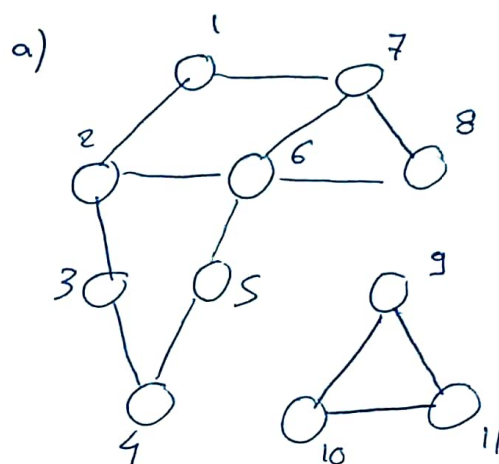
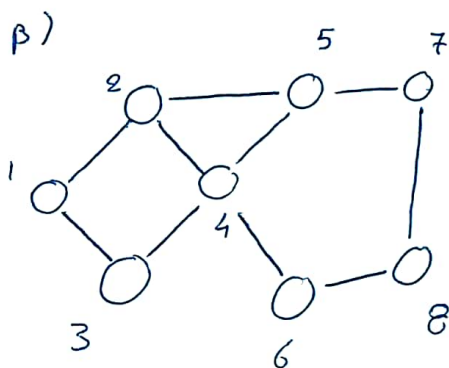


Θέμα 1ο

1) Για την περίπτωση του α) γραφήματος, έχουμε γράφημα G που δεν χαρακτηρίζεται από συνεκτικότητα, αλλά περιέχει 2 συνεκτικές συνιστώσες $G_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ και $G_2 = \{9, 10, 11\}$ αποτελώντας το G των έγχρωμων αυτών των 2.



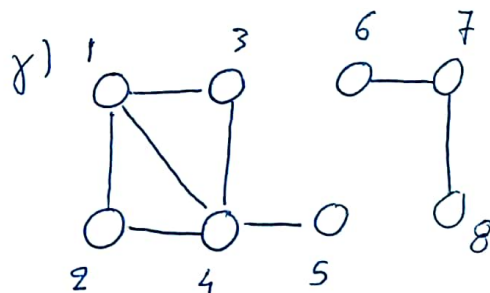
Επομένως, $f \in$ βάση τα συντομότερα μονοπάτια σε hops, για την τοπολογία αυτή μπορούν να υπολογιστούν:



→ Κεντρικότητα Βαθμού. Πράγματι, βρίσκουμε για κάθε node $u \in V(G)$, το

$$C_d(u) = \sum_{j \in V(G)} a_{uj}, \quad \forall u \in V(G) \text{ ή}$$

πολλοί φορές $f \in \frac{1}{n-1}$ για την κανονικοποιημένη μορφή, οπότε για όλο το G , είναι ο μέσος όρος για κάθε node.



→ Betweenness Centrality:

έχουμε ως βάση τα συντομότερα μονοπάτια σε hops, το οποίο είναι ανεπεξέργαστο μέγεθος, όπως και τα $d_{s,t}$, $d_{s,t}(p_k)$

για όλα τα p_k , όλων των συνδυασμών $(s, t) \in V(G)$ $f \in s \neq t$ και $s, t \in V(G)$, άρα ορίζεται κανονικά το Betweenness Centrality

Αντίθετα, επειδή είναι μη συνεκτικό το γράφημα, υπάρχουν τουλάχιστον ένας συνδυασμός (u, v) $f \in u \in G_1$ και $v \in G_2$, οπότε και το $\text{dist}(u, v) = +\infty$, άρα και όντας το closeness centrality ενός node

$$CC(u) = \frac{1}{\sum_{i \in V(G)} \text{dist}(i, u)}, \Rightarrow \text{έχουμε απείρια αθροίσματος και εν τούτοις}$$

δεν έχει πρακτική αξία, οπότε και η closeness centrality ΔΕΝ μπορεί να υπολογιστεί.

Για την περίπτωση του β) γραφήματος, το G έχουμε πως είναι συνεκτικός γράφος, συνεπώς έχουν νόημα όλες οι κεντρικότητες και επομένως έχει νόημα και μπορούν να υπολογιστούν όλες οι κεντρικότητες.

