



# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής & Συστημάτων Πληροφορικής

Εργαστήριο Διαχείρισης και Βέλτιστου Σχεδιασμού Δικτύων - NETMODE

Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφου, 157 80 Αθήνα, Τηλ: 210-772.2503, Fax: 210-772.1452

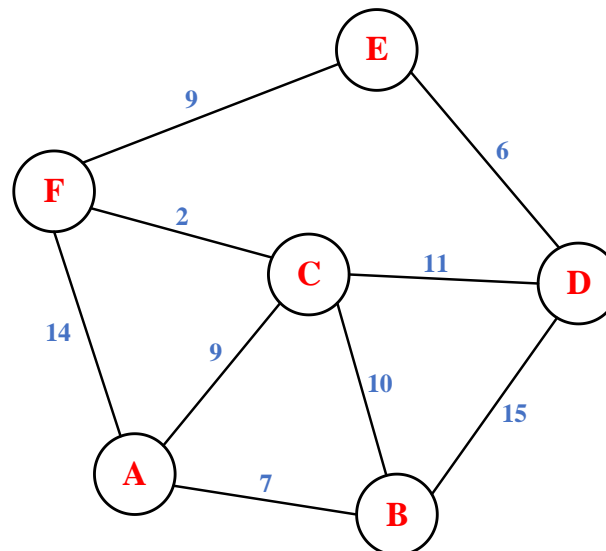
e-mail: maglaris@netmode.ntua.gr, URL: <http://www.netmode.ntua.gr>

## ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

(ΔΠΜΣ Επιστήμη Δεδομένων & Μηχανική Μάθηση)

### Ο Αλγόριθμος Bellman-Ford

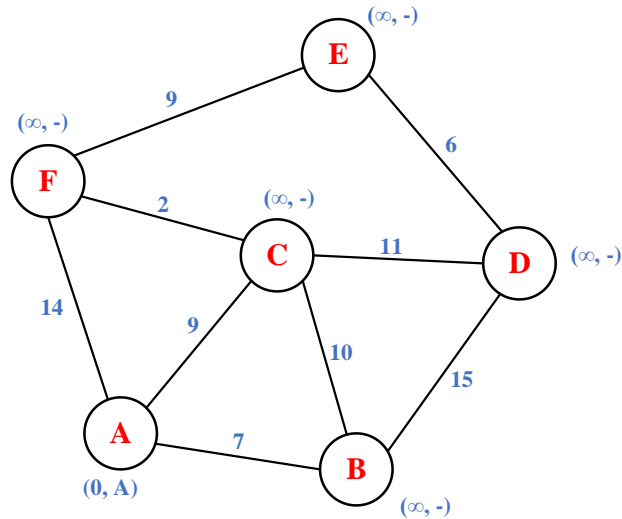
Να εκτελέσετε τον αλγόριθμο Bellman-Ford για να βρείτε τις συντομότερες διαδρομές από τον κόμβο A προς τους υπόλοιπους κόμβους του ακόλουθου γράφου:



Σε κάθε κόμβο  $i$  αντιστοιχούμε το ζεύγος  $(L_i, P(i))$ , όπου  $L_i$  είναι το τρέχον εκτιμώμενο κόστος από την πηγή A και  $P(i)$  η απόφαση επιλογής προηγούμενου κόμβου στην τρέχουσα εκτίμηση δρόμου από την πηγή A προς τον κόμβο (κατάσταση)  $i$ .

*Αρχικοποίηση:* Η πηγή (κόμβος A) αρχικοποιείται με label  $L_A = 0$ , ενώ οι υπόλοιποι κόμβοι με άπειρη τιμή. Ως προηγούμενος κόμβος της πηγής A αρχικοποιείται ο εαυτός της  $P(A) = A$ , ενώ για τις υπόλοιπες κανένας κόμβος.

