

Laboratório de Controle - Aula 2 - 2021/1

Ambiente de simulação do sistema digital de controle

Nome: Yuri Rissi Negri

Atividade 1: Análise da resposta do sistema digital de controle

Antes de fazer essa atividade, assista o video [labca2](#).

Dúvidas sobre usar este live script para gerar o relatório: [clique aqui](#).

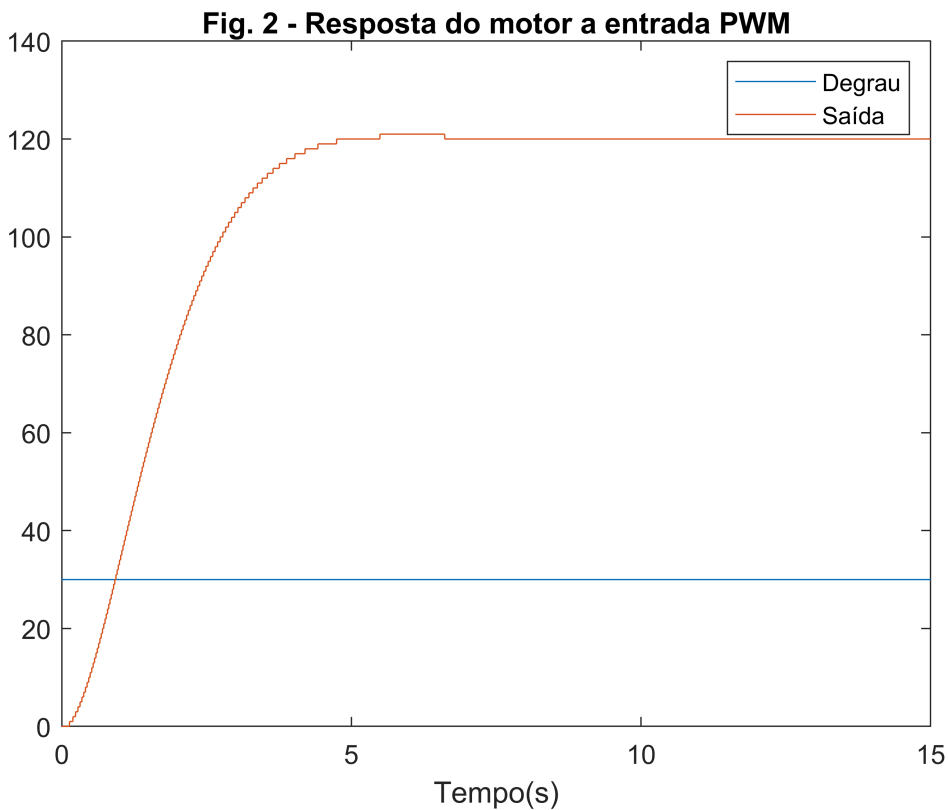
Na figura 1 é mostrado o diagrama que será simulado. Um degrau de amplitude PWM é aplicado na entrada, o motor gira a uma certa velocidade (rpm), e o conversor A/D gera um valor inteiro correspondente a essa velocidade. Faça a simulação, observe a figura 2 e responda as perguntas.



```
Ts=1e-3;
Tempo=15;
arquivo='aula2_2018.slx';
[wn,PWM]=init(8,5);

out=sim(arquivo,Tempo);
u1=out.X(:,2);
y1=out.X(:,3);
t1=out.tout;

stairs(t1,[u1 y1]);legend('Degrau','Saída');xlabel('Tempo(s)');
title('Fig. 2 - Resposta do motor a entrada PWM');
```



1.1. Como obter o ganho desse sistema e qual esse ganho?

Resposta:

O ganho é dado pela nosso valor na saída, dada pelo conversor A/D, sobre o nosso valor de entrada pela dada em PWM para esse nosso sistema. Assim, basta tomar no gráfico um ponto em regime permanente, obtendo um valor de $Y = 120$ e relacionar com nosso valor de $Y = 30$, que é nossa entrada em PWM. Portanto nosso ganho será dado por:

$$K = 120/30 = 4$$

1.2 Qual a constante de tempo desse sistema?

Resposta:

Tomando o ponto onde obtemos aproximadamente 63% da nossa saída, temos que $Y = 120 \cdot 0,63 \approx 76$. Portanto, tomando o ponto no gráfico em que $Y = 76$ vamos obter uma constante de tempo de 1,93 segundos.

