Capítulo 10

Problema 01.

(a) A opinião dos operários pode estar relacionada com seus horários de chegada.

(b) Parece razoável, já que as alturas devem se distribuir homogeneamente segundo os horários de chegada.

(c) Pode ser que municípios com investimentos menores não retornem os questionários, acarretando um viés na estimativa da porcentagem média da receita investida em lazer.

(d) Não haveria problemas se os supermercados fossem homogêneos quanto à venda de sabão em pó. Porém, pode ser que as regiões tenham potenciais de venda diferentes, independentemente do brinde.

Problema 03.

(a) Por exemplo: colocar em uma urna 100 fichas, sendo 10 com o número zero, 20 com número 1, 30 com o número 2, 25 com o número 3 e 15 com o número 4. Sortear uma ficha da urna.

(b)

	x_1					
x_2	0	1	2	3	4	$P(X_2 = x_2)$
0	0,010	0,020	0,030	0,025	0,015	0,10
1	0,020	0,040	0,060	0,050	0,030	0,20
2	0,030	0,060	0,090	0,075	0,045	0,30
3	0,025	0,050	0,075	0,063	0,038	0,25
4	0,015	0,030	0,045	0,038	0,023	0,15
$P(X_1 = x_1)$	0,10	0,20	0,30	0,25	0,15	1

(c) $P(X_1 = 2, X_2 = 3, X_3 = 3, X_4 = 1) = P(X_1 = 2)P(X_2 = 3)P(X_3 = 3)P(X_4 = 1) = 0{,}00375$

Problema 04.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

x_1	x_2	$P(X_1 = x_1, X_2 = x_2)$	$\hat{\sigma}^2$
1	1	1/25	0
1	3	1/25	1
1	5	2/25	4
1	7	1/25	9
3	1	1/25	1
3	3	1/25	0
3	5	2/25	1
3	7	1/25	4

X_1	X_2	$P(X_1 = x_1, X_2 = x_2)$	$\hat{\sigma}^2$
5	1	2/25	4
5	3	2/25	1
5	5	4/25	0
5	7	2/25	1
7	1	1/25	9
7	3	1/25	4
7	5	2/25	1
7	7	1/25	0

Distribuição amostral de $\hat{\sigma}^2$

v	0	1	4	9
$P(\hat{\sigma}^2 = v)$	7/25	10/25	6/25	2/25

Problema 05.

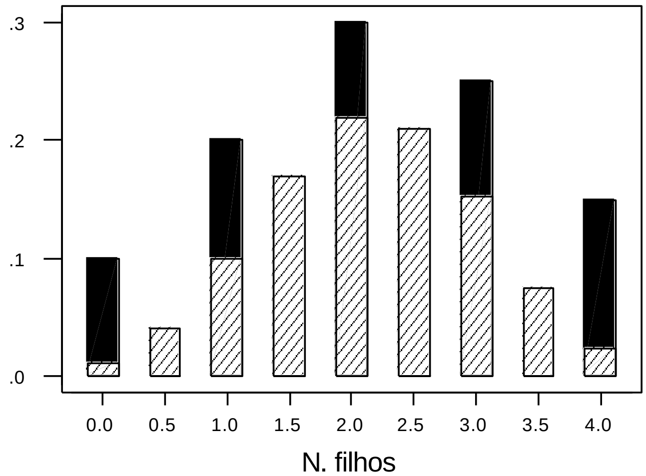
(a) $E(X) = 2{,}15$; $Var(X) = 1{,}428$.

(b) $E(X_i) = 2{,}15$, i=1,2; $Var(X_i) = 1{,}428$, i=1,2.

(c)

$\bar{x}$	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
$P(\bar{X} = \bar{x})$	0,0100	0,0400	0,1000	0,1700	0,2200	0,2100	0,1525	0,0750	0,0225

(d) $E(\bar{X}) = 2{,}15$; $Var(\bar{X}) = 0{,}7138$.



(e)

(f)

s^2	0,0	0,5	2,0	4,5	8,0
$P(S^2 = s^2)$	0,225	0,385	0,250	0,110	0,030

v	0,00	0,25	1,00	2,25	4,00
$P(\hat{\sigma}^2 = v)$	0,225	0,385	0,250	0,110	0,030

(g) $E(S^2) = 1{,}428$; $Var(S^2) = 3{,}206$.

