

I H C QU C GIA HÀ N I
TR NG I H C KHOA H C T NHIÊN

THI T K VÀ ÁNH GIÁ THU T TOÁN

Bài 1

M t s v n c b n v lí thuy t
thu t toán (*Algorithm Fundamentals*)

Nguy n Th H ng Minh

minhnhth@gmail.com

Nội dung

❖ M t s khái ni m c b n

- Bài toán
- Thu t toán
- C u trúc d li u
- Ch ng trình

❖ S l c v ph c t p thu t toán và ánh giá ph c t p

❖ Máy Turing

❖ Hàm qui nguyên th y

M u

Thu t toán là khái ni m n n t ng c a h u h t các l nh v c c a Tin h c.

“Thu t toán + C u trúc d li u = Ch ng trình”
(Algorithms + Data Structures = Programs)

(Niklaus Wirth)

M t s khái ni m c b n

- **Bài toán**

Thu t ng “bài toán” trong tin h c: l p các bài toán c th cùng lo i

- Ví d 1. S p x p m t dãy s theo th t

Cho: M t dãy s $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$

C n: Xác nh dãy $a' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$, a'_i thu c a , $a'_1 \leq \dots \leq a'_n$

- Ví d 2. Tìm ng i ng n nh t t u t i v c a th $G=(V,E)$

Cho: th G , nh u, v

C n: xác nh ng i d $= (u=v_1, v_2, \dots, v_n=v)$ (v_i, v_{i+1} thu c V , (v_i, v_{i+1}) thu c E) có dài ng n nh t.

- Bài toán c c u t o b i hai thành ph n c b n:

- Thông tin vào (input): Cung c p cho ta các d li u ã có
- Thông tin ra (output): Nh ng y u t c n xác nh.

- **Cho bài toán:** cho input và ouput.

- **Gi i bài toán:** t input, dùng m t s h u h n các b c thao tác có c s toán h c thích h p tìm c output theo yêu c u c a bài toán ra.

M t s khái ni m c b n

- **Thu t toán**

Thu t toán là m t dãy h u h n các thao tác n gi n c s p x p theo m t trình t xác nh dùng gi i m t bài toán.

Dãy các thao tác n gi n, có th “giao cho máy tính làm c” t input d n ra output m t cách t ng minh

- M t s c tr ng c a các thu t toán:
 - Tính t ng quát: áp d ng cho m t l p các bài toán
 - Tính d ng
 - Tính xác nh
 - Tính hi u qu
- M t s ph ng pháp di n t (hay mô t) thu t toán:
 - Li t kê t ng b c
 - S kh i
 - Gi mã (pseudo-code)

M t s khái ni m c b n

- **Thu t toán (ti p)**

Nghiên c u thu t toán quan tâm n nh ng v n sau :

- ***Gi i c b ng thu t toán***: L p bài toán nào gi i c b ng thu t toán, l p bài toán không gi i c b ng thu t toán.
- ***T i u hóa thu t toán***: Tìm nh ng thu t toán t t h n.
- ***Tri n khai thu t toán***: S d ng các ngôn ng l p trình th c hi n thu t toán trên máy tính.

=> **Hai l nh v c nghiên c u chính**

- Thi t k và ánh giá thu t toán
- L p trình.

M t s khái ni m c b n

- **C u trúc d li u**

- H u h t các thu t toán u ph i chú ý n các ph ng pháp t ch c d li u. C th là các i t ng thu t toán ti n hành các b c x lý.
- S liên h gi a c u trúc d li u và thu t toán r t ch t ch : Các thu t toán c n c thao tác trên các c u trúc d li u nào ó và các c u trúc d li u s c x lý b i các thu t toán nào ó.

- **Ch ng trình**

- Ch ng trình là s th hi n b ng m t ngôn ng l p trình c th m t thu t toán ã cho c xác nh trên m t c u trúc d li u xác nh.

Nội dung

❖ M t s khái ni m c b n

- Bài toán
- Thu t toán
- C u trúc d li u
- Ch ng trình

❖ S l c v ph c t p thu t toán và ánh giá ph c t p

❖ Máy Turing

❖ Hàm qui nguyên th y

Số lượng và phân tích thu nhập toán

- **Phân tích đánh giá thu nhập toán:**
 - Có ứng dụng không?
 - Có hiệu quả không?
- **Tính hiệu quả :**
 - Thời gian (số lượng các bước tính toán).
 - Không gian (tài nguyên sử dụng khi thu nhập toán thi hành).
- **phân tích thời gian** là số đánh giá về thời gian tính của thu nhập toán.
- **phân tích không gian** là số đánh giá về tài nguyên, chủ yếu là bộ nhớ.

