.5];
>> [ c, mf ] =projpd( 20*g, f )
```

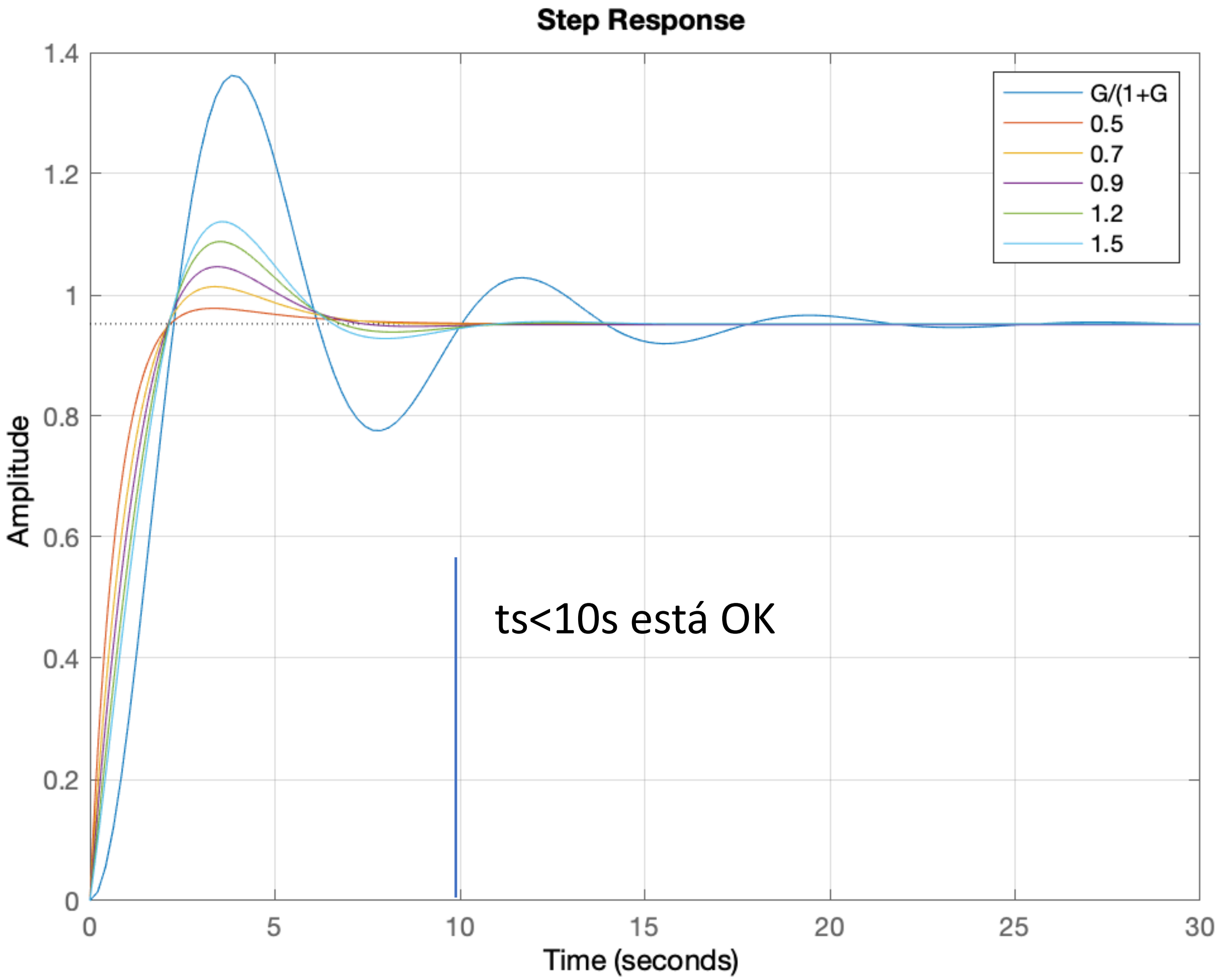


Exemplo 1:

Diferentes localizações do zero



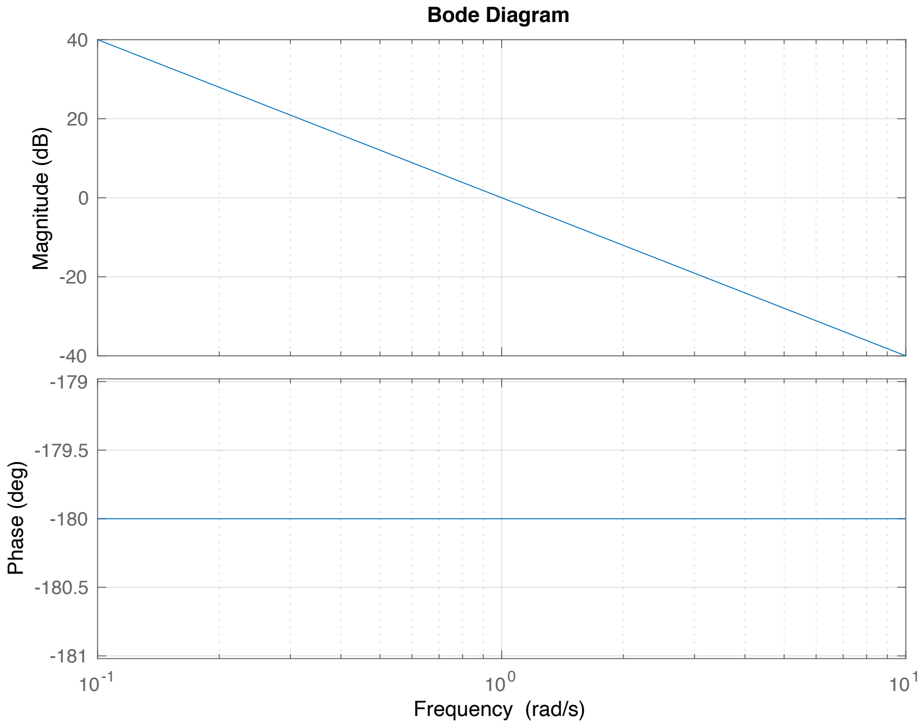




Exemplo 2:

Seja a FT $G(s) = \dfrac{1}{s^2}$ e seu gráfico de Bode.

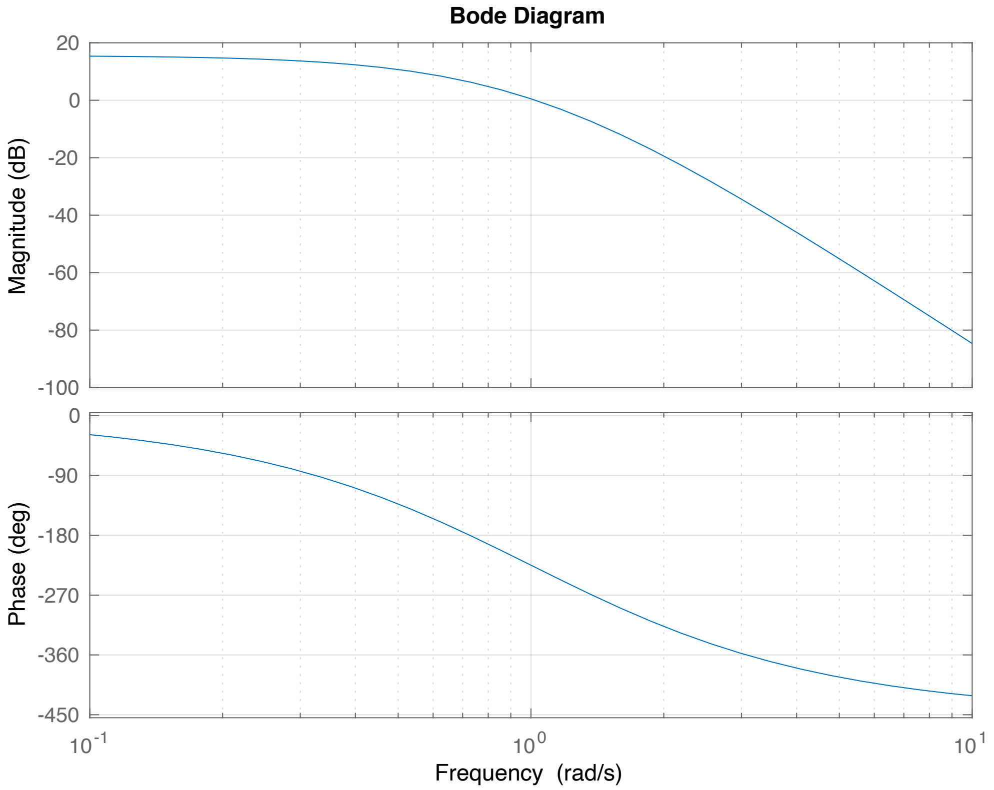
Verifique se o controlador PD estabiliza este sistema com margem de fase de 60 graus.



Exemplo 3:

Seja a FT $G(s) = \dfrac{6}{(s+1)^5}$ e seu gráfico de Bode.

Verifique se o controlador PD estabiliza este sistema com margem de fase de 60 graus.



2. Projeto do controlador PI

A FT deste controlador é dada por

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \qquad (5)$$

ou

$$G_c(s) = K_p \frac{(s + \frac{K_i}{K_p})}{s} \qquad (6)$$

ou

$$G_c(s) = K_i \frac{(1 + \frac{K_p}{K_i} s)}{s} \qquad (7)$$

Este controlador adiciona um polo na origem, aumentando assim o tipo do sistema, contribuindo para atender o erro em regime.

Como o ganho do controlador (de (7)) depende de Ki, este é o parâmetro que terá um valor mínimo para atender o erro em regime.

2. Projeto do controlador PI

Analisemos inicialmente o gráfico de Bode do controlador PI, dado por (7), desenhado para freqüência de $0.1K_i/K_p$ até $10K_i/K_p$ (ou seja, começa uma década antes de K_i/K_p e acaba uma década depois).

