

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο σκοπός του προβλήματος ήταν η μεθοδική εκμετάλλευση ενός «glitch in the matrix» που ανακάλυψε ένας συνάδελφος Φυσικός, με σκοπό την αποκόμιση υψηλού κέρδους μέσω αγοραπωλησιών μετοχών στο... παρελθόν. Τα δεδομένα της ανάλυσης αποτέλεσαν οι χρονοσειρές για τις τιμές Open, Low, High και Close, καθώς και ο ημερήσιος όγκος, για 7195 μετοχές του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης, οι οποίες αφορούσαν ημερομηνίες από την 1/1/1960 έως και την 10/11/2017. Στόχος ήταν η κατασκευή αλγορίθμων που να αποφέρουν υψηλό (όχι απαραίτητα μέγιστο) κέρδος σε βάθος έως και N κινήσεων, με το N να ισούται με 1.000 στη μία περίπτωση (Small) και 1.000.000 στην άλλη (Large). Πέραν του άνω φράγματος στο πλήθος κινήσεων, υπήρχαν τρεις επιπλέον βασικοί περιορισμοί:

- (i) Το απαραίτητο κεφάλαιο για τις αγορές κάθε ημέρας έπρεπε να είναι διαθέσιμο αμέσως πριν την αρχή της ημέρας και να μην αποκτάται κατά τη διάρκειά της.
- (ii) Το μέγιστο πλήθος μετοχών που μπορούσαν να αγοραστούν ή να πουληθούν κάθε ημέρα δε μπορούσε να ξεπερνά το 10% του όγκου της μετοχής για την ημέρα αυτή.
- (iii) Εάν στην αρχή μιας ημέρας υπήρχαν n μετοχές κάποιου είδους, τότε την ημέρα αυτή μπορούσαν να αγοραστούν μέχρι και $n + 1$ μετοχές του ίδιου είδους.

Η κεντρική ιδέα για την προσέγγιση του προβλήματος ήταν η αξιοποίηση του intra-day trading, δηλαδή της αγοραπωλησίας μετοχών ίδιου είδους κατά τη διάρκεια της ημέρας. Δίχως την ύπαρξη της συνθήκης (iii), λίγες μόλις γραμμές κώδικα και μια κατάλληλη διαλογή μετοχών θα αρκούσαν για να αποφέρουν δεκάδες και εκατοντάδες δισεκατομμύρια σε βάθος 1.000 και 1.000.000 συναλλαγών, αντίστοιχα. Η συνθήκη αυτή, όμως, περιορίζει σημαντικά τις δυνατότητες του intra-day trading, αφού, χωρίς προσεκτικό χειρισμό, αυτό ανάγεται σε καθημερινές αγοραπωλησίες μετοχών σε μοναδιαίο όγκο και επομένως αρκετά χαμηλό συνολικό κέρδος. Όπως θα αναλυθεί στα ακόλουθα, τόσο η Small, όσο και η Large περίπτωση μοιράζονται την κεντρική αυτή ιδέα, με ορισμένες όμως μικρές διαφοροποιήσεις, αφού το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε μέσω ευριστικών μεθόδων και αλγορίθμων και όχι ως ένα πρόβλημα ενισχυμένης μάθησης με προσαρμόσιμη παράμετρο το μέγιστο πλήθος συναλλαγών¹.

2 ΤΟ ΣΤΑΔΙΟ ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ

Σε κάθε περίπτωση, το πρώτο βήμα της ανάλυσης αποτέλεσε η μεταφόρτωση και μια βασική προεπεξεργασία των δεδομένων. Το σύνολο των αρχείων των μετοχών μελετήθηκε σειριακά προκειμένου να εξεταστεί εάν η μετοχή κάθε είδους θα γινόταν δεκτή ή θα απορριπτόταν από τη μελέτη με βάση ορισμένα κριτήρια. Το πρώτο κριτήριο ήταν το κατά πόσο οι χρονοσειρές μιας μετοχής περιλάμβαναν καταχωρήσεις με αρνητικές ή μηδενικές τιμές. Τυπικά, θα μπορούσε κανείς να θεωρήσει πως το συγκεκριμένο «glitch in the matrix» αλλοίωσε ακόμα και τις συγκεκριμένες καταχωρήσεις, επιτρέποντας σε κάποιον αρκετά προσεκτικό να ρυθμίσει τις συναλλαγές του, ώστε να είναι σε θέση να αγοράσει όσο το δυνατό περισσότερες μετοχές μηδενικής τιμής (ή και αρνητικής, κάτι το οποίο θα ισοδυναμούσε με το να πληρωθεί για να αγοράσει μετοχές) ήταν εφικτό στις συγκεκριμένες ημερομηνίες και αργότερα να τις πουλήσει για μέγιστο κέρδος. Αποδείχτηκε πως κάτι τέτοιο μπορούσε να αυξήσει σημαντικά τα κέρδη (μέχρι

¹ Στην περίπτωση που αξιοποιούνταν τεχνικές Reinforcement Learning για την αντιμετώπιση του προβλήματος, τα τελικά κέρδη θα ήταν σίγουρα υψηλότερα από αυτά που επιτυγχάνονται εδώ. Παρ' όλα αυτά, ο χρόνος εκπαίδευσης του μοντέλου θα ήταν τόσο υψηλός, δεδομένου του όγκου πληροφορίας, που και σε αυτήν την περίπτωση θα έπρεπε να χρησιμοποιηθούν ευριστικοί αλγόριθμοι για τη μείωσή του σε διαχειρίσιμες τιμές.

και κατά εκατοντάδες εκατομμύρια στην περίπτωση των 1000 συναλλαγών), όμως, παρότι η ιστοσελίδα επικύρωσης συναλλαγών² δεχόταν τέτοιου είδους συναλλαγές, αποφασίστηκε η εξ ολοκλήρου απόρριψη μετοχών τέτοιου είδους από το σύνολο δεδομένων, υπό το φόβο περαιτέρω αλλοίωσης του χωροχρονικού συνεχούς.

