Segunda lista de exercícios de cálculo 2

Sistemas de Informação - 2008

1. Se $f(1) = 12$, f' é continua e $\int_1^4 f'(x)dx = 17$, qual é o valor de $f(4)$?

2. Ache a integral indefinida
(a) $\int (3e^u + \sec^2 u)du$ (b) $\int \frac{\sin 2x}{\sin x} dx$ (c) $\int x^2(x^3+5)^2 dx$
(d) $\int e^{\cos t} \sin t dt$ (e) $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx$ (f) $\int \frac{\cos(\frac{\pi}{x})}{x^2} dx$
(g) $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$

3. Calcule:
(a) $\int_0^1 (3 + x\sqrt{x})dx$ (b) $\int_1^2 \frac{4+u^2}{u^3} du$ (c) $\int_{\ln 3}^{\ln 6} 8e^x dx$
(d) $\int_{-2}^{3} |x^2 - 1|dx$ (e) $\int_{-1}^{2} |x - x^2|dx$ (f) $\int_1^2 \frac{y+5y^7}{y^3} dy$
(g) $\int_4^9 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$ (h) $\int_0^{\pi} x\cos(x^2)dx$ (i) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$
(j) $\int_e^{e^4} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx$ (l) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ (m) $\int_0^a x\sqrt{a^2 - x^2} dx$

4. Calcule $\int_0^1 (x\sqrt{1-x^4})dx$ fazendo uma substituição e interpretando a integral resultante em termos de área. (Dica: $x^2 + y^2 = r^2$ descreve um círculo de raio r).

5. Sabendo-se que f é contínua e $\int_0^4 f(x)dx = 10$, determine $\int_0^2 f(2x)dx$.

6. Fazendo a substituição $u = \pi - x$, é fácil mostrar que $\int_0^{\pi} xf(\sin x)dx = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f(\sin x)dx$. Usando esta igualdade calcule a integral $\int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x} dx$.

7. Avalie a integral usando a integração por partes.
(a) $\int u \sin 2u \ du$ (b) $\int \sin^{-1} x \ dx$ (c) $\int t^3 e^t \ dx$ (d) $\int e^{-\theta} \cos 2\theta \ d\theta$
(e) $\int_0^1 (x^2+1)e^{-x} \ dx$ (f) $\int_1^4 \sqrt{t} \ln t \ dt$ (g) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} x \csc^2 x \ dx$

8. Primeiro faça uma substituição e então use a integração por partes para avaliar a integral.
(a) $\int x^5 e^{x^2} \ dx$ (b) $\int_{\sqrt{\frac{\pi}{2}}}^{\sqrt{\pi}} \theta^3 \cos(\theta^2) \ dx$

9. (a) Prove a fórmula de redução

$$\int \cos^n x \ dx = \frac{1}{n} \cos^{n-1} x \sin x + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x \ dx$$

(b) Avalie $\int \cos^2 x \ dx$. (c) Avalie $\int \cos^4 x \ dx$.

10. Quais das seguintes integrais é imprópria? Justifique.
(a) $\int_1^2 \frac{1}{2x-1}\, dx$ (b) $\int_0^1 \frac{1}{2x-1}\, dx$ (c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x^2}\, dx$

11. Determine se cada integral é convergente ou divergente. Avalie aquelas que são convergentes.
(a) $\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{2x-5}\, dx$ (b) $\int_{-\infty}^{-1} e^{-2t}\, dt$ (c) $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^3}\, dx$ (d) $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2}\, dx$
(e) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|}\, dx$ (f) $\int_0^3 \frac{1}{x\sqrt{x}}\, dx$ (g) $\int_0^1 \frac{1}{4y-1}\, dy$ (h) $\int_0^{\pi} \sec x\, dx$
(i) $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\, dx$ (j) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx$ (l) $\int_0^4 \frac{1}{x^2+x-6} dx$ (m) $\int_0^2 \frac{x-3}{2x-3} dx$
(n) $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(x+1)} dx$

12. Use o Teorema da comparação para determinar se a integral é convergente ou divergente.
(a) $\int_1^{\infty} \frac{\cos^2 x}{1+x^2}\, dx$ (b) $\int_0^1 \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}\, dt$ (c) $\int_1^{\infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^6}}\, dx$ (d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{x \sin x}\, dx$

13. Determine os valores de p para os quais a integral converge. Avalie a integral nestes casos.
(a) $\int_e^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^p}\, dx$ (b) $\int_0^1 x^p \ln x\, dx$