[redacted]

Στοχαστικές Διεργασίες και Βελτιστοποίηση στη Μηχανική Μάθηση

ΘΕΜΑ 1ο:

1. Supervised Learning: b, d, f, i

2. Unsupervised Learning: b, c, e

3. Reinforcement Learning: α, h, g

ΘΕΜΑ 2ο

(α) Διαφορά Value - Policy Iteration:

Ο αλγόριθμος Policy iteration ξεκινάει από μια πολιτική, υπολογίζει την value function, στην πορεία βρίσκει μια άλλη καλύτερη (ή ίδια) πολιτική. Δηλ. την ανανεώνει σε κάθε επανάληψη μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη πολιτική.

Αντιθέτως, ο Value Iteration ξεκινάει από μια Value function, και την βελτιώνει συνεχώς επαναληπτικά, μέχρι να φτάσει στην βέλτιστη. Στο τέλος εξάγει την βέλτιστη πολιτική.

(β) Διαφορά Value/Policy Iteration με Q-learning:

Ο αλγόριθμος Q-learning δεν θεωρεί γνωστές τις πιθανότητες μεταβάσεων αλλά και των rewards, μεταξύ των μεταβάσεων.

(γ) $V_{old}(K) = 1.4$, $V_{old}(\Pi) = 0.5$, $V_{old}(A) = 1$, $V_{old}(\Delta) = 1.1$

$$V_{new}(s) = \max_a \begin{cases} \uparrow \; 0.7(-4 + 0.9\cdot 0.5) + 0.15(1+0.9\cdot 1) + 0.15(2+0.9\cdot 1.1) \\ \downarrow \; 0.7(+10 + 0.9\cdot 1.4) + 0.15(1+0.9\cdot 1) + 0.15(2+0.9\cdot 1.1) \\ \rightarrow \; 0.7\cdot(+2+0.9\cdot 1.1) + 0.15(10+0.9\cdot 1.4) + 0.15(-4+0.9\cdot 0.5) \\ \leftarrow \; 0.7\cdot(1+0.9\cdot 1) + 0.15(+10\cdot 0.9\cdot 1.4) + 0.15(-4+0.9\cdot 0.5) \end{cases}$$

$$V_{new}(s) = \max_a\left(\overset{\uparrow}{-1.75},\ \overset{\downarrow}{8.61},\ \overset{\rightarrow}{3.24},\ \overset{\leftarrow}{2.48}\right)$$

άρα: $\boxed{V_{new}(s) = 8.61}$

ΘΕΜΑ 3ο

(α) Ο αλγόριθμος Hill Climbing είναι ευριστικής αναζήτησης. Πάντοτε διαλέγει καταστάσεις οι οποίες βελτιώνουν την συνάρτηση που μελετάει, δηλ. οδηγεί σε ακρότατο, αγνοώντας τις υπόλοιπες καταστάσεις. Εξαιτίας αυτού όμως παγιδεύεται σε τοπικά ακρότατα - μη βέλτιστες λύσεις.

Ο simulated annealing στο ίδιο πρόβλημα, δεν απορρίπτει πάντοτε μια «χειρότερη» κατάσταση, αλλά κάποιες φορές την αποδέχεται, με μια πιθανότητα η οποία όσο προχωράει ο αλγόριθμος όλο και μικραίνει. Έτσι, κάνοντας λάθος κάποιες φορές, απεγκλωβίζεται από τοπικά ακρότατα.

(β) Όταν η proposed ενέργεια > ενέργεια συστήματος, ο έλεγχος για το αν θα πραγματοποιεί το βήμα γίνεται με τη σχέση: $prob = \exp\left(-\frac{E_{prop} - E_c}{T_c}\right)$.

Επομένως όσο η $T_c \uparrow$ αυξάνει η πιθανότητα αποδοχής κάποιου χειρότερου βήματος. Ενώ καθώς $T_c \downarrow$ επιλέγονται οι καλές κινήσεις.

(γ) $E_1 = 37$ $E_2 = 65$, $T_c = 16$

αφού $E_2 > E_1$: $prob = \exp\left(-\frac{65-37}{16}\right) = 0.1738$

αν $a \in [0, 0.1738]$ Το βήμα θα πραγματοποιηθεί.

ΘΕΜΑ 4ο:

(α) Ο Naive Bayes κάνει την παραδοχή πως υπάρχει ανεξαρτησία μεταξύ των features.

Πλεονεκτήματα:

→ Απλός, εύκολος στην υλοποίηση.

→ Δεν χρειάζεται πολλά Training data.

→ Χειρίζεται διακριτά και συνεχή δεδομένα

→ Γραμμικό scalability με τα features.

→ Αν και στην πραγματικότητα σπάνια ισχύει η ανεξαρτησία δίνει καλά αποτελέσματα.

→ Είναι γρήγορος

→ χρησιμοποιείται και για Binary και για multiclass classification.

