Sistemas Realimentados - 2023/2

Nome: Luiza Batista Laquini

Data limite para entrega: 8/11, 6h

Importante lembrar:

- Entrega após a data/horário acima: a nota será multiplicada por $1-e^{-30/h}$, onde h são as horas em atraso (Exemplo: 24h, multiplica por 0.71).
- Não é recebido por email
- Cabe a vocês garantir que o documento entregue é um arquivo pdf legível, e que não foi entregue com erro. Para isto, basta depositar e abrir para conferir.
- Código é apenas uma informação complementar, e não é considerada parte da solução para fins de avaliação.
- Caso não haja tempo de fazer todo o trabalho, entreguem no prazo o que estiver pronto.

Trabalho 4 - Análise da resposta em frequência

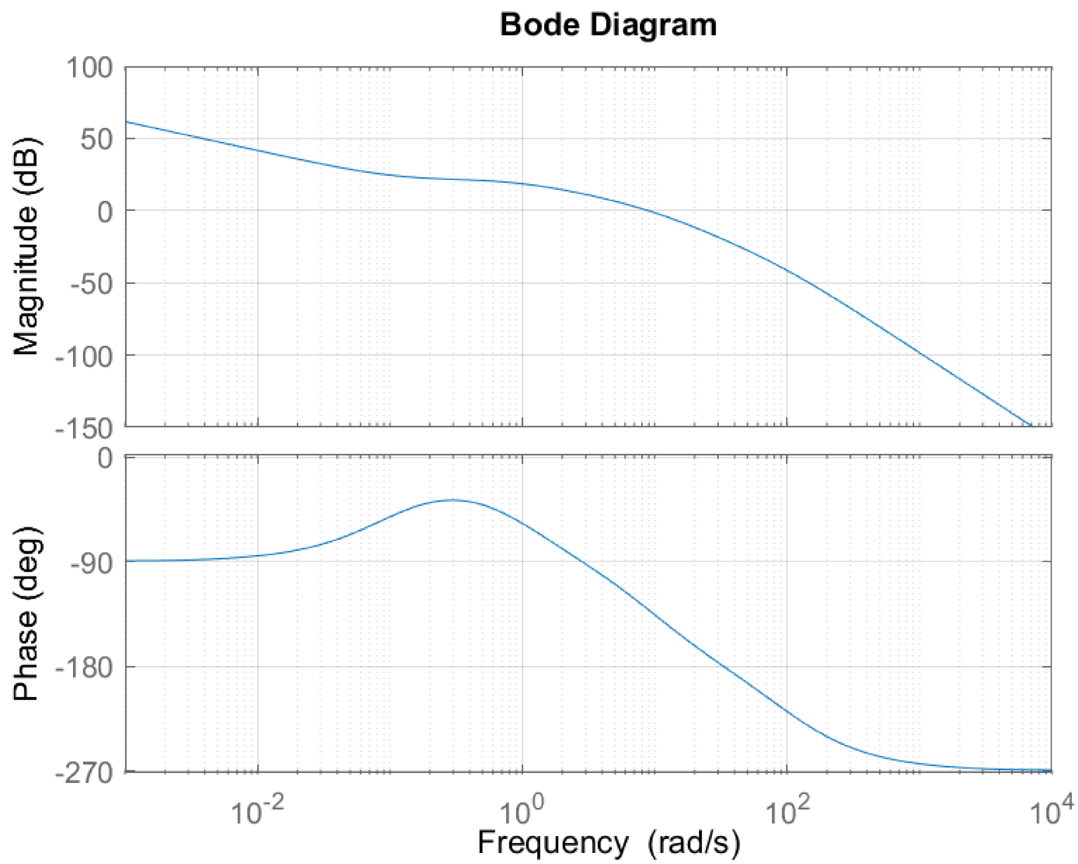
```
I=21; % Seu valor de I
[nyq1,nyq2]=ini_t4(I);
datetime('now')
```

```
ans = datetime
   08-Nov-2023 03:06:29
```

Atividade 1: Análise de gráficos de Bode

O gráfico de Bode abaixo contém ganhos, polos e zeros, todos afastados de pelo menos uma década.

```
figure
imshow('fig1.png');
```



1.1 Obtenha a função de transferência no formato $G(s) = K\frac{(1+sz_1)(1+sz_2)...}{(1+sp_1)(1+sp_2)...}$ e refaça o gráfico de Bode para verificar se está igual ao fornecido.

Fazendo uma análise por década do gráfico de Bode fornecido:

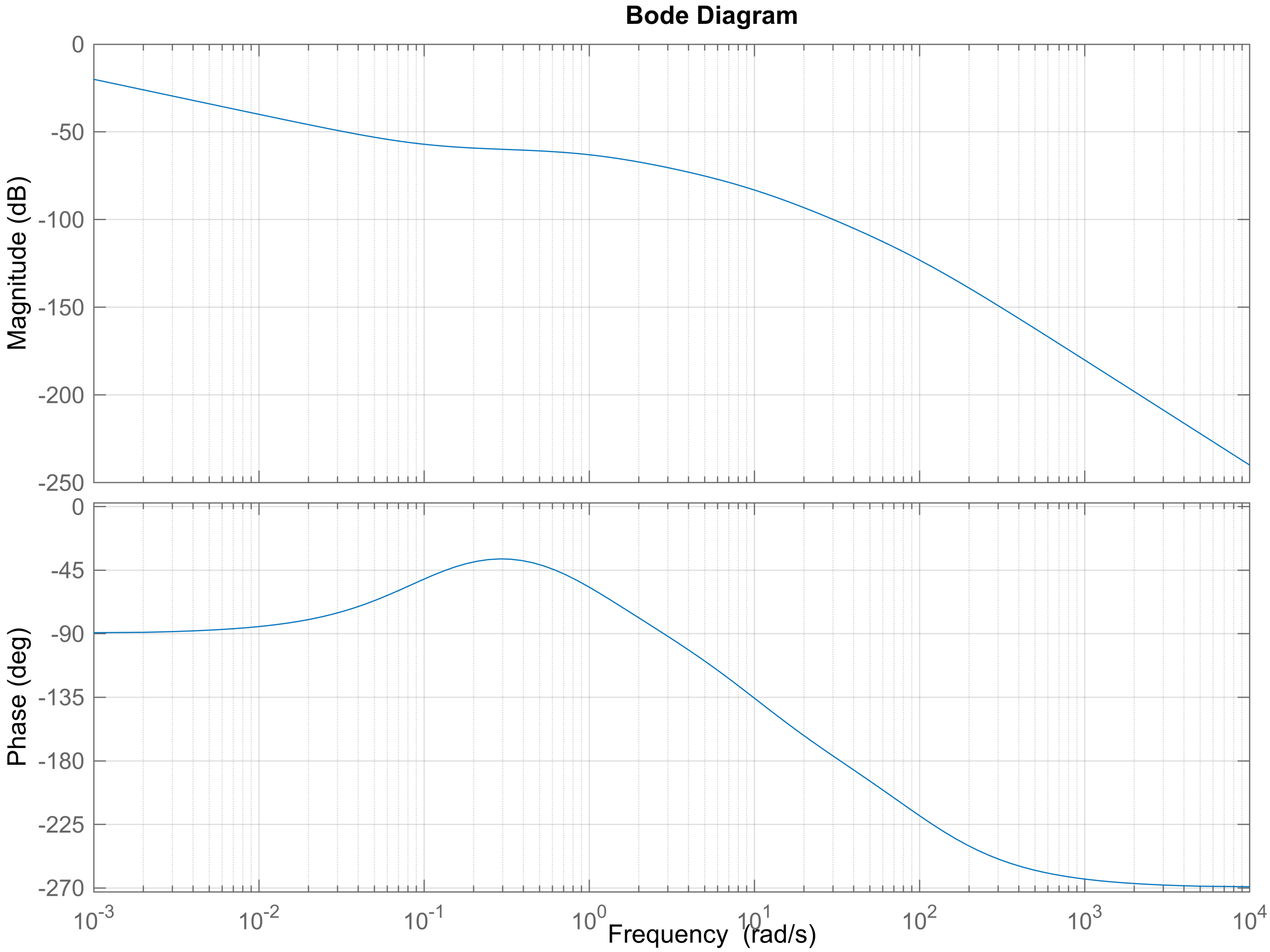
- Inicialmente, na frequência 10^-3, a fase está em -90 e o módulo decresce a 20dB por década, indicando um polo na origem.
- Na frequência 10^-2 o efeito do polo na origem se mantém.
- Na frequência 10^-1 temos a fase aumentando e o módulo se mantendo estável, o que indica a presença de um zero somando 20db por década que anula o efeito do polo na origem.
- Já na frequência 10^0 a fase volta a cair e o módulo também (a 20dB/dec) indicando a presença de outro polo nessa frequência.
- A seguir, em 10^1, a fase continua a cair e o módulo também, entretanto este passa a cair mais rápidamente (a 40/dB/dec), indicando a presença de outro polo nessa frequência.
- Por fim, em 10^2, a fase continua a cair e o módulo também, entretanto este passa a cair ainda mais rápidamente (a 60/dB/dec), indicando a presença de outro polo nessa frequência.

