

Aula 7: Circuitos

Curso de Física Geral III

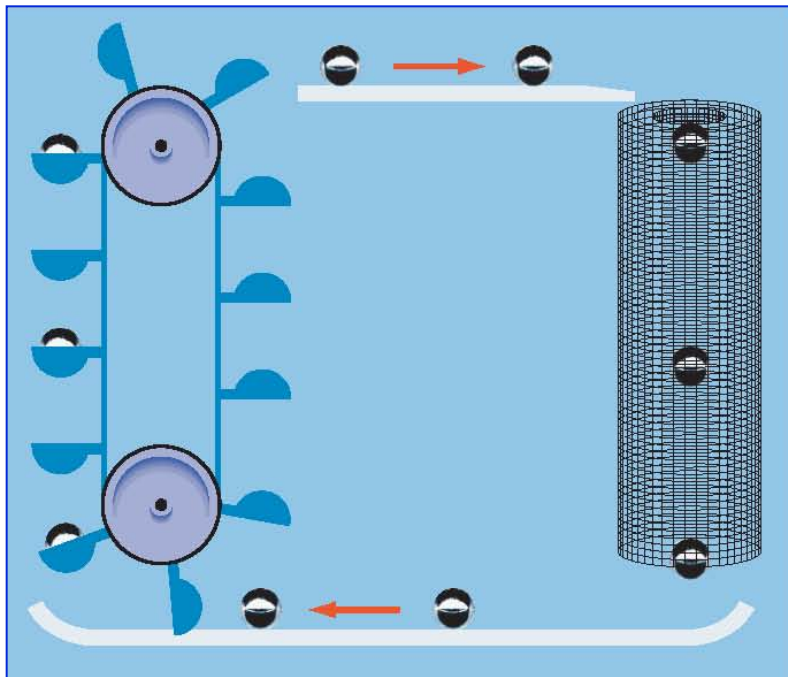
F-328

1º semestre, 2014

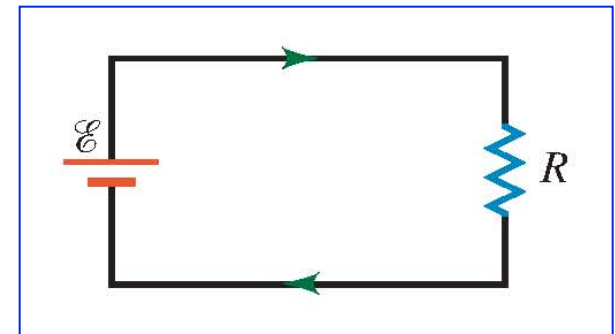


Ponto essencial

Para resolver um circuito de corrente contínua, é preciso entender se as cargas estão **ganhando** ou **perdendo energia potencial** elétrica quando passam através dos elementos do circuito.



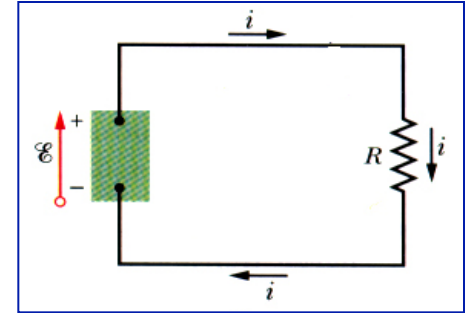
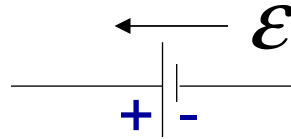
=



Fonte de força eletromotriz

Fonte de energia em um circuito DC

Resolver um circuito de **corrente contínua (DC)** é calcular o **valor e o sentido da corrente**. Como vimos, para que se estabeleça uma corrente duradoura num condutor, é necessário manter uma diferença de potencial entre suas extremidades. No caso prático, isto é feito por um dispositivo chamado *fonte de força eletromotriz (fem)*, cujo símbolo é:



Trabalho da fonte

Dentro da fonte, um elemento de carga positiva dq deve se mover de um ponto de potencial mais baixo ($-$) para outro de potencial mais alto ($+$), necessitando de uma energia para isso. Então a fonte deve realizar um trabalho dW sobre um elemento de carga dq a fim de forçá-lo a ir do terminal ($-$) para o terminal ($+$).

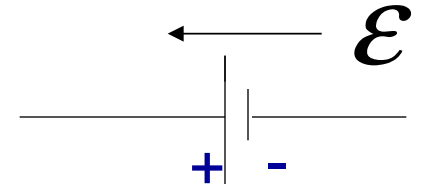
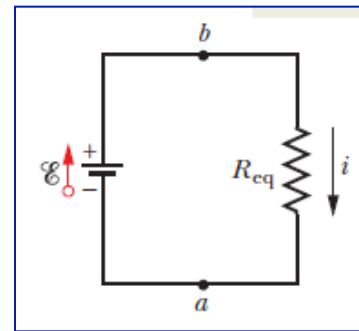
$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{dW}{dq} \quad \left(\frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{volt} \right)$$

