

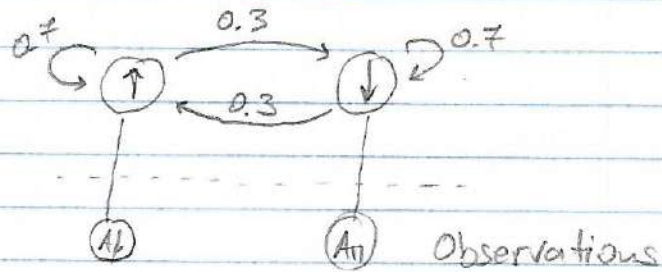
Το Θέμα με τα λαιμάκια

ON: Απενδο  
↑

OFF: Ανάμ  
↓

(α)  $\pi_{\uparrow} = \pi_{\downarrow} = 0.5$

$$A = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$$



(β) Το αν η λαιμάκι περπατά στον φωχλό  $i$  είναι ανεξάρτητα του αν περπατά στο φωχλό  $j$ , οπότε:

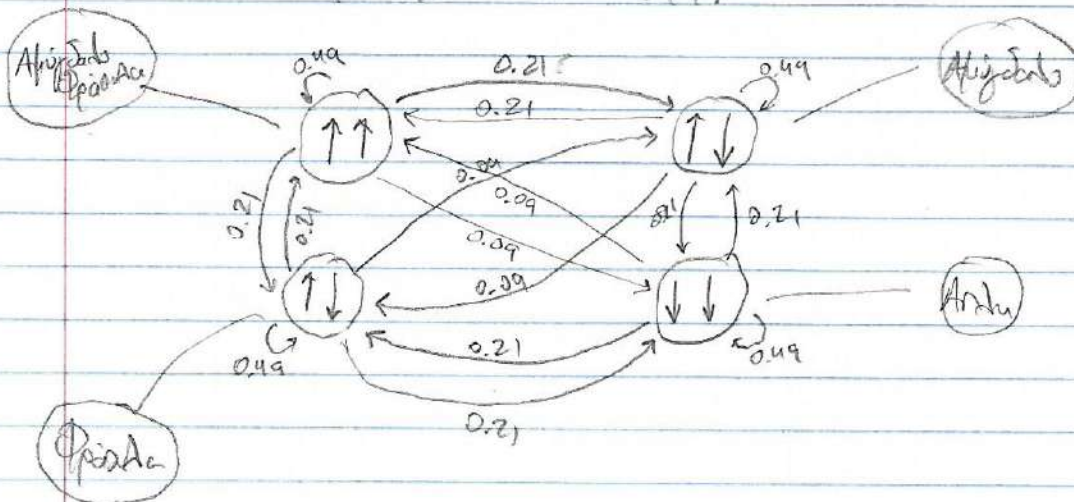
↑↑: Απενδο & Φρέσκα  
↓↑: Φρέσκα

↑↓: Απενδο  
↓↓: Ανάμ

Αν κάθε φωχλός ανεξάρτητα έχει 50% να είναι ↑, τότε

$$\pi_{\uparrow\uparrow} = \pi_{\uparrow\downarrow} = \pi_{\downarrow\uparrow} = \pi_{\downarrow\downarrow} = 0.25$$

$$A = \begin{pmatrix} 0.49 & 0.21 & 0.21 & 0.09 \\ 0.21 & 0.49 & 0.09 & 0.21 \\ 0.21 & 0.09 & 0.49 & 0.21 \\ 0.09 & 0.21 & 0.21 & 0.49 \end{pmatrix}$$



$$(γ) P = \pi_4 \alpha_{42} \alpha_{22} \alpha_{21} \alpha_{14} = 0.25 \cdot 0.21 \cdot 0.49 \cdot 0.21 \cdot 0.09 \Rightarrow \\ \Rightarrow P = 4.862025 \cdot 10^{-4}$$

Αν έχει νόημα να κάνουμε Forward ή Backward μαζί  
σαν ουσία το observation δε διακρίνεται από το  
state.

(δ) Υποτίθεται:  $S_1$ : Απίστευτο & Φρίσσο  $S_2$ : Απίστευτο  
 $S_3$ : Φρίσσο  $S_4$ : Απύ

Observations: W: Λευή B: Μαύρη

$$b_{S_1}(W) = 0.9 \quad b_{S_2}(W) = 0.3 \quad b_{S_3}(W) = 0.8 \quad b_{S_4}(W) = 0.1$$

$$b_{S_1}(B) = 0.1 \quad b_{S_2}(B) = 0.7 \quad b_{S_3}(B) = 0.2 \quad b_{S_4}(B) = 0.9$$

$$O = B, W$$

Forward:

$$\underline{t=0}: \alpha_0(S_1) = \pi_1 \cdot b_{S_1}(B) = \frac{1}{4} \cdot 0.1 = \frac{1}{40} \\ \alpha_0(S_2) = \pi_2 \cdot b_{S_2}(B) = \frac{1}{4} \cdot 0.7 = \frac{7}{40} \\ \alpha_0(S_3) = \pi_3 \cdot b_{S_3}(B) = \frac{1}{4} \cdot 0.2 = \frac{2}{40} \\ \alpha_0(S_4) = \pi_4 \cdot b_{S_4}(B) = \frac{1}{4} \cdot 0.9 = \frac{9}{40}$$