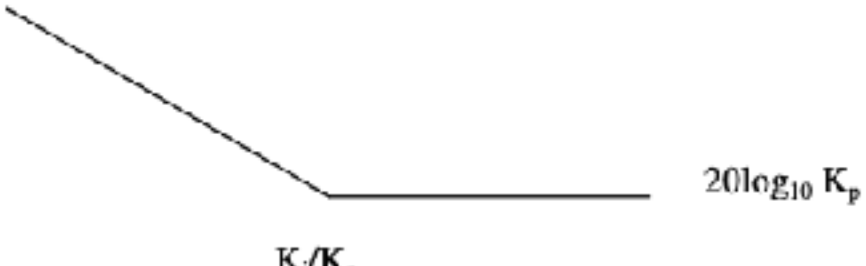
$$G_c(s) = K_i \frac{(1+\frac{K_p}{K_i}s)}{s} \qquad (7)$$

Módulo:

Considerando $G_c(j\omega) = K_i \frac{(1+\frac{K_p}{K_i}j\omega)}{j\omega}$, em $\omega=0.1K_i/K_p$, o módulo é dado por

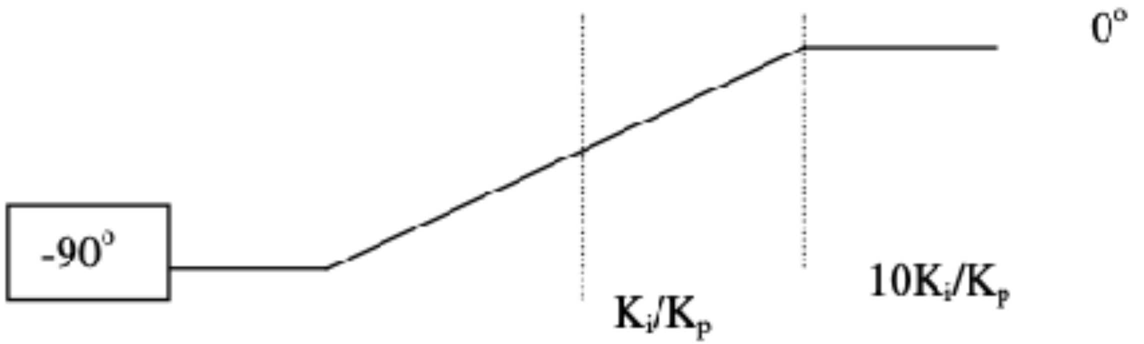
$$\frac{|K_i|}{|\omega|} = \frac{K_i}{0.1K_i/K_p} = 10K_p$$

Em $\omega=K_i/K_p$, o módulo é dado por K_p, o que dá o gráfico de módulo abaixo:



2. Projeto do controlador PI

Da mesma forma, a fase devida ao controlador será de $-90°$ uma década antes de K_i/K_p, $-45°$ em K_i/K_p e $0°$ em $10K_i/K_p$, como mostrado na figura abaixo.

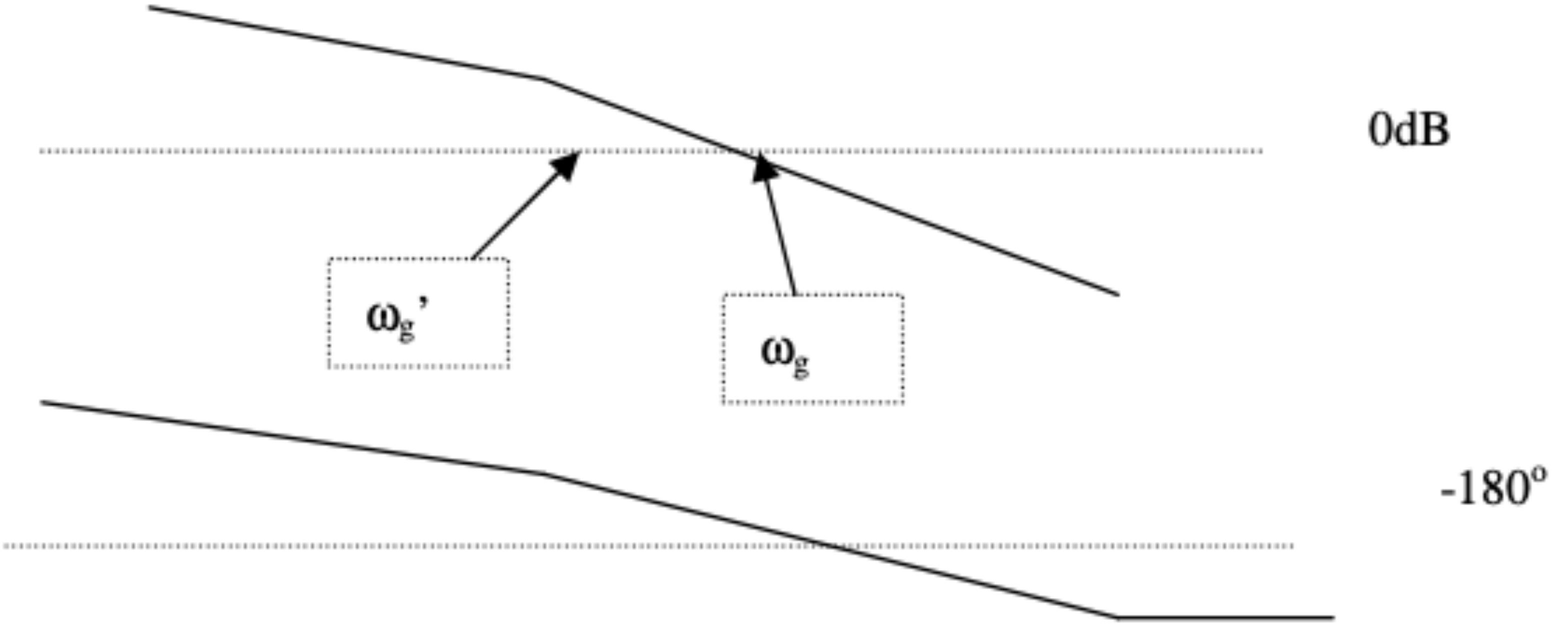


Como usar o controlador PI para aumentar a margem de fase?

2. Projeto do controlador PI

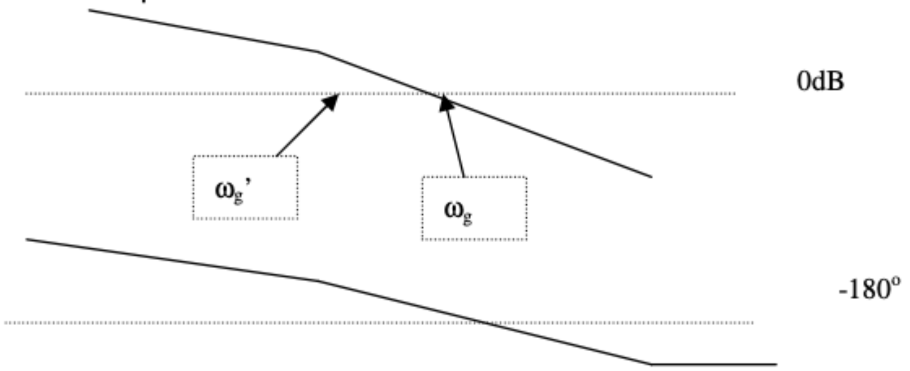
Como usar o controlador PI para aumentar a margem de fase?

Seja o sistema hipotético mostrado abaixo.



2. Projeto do controlador PI

Seja o sistema hipotético mostrado abaixo.



Observe que se o módulo de G(s) cruzasse em 0dB em ω_g', a MF seria maior. Para que isto aconteça, escolhemos $K_p<1$ para abaixar a curva de módulo. Assim, escolhendo K_p tal que

$$\left|G(j\omega_g')\right| + 20\log_{10} K_p = 0 \quad \text{ou}$$

$$K_p = 10^{-\frac{|G(j\omega_g')|}{20}} \qquad (8)$$

o módulo da curva compensada cruzará em 0dB na freqüência ω_g'.

2. Projeto do controlador PI

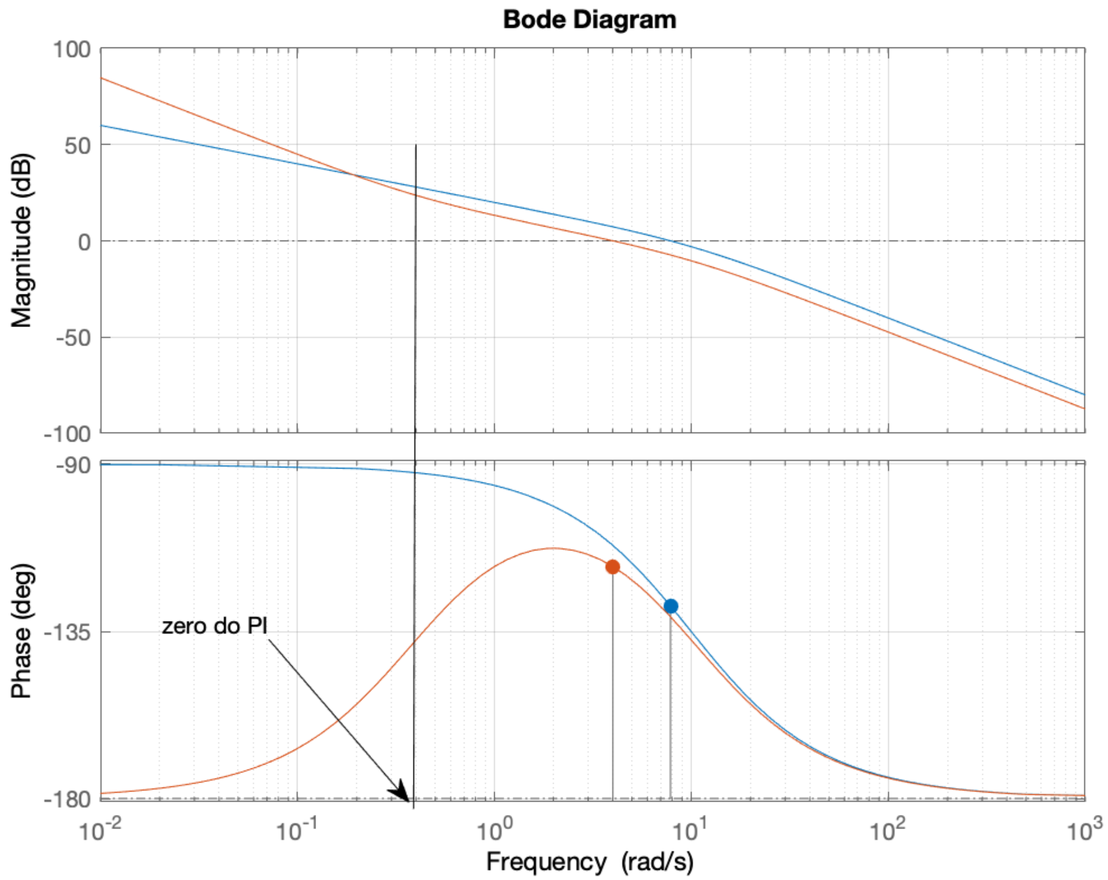
Agora falta obter Ki.

Observando a curva de fase do controlador, vemos que na freqüência $10K_i/K_p$ a fase devida ao controlador é zero graus.

Assim, escolhendo $10\dfrac{K_i}{K_p} = \omega_g'$, a curva compensada de fase não sofrerá alteração na freqüência ω_g', onde queremos nossa nova e maior Margem de Fase.

2. Projeto do controlador PI

$$G(s) = \frac{100}{s(s+10)}$$



A MF passou de 50 para 60 graus!

A curva de módulo cruzava em 0db em ω=8 rad/s. Escolhendo K_p=0.43, a curva de módulo desceu -7dB, passando a cruzar por 0dB em ω=4 rad/s. O zero K_i/K_p é então escolhido como sendo 0.4rad/s, de modo que em ω=4 rad/s o efeito do atraso de fase do controlador já tenha desaparecido, como se vê na figura acima.

2. Projeto do controlador PI

Passos do projeto do controlador PI para aumentar a Margem de fase:

1. Verificar se o ganho K_I atende o erro em regime
2. Escolher a frequência de cruzamento de fase $\omega_g^{'}$ para a qual se tem a Margem de Fase desejada
3. Calcular o ganho K_P para baixar a curva de módulo: $K_P = 10^{-\frac{|G(j\omega_g)|}{20}}$
4. Calcular K_I de modo que $\dfrac{K_I}{K_P} = \dfrac{\omega_g^{'}}{10}$
5. Verificar se o ganho obtido no passo 1 e 4 são compatíveis.

2. Projeto do controlador PI

Ao projetar o controlador PI, pode ocorrer da margem de fase já ser grande o suficiente.