Tipos de fem

Fonte de tensão ideal

- Modelo idealizado de uma bateria
- Bombeamento de cargas sem nenhuma resistência
- Não há energia dissipada na fonte

$$\Rightarrow V = V_b - V_a = \mathcal{E}$$

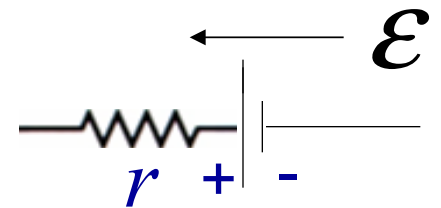
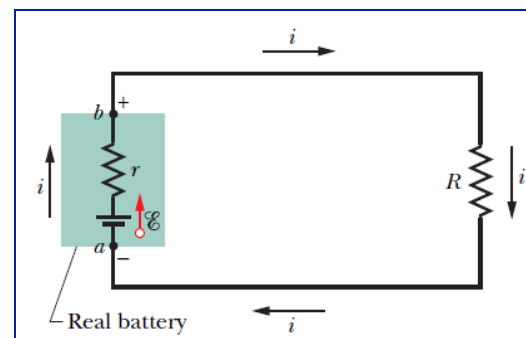


Fonte de tensão real

- Qualquer bateria na prática
- Movimento das cargas afetado pela **resistência interna r** da bateria
- Há energia dissipada na fonte

$$\Rightarrow V = V_b - V_a = \mathcal{E} - ir$$

(para o sentido de i como na figura)

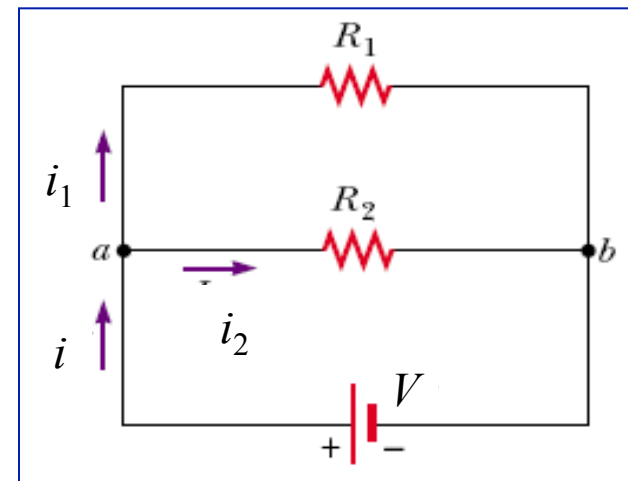


Leis de Kirchhoff - Nó

Nó

- Ponto do circuito onde três fios ou mais se encontram
- Lei dos nós: A soma algébrica das correntes é nula em um nó
- Não há acúmulo ou destruição de carga em um nó
- Convenção:
 - Corrente entrando: positivo
 - Corrente saindo: negativo

$$\Rightarrow \sum i = 0$$



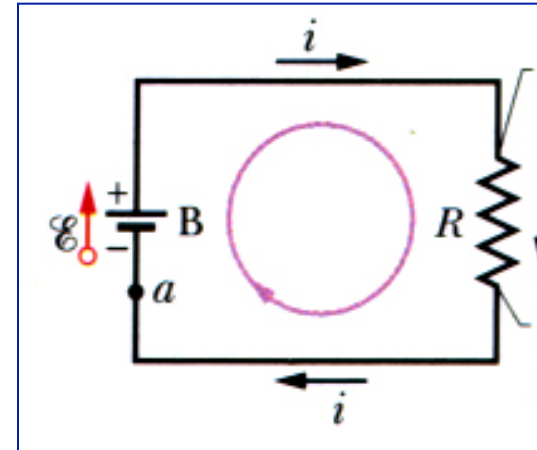
$$\text{Nó } a: +i - i_1 - i_2 = 0$$

Leis de Kirchhoff - Malha

Malha

- Percurso fechado em um circuito
- Lei das malhas: A soma algébrica das diferença de potencial é nula em uma malha
- Não há acúmulo ou destruição de energia potencial em uma malha
- Convenção:
 - Ganho de energia: positivo
 - Perda de energia: negativo

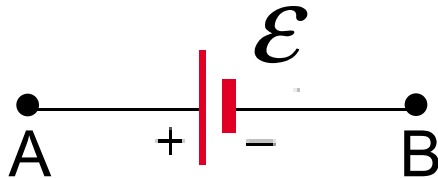
$$\Rightarrow \sum \Delta V = 0$$



Iniciando no ponto a :
 $+\mathcal{E} - Ri = 0$

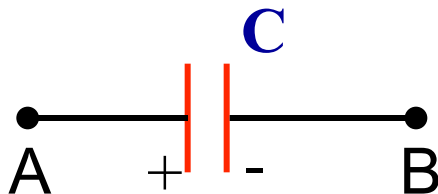
Malha - Convenção

Fonte



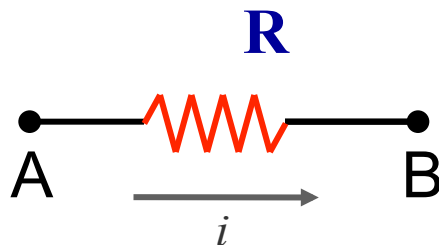
- de A a B: $\Delta V = -\mathcal{E}$ (perda)
- de B a A: $\Delta V = +\mathcal{E}$ (ganho)

Capacitor



- de A a B: $\Delta V = -q/C$ (perda)
- de B a A: $\Delta V = +q/C$ (ganho)

Resistor



- de A a B: $\Delta V = -Ri$ (perda)
- de B a A: $\Delta V = +Ri$ (ganho)

Circuito de malha única

Através da energia

Em um intervalo de tempo dt :