Dada a análise, podemos agora obter a função de transferência G:

```
p1=0;
z1=0.1;
p2=1;
p3=10;
p4=100;

d1=conv([1 p1],[1 p2]);
d2=conv([1 p3],[1 p4]);
d=conv(d1,d2);

G=tf([1 z1],d)
```

```
G =

              s + 0.1
  ---------------------------------
  s^4 + 111 s^3 + 1110 s^2 + 1000 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
bode(G);grid;
```



Entretanto, como se pode observar a partir do gráfico de Bode exibido, essa G não ainda não resulta em um gráfico de Bode igual ao fornecido (os módulos se diferem bastante), pois ainda não encontramos o ganho K associado.

Devemos, portanto, encontrar esse ganho que, ao multiplicar nossa G, resulte no gráfico de Bode da Figura 1 dada.

Ao analisar a Figura 1 inferimos que para baixas frequências, nenhum outro polo ou zero possui influência no gráfico, sendo esse efeito totalmente ditado pelo ganho K e pelo polo na origem.

Fazendo uma aproximação na frequência $4.\,10^{-3} = 0.004\mathrm{rad}/s$, temos um módulo de 50dB. A partir dele conseguimos obter o nosso ganho K:

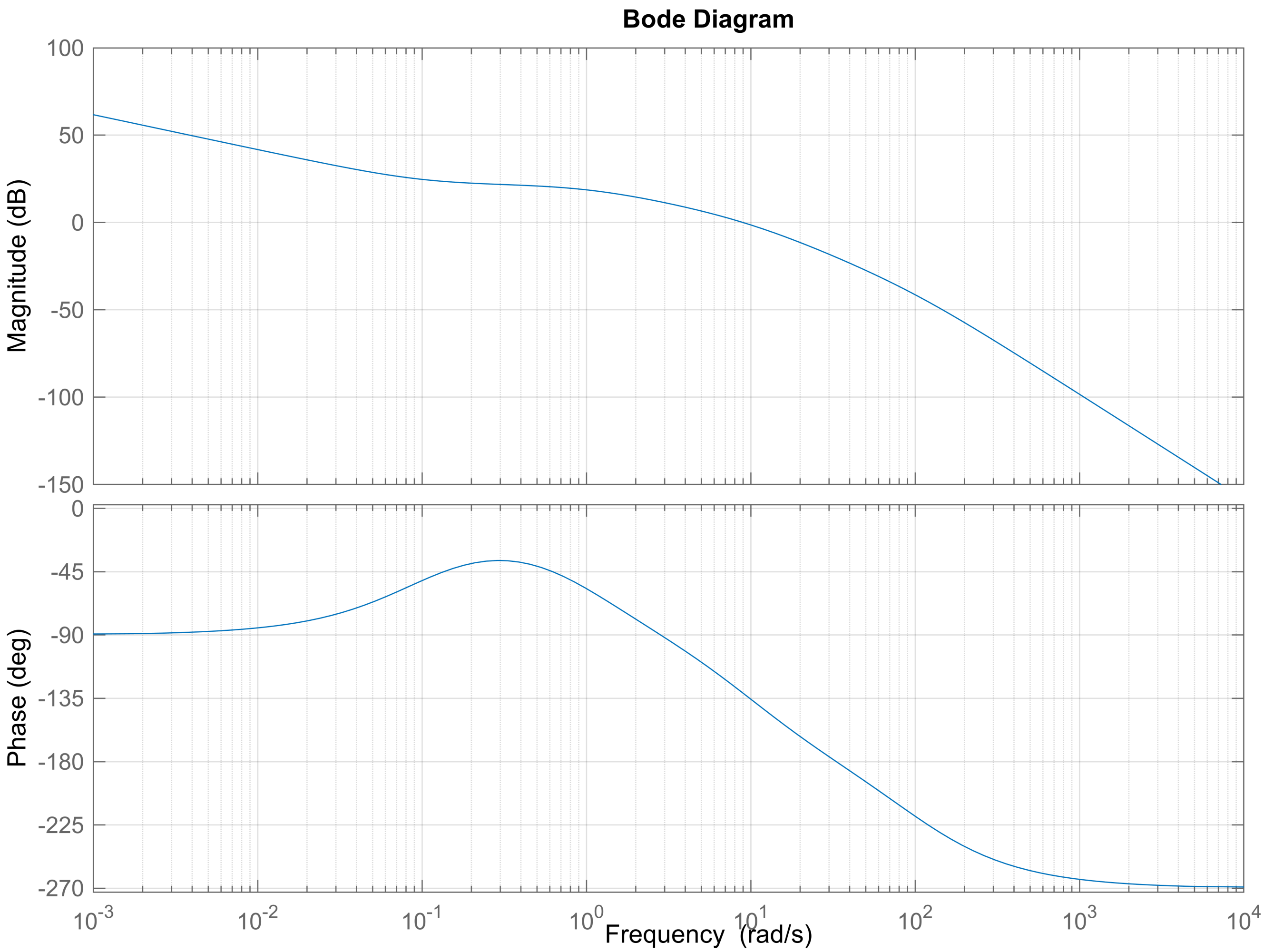
```
freq = 0.004;
mag_dB=50;
mag=10^(mag_dB/20) % convertendo
```

```
mag = 316.2278
```

```
K = ((mag*freq*(freq+p2)*(freq+p3)*(freq+p4)))/(freq+z1)
```

```
K = 1.2217e+04
```

```
bode(K*G);grid;
```



A partir da multiplicação da nossa G com o ganho K encontrado (1.2217*10^4), o gráfico de Bode se iguala ao fornecido.

