" INTRODUÇÃO-LINGUAGEM

ESPECIFICAÇÃO:

GRAMÁTICAS:

ALFABETO

Símbolos terminais:são os únicos a aparecerem nas linguagens.

O conjunto de símbolos não Terminais (também conhecidos por variáveis) é notado por: N ou V_N e representam construções intermediárias nas derivações;

$V = V_N \cup V_T$ ou $N \cup T$ (Vocabulário ou Alfabeto)

REGRAS DE PRODUÇÃO

Responsáveis pela geração dos elementos de L. Tem a forma "$\alpha \to \beta$" que especifica uma condição para que um string seja gerado onde $\alpha \in V^+$ e $\beta \in V^*$

ELEMENTO DISTIGUIDO

S - é o símbolo não terminal que representa uma classe especial de strings, usualmente chamado de "sentenças".

Formalmente:Uma gramática é representada por $G=\langle N, T, P, S\rangle$

Produções: Se $\alpha \to \beta$ é uma produção de P na gramática G e $\alpha \in V^+$ e $\beta \in V^*$ então $\gamma\alpha\delta \Rightarrow \gamma\beta\delta$, onde $\gamma \in V^*$, $\delta \in V^*$

✧ Se $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \ldots, \alpha_m$ são strings em V^* e se $\alpha_1 \Rightarrow \alpha_2$; $\alpha_2 \Rightarrow \alpha_3 \ldots \alpha_{m-1} \Rightarrow \alpha_m$. daí

$\alpha_1 \underset{G}{\Rightarrow^*} \alpha_m$

DEF: $L(G)=\{w / w \in T^* \text{ (ou } V_T^*) \wedge S \underset{G}{\Rightarrow^*} w\}$

Exemplo: $G=\langle N, T, P, S\rangle$ onde $N=\{S\}$; $T = \{0,1\}$; $P=\{S \to 0S1; S \to 01\}$

A partir das regras de P, podemos gerar as seguintes derivações;

$S \overset{2}{\Rightarrow} 01$ ou;

$S \overset{1}{\Rightarrow} 0S1 \overset{1}{\Rightarrow} 00S11 \overset{1}{\Rightarrow} 000S111 \ldots \overset{1}{\Rightarrow} 0^{n-1}S1^{n-1} \overset{2}{\Rightarrow} 0^n1^n$

Daí $L(G)=\{0^n1^n / n \geq 1\}$

CONVENÇÕES:

$x^0 = \varepsilon$; $x^1=x$; $x^2=xx$; $x^3=xxx \ldots x^n=\underbrace{xxxx\ldots x}_{\text{n ocorrências de x}}$

DEF: Sejam X e Y Linguagens sobre um Alfabeto. A concatenação de X e Y denotada Por XY, é definida por: $XY=\{rs / r \in X \wedge s \in Y\}$

X^n representa a concatenação de X com o próprio X n vezes, $X^0=\{\varepsilon\}$ e $X^1=X$

Ex: Se $X=\{a,b,c\}$ e $Y=\{abb, ba\}$ então $X^0=\{\varepsilon\}$, daí:

$X^1=X=\{a,b,c\}$;

$X^2=XX=\{aa,bb,cc,ab,ba,bc,cb,ac,ca\}$;

$X^3=\{aaa,abb,acc,aab,aba,abc,acb,aac,aca,baa, bbb,bcc,bab,bba,bbc,bcb,bac,bca,caa,cbb,cab ccc,cba,cbc,ccb,cac,cca\}$.

OBS: $X^* = \bigcup_{I=0}^{\infty} X^i$ e $X^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} X^i$

Exercícios: Determine XY e YX

GRAMÁTICAS
(CLASSIFICAÇÃO)
HIERARQUIA DE CHOMSKY

GRAMÁTICAS
- $G=\langle V_N, V_T, P, S\rangle$
- $P= \alpha \to \beta$; $\alpha \in V^+$ e $\beta \in V^*$

Tipo 1 Sensíveis ao contexto)
- 1^0 Forma $G=\langle V_N, V_T, P, S\rangle$
  $P= \alpha \to \beta$; $|\beta| \geq |\alpha|$
  $\alpha \in V^+$ e $\beta \in V^+$
- 2^0 Forma $\alpha_1 A \alpha_2 \to \alpha_1 \beta \alpha_2$,
  $\beta, \alpha_1, \alpha_2 \in V^*, \beta \neq \varepsilon$

Tipo 2 Livres de Contexto
- 1^0 Forma
  - $G=\langle V_N, V_T, P, S\rangle$
  - $P= \alpha \to \beta$
  - $\alpha \in V_N$, $|\alpha|=1$, $\beta \neq \varepsilon$
- 2^0 Forma
  - $P= \alpha \to \beta$
  - $\alpha \in V_N, |\alpha|=1$, $\beta \in V^*$

Tipo 3 Gramáticas Regulares
- 1^0 Forma $G=\langle V_N, V_T, P, S\rangle$
  - $P= A \to aB$;
  - $A \to a$; $A \in V_N$
  - $B \in V_N$; $a \in V_T$
- 2^0 Forma
  - $P= A \to aB$;
  - $A \to a$,
  - $A \to \varepsilon$;
  - $a \in V_T$; $A \in V_N$
  - $B \in V_N$

CONJUNTOS E EXPRESSÕES REGULARES

DEF: Seja Σ um alfabeto. Os **conjuntos regulares (cr)** sobre Σ são definidos por:

R_1: BASE: $\emptyset$, $\{\varepsilon\}$ e $\{a\}$, $\forall a$; $a \in \Sigma$, são conjuntos regulares (cr) sobre Σ.

