

EONIKO METZOBIO NONYTEXNEIO

ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΈΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΏΝ ΤΟΜΕΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

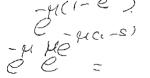
Εξετάσεις Στοχαστικών Ανελίξεων, Περιόδου Σεπτεμβρίου 2004

Δίνεται ότι, η τ.μ. Υ ακολουθεί κατανομή Poisson με παράμετρο μ και, για, δεδομένη τιμή της τ.μ. Υ, η τ.μ. Χ ακολουθεί κατανομή Poisson με παράμετρο Υ.

- Να προσδιορίσετε την γεννήτρια πιθανοτήτων της τ.μ. Υ. (i)
- Να δείξετε ότι η γεννήτρια πιθανοτήτων της τ.μ. Z = X + Y είναι: (ii)

$$\pi(s) = \exp{\{\mu(se^{s-1} - 1)\}}, |s| < 1$$

Από την (ii), ή διαφορετικά, ποια η μέση τιμή της τ.μ. Ζ; (iii)



Έστω $\{X_n: n=0, 1, 2, ...\}$, με $X_0=0$, τυχαίος περίπατος με ανεξάρτητες και ισόνομες προσαυξήσεις Y_i (i = 1, 2, ...) μέσης τιμής μ και διασποράς σ^2 . Εάν ο τ.π. έχει απορροφητικά φράγματα στα σημεία – ακαι b, να αποδείζετε ότι ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$\mathbf{E}[T] = \begin{cases} \mathbf{E}[\mathbf{X}_{\overline{\mathbf{1}}}]/\mu, & \text{gia } \mu \neq \mathbf{0}, \\ \mathbf{E}[\mathbf{X}_{\mathbf{T}}^2]/\sigma^2, & \text{gia } \mu = \mathbf{0}, \end{cases}$$

όπου Τ ο χρόνος απορρόφησης και Χτη θέση απορρόφησης

Δίνεται ο παρακάτω στοχαστικός πίνακας Ρ. Να ταξινομηθούν οι κάταστάσεις σε κλάσεις και να γίνει ιεράρχηση αυτών. Να καθορίσετε, εφόσον υπάρχουν, τις παροδικές καταστάσεις. Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

$$\begin{split} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 \\ E_1 & \begin{bmatrix} 0.4 & 0.5 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.3 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ E_5 & 0.1 & 0.3 & 0.1 & 0 & 0.5 \\ \end{bmatrix} \end{split}$$

Για την αγορά ενός προϊόντος απαιτούνται 4 χρηματικές μονάδες. Έχουμε στην κατοχή μας 2 χρηματικές μονάδες. Προκειμένου να συμπληρωθεί το απαιτούμενο ποσό για την αγορά του προϊόντος, αποφασίζουμε να παίξουμε σε παιχνίδι στο οποίο κάθε φορά αυξάνουμε ή μειώνουμε τα χρήματά μας κατά 1 χρηματική μονάδα με πιθανότητα ρ = 0.48 και q = 0.52 αντίστοιχα. Το παιχνίδι σταματά όταν αποκτήσουμε το επιδιωκόμενο ποσό των τεσσάρων μονάδων ή όταν χάσουμε τα χρήματά μας.

- (i) Να κατασκευάσετε τον στοχαστικό πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης Ρ του ως άνω παιχνιδιού.
- (ii) Να προσδιορίσετε τον Πρωταρχικό πίνακα Ν.
- Ποια η μέση διάρκεια του παιχνιδιού; (iii)
- (iv) Ποια είναι η πιθανότητα να κερδίσουμε το απαιτούμενο ποσόν;

Διάρκεια εξέτασης 2:30

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