Số lượng phép tính thu được

- **Ví dụ** : So sánh hai thuật toán sắp xếp với dãy có $n = 10^6$ phần tử

Thuật toán xếp chèn (*insertion sort*) có phép tính toán là $c_1 n^2$

Thuật toán xếp trộn (*merge sort*) có phép tính toán là $c_2 n(\lg n)$

So sánh:

Hệ số cho xếp chèn ($c_1=2$), tổng tính toán 10^9 (1t) phép tính trên giây

$$T_{\text{chèn}} = 2 \cdot (10^6)^2 \text{ thao tác} / 10^9 \text{ thao tác trên giây} = 2000 \text{ giây}$$

Hệ số cho xếp trộn ($c_2=50$), tổng tính toán 10^7 phép tính trên giây

$$T_{\text{trộn}} = 50 \cdot (10^6 \lg 10^6) \text{ thao tác} / 10^7 \text{ thao tác trên giây} \approx 100 \text{ giây}$$

=> Thuật toán xếp trộn nhanh hơn xếp chèn tới 20 lần.

Nếu kích thước vào lớn hơn, ví dụ sắp xếp 10^8 (10 triệu) phần tử thì kết quả so sánh sẽ là **2.3 ngày** so với **20 phút**!

Số liệu và ví dụ thi t k và ánh giá thu t toán

- **Thi t k thu t toán**

- Nghiên cứu về thi t k thu t toán là lĩnh vực cần nhiều sự quan tâm.
Các kỹ thuật nghiên cứu thu t toán nhằm các hướng chính:
 - Nghiên cứu thu t toán cho các lớp bài toán cụ thể
 - Nghiên cứu các phương pháp tổng quát
- Các phương pháp thi t k thu t toán cơ bản
 - Phương pháp chia trị (*Divide-and-Conquer method*)
 - Phương pháp quay lui (*BackTracking method*)
 - Phương pháp tham lam (*Greedy method*)
 - Phương pháp quy hoạch động (*Dynamic Programming method*)
 - Phương pháp nhánh cận (*Branch-and-Bound method*)
 - Phương pháp xấp xỉ (*Approximation method*)
 - Phương pháp heuristics

Silic và vị c thi t k và ánh giá thu t toán

- **ánh giá thu t toán**
 - Là vị c phân tích bài toán, xác nh các y u t liên quan n ph c t p c a thu t toán
 - Hai ph ng pháp chính:
 - *Ph ng pháp th c nghi m*
 - *Ph ng pháp lí thuy t*

Số lượng ví dụ thi t k và ánh giá thu t toán

- **ánh giá thu t toán**

- *Phương pháp thực nghiệm*

L p trình, ch y th nh m, ghi nh n các s o v ph c t p.

Ưu i m: Có th ánh giá c t t c các thu t toán kh trình.

Nh c i m: B h n ch và ph thu c vào máy tính th c hi n.

- *Phương pháp lý thuyết*

S d ng các công c toán h c nh i s , gi i tích xác nh các thông s v ph c t p thông qua các bi u th c, các hàm toán h c theo l n c a d li u vào.

Ưu i m: không ph thu c ngôn ng l p trình, lo i máy tính;

ánh giá c v i d li u có kích th c l n.

Nh c i m: Khó vì bi u di n các ràng bu c v m t toán h c

Nội dung

❖ M t s khái ni m c b n

- Bài toán
- Thu t toán
- C u trúc d li u
- Ch ng trình

❖ S l c v ph c t p thu t toán và ánh giá ph c t p

❖ Máy Turing

❖ Hàm qui nguyên th y

Máy Turing

- **Khái niệm**

- **Máy Turing** là một mô hình thiết bị máy r t n g i n, nh ng có th mô t b t k thu t toán. Các máy Turing do [Alan Turing](#) xu t n m [1936](#).

Xem thêm http://vi.wikipedia.org/wiki/M%C3%A1y_Turing

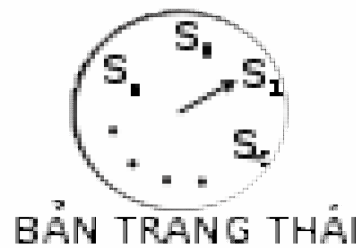
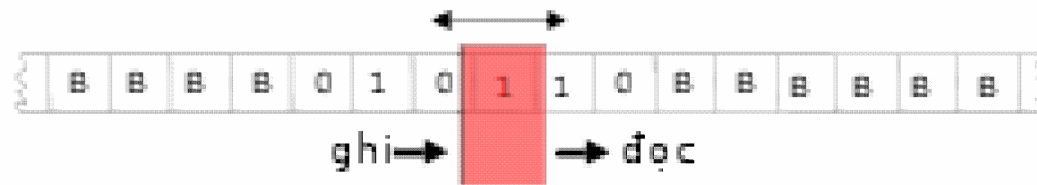
- **Alan Mathison Turing** (23 tháng 6, 1912 – 7 tháng 6, 1954) là một nhà toán h c, logic h c và m t mã h c ng i Anh th ng c xem là cha c a ngành khoa h c máy tính.