(β) Συμβολίζω : Εμφάνισαν πονοκέφαλο με "+"
Δεν -"- -"- με "−"

Ψάχνω: $P(+|\Gamma,Y,\geq 50)$, $P(-|\Gamma,Y,\geq 50)$

→ $P(+|\Gamma,Y,\geq 50) = P(+)\cdot P(\Gamma|+)\cdot P(Y|+)\cdot P(\geq 50|+)$

→ $P(-|\Gamma,Y,\geq 50) = P(-)\cdot P(\Gamma|-)\cdot P(Y|-)\cdot P(\geq 50|-)$

PRIORS : $P(+) = \frac{2990}{5000} = 0.598$, $P(-) = \frac{2010}{5000} = 0.402$

$P(\Gamma|+) = \frac{1270}{2990} = 0.425$, $P(\Gamma|-) = \frac{730}{2010} = 0.363$

$P(Y|+) = \frac{1090}{2990} = 0.365$, $P(Y|-) = \frac{1190}{2010} = 0.592$

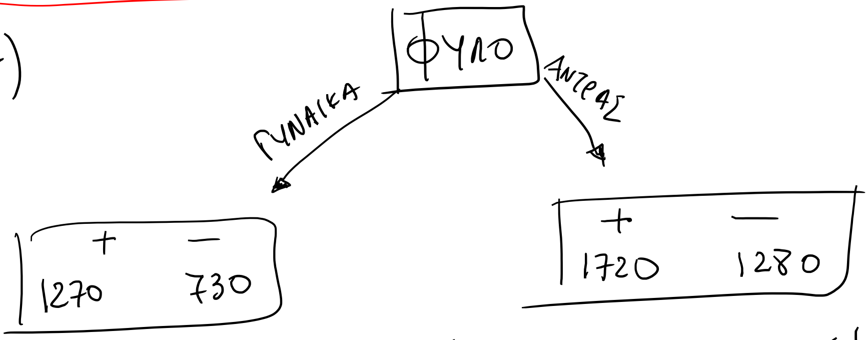
$P(\geq 50|+) = \frac{1790}{2990} = 0.599$, $P(\geq 50|-) = \frac{1410}{2010} = 0.701$

άρα: $P(+|\Gamma,Y,\geq 50) = 0.598\cdot 0.425\cdot 0.365\cdot 0.599 = \underline{0.055566}$

$P(-|\Gamma,Y,\geq 50) = 0.402\cdot 0.363\cdot 0.592\cdot 0.701 = \underline{0.0609}$

Άρα η γυναίκα ΔΕΝ εμφάνισε πονοκέφαλο.

(γ)



$$Gini = 1 - \left(\frac{1270}{1270+730}\right)^2 - \left(\frac{730}{2000}\right)^2$$

$Gini = 0.46355$

$$Gini = 1 - \left(\frac{1720}{1720+1280}\right)^2 - \left(\frac{1280}{3000}\right)^2$$

$Gini = 0.4892444$

$$Gini_{weighted} = 0.46355\left(\frac{2000}{5000}\right) + 0.4892444\left(\frac{3000}{5000}\right)$$

⇒ $\boxed{Gini\ weighted = 0.478}$

ΕΜΒΟΛΙΟ

X → + 1900, − 820

Y → + 1090, − 1190

Gini = 0.421   Gini = 0.499

$$Gini_w = 0.421\left(\frac{2000}{4000}\right) + 0.499\left(\frac{2000}{4000}\right) = 0.456$$

ΗΛΙΚΙΑ

≥50 → + 1790, − 1410

<50 → + 1200, − 600

Gini = 0.493   Gini = 0.444

$$Gini_{weighted} = 0.493\left(\frac{3200}{5000}\right) + 0.444\left(\frac{1800}{5000}\right) = 0.473$$

Άρα το Εμβόλιο θα είναι στη ρίζα γιατί έχει χαμηλότερο gini.

ΘΕΜΑ 5ο

(α) Διαφορές μηχανής Boltzmann (BM) με Restricted Boltzmann Machine (RMB).

Σε ένα δίκτυο με BM, οι visible με τους hidden νευρώνες συνδέονται όλοι μεταξύ τους, ακόμα και αν βρίσκονται στο ίδιο layer. Στα RBMs νευρώνες του ίδιου layer δεν συνδέονται, εμφανίζουν δηλ. ένα διμερή γράφο. Η απλοποίηση αυτή στα RBMs τα κάνει καταλληλότερα για training καθώς είναι πιο φτηνά υπολογιστικά.