1.3 Que tensão foi aplicada no motor (em volts) e qual foi a velocidade de regime correspondente em rpm?

Resposta:

Utilizando uma regra de três para relacionar nossa entrada em PWM com os possíveis valores de tensão para o nosso sistema, podemos encontrar a tensão de entrada aplicada no motor:

$$x \text{ V} \text{ ----- } 30 \qquad x = 1,41 \text{ V}$$

12 V ----- 255

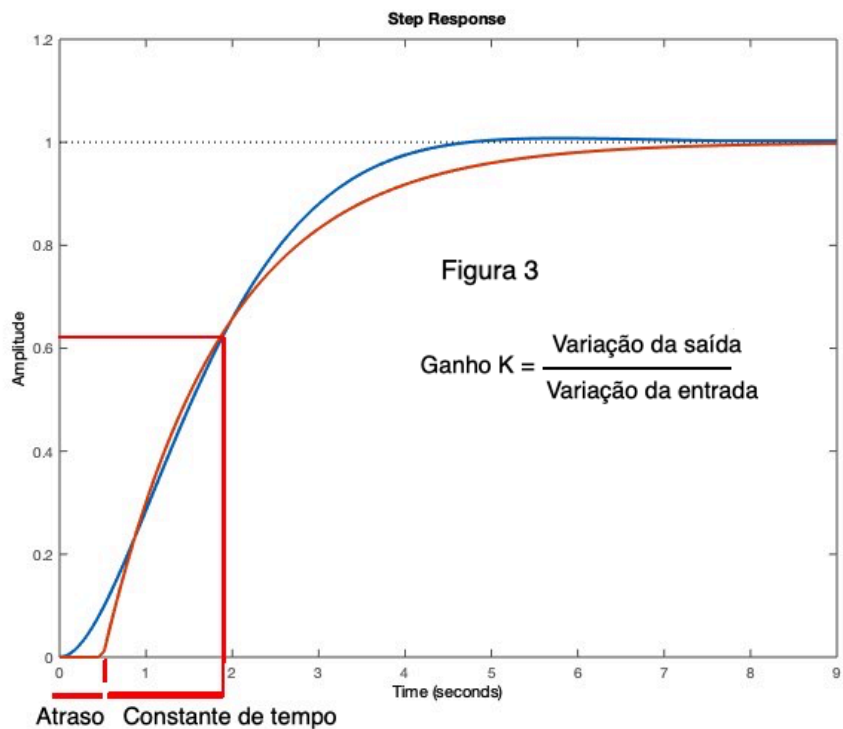
Para nossa saída em RPM, podemos fazer de forma análoga, agora relacionando o conversor A/D com os possíveis valores de velocidade:

x RPM ----- 120

x = 351,9 RPM

3000 RPM ----- 1023

Atividade 2 - Aproximação da resposta ao degrau por uma FT de primeira ordem + tempo morto



