数据组号	飞机 1	飞机 2	飞机 3	飞机 4	飞机 5	飞机 6	总角度
1	0	0	2.819	0	0	0.819	3.63
2	0.922	0	1.541	−2.544	0	3.610	8.61

飞行管理问题约束条件的线性化

徐元军　　曾九林　　韩伟群

（中南林学院，株州 412000）

指导教师：潘冬光

编者按：本文从相对运动出发，给出了两架飞机不碰撞条件的几何描述，得到了两机不碰撞的方向角范围，并对有关条件作了线性化处理，从而使原来的非线性约束化为线性约束。其特点在于：对约束条件的简化，注意了保留在区域内不碰、在区域外碰撞的角度范围，考虑较为全面。当然，对这一条件还可有其他处理方式。此处发表的是该文有关部分的摘录，编者只增添了极少的语句，使文意联贯。

关键词：碰撞条件，约束条件。

$$x_i = vtCos(\theta'_i + \triangle\theta_i) + x_{i0} \qquad 0 \leqslant x_i \leqslant 160$$
$$y_i = vtSin(\theta'_i + \triangle\theta_i) + y_{i0} \qquad 0 \leqslant y_i \leqslant 160$$

则飞机 i 与 j 间距离

$$d = \sqrt{(x_i - j_i)2 + (u_i - y_j)2}$$

(x_i, y_i)表示第 i 架飞机在 t 时刻的坐标

(x_{i0}, y_{i0})表示第 i 架飞机在 $t=0$ 时的坐标（$i=1,2,3,4,5$；$j=i+1, i+2\cdots\cdots 6$）新进入飞机编号为 6。

考虑利用两架飞机在区域内的相对速度来判断飞机的碰撞条件。

θ_i 表示两点的连线为始边，i 为圆心逆时针旋转到 v_i 的角（在两点连线的左端反向为负）。

θ_j 表示以两点的连线为始边，j 为圆心顺时针旋转到 v_j 的角（在两点连线的右端），反向为负。

θ_{ij}表示由点 i 到圆(以点 j 为圆心,8 为半径的圆)的切线与两点连线的夹角,($\theta_i>\theta_j$)。

由计算可得合成速度角度

$$\theta=\begin{cases}\dfrac{\theta_i-\theta_j}{2} & \theta\leqslant\dfrac{\pi}{2}\\ \pi-\dfrac{\theta_i-\theta_j}{2} & \theta>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

因为区域内所有飞机的坐标和方向角都是确定的,所以 θ_i,θ,θ_{ij}都是确定的,因此我们可以作出以下判断

i) 当 $\theta\leqslant 0$ 时两飞机不会碰撞。

ii)当 $\theta>\theta_{ij}$时两飞机不会碰撞。

iii) 当 $0<\theta<\theta_{ij}$时则必须对两飞机在区域内飞行的距离作讨论。

对每架飞机而言,在 30 度的调整范围内,它的坐标和原始方向角是确定的。所以我们可以求出每架飞机飞出此区域所用的最大可能时间 T_i。

当 a 对 b 以 v_{ij}的速度飞行时,θ 是确定的。

$$\mathrm{tg}\theta(d\text{-}OB)=\sqrt{8^2-OB^2}$$

式中 $\mathrm{tg}\theta$、d 都是定值,可解出 OB

当 $VT_i\cos\theta<(d\text{-}OB)$时,飞机 i 和 j 就不会相碰

我们为了简化后面规划的约束条件,可以把此处的约束放宽一些(因为上式中的 Ti 是比较强的约束)

$vT_i cos\theta<\sqrt{d^2-8^2}$,所以 $\theta<arc\ cos\dfrac{\sqrt{d^2-8^2}}{vT_i}$

综上所述,有:

i) 当 $\theta\leqslant 0$ 或者 $\theta>\theta_{ij}$时,两飞机不碰撞。

ii) 当 $0<\theta<\theta_{ij}$,且 $\theta<\mathrm{arc\ cos}\dfrac{\sqrt{\mathrm{d}^2-8^2}}{\mathrm{vT_i}}$时,两飞机不碰撞。

我们可以看出判断条件的表达式对 θ_i 来说是线性的,所以对于变化后的 $\theta_i=\theta_i+\triangle\theta_i$ 来说是线性的,对 θ_i 也是线性的。因此可以将约束条件近似为:

$$\begin{cases}\dfrac{\theta_i-\theta_j}{2}+\dfrac{\triangle\theta_i-\triangle\theta_j}{2}>\theta_{ij}-ZM-YM\\ \pi-\dfrac{\theta_i-\theta_j}{2}-\dfrac{\triangle\theta_i-\triangle\theta_j}{2}>\theta_{ij}-(1-Z)M-YM\\ \dfrac{\theta_i-\theta_j}{2}+\dfrac{\triangle\theta_i-\triangle\theta_j}{2}>arc\cos\dfrac{\sqrt{d^2-8^2}}{vT_i}-ZM-YM\\ \pi-\dfrac{\theta_i-\theta_j}{2}-\dfrac{\triangle\theta_i-\triangle\theta_j}{2}>arc\cos\dfrac{\sqrt{d^2-8^2}}{vT_i}(1-Z)M-YM\\ \triangle\theta_i-\triangle\theta_j=0+(Y-1)M\\ \dfrac{\theta_i-\theta_j}{2}-\dfrac{\triangle\theta_i-\triangle\theta_j}{2}<arc\cos\dfrac{\sqrt{d^2-8^2}}{rT_i}+ZM+(Y-1)M\\ \pi-\dfrac{\theta_i-\theta_j}{2}-\dfrac{\triangle\theta_i-\triangle\theta_j}{2}<arc\cos\dfrac{\sqrt{d^2-8^2}}{vT_i}+(1-Z)M+(Y-1)M\end{cases}$$

(式中 Z=1,0　y=1,0　M=10000　i=1,2…n-1,　j=i+1,…n)

飞行管理问题的线性规划模型

孙旭山　魏　华　吕晓光

(清华大学,北京 100084)

编者按:这份答卷的作者没有参加全国的竞赛,而是按照同样的题目和要求参加了学校的竞赛。全国评委会的同志在评阅完全国的优秀答卷后审阅了本文,一致认为该文很有特色,特予发表。

对本题一般都是建立了非线性规划模型,直接求解很困难。该文不仅运用相对速度将不相撞的约束条件线性化(对调整角改变量线性),而且经过合理的选择将目标函数也线性化,从而将整个问题成功地简化为线性规划模型。另外该文表述清晰,证明简洁。

关键词:线性规划,相对速度

一、数学模型

1. 模型假设

(1)新飞机进入边缘时,立即作出计算,每架飞机按照计算机计算后的指示立即作方向角改变(有的飞机方向角可不变)。