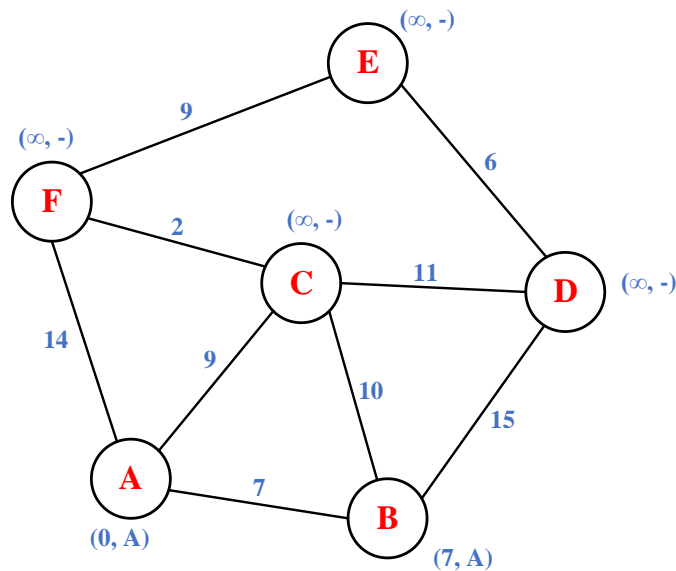
Κανόνας ανανέωσης των labels  $L_i$  των κόμβων  $i \neq A$  μέσω των εξισώσεων δυναμικού προγραμματισμού:  $L_i \leftarrow \min_j \{L_j + d_{ij}\}, \forall j$  που γειτονεύει με τον  $i$ .



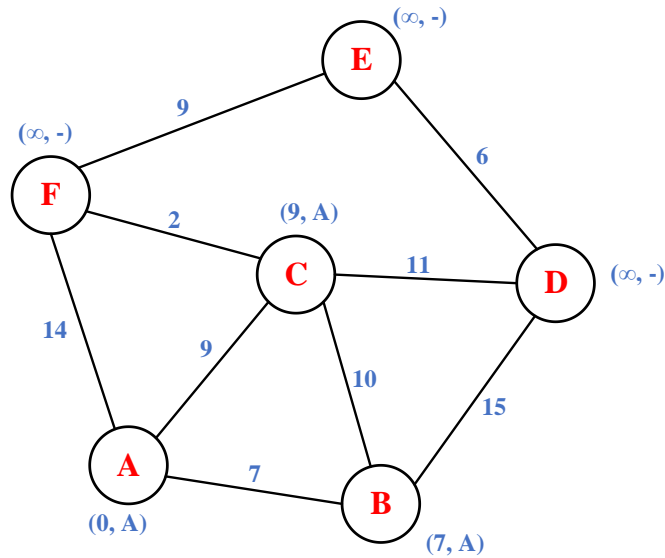
Σειρά ανανέωσης των κόμβων: B, C, D, F, E

Πρώτη επανάληψη:

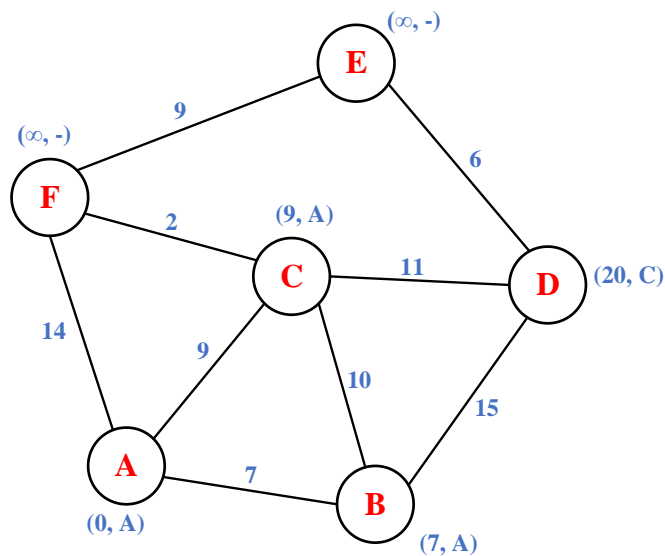
- Ανανέωση για τον κόμβο B: Η μόνη διαδρομή από τον κόμβο A είναι μόνο η απευθείας σύνδεση με κόστος  $L_B = 7$  και προηγούμενο κόμβο  $P(B) = A$ . Όλες οι άλλες διαδρομές έχουν άπειρο κόστος.