- A equação de potência ($P = Ri^2$) estabelece que uma **energia térmica** aparece no resistor do circuito:

$$\Rightarrow dU = Pdt = Ri^2 dt$$

- Uma carga $dq=idt$ se move através da **bateria** B, e o **trabalho** que está realizado sobre a carga é:

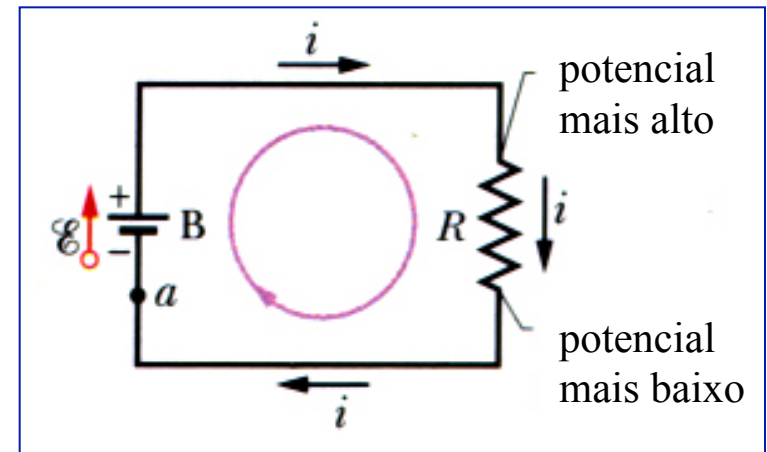
$$\Rightarrow dW = \mathcal{E} dq = \mathcal{E} i dt$$

Do princípio de conservação da energia temos:

$$\mathcal{E} i dt = Ri^2 dt \Leftrightarrow \mathcal{E} = Ri$$

$$\Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

cuja unidade é o **ampère (A)**.



Circuito de malha única

Através do potencial

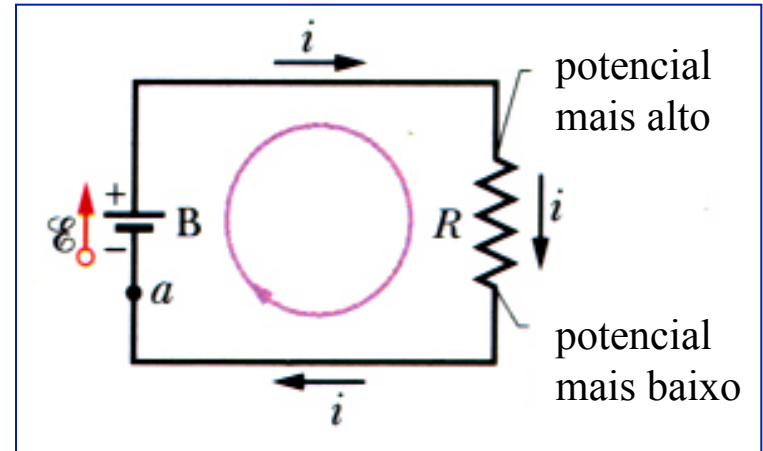
Regra das malhas de Kirchhoff:

A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao longo de um caminho fechado qualquer de um circuito deve ser nula.

Partindo do ponto a no sentido da corrente:

$$V_a + \mathcal{E} - iR = V_a \Rightarrow \mathcal{E} - iR = 0$$

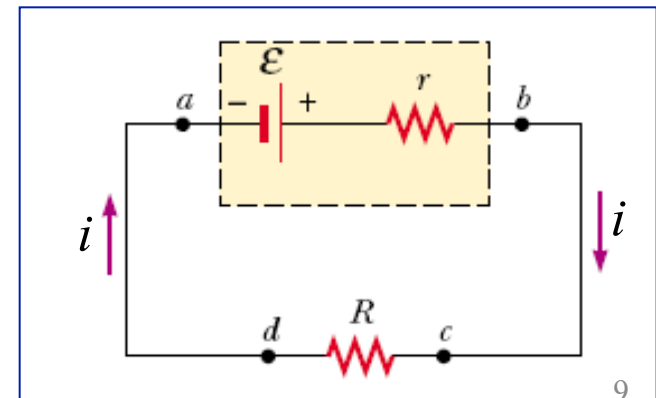
$$\Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$



No caso de uma fonte real (com resistência interna r)

$$\mathcal{E} - ir - iR = 0$$

$$\Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$$



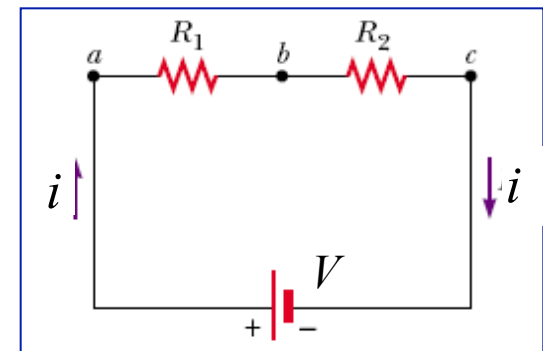
Associação de resistores em série

Associação em série

- Mesma corrente passa através dos resistores
- Soma das diferenças de potencial entre as extremidades de cada resistor é igual à diferença de potencial aplicada