$E(\hat{\sigma}^2) = 0{,}714$; $Var(\hat{\sigma}^2) = 0{,}802$.

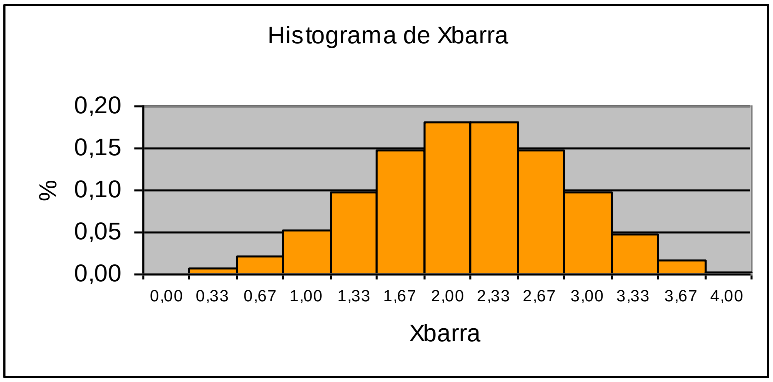
Se desejarmos um estimador não-viciado, devemos utilizar S^2. Se desejarmos o estimador com a menor variância, devemos utilizar $\hat{\sigma}^2$.

(h)
$$P(|\overline{X} - \mu| > 1) = P(\overline{X} < 1{,}15) + P(\overline{X} > 3{,}15) = P(\overline{X} = 0 \text{ ou } 0{,}5 \text{ ou } 1) + \mathrm{P}(\overline{\mathrm{X}} = 3{,}5 \text{ ou } 4) =$$
$$= 0{,}01 + 0{,}04 + 0{,}1 + {,}075 + 0{,}0225 = 24{,}75\%$$

Problema 06.

(a)

$\overline{x}$	0,00	0,33	0,67	1,00	1,33	1,67	2,00	2,33	2,67	3,00	3,33	3,67	4,00
$P(\overline{X} = \overline{x})$	0,001	0,006	0,021	0,052	0,098	0,147	0,181	0,182	0,149	0,097	0,048	0,017	0,003



(b) $E(\bar{X}) = 2{,}15$; $Var(\bar{X}) = 0{,}4758$.

(c)
$$P(|\bar{X} - \mu| > 1) = P(\bar{X} < 1{,}15) + P(\bar{X} > 3{,}15) =$$
$$= P(\bar{X} = 0{,}00 \text{ ou } 0{,}33 \text{ ou } 0{,}67 \text{ ou } 1{,}00) + \mathrm{P}(\bar{\mathrm{X}} = 3{,}33 \text{ ou } 3{,}67 \text{ ou } 4{,}00) =$$
$$= 0{,}001 + 0{,}006 + 0{,}021 + 0{,}052 + 0{,}048 + 0{,}017 + 0{,}003 = 14{,}81\%$$

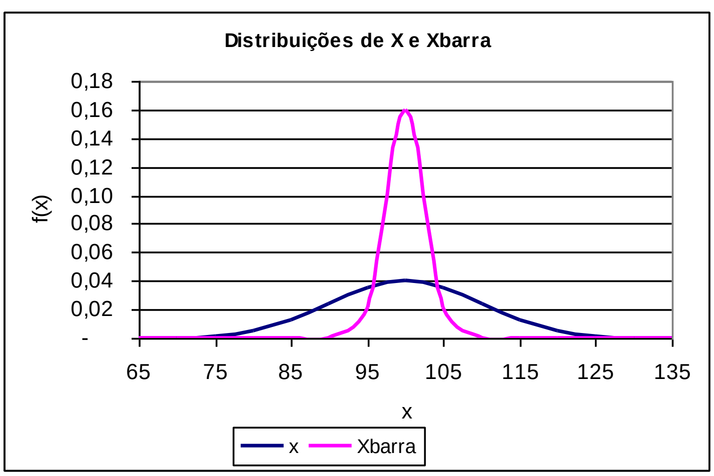
(d) Menor, pois a variância de $\bar{X}$ seria menor, fazendo com que sua distribuição fosse mais concentrada em torno de μ .

Problema 07.