Για την περίπτωση του γραφήματος γ), είναι περίπτωση \neq συνεκτικού γράφου και άρα έχουμε πως μπορούν να υπολογιστούν όλες οι κεντρικότητες πλην της closeness centrality, δηλαδή η degree centrality και η betweenness centrality, με την ίδια εξίσωση όπως στην περίπτωση του α) γραφήματος.

2). Nodes 1-5, εύρεση κεντρικότητας εγγύτητας (closeness centrality) και betweenness centrality, κάνω και με τις τρεις topologies:

α).
Node 1: $CC_1 = \frac{1}{1}$
Node 2-5: ενίκαν λόγω ανεξαρτησίας

$$BC_1 = 0.5 + 0.5 = 1$$

$$BC_2 = 0.5 + 0.5 + 2 + 1.5 = 5.5$$

$$BC_3 = 2$$

$$BC_4 = 0.5$$

$$BC_5 = 3$$

β)

$$\text{Node 1 } CC_1 = \frac{1}{16}$$

$$CC_2 = \frac{1}{3+6+3} = \frac{1}{12}$$

$$CC_3 = \frac{1}{2+6+6} = \frac{1}{14}$$

$$CC_4 = \frac{1}{4+6} = \frac{1}{10}$$

$$CC_5 = \frac{1}{3+8} = \frac{1}{11}$$

$$BC_1 = 0.5$$

$$BC_2 = 0.5 + 1 = 1.5$$

$$BC_3 = 2$$

$$0.5 + 0.5 + \frac{1}{3} = 1.333$$

$$BC_4 = 2 + \frac{1}{3} + 1 + 0.5 + 4 + 1 = 8.5 + \frac{1}{3}$$

$$BC_5 = \frac{1}{3} + 1 + 1 + \frac{1}{2} + 1 + 1 = 4.5 + \frac{1}{3}$$

γ) Closeness
δεν υπολογίζονται.

$$BC_1 = 0.5$$

$$BC_2 = 0$$

$$BC_3 = 0$$

$$BC_4 = 1 + 0.5 + 1 = 2.5$$

$$BC_5 = 0$$

Θέμα 2

α) Ο Girvan-Newman αποτελεί αλγόριθμος, ο οποίος λειτουργεί ~~αναδρομικά~~ επαναληπτικά έως ότου χωρίσει τον αρχικό δοσμένο ~~πρόσ~~ G σε k κοινότητες ή απορρίψει όλα τα nodes μεταξύ τους. Η ιδέα βασίζεται στην έννοια του edge betweenness centrality, αφαιρώντας κάθε φορά την ακμή με την μεγαλύτερη τιμή του edge betweenness centrality.

Δοθέντος πως δέχουμε 2 κοινότητες, ο Newman-Girvan θα έβρισκε τις κοινότητες

$$C_1 = \{0, 1, 4, 6\} \text{ και } C_2 = \{2, 3, 5, 7\}$$

καθώς τα edges $e_1 = (0, 2)$ και $e_2 = (1, 3)$

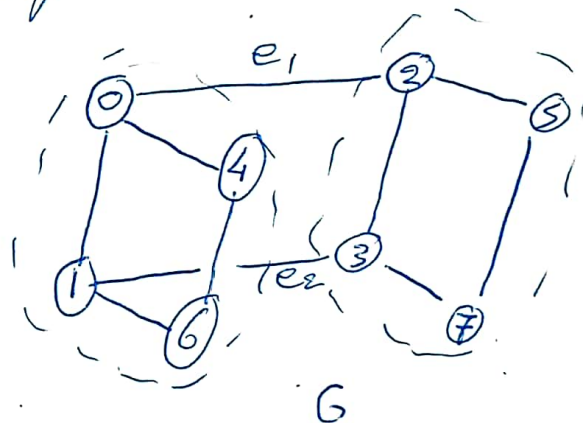
χαρακτηρίζονται από υψηλότερο ~~centrality~~ edge betweenness centrality σε σχέση με όλα τα άλλα edges του G

και ο αλγόριθμος επαναληπτικά θα "έκοβε" αυτούς τους 2 edges.