$$\underline{t=1}: \alpha_1(S_1) = b_{S_1}(W) \cdot [\alpha_0(S_1)A_{11} + \alpha_0(S_2)A_{21} + \alpha_0(S_3)A_{31} \\ + \alpha_0(S_4)A_{41}]$$

$$= 0.9 \left( 0.49 \cdot \frac{1}{40} + 0.21 \cdot \frac{7}{40} + 0.21 \cdot \frac{2}{40} + 0.09 \cdot \frac{9}{40} \right)$$

$$= 0.071775$$



$$\alpha_1(S_2) = b_{S_2}(w) [\alpha_0(S_1) \cdot A_{12} + \alpha_0(S_2) \cdot A_{22} + \alpha_0(S_3) \cdot A_{32} + \alpha_0(S_4) \cdot A_{42}]$$

$$= 0.3 \cdot \left( \frac{1}{40} \cdot 0.21 + \frac{7}{40} \cdot 0.49 + \frac{2}{40} \cdot 0.09 + \frac{9}{40} \cdot 0.21 \right) = 0.042825$$

$$\alpha_1(S_3) = b_{S_3}(w) [\alpha_0(S_1) \cdot A_{13} + \alpha_0(S_2) \cdot A_{23} + \alpha_0(S_3) \cdot A_{33} + \alpha_0(S_4) \cdot A_{43}]$$

$$= 0.8 \left( \frac{1}{40} \cdot 0.21 + \frac{7}{40} \cdot 0.09 + \frac{2}{40} \cdot 0.49 + \frac{9}{40} \cdot 0.21 \right) = 0.0742$$

$$\alpha_1(S_4) = b_{S_4}(w) [\alpha_0(S_1) \cdot A_{14} + \alpha_0(S_2) \cdot A_{24} + \alpha_0(S_3) \cdot A_{34} + \alpha_0(S_4) \cdot A_{44}]$$

$$= 0.1 \left( \frac{1}{40} \cdot 0.09 + \frac{7}{40} \cdot 0.21 + \frac{2}{40} \cdot 0.21 + \frac{9}{40} \cdot 0.49 \right) = 0.015975$$

Backward:

$$\underline{t=1} : \beta_1(S_1) = \beta_1(S_2) = \beta_1(S_3) = \beta_1(S_4) = 1$$

$$\underline{t=0} : \beta_0(S_1) = \beta_1(S_1) b_{S_1}(w) A_{11} + \beta_1(S_2) b_{S_2}(w) A_{12} + \beta_1(S_3) b_{S_3}(w) A_{13} + \beta_1(S_4) b_{S_4}(w) A_{14}$$

$$= 0.9 \cdot 0.49 + 0.3 \cdot 0.21 + 0.8 \cdot 0.21 + 0.1 \cdot 0.09 = 0.681$$

$$\beta_0(S_2) = \beta_1(S_1) b_{S_1}(w) A_{21} + \beta_1(S_2) b_{S_2}(w) \cdot A_{22} + \beta_1(S_3) b_{S_3}(w) \cdot A_{23} + \beta_1(S_4) b_{S_4}(w) A_{24}$$

$$= 0.9 \cdot 0.21 + 0.3 \cdot 0.49 + 0.8 \cdot 0.09 + 0.1 \cdot 0.21 = 0.429$$

$$\beta_0(S_3) = \beta_1(S_1) b_{S_1}(w) A_{31} + \beta_1(S_2) b_{S_2}(w) A_{32} + \beta_1(S_3) b_{S_3}(w) A_{33} + \beta_1(S_4) b_{S_4}(w) A_{34}$$

$$= 0.9 \cdot 0.21 + 0.3 \cdot 0.09 + 0.8 \cdot 0.49 + 0.1 \cdot 0.21 = 0.629$$

$$\beta_0(S_4) = \beta_1(S_1) b_{S_1}(w) A_{41} + \beta_1(S_2) b_{S_2}(w) A_{42} + \beta_1(S_3) b_{S_3}(w) A_{43} + \beta_1(S_4) b_{S_4}(w) A_{44}$$

$$= 0.9 \cdot 0.09 + 0.3 \cdot 0.21 + 0.8 \cdot 0.21 + 0.1 \cdot 0.49 = 0.361$$

$$\text{Ενindeov, } p(0|1) = \sum_j \alpha_1(j) = 0.204775$$

$$\text{Για } t=0: \quad p_0(s_1) = \frac{\alpha_0(s_1) \beta_0(s_1)}{p(0|1)} = 0.0831$$

$$p_0(s_2) = 0.3666$$

$$p_0(s_3) = 0.1536$$

$$p_0(s_4) = 0.3967$$

$$\text{Sanity check: } \sum_j p_0(j) = 1 \quad \checkmark$$

$$\text{Για } t=1: \quad p_1(s_1) = 0.3505, \quad p_1(s_2) = 0.2091,$$

$$p_1(s_3) = 0.3623, \quad p_1(s_4) = 0.078$$

$$\text{Sanity check: } \sum_j p_1(j) = 1 \quad \checkmark$$