(a) $P(90 < X < 110) = 68{,}27\%$

(b) $\bar{X} \sim N\left(100; \dfrac{100}{16}\right) \Rightarrow P(90 < \bar{X} < 110) = 99{,}99\%$

(c)



(d) $P(90 < \overline{X} < 110) = 0{,}95 \Rightarrow P\left(\frac{(90-100)\sqrt{n}}{10} < Z < \frac{(110-100)\sqrt{n}}{10}\right) = 0{,}95 \Rightarrow$

$P(-\sqrt{n} < Z < \sqrt{n}) = 0{,}95 \Rightarrow \sqrt{n} = 1{,}96 \Rightarrow n \cong 4$

Problema 08.

(a) $P(X < 500) = 0{,}1 \Rightarrow P\left(Z < \frac{500-\mu}{10}\right) = 0{,}1 \Rightarrow \frac{500-\mu}{10} = 1{,}28 \Rightarrow \mu = 512{,}82$.

$\overline{X} \sim N\left(512{,}82; \frac{100}{4}\right)$; $P\left(\sum_{i=1}^{4} X_i < 2000\right) = P\left(\overline{X} < 500\right) = 0{,}519\%$.

Problema 09.

(a) Se a máquina estiver regulada: $\overline{X} \sim N\left(512{,}82; \frac{100}{4}\right)$

$P(\text{parada desnecessária}) = P(\overline{X} < 495 \text{ ou } \overline{X} > 520 \mid \text{máquina está regulada}) = 7{,}56\%$

(b) Se o peso médio desregulou-se para 500g: $\overline{X} \sim N\left(500; \frac{100}{4}\right)$

$P(\text{continuar fora dos padrões}) = P(495 \le \overline{X} \le 520 \mid \text{máquina desregulou-se}) = 84{,}13\%$

Problema 10.

(a) $\overline{X} \sim N\left(70; \frac{100}{7}\right)$; $P\left(\sum_{i=1}^{7} X_i > 500\right) = P\left(\overline{X} > \frac{500}{7}\right) = 35{,}27\%$.

(b) $\overline{X} \sim N\left(70; \frac{100}{6}\right)$; $P\left(\sum_{i=1}^{6} X_i > 500\right) = P\left(\overline{X} > \frac{500}{6}\right) = 0{,}055\%$.

Problema 11.

(a)

$k/8$	0	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1
$P(\hat{p} = k/8)$	0,1678	0,3355	0,2936	0,1468	0,0459	0,0092	0,0011	0,0001	0,0000

(b)

$k/8$	0	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1
$P(\hat{p}=k/8)$	0,1337	0,2993	0,3221	0,1666	0,0414	0,0049	0,0003	0,0000	0,0000

Obs.: $P(\hat{p}=k/8)=P(S=k)\cong P(k-0{,}5<X<k+0{,}5)$, onde $S\sim Binomial(8;0{,}2)$ e $X\sim N(1{,}6;1{,}28)$.

(c) Razoável, pois n é pequeno,

(d) Para p tendendo a 1/2.

Problema 12.

$S=20\times\hat{p}$: número de peças defeituosas na amostra

Probabilidade exata

Se a produção estiver sob controle: $S\sim binomial(20;0{,}1)$

$$P(\text{parada desnecessária})=\text{P}(\hat{\text{p}}>0{,}15\,|\,\text{produção sob controle})=$$

$$=\text{P}(\text{S}>3\,|\,\text{produção sob controle})=1-\sum_{k=0}^{3}\binom{20}{k}0{,}1^k\,0{,}9^{20-k}=13{,}30\%$$

Aproximação pela distribuição normal

Se a produção estiver sob controle: $\hat{p}\sim N\left(0{,}1;\dfrac{0{,}1\times0{,}9}{20}\right)$, aproximadamente

$$P(\text{parada desnecessária})=\text{P}(\hat{\text{p}}>0{,}15\,|\,\text{produção sob controle})\cong 22{,}80\%$$

Problema 13.

$S=100\times\hat{p}$: número de peças defeituosas na amostra; $S\sim binomial(100;0{,}1)$

(a) *Probabilidade exata*

$$P(\hat{p}>0{,}1)=P(S>10)=1-\sum_{k=0}^{10}\binom{100}{k}0{,}1^k\,0{,}9^{100-k}=41{,}7\%$$

Aproximação pela distribuição normal

$\hat{p}\sim N\left(0{,}1;\dfrac{0{,}1\times0{,}9}{100}\right)$, aproximadamente; $P(\hat{p}>0{,}1)\cong 50{,}0\%$.