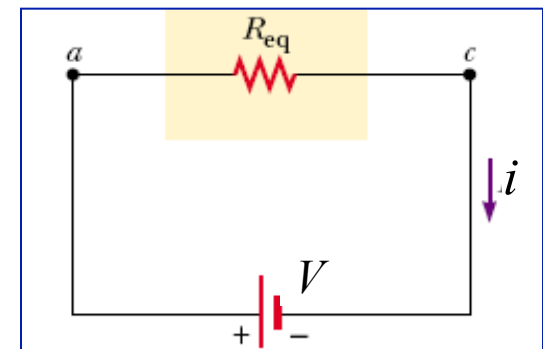
$$V = iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2) \Leftrightarrow V = R_{eq}i$$

Comparando: $R_{eq} = R_1 + R_2$



Para três ou mais resistores em série:

$$\Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots = \sum_i R_i$$



Associação de resistores em paralelo

Associação em paralelo

- Mesma diferença de potencial para cada resistor
- Soma das correntes passando através de cada resistor é igual à corrente total

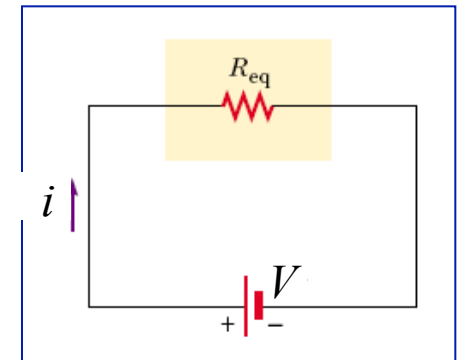
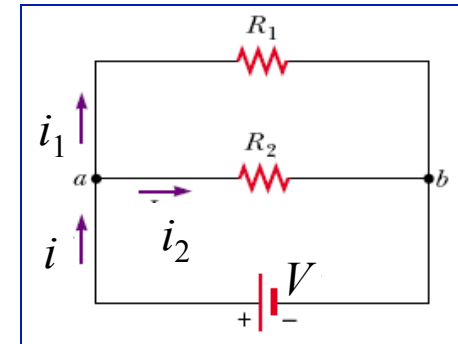
$$i_1 = \frac{V}{R_1}, \quad i_2 = \frac{V}{R_2}$$

$$i = i_1 + i_2 = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Leftrightarrow i = \frac{V}{R_{eq}}$$

$$\text{Comparando: } \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Para três ou mais resistores em paralelo:

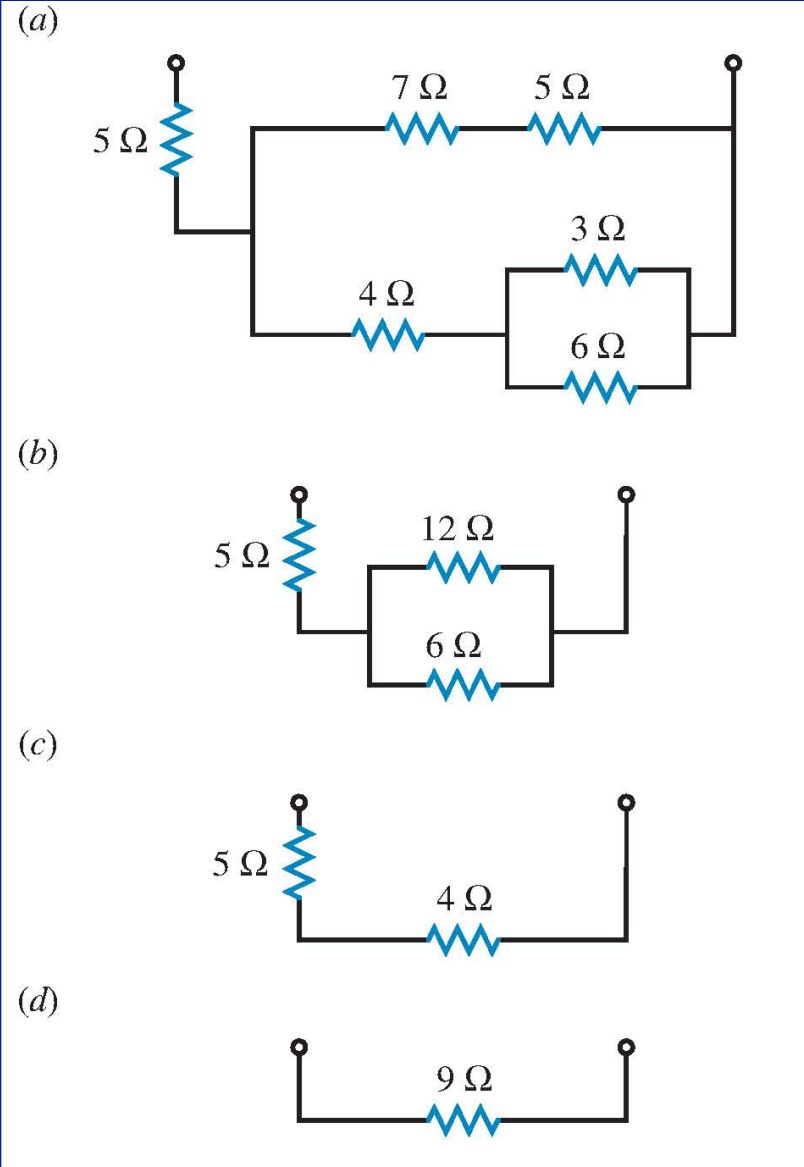
$$\rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots = \sum_i \frac{1}{R_i}$$



