



Respostas da Lista de Exercícios 8

1.

a) Não é comutativa. Veja contra-exemplo:

$$1 \oplus 4 = 2$$

$$4 \oplus 1 = 4$$

É associativa. Veja exemplo:

$$(1 \oplus 4) \oplus 3 = 2 \oplus 3 = 2$$

$$1 \oplus (4 \oplus 3) = 1 \oplus 4 = 2$$

b) É comutativa. Veja exemplo:

$$1 \oplus 2 = (1 + 2)^2 = 9$$

$$2 \oplus 1 = (2 + 1)^2 = 9$$

Não é associativa. Veja contra-exemplo:

$$(1 \oplus 2) \oplus 3 = [(1 + 2)^2 + 3]^2 = 144$$

$$1 \oplus (2 \oplus 3) = [1 + (2 + 3)^2]^2 = 676$$

c) Não é comutativa. Veja contra-exemplo:

$$1 \oplus 2 = 1^4 = 1$$

$$2 \oplus 1 = 2^4 = 16$$

Não é associativa. Veja contra-exemplo:

$$(2 \oplus 3) \oplus 1 = 2^4 \oplus 1 = 16 \oplus 3 = 16^4 = 65536$$

$$2 \oplus (3 \oplus 1) = 2 \oplus 3^4 = 2 \oplus 81 = 2^4 = 16$$

2.

a) $N : x \otimes y = (x \cdot y)^2$

c) $N : x \otimes y = \frac{x}{y}$

b) $N : x \otimes y = |x - y|$

d) $N : x \otimes y = x \cdot y$

3.

a) É fechada; não é comutativa; é associativa; não possui elemento neutro; não possui elemento inverso. Portanto, é um **semigrupo**.

b) É fechada; é comutativa, não é associativa; não possui elemento neutro; não possui elemento inverso. Portanto, é um **grupóide abeliano**.

c) É fechada; é comutativa, é associativa; possui elemento neutro (1); não possui elemento inverso. Portanto, é um **monóide abeliano**. Veja a matriz abaixo.

\cdot_6	1	2	4
1	1	2	4
2	2	4	2
4	4	2	4

d) É fechada; é comutativa, é associativa; possui elemento neutro (1); não possui elemento inverso. Portanto, é um **monóide abeliano**.

e) É fechada; é comutativa, é associativa; possui elemento neutro (1); possui elemento inverso. Portanto, é um **grupo abeliano**.

f) Não é fechada. Portanto não é considerada nenhuma das estruturas algébricas estudadas.