Xem thêm http://vi.wikipedia.org/wiki/Alan_Turing

Máy Turing

- **Mô tả máy Turing**

- **Vấn đề:** Máy Turing là một cấu trúc có:
 - Một băng tùy ý tính dài vô hạn về hai phía,
 - Đầu: di chuyển trái, di chuyển phải, ghi/kiểm tra
 - Một tập trạng thái Q và một tập khởi đầu P khi bắt đầu.



Máy Turing

- **Mô tả máy Turing**

Hoạt động

- Cho input vào băng.
- Đầu đọc viết vị trí trái nhấc đầu băng
- Máy thực hiện theo hình 1 nhấc đầu khi máy dừng thì đầu di chuyển trên băng hoặc trạng thái máy chính là output.

Clip mô tả hoạt động của [máy Turing](#)

Máy Turing

- **Mô tả máy Turing**

- *Vấn đề toán học*: Mô tả cách hình thức, máy Turing cần nhúng vào là mô tả bên

$$M = (K, \Sigma, \delta, s)$$

Trong đó:

K là tập các trạng thái. $s, "h", "yes", "no" \in K$ là các trạng thái đặc biệt

Σ là tập hữu hạn các ký hiệu là bảng chữ cái của M

$K \cap \Sigma = \emptyset$ và $\square, \triangleright \in \Sigma$ là hai ký hiệu đặc biệt

Bảng hàm chuyển là tập các ánh xạ

$$\delta : K \times \Sigma \rightarrow K \times \Sigma \times \{ \rightarrow, \leftarrow, - \}.$$

$$\delta(q, \sigma) = (p, \rho, \{ \rightarrow / \leftarrow / - \})$$

- chuyển $q \rightarrow p$; $\sigma \rightarrow \rho$

- in khi cần đọc/ghi theo $\{ \rightarrow / \leftarrow / - \}$

Máy Turing

- Ví dụ máy Turing

- $M_1 = (K, \Sigma, \delta, s)$

Trong đó: $K = \{s, q, \text{"h"}, \text{"yes"}, \text{"no"}\}$, "h" là trạng thái dừng

$$\Sigma = \{0, 1, \square, \triangleright\}$$

Bảng hàm chuyển δ :

ST	T	q	σ	$\delta(q, \sigma) = (p, \rho, \{\rightarrow / \leftarrow / -\})$
1		s	0	(s, 0, \rightarrow)
2		s	1	(s, 1, \rightarrow)
3		s	\square	(q, \square , \leftarrow)
4		s	\triangleright	(s, \triangleright , \rightarrow)
5		q	0	(“h”, 1, -)
6		q	1	(q, 0, \leftarrow)
7		q	\triangleright	(“h”, \triangleright , \rightarrow)

Máy Turing

- **Máy Turing như một mô hình tính toán**
 - Máy Turing có thể sử dụng mô hình thức c c a b t kì thu t toán nào có thể giải b ng máy tính
 - Máy Turing là mô hình hi u qu mô t ch c n ng c a b x lí bên trong máy tính.

“Máy Turing \equiv Thu t toán”

Nội dung

❖ M t s khái ni m c b n

- Bài toán
- Thu t toán
- C u trúc d li u
- Ch ng trình

❖ S l c v ph c t p thu t toán và ánh giá ph c t p

❖ Máy Turing

❖ Hàm qui nguyên th y

Hàm quy nguyên thủy

- **Khái niệm**

- Hàm quy nguyên thủy là các hàm trong lý thuyết số tự nhiên sang số tự nhiên (số nguyên không âm) có n biến, vì n là một số tự nhiên. Các hàm như vậy còn gọi là hàm n-đến-1.
- Các hàm quy nguyên thủy là các hàm có thể tính toán được (computable). Giả sử f là hàm quy nguyên thủy, tồn tại máy Turing M tính toán giá trị của f .