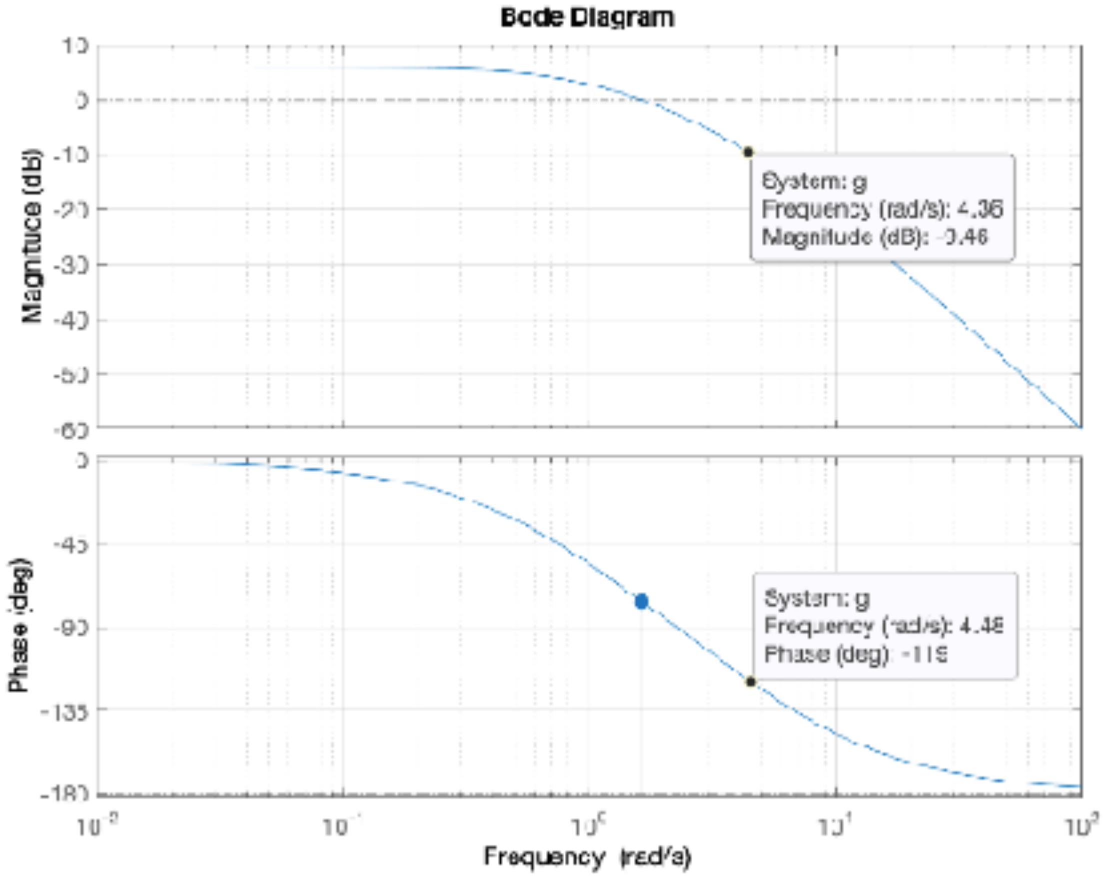
Neste caso, não é necessário reduzir o valor de Kp, e este ganho pode inclusive ser aumentado para tornar a resposta mais rápida.

Neste caso, pode-se ter Kp>1, e Ki é escolhido da mesma forma:

$$\frac{K_i}{K_p} = \frac{w_g^{'}}{10}$$

Sendo que wg’ é novamente a frequência na qual a curva de módulo cruza por 0dB

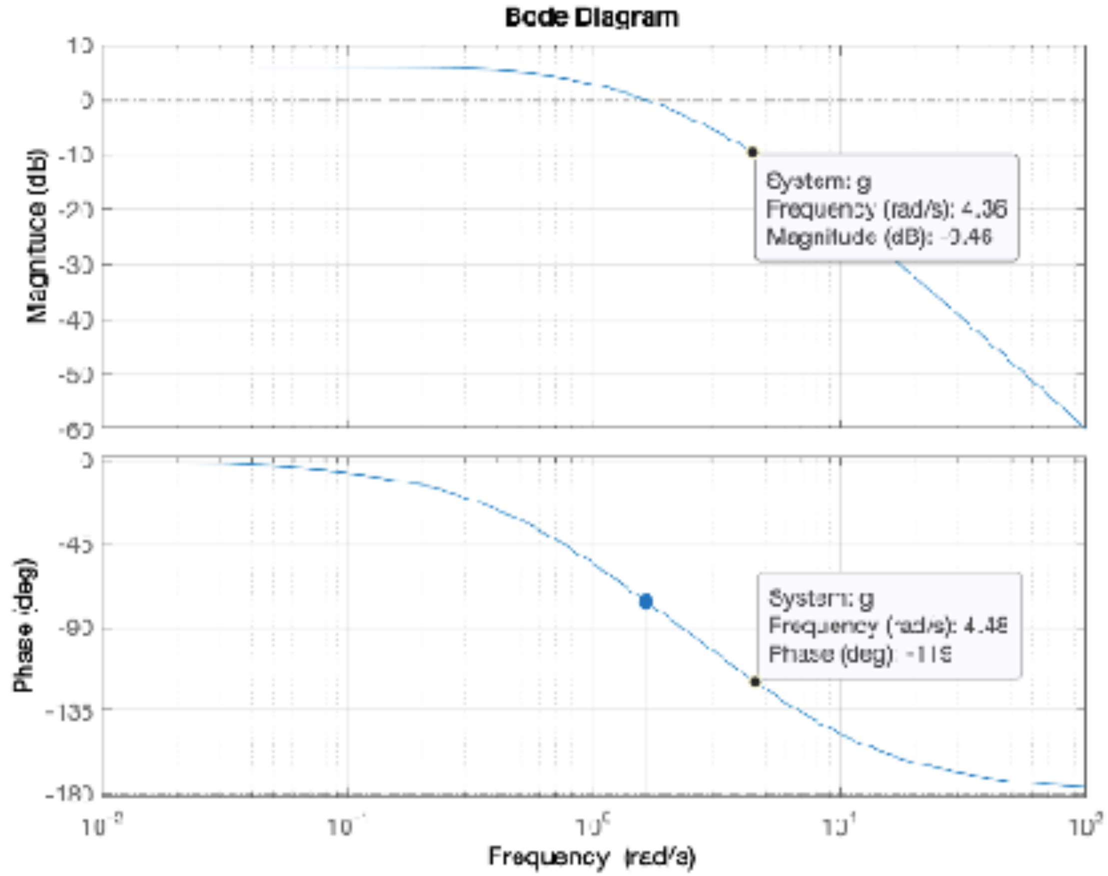
2. Projeto do controlador PI



Observa-se que se o ganho for aumentado em 12dB, a curva de módulo passará por 0 dB em 5rad/s.

A margem de fase será 55 graus.

2. Projeto do controlador PI

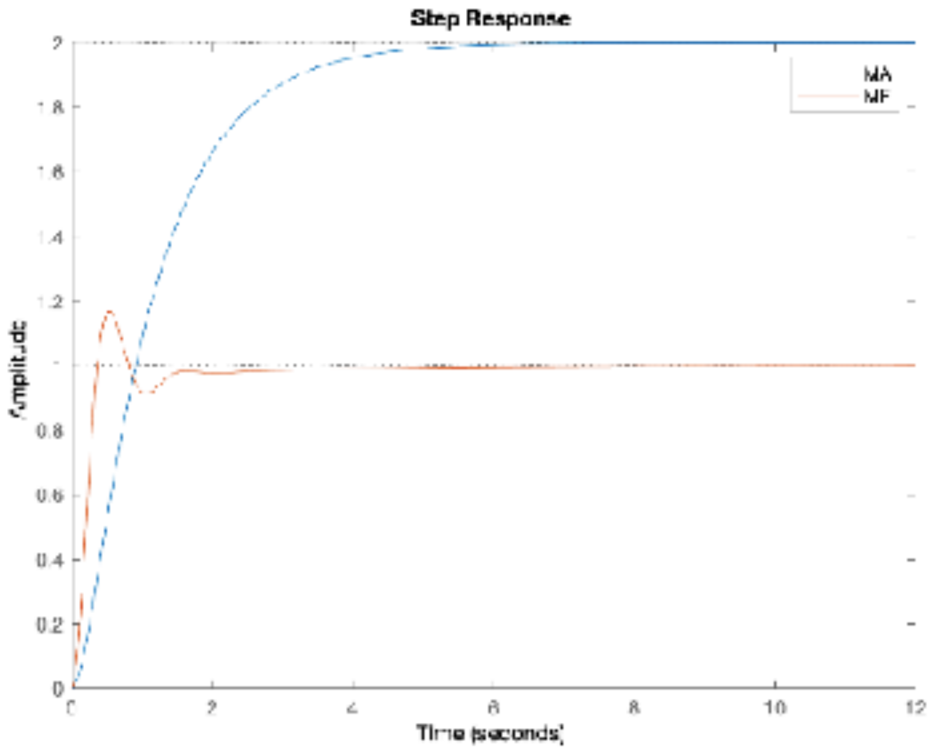


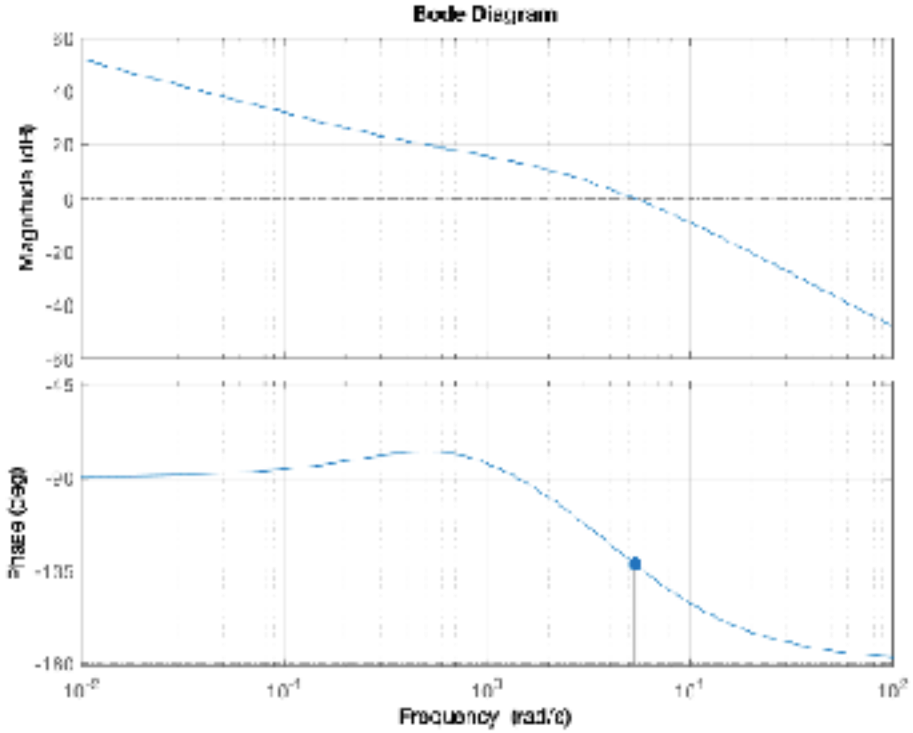
Faz-se então Kp=4 (12dB), e coloca-se o zero do PI uma década antes da nova frequência de cruzamento de ganho, em 5rad/s.