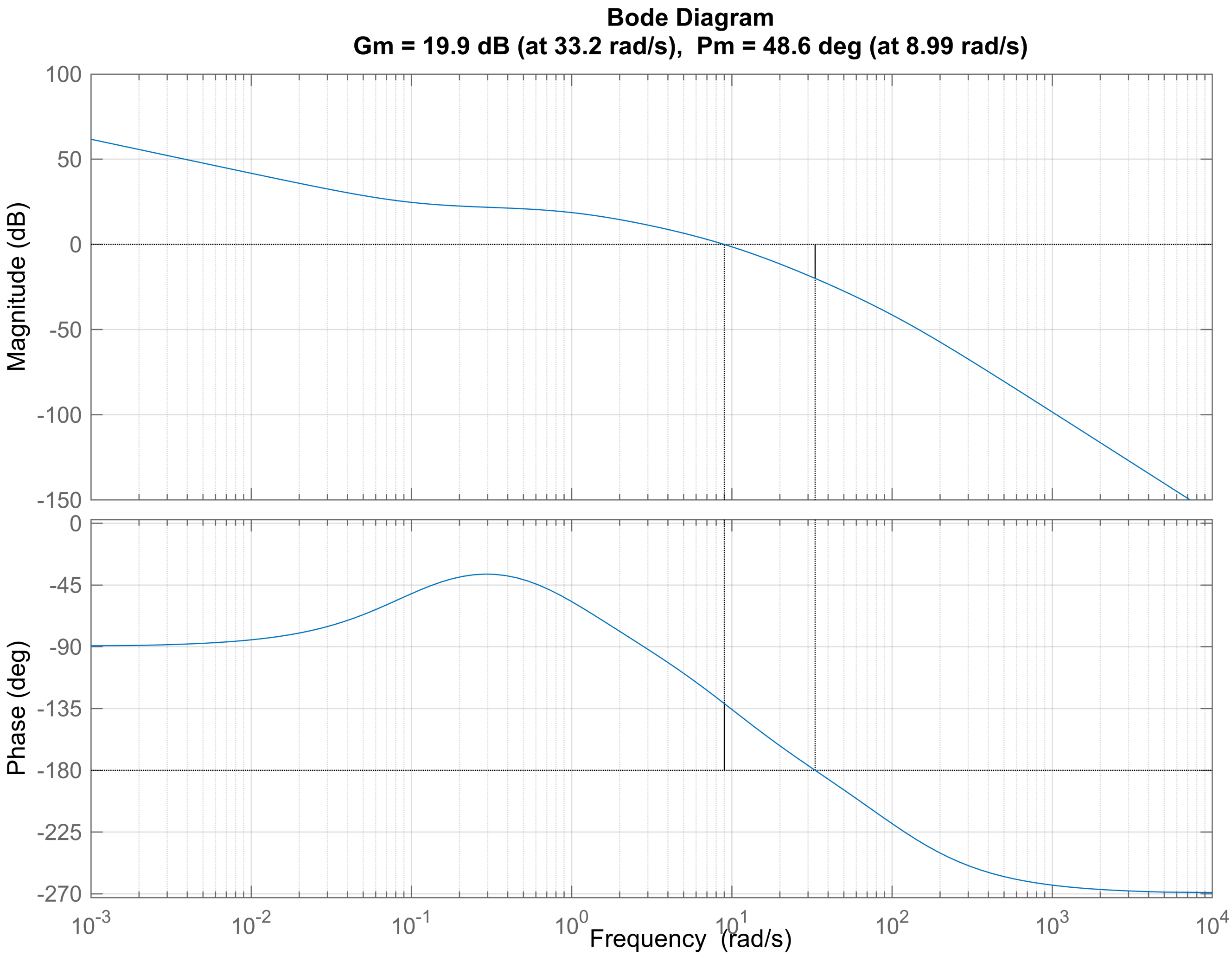
1.2 Obtenha as margens de fase e de ganho.

Para obter a margem de fase, tomamos a frequência de cruzamento de ganho (onde corta o módulo em 0dB) e avaliamos qual a fase nessa frequência, que, olhando a figura, está em aproximadamente -130º. A margem de fase é a distância em graus até -180º. Logo, MF = 50º, aproximadamente.

Para obter a margem de ganho, tomamos a frequência de cruzamento de fase (onde corta a fase em -180º) e avaliamos qual o módulo nessa frequência, que, olhando a figura, vemos que está em aproximadamente -20dB. A margem de ganho é a distância em graus até 0dB. Logo, MG = 20dB, aproximadamente.

Podemos usar a nossa G obtida que se iguala à imagem fornecida para conferir esses valores via código:

```
margin(K*G);grid;
```



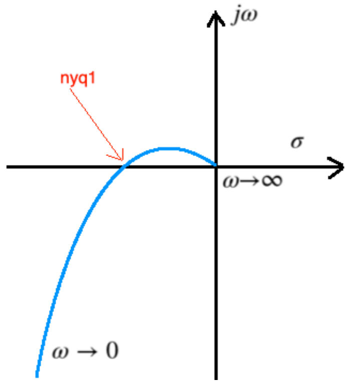
Os valores se aproximam.

Atividade 2: Critério de Nyquist

Seja o gráfico de Nyquist abaixo de $G(s) = \dfrac{K}{s(s+a)(s+b)}$, $a > 0, b > 0$. desenhado com $K = 1$.

```
nyq1
```

```
nyq1 = -2.4000
```



2.1 Obtenha as condições para estabilidade usando o critério simplificado de Nyquist. Escreva aqui, ou faça à mão, digitalize e coloque aqui como figura (imshow).

O critério simplificado de Nyquist é dado por:

$$\phi = (Z_d - P_d - \frac{P_\omega}{2}).180^o$$

Onde:

ϕ :ângulo feito pelo gráfico polar em torno do ponto -1 quando ω varia de infinito a zero.

P_d :polos de G(s) no semi-plano direito

P_ω :polos de G(s) na origem

Z_d :polos de malha fechada no semi-plano direito (é o que se quer saber)

Os 3 primeiros (ϕ, P_d, P_ω) são dados de malha aberta, enquanto Z_d é um dado de malha fechada.

Para estabilidade, ϕ deve ser negativo ($Z_d = 0$).

Podemos extrair diretamente da G(s), os dados de malha aberta. Observa-se que há um polo na origem, portanto, $P_\omega = \frac{1}{2}$. E dado que a>0 e b>0, então não há polos no SPD. Portanto, $P_d = 0$.

Para a estabilidade, não podemos ter zeros nos SPD. Portanto, fazemos $Z_d = 0$. Assim, podemos calcular o valor de ϕ:

$$\phi = (0 - 0 - \frac{1}{2}).180^o$$

$$\phi = -90^o$$

Sendo nyq1 = -2.4, o ponto -1 do fasor está "dentro" da curva da figura, de forma que o fasor varie de 0 a -90º passando por "fora". Assim, para esse gráfico de nyquist $\phi = 270^o$ e o sistema é instável, pois para a estabilidade ϕ deveria ser -90º.

2.2 Obtenha os valores de $K \in [-\infty, \infty]$ para que esse sistema seja estável, esboçando o gráfico de Nyquist para K negativo.

Para que o sistema seja estável já sabemos que precisamos de $\phi = -90^o$. Para que isso seja alcançado, o -1 deve estar localizado à esquerda da curva do gráfico. Isso significa dizer que o valor de nyq1 deve ser maior que -1.

Multiplicar nyq1 por um ganho faz o ponto passar à esquerda do -1, ficando estável.

$|K.\,\mathrm{nyq1}| < |1|$

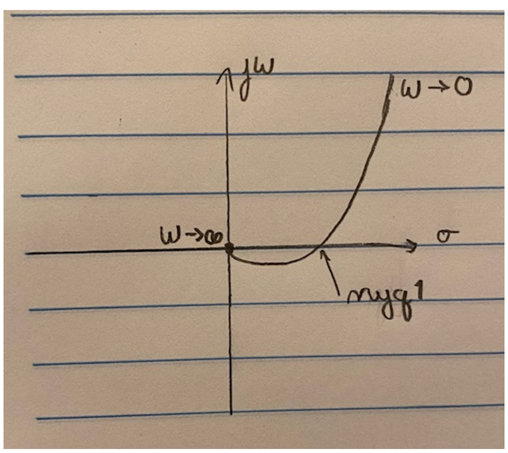
$K < |\frac{1}{\mathrm{nyq1}}|$

$K < |\frac{1}{-2.4}|$

$K <$ 0.4167

Portanto, para $K <$ 0.4167, temos a variação do ângulo como sendo -90º onde o critério de nyquist é atendido.

