

Disciplina: Paradigmas de Programação
Professor: Maicon Rafael Zatelli
Entrega: Moodle

Atividade III - Cálculo Lambda

Atenção: Para entrega, apenas fazer um ZIP das soluções em Python e um pequeno texto respondendo as questões 7 e 8 sobre Cálculo- λ . Use o nome do arquivo de maneira a entender qual problema você está resolvendo. Por exemplo, problema1.py, problema2.py, lambda7.pdf, lambda8.pdf e assim por diante.

As demais questões sobre Cálculo- λ , resolva em seu caderno. Em aula (após a data de entrega), serão sorteados de 1 a 3 alunos para apresentar também a sua solução sobre um problema sorteado (dentro destes de Cálculo- λ não necessários entregar no Moodle).

Utilize cálculo- λ para resolver os seguintes exercícios:

1. Escreva expressões lambda para as funções abaixo:

A $= f(x) = x^2 + 4$

B $= f(a, b) = a + b$

C $= f(x) = x^{-2}$

D $= f(x) = x * x^{-1}$

2. Aplique α -**conversão**, quando possível, e mostre se as expressões abaixo são α -**equivalentes**. Identifique as variáveis dependentes (ou vinculadas) e livres de cada expressão. Diga também quais das expressões abaixo são **combinadores**.

A $xy == yx$

B $\lambda x.x(\lambda y.xy) == \lambda z.z(\lambda x.zx)$

C $((\lambda x.x(\lambda y.xyz)y)x)xy == ((\lambda y.y(\lambda z.yz wz)y)y)x)$

3. Efetue a substituição abaixo:

$(x(\lambda y.xy))[x \rightarrow yz]$

4. Calcule as expressões lambda:

A $(\lambda x.(\lambda y.y * y - (\lambda z.z + x)4)3)2$

B $(\lambda x.x + (\lambda y.y * y)b)a$

C $(\lambda x.(\lambda y.x + (\lambda x.8) - y)6)5$

D $((\lambda x.(\lambda y.x + y))3)7$

5. Reduza as expressões lambda para sua forma normal, quando possível:

A $(\lambda x. + x 1)2$

B $(\lambda x.xx)(\lambda x.xx)$

C $(\lambda x.x(xy))(\lambda u.u)$

D $(\lambda y.(\lambda x.y * y + x))z$

E $(\lambda x.((\lambda y.(yx))(\lambda i.i)))(\lambda p.\lambda q.p)$

F $(\lambda x.x)((\lambda y.(\lambda x.xy))x)$

G $(\lambda x.xx)(\lambda y.y)$

6. Utilize nossas construções da lógica Booleana para efetuar reduções nas expressões abaixo. Para iniciar, substitua os nomes pela respectiva expressão lambda. Por exemplo, substitua **and** por $(\lambda a.(\lambda b.(a\ b\ FALSE)))$, **FALSE** por $(\lambda x.\lambda y.y)$, **TRUE** por $(\lambda x.\lambda y.x)$, e assim por diante. As expressões lambda correspondentes encontram-se nos slides do Moodle da disciplina. Escreva suas conclusões.

A and TRUE TRUE

B and TRUE FALSE

C and FALSE FALSE

D and FALSE TRUE

E not TRUE

F not FALSE

G or TRUE TRUE

H or TRUE FALSE

I or FALSE TRUE

J or FALSE FALSE

K if TRUE a b

L if FALSE a b

7. Pesquise sobre a **Codificação de Church** para incorporar operadores aritméticos e números no cálculo- λ . Veja também como calcular o sucessor e predecessor de um número. Escreva algumas anotações e exemplos sobre este tópico, por exemplo, tente encontrar o sucessor de 0, 1 e 2. Também tente somar $0 + 1$ e $1 + 2$. Escreva os números de 1 até 10 utilizando a codificação de Church. Faça $1 - 0$ e $2 - 1$.
8. Pesquise sobre o **Combinador Y**. O que é? O que ele faz? Descreva um pouco seu funcionamento.

Utilize expressões Lambda em Python para resolver os seguintes problemas:

1. Crie uma expressão Lambda que receba dois valores booleanos (x, y) retorne o resultado do “ou exclusivo” (XOR) sobre eles. Leia os valores x e y do teclado.
2. Crie uma expressão Lambda que receba três notas de um aluno (a, b, c), calcule a média e retorne se o aluno foi aprovado ou reprovado. Para um aluno ser aprovado, ele deve possuir nota igual ou superior a 6. Leia as notas dos alunos do teclado.
3. Crie uma expressão Lambda que compute o n-ésimo número de Fibonacci. Leia n do teclado.
4. Crie uma expressão Lambda que resolva uma equação de segundo grau da forma $ax^2 + bx + c$ utilizando a fórmula de Bhaskara. Leia os coeficientes a, b e c do teclado.
5. Crie uma expressão Lambda que dados dois pontos no espaço 3D, (x1, y1, z1) e (x2, y2, z2), compute a distância entre eles. Leia as posições dos pontos do teclado.
6. Crie uma expressão Lambda que receba 3 valores numéricos (a, b, c) e retorne o maior deles. Não utilize nenhuma forma de ordenação. Leia os valores a, b, c do teclado.
7. Utilize a função **map** que receba como parâmetros uma sequência numérica e uma função lambda. A função lambda deve retornar par ou ímpar para cada número.