Εφαρμογές RBM:
→ Dimensionality Reduction
→ Feature Extraction
→ Classification
→ Stacking of RBMs → Deep belief Networks
→ Topic modelling

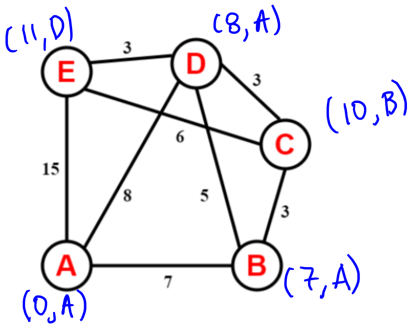
(β) Ο αλγόριθμος Metropolis Hastings λαμβάνει αποφάσεις (αποδοχή - απόρριψη) με βάση την πυκνότητα της κατανομής στο σημείο που εξετάζω αν θα αποδεχτώ. Αυτό δεν απαιτεί γνώση της Normalizing Constant (NC). Συγκεκριμένα αν $\pi(x)$ που έχω και $P(X) = NC \cdot \pi(x)$ η ακριβής κατανομή:

$$\frac{P(X_{new})}{P(X_{old})} = \frac{\cancel{NC}\cdot \pi(X_{new})}{\cancel{NC}\cdot \pi(X_{old})} = \frac{\pi(X_{new})}{\pi(X_{old})},$$

άρα δεν απαιτείται η γνώση της.

Το δείγμα των παρατηρήσεων που δημιουργούνται από τον αλγόριθμο είναι συσχετισμένο (autocorrelated).

ΘΕΜΑ 6ο :

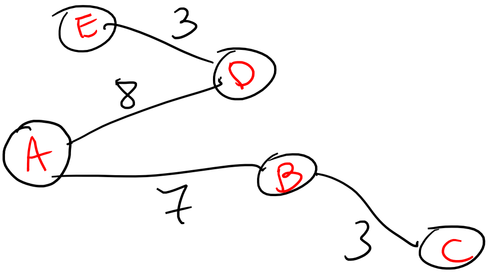


Σειρά: A, D, E, C, B

Επαναλήψεις:

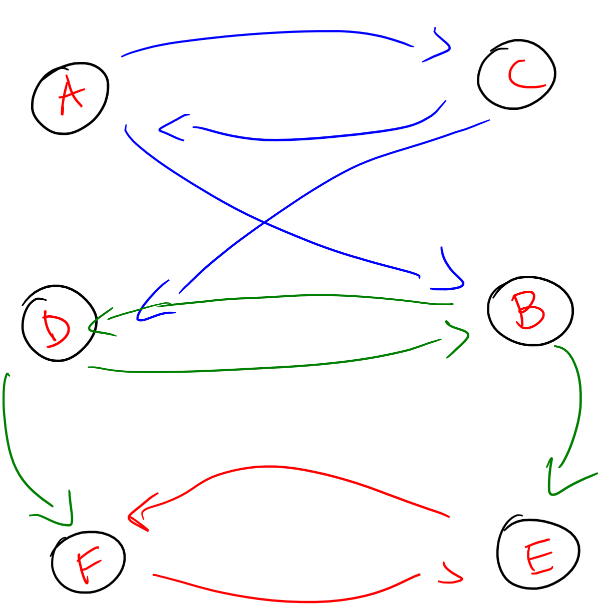
	A	D	E	C	B
#0 :	0	∞	∞	∞	∞
#1 :	0	8 (A)	15 (A)	∞	7 (A)
#2 :	0	8 (A)	11 (D)	10 (B)	7 (A)
#3 :	0	8 (A)	11 (D)	10 (B)	7 (A)

Οι τελικές αποστάσεις φαίνονται στο σχήμα:



ΘΕΜΑ 7ο

$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0.5 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0.3 \end{bmatrix}$$



$\{A, C\}$: ανοικτή

$\{D, B\}$: ανοικτή

$\{F, E\}$: κλειστή επαναληπτική

Εστιάζουμε στην κλειστή κλάση: $\mathbb{P} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 \end{bmatrix}$

$\pi = \pi \cdot \mathbb{P}$

$(\pi_1, \pi_2) = (\pi_1, \pi_2)\begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 \end{pmatrix}$ $\left\{ \begin{array}{l} \pi_1 = 0.4\pi_1 + 0.7\pi_2 \\ \pi_2 = 0.6\pi_1 + 0.3\pi_2 \\ \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{array} \right\} \rightarrow$

$\pi_1 + \pi_2 = 1$

$\rightarrow \pi_1 = 0.4\pi_1 + (1-\pi_1)\cdot 0.7 = 0.6\pi_1 = 0.7 - 0.7\pi_1 \rightarrow 1.3\pi_1 = 0.7$

$\rightarrow \boxed{\pi_1 = \frac{7}{13}}$ και $\pi_2 = 1 - \pi_1 \rightarrow \boxed{\pi_2 = \frac{6}{13}}$

άρα η αναλλοίωτη κατανομή είναι

$(\pi_A, \pi_B, \pi_C, \pi_D, \pi_E, \pi_F) = \left(0, 0, 0, 0, \frac{7}{13}, \frac{6}{13}\right)$

Νικόλαος Μανιάτης [redacted]