

Gabarito da LISTA 1 (passada no Roteiro 2)

% -----

% **1a questao**

% -----

(a) Para $N=2$; $h=1$

$$I_2 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1.41 = 2.41$$

(b) Para $N=4$; $h=0.5$

$$\begin{aligned} I_4 &= 0.5 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1.22 + 0.5 \cdot 1.41 + 0.5 \cdot 1.58 \\ &= 0.5 + 0.61 + 0.705 + 0.79 \\ &= 1.11 + 0.705 + 0.79 \\ &= 1.815 + 0.79 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Na maq} &\Rightarrow 1.81 + 0.79 \\ &= 2.60 \end{aligned}$$

(c) Com $N=2$

$$\text{Erro} = |2.7974349 - 2.41| / |2.7974349| = 0.1384... \sim 13,8\%$$

Com $N=4$

$$\text{Erro} = |2.7974349 - 2.6| / |2.7974349| = 0.07057... \sim 7,0\%$$

(d) erros de truncamento (devido ao metodo) e erros de arredondamento (erro causado pela limitação da máquina (da mantissa)

% -----

% **2a questao**

% -----

$$x = 13333.333... \Rightarrow \text{na maq: } 13300$$

$$y = 0.0345$$

$$z = 123000$$

$$p = 458.85 \Rightarrow \text{na maq: } 458$$

$$q \Rightarrow \text{overflow}$$

% -----

% **3a questao**

% -----

Calculando I_9

(a) resolução usando 5 dígitos, base 10

Partindo de $I_1 = 0.36788$

--- Fórmula instável ----

$$I_2 = 1 - 2 \cdot (0.36788) = 1 - 0.73576 = 0.26424$$

$$I_3 = 1 - 3 \cdot (0.26424) = 1 - 0.79272 = 0.20728$$

$$I_4 = 0.17088$$

$$I_5 = 0.1456$$

$$I_6 = 0.1264$$

$$I_7 = 0.1152$$

$$I_8 = 0.0784$$

$$I_9 = 0.2944$$

(b) resolução usando 5 dígitos, base 10

--- Fórmula estável -----

Partindo de $I_{19}=1/20=0.05$

$$I_{18} = (1-I_{19})/19 = (1-0.05)/19 = 0.95/19 = 0.05$$

$$I_{17} = (1-I_{18})/18 = (1-0.05)/18 = 0.95/18 = 0.05277777 \Rightarrow \text{na maq: } 0.052778$$

...

$$I_{10} = (1-I_{11})/11 =$$

$$(1-0.077353)/11 = 0.922647/11 \Rightarrow \text{na maq: } 0.92265/11 = 0.08387727 \Rightarrow \text{na maq: } 0.083877$$

$$I_9 = (1-I_{10})/10 = 0.916123/10 \Rightarrow \text{na maq: } 0.91612/10 = 0.091612$$

=====

(c) código: exerc_3_c_integracao_Instavel.m

Abaixo o pseudo-código (uma versao possivel) para a o caso da recorrência instável.

INICIO

Ler (ValorInicial, n)

I = ValorInicial

Para k de 2 ate n

I = I - k * I

Fim {Para k}

Escreva (' O valor da integral desejada eh, I)

FIM

OBS: O erro existente no valor de $I_9=0.2944$ obtido pelo uso da recorrência (1) (recorrência implementada pelo algoritmo A) é devido, unicamente, ao erro de arredondamento existente no valor de I_1 , ou seja, o erro causado pela limitação da máquina (mantissa).

A recorrência (1) é instável numericamente: há uma ampliação do erro de arredondamento inicial. Observe que o método é exato.