Το δεύτερο και ίσως ακόμη σημαντικότερο κριτήριο αποτέλεσε το κατά πόσο οι χρονοσειρές μια μετοχής περιλάμβαναν καταχωρήσεις για τις οποίες η τιμή της ξεπερνούσε τα 10.000\$. Οι μετοχές που πληρούσαν την προϋπόθεση αυτή χωρίζονταν σε δύο κατηγορίες: από τη μία, μετοχές που σε ολόκληρο σχεδόν το εύρος των χρονοσειρών τους εμφάνιζαν πολύ υψηλές τιμές και παράλληλα πολύ χαμηλό όγκο, το οποίο τις καθιστούσε άχρηστες για τη μεγιστοποίηση του κέρδους βάσει των περιορισμών (ii) και (iii). Από την άλλη, μετοχές που, είτε λόγω αλλοίωσης του χωροχρονικού συνεχούς, είτε λόγω τυπογραφικού λάθους, εμφάνιζαν απότομες ανόδους σε τέτοιες τιμές, ενώ κατά τις ημερομηνίες πριν και μετά από αυτές τις απότομες ανόδους είχαν 1.000 (ή και παραπάνω) φορές χαμηλότερη αξία. Στην περίπτωση των μετοχών αυτών, μέσω κατάλληλου προγραμματισμού αγορών προκειμένου τις ημερομηνίες της απότομης ανόδου να μπορούν να πουληθούν στο μέγιστο επιτρεπτό όγκο, αποδείχθηκε πως στα συνολικά κέρδη προστίθενταν επιπλέον δισεκατομμύρια με χρήση μόλις 3-4 εξ αυτών (για παράδειγμα, μια κατάλληλα συγχρονισμένη συναλλαγή με μόλις 3000 μονάδες της μετοχής BOFIL μπορούσε να οδηγήσει σε κέρδος 500.000.000\$). Και στην περίπτωση αυτή όμως, δεν ακολουθήθηκε ο δρόμος της απληστίας, οπότε τέτοιες μετοχές απορρίφθηκαν.

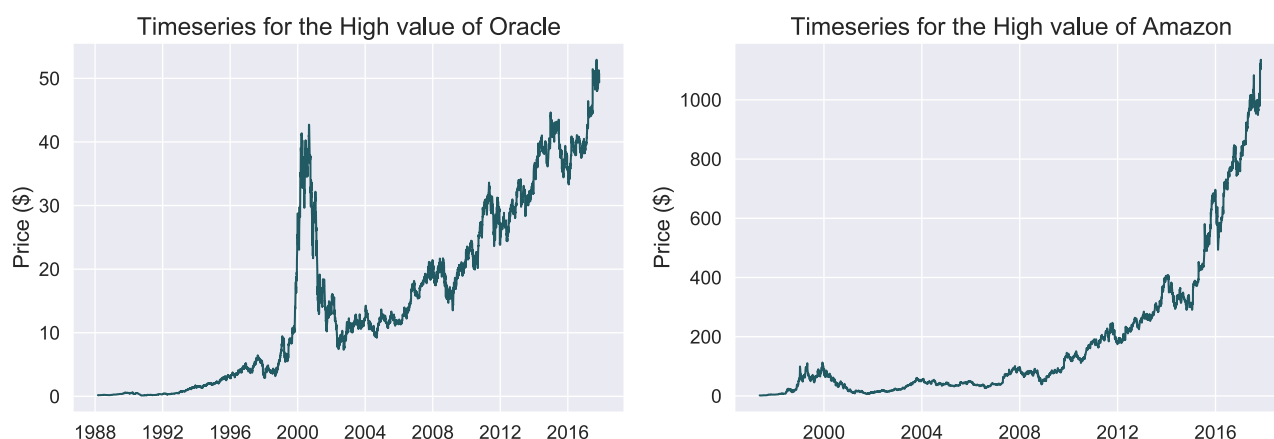
Τα άλλα κριτήρια απόρριψης ήταν η πολύ μικρή χρονική παρουσία στο χρηματιστήριο (δηλαδή λιγότερες από 100 καταχωρήσεις), all-time-high που δεν ξεπερνούσαν τα 10\$, καθώς και μετοχές στις οποίες το all-time-high προηγούταν χρονικά του all-time-low τους, καθιστώντας τους έτσι ακατάλληλες για τις προσεγγίσεις που ακολουθήθηκαν για τη μεγιστοποίηση του κέρδους. Επιπλέον, ακόμα και από μετοχές που έγιναν δεκτές προς ανάλυση, απορρίφθηκαν μεμονωμένες καταχωρήσεις στις οποίες ο ημερήσιος όγκος της μετοχής ήταν μικρότερος του 10, αφού ούτως ή άλλως η αγοραπωλησία μετοχών για τη συγκεκριμένη ημέρα δε θα ήταν εφικτή λόγω του περιορισμού (ii). Βάσει των προαναφερθέντων κριτηρίων, το πλήθος των μετοχών που έγιναν δεκτές ήταν μόλις 4080 από το αρχικό σύνολο των 7195.