Disso resulta
Ki=Kp*5/10=2

2. Projeto do controlador PI

Observa-se a resposta bem mais rápida com o PI, e um pouco de sobreelevação, junto com o gráfico de Bode compensado.





1. Projeto de controladores PI

Passos do projeto do controlador PI para atender erro em regime e tempo de estabelecimento:

1) Verifique se o controlador PI estabiliza o sistema e atende ao erro em regime desejado
2) Escolha o ganho Kp de modo a atender as condições de tempo de estabelecimento.
3) Faça o gráfico de Bode de $K_P G(s)$ e identifique a frequência de cruzamento de ganho: $\omega_g^{'}$
4) Calcule K_I de modo que $\dfrac{K_I}{K_P} = \dfrac{\omega_g^{'}}{10}$
5) Verifique o atendimento das especificações.

1. Projeto de controladores PI

Usando a função projpi.

```
[ c, wg] =projpi( g, M)
```

M é o aumento ou redução do módulo em dB:

```
kp=10^(M/20);
[m,f,w]=bode(kp*g);
```

Escolhendo M=-6dB baixa a curva de módulo em 6dB.

M>0 aumenta o módulo

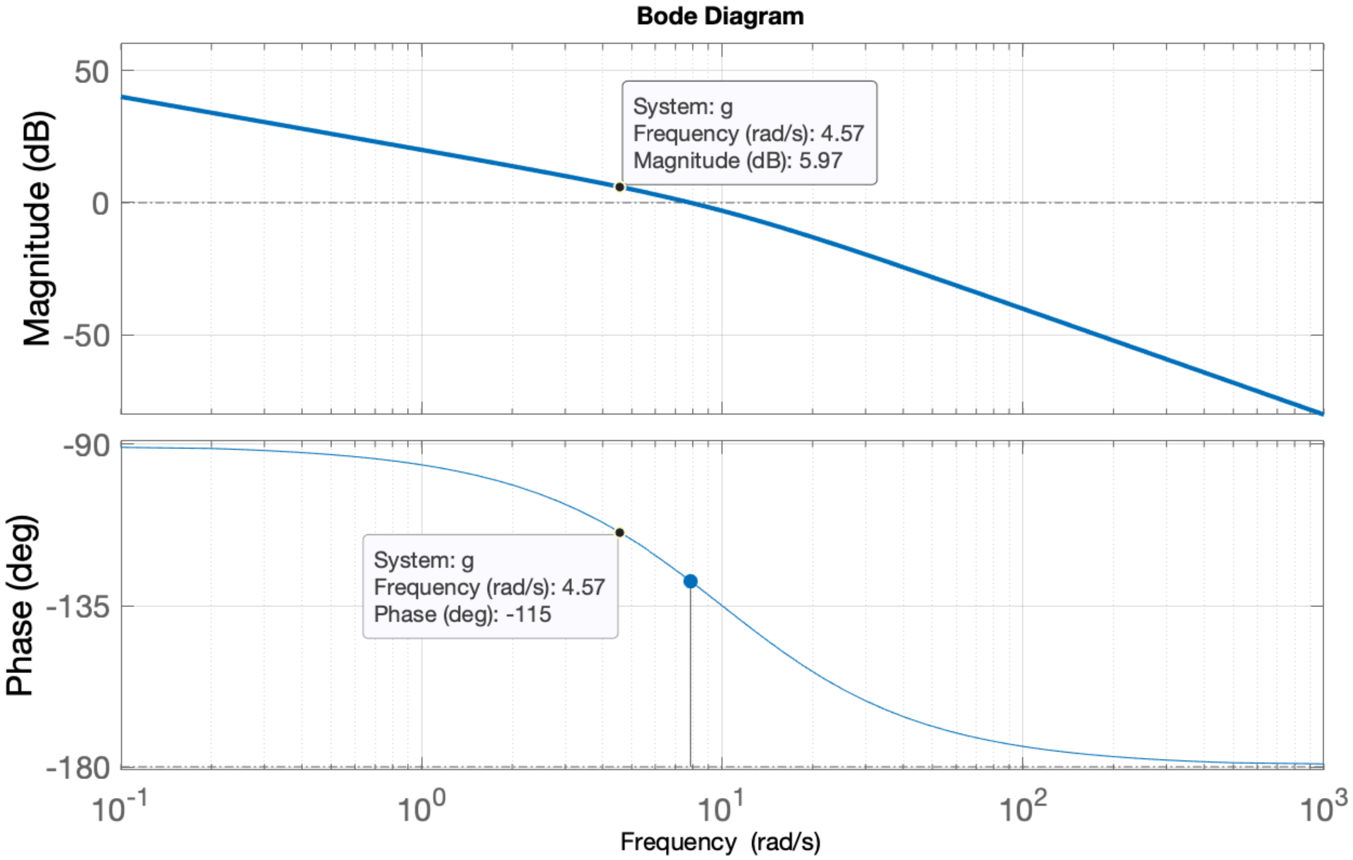
