



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro Tecnológico

Departamento de Engenharia Elétrica

Eletromagnetismo II

Profs. Responsáveis: Marcelo Segatto (segatto@ele.ufes.br)

Edson Cardoso (edson@ele.ufes.br) e Jair Silva (jair.silva@ufes.br)

Laboratório # II – Incidência Oblíqua

1. Objetivos

Nesta aula o aluno terá a oportunidade de observar os ângulos Crítico e de Brewster através da incidência oblíqua de ondas eletromagnéticas. O conceito de ângulo Crítico será observado mediante a propagação de sinais de áudio em fibras ópticas de plástico em um kit didático.

2. Conceitos Envolvidos

- Incidência Oblíqua e Polarização
- Ângulo Crítico e Ângulo de Brewster

3. Teoria

3.1 – Incidência Oblíqua

Na incidência oblíqua o ângulo de incidência da onda eletromagnética com a normal de uma interface entre dois meios é menor que 90° . Neste caso os comportamentos dos campos refletido e transmitido serão influenciados pela polarização de onda eletromagnética. A Figura 1 mostra que esta polarização pode ser dividida em polarização perpendicular e polarização paralela.

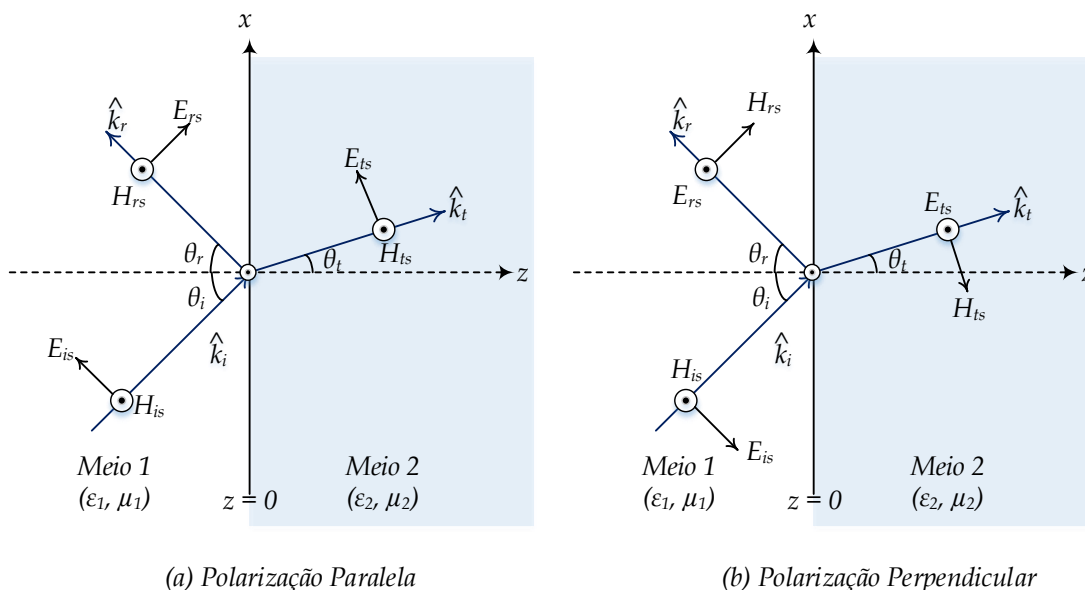


Figura 1 – Polarizações paralela e perpendicular da onda eletromagnética incidente.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro Tecnológico

Departamento de Engenharia Elétrica

Conforme ilustra a Figura 1, para qualquer uma das polarizações tem-se que $\theta_i = \theta_r$. A relação da **lei de Snell** permite calcular o ângulo de transmissão θ_t para o meio 2 através de:

$$n_1 \cdot \text{sen}(\theta_i) = n_2 \cdot \text{sen}(\theta_t) \quad (1)$$

onde θ_i é o ângulo de incidência, n_1 e n_2 são respectivamente os índices de refração do meio 1 e meio 2 dados por $n = \sqrt{\mu_r \epsilon_r}$.

3.2 – Ângulo Crítico

O ângulo crítico é definido na situação na qual começa-se a ter reflexão total. No caso em que o ângulo de incidência for igual ou maior que o crítico só há reflexão e por isso não existe onda transmitida para o meio 2. Esta situação ocorre independentemente da polarização de onda. A situação em que o ângulo de incidência atinge o valor crítico é encontrada analisando-se a equação da lei de Snell. Se o ângulo de transmissão do meio 2 atinge 90° ($\text{sen}(\theta_t) = 1$) há como a onda propagar-se no mesmo. Logo,