Η περαιτέρω προεπεξεργασία των εναπομείναντων δεδομένων στηρίχτηκε στις ακόλουθες δύο παρατηρήσεις. Πρώτον, μπορεί το intra-day trading να επωφελείται στο μεγαλύτερο βαθμό από μετοχές οι οποίες εμφανίζουν υψηλή ημερήσια διακύμανση, όμως σημαντικό ρόλο διαδραματίζει και ο όγκος ο οποίος είναι καθημερινά διαθέσιμος προς πώληση ή αγορά. Για παράδειγμα, μια μετοχή με τιμή High η οποία είναι κατά 20\$ υψηλότερη από την τιμή Open της για μια ημέρα, είναι εξίσου κερδοφόρα με μια μετοχή με τιμή High υψηλότερη από την τιμή Open της κατά μόλις 2\$, εφόσον ο διαθέσιμος όγκος της είναι δεκαπλάσιος. Επιπλέον, παρότι όπως θα αναλυθεί και παρακάτω το intra-day trading βρίσκεται στην καρδιά του αλγορίθμου που κατασκευάστηκε για την αποκόμιση υψηλού κέρδους, εξαιρετικά σημαντική είναι και η πώληση των μετοχών χωρίς επαναγορά τους, αφού η τελική αποτίμηση γίνεται μόνο με βάση τα χρήματα που έχουν συγκεντρωθεί με το πέρας των συναλλαγών και χωρίς να λαμβάνονται υπ' όψιν μετοχές που δεν έχουν πουληθεί. Με βάση αυτά, οι 4080 αυτές μετοχές διατάχθηκαν κατά φθίνουσα σειρά ως προς το γινόμενο του μέσου όγκου τους επί τη μέση High τιμή τους και από αυτές επιλέχθηκαν οι 200 πρώτες, προκειμένου να περάσουν στο στάδιο της ανάλυσης.

Η ανάλυση των 200 αυτών μετοχών αφορούσε αρχικά την καταγραφή της ημερομηνίας κατά την οποία η καθεμία εμφανίστηκε στο χρηματιστήριο. Ο λόγος ήταν πως μια μετοχή με μέση High τιμή τα 5\$ δεν είναι απαραίτητα κατώτερης ποιότητας από μια με μέση High τιμή τα 50\$, αφού η πρώτη μπορεί να αφορά χρονολογίες πριν το 1980 και η δεύτερη χρονολογίες

² The Time-Travel Project

μετά το 2010, επομένως η πρώτη μπορεί να είναι η βέλτιστη επιλογή για την εποχή της, σε αντίθεση με τη δεύτερη. Κατόπιν, πραγματοποιήθηκε η απεικόνιση των χρονοσειρών των μετοχών σε ό,τι αφορά τη High τιμή τους - μια διαδικασία με διπλή σημασία. Από τη μία, διευκόλυνε τη μελέτη της συνολικής τάσης κάθε μετοχής μεμονωμένα καθ' όλη τη διάρκεια ύπαρξής της στο χρηματιστήριο, επιτρέποντας τη διαλογή μετοχών οι οποίες ξεκινούσαν από αρκετά χαμηλές τιμές (το οποίο καθιστούσε εύκολη την αγορά και συσσώρευσή τους σε πρώιμο στάδιο), αλλά σε βάθος χρόνου είχαν αξία που υπερπολλαπλασιαζόταν. Από την άλλη, καθιστούσε εφικτή τη σύγκριση των χρονοσειρών διαφορετικών μετοχών, προκειμένου να ομαδοποιηθούν οι μετοχές που δημιουργούσαν «αρμονικούς συνδυασμούς»³. Η έννοια του αρμονικού συνδυασμού μετοχών μπορεί εύκολα να εξηγηθεί με βάση το παράδειγμα που φαίνεται στην Εικόνα 2.1, όπου απεικονίζονται οι χρονοσειρές της High τιμής για τις μετοχές ORCL (Oracle) και AMZN (Amazon).



Εικόνα 2.1: Χρονοσειρές για την τιμή High των μετοχών ORCL (Oracle) και AMZN (Amazon).

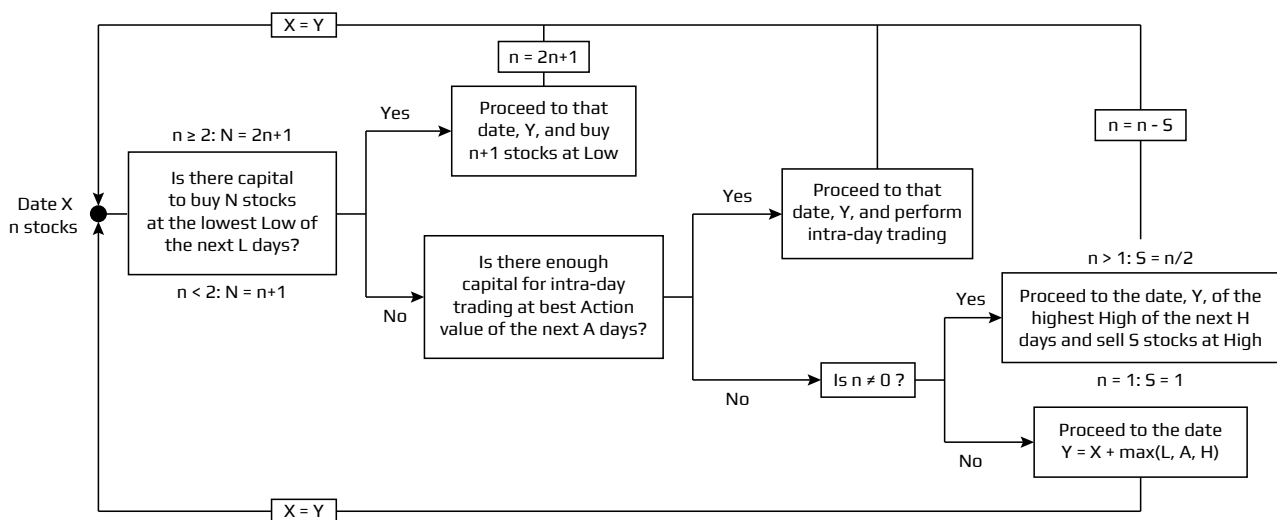
Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.1, τόσο η ORCL όσο και η AMZN ξεκινούν από πάρα πολύ χαμηλές τιμές, το οποίο επιτρέπει συσσώρευση υψηλού όγκου τους από αρκετά νωρίς. Επιπλέον, η τιμή και των δύο εκτινάσσεται από ένα σημείο και μετά, γεγονός που σημαίνει πως όταν τελικά πουληθούν, τα έσοδα θα αντιστοιχούν σε πρακτικά καθαρό κέρδος. Κυρίως, όμως, η μία μετοχή προηγείται χρονικά της άλλης, με την ORCL να εμφανίζει τις μέγιστες τιμές High της (ιδανική στιγμή για πώληση) σε ημερομηνίες (λίγο μετά το 2000) που η AMZN είναι ακόμη πάρα πολύ φθηνή (ιδανική στιγμή για αγορά). Το γεγονός αυτό είναι που χαρακτηρίζει τις μετοχές αυτές ως ένα αρμονικό ζεύγος. Προκειμένου η σημασία των αρμονικών ζευγών να γίνει αισθητή, αναφέρουμε ως παράδειγμα την εξής ακολουθία κινήσεων: με μόλις 1\$, μπορούν στις 2/3/1988 να αγοραστούν 6 μονάδες από τη μετοχή ORCL⁴. Εάν οι 6 αυτές μονάδες πουληθούν στις 29/8/2000, τα έσοδα από την πώληση θα ανέρχονται στα 246,15\$. Χρησιμοποιώντας το ποσό αυτό, μπορούν στις 30/10/2001 να αγοραστούν 38 μονάδες από τη μετοχή AMZN, οι οποίες στη συνέχεια μπορούν να πουληθούν στις 08/11/2017, οδηγώντας σε καθαρό κέρδος 43.149,52\$. Με άλλα λόγια, ένας αρμονικός συνδυασμός μετοχών και μόλις 4 κινήσεις οδηγούν σε επιστροφές περίπου 4.300.000% επί της αρχικής επένδυσης.

