Séries de Exercícios 1

20 de setembro de 2022

1. Usando a notação da teoria dos conjuntos, descreva o espaço amostral dos seguintes experimentos:
   (a) lançamento de uma moeda;
   (b) lançamento de um dado;
   (c) lançamento de duas moedas;
   (d) lançamento de dois dados;
   (e) vida útil de um carro;
   (f) tempo até a chegada primeiro freguês do dia na loja "Nenhuma Coisa".
2. Utilizando a mesma notação, descreva os seguintes eventos correspondentes, respectivamente, aos espaços amostrais definidos no exercício anterior:
   (a) "cara"; "coroa";
   (b) par; maior que 3;
   (c) "cara" na primeira moeda;
   (d) soma igual ao valor 7;
   (e) vida útil compreendida entre 2 e 6 anos;
   (f) não chegar freguês durante o primeiro quarto de hora do dia.
3. Utilizando a mesma notação, descreva a união de paras de eventos definidos nos itens 2.a e 2.b.
4. Utilizando a mesma notação, descreva a intersecção dos pares de eventos definidos nos itens 2.a e 2.b.
5. Sendo o evento E um evento definido no espaço amostral S, identifique os seguintes eventos:
   (a) $E \cup \overline{E}$;
   (b) $E \cap \overline{E}$;
   (c) $\overline{S}$;]
   (d) $\overline{\emptyset}$.

6. Utilizando a mesma notação, descreva o evento complementar dos eventos definidos nos itens 2.a e 2.b.

7. Uma moeda "viciada" é tal que a ocorrência de "cara" é duas vezes mais provável que a de "coroa". Calcule a probabilidade do evento "cara".

8. Se um dado não é "viciado", calcule a probabilidade do evento "par".

9. No experimento descrito como "lançamento de duas moedas honestas", calcule a probabilidade de cada um dos seguintes eventos:

   (a) obtenção de "cara" na primeira moeda;
   (b) obtenção de "coroa" na primeira moeda;
   (c) obtenção de "cara" na primeira moeda ou na segunda moeda;
   (d) obtenção de pelo menos uma "cara";
   (e) não ocorrência de "coroa" em ambas as moedas;

10. Uma família tem duas crianças. Qual é a probabilidade condicional de ambas serem do sexo masculino, dado que pelo menos uma delas é do sexo masculino? Considere que ambos os sexos são igualmente prováveis.

11. Isabel pode fazer o curso de Controle Automático II ou Avaliação de Desempenho. Se ela fizer o curso de Controle Automático II, a probabilidade de ser aprovada é $1/3$, enquanto se fizer o curso de Avaliação de Desempenho, essa probabilidade é de $1/2$. Isabel decide basear sua decisão mediante o lançamento de uma moeda honesta. Qual é a probabilidade de Isabel ser aprovada em Avaliação de Desempenho.

12. Dois dados honestos são lançados e os seguintes eventos são definidos:

   - E = a soma dos dois resultados é 6;
   - F = o resultado do primeiro dado é 4;
   - G = a soma dos dois resultados é 7.

   Verifique se os seguinte pares de eventos são independentes;

   (a) E e F;
   (b) F e G.

13. Uma bola é extraída aleatoriamente de uma urna que contém quatro bolas, numeradas de 1 a 4. Os seguintes eventos são definidos levando-se em conta o número da bola extraída:

$$\begin{aligned} E &= \{1,2\} \\ F &= \{1,3\} \\ G &= \{1,4\} \end{aligned}$$

   Verifique se os seguintes eventos são eventos independentes:

(a) E e F;
(b) F e G.
(c) E e G;
(d) E, F e G.

14. Considere duas urnas. A primeira contém duas bolas brancas e sete vermelhas, e a segunda contém , cinco bolas brancas e sete vermelhas. Lança-se uma moeda e retira-se uma bola da primeira urna ou da segunda urna, dependendo do resultado ter sido cara ou coroa, respectivamente. Calcule a probabilidade condicional do resultado ter sido cara, dado que uma bola branca foi selecionada.

15. Seja X uma variável aleatória definida como a soma dos resultados obtidos no lançamento de dois dados honestos. Calcule $\Pr\{X = i, i = 2, 3, \ldots, 12\}$.

16. Uma variável aleatória discreta possui uma função de probabilidade dada por

$$\begin{aligned}\Pr\{1\} &= \frac{1}{2}\\ \Pr\{2\} &= \frac{1}{3}\\ \Pr\{3\} &= \frac{1}{6}\end{aligned}$$

Obtenha a função de distribuição acumulada de X e faça um esboço do seu gráfico.

17. A variável aleatória X possui uma função de densidade f dada por:

$$\begin{aligned}f(x) &= 0, \text{ para } 0 \leq x \leq a\\ &= K, \text{ para } a < x < 1\\ &= 0, \text{ para outros valores de } x\end{aligned}$$

Determine:

(a) K em função de a;
(b) A função de distribuição de X, $F(x)$.

18. Ao longo de cada dia, uma máquina produz dois itens, um pela manhã e outro à tarde. A qualidade de cada item é classificada como boa (B), média (M), ou péssima (P). Estatísticas anteriores mostram que a fração de itens bons produzidos pela máquina é 1/2, de itens médios 1/3 e de itens péssimos é 1/6.

(a) Escreva numa coluna o espaço amostral para o experimento que consiste na observação da produção de um dia.

(b) Considere que um item bom acarreta um lucro de \$2, item médio um lucro de \$1 e um item péssimo não acarreta lucro. Seja X a variável aleatória que descreve o lucro total diário. Numa coluna adjacente àquela do item 18.a, escreva o valor da variável aleatória correspondente a cada ponto do espaço amostral.

(c) Assumindo que a qualidade dos itens produzidos pela manhã e à tarde são independentes, associe numa terceira coluna cada ponto do espaço amostral a sua probabilidade.

(d) Escreva o conjunto de todos os resultados possíveis para a variável aleatória X.

(e) Obtenha uma função massa de probabilidade da variável aleatória X.

(f) Calcule o valor esperado do lucro diário obtido com a produção dessa máquina.

19. Determine o valor esperado da variável aleatória Xdefinida no item 17.

20. Calcule a variância da variável aleatória definida pelo resultado do lançamento de um dado honesto.

21. Cinco moedas honestas são lançadas. Assumindo que os resultados são independentes, qual a probabilidade de dua caras e três coroas.

22. Sabe-se que pacotes enviados por um certo roteador chega ao seu destino com uma probabilidade de 0,1, independente um do outro. Qual a probabilidade de que em uma amostra de três pacotes consecutivos, no máximo, um chegar ao seu destino.

23. Se o número de acidentes que ocorrem por dia útil na rodovia do Sol é uma variável aleatória de Poisson com média igual à 3, calcule a probabilidade de cada um dos seguintes eventos em dia útil:

    (a) nenhum acidente;

    (b) mais de dois acidentes.

24. Determina a função de distribuição acumulada de uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre o intervalo (a, b).

25. Se X é uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre o intervalo $(0, 10)$, calcule as probabilidades de se ter:

    (a) $1 \leq X \leq 3$;

    (b) $X > 7$;

    (c) $1 \leq X \leq 12$.

26. A vida útil de um certo de notebook segue uma distribuição exponencial com média igual à 1000. Qual é a probabilidade de um notebook desse tipo durar:

    (a) mais que 1000 horas?
    (b) menos que 1000 horas?
    (c) mais que 1500 horas?