Xem thêm: [http://en.wikipedia.com/ Primitive_recursive_function](http://en.wikipedia.com/Primitive_recursive_function)

Hàm quy nguyên thủy

- **nh nghĩa**
 - Các hàm quy nguyên thủy cơ bản như sau:
 - **Hàm hằng:** Hàm hằng 0- i là quy nguyên thủy ($C = \text{const}$)
 - **Hàm kế tiếp:** Hàm 1- i S kế tiếp giá trị kế tiếp của i của nó là hàm quy nguyên thủy ($S(x) = x+1$)
 - **Hàm chiếu:** Với i từ 1 đến n và với mọi i thì mãi mãi i từ 1 đến n , hàm chiếu n - i P_i^n , trả về giá trị là i thì i ($P_i^n(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = x_i$)

Hàm quy nguyên thủy

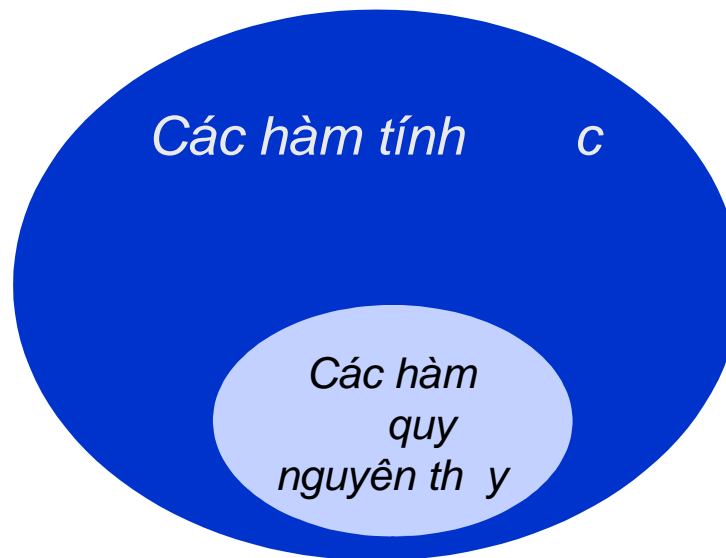
- **nh nghĩa**

- Các hàm quy nguyên thủy phức tạp hơn có thể xây dựng thông qua các phép quy nguyên thủy và các biến sau:
 - **đồng biến:** Cho hàm quy nguyên thủy k -đồng biến f và k hàm quy nguyên thủy m -đồng biến g_1, \dots, g_k . Hàm xây dựng bằng phép đồng biến của hàm f với g_1, \dots, g_k , là hàm m -đồng biến $h(x_1, \dots, x_m) = f(g_1(x_1, \dots, x_m), \dots, g_k(x_1, \dots, x_m))$ là quy nguyên thủy.
 - **quy nguyên thủy:** Cho hai hàm quy nguyên thủy k -đồng biến và $(k+2)$ -đồng biến f và g . Hàm $(k+1)$ -đồng biến xây dựng bằng phép quy nguyên thủy của hàm f và g , là hàm h tức là $h(0, x_1, \dots, x_k) = f(x_1, \dots, x_k)$ và $h(S(n), x_1, \dots, x_k) = g(h(n, x_1, \dots, x_k), n, x_1, \dots, x_k)$, là quy nguyên thủy.

Hàm quy nguyên thủy

- **Nhận xét**

- Các hàm quy nguyên thủy là các hàm tính được: tức là tồn tại một máy Turing hay một thuật toán tính toán hàm.
- Tập các hàm quy nguyên thủy không phải là toàn bộ tập các hàm tính được



Hàm quy nguyên thủy

- **Một số hàm quy nguyên thủy**

1. Hàm cộng: $\text{add}(a,b) = a+b$
2. Hàm nhân: $\text{mul}(a,b) = a \times b$
3. Hàm lũy thừa: $\text{exp}(a,b) = a^b$,
4. Hàm giai thừa: $\text{fac}(a) = a!$
5. Hàm giảm: $\text{pred}(a) = (a > 0 ? a-1 : 0)$
6. Hàm trừ: $\text{proper_sub}(a,b) = (a \geq b ? a-b : 0)$
7. Hàm lấy min: $\text{minimum}(a_1, \dots, a_n)$
8. Hàm lấy max: $\text{maximum}(a_1, \dots, a_n)$

....

Xem thêm: http://en.wikipedia.org/wiki/Primitive_recursive_function

Hàm quy nguyên thủy



nh nghĩa

- **Hàm hằng:** $C = \text{const}$
- **Hàm kế tiếp:** $S(x) = x + 1$
- **Hàm chiếu:** $P_i^n(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = x_i$
- **Phép cộng:** Nếu g_1, \dots, g_k là các hàm QNT m và f là hàm QNT i thì:

$$h(x_1, \dots, x_m) = f(g_1(x_1, \dots, x_m), \dots, g_k(x_1, \dots, x_m)) \text{ là QNT}$$

- **Phép quy nguyên thủy:** Nếu f, g là các hàm QNT k và $k+2$ thì, hàm h có $k+1$ và thỏa mãn:

$$h(0, x_1, \dots, x_k) = f(x_1, \dots, x_k),$$

$$h(S(n), x_1, \dots, x_k) = g(h(n, x_1, \dots, x_k), n, x_1, \dots, x_k), \text{ là hàm QNT}$$