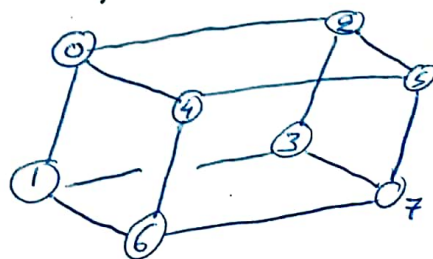
β) Για να αποκτήσουν την ίδια betweenness centrality όλα τα nodes, θα πρέπει το ~~πρόσ~~ να αποκτήσει στοιχεία συμμετρίας.

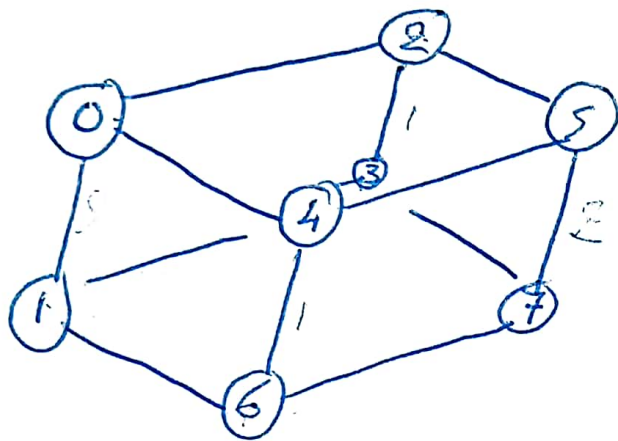
~~Αυτό~~ και/ή να γίνει ένας κανονικός ~~πρόσ~~ G .

Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την προσθήκη 2 edges, τα $(4, 5)$ και $(6, 7)$ edges, οπότε και έχω G' που είναι



$$G' = G \cup (4,5) \cup (6,7)$$





$$32 \approx$$

~~400~~

$$36$$

$$72 = (n-1)(n-2)$$

$$n^2 - 3n - 70$$

$$\underline{k}$$

$$\underline{n-1}$$

$$n=4$$

είναι 3-κανονικός γράφος. Το ~~είναι~~ betweenness centrality του μετράται με

$$BC_7 = 0.5 + 0.5 + \frac{2}{6} + 0.5 + \frac{2}{6} + \frac{1}{3} = 2.5 = \frac{10}{4} = \frac{(4-1)^2 + 1}{4}$$

①

Θέμα 3ο

α) Από το διάγραμμα, προκύπτει μ βότα τις εισόδους, εξόδους και τους συντελεστές, οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την εξέλιξη της συμπεριφοράς της εν λόγω ~~αγοράς~~ «αγοράς» ως εξής:

$$\triangleright \frac{\partial S}{\partial t} = B + \gamma \cdot I(t) - \mu S - \beta \cdot E(t). \quad \mu: \text{death Rate}$$

B : birth rate.

$$\triangleright \frac{\partial E}{\partial t} = -\mu E + \beta \cdot S(t) - \epsilon I(t) \quad E(t) + I(t) + S(t) = N$$

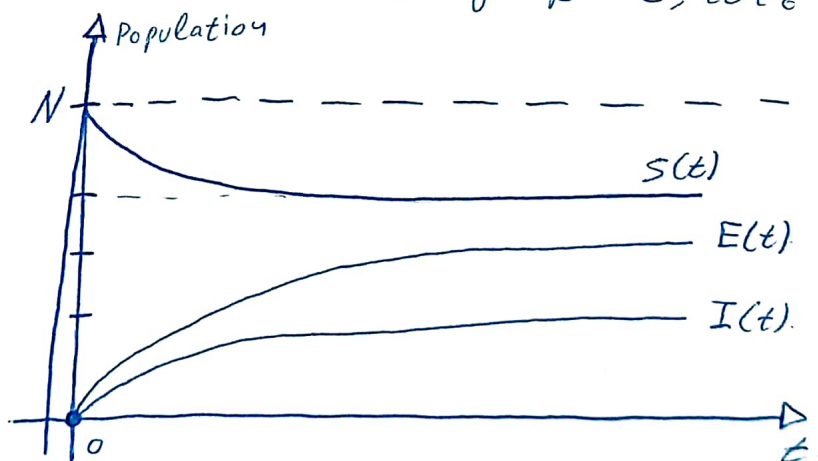
$$\triangleright \frac{\partial I}{\partial t} = +\epsilon E(t) - \gamma \cdot S(t) - \mu I$$