M<0 diminui o módulo

1. Projeto de controladores PI

Seja $G(s) = \dfrac{100}{s(s+10)}$

Sua margem de fase é 45 graus.

Suponha que se deseje aumentar a MF para 60 graus.

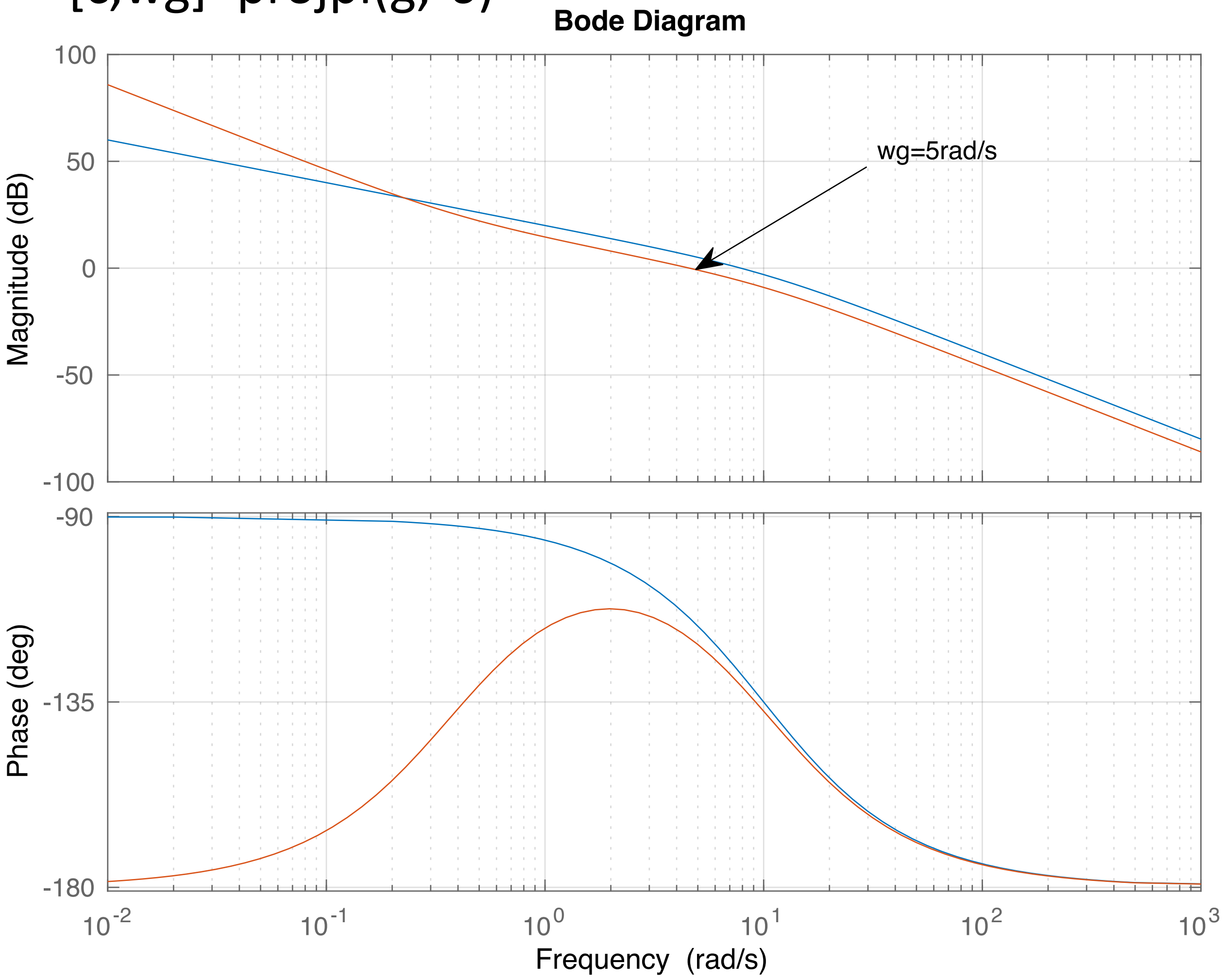


Neste caso, o módulo deve ser reduzido

em 6dB, ou seja, $M = 0.5$

1. Projeto de controladores PI

[c,wg]=projpi(g,-6)



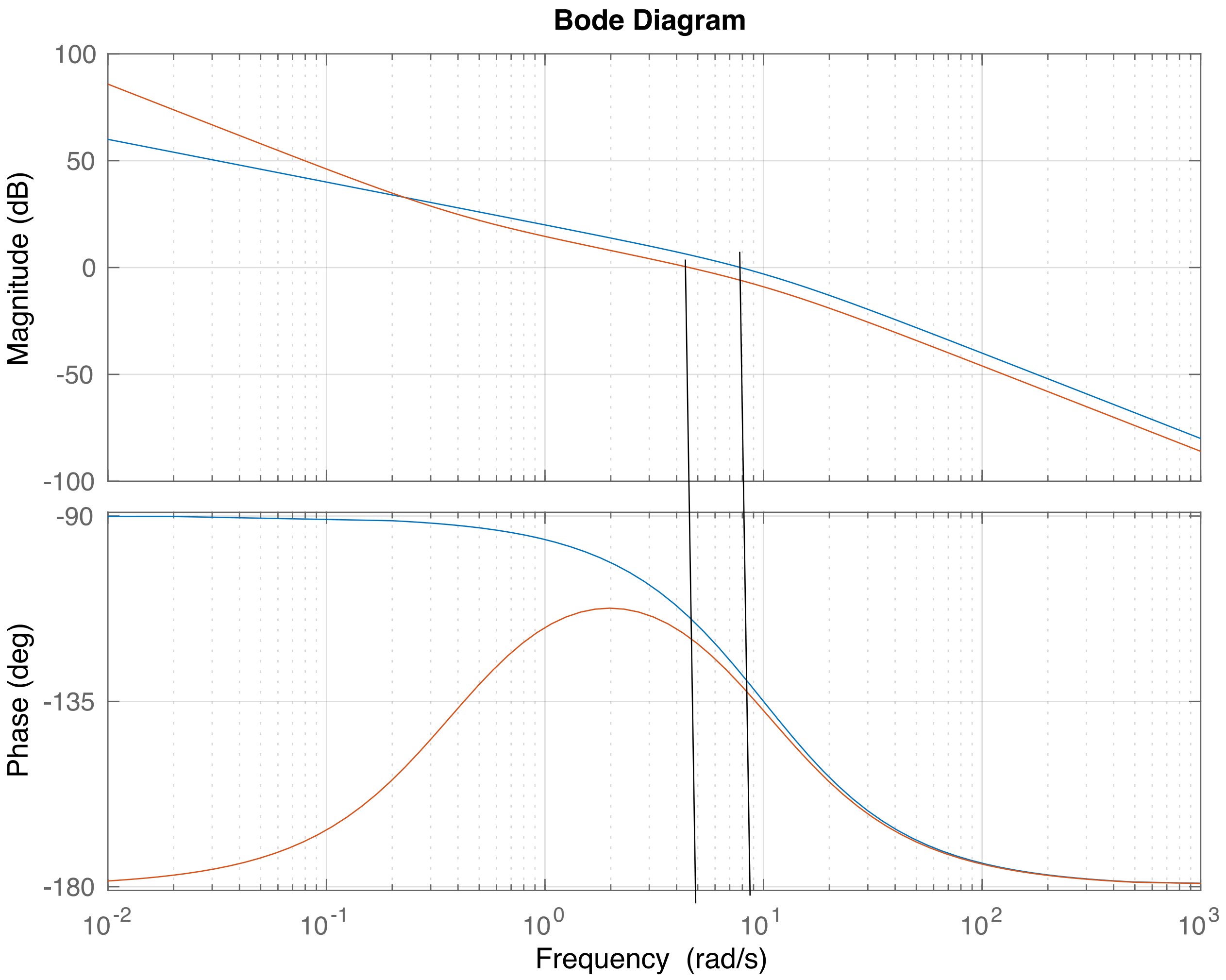
A curva de módulo foi reduzida em 6 dB

A curva de módulo passa por 0dB em wg=5rad/s

O zero do PI foi colocado em 0.5rad/s

A nova MF é 60 graus

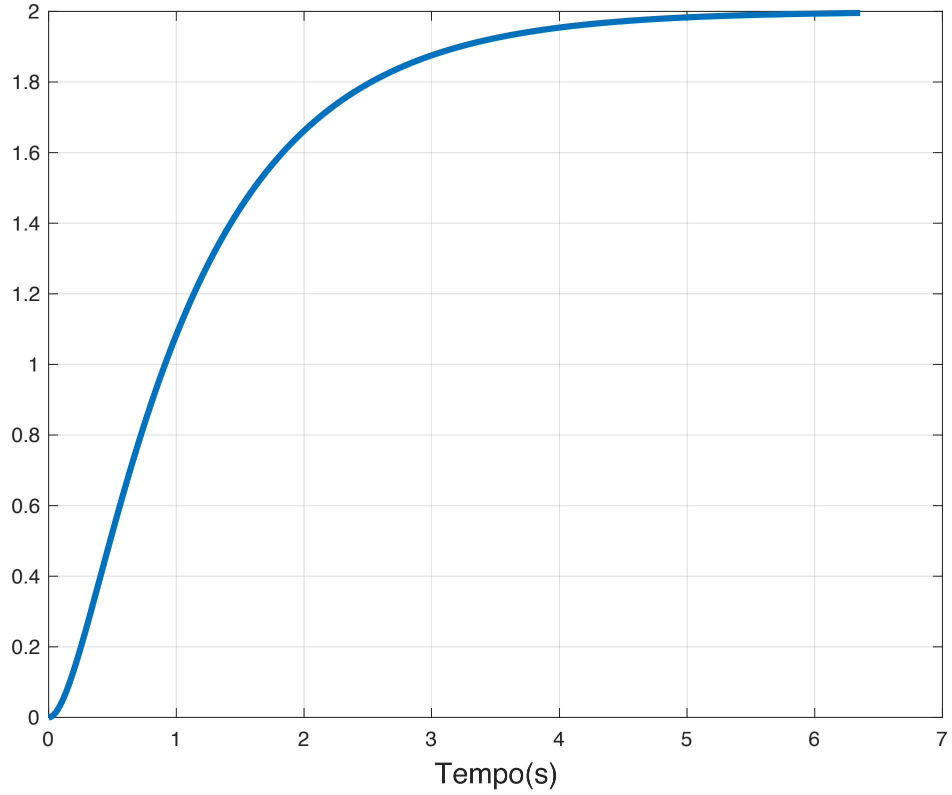
1. Projeto de controladores PI



Nova margem de fase: 60 graus

1. Projeto de controladores PI

Novo exemplo: $G(s) = \dfrac{10}{(s+1)(s+5)}$



Resposta ao degrau em malha aberta

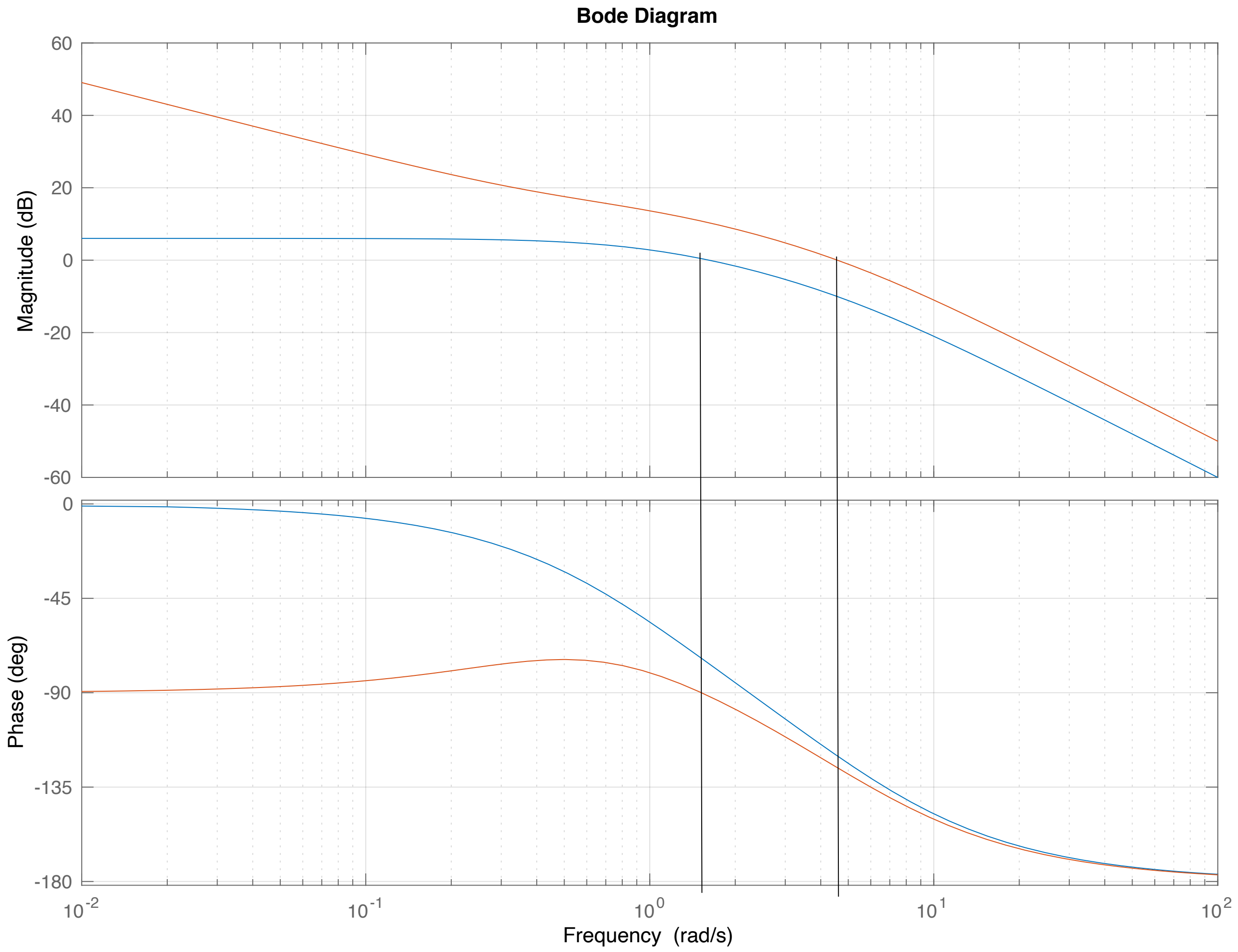
1. Projeto de controladores PI

Novo exemplo: $G(s) = \dfrac{10}{(s+1)(s+5)}$

Multiplicando G(s) por 3.16 para resposta mais rápida, ou seja, aumentar o módulo em 10dB.

