

第二次作业

2024 年 4 月 8 日

1. 设 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, 其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 9 & 10 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 5 & 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

用 Doolittle 分解方法和 Crout 分解方法解此方程组.

2. 分别用平方根法和改进的平方根法求解对称正定方程组 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$. 其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 4.75 & 2.75 \\ 1 & 2.75 & 3.5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 7.25 \end{bmatrix}$$

3. 用追赶法解三对角方程组 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & & & \\ -1 & 4 & -1 & & \\ & -1 & 4 & -1 & \\ & & -1 & 4 & -1 \\ & & & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 200 \end{bmatrix}$$

4. 设有方程组

$$\begin{cases} 3x_1 - 10x_2 = -7 \\ 9x_1 - 4x_2 = 5 \end{cases}$$

- (1) 问用 Jacobi 迭代法和 Gauss-Seidel 迭代法解此方程组是否收敛?
(2) 若把上述方程组交换方程次序得到新的方程组, 再问用 Jacobi 迭代法和 Gauss-Seidel 迭代法解方程组是否收敛?

5. 设有方程组

$$\begin{cases} 10x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 13, \\ 4x_1 + 10x_2 + 8x_3 = 11, \\ 4x_1 + 8x_2 + 10x_3 = 25. \end{cases}$$

出分别写出 Jacobi 迭代、Gauss-Seidel 迭代和 SOR 迭代(取 $\omega = 1.35$) 的计算式;并问上述三种方法是否收敛? 为什么?