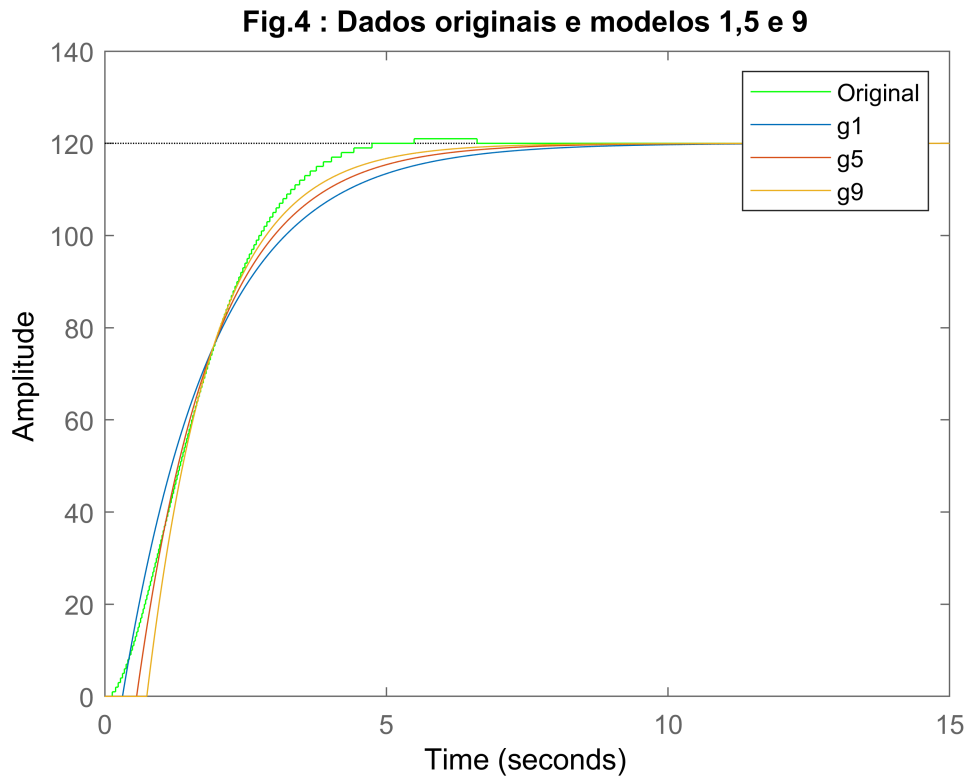
Na figura 3 mostra-se como aproximar uma resposta ao degrau (em azul) por uma FT de primeira ordem com tempo morto (em vermelho). Assume-se que haja um tempo morto inicial (embora não haja) e a constante de tempo é medida a partir dele. O script abaixo testa 10 valores de tempo morto e obtém os 10 modelos correspondentes, medindo a [norma euclidiana](#) do erro entre o modelo e a saída da resposta original ($\|erro\| = \|y_{original} - y_{modelo}\|$).

```
K=4;
limiar=linspace(0.04,0.2,10);
for i=1:length(limiar)
    delay(i)=t1(sum(y1<limiar(i)*y1(end)));
    tau(i)=t1(sum(y1<0.63*y1(end)))-delay(i);
    g=tf(K,[tau(i) 1],'InputDelay', delay(i));
    ysim=step(PWM*g,t1);
    erro(i)=norm(y1-ysim);
end
plot(t1,y1,'g');hold on
for i=1:4:10
    g=tf(K,[tau(i) 1],'InputDelay', delay(i));
```

```

step(PWM*g,t1);
end
title('Fig.4 : Dados originais e modelos 1,5 e 9');legend('Original','g1','g5','g9');
hold off

```



2.1 Comentar como cada modelo (g1,g5,g9) aproxima os valores no início da resposta, na constante de tempo e no valor em regime da saída original (em verde).

Resposta:

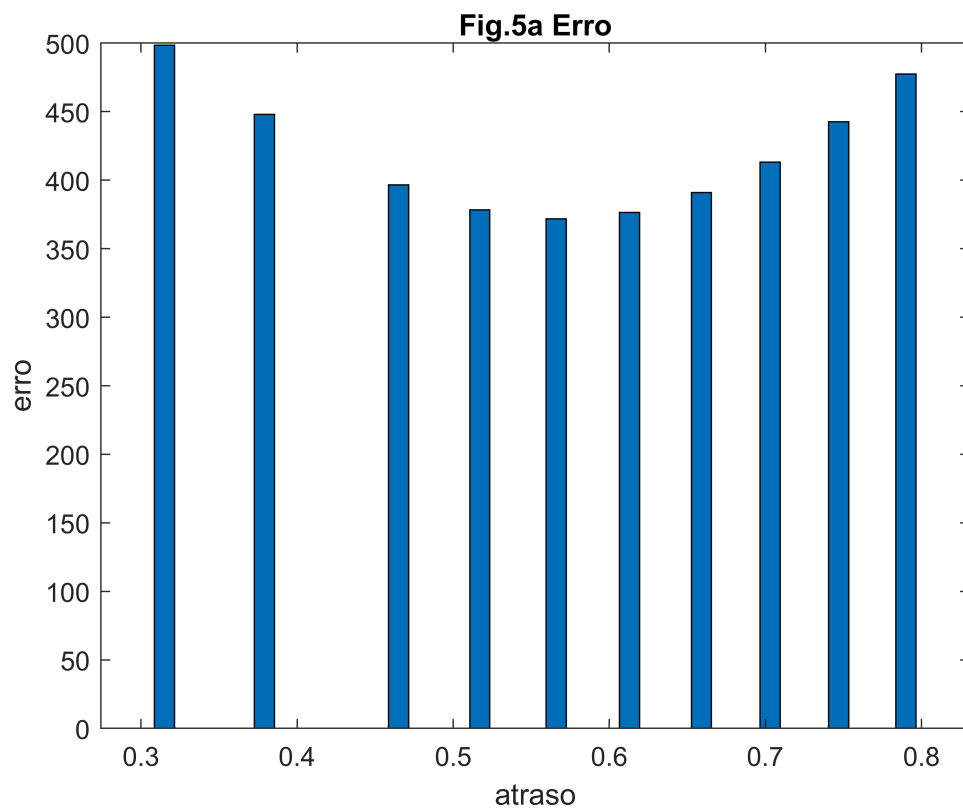
Durante o início da resposta, podemos ver que a curva que mais se aproxima do nosso modelo original é dada por g1, pois é a que possui menor atraso, porém quando analisamos a constante de tempo, percebemos que as três curvas se interceptam e apresentam o mesmo valor quando o tempo atinge a constante de tempo do nosso modelo inicial (1,93 segundos). Quando analisamos o valor em regime, percebemos agora que a curva que mais se aproxima a curva original é a g9, uma vez que as outras demoram um tempo maior pra atingir o regime. Contudo, fazendo uma média e analisando essas três fases do gráfico em conjunto, podemos perceber que a curva que mais se aproxima da original e se mantém constante com um menor erro durante toda a faixa de tempo em relação as outras é a curva g5.

A figura 5a mostra o erro entre a saída original e a do modelo para os 10 atrasos utilizados no script. A Figura 5b mostra a constante de tempo τ para cada atraso.

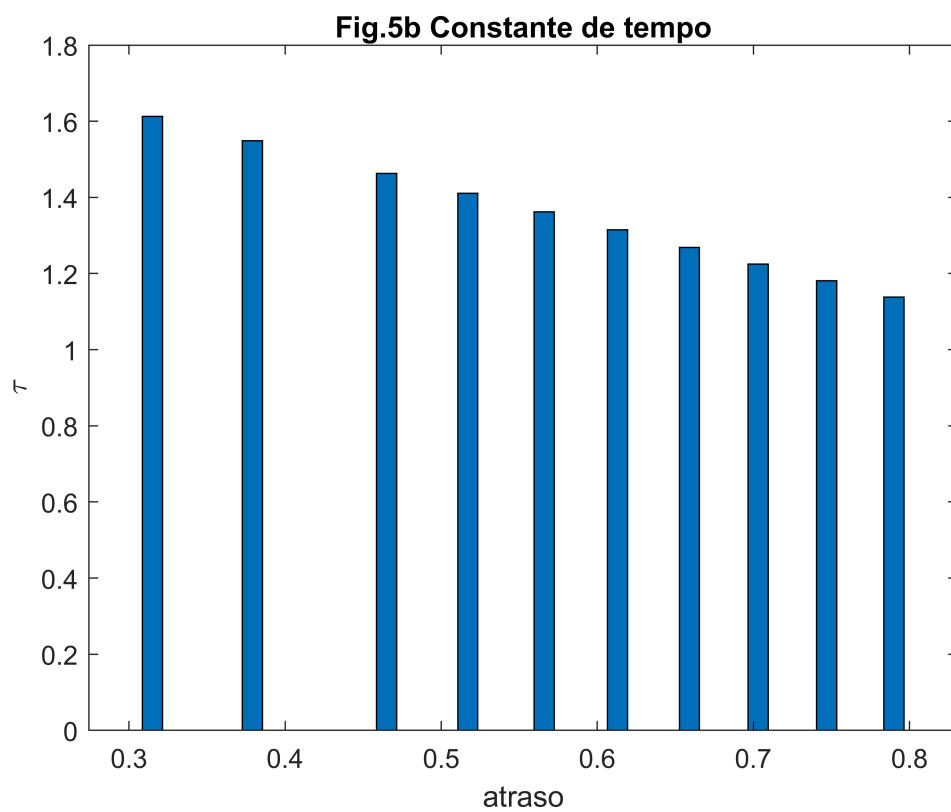
```

bar(delay,erro,0.3);xlabel('atraso');ylabel('erro');title('Fig.5a Erro');