Ενώ για τις συνθήκες, ισχύει πως: $B > 0$, $\beta, \epsilon, \gamma > 0$

$$S(t=0) = B, \quad E(t) = I(t) = 0.$$

$$\Rightarrow S(t) + E(t) + I(t) = C = N.$$

β) Συνολικός πληθυσμός σταθερός και πως $\gamma > \beta > \epsilon$, τότε ένα πρόχειρο διάγραμμα (εκαρίγραμμα) αποτερεί για τα $S(t)$, $E(t)$, $I(t)$ το δεξιά



Θέμα 4ε

A) ΤΥΠΟΣ ΔΙΚΤΥΟΥ

① Κανονικό

② Small-World

③ Τυχαίο (ER)

④ Scale-free

⑤ RGG (γεωμετρικός)

Δομή υλικών/κυττάρων οργάνωσης
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ.

Crystals (Physics and Chemistry)

Electrical Power Systems

Optical networks

Εpidemiology (Virus, alcohol)

Κοινωνικο-οικονομικά συστήματα

Δίκτυα δεσμών (affiliation)

AI δίκτυα.

Διαγνώσεις νευρώνων (brain, cortex)

Skype, viber, email network (και

αλλά συμμετέχουν και στο small world)

Internet

Social Media/influence

κοινωνικές σχέσεις / Διαγνώσεις

Road Maps

Food chains

Science collaboration graphs.

Voter networks.

citation networks

Εφαρμογές τηλεπικοινωνιών (διαγνώσεις

κινητών/ενοχλών σε κεραία/δίκτυο

κεραίων /6 βάση των αντιστάσεων)

χημικές αντιδράσεις/δίκτυο ουσιών -

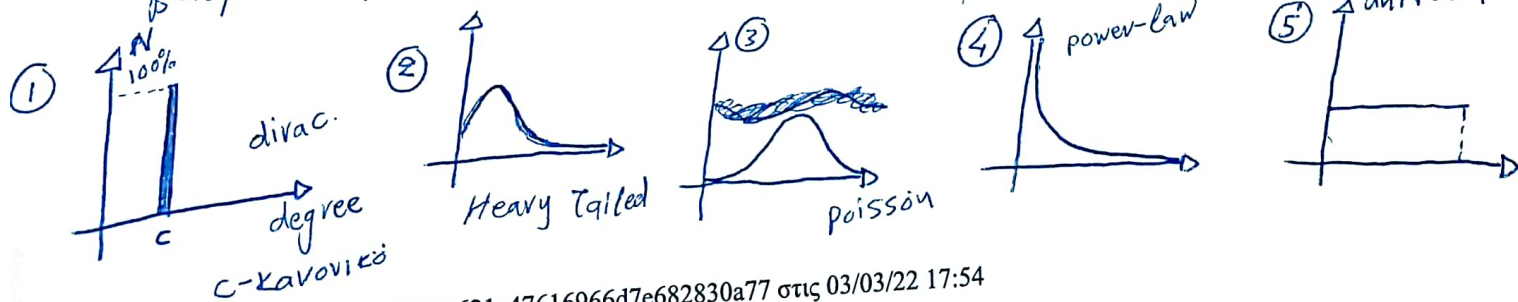
χημικών μεταβολών /6 βάση τις απο-

στάσεις των ιονίων/ατόμων)

Wireless sensor networks

Wireless mesh networks.

B) Σκαρίφημα κατανομής
βαθμού κόμβου:



Θέμα 5

Αναδομηκά.

Οφείλουμε το άθροισμα
των βαρών με infected
nodes, για να μπορεί
ένας node, να είναι
> threshold.

- 1) ① infected
- 2) ①, ④, ② infected.
- 3) ①, ②, ③, ④ infected
- 4) ①, ②, ③, ④, ⑥ infected
- 5) ①, ②, ③, ④, ⑥, ⑧ infected

πάλι δεν μπορεί να συνεχίσει άλλο.