³ Ο όρος δεν είναι δανεισμένος από τη βιβλιογραφία της Οικονομικής Επιστήμης και αποτελεί επινόηση του συγγραφέα, τουλάχιστον απ' όσο ο ίδιος γνωρίζει, μιας και ως Φυσικός είναι μακράν ο λιγότερο κατάλληλος για να είναι βέβαιος για κάτι τέτοιο.

⁴ Είναι, φυσικά, κατανοητό πως λόγω του περιορισμού (iii) η αγορά αυτή δε θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί χωρίς να προϋπάρχουν ≥ 5 μονάδες της μετοχής στο χρηματιστήριο. Το παράδειγμα δίνεται μονάχα για να γίνει αντιληπτή η λογική πίσω από τους αρμονικούς συνδυασμούς μετοχών.

3 Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ - ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ SMALL

Έχοντας μελετήσει σε βάθος τις μετοχές που πληρούν όλα τα παραπάνω κριτήρια, το επόμενο βήμα ήταν ο σχεδιασμός του αλγορίθμου για την αγοραπωλησία τους. Όπως ήδη αναφέρθηκε, το intra-day trading μετοχών δε θα μπορούσε χωρίς επιπλέον ρυθμίσεις να αποφέρει υψηλά κέρδη, λόγω της συνθήκης (iii). Απαραίτητη για την απόδοσή του ήταν η συσσώρευση αρκετών μονάδων των μετοχών που χρησιμοποιούνταν, χωρίς όμως να επέλθει χρεοκοπία, προκειμένου από ένα σημείο και μετά το intra-day trading να πραγματοποιείται με μεγάλους όγκους και όχι με 1 μονάδα τη φορά. Βέβαια, έπρεπε να βρεθεί μια ισορροπία ανάμεσα στη συσσώρευση όγκου μιας μετοχής και στην ανάπτυξη του κεφαλαίου με το πέρασμα των χρόνων, καθώς τα δύο αποτελούν ανταγωνιστικές διαδικασίες: η συσσώρευση όγκου μετοχών προϋποθέτει την επένδυση κεφαλαίου, η ύπαρξη του οποίου όμως προϋποθέτει τη συσσώρευση όγκου μετοχών για να υπάρχει υψηλό κέρδος στο intra-day trading. Ξεκινώντας με τη μελέτη της περίπτωσης Small, αποφασίστηκε η ανάλυση να χωριστεί σε «εποχές», με κάθε εποχή να περιλαμβάνει αγοραπωλησίες με ένα μόνο είδος μετοχής, η οποία να ακολουθείται στην επόμενη εποχή από μια μετοχή που να αποτελεί αρμονικό ζεύγος της. Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε για τις αγοραπωλησίες της μετοχής κατά τη διάρκεια (όχι το τέλος) μιας εποχής συνοψίζεται στο σχήμα της Εικόνας 3.1.



Εικόνα 3.1: Αλγόριθμος για τη διαχείριση μετοχών κατά τη διάρκεια (όχι το τέλος) μιας εποχής.

Μια δεδομένη ημερομηνία, κατά την οποία υπάρχουν $n \geq 0$ μονάδες της μετοχής που αντιστοιχεί στην εποχή στην οποία ανήκει η ημερομηνία, ανοίγει ένα χρονικό παράθυρο L ημερών. Εντός του παραθύρου αυτού εντοπίζεται η ημερομηνία με την ελάχιστη Low τιμή της μετοχής και γίνεται ένας έλεγχος σχετικά με το αν το διαθέσιμο κεφάλαιο αρκεί προκειμένου να αγορασθούν $2n + 1$ επιπλέον μονάδες της μετοχής. Φυσικά, η επόμενη αγορά μπορεί να πραγματοποιηθεί για το πολύ $n + 1$ μονάδες, όμως ο έλεγχος γίνεται για $2n + 1$ προκειμένου να εξασφαλιστεί πως μετά την αγορά θα υπάρχει ικανό κεφάλαιο διαθέσιμο για intra-day trading. Εάν το κεφάλαιο είναι πράγματι αρκετό, τότε πραγματοποιείται η μετάβαση στην ημερομηνία της ελάχιστης Low τιμής και αγοράζονται $n + 1$ μονάδες (εφόσον φυσικά αντιστοιχούν σε το πολύ 10% του ημερήσιου διαθέσιμου όγκου) στην τιμή αυτή. Εξαιρέση αποτελούν οι περιπτώσεις κατά τις οποίες $n = 0$ ή $n = 1$. Τότε, η αγορά 1 ή 2 μονάδων, αντίστοιχα, γίνεται αυτόματα εάν επαρκεί το κεφάλαιο, χωρίς τον έλεγχο για αγορά $2n + 1$ μονάδων, καθώς αυτό αποδείχτηκε απαραίτητο για να ξεκινήσουν οι συναλλαγές της πρώτης εποχής σχετικά έγκαιρα.