Estratégia de resolução

Etapas

- Desenhar o circuito colocando em evidência as **associações**
 - **Série**: R uma depois da outra
 - **Paralelo**: Separação da corrente
 - Pode deslocar uma junção de fios ao longo de um fio
- Calcular a R_{eq} da associação **menor**
- Desenhar o **novo** circuito
- Calcular a R_{eq} da associação menor
- ... até obter somente **uma** R_{eq}



Estratégia de resolução - várias malhas

Etapas

- Identificar os nós
- Numerar cada ramo (entre dois nós)
- Atribuir uma corrente i_i em um **sentido hipotético**
- Escrever a **lei dos nós** para $(n-1)$ nós
- Escrever a **lei das malhas** passando ao menos uma vez por ramo (**sentido arbitrário**)
- Resolver o sistema de equações
- Se uma corrente é negativa, seu sentido é oposto ao suposto

Verificação

- Soma das **potências fornecidas pelas fontes** igual a soma das **potências dissipadas nos resistores**

$$\longrightarrow \sum \mathcal{E}i = \sum Ri^2$$

Exemplo - Circuito de várias malhas

Sejam:
$$\begin{cases} \varepsilon_1 = 3,0\text{V}, \quad \varepsilon_2 = 6,0\text{V} \\ R_1 = 2,0\Omega, \quad R_2 = 4,0\Omega \end{cases}$$

Calcular i_1, i_2, i_3

Nó a : $\Rightarrow i_3 = i_2 + i_1 \quad (1)$

Malha (I): sentido anti-horário a partir de a

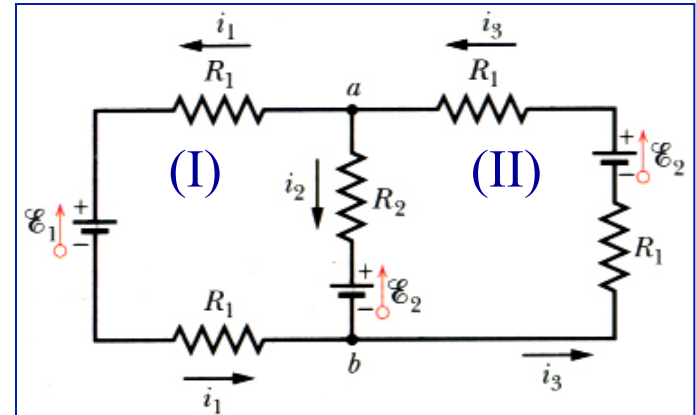
$$-i_1 R_1 - \varepsilon_1 - i_1 R_1 + \varepsilon_2 + i_2 R_2 = 0$$

$$\Rightarrow 4,0i_1 - 4,0i_2 = 3,0 \quad (2)$$

Malha (II): sentido horário a partir de a

$$+i_3 R_1 - \varepsilon_2 + i_3 R_1 + \varepsilon_2 + i_2 R_2 = 0$$

$$\Rightarrow 4,0i_2 + 4,0i_3 = 0 \quad (3)$$



Resolvendo (1), (2) e (3) teremos:

$$\begin{cases} i_1 = 0,50 \text{ A} \\ i_2 = -0,25 \text{ A} \Rightarrow 0,25 \text{ A} \\ i_3 = 0,25 \text{ A} \end{cases}$$

Sinal negativo de i_2 :

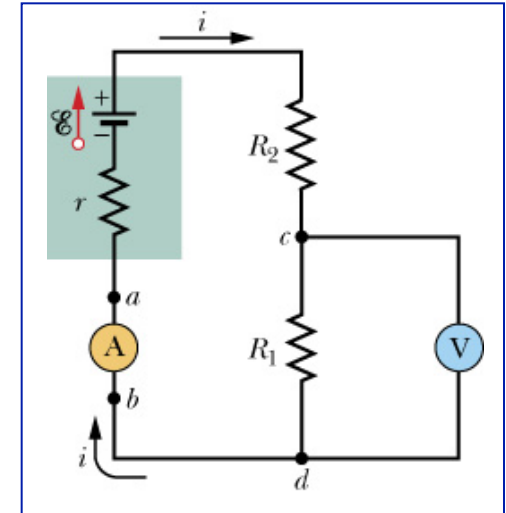
Sentido *real* da corrente i_2 é **contrário** ao indicado na figura

Amperímetros e voltímetros

Amperímetro

- Instrumento usado para medir **corrente** elétrica
- Sempre colocado **em série** no circuito onde se quer medir a corrente
- Para que a resistência do amperímetro (R_A) não altere o valor da corrente a ser medida:

$$\Rightarrow R_A \ll (r + R_1 + R_2)$$



Voltímetro

- Instrumento usado para medir **diferença de potencial**
- Sempre colocado **em paralelo** com o trecho onde se quer medir a diferença de potencial
- Para que a resistência do voltímetro (R_V) não altere o valor da diferença de potencial a ser medida:

$$\Rightarrow R_V \gg R_1$$

Na prática, um único instrumento (**multímetro**) realiza as **duas medidas** anteriores, além da medida das **resistências**.

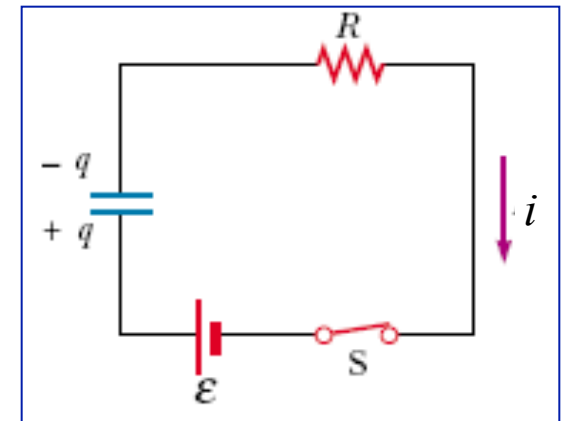
Circuito RC

A corrente em um circuito fica constante se há um capacitor?