(b) $P(\hat{p}=0)=P(S=0)=\dbinom{100}{0}0{,}1^0\,0{,}9^{100-0}=0{,}9^{100}=0{,}0027\%$

Problema 14.

(a)

v	0	1	4	9
$P(\hat{\sigma}^2 = v)$	7/25	2/5	6/25	2/25

$$E(\hat{\sigma}^2) = 2{,}08 \qquad Var(\hat{\sigma}^2) = 6{,}39$$

$$E(S^2) = 4{,}16 \qquad Var(S^2) = 25{,}57$$

$E(S^2) = \sigma^2 = 4{,}16$, ou seja, S^2 é um estimador não-viciado da variância populacional.

(b)

U	0,00	2,00	3,00	3,67	4,00	4,33	5,00	6,00
$P(U = u)$	11/125	6/125	6/25	6/125	24/125	12/125	18/125	18/125

Obs.: Assumindo que U=0 nos casos em que os 3 elementos da amostra forem iguais.

(c)

$\bar{x}$	1,0	1,7	2,3	3,0	3,7	4,3	5,0	5,7	6,3	7,0
$P(\bar{X} = \bar{x})$	1/125	3/125	9/125	16/125	24/125	27/125	23/125	3/25	6/125	1/125

$$E(\bar{X}) = 4{,}20; \qquad Var(\bar{X}) = 1{,}39.$$

$$E(U) = 3{,}76; \qquad Var(U) = 2{,}52.$$

U é viciado e tem variância maior que $\bar{X}$.

Problema 15.

(a) $E(X) = 12$; $Var(X) = 10{,}8$; $Md(X) = 12$.

(b)

$\bar{x}$	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0	16,5	18,0
$P(\bar{X} = \bar{x})$	0,01	0,04	0,12	0,2	0,26	0,2	0,12	0,04	0,01

md	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0	16,5	18,0
$\mathrm{P(Md = md)}$	0,01	0,04	0,12	0,2	0,26	0,2	0,12	0,04	0,01

(c) $E(\bar{X}) = E(Md) = 12 = Md(X)$.

(d) Qualquer um, pois as duas distribuições amostrais são iguais.

(e)

Z	-2,58	-1,94	-1,29	-0,65	0,00	0,65	1,29	1,94	2,58
$P(Z=z)$	0,01	0,04	0,12	0,2	0,26	0,2	0,12	0,04	0,01

(f) $E(Z)=0$; $Var(Z)=1$.

(g)

s^2	0,0	4,5	18,0	40,5	72,0
$P(S^2=s^2)$	0,26	0,4	0,24	0,08	0,02

(h) $E(S^2)=10{,}8$; $Var(S^2)=204$

(i)

t_0	-3,0	-1,0	-0,3	0,0	0,3	1,0	3,0
$P(t=t_0)$	0,04	0,24	0,04	0,1	0,04	0,24	0,04

Problema: t não pode ser calculado quando $S=0$. Assim, $\sum_i p(t=t_{0i})=0{,}74$, e não 1.