(d) código: exerc_3_c_integracao_Estavel.m

% -----

% **4a questao**

% -----

(a)

sen(0.5) ~

((0.5 - (0.5³)/6) - (0.5⁵)/120)

((0.5 - 0.125/6) - (0.5⁵)/120)

((0.5 - 0.02083333...) - (0.5⁵)/120)

Na maq ->

((0.5 - 0.02083) - (0.5⁵)/120)

(0.47917- (0.5⁵)/120)

Na maq ->

(0.4792- (0.5⁵)/120)

(0.4792 - 0.3125/120)

(0.4792 - 0.0002604166...)

Na maq ->

(0.4792 - 0.0002604)

0.4789386

Na maq ->

0.4789

(b)

erro = -5.25538604 e-04

erro_rel = abs(erro)/sin(0.5)

erro_rel = 0.0010961

(c)

Na obtenção de $\sin(0.5)$ via sol em (a) há o acúmulo de 2 erros:

erros de truncamento, devido ao método escolhido para fazer a aproximação
e erros de arredondamentos (causado pela limitação da máquina)

% -----

% **5a questao**

% -----

(a)

N=4, h = 0.5

pontos

x0=1.0; x1=1.5; x2= 2.0; x3=2.5; x4=3.0

$I \sim 0.5 * (f(1.5) + f(2.0) + f(2.5) + f(3.0))$

$I \sim 0.5 * (1.22 + 1.41 + 1.58 + 1.73)$

a integral via retangulos eh: 2.97

(b) há 2 codigos:

exer_5b.m

E

retangulosDireita.m (ATENCAO esta implementacao é do tipo funcao, há argumentos de entrada)

OBS: a solucao exata é 2.797 434 948

% -----

% Execução do codigo enviado para alguns valores de N

%-----

--- Resolvendo a lista de exercicios-----

O espaçamento entre os pontos eh

h = 0.5000000000000000

Com N=4, a integral via retangulos eh: 2.97607404

----- Fim-----

--- Resolvendo a lista de exercicios-----

O espaçamento entre os pontos eh

h = 0.2500000000000000

Com N=8, a integral via retangulos eh: 2.88784253

----- Fim-----

--- Resolvendo a lista de exercicios-----

O espaçamento entre os pontos eh

h = 0.1250000000000000

Com N=16, a integral via retangulos eh: 2.84291308

----- Fim-----

...

Com N=1024, a integral via retangulos eh: 2.79814977

----- Fim-----

--- Resolvendo a lista de exercicios-----

O espaçamento entre os pontos eh

h = 9.765625000000000e-04

Com $N=2048$, a integral via retangulos eh: 2.79779238

----- Fim-----

%-----

(c) codigo: exerc_5c_funcao_qq.m

% Resolvendo para a funcao $f(x)=\text{seno}(x)$; e limites de integracao $a=0$ e $b=\pi$

% VERIFIQUEM que a solucao exata da integral é 2.0

Execução do código enviado para $f(x)=\sin(x)$ e alguns valores de N

--- Resolvendo a lista de exercicios-----

Digite o limite inferior (a): 0

$a = 0$

Digite o limite inferior (b): π

$b = 3.14159265358979$

Digite a qte de subintervalos (N): 100

$N = 100$

O espaçamento entre os pontos eh

$h = 0.0314159265358979$

Com $N=100$, a integral via retangulos eh: 1.99983550

----- Fim-----

5 (d) código: trapezio.m

% ATENCAO esta implementacao é do tipo funcao, isto é, há argumentos de entrada

Execução do código enviado para alguns valores de N

O espaçamento entre os pontos eh

$h = 0.5000000000000000$

Com $N=4$, a integral via trapezios eh: 2.79306133

----- Fim-----

O espaçamento entre os pontos eh

$h = 0.2500000000000000$

Com $N=8$, a integral via trapezios eh: 2.79633618

----- Fim-----

...

Com $N=1024$, a integral via trapezios eh: 2.79743488

----- Fim-----

O espaçamento entre os pontos eh

$h = 9.765625000000000e-04$

Com $N=2048$, a integral via trapezios eh: 2.79743493

----- Fim-----