



Segunda prova de Cálculo 1 – 22 / 07 / 2022 – Prof. Alexandre F. Ramos

Leia atentamente todas as instruções a seguir.*Respostas corretas que não apresentarem justificativas serão desconsideradas.**As respostas devem estar escritas a mão. As folhas de respostas devem ser reunidas em um só arquivo, formato .pdf.**A primeira linha de cada página da folha de respostas deve conter as seguintes informações:***Nome:** ; **N. USP:** ; **Turma:** .

Q.1 (Total: 4 ponto(s)). O número de células de levedura em uma cultura de laboratório aumenta rapidamente no início, mas eventualmente estabiliza. A população é modelada pela função:

$$n = f(t) = \frac{a}{1 + be^{-0.7t}},$$

em que t é medido em horas. No instante $t = 0$ a população é de 20 células e está crescendo a uma taxa de 12 células/hora.

a. (Vale: 0,5 ponto(s)). Encontre os valores de a e b .

b. (Vale: 1,5 ponto(s)). Utilizando os valores de a e b calculados anteriormente, expresse $f(t)$, a velocidade de crescimento da população de leveduras e sua aceleração.

c. (Vale: 2 ponto(s)). Esboce um gráfico da função $f(t)$ visando descrever o que ocorre com a população de levedura depois de muito tempo (use o roteiro da seção 4.5 do livro-texto). Em que instante a velocidade de crescimento da população é máximo? Qual a população de leveduras nesse instante?

Q.2 (Total: 2 ponto(s)). Nos peixes, o peso B do cérebro como uma função do peso corporal W foi modelado pela função potência $B = 0,007W^{2/3}$, onde B e W são medidos em gramas. Um modelo para o peso corporal como uma função de comprimento de corpo L (medido em centímetros) é $W = 0,12L^{2,53}$. Se, em 10 milhões de anos, o comprimento médio de uma certa espécie de peixes evoluiu de 15 cm para 20 cm a uma taxa constante, quão rápido estava crescendo o cérebro dessa espécie quando o comprimento médio era de 18 cm?

Q.3 (Total: 4 ponto(s)). Se um projétil for disparado com uma velocidade inicial v em um ângulo de inclinação θ a partir da horizontal, então sua trajetória, desprezando a resistência do ar, é uma parábola

$$y = (\operatorname{tg}\theta)x - \frac{g}{2v^2\cos^2\theta}x^2, \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

a. (Vale: 1,5 ponto(s)). Suponha que o projétil seja disparado da base de um plano que está inclinado em um ângulo α a partir da horizontal, tal que $0 < \alpha < \theta$. Mostre que o alcance do projétil, medido no plano inclinado, é dado por:

$$R(\theta) = \frac{2v^2\cos\theta\sin(\theta - \alpha)}{g\cos^2\alpha}.$$

b. (Vale: 1 ponto(s)). Determine θ tal que R seja máximo.

c. (Vale: 1,5 ponto(s)). Suponha que o plano esteja em um ângulo α *abaixo* da horizontal. Determine o alcance R e o ângulo segundo o qual o projétil deve ser disparado para maximizar R .