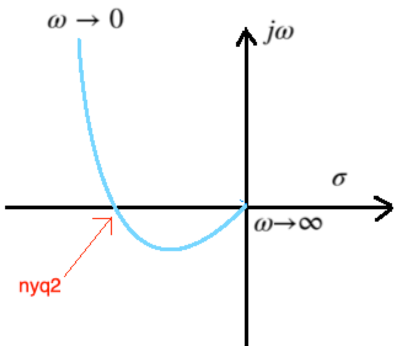
Esboçando o gráfico de Nyquist para K negativo (basta espelharmos na origem, que é o equivalente a adiconar 180º) - não altera nosso K:



Seja agora o gráfico de $G(s) = \dfrac{K(s+a)^2}{s^3}$, $a > 0$, desenhado com $K = 1$.

```
nyq2
```

```
nyq2 = -0.2000
```



2.3 Obtenha as condições para estabilidade usando o critério simplificado de Nyquist. Escreva aqui, ou faça à mão, digitalize e coloque aqui como figura.

Podemos extrair diretamente da G(s), os dados de malha aberta. Observa-se que há três polos na origem, portanto, $P_\omega = \frac{3}{2}$. Não há zeros no SPD, portanto, $P_d = 0$.

Para a estabilidade, não podemos ter zeros nos SPD. Portanto, fazemos $Z_d = 0$. Assim, podemos calcular o valor de ϕ:

$$\phi = (0 - 0 - \frac{3}{2}).180^o$$

$$\phi = -270^o$$

Sendo nyq2 = -0.2, o ponto -1 do fasor está à esquerda da curva da figura. Assim, para esse gráfico de nyquist $\phi = 90^o$ e o sistema é instável, pois para a estabilidade ϕ deveria ser -270º.

2.4 Obtenha os valores de $K \in [-\infty, \infty]$ para que esse sistema seja estável.

Para que o sistema seja estável já sabemos que precisamos de $\phi = -270^o$. Para que isso seja alcançado, o -1 deve envolver a curva do gráfico, estando "dentro" dele. Isso significa dizer que o valor de nyq2 deve ser menor que -1.

Multiplicar nyq2 por um ganho faz a curva envolver o -1, ficando estável.

$$|K.\,\mathrm{nyq2}| > |1|$$

$$K > |\frac{1}{\mathrm{nyq2}}|$$

$$K > |\frac{1}{-0.2}|$$

$$K > 5$$

Portanto, para $K > 5$, temos a variação do ângulo como sendo -270º onde o critério de nyquist é atendido.

Atividade 3: Efeito do ganho na estabilidade relativa.

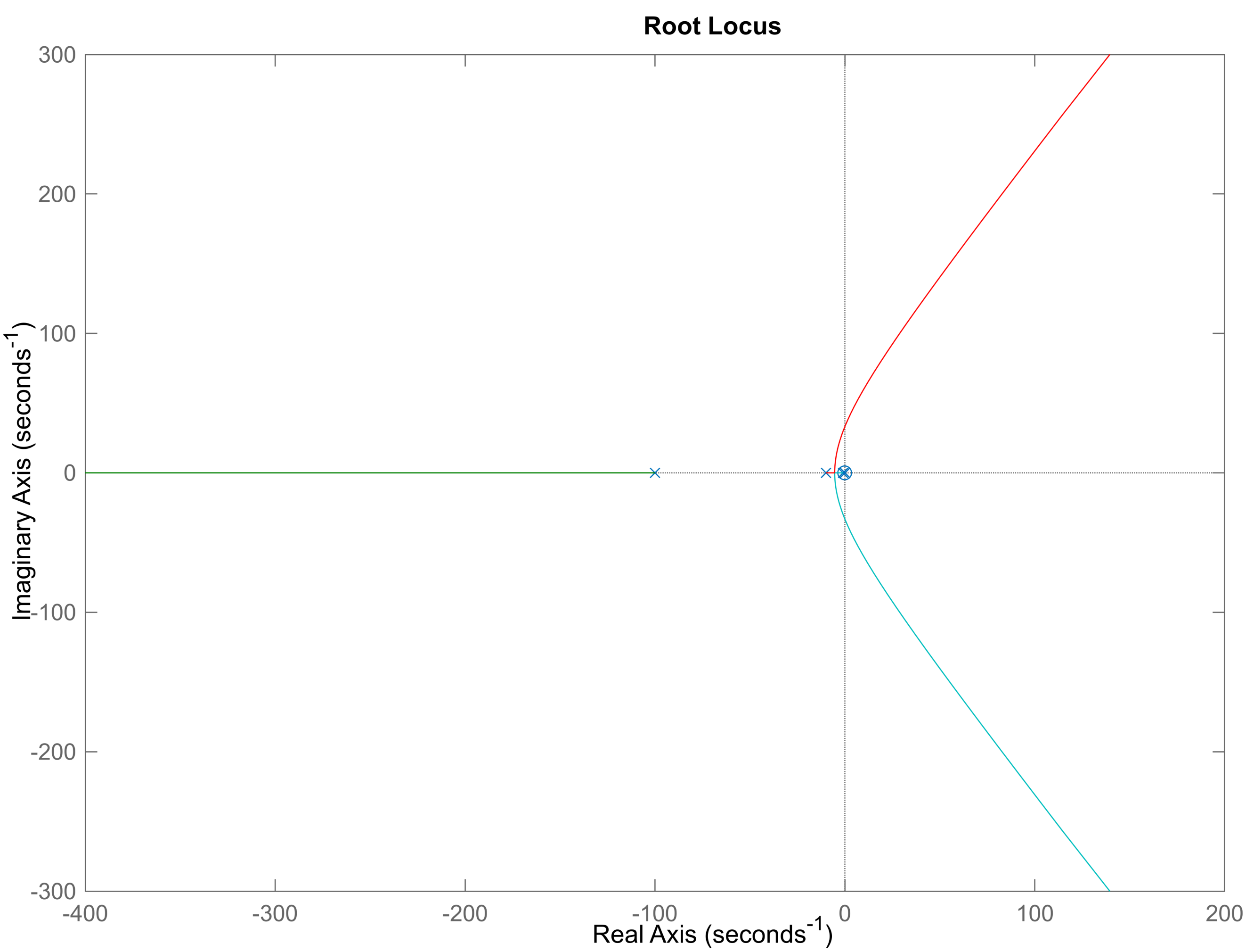
3.1 Use o método do lugar das raízes para ver o efeito do ganho nas margens de fase e ganho usando G1 da atividade 1, comparando o efeito do ganho sobre o amortecimento e sobre a margem de fase. Dica: rltool permite ver o LR (amortecimento) e gráfico de Bode (Margens).