Στην περίπτωση που το κεφάλαιο δεν επαρκεί για την αγορά μετοχών με τον τρόπο αυτό, ανοίγει ένα χρονικό παράθυρο A ημερών μετά την τρέχουσα ημερομηνία. Εντός του παραθύρου αυτού, εντοπίζεται η ημερομηνία με τη μέγιστη τιμή της Action· η Action ορίζεται ως η αλληλουχία που οδηγεί στο μέγιστο κέρδος μέσω intra-day trading ανάμεσα στις Buy Open - Sell High και Buy Low - Sell Close. Εάν το τρέχον κεφάλαιο επαρκεί για την πραγματοποίηση της Action, τότε γίνεται η μετάβαση στην ημερομηνία της μέγιστης Action και πραγματοποιείται η αντίστοιχη αλληλουχία για όσες περισσότερες μονάδες είναι εφικτό.

Τέλος, εάν το κεφάλαιο δεν επαρκεί για intra-day trading (καθώς υπάρχει ο περιορισμός (i), ο οποίος επιβάλλει το κεφάλαιο για τις αγορές κατά τη διάρκεια μιας ημέρας να είναι διαθέσιμο πριν την αρχή της), τότε ένα μέρος των υπάρχουσών μετοχών πρέπει να πουληθεί, ώστε να υπάρξει ξανά διαθέσιμο κεφάλαιο, είτε για αγορές, είτε για intra-day trading. Η πώληση πραγματοποιείται στην υψηλότερη High τιμή σε ένα χρονικό παράθυρο H ημερών μετά την τρέχουσα. Σε ό,τι αφορά τον όγκο πώλησης, εάν $n = 1$, τότε αναγκαστικά πωλείται το σύνολο του όγκου της μετοχής. Στην περίπτωση όμως όπου $n \neq 0$, τότε πωλούνται μόνο οι μισές μετοχές ($n/2$), προκειμένου να υπάρχει κεφάλαιο διαθέσιμο για intra-day trading στην επόμενη κατάλληλη ημερομηνία, χωρίς όμως να πρέπει να συσσωρευθεί ικανοποιητικός όγκος της μετοχής εκ νέου, προκειμένου το intra-day trading να έχει νόημα. Εάν καμία από τις παραπάνω δράσεις δεν είναι εφικτή (το οποίο μπορεί να συμβεί μόνο εάν $n = 0$), τότε πραγματοποιείται μετάβαση στην ημερομηνία $\max(L, A, H)$ ημέρες μετά την τρέχουσα.

Με λίγα λόγια, κατά τη διάρκεια μιας εποχής ο αλγόριθμος θέτει ως προτεραιότητα τη συσσώρευση όσο το δυνατό μεγαλύτερου όγκου της μετοχής, ούτως ώστε το intra-day trading των μονάδων της να γίνεται με μέγιστη απόδοση (δηλαδή στο μέγιστο επιτρεπτό βάσει της συνθήκης (ii) όγκο), παρακάμπτοντας τεχνηέντως τον περιορισμό (iii). Καθώς το τέλος της εποχής πλησιάζει, ο παραπάνω αλγόριθμος παρακάμπτεται από έναν νέο: στις ημέρες που απομένουν πριν τη λήξη της τρέχουσας εποχής, επιλέγονται οι ημέρες εκείνες, κατά τις οποίες η πώληση του συνόλου των μετοχών σε τιμή High θα αποφέρει τα μέγιστα έσοδα. Αυτός είναι άλλος ένας λόγος για τον οποίο η συσσώρευση μετοχών προτεραιοποιείται στον βασικό αλγόριθμο: εφόσον έχουν χρησιμοποιηθεί αρμονικά ζεύγη μετοχών, η πώληση υψηλού όγκου μετοχών στο τέλος μιας εποχής οδηγεί ήδη από την αρχή της επόμενης εποχής σε συσσώρευση υψηλότερου όγκου σε σχέση με την προηγούμενη και παράλληλα μεγαλύτερα κέρδη από το intra-day trading.

