ACH2011 - Cálculo I

Lista 4: Regras de Diferenciação

1. Diferencie a função:

   (a) $f(x) = 5x - 1$.

   (b) $f(x) = x^2 + 3x - 4$.

   (c) $f(x) = x^{-2/5}$.

   (d) $f(x) = \frac{x^2+4x+3}{\sqrt{x}}$.

   (e) $f(x) = 3x + e^x$.

   (f) $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt{x^3}$.

   (g) $f(x) = e^{x+1} + 1$.

   (h) $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}}$.

2. Ache os pontos sobre a curva $y = x^3 - x^2 - x + 1$ onde a tangente é horizontal.

3. Mostre que a curva $y = 6x^3 + 5x - 3$ não tem reta tangente com inclinação 4.

4. Use a definição de uma derivada para mostrar que se $f(x) = 1/x$, então $f'(x) = -1/x^2$.

5. (a) Para quais valores de x a função $f(x) = |x^2 - 9|$ é diferenciavel? Ache uma fórnula para f'.

   (b) Esboce os gráficos de f e f'.

6. Encontre a derivada de $y = (x^2+1)(x^3+1)$ de duas formas: usando a Regra do Produto e fazendo primeiro a multiplicação. As respostas são iguais?

7. Encontre a derivada de
$$F(x) = \frac{x - 3x\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$
de duas formas: usando a Regra do Quociente e simplificando primeiro. As respostas são iguais? Qual método você prefere?

8. Diferencie a função:

   (a) $f(x) = x^2 e^x$.

   (b) $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$.

   (c) $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$.

   (d) $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$.

(e) $f(x) = (x^3 - x + 1)(x^{-2} + 2x - 3)$.

(f) $f(x) = \sqrt{x}e^x$.

(g) $f(x) = \frac{e^x}{x+e^x}$.

(h) $f(x) = \frac{x}{x+\frac{c}{x}}$.

9. Encontre a reta tangente à curva em o ponto dado.

(a) $f(x) = \frac{2x}{x+1}$, $(1, 1)$.

(b) $f(x) = \frac{e^x}{x}$, $(1, e)$.

10. Suponha que $f(5) = 1$, $f'(5) = 6$, $g(5) = -3$, $g'(5) = 2$. Encontre os valores para $(fg)'(5)$, $(f/g)'(5)$, $(g/f)'(5)$.

11. Suponha que $f(3) = 4$, $f'(3) = -6$, $g(3) = 2$, $g'(3) = 5$. Encontre os valores para $(f + g)'(3)$, $(fg)'(5)$, $(f/g)'(5)$, $(f/(f - g))'(5)$.

12. Se f for uma função diferenciável, encontre uma expressão para a derivada de cada uma das seguintes funções:

(a) $y = x^2 f(x)$.

(b) $y = \frac{1+xf(x)}{\sqrt{x}}$.

13. Diferencie a função:

(a) $f(x) = x - 3\,\mathrm{sen}x$.

(b) $f(x) = \mathrm{sen}x + \cos x$.

(c) $f(x) = \frac{\mathrm{tg}x}{x}$.

(d) $f(x) = \frac{x}{\mathrm{sen}x+\cos x}$.

(e) $f(x) = x\,\mathrm{sen}x \cos x$.

(f) $f(x) = e^x\,\mathrm{sen}x$.

(g) $f(x) = \frac{\mathrm{tg}x}{\sec x}$.

14. Provar usando a definição de derivada, que se $f(x) = \cos x$, então $f'(x) = -\,\mathrm{sen}x$.

15. Encontre a reta tangente à curva em o ponto dado.

(a) $f(x) = \mathrm{tg}x$, $(\pi/4, 1)$.

(b) $f(x) = \frac{1}{\mathrm{sen}x+\cos x}$, $(0, 1)$.

16. Prove que

(a) $\frac{d}{dx}(\mathrm{cossec}x) = -\,\mathrm{cossec}x\ \mathrm{cotg}x$.

(b) $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x\ \mathrm{tg}x$.

(c) $\frac{d}{dx}(\operatorname{cotg} x) = -\operatorname{cossec}^2 x$.

17. Encontre o limite

    (a) $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} 5x}{x}$.
    (b) $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} 8x}{\operatorname{sen} 9x}$.
    (c) $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{\operatorname{sen} x}$.
    (d) $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x}{4x}$.

18. Escreva na forma $f(g(x))$ a função composta. Encontre a derivada.

    (a) $y = (x^2 + 4x + 5)^6$.
    (b) $y = \cos(\operatorname{tg} x)$.
    (c) $y = \operatorname{tg}(3x)$.
    (d) $y = e^{\sqrt{x}}$.

19. Diferencie a função:

    (a) $f(x) = (x^3 + 4x)^7$.
    (b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x}$.
    (c) $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x - 5)^4}$.
    (d) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x^3+1}{x^3-1}}$.
    (e) $f(x) = a^3 + \cos^3 x$.
    (f) $f(x) = \cos(a^3 + x^3)$.
    (g) $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$
    (h) $f(x) = \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x}$.
    (i) $f(x) = \operatorname{sen}(\operatorname{sen}(\operatorname{sen}(x)))$.

20. Encontre a reta tangente à curva em o ponto dado.

    (a) $f(x) = \operatorname{sen}(\operatorname{sen}(x))$, $(\pi, 0)$.
    (b) $f(x) = \frac{8}{\sqrt{4+3x}}$, $(4, 2)$.

21. Encontre as coordenadas x de todos os pontos sobre a curva $y = \operatorname{sen} 2x - 2 \operatorname{sen} x$ em que a reta tangente é horizontal.

22. Suponha $F(x) = f(g(x))$ e $g(3) = 6$, $g'(3) = 4$, $f'(3) = 2$, $f(3) = 4$, $f'(6) = 7$ e $f(6) = 8$. Encontre $F(3)$ e $F'(3)$.