Primeiro, vamos visualizar a G1 e o Lugar das Raízes correspondente para ela:

```
G1=K*G
```

```
G1 =

          1.222e04 s + 1222
  ---------------------------------
  s^4 + 111 s^3 + 1110 s^2 + 1000 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

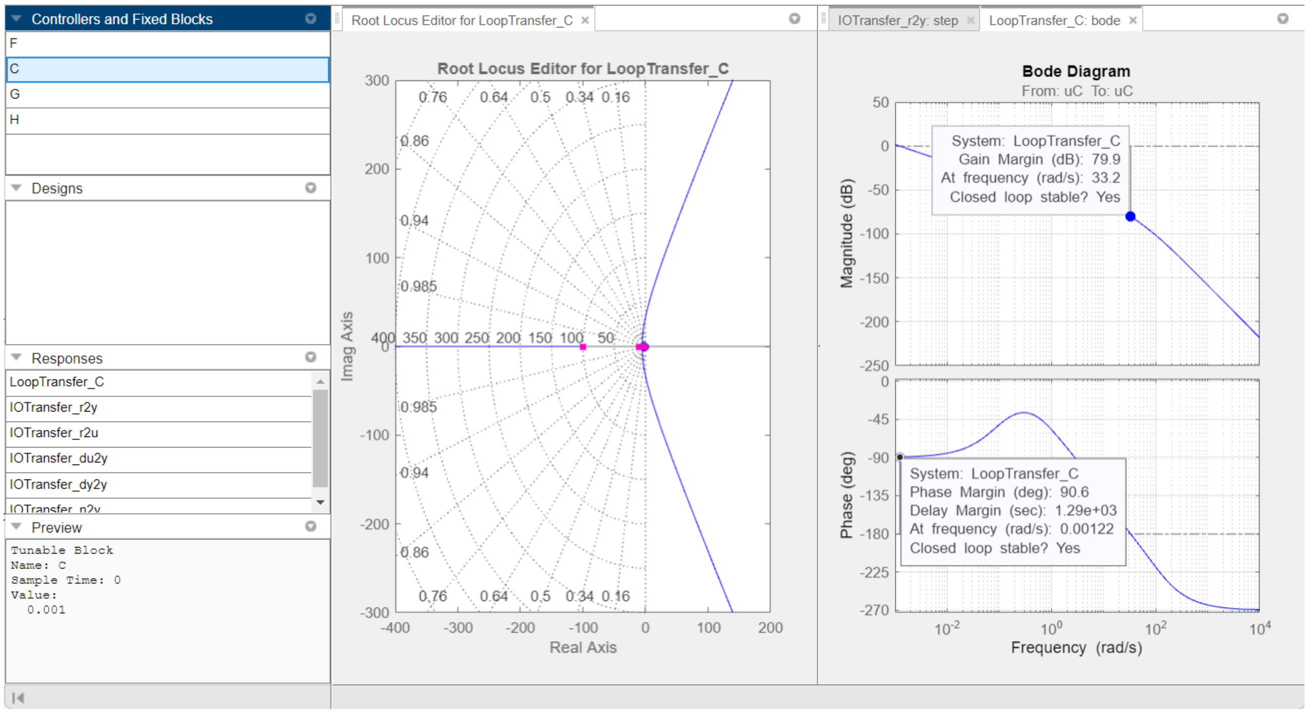
```
rlocus(G1)
```



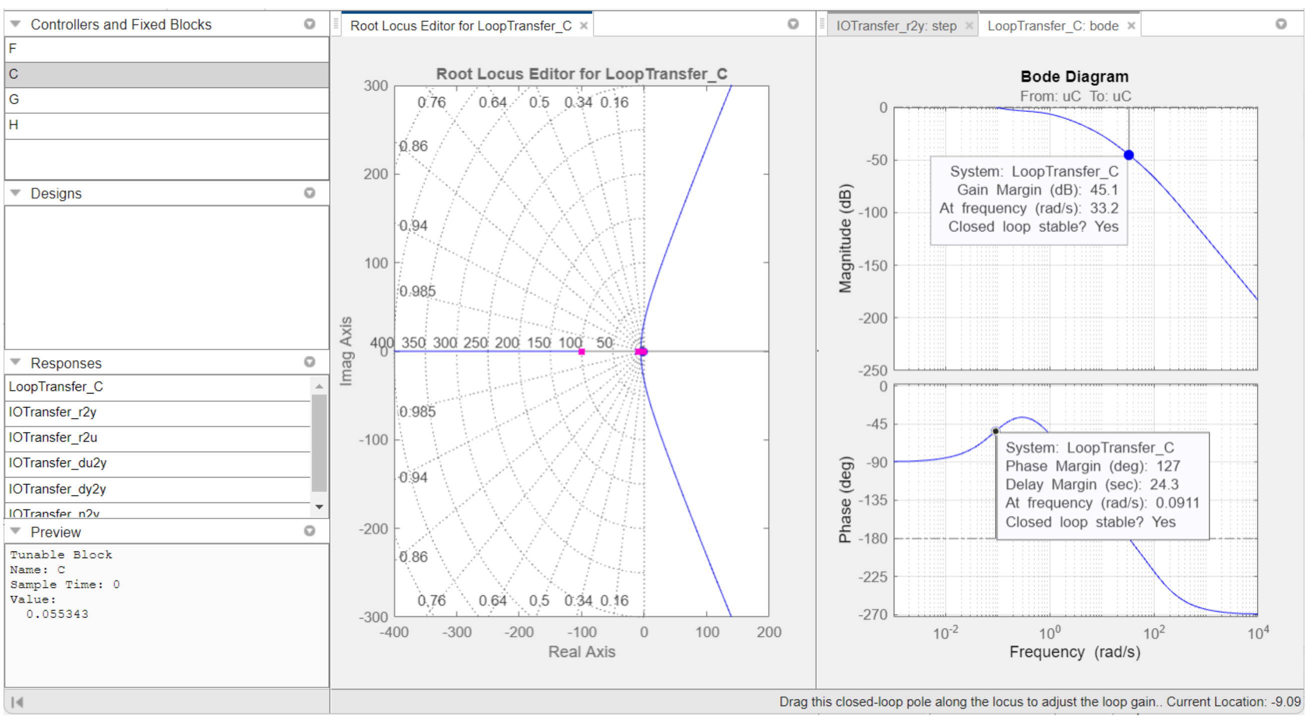