```



```
bar(delay,tau,0.3);xlabel('atraso');ylabel('\tau');title('Fig.5b Constante de tempo');
```



2.2 Explique o efeito do atraso escolhido sobre o erro e sobre a constante de tempo τ , usando as figuras 4 e 5.

Resposta:

Primeiramente analisando o gráfico da figura 4, podemos perceber que conforme variamos o atraso, o gráfico converge para uma faixa de valores central onde o erro é menor. Conforme aumentamos ou diminuimos o atraso em relação a esse valor central, temos um aumento no erro.

Analisando o gráfico da figura 5, podemos perceber que conforme aumentamos o atraso, diminuimos a constante de tempo da nossa nova curva. Isso fica fácil de se perceber quando analisamos a figura 4, pelo fato de que, como visto anteriormente, todas as curvas passam pelo ponto da constante de tempo da curva original, de forma que a constante de tempo da nossa curva aproximada seja dada por:

$$\tau = (\tau_{\text{original}} - \text{atraso})$$

2.3 Usando a figura 5, escolha o atraso e a constante de tempo τ para o modelo que dá o menor erro e substitua-os abaixo (tau e atraso), para comparar a saída desse modelo e a resposta original. Observando a figura 6, que partes da resposta no tempo ficam melhor aproximadas?

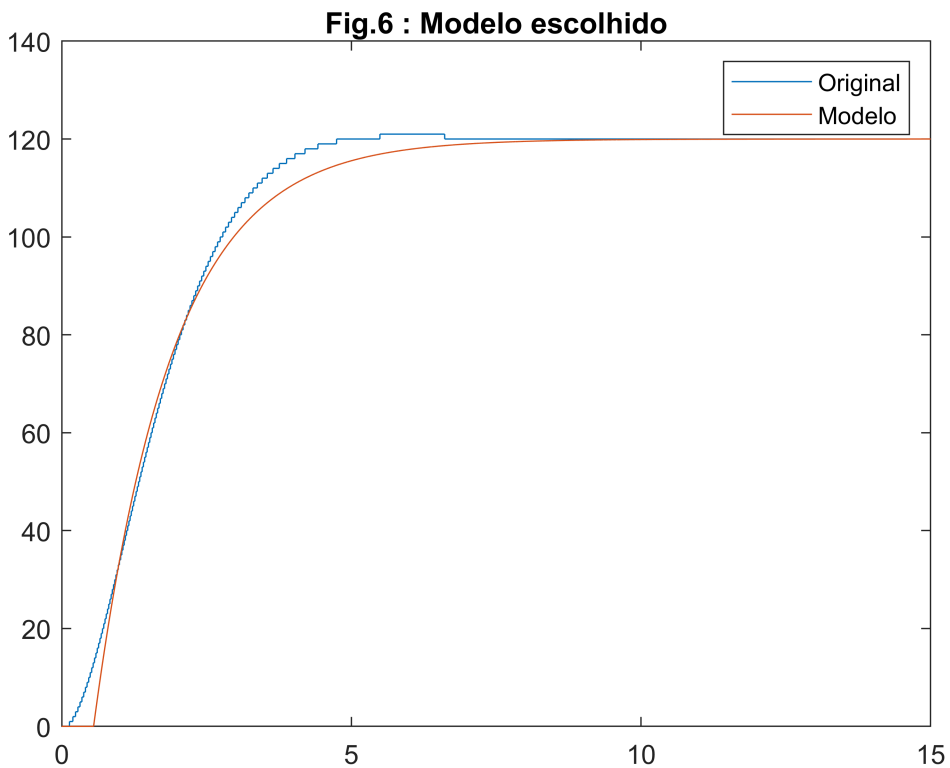
Dos gráficos, tiramos que:

atraso = 0,55 segundos

$\tau = 1,35$ segundos

Analisando a figura 6, podemos perceber que as duas curvas mais se aproximam no período em torno do valor da constante de tempo.

```
g=tf(K,[1.35 1], 'InputDelay',0.55);  
ysim=step(PWM*g,t1);  
plot(t1,y1,t1,ysim);title('Fig.6 : Modelo escolhido');legend('Original','Modelo');
```



IMPORTANTE: ao gerar a figura 6, mostre-a (compartilhando a tela) para o professor antes de avançar. Ela será usada para escolher os tempos de amostragem das atividades seguintes.

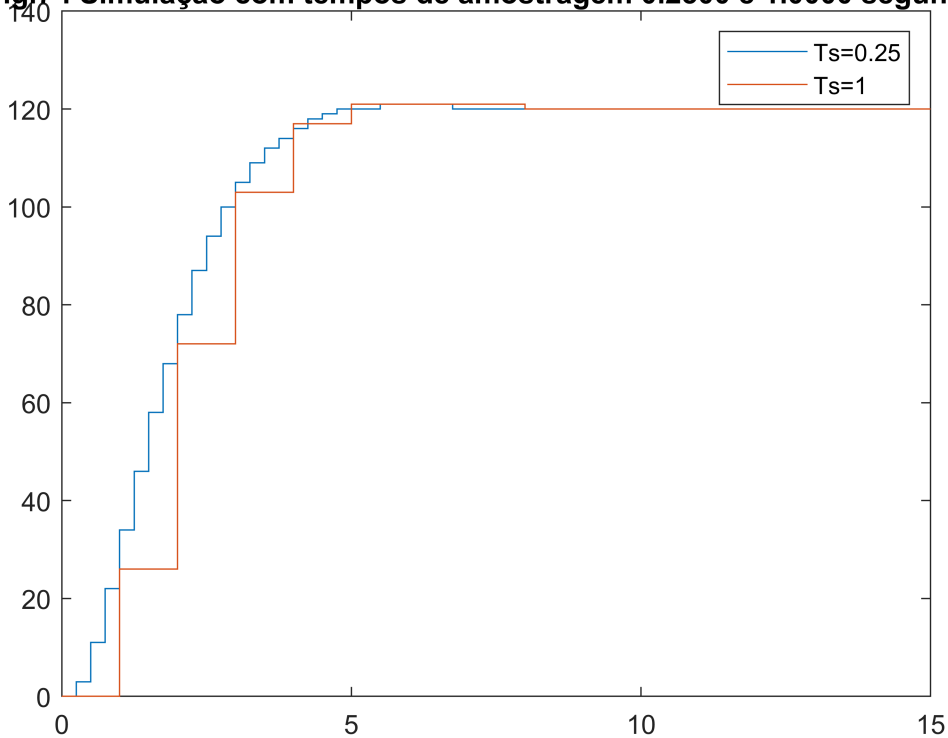
Atividade 3 - Simulação com diferentes tempos de amostragem T_s

```
Ts1=0.25;
Ts=Ts1;
out=sim(arquivo,Tempo);
u2=out.X(:,2);
y2=out.X(:,3);
t2=out.tout;

Ts2=1;
Ts=Ts2;
out=sim(arquivo,Tempo);
u3=out.X(:,2);
y3=out.X(:,3);
t3=out.tout;

tit=sprintf('Fig.7 : Simulação com tempos de amostragem %0.4f e %0.4f segundos ',Ts1,Ts2);
stairs(t2,y2);hold on
stairs(t3,y3);title(tit);hold off;
legend(strcat('Ts=',num2str(Ts1)), strcat('Ts=',num2str(Ts2)));
```