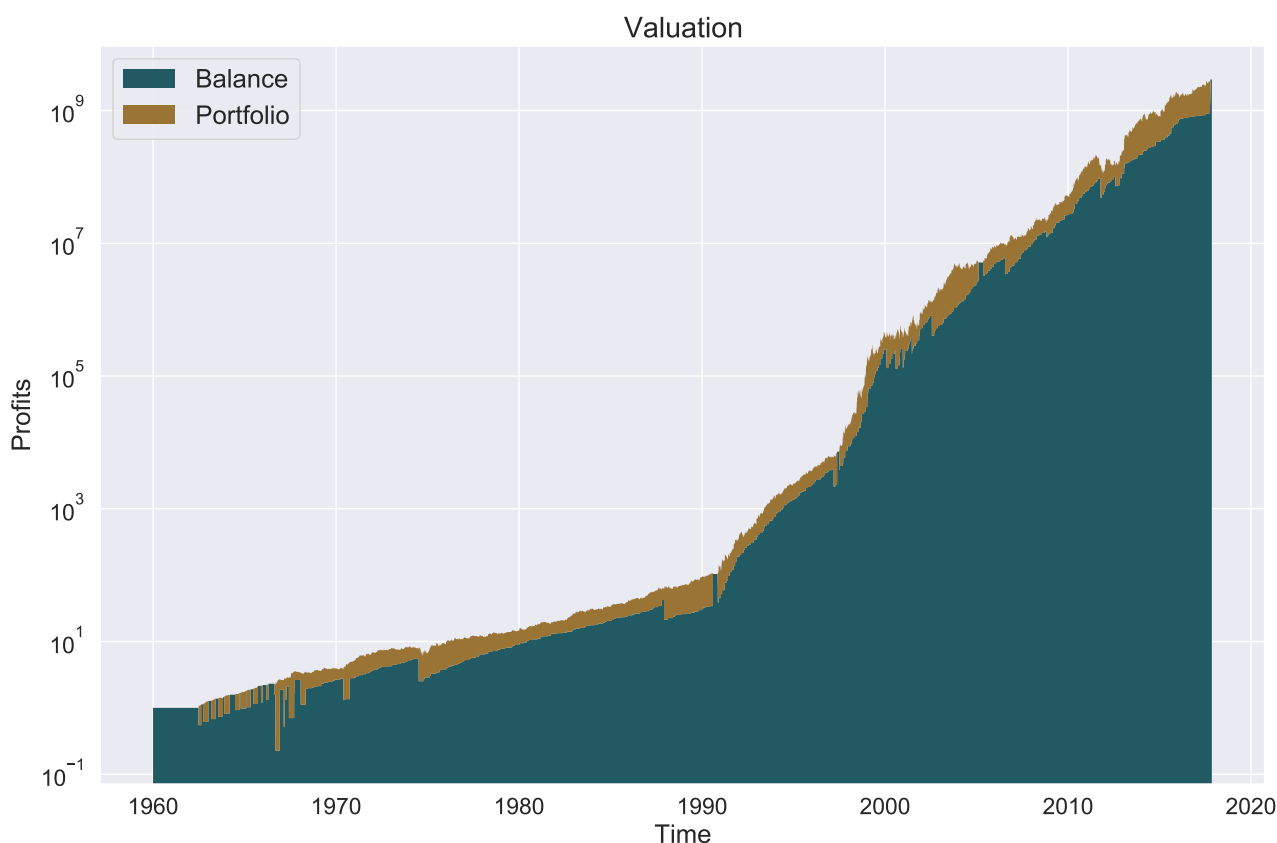
Οι μετοχές που χρησιμοποιήθηκαν για την περίπτωση Small, καθώς και οι ημερομηνίες που σηματοδοτούν την έναρξη της αντίστοιχης εποχής φαίνονται στον Πίνακα 3.1. Στον πίνακα αυτό έχει επίσης παρατεθεί το διαθέσιμο κεφάλαιο στην αρχή κάθε εποχής, καθώς και το πλήθος συναλλαγών που έχει πραγματοποιηθεί μέχρι εκείνη τη στιγμή. Σε ό,τι αφορά τις υπόλοιπες παραμέτρους του αλγορίθμου, για την πρώτη εποχή επιλέχθηκαν οι τιμές $L = H = 80$ και $A = 77$, ενώ για τις υπόλοιπες τρεις οι τιμές $L = H = 40$ και $A = 36$.

Εποχή	Ημερομηνία έναρξης	Μετοχή	Διαθέσιμο κεφάλαιο	Πλήθος συναλλαγών
#1	25/06/1962	GE	1,00\$	0
#2	31/10/1990	ORCL	103,90\$	311
#3	22/05/1997	AMZN	7.259,67\$	472
#4	24/03/2005	NFLX	5.135.663,92\$	673

Πίνακας 3.1: Πίνακας διαθέσιμου κεφαλαίου, πλήθους συναλλαγών και μετοχών ανά εποχή.

Όπως ήταν σχεδιασμένο, τα παραπάνω στοιχεία υποδεικνύουν πως η αύξηση των εσόδων ανά εποχή δεν είναι γραμμική με το πλήθος συναλλαγών. Για παράδειγμα, ενώ στην πρώτη εποχή

311 συναλλαγές οδηγούν σε κέρδος 103,90\$, κατά τη δεύτερη εποχή, με μόλις 161 επιπλέον συναλλαγές, προκύπτει κέρδος 7.155,77\$. Στο τέλος της τέταρτης εποχής, οι συνολικές συναλλαγές που έχουν πραγματοποιηθεί είναι 997, ενώ τα συνολικά έσοδα είναι 2.938.361.782,58\$, δηλαδή σχεδόν 3 δισεκατομμύρια δολάρια. Ο σχετικός κώδικας παρουσιάζεται στα notebooks που φέρουν την ένδειξη `Small File`, ενώ οι ακριβείς συναλλαγές βρίσκονται στο αρχείο `small.txt`, τα οποία επισυνάπτονται με την παρούσα αναφορά. Επισυνάπτεται, επιπλέον, το notebook με όνομα `Valuation Script`, βάσει του οποίου δημιουργείται το διάγραμμα αποτίμησης, το οποίο για την περίπτωση `Small` φαίνεται στην Εικόνα 3.2.



Εικόνα 3.2: Διάγραμμα αποτίμησης για τις συναλλαγές της περίπτωσης `Small`.