```
%rltool(G1)
```

Vamos observar algumas variações antes de se tirar as conclusões:

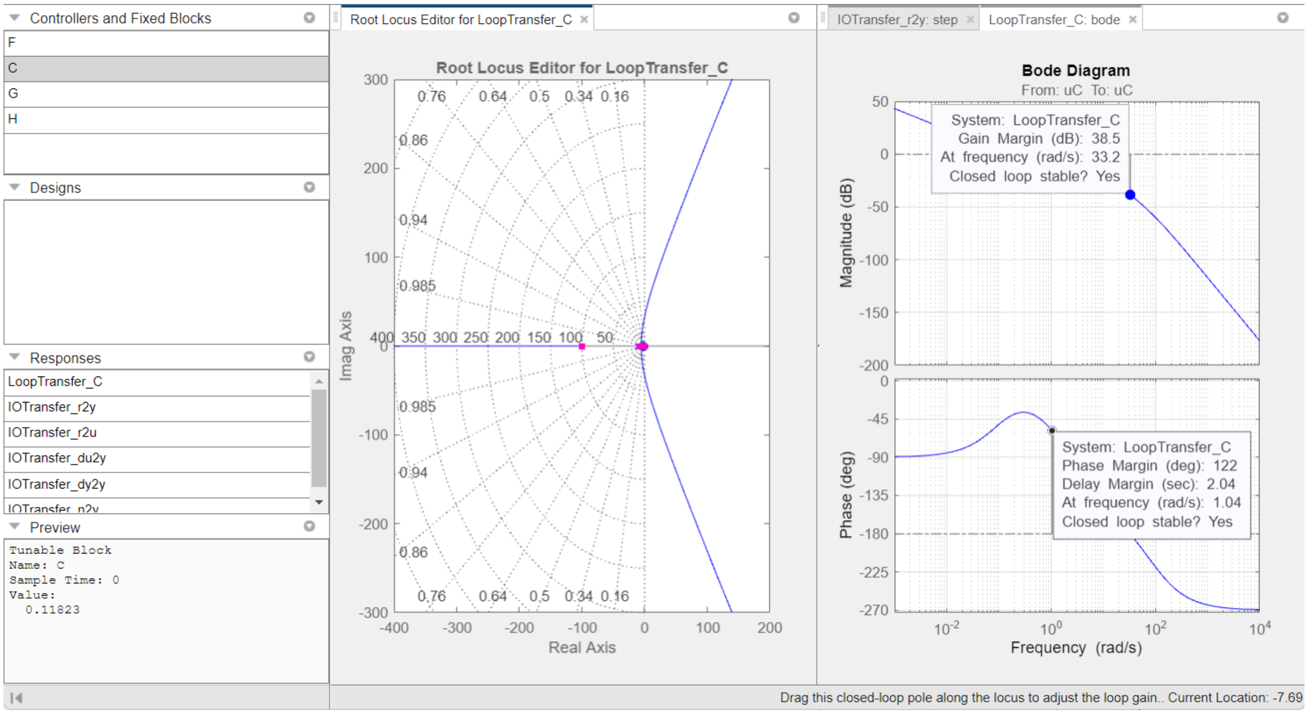
Para um ganho K=0.001, temos MG=79.9dB, MF=90.6º e $\zeta = 1$ (sobre o eixo real).



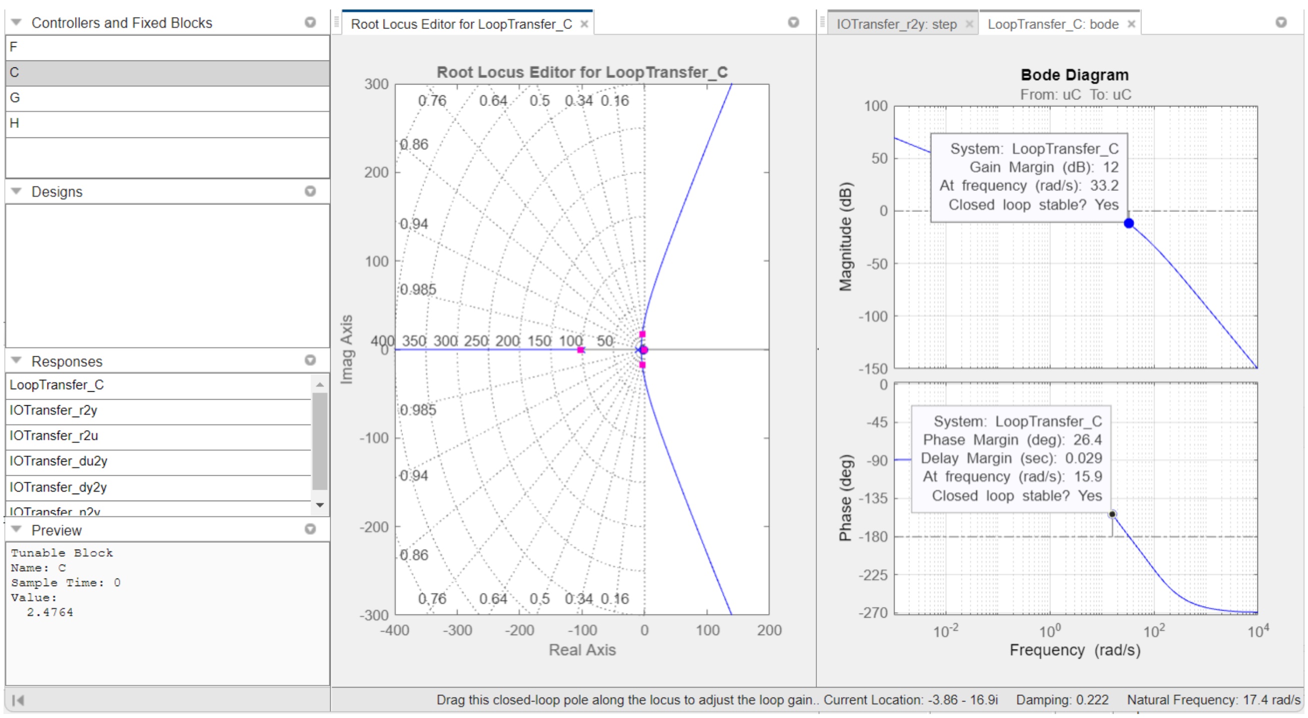
Para um ganho K=0.055343, temos MG=45.1dB, MF=127º e $\zeta = 1$ (sobre o eixo real).



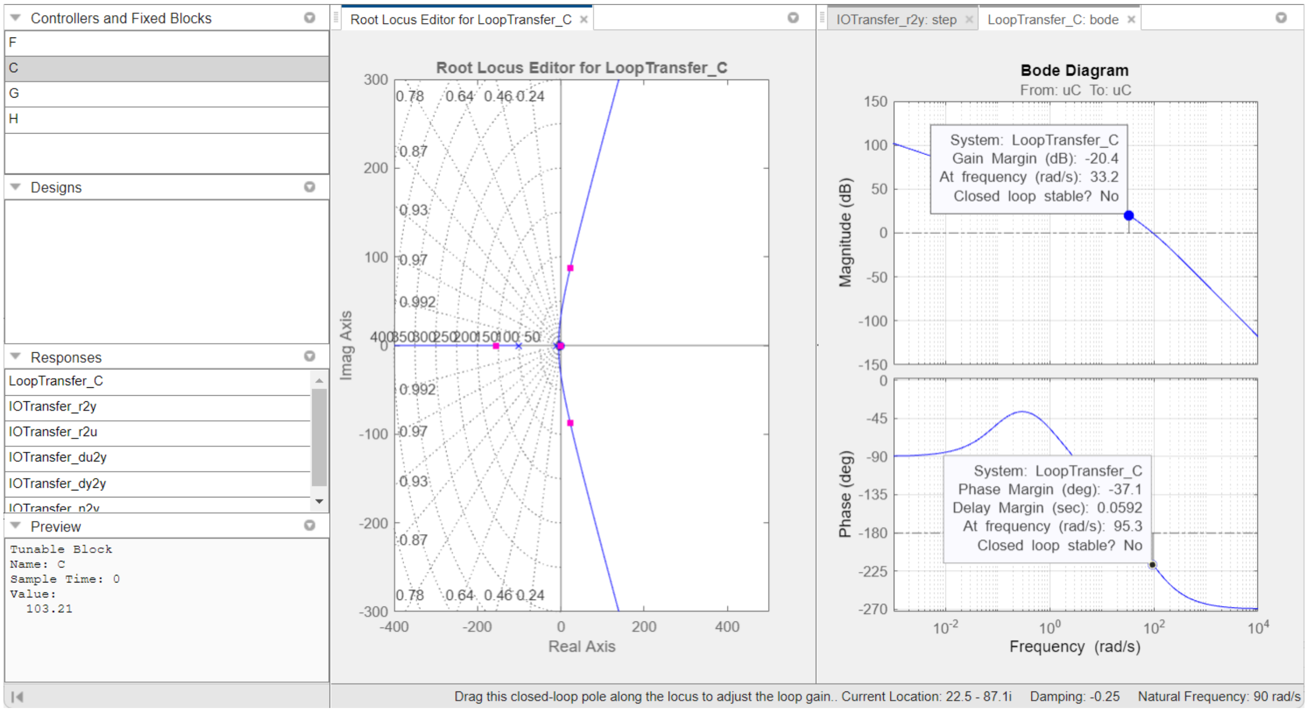
Para um ganho K=0.11823, temos MG=38.5dB, MF=122º e $\zeta = 1$ (sobre o eixo real).



Para um ganho K=2.4764, temos MG=12dB, MF=26.4º e $\zeta = 0.222$ ("damping").



Para um ganho K=103.21, temos MG=-20.4dB, MF=-37.1º e $\zeta = -0.25$ ("damping").

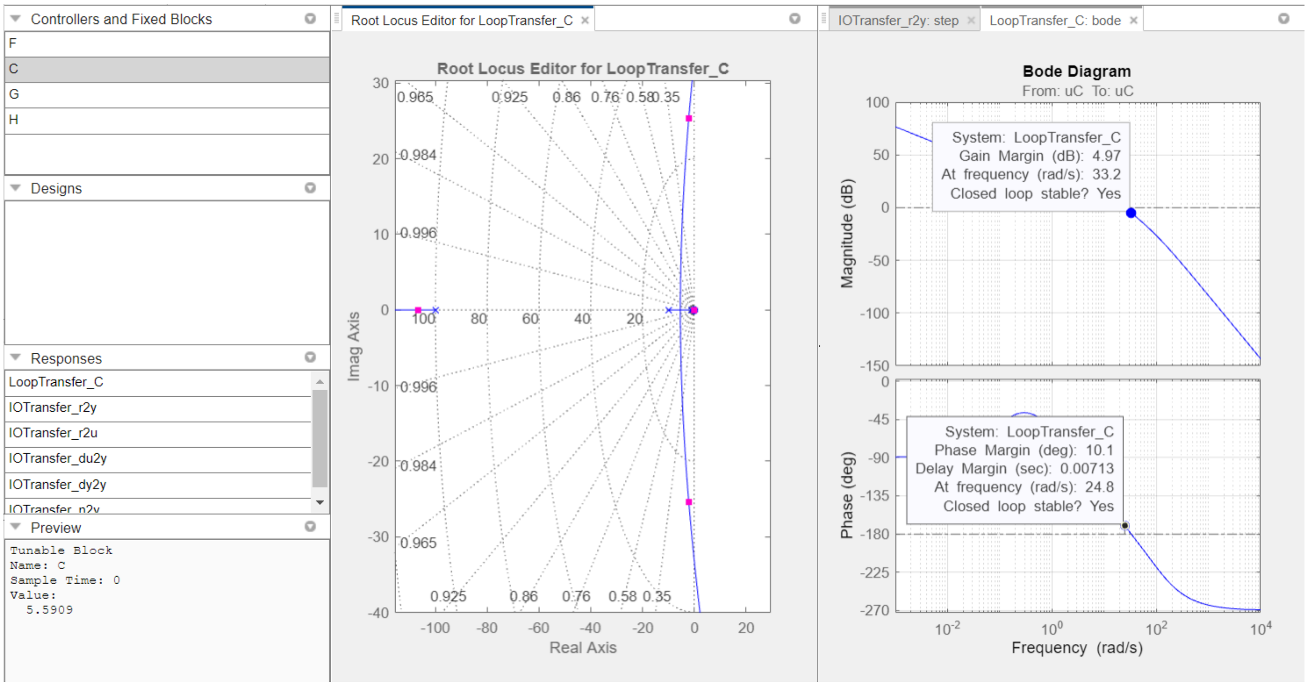


Conclusões:

- À medida que o ganho aumenta, o amortecimento diminui, o que faz total sentido já que aumentar o ganho é tornar o sistema mais rápido e, consequentemente mais oscilatório (menos amortecido).