➡ Não, o capacitor se carrega ou se descarrega, modificando a corrente

Circuitos RC

- Circuitos contendo *resistores e capacitores*
- Correntes e potenciais **variam com o tempo**
 - Apesar das **fontes** (*fem*) que alimentam estes circuitos serem **independentes do tempo**, ocorrem efeitos dependentes do tempo com a introdução de capacitores

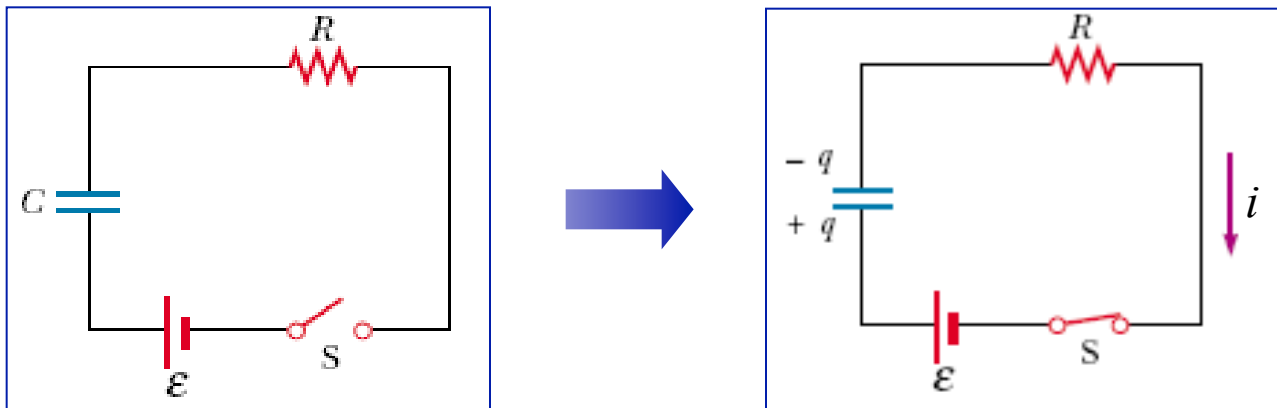


Estes efeitos são **úteis** para **controle do funcionamento** de máquinas e motores

Carregar um capacitor

Chave S fechada em $t = 0$

- A carga inicial do capacitor é **nula**
- Assim que S se fecha, surge uma corrente dependente do tempo no circuito
- Essa corrente inicia o processo de carga do capacitor



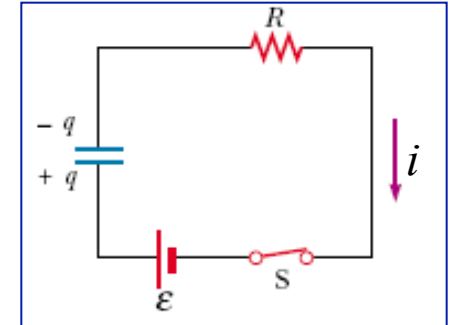
$$t=0 \Rightarrow q(0)=0$$

$$t \neq 0 \Rightarrow q(t)$$

Carregar um capacitor - Carga

Resolver (estudar) este circuito é encontrar a expressão da corrente $i(t)$ que satisfaça à equação:

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - iR = 0 \quad (\text{lei das malhas})$$



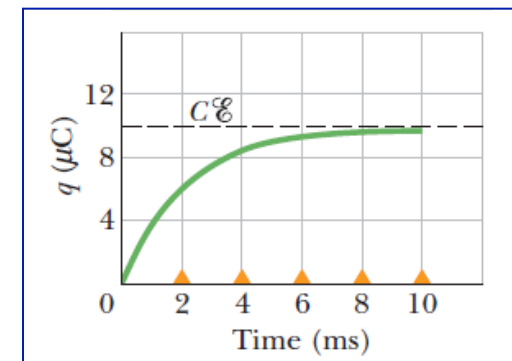
Como $i = \frac{dq}{dt}$: $\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{C\mathcal{E}}{RC} - \frac{q}{RC} = -\frac{q - C\mathcal{E}}{RC} \therefore$

$$\int_0^q \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \Leftrightarrow \ln \left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}} \right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow q - C\mathcal{E} = -C\mathcal{E} e^{-t/RC}$$

(faz-se $u = q - C\mathcal{E} \therefore du = dq$)