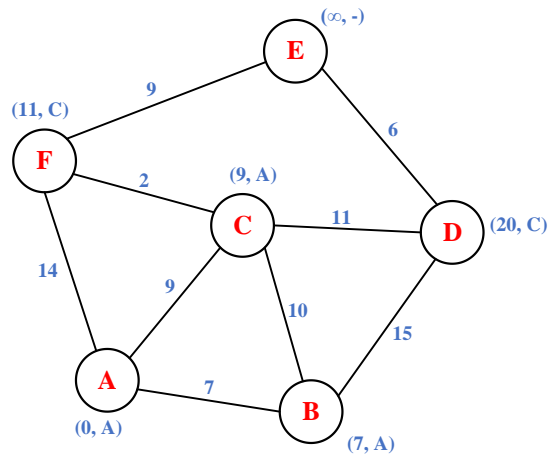
Ανανέωση για τον κόμβο C: Εναλλακτικές διαδρομές από τον κόμβο A είναι η απευθείας σύνδεση με κόστος  $L_C = 9$  ή διαμέσου του B με κόστος  $L_C = 10 + 7 = 17$ . Όλες οι άλλες διαδρομές έχουν άπειρο κόστος. Επιλέγεται η απευθείας διαδρομή με  $L_C = 9$  και  $P(C) = A$ .



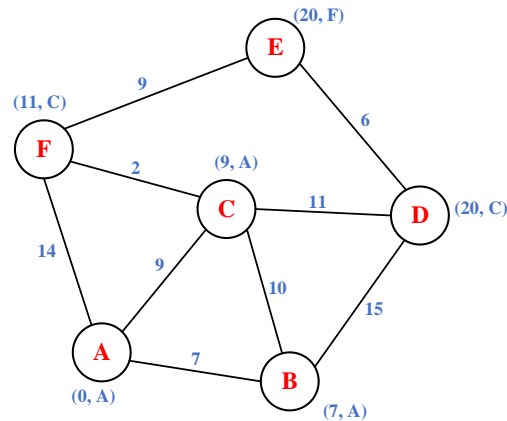
Ανανέωση για τον κόμβο D: Εναλλακτικές διαδρομές από τον κόμβο A είναι διαμέσου του C με κόστος  $L_D = 11 + 9 = 20$  ή διαμέσου του B με κόστος  $L_D = 15 + 7 = 22$ . Όλες οι άλλες διαδρομές έχουν άπειρο κόστος. Επιλέγεται η διαδρομή διαμέσου του C με  $L_D = 20$  και  $P(D) = C$ .



Ανανέωση για τον κόμβο F: Εναλλακτικές διαδρομές από τον κόμβο A είναι η απευθείας σύνδεση με κόστος  $L_F = 14$  ή διαμέσου του C με κόστος  $L_F = 2 + 9 = 11$ . Όλες οι άλλες διαδρομές έχουν άπειρο κόστος. Επιλέγεται η διαδρομή διαμέσου του C με  $L_F = 11$  και  $P(F) = C$ .