$$n_1 \cdot \text{sen}(\theta_c) = n_2 \quad (2)$$

$$\theta_c = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (3)$$

3.2 – Ângulo de Brewster

A. Polarização Paralela

Mostrada na Figura 1(a) neste caso pode-se escrever a dependência espacial dos campos elétrico (E_{is}) e magnético incidente (H_{is}) além dos campos elétrico (E_{rs}) e magnético (H_{rs}) refletidos no meio 1 como:

$$E_{is} = E_{i0}(\cos\theta_i \hat{a}_x - \text{sen}\theta_i \hat{a}_z)e^{-j\beta_1(x\text{sen}\theta_i + z\cos\theta_i)} \quad (4)$$

$$H_{is} = \frac{E_{i0}}{\eta_1} e^{-j\beta_1(x\text{sen}\theta_i + z\cos\theta_i)} \hat{a}_y \quad (5)$$

$$E_{rs} = E_{r0}(\cos\theta_r \hat{a}_x + \text{sen}\theta_r \hat{a}_z)e^{-j\beta_1(x\text{sen}\theta_r - z\cos\theta_r)} \quad (6)$$

$$H_{rs} = -\frac{E_{r0}}{\eta_1} e^{-j\beta_1(x\text{sen}\theta_r - z\cos\theta_r)} \hat{a}_y, \quad (7)$$

sendo η_1 e β_1 respectivamente a impedância intrínseca e a constante de fase do meio 1 e E_{i0} e E_{r0} as amplitudes dos campos elétricos incidente e refletido respectivamente. Os campos transmitidos no meio 2 são dados por:

$$E_{ts} = E_{t0}(\cos\theta_t \hat{a}_x - \text{sen}\theta_t \hat{a}_z)e^{-j\beta_2(x\text{sen}\theta_t + z\cos\theta_t)} \quad (8)$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro Tecnológico

Departamento de Engenharia Elétrica

$$H_{ts} = \frac{E_{t0}}{\eta_2} e^{-j\beta_2(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)} \hat{a}_y \quad (9)$$

sendo η_2 e β_2 respectivamente a impedância intrínseca e a constante de fase do meio 2 e E_{t0} a amplitude de campo elétrico transmitido. Assumindo $\theta_i = \theta_r$ e que as componentes de campo elétrico magnéticos são contínuos na interface obtêm-se:

$$(E_{i0} + E_{r0})\cos\theta_i = E_{t0}\cos\theta_t \quad (10)$$

$$\frac{1}{\eta_1}(E_{i0} - E_{r0}) = \frac{1}{\eta_2}E_{t0}. \quad (11)$$

Organizando as equações (10) e (11) encontra-se o coeficiente de reflexão $\Gamma_{//}$ e transmissão $T_{//}$ para polarização paralela:

$$\Gamma_{//} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2\cos\theta_t - \eta_1\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t + \eta_1\cos\theta_i} \quad (12)$$

$$T_{//} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t + \eta_1\cos\theta_i} \quad (13)$$

Analisando a equação (13) fica evidente que existe uma situação onde $\Gamma_{//}=0$. Nesta situação, a transmissão é total, sendo o ângulo de incidência chamado de ângulo de Brewster (θ_B). Para tal anula-se o denominador da equação e chama-se o ângulo de incidência de ângulo de Brewster para polarização paralela fazendo $\eta_2\cos\theta_t = \eta_1\cos\theta_B$. Obtém-se assim

$$tg(\theta_{B//}) = \frac{n_2}{n_1} \quad (14)$$

B. Polarização Perpendicular

Uma análise similar permite encontrar a os coeficientes de reflexão e de transmissão no caso da polarização paralela conforme

$$\Gamma_{\perp} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2\cos\theta_i - \eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t} \quad (15)$$

$$T_{\perp}T = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t} \quad (16)$$

Para encontrar o ângulo de Brewster para polarização perpendicular basta anular o denominador da equação obtendo-se



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro Tecnológico

Departamento de Engenharia Elétrica

$$\sin^2 \theta_{B\perp} = \frac{1 - \mu_1 \varepsilon_2 / \mu_2 \varepsilon_1}{1 - (\mu_1 / \mu_2)^2} \quad (17)$$

Analisando a equação (17) para meios não magnéticos ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$) o $\sin^2 \theta_B \rightarrow \infty$, o que indica que embora o ângulo de Brewster seja teoricamente possível na prática seja bem raro.

4. Experimento

A Figura 2 apresenta o *setup* experimental desta aula de laboratório. Consiste de um laser de potência (fonte), um filtro, um prisma e uma superfície de incidência das ondas refletida e refrata.