➡ $q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$
 $= Q_f(1 - e^{-t/RC})$

onde $Q_f \equiv C\mathcal{E}$ é a **carga final** do capacitor

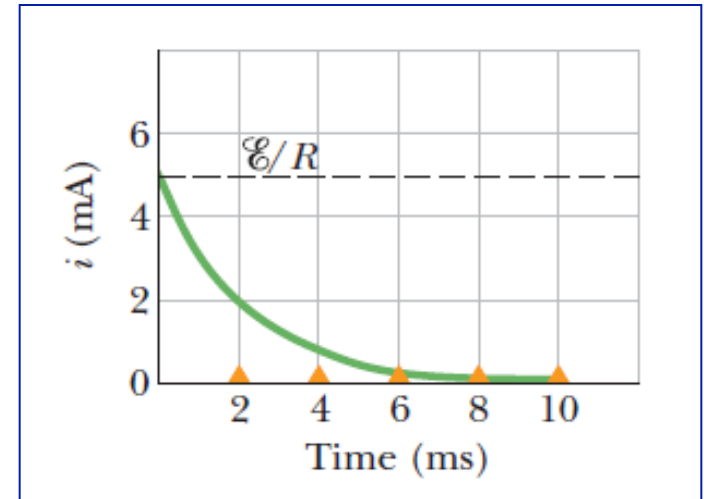


Carregar um capacitor - Corrente

$$i = \frac{dq}{dt} \longrightarrow i(t) = C\mathcal{E} \left(\frac{1}{RC} e^{-t/RC} \right)$$

$$\longrightarrow i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$
$$= i_0 e^{-t/RC}$$

onde $i_0 \equiv \frac{\mathcal{E}}{R}$ é a **corrente inicial**



Observe que a corrente tem valor inicial igual a \mathcal{E}/R e **decrece** até zero, quando capacitor se torna completamente carregado

Um capacitor em processo de carga, **inicialmente** ($t=0$) funciona como um **fio de ligação comum** em relação à corrente de carga.

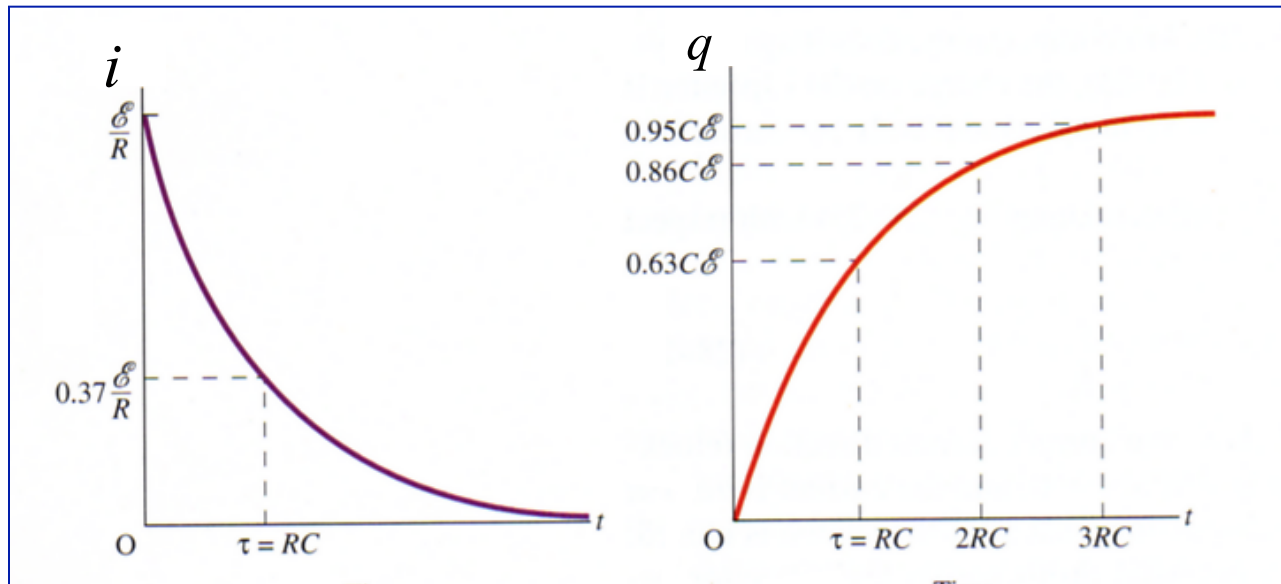
Decorrido um **longo tempo**, ele funciona como um **fio rompido**.

$$\begin{cases} t = 0 \Rightarrow q(0) = 0, i(0) = \frac{\mathcal{E}}{R} \\ t = \infty \Rightarrow q(\infty) = C\mathcal{E}, i(\infty) = 0 \end{cases}$$

Circuito RC - Constante de tempo

O produto RC que aparece nas expressões de $q(t)$ e $i(t)$ tem **dimensão de tempo** e é a chamada *constante de tempo capacitiva* do circuito RC :

$$\Rightarrow \tau = RC$$



$$\text{Se } t=RC \Rightarrow q(t)=0,63 C\mathcal{E} \quad \text{e} \quad i(t)=0,37 \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Carregar um capacitor - Exemplo