Fig.7 : Simulação com tempos de amostragem 0.2500 e 1.0000 segundos



3.1 Em que instantes as curvas para os dois tempos de amostragem são iguais na Figura 7? Por quê?

Resposta:

Analisando a figura 7, podemos perceber que as curvas se tocam a cada intervalo de 1 segundo, ou seja, nos pontos em que $X = 1$, $X = 2$, $X = 3$, etc. Isso ocorre pois definimos com $Ts_2 = 1$, que é a metade da constante de tempo da nossa curva original.

3.2 Explique o efeito do segurador de ordem zero nas curvas mostradas na figura 7, e informe em que blocos eles estão na figura 1 (abra o arquivo slx e confira).

Resposta:

O segurador de ordem zero está no bloco da planta discretizada, dentro do bloco de PWM. Ele tem a função de manter o sinal entre tempos de amostragem, o que pode ser observado no gráfico, onde o valor do sinal mantém constante entre os valores selecionados para Ts_1 e Ts_2 .

Atividade 4 - Discretização do modelo de primeira ordem + tempo morto

Caso tenha dúvidas sobre a discretização de um sistema de primeira ordem, veja o [apêndice](#). Vídeo mais conceitual sobre o tema pode ser visto em [Luis Aguirre](#)

$G=g$

G =

$$\exp(-0.55*s) * \frac{4}{1.35 s + 1}$$

Continuous-time transfer function.

Gd=c2d(G,Ts2)