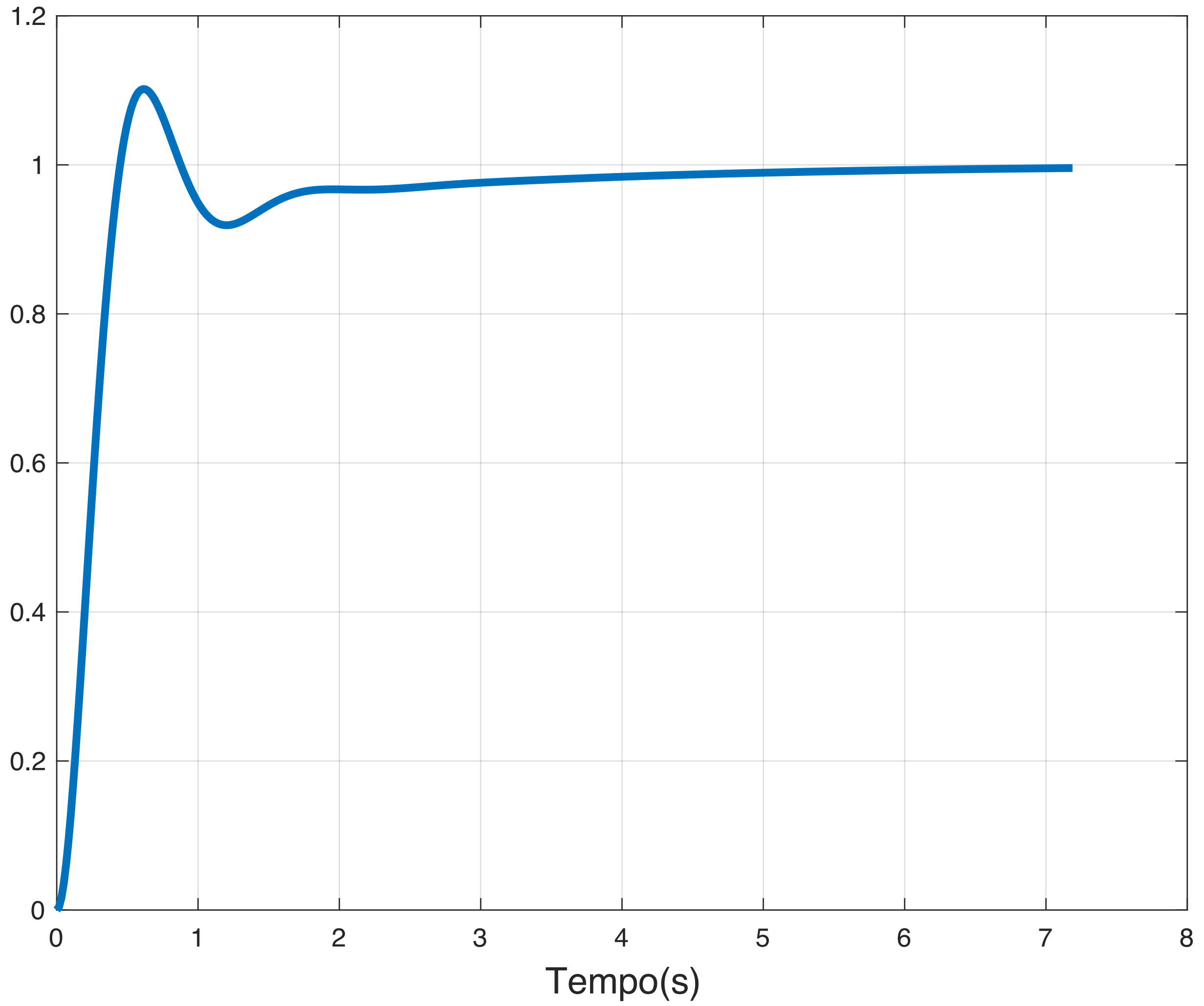
```
[c,g]=projpi(g,10)
```

1. Projeto de controladores PI

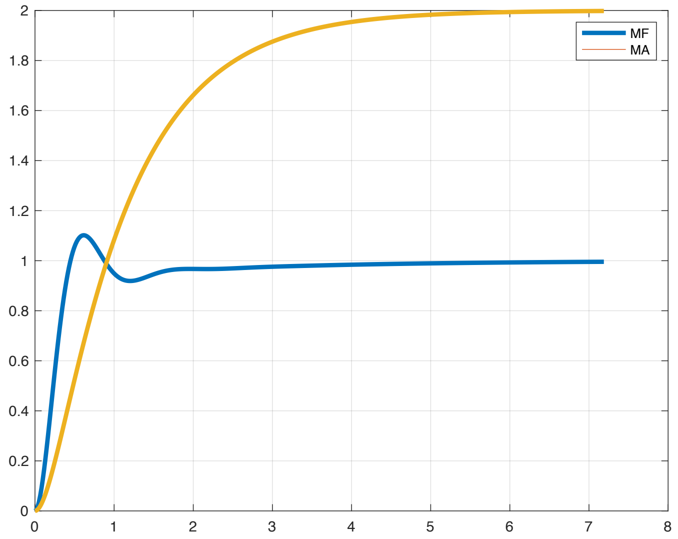


A margem de fase diminui, como esperado

1. Projeto de controladores PI



Resposta mais rápida,
sem erro em regime.



3. Projeto do controlador PID

O controlador PID é obtido projetando primeiro o controlador PI e depois o controlador PD, sendo

PI: $G_c(s) = K_p \frac{(s + \frac{K_i}{K_p})}{s}$

PD: $G_c(s) = 1 + K_d s$

O controlador PI deve garantir o erro em regime e bons tempos de resposta.

O controlador PD é usado para reduzir a sobreelevação, aumentando a margem de fase, que pode aparecer devido aos valores maiores de Kp para obter respostas rápidas.

3. Projeto do controlador PID

O controlador PID resultante será

$$G_c(s) = K_p\left(\frac{s + \frac{K_i}{K_p}}{s}\right)(1 + K_d s)$$

3. Projeto do controlador PID

O controlador PID na forma paralela é dado por

$$C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

que pode ser escrito como

$$C(s) = (1 + K_{D1}s)(K_{P1} + \frac{K_{I1}}{s}) = K_{P1}(1 + K_{D1}s)(1 + \frac{K_{I1}}{K_{P1}s})$$

$$C(s) = (1 + K_{D1}s)(K_{P1} + \frac{K_{I1}}{s}) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

com

$$K_D = K_{D1}K_{P1}$$

$$K_I = K_{I1}$$

$$K_P = K_{P1} + K_{D1}K_{I1}$$

3. Projeto do controlador PID

$$C(s) = (1 + K_{D1}s)(K_{P1} + \frac{K_{I1}}{s}) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

Com este arranjo, pode-se fazer o projeto do PI na forma $C_{PI} = K_{P1} + \dfrac{K_{I1}}{s}$

da forma usual, corrigindo o erro em regime, e aumentando o ganho proporcional K_{P1} de forma a obter uma resposta rápida, mesmo que com sobreelevação.

O controlador PD é então adicionado para melhorar a estabilidade relativa, reduzindo a sobreelevação.

3. Projeto do controlador PID

$$C(s) = (1 + K_{D1}s)(K_{P1} + \frac{K_{I1}}{s}) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

Mas atenção: nos projetos via Bode, faz-se o projeto do PI usando G(s), e então o projeto do PD usando o gráfico do PI e G(s).

Portanto, o controlador PID final é

```
C=tf([Kp1 Ki1],[1 0]) * tf([Kd1 1],1)
```

e não

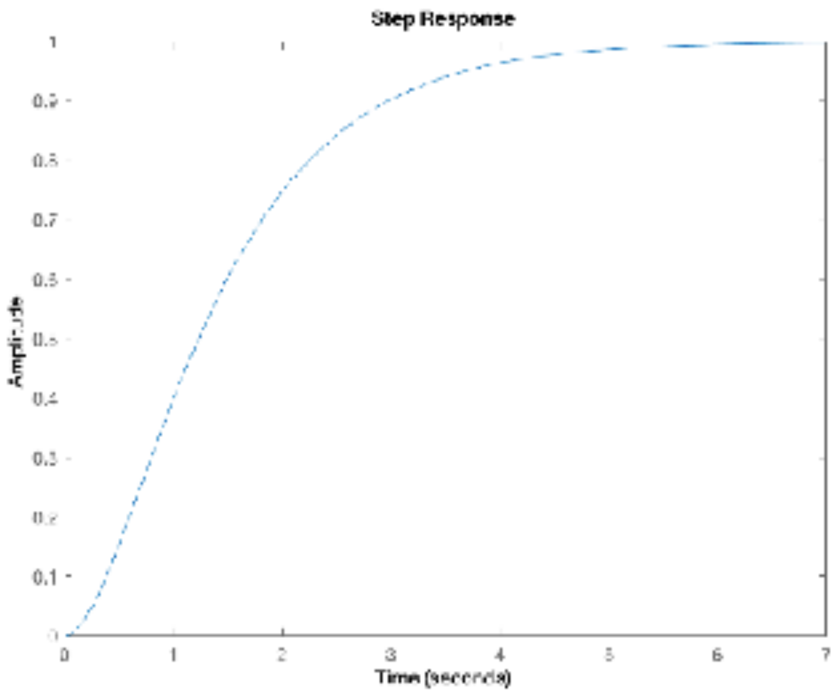
```
C=pid(Kp1,Ki1,Kd1)
```

, que está errado!!!

3. Projeto do controlador PID

Seja como exemplo a FT $G(s) = \dfrac{2}{s^2 + 3s + 2}$

e sua resposta ao degrau.



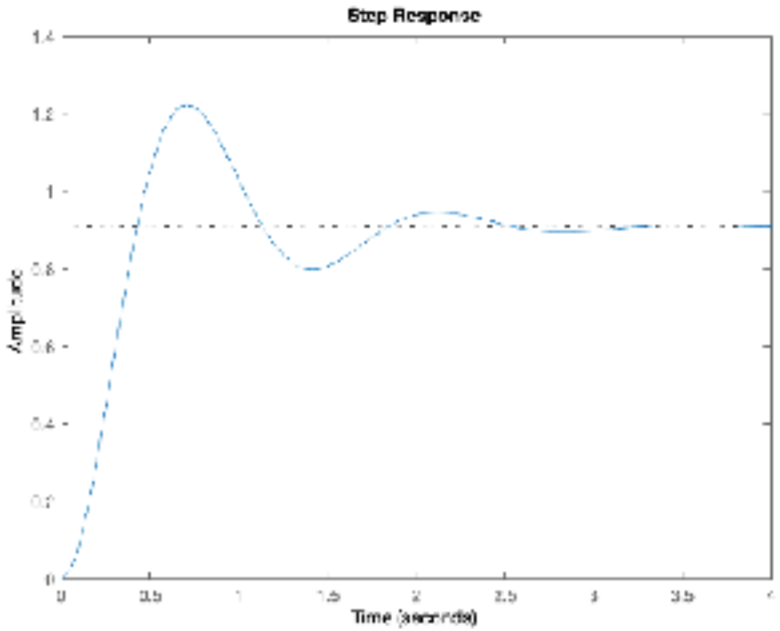
Especificações:

- Erro nulo à entrada degrau
- Tempo de estabilização de 1s
- Sobreelevação menor de 5%

3. Projeto do controlador PID

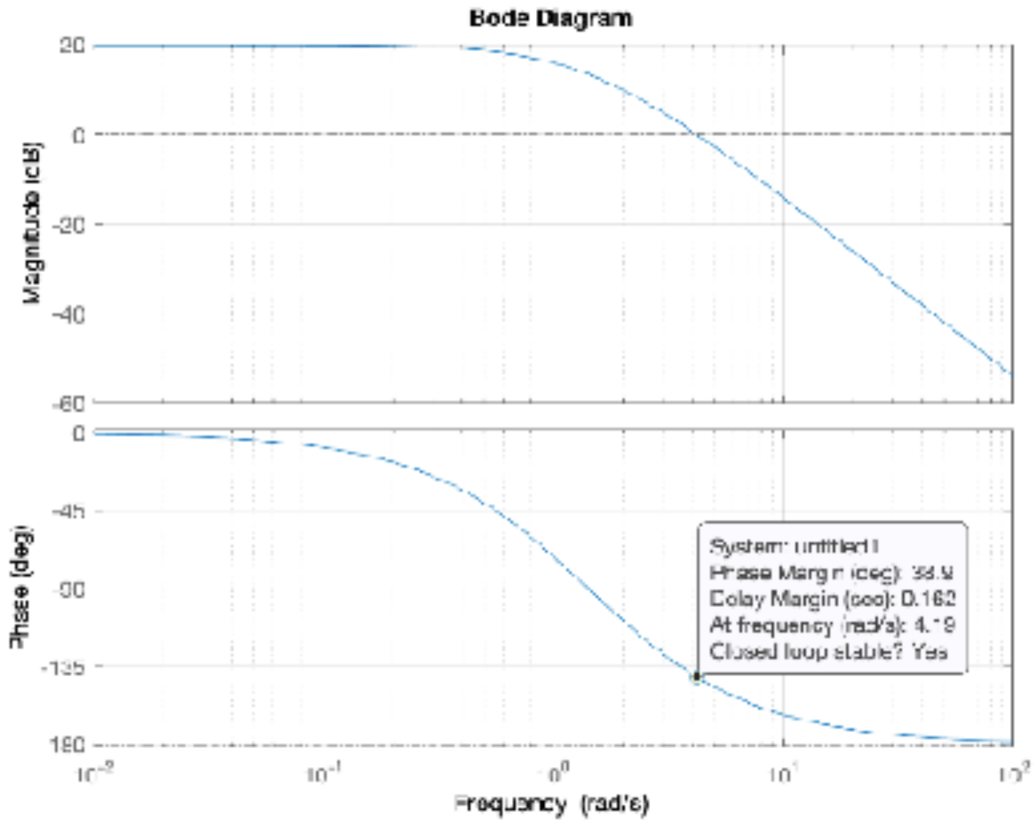
Ao adicionar o PI, o erro em regime é atendido.