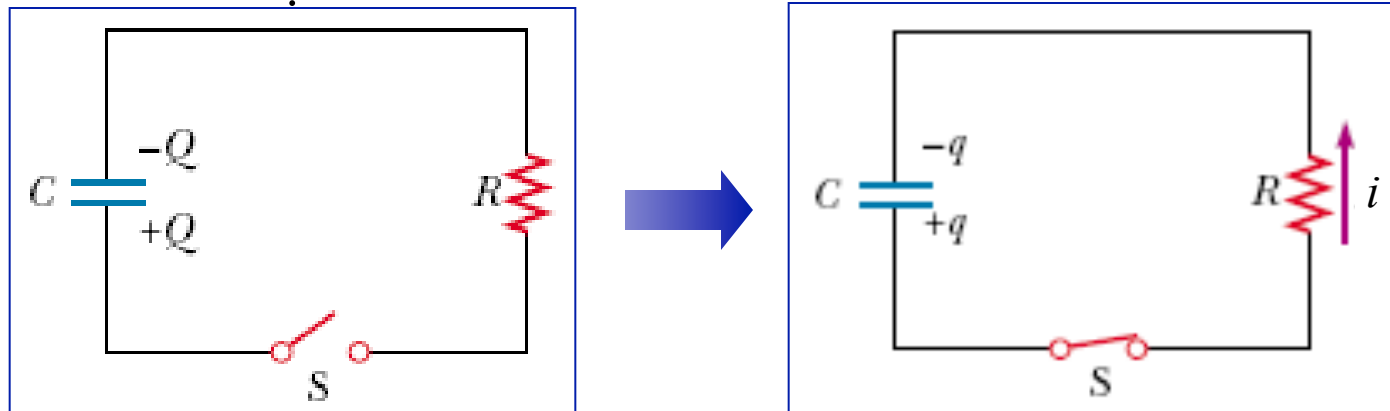
http://ngsir.netfirms.com/englishhtm/RC_dc.htm

(carga de um capacitor)

Descarregar um capacitor

Chave S fechada em $t = 0$

- A carga inicial do capacitor é Q
- O capacitor vai se **descarregar** através de R
- Como variam agora $q(t)$ e $i(t)$ no circuito?



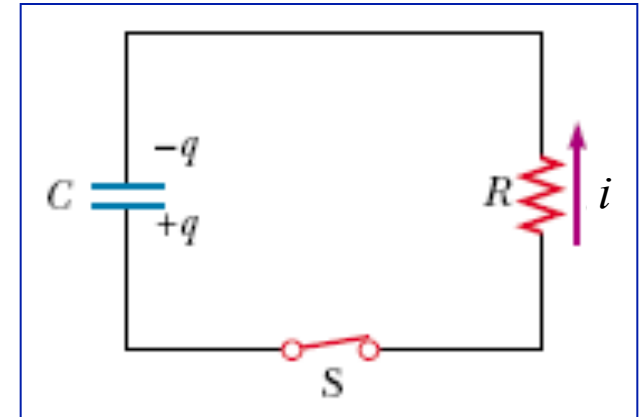
$$t=0 \Rightarrow q(0) = Q$$

$$t \neq 0 \Rightarrow q(t)$$

Descarregar um capacitor

Lei das malhas: $-Ri + \frac{q}{C} = 0$

Como $i = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$



Cujas soluções são: $\Rightarrow \begin{cases} q(t) = Qe^{-t/RC} \\ i(t) = -\frac{dq}{dt} = i_0 e^{-t/RC} \end{cases} ; i_0 \equiv \frac{Q}{RC}$

No processo de descarga, tanto a **carga** como a **corrente diminuem** exponencialmente com o tempo.

$$t=0 \Rightarrow q(0)=Q; \quad i(0)=i_0$$

$$t=\infty \Rightarrow q(\infty)=0; \quad i(\infty)=0$$

Exemplo

Um capacitor de capacitância C está descarregando através de uma resistência R .

a) Em termos da constante de tempo $\tau = RC$, em que instante a carga no capacitor será metade do seu valor inicial?

$$q = Q e^{-t/RC} = \frac{1}{2} Q \Rightarrow e^{-t/RC} = \frac{1}{2}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow t = RC \ln 2 \cong 0,69\tau$$

b) Em que instante a energia armazenada no capacitor será igual à metade do seu valor inicial?

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} e^{-2t/RC} = \frac{1}{2} U_0 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{2C}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\frac{2t}{RC} \Rightarrow t = \frac{1}{2} RC \ln 2 \cong 0,35\tau.$$

c) Qual é a energia dissipada no resistor durante a descarga do capacitor?

R: $U = \frac{Q^2}{2C}$. Por quê? (Reobtenha esta resposta integrando $dU = Ri^2 dt$)

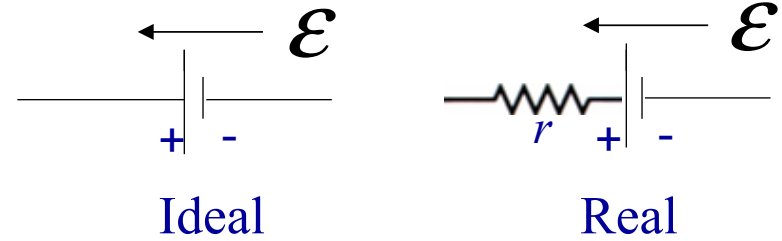
Desafio: Resolver o circuito abaixo



Resumo

- Fonte

- Mantém uma diferença de potencial



- Associação de resistores

- Em série

$$\Rightarrow R_{eq} = \sum_i R_i$$

- Em paralelo

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

- Leis de Kirchhoff

- Lei dos nós

$$\Rightarrow \sum i = 0$$

- Lei das malhas

$$\Rightarrow \sum \Delta V = 0$$

- Circuitos RC

- Carga

$$\Rightarrow q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$$

- Descarga

$$\Rightarrow q(t) = Qe^{-t/RC}$$

Lista de exercícios do Capítulo 27

Os exercícios sobre **Circuitos** estão na página da disciplina :
(<http://www.ifi.unicamp.br>).

Consultar: **Graduação → Disciplinas → F 328 Física Geral III**

Aulas gravadas:

<http://lampiao.ic.unicamp.br/weblectures> (Prof. Roversi)

ou

UnivespTV e Youtube (Prof. Luiz Marco Brescansin)