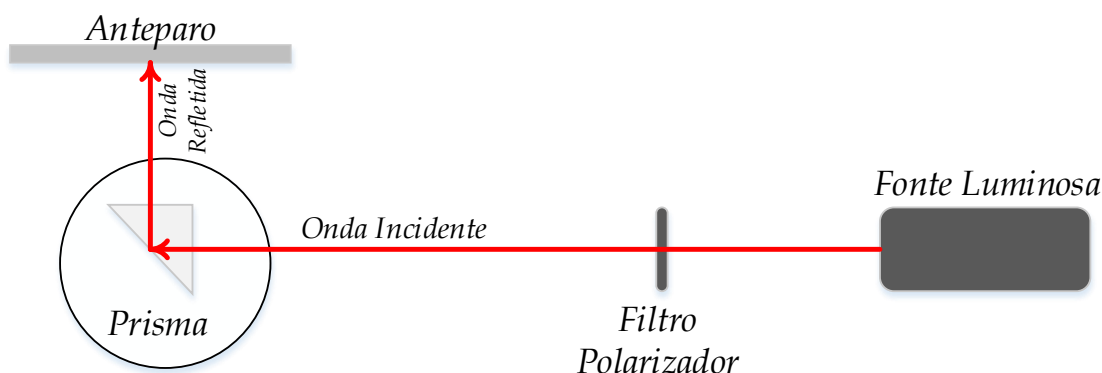


Figura 2 - Setup Experimental.

5. Análise

Rode a base de sustentação do prisma para encontrar os ângulos Crítico e de Brewster. Em que situação estes ocorrem? Qual a funcionalidade do filtro usado no experimento?

6. Propagação de Sinais de Áudio em Cabos de Fibra Óptica de Plástico

A Figura 3 ilustra o layout do sistema de transmissão de ondas eletromagnéticas em fibras ópticas de plástico POF. Monte um circuito que capte um sinal de áudio através de entrada de microfone da placa n° 1 do kit didático, o transmite via a fibra POF disponível no kit. Após o circuito detector da placa n°4 inserira o sinal no circuito amplificador de áudio que contém o alto-falante. Varie os potenciômetros do transceptor e analise os efeitos no sinal de áudio recebido.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico
Departamento de Engenharia Elétrica

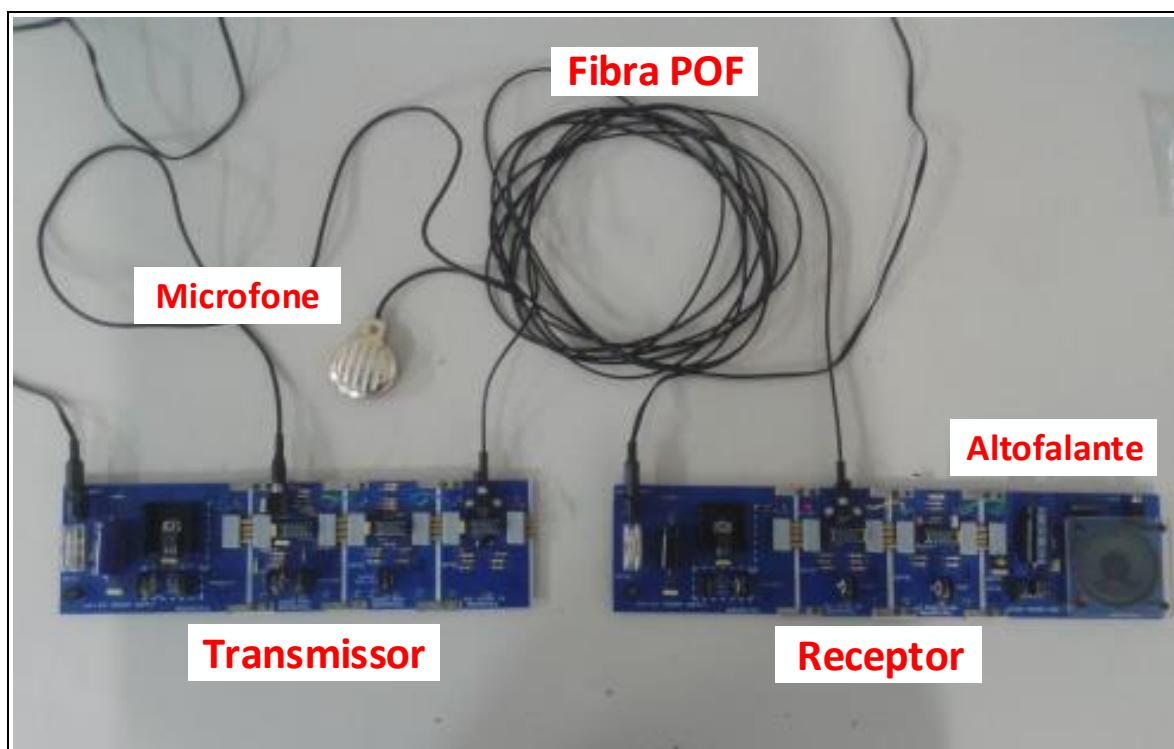


Figura 3 - Montagem do kit didático para a transmissão de sinais de áudio em fibras ópticas de plástico (POF).