O ganho Kp=10 é escolhido em simulação para tornar a resposta mais rápida, mesmo que com sobreelevação.



3. Projeto do controlador PID

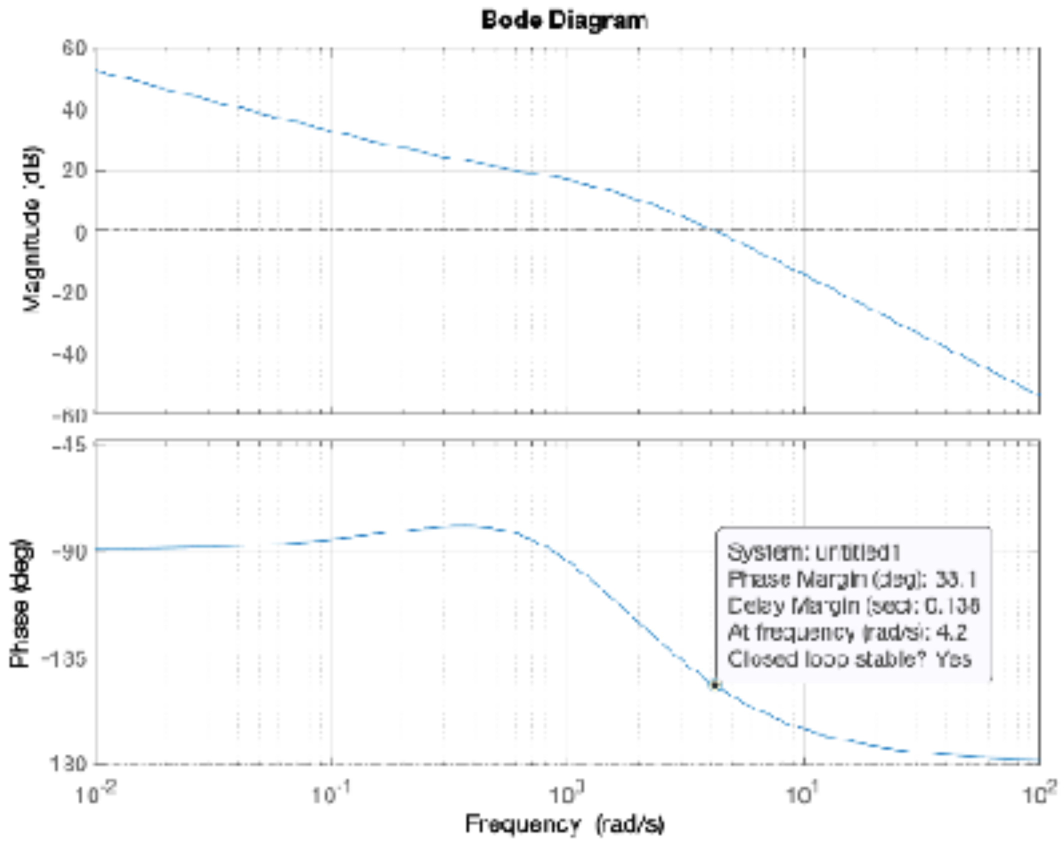
Observa-se que wg=4.2rad/s. Portanto, deve-se escolher Ki de modo a não piorar a margem de fase:



$$K_i = \frac{K_p w_g}{10} = \frac{10 \cdot 4.2}{10} = 4.2$$

3. Projeto do controlador PID

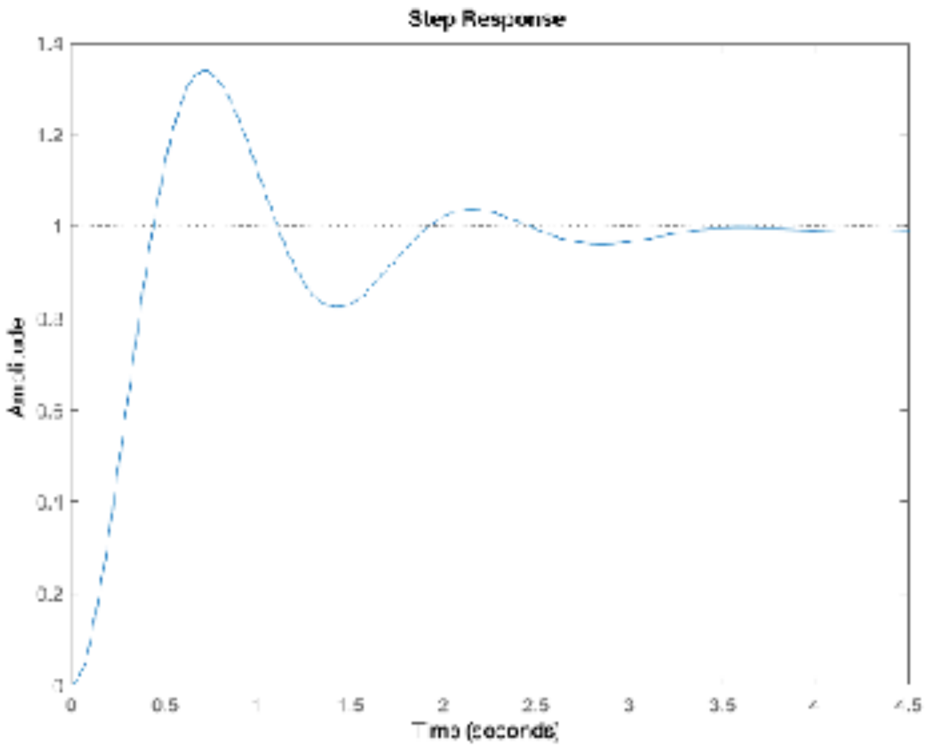
Abaixo se observa que com o compensador PI, tem-se MF=33graus



$$C(s) = \frac{10s + 4.2}{s}$$

3. Projeto do controlador PID

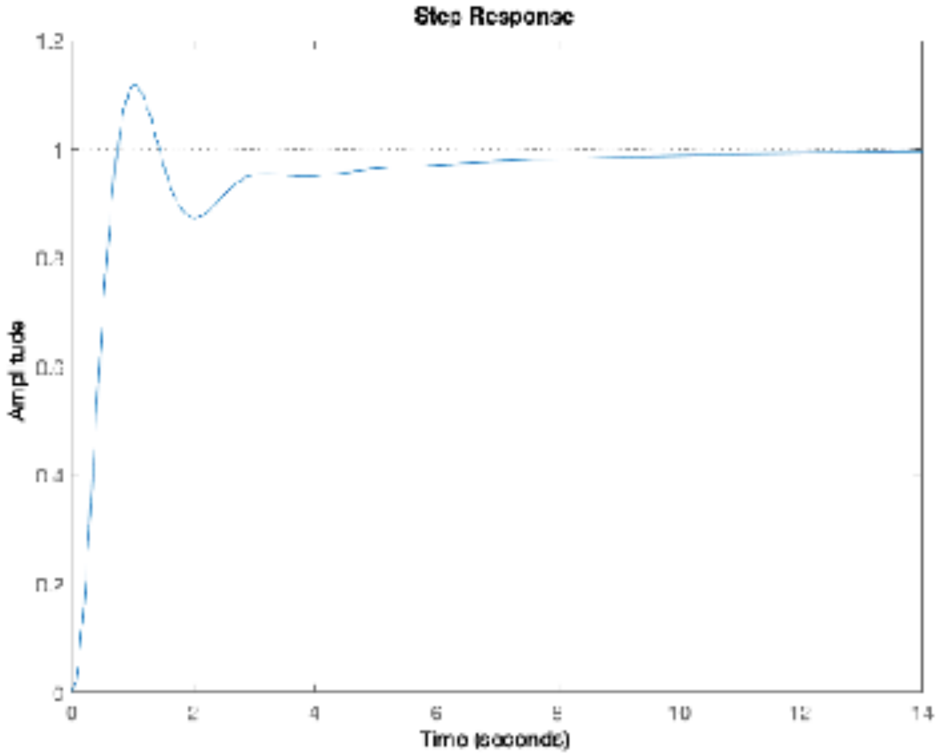
Margem de fase =33 graus (presença de sobreelevação).



$$C(s) = \frac{10s + 4.2}{s}$$

3. Projeto do controlador PID

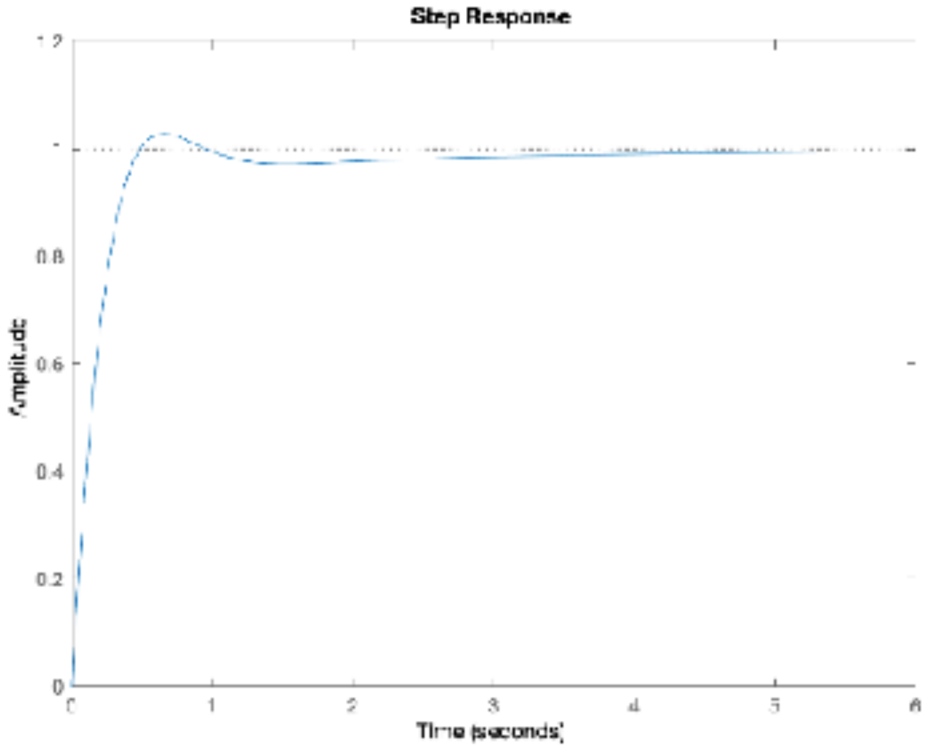
Introduz-se então o zero do PD para aumentar a margem de fase, em torno da frequência 4.6rad/s.



