$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n \cdot \log n$$

$a = 2$; $b = 2$; $f(n) = n \log n$

calculando $\log_b a = 1$

caso 1: $f(n) \in O(n^{\log_b a - \varepsilon})$

$n \log n \in O(n^{1-\varepsilon}) \Rightarrow$ (pela def. de $O(..)$)

$\Rightarrow n \log n \leq c \cdot n^{1-\varepsilon}$

caso 1

nota: dá para "ver" que não é e passar p/ o caso seguinte, mas para efeito de exercício, vamos tentar demonstrar.

$? \; n \log_2(n) \leq c \cdot n^{1-\varepsilon} \Leftrightarrow$

$n \log(n) \leq c \cdot n \cdot n^{-\varepsilon} \Leftrightarrow$

$\log(n) \leq c\, n^{-\varepsilon} \Leftrightarrow$

$\log(n) \leq \frac{c}{n^{\varepsilon}}$

isto equivale a $\log(n) \in O(1/n^{\varepsilon})$

usando limite: $\lim_{n \to \infty} \frac{\log(n)}{\frac{1}{n^{\varepsilon}}} = \lim_{n \to \infty} n^{\varepsilon} \cdot \log(n) =$

$= \infty$ o que quer dizer que $f(n) \in \omega(g(n))$ e não a $O(g(n))$ então não é o caso 1

podia parar por aqui, mas vamos tentar pela definição

$\log(n) \leq \frac{c}{n^{\varepsilon}} \Leftrightarrow$

$n^{\varepsilon}\log(n) \leq c$ o que não é verdade pois $n^{\varepsilon}\log(n)$ é crescente então qualquer que seja o valor de c podemos apresentar um valor de n a partir do qual a desigualdade não se verifica

caso 2: $f(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$

$n\log(n) \in \Theta(n) \Leftrightarrow$ pela definição

$0 \leq c_1 \cdot n \leq n\log n \leq c_2 \cdot n \Leftrightarrow$

$0 \leq c_1 \leq \underbrace{\log n \leq c_2}$

usando o mesmo argumento anterior, $\log(n)$ é crescente então qualquer que seja o valor de c_2, podemos apresentar um valor de n a partir do qual a desigualdade não se verifica.

caso 3: $f(n) \in \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon})$

esta é $f(n)$ $n\log n \in \Omega(n^{1+\varepsilon})$ esta é $g(n)$ pela definição

$0 \leq c \cdot n^{1+\varepsilon} \leq n \cdot \log(n) \Leftrightarrow$

$0 \leq cn^{\varepsilon} \leq \log(n)$

usando o limite

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\log(n)}{n^{\varepsilon}} \quad \text{L'Hospital}$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{k \; 1/n}{\varepsilon \, n^{\varepsilon - 1}} =$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{k \; \cancel{1/n}}{\varepsilon \, n^{\varepsilon} \; \cancel{1/n}} = \lim_{n \to \infty} \frac{k}{\varepsilon \cdot n^{\varepsilon}} = 0$$

cancela

logo $\log(n) \in o\,(n^{\varepsilon})$ e não $\Omega(\ldots)$
como queríamos

$$n \log n \in \Omega(n^{1+\varepsilon}), \; \varepsilon > 0$$

Como a recorrência não se enquadra em nenhum caso do TM, então o TM ñ serve p/ analisar esta recorrência, portanto nada podemos afirmar.