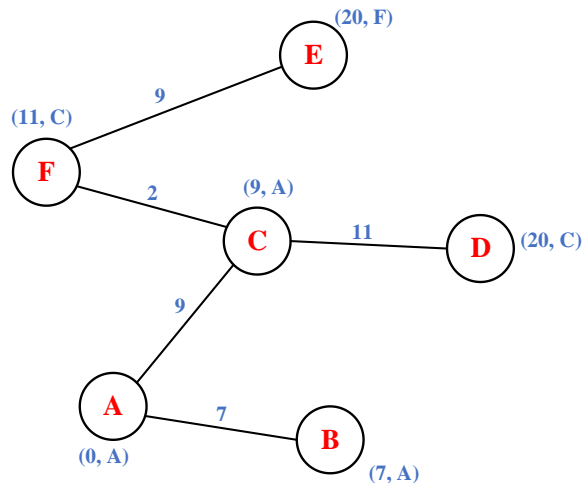


Ανανέωση για τον κόμβο E: Εναλλακτικές διαδρομές από τον κόμβο A είναι η διαδρομή διαμέσου του D με κόστος  $L_E = 6 + 20 = 26$  ή διαμέσου του F με κόστος  $L_E = 9 + 11 = 20$ . Επιλέγεται η διαδρομή διαμέσου του F με  $L_E = 20$  και  $P(E) = F$ .



Δεύτερη επανάληψη: Παρατηρούμε ότι τα labels των κόμβων δε θα αλλάξουν. Έτσι, ο αλγόριθμος τερματίζεται.

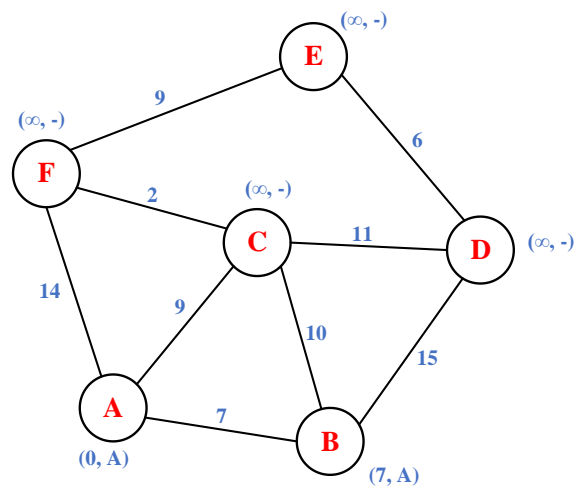
Το τελικό δέντρο βέλτιστης δρομολόγησης με ρίζα την πηγή A προκύπτει από τις τελικές αποφάσεις δρομολόγησης  $P(i), i = B, C, D, E, F$  ως εξής:



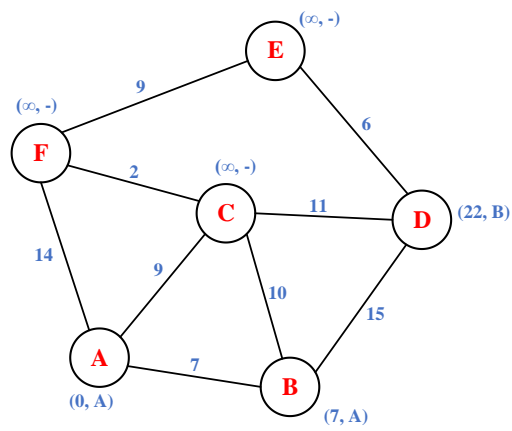
Σειρά ανανέωσης των κόμβων: B, D, E, F, C

Πρώτη επανάληψη:

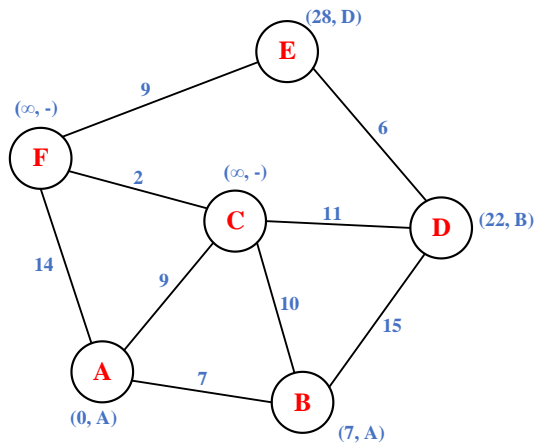
Ανανέωση για τον κόμβο B:



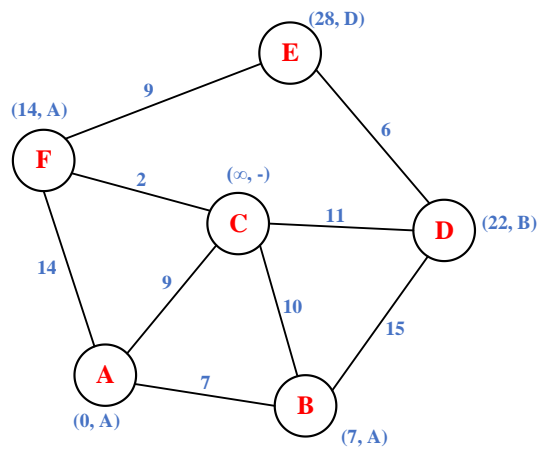
Ανανέωση για τον κόμβο D:



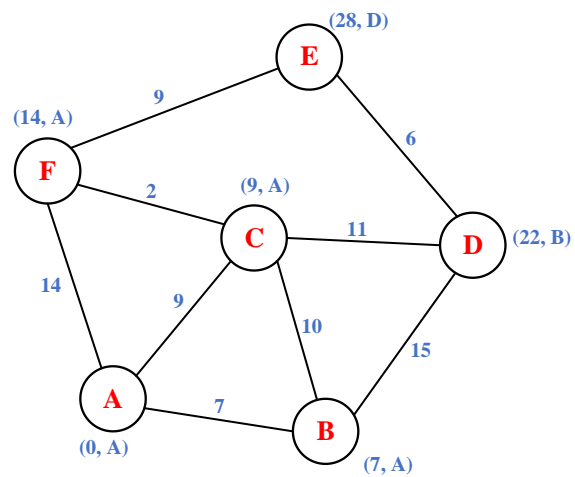
Ανανέωση για τον κόμβο E:



Ανανέωση για τον κόμβο F:



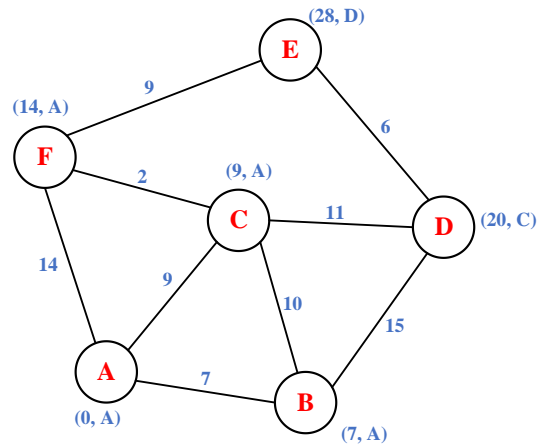
Ανανέωση για τον κόμβο C:



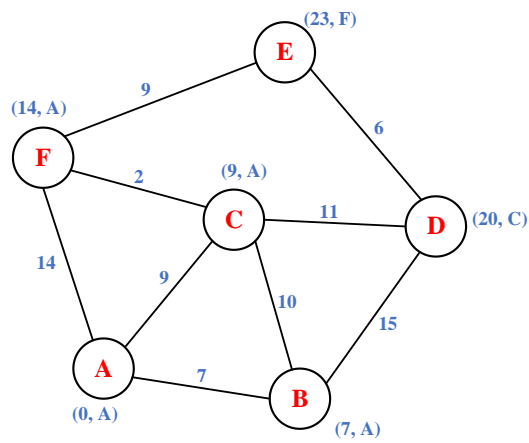
Δεύτερη επανάληψη:

Ανανέωση για τον κόμβο B: καμία αλλαγή

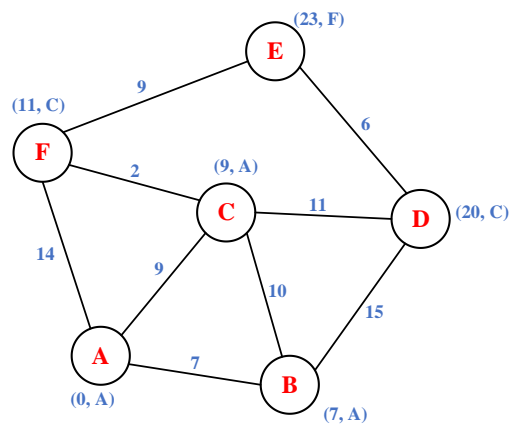
Ανανέωση για τον κόμβο D:



Ανανέωση για τον κόμβο E:



Ανανέωση για τον κόμβο F:



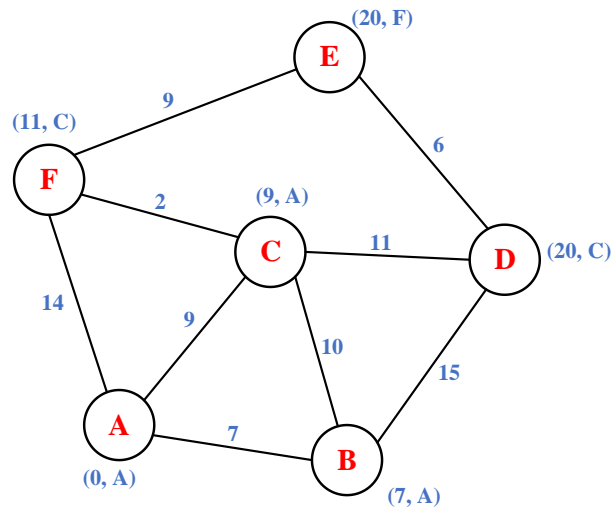
Ανανέωση για τον κόμβο C: καμία αλλαγή

Τρίτη επανάληψη:

Ανανέωση για τον κόμβο B: καμία αλλαγή

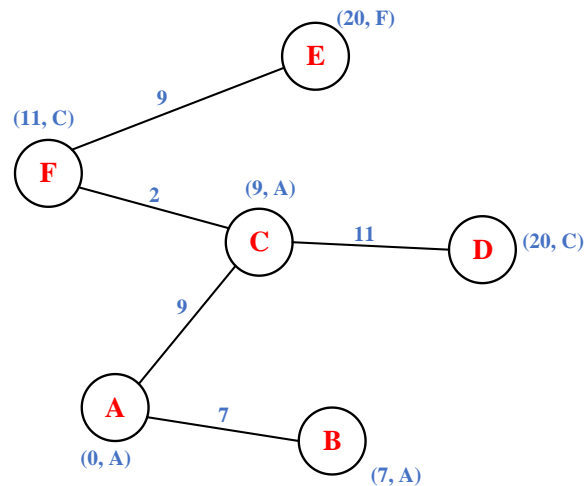
Ανανέωση για τον κόμβο D: καμία αλλαγή

Ανανέωση για τον κόμβο E:



Υπόλοιπες επαναλήψεις: Παρατηρούμε ότι τα labels των κόμβων δε θα αλλάξουν. Έτσι, ο αλγόριθμος τερματίζεται.

Το τελικό δέντρο βέλτιστης δρομολόγησης με ρίζα την πηγή A προκύπτει από τις τελικές αποφάσεις δρομολόγησης  $P(i)$ ,  $i = B, C, D, E, F$  ως εξής:



Συντάχθηκε από τους υπεύθυνους εργαστηριακής υποστήριξης του μαθήματος  
Νίκο Κωστόπουλο και Δημήτρη Πανταζάτο, Υποψήφιους Διδάκτορες Ε.Μ.Π.