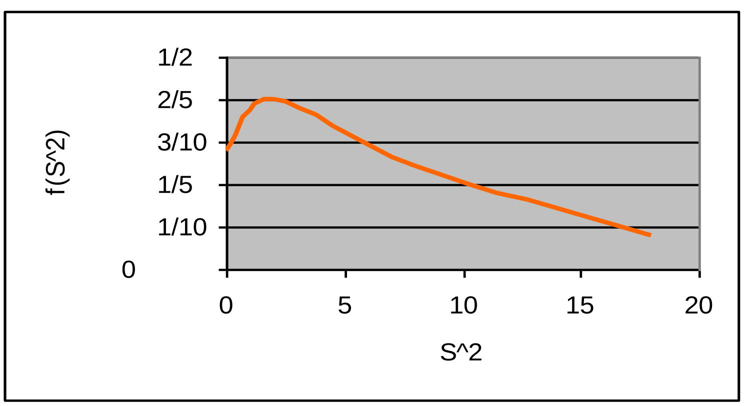
(j) $E(t)=0$; $Var(t)=1{,}21$

(k) $P(|t|<2)=0{,}66$

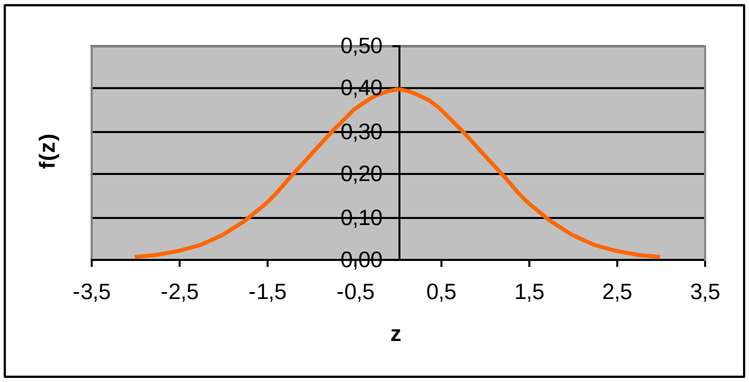
$P(|t|<4{,}30)=0{,}74$

Problema 16.

(a)



(b)



(c) Para amostras grandes, a distribuição de t aproxima-se da distribuição de Z, obtida em (b).

Problema 17.

$$n = \frac{z_\gamma^2}{4\varepsilon^2} = \frac{1{,}645^2}{4(0{,}02)^2} \cong 1691.$$

Problema 18.

A função $f(p) = p(1-p)$ é decrescente no intervalo [0,5;1]. Logo, para $p \geq 0{,}80$, $p(1-p) \leq 0{,}80 \times 0{,}20 = 0{,}16$. Assim,

$$n = \frac{z_\gamma^2\, p(1-p)}{\varepsilon^2} = \frac{1{,}645^2 \times 0{,}16}{(0{,}02)^2} \cong 1082.$$

Problema 19.

$$n = \frac{z_\gamma^2\, p(1-p)}{\varepsilon^2} \text{ e } \mathrm{n}_0 = \frac{z_\gamma^2}{4\varepsilon^2} \Rightarrow n = 4n_0\, p(1-p) = f(p).$$

$f(p)$ assume valor máximo quando p = 1/2. Logo: $n \leq f(1/2) = 4n_0 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = n_0$.

Problema 20.

Seja $n = \frac{z_\gamma^2\, p(1-p)}{\varepsilon^2} = f(p)$.

A função $f(p)$ é crescente para p no intervalo [0;0,5] e decrescente para p no intervalo [0,5;1]. Logo,

$$p \leq p_0 < 0{,}5 \Rightarrow f(p) \leq f(p_0) < f(0{,}5) \Rightarrow n \leq n_1 < n_0.$$

$p \geq p_0 > 0{,}5 \Rightarrow f(p) \leq f(p_0) < f(0{,}5) \Rightarrow n \leq n_1 < n_0$.

Problema 21.

(a) $\bar{X}_{16} \sim N(10;1) \Rightarrow P(\text{ganhar o prêmio}) = P(\bar{X}_{16} > 12) = 2{,}275\%$

(b)

Tamanhos de amostra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prob. de ganhar o prêmio	30,9%	24,0%	19,3%	15,9%	13,2%	11,0%	9,3%	7,9%	6,7%	5,7%

(c) $n = 1$

Problema 22.

$$DP(\bar{X}_1) = \frac{\sigma}{6} \text{ e } DP(\bar{X}_2) = \frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}\text{; } DP(\bar{X}_2) = \frac{2}{3} DP(\bar{X}_1) \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n_2}} = \frac{2}{3} \times \frac{\sigma}{6} = \frac{\sigma}{9} \Rightarrow n_2 = 81$$

Problema 23.

(a) $E(e) = E(\bar{X}) - \mu = 0$; $Var(e) = Var(\bar{X}) = \dfrac{400}{n}$.

(b) $e_{25} \sim N(0;16) \Rightarrow P(|e_{25}| > 2) = P(e_{25} < -2) + P(e_{25} > 2) = 61{,}71\%$.

(c) $e_{100} \sim N(0;4) \Rightarrow P(|e_{25}| > 2) = P(e_{25} < -2) + P(e_{25} > 2) = 31{,}73\%$.

(d) $d = 5{,}15$.

(e) $n = \dfrac{z_\gamma^2 \sigma^2}{\varepsilon^2} = \dfrac{1{,}96^2 \times 400}{1^2} = 1537$.

Problema 24.