- À medida que o ganho aumenta, a margem de ganho diminui, o que é lógico e é ilustrado pelo gráfico do ganho.
- À medida que o ganho aumenta, a margem de fase primeiro aumenta e depois diminui, o que faz total sentido porque é o que ilustra o gráfico de fase.

3.2 Escolha um ganho K tal que a margem de fase seja aproximadamente 10 graus, mostrando o LR e o gráfico de Bode para este ganho K. Qual a margem de ganho ?

Conforme pedido:



O ganho é de aproximadamente 5.5909, a margem de ganho é de 4.97dB.

Atividade 4: Efeito de um atraso de tempo na estabilidade relativa.

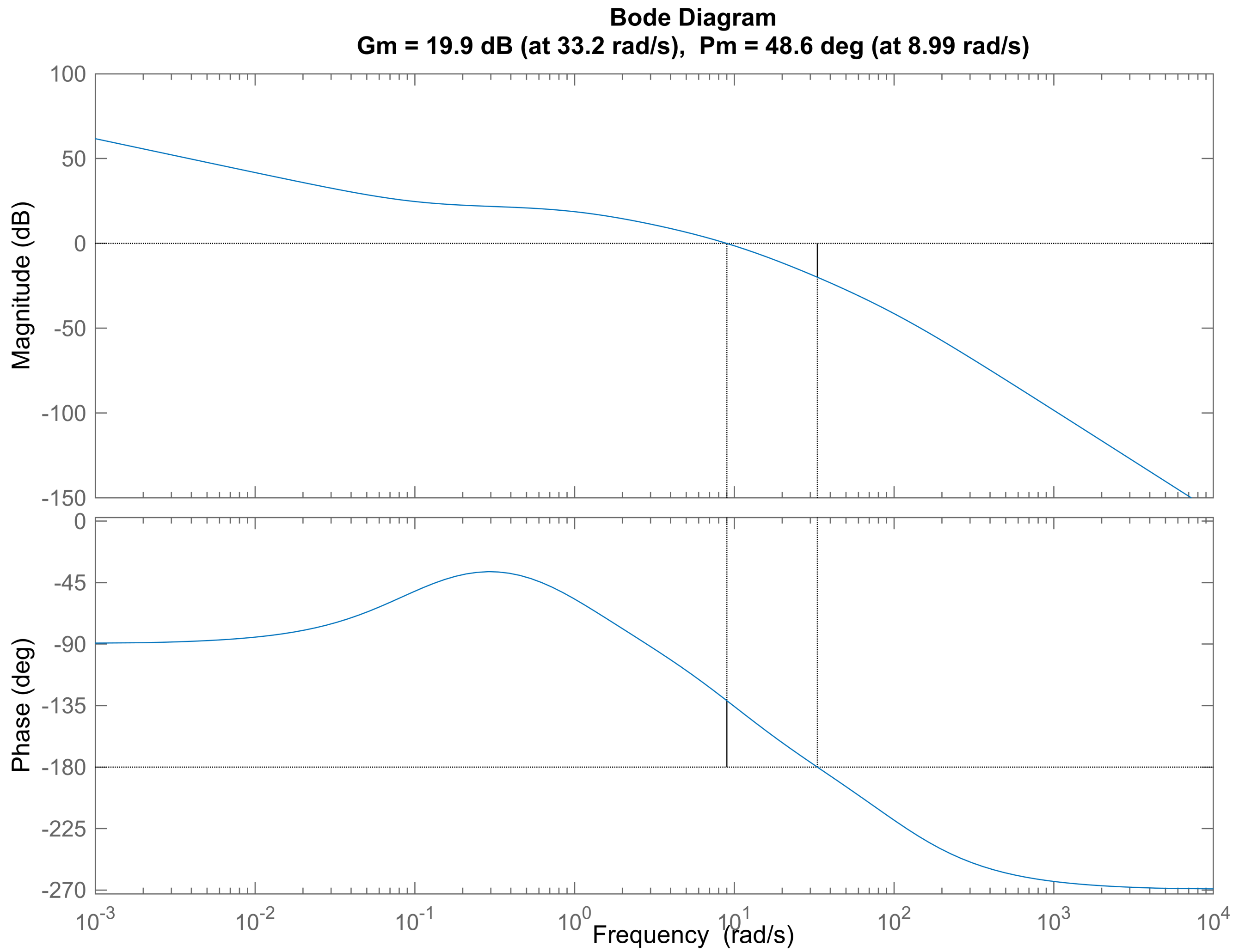
4.1 Obtenha o atraso de tempo tal que G1 com este atraso tenha margem de fase nula. Plote então o gráfico de Bode de G1 com e sem o atraso, verificando a margem de fase e de ganho nos dois casos.