4 ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ - ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ `LARGE`

Ο τρόπος με τον οποίο επιλέχθηκε να ελέγχεται το πλήθος των συναλλαγών ανά εποχή στον παραπάνω αλγόριθμο δεν ήταν θέτοντας ένα άνω όριο στις συναλλαγές ανά χρονικά διαστήματα, αλλά μέσω κατάλληλης ρύθμισης των παραμέτρων `L`, `A` και `H`. Μέσω πειραματισμού, διαπιστώθηκε πως με κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων αυτών για την πρώτη εποχή και χρησιμοποιώντας τις ίδιες 4 μετοχές, τα κέρδη μπορούσαν να διπλασιαστούν με λιγότερες από 100 επιπλέον κινήσεις. Ο λόγος για αυτό ήταν πως μέσω ενός τύπου φαινομένου-ντόμινο, η μεγιστοποίηση του κέρδους κατά την πρώτη εποχή οδηγούσε σε μεγιστοποίηση των κερδών για τις επόμενες (μεγαλύτερο κέρδος στο τέλος της πρώτης εποχής οδηγεί σε μεγαλύτερη συσσώρευση κατά τη διάρκεια της δεύτερης και συνεπώς μεγαλύτερο κέρδος στο τέλος της, κ.ο.κ.). Με το μέγιστο πλήθος κινήσεων να είναι 1000 φορές υψηλότερο στην περίπτωση `Large` και βάσει της παρατήρησης αυτής, ο αλγόριθμος υπέστη τις ακόλουθες τροποποιήσεις.

Η έννοια των εποχών έπαψε να υφίσταται με την προηγούμενη σημασία της και το πρόβλημα χωρίστηκε σε δύο εποχές: την πρώτη εποχή, κατά την οποία πραγματοποιούνταν συναλλαγές χρησιμοποιώντας τον παραπάνω αλγόριθμο αυτούσιο και μόνο για τη μετοχή GE, και τη δεύτερη εποχή, όπου συναλλαγές πραγματοποιούνταν με μετοχές άλλου είδους. Η μετάβαση από τη μια εποχή στην άλλη σηματοδοτήθηκε με την πώληση όλων των μετοχών GE και την αγορά των πρώτων μετοχών διαφορετικού είδους, ενώ κατά τη δεύτερη εποχή πραγματοποιούνταν ταυτόχρονα συναλλαγές με περισσότερες από μία μετοχές. Με το πλήθος συναλλαγών να μην αποτελεί πλέον ουσιαστικό εμπόδιο, οι παράμετροι L , A , H τέθηκαν στις τιμές $L = H = 10$ και $A = 1$ για την πρώτη εποχή και έτσι, με το πέρας της, τα συνολικά κέρδη ήταν **46.576.041,09\$** μετά από **10.278** συναλλαγές.

Η δεύτερη εποχή ξεκίνησε στις 07/09/1984 με την αγορά της πρώτης μονάδας της μετοχής AAPL. Για τη δεύτερη εποχή, ο αλγόριθμος που έλεγχε τις συναλλαγές ήταν πολύ απλούστερος από τον παραπάνω, αφού πλέον το αρχικό κεφάλαιο (εννοώντας εδώ το κεφάλαιο στην αρχή της δεύτερης εποχής) ήταν πολύ υψηλότερο: για κάθε μετοχή s που λήφθηκε υπ' όψιν, υπολογίστηκε η βέλτιστη χρονική στιγμή για την αγορά μονάδων της. Οι μόνες επιτρεπτές συναλλαγές για τη μετοχή s ήταν αρχικά αγορές της σε Low τιμή στο μέγιστο επιτρεπτό όγκο, μέχρι να έχουν πραγματοποιηθεί N_s αγορές της σε Low τιμή, με το N_s να είναι διαφορετικό για κάθε είδος μετοχής και τέτοιο, ώστε να επιτρέπει τη μεγιστοποίηση των κερδών, χωρίς να προκύπτει οποιαδήποτε χρονική στιγμή πρόβλημα χρεοκοπίας. Μετά από τις N_s αυτές αγορές, πραγματοποιούνταν καθημερινά intra-day trading στην αλληλουχία τύπου Action της κάθε μετοχής. Πριν τη λήξη της δεύτερης εποχής, δηλαδή πριν τις 10/11/2017, το σύνολο των διαθέσιμων μετοχών πουλήθηκε σε τιμές High έτσι, ώστε στις 10/11/2017 να μην υπάρχει καμία μονάδα καμίας μετοχής που να μην έχει πουληθεί. Τέλος, σε προσεκτικά επιλεγμένες ημερομηνίες (ούτως ώστε να μην προκύψει χρεοκοπία) για συγκεκριμένες μετοχές (κυρίως της AAPL), αντί για intra-day trading πραγματοποιήθηκαν επιπλέον αγορές σε τιμή Low, οι οποίες επηρέασαν σημαντικά τα τελικά έσοδα.

