

Universidade de São Paulo
Escola de Artes, Ciências e Humanidades

ACH2013 – Matemática Discreta – 2º sem. 2023

Professor: Dr. José Ricardo G. Mendonça

1ª Prova — Data: 13 nov. 2023

Na resolução dos problemas, explique seu raciocínio e o que você está fazendo de forma que eu possa acompanhá-lo(a). Soluções “mágicas” ou “geniais” não serão aceitas sem explicações.

Problemas

1. [2 pontos] O conectivo lógico **nor** (“not-or”) é definido pela relação $p \downarrow q \equiv \neg(p \vee q)$.
 - (a) Reescreva $\neg p$, $p \wedge q$ e $p \vee q$ em termos do conectivo lógico **nor**;
 - (b) Reescreva $p \rightarrow q$ e $p \leftrightarrow q$ em termos do conectivo lógico **nor**.
2. [2 pontos] Seja $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ a diferença simétrica entre os conjuntos A e B . Dados três subconjuntos A , B e C quaisquer de um mesmo conjunto universo, mostre que:
 - (a) $A \triangle B = \overline{A} \triangle \overline{B}$, onde $\overline{X} = \{x : x \notin X\}$ denota o complemento de X ;
 - (b) $A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$.
3. [2 pontos] Determine o valor verdade e estabeleça a negação das seguintes proposições:
 - (a) $(\exists z \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x + y = z)$.
 - (b) $(\forall x \in \mathbb{R}^*)(\exists y \in \mathbb{R}^*)(xy = 1)$, onde $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
4. [2 pontos] Seja $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ um conjunto formado por números inteiros distintos $1 \leq a_i \leq 8$. Mostre que as somas dos elementos de cada um dos subconjuntos não-vazios de A não podem ser todas diferentes entre si.
5. [2 pontos] Quantas soluções inteiras positivas existem para a inequação $x + y + z + t \leq 25$ satisfazendo as condições $x > 4$ e $t \geq 5$?



Boa prova!