



Στοχαστικές Ανελίζεις
Εξετάσεις Σεπτεμβρίου 2010

Ζήτημα 1^ο. Παίκτης κερδίζει ή χάνει 1€ με πιθανότητα p και $q=1-p$ αντίστοιχα.

- (α) Να προσδιορίσετε τη μέση διάρκεια του παιχνιδιού όταν ο παίκτης ξεκινά με το ποσό a €, ο αντίπαλος διαθέτει το ποσό b € και $p = q$.
- (β) Να προσδιορίσετε τη μέση διάρκεια του παιχνιδιού όταν $p > q$ και $b = \infty$.

Ζήτημα 2^ο. Να αποδείξετε την Πρόταση: Εάν η κατάσταση i είναι επαναληπτική και οδηγεί στην κατάσταση j , τότε $f_{ji} = 1$.

Ζήτημα 3^ο. Ένας ιός μπορεί να εμφανιστεί σε N διαφορετικούς τύπους. Σε κάθε γενεά ο ιός παραμένει του ίδιου τύπου με πιθανότητα $1-a$, ή μεταλλάσσεται σε ένα οποιοδήποτε από τους υπόλοιπους $N-1$ τύπους με την ίδια πιθανότητα $a/(N-1)$, έχει δηλαδή πιθανότητα μετάλλαξης a .

- (α) Ποια η πιθανότητα μετά από n γενεές να είναι του ίδιου τύπου με αυτόν από τον οποίο ξεκίνησε;
- (β) Ποια η οριακή τιμή της ως άνω πιθανότητας για $n \rightarrow \infty$;

Ζήτημα 4^ο. Δίνεται η Μαρκοβιανή αλυσίδα με πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης $P = [p_{ij}]_{i,j=0}^{\infty}$, όπου $p_{0j} = a_j$ ($j = 0, 1, 2, \dots$), $p_{ii} = r$ και $p_{i,i-1} = 1-r$ ($i = 1, 2, \dots$). Να ταξινομηθούν οι καταστάσεις και να προσδιοριστεί η κατανομή ισορροπίας καθώς η συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται για την ύπαρξή της.