R_2: PASSO RECURSIVO: Seja X e Y conjuntos regulares sobre Σ.

Então

a) $X \cup Y$;
b) XY;
c) X^*;

São conjuntos regulares (cr) sobre Σ.

R₃: Só serão considerados conjuntos regulares sobre Σ, aqueles obtidos a partir de R_1 por um número finito de aplicações de R_2.

Ex1: O conjunto de todos os strings contendo o substring "bb".

CONJUNTOS	JUSTIFICATIVA
1-{a}	base
2-{b}	base
3-{a}∪{b}={a,b}	1,2,R_2a
4-{a,b}*	3, R_2c
5-{b}{b}={bb}	2, R_2b
6-{a,b}*{bb}	4,5,R_2b
7-{a,b}*{bb}{a,b}*	6,4,R_2b

Ex2: O conjunto de todos os strings contendo ao menos uma ocorrência de "b" e que iniciam e terminam com "a".

{a}{a,b}*{b}{a,b}*{a}

CONJUNTOS	JUSTIFICATIVA
1-{a}	base
2-{b}	base
3-{a}∪{b}={a,b}	1,2,R_2a
4-{a,b}*	3,R_2c
5-{a}{a,b}*	1,4,R_2b
6-{a}{a,b}*{b}	5,2,R_2b
7-{a}{a,b}*{b}{a,b}*	6,4,R_2b
8-{a}{a,b}*{b}{a,b}*{a}	7,1,R_2b

Ex3: O conjunto de todos os strings sobre {a,b} de comprimento par.

{aa,bb,ab,ba}*

CONJUNTOS	JUSTIFICATIVA
1-{a}	base
2-{a}{a}={aa}	1,R_2b
3-{b}	base
4-{b}{b}={bb}	3, R_2b
5-{a}{b}={ab}	1,3,R_2b
6-{b}{a}={ba}	3,1,,R_2b
7-{aa}∪{bb}={aa,bb}	2,4,R_2a
8-{aa,bb}∪{ab}={aa,bb,ab}	7,5,R_2a
9-{aa,bb,ab}∪{ba}	8,6,R_2a
10-{aa,bb,ab,ba}*	9,R_2c

DEF: Seja Σ um conjunto (alfabeto). As **expressões regulares (er)** sobre Σ são definidos por:

R₁: BASE: $\emptyset$, ε e a, $\forall$a; a $\in \Sigma$, são expressões regulares (er) sobre Σ.

R₂: PASSO RECURSIVO: Seja X e Y expressões regulares sobre Σ.

Então

d) $(X \cup Y)$;
e) XY;
f) $(X)^*$;

São expressões regulares (er) sobre Σ.

R₃: Só serão considerados expressões regulares sobre Σ, aquelas obtidos a partir de R_1 por um número finito de aplicações de R_2.

OBS: {b}≡b {a}∪{b}≡ a∪b {a}{b}≡ab

Expressões regulares são usualmente utilizadas para abreviar os conjuntos regulares.

NOTAÇÃO: SEJA Σ={0,1};

EXPRESSÃO REGULAR	LINGUAGEM
0	{0}
0 ∪1	{0,1}
0*	$\{0\}^*=\{0^n / n \geqq 0\}$
01	{01}={0}{1}
(0*)*	{0}*
ba(a∪b)*	{ba}{a,b}*
(a∪b)*	{a,b}*
ba	{b}{a}

Ex4: O conjunto dos strings sobre{a,b} que contem os substrings aa ou bb.

(a∪b)*aa(a∪b)*∪ (a∪b)*bb(a∪b)*

Ex5: G1=({S,A,B},{a,b},P,S)

P= 1-S→AB
2-A→aA
3-A→a
4-B→bB
5-B→ε

G2=({S,B},{a,b},P,S)

P=1-S→aS
2-S→aB
3-B→bB
4-B→ε   L(G1)=L(G2)= $a^+ b^*$

G3=({S,B},{a,b},P,S)

P= 1-S→AbAbA
2-A→aA
6-3-A→ε

G4=({S,B},{a,b},P,S)

P= 1-S→aS
2-S→bA
3-A→aA
4-A→bC
5-C→aC
6-C→ε

L(G1)=L(G2)= a*ba*ba*

Exercícios: As expressões regulares abaixo representam que conjuntos?

a) a*ba*b(a∪b)*
b) (a∪b)*ba*ba*
c) (a∪b)*b(a∪b)*b(a∪b)* "

Bibliográfia:

HOPCROFTH, J. E., and J. D. ULLMAN. Formal Languages And Their relation To Automata. Addison-Wesley, 1969.

SUDKAMP, Thomas A. Languages and machines: an introduction to the theory of computer science. 2nd ed. - Reading, Mss: Addison-Wesley, 1997.