$$C(s) = \frac{10s + 4.2}{s}$$

3. Projeto do controlador PID

Resposta ao degrau usando PID




```
cpid =

  2.222 s^2 + 10.93 s + 4.2
  -------------------------
              s
```

3. Projeto do controlador PID

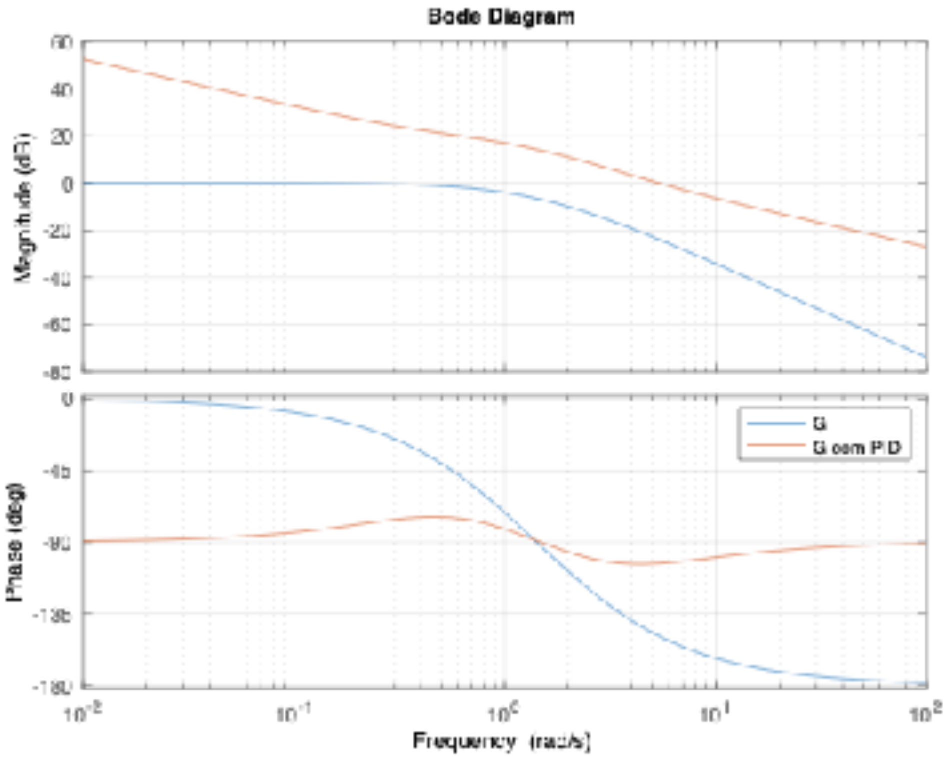


Gráfico de Bode original e compensado

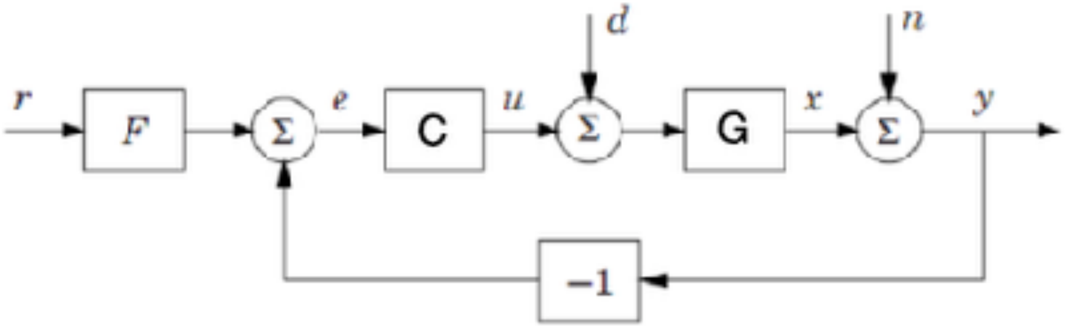
$$G(s)=\frac{2}{s^2+3s+2}$$

```
cpid =

  2.222 s^2 + 10.93 s + 4.2
  -------------------------
              s
```

3. Projeto do controlador PID

Lembrando dos sinais analisados no projeto do PID:



A saída y e o sinal de controle u são utilizados para avaliar o projeto e ajudar nas escolhas e decisões. Para isto, aplica-se a referência em r e depois o distúrbio em d, ou n.

Considerando F=1, y é obtido de $\dfrac{Y(s)}{R(s)} = \dfrac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$

O sinal de controle u é obtido de $\dfrac{U(s)}{R(s)} = \dfrac{C(s)}{1 + C(s)G(s)}$

3. Projeto do controlador PID

$$\frac{U(s)}{R(s)} = \frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

Essa FT que fornece u pode conter mais zeros que polos, ou seja, ser não causal.
Neste caso, a simulação não pode ser feita.

Seja $C(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$ e $G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$

Então, $\frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{B/A}{1 + BN/AD} = \frac{BD}{AD + BN}$

Caso o grau do polinômio BD tenha grau maior que o grau de AD, teremos um sistema não causal.

3. Projeto do controlador PID

Seja agora um controlador PID, $C(s) = \dfrac{\beta(s+z_1)(s+z_2)}{s} = \dfrac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s}$.

A função de transferência $\dfrac{U(s)}{R(s)} = \dfrac{C(s)}{1 + C(s)G(s)}$ será sempre não causal, pois a ordem de BD será maior que a ordem de AD, não permitindo a simulação.

A solução é usar um filtro na parte derivativa,

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \frac{s}{T_f s + 1}$$

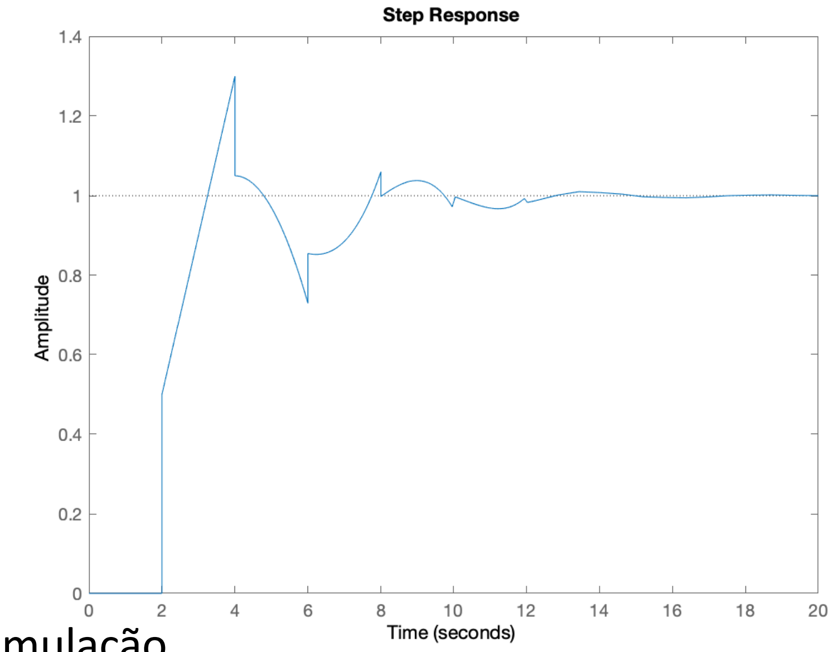
O parâmetro T_f atua como um filtro da parte derivativa, e deve ser escolhido de forma a não interferir no desempenho do controlador. O polo do filtro estará em $s = -1/T_f$. Logo, valores pequenos de T_f introduzem polos distantes da origem, afetando pouco o comportamento de C(s).

3. Projeto do controlador PID

Observação importante no projeto de sistemas com atraso

Em simulações de sistema com atraso e ganho derivativo, podem haver problemas na simulação conforme abaixo:

```
g=tf(2,[5 1],'InputDelay',2)
>> c1=tf([1 0.2],[1 0]);
c2=tf([1.25 1],1);
m=feedback(c1*c2*g,1);
step(m);
```



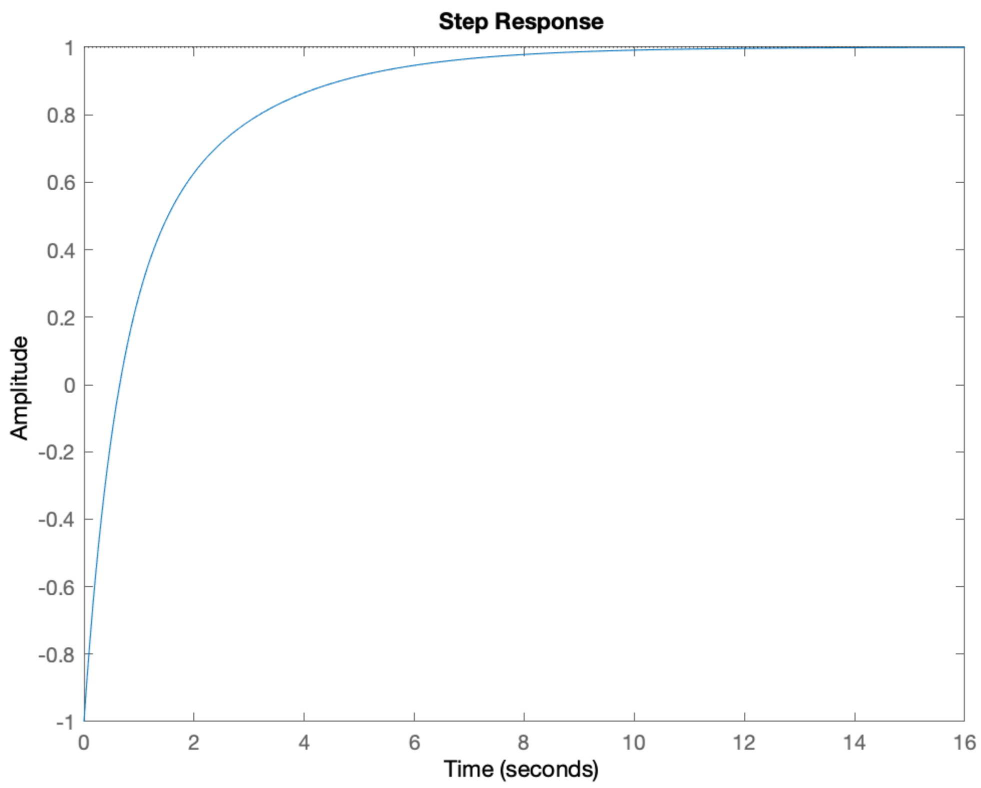
O problema não está no controlador, mas sim na simulação

3. Projeto do controlador PID

Aproximando g por Pade, este problema é resolvido

Em simulações de sistema com atraso e ganho derivativo, podem haver problemas na simulação conforme abaixo:

```
g=tf(2,[5 1],'InputDelay',2)
>> c1=tf([1 0.2],[1 0]);
c2=tf([1.25 1],1);
ga=pade(g,2);
m=feedback(c1*c2*ga,1);
step(m);
```



Resumo do que se deve saber sobre resposta em frequência

Esboçar gráficos polares
Obter o ponto de cruzamento de gráficos polares com o eixo real
Efeito de polos e zeros no semi-plano direito nos gráficos polares e de Bode
Efeito de tempo morto nos gráficos polares e de Bode
Uso do critério de estabilidade de Nyquist em FTs dadas
Estabilidade relativa:margens de ganho e fase
Estabilidade relativa no gráfico polar e de Bode

Especificações no projeto em frequência
Projeto do PD para atender erro em regime e margem de fase
Projeto do PD para atender margem de fase e resposta rápida
Projeto do PI para aumentar a margem de fase
Projeto do PI para aumentar a margem de fase e obter resposta rápida
Projeto do PID