

Στοχαστικές Ανελίζεις
Εξετάσεις Σεπτεμβρίου 2009

Ζήτημα 1^ο. Παίκτης κερδίζει ή χάνει 1€ με πιθανότητα p και $q=1-p$ αντίστοιχα.

- (α) Να προσδιορίσετε τη μέση διάρκεια του παιχνιδιού όταν ο παίκτης ξεκινά με ποσό $a\epsilon$ και ο αντίπαλος του διαθέτει ποσό $b\epsilon$ στις περιπτώσεις: $p \neq q$ και (ii) $p = q$.
(β) Ποια η μέση διάρκεια του παιχνιδιού όταν $p < q$ και $b = \infty$?

Ζήτημα 2^ο. Να δειχθούν τα παρακάτω:

- (α) Για τις ιδιοτιμές λ_j , ($j=1, \dots, s$) ενός $(s \times s)$ -στοχαστικού πίνακα \mathbf{P} ισχύει: $\lambda_j \leq 1$.
(β) Η μονάδα αποτελεί ιδιοτιμή κάθε στοχαστικού πίνακα \mathbf{P} .

Τι συνεπάγεται η ύπαρξη περισσότερων της μιας ιδιοτιμών με μέτρο τη μονάδα;

Ζήτημα 3^ο. Να δοθούν οι ορισμοί για τις παρακάτω έννοιες: (α) *Παροδικότητα*, (β) *επαναληπτικότητα*, (γ) *γνήσια επαναληπτικότητα*, (δ) *περιοδικότητα* και (ε) *εργοδικότητα*.

Ζήτημα 4^ο. Θεωρούμε τον τυχαίο περίπατο πάνω στο σύνολο των μη αρνητικών ακεραίων $\{0, 1, 2, \dots\}$ με πιθανότητες μετάβασης $p_{i,i+2} = v_i$ και $p_{i,i} = 1 - v_i$, με $0 < v_i < 1$, για όλα τα $i \geq 0$.

- α) Να εξετάσετε αν υπάρχει κλάση παροδικών καταστάσεων (Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας).
β) Να εξετάσετε αν υπάρχει κλάση επαναληπτικών και να προσδιορίσετε την κατανομή ισορροπίας αυτής. Ποια η απαιτούμενη συνθήκη για την ύπαρξη της εν λόγω κατανομής;