

## **ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΟΔΟΥ 2021-2022**

### **ΘΕΜΑ 1**

Εκτιμήστε μέσω maximum likelihood την παράμετρο  $\theta = b$  για τη Λαπλασιανή κατανομή.

### **ΘΕΜΑ 2**

Δίνονται δείγματα  $D_1 = \{-1, 1\}$   $D_2 = \{-2, 2\}$  για κατηγορίες  $\omega_1, \omega_2$ , αντίστοιχα. Θεωρήστε ότι σχετικές κατανομές είναι Γκαουσιανές.

(α) Κάντε ML για να εκτιμήσετε τα χαρακτηριστικά των κατανομών αυτών ( $\mu, \sigma$ ).

(β) Θεωρώντας ότι τα χαρακτηριστικά είναι αυτά που εκτιμήσατε στο ερώτημα α, βρείτε τις περιοχές απόφασης.

(γ) Υπολογίστε το Bayes error συναρτήσει της error function (δινόταν ο τύπος της  $\text{erf}(z)$ ).

(δ) Ταξινομήστε τα δείγματα βάσει NNR για 1 κοντινότερο γείτονα.

(ε) Κάντε perceptron για να βρείτε ευθεία διαχωρισμού  $g(x) = ax + b$  για αρχικές τιμές  $(a, b) = (1, 1)$  και δύο επαναλήψεις (με  $\rho = 1$ ). Πείτε αν συγκλίνει.

(στ) Κάντε το ίδιο αλλά με LMS, με  $\eta = 0.01$  και αρχικές τιμές  $(a, b) = (0, 0)$ .

### **ΘΕΜΑ 3**

(α) Κάντε k means στα δείγματα του Θέματος 2, ξεκινώντας με  $\mu_1 = 1$  και  $\mu_2 = 2$ . Τρέξτε τη μέχρι να συγκλίνει.

(β) Δώστε μια περίπτωση αρχικών  $\mu_1$  και  $\mu_2$  για τα οποία ο αλγόριθμος δε συγκλίνει.

(γ) Αποδείξτε ότι ο hierarchical binary split k means συγκλίνει πάντα στην ίδια τιμή για αυτά τα δεδομένα.