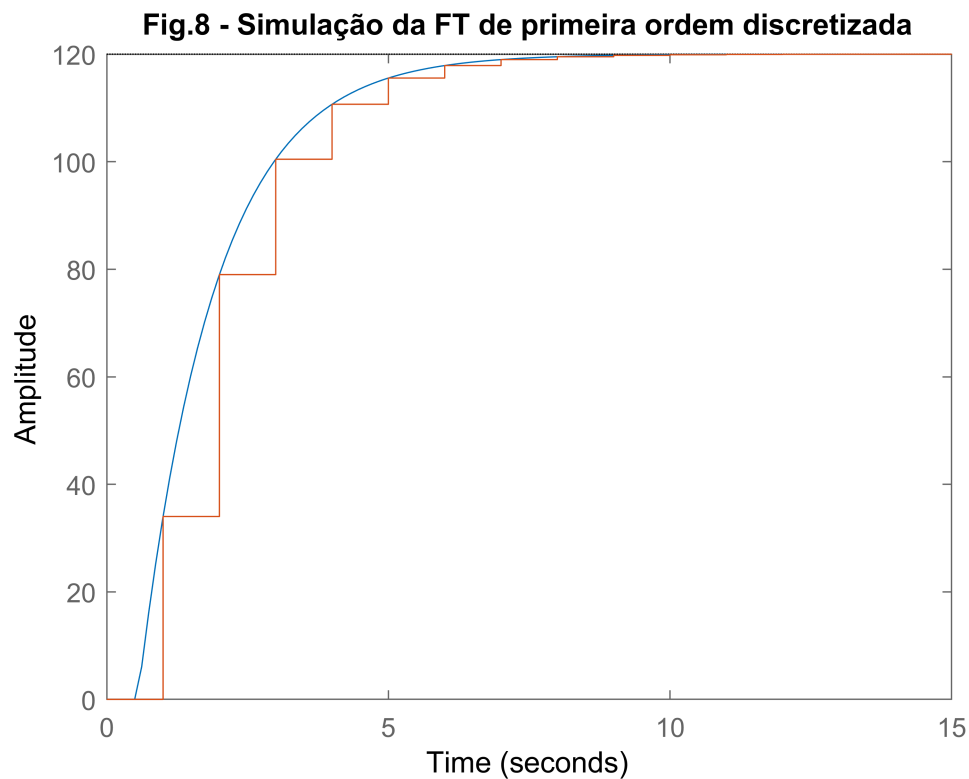
Gd =

$$z^{(-1)} * \frac{1.134 z + 0.9591}{z - 0.4768}$$

Sample time: 1 seconds

Discrete-time transfer function.

```
step(PWM*G,PWM*Gd, Tempo);title('Fig.8 - Simulação da FT de primeira ordem discretizada');
```



4.1 Explique o que é mostrado na figura 8 e que tempo de discretização foi utilizado

Resposta:

Na figura 8 temos duas curvas, a azul é nosso sistema de primeira ordem na forma continua, já em vermelho vamos ter a mesma curva discretizada, com um tempo de discretização igual a Ts2, que para o nosso caso será igual a 1 segundo

4.2 Explique de onde vem o termo z^{-d} de Gd e o explique o valor de d .

Resposta:

O termo z^{-d} surge quando temos um atraso na nossa onda original. Assim quando fazemos a discretização de uma onda com atraso, vamos obter um termo na forma z^{-d} .

O valor de d será dado pelo número de períodos de amostragem em que nossa curva se encontra em $Y = 0$, ou seja, o "tempo morto" que corresponde a d atrasos de tempo. Para o nosso caso, temos um atraso (0.55 segundos) menor que o nosso tempo de discretização T_s (1 segundo). Assim devido ao segurador de ordem zero, vamos ter $Y = 0$, até o próximo período de amostragem maior que o atraso, então teremos para o nosso caso que $d = 1$. Para exemplificar, podemos considerar um atraso de 1,1 segundos por exemplo, e como nosso período de amostragem se manteve em 1 segundo, serão necessários 2 tempos de amostragem o que significaria em um $d = 2$.

4.3 Quantos e quais são os polos de malha fechada de Gd? Explique, lembrando que o sistema modelado tem ordem 1.

Resposta:

Os pólos são definidos como as raízes do denominador de uma função de transferência, e o número de pólos é definido pela ordem do sistema. Assim observando Gd, fica fácil a análise de que teremos um pólo único em $z = 0,4768$.

```
datetime('now')
```

```
ans = datetime
      25-Jun-2021 22:43:52
```

```
pwd
```

```
ans =
'C:\Users\asus1\Desktop\Faculdade\UFES\Materias\EAD\Lab de Controle\Aula2'
```

Apêndice - discretização

Considere a FT $G(s) = \frac{1}{s+2}$ e o tempo de amostragem $T = 0.2s$.

A discretização desta FT sem SOZ é obtida diretamente da tabela de transformada Z.

$$G(z) = \frac{z}{z - e^{-2T}} = \frac{z}{(z - 0.67)}$$

Adicionando ao SOZ, resulta

$$G(z) = \frac{1}{2} \frac{z-1}{z} Z \left[\frac{2}{s(s+2)} \right] = \frac{1}{2} \frac{z-1}{z} \frac{z(1-e^{-2T})}{(z-0.67)(z-1)} \\ = \frac{0.165}{(z-0.67)}$$

Discretização do atraso de tempo

Caso haja atraso de tempo, ele também deve ser discretizado. Seja

$$G(s) = \frac{e^{-0.4s}}{s + 2}$$

Como $z = e^{Ts}$, resulta

$$G(z) = \frac{0.165}{(z - 0.67)} z^{-4}$$

Ou seja, o tempo morto corresponde a 4 atrasos de tempo, uma vez que o tempo de amostragem é 0.1s.