

Algoritmos e Fundamentos da Teoria de Computação

Lista de Exercícios 00

- 1 Sejam os conjuntos $X = \{1, 2, 3, 4\}$ e $Y = \{0, 2, 4, 6\}$. Defina explicitamente os conjuntos pedidos nos itens abaixo.
 - a. $X \cup Y$
 - b. $X \cap Y$
 - c. $X - Y$
 - d. $Y - X$
 - e. $\mathcal{P}(X)$
- 2 Sejam os conjuntos $X = \{a, b, c\}$ e $Y = \{1, 2\}$.
 - a. Liste todos os subconjuntos de X .
 - b. Liste todos os elementos de $X \times Y$.
 - c. Liste todas as funções totais de Y para X .
- 3 Mostre que o conjunto dos números naturais pares é enumerável.
- 4 Mostre que o conjunto dos números inteiros pares é enumerável. (*Obs.*: um número inteiro i é par se o valor absoluto $|i|$ é divisível por 2.)
- 5 Mostre que o conjunto dos números racionais positivos é enumerável. (*Obs.*: Considere que ambos o numerador e o denominador são naturais positivos.)
- 6 (*Desafio*) Prove que o conjunto dos números reais no intervalo $[0, 1]$ é incontável. *Dica*: Use o argumento de diagonalização sobre a casas decimais (dígitos à direita da vírgula) destes números reais.
- 7 Apresente uma definição recursiva para a relação binária de *igualdade* sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, usando a função de *sucessor* s .
- 8 Apresente uma definição recursiva para a relação binária *maior que* sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, usando a função de *sucessor* s .
- 9 Apresente uma definição recursiva para o conjunto de pontos $[m, n]$ que ficam sobre a reta $n = 3m$ em $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Use a função de *sucessor* s na sua definição.
- 10 Apresente uma definição recursiva da operação de multiplicação de números naturais usando as operações de *sucessor* s e adição.
- 11 Prove que $2n + 1 < 2^n$, para todo $n > 2$. Considere como universo do discurso o conjunto dos naturais \mathbb{N} .