```
G1
```

```
G1 =

          1.222e04 s + 1222
  --------------------------------
  s^4 + 111 s^3 + 1110 s^2 + 1000 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

Plotando o gráfico de Bode sem o atraso e verificando a MG e a MF:

```
margin(G1)
```



Temos que MF=48.6º em w=8.99 rad/s e, para obtermos margem de fase nula, precisamos adicionar um atraso em nossa função G1, tal que na frequência de cruzamento de ganho, tenhamos o valor de ângulo de -180º. Para que isso ocorra:

$$d < \frac{(\pi \mathrm{MF})}{180\omega}$$

Onde:

- d é o delay que deve ser adicionado;
- MF é a margem de fase;
- w é a frequência em que ela ocorre.

Assim, temos aproximadamente:

$$d < \frac{(\pi 48.6)}{180.\ 8.99}$$

$$d < 0.0943$$

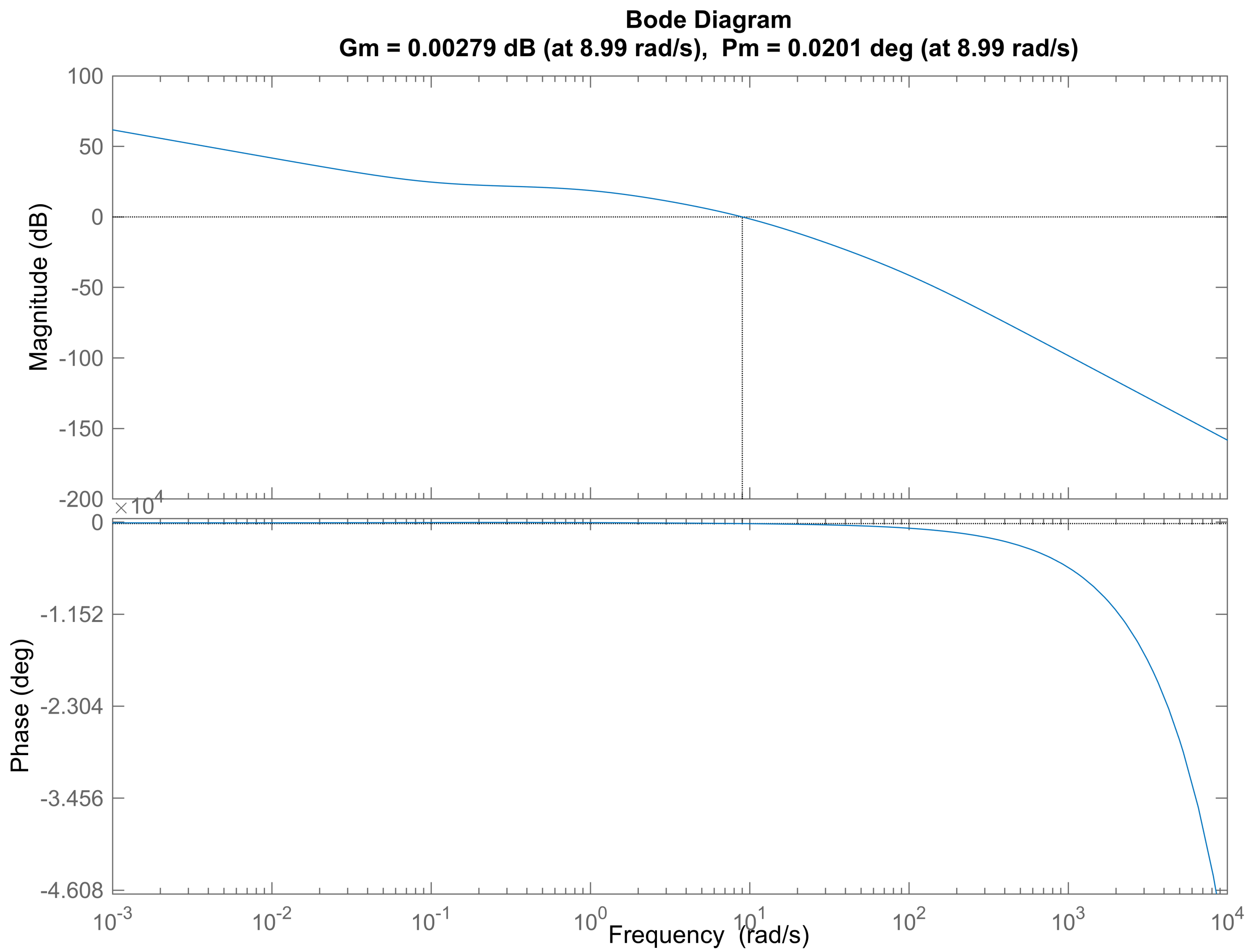
Portanto, para que tenhamos margem de fase nula, é preciso adicionar um valor de delay menor que 0.0943, aproximadamente.

Plotando o gráfico de Bode com o atraso e verificando a MG e a MF:

```
G1_atrasada = G1;
G1_atrasada.InputDelay=0.0943
```

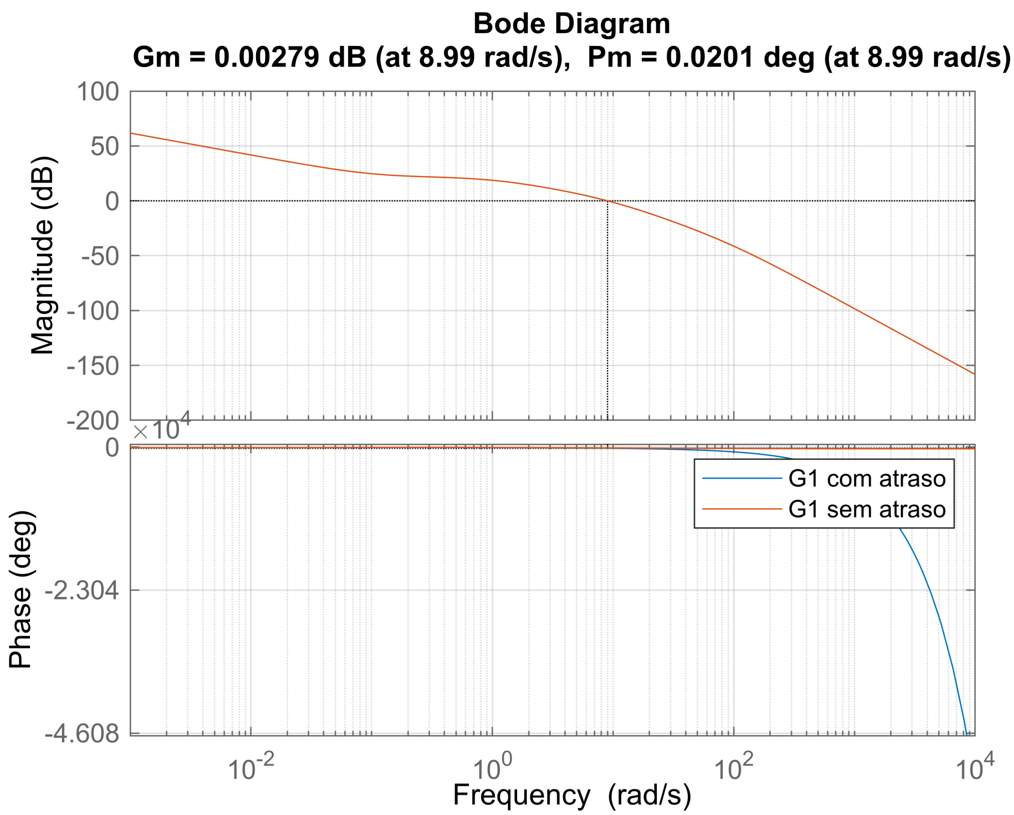
```
G1_atrasada =

                            1.222e04 s + 1222
  exp(-0.0943*s) * ---------------------------------
                    s^4 + 111 s^3 + 1110 s^2 + 1000 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
margin(G1_atrasada);
```



Fazendo um gráfico sobre o outro:

```
figure;
margin(G1_atrasada);
hold on;

bode(G1);
legend('G1 com atraso', 'G1 sem atraso');
grid on;
```



Com isso, podemos provar que de fato atingimos uma nova margem de fase aproximadamente nula com a aplicação do atraso. A margem de ganho permanece a mesma.