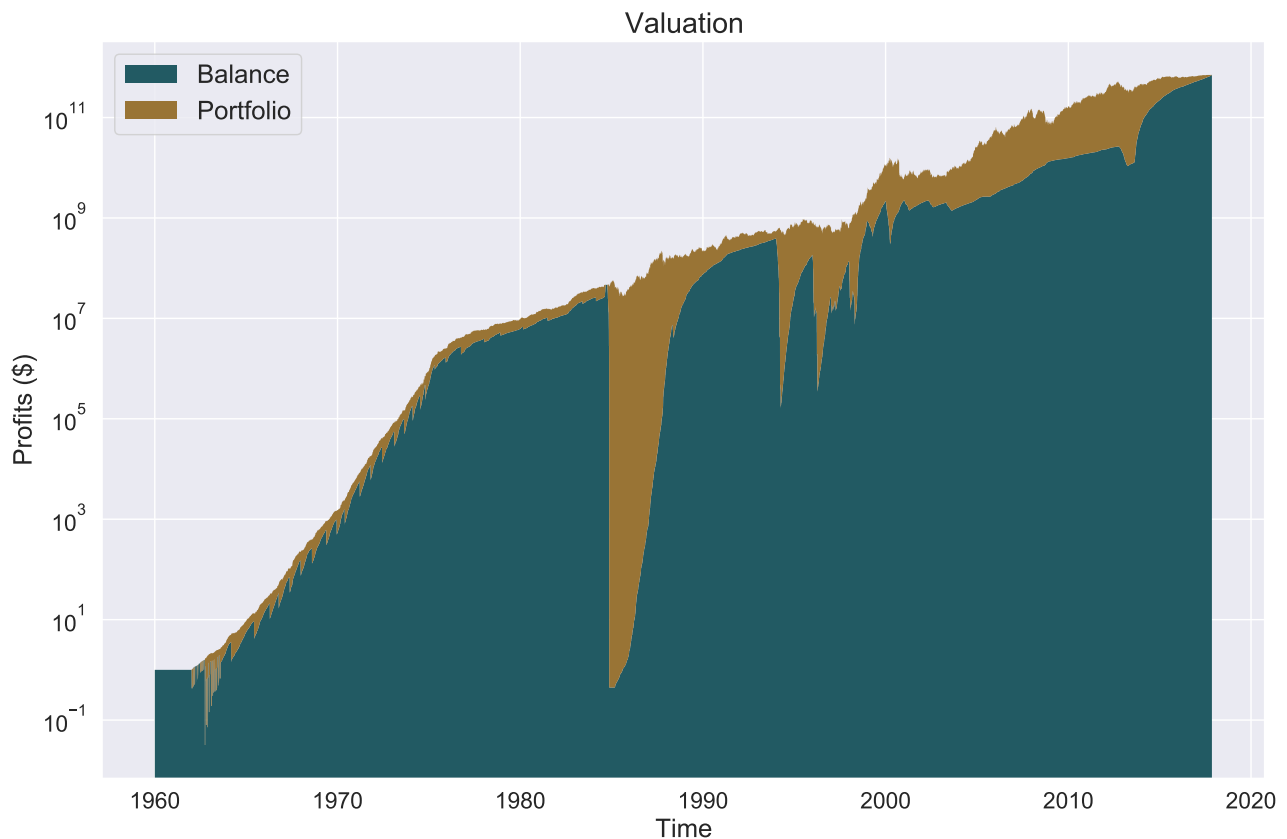
Οι μετοχές που λήφθηκαν υπ' όψιν για τη δεύτερη εποχή ήταν οι AAPL, ORCL, AGN, AMZN, NFLX, TSLA και FB, και στον Πίνακα 4.1 απεικονίζονται οι τιμές που επιλέχθηκαν για το N_s κάθε μετοχής, καθώς και η ημερομηνία πρώτης αγοράς για την καθεμιά τους.

Μετοχή s	N_s	Ημερομηνία πρώτης συναλλαγής
AAPL	49	07/09/1984
ORCL	60	02/03/1988
AGN	70	17/02/1993
AMZN	50	16/05/1997
NFLX	140	25/02/2005
TSLA	80	26/09/2010
FB	140	18/05/2012

Πίνακας 4.1: Πίνακας μετοχών που λήφθηκαν υπ' όψιν κατά τη δεύτερη εποχή, μαζί με το αντίστοιχο N_s και την ημερομηνία πρώτης συναλλαγής.

Στο τέλος της δεύτερης εποχής και έπειτα από **73.880** συναλλαγές συνολικά, τα έσοδα ήταν **707.739.742.130,71\$**, δηλαδή περισσότερα από 700 δισεκατομμύρια δολάρια, αξιοποιώντας μόλις το 7.38% επί του συνόλου των επιτρεπτών συναλλαγών. Φυσικά, δουλεύοντας με περισσότερες μετοχές (οι οποίες κατά προτίμηση αγοράζονται αφότου αγορασθούν οι πρώτες μετοχές AAPL), το συνολικό αυτό κέρδος μπορεί να αυξηθεί περισσότερο, όμως επιλέχθηκε στην παρούσα αναφορά να παρουσιαστούν τα παραπάνω, προκειμένου να δοθεί έμφαση στο πόσο

υψηλό μπορεί να είναι το κέρδος χρησιμοποιώντας μόλις 8 είδη μετοχών και με τόσο λίγες κινήσεις, μόνο και μόνο επειδή υπήρχε η δυνατότητα πολλών συναλλαγών (και άρα συσσώρευση μεγάλης ποσότητας κεφαλαίου) κατά την πρώτη εποχή⁵. Ο κώδικας για τα παραπάνω παρουσιάζεται στο notebook που φέρει την ένδειξη `Large File`, ενώ οι ακριβείς συναλλαγές βρίσκονται στο αρχείο `large.txt`. Τέλος, στην Εικόνα 4.1, παρατίθεται το διάγραμμα αποτίμησης για την περίπτωση `Large`. Σημειώνεται πως ορισμένες απότομες πτώσεις του `Balance` οφείλονται στις επιπλέον αγορές των μετοχών που αναφέρθηκαν παραπάνω, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν σε ορισμένες ημερομηνίες αντί για *intra-day trading*, παρότι είχε παρέλθει το διάστημα N_s ημερών που αντιστοιχούσαν στην αρχική συσσώρευσή τους.



Εικόνα 4.1: Διάγραμμα αποτίμησης για τις συναλλαγές της περίπτωσης `Large`.

Κλείνοντας την παρούσα αναφορά, αξίζει να αναφερθεί πως με τη διαδικασία συσσώρευσης μετοχών που χρησιμοποιήθηκε στους παραπάνω αλγορίθμους και τις συνθήκες του προβλήματος όπως αυτές παρουσιάστηκαν στην εκφώνηση του ακαδημαϊκού έτους 2020-2021, παρά την ύπαρξη προμήθειας κατά τις αγοραπωλησίες, το γεγονός πως η συνθήκη (iii) δεν υπήρχε οδήγησε σε τελικά κέρδη της τάξης των τρισεκατομμυρίων στην περίπτωση `Large`.

⁵ Δεδομένου πως δεσμευτήκαμε να δωρίσουμε στον κ. Παπασπύρου περίπου 707 εκατομμύρια δολάρια, θεωρούμε πως δε θα έχει αντίρρηση να ξεκουράσουμε λίγο τον κακόμοιρο λογιστή που θα αναλάβει να πραγματοποιήσει 73.880 συναλλαγές, αντί για 1.000.000, λαμβάνοντας μάλιστα πολύ μικρότερο μισθό.