(a) $\bar{X}_{30} \sim N(2;0{,}01/30) \Rightarrow P(\text{não se ajustar}) = \mathrm{P}(\bar{\mathrm{X}}_{30} < 58/30) + \mathrm{P}(\bar{\mathrm{X}}_{30} > 61/30) = 3{,}41\%$

(b) $\bar{X}_{29} \sim N(2;0{,}01/29) \Rightarrow P(\text{não se ajustar}) = \mathrm{P}(\bar{\mathrm{X}}_{29} < 58/29) + \mathrm{P}(\bar{\mathrm{X}}_{29} > 61/29) = 50{,}00\%$

Problema 25.

(a) $\overline{X}_{1600} \sim N\left(5; \dfrac{0{,}2^2}{1600}\right) \Rightarrow P(\text{comprar} + \text{que 1 seção adicional}) = P\left(\overline{X}_{1600} < \dfrac{7995}{1600}\right) = 26{,}60\%$

(b) $\overline{X}_{1599} \sim N\left(5; \dfrac{0{,}2^2}{1599}\right) \Rightarrow P\left(\dfrac{8000}{1599} < \overline{X}_{1599} < \dfrac{8005}{1599}\right) = 16{,}03\%$

Problema 26.

S: nota do teste. Se o estudante estiver adivinhando as respostas: $S \sim binomial(20;0{,}5)$.

$$P(S \geq 13 \mid \text{estudante está adivinhando}) = \sum_{k=13}^{20} \binom{20}{k} 0{,}5^k 0{,}5^{20-k} = 13{,}16\%$$

Problema 27.

S: quantidade de sementes que germinam em um pacote; $S \sim binomial(200;0{,}95)$

Probabilidade exata

$$\mathrm{P}(\hat{\mathrm{p}} < 90\%) = \mathrm{P}(\mathrm{S} < 180) = 1 - \sum_{\mathrm{k}=180}^{200} \binom{200}{k} 0{,}95^k 0{,}05^{200-k} = 0{,}116\%$$

Aproximação pela distribuição normal

$\hat{p} \sim N(0{,}95;(0{,}95 \times 0{,}05)/200)$, aproximadamente

$P(\hat{p} < 0{,}90) \cong 0{,}059\%$

Problema 28.

(a) $\overline{X} \sim N(\mu;6{,}25/4)$

$P(\overline{X} < 46{,}3 \text{ ou } \overline{X} > 53{,}7 \mid \mu = 50) = 0{,}308\%$

$P(46{,}3 \leq \overline{X} \leq 53{,}7 \mid \mu = 53{,}7) = 50\%$

Problema 29.

Em elaboração

Problema 32.

(a) Pelo Teorema do Limite Central, para n e m grandes: $\bar{X} \sim N(\mu_1; \frac{\sigma_1^2}{n})$ e

$\bar{Y} \sim N(\mu_2; \frac{\sigma_2^2}{m})$. Essas distribuições serão exatas se X e Y tiverem distribuição normal.

(b) É a distribuição das diferenças entre as médias de todos os possíveis pares de amostras de X e Y com tamanhos n e m, respectivamente.

(c) $E(D) = E(\bar{X}) - E(\bar{Y}) = \mu_1 - \mu_2$; $Var(D) = Var(\bar{X}) + Var(\bar{Y}) = \frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}$.

(d) Normal, com média e variância dadas em *(c)*, pois *D* é uma diferença entre variáveis com distribuição (aproximadamente) normal.

Problema 33.

(a) $\bar{X} \sim N(5{,}4; 1{,}69/16)$; $\bar{Y} \sim N(5{,}4; 2{,}25/16)$; $D \sim N(0; 3{,}94/16)$

$P(|D| > 0{,}5) = P(D < -0{,}5) + P(D > 0{,}5) = 31{,}37\%$

(b) $P(|D| > d) = 0{,}05 \Rightarrow P(D < -d) = 0{,}025 \Rightarrow d = 0{,}973$

(c) $P(|D| > 0{,}4) = 0{,}05 \Rightarrow P(-0{,}4 \le D \le 0{,}4) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{0{,}4\sqrt{n}}{\sqrt{3{,}94}} = 1{,}96 \Rightarrow n = 95$

Problema 34.

$\bar{X} \sim N(70; 100/36)$; $\bar{Y} \sim N(65; 225/49)$; $D = \bar{X} - \bar{Y} \sim N(5; 100/36 + 225/49)$

$P(D > 6) = 35{,}6\%$

Problema 35.

$\hat{p}_1 \sim N\left(p_1; \frac{p_1(1-p_1)}{n}\right)$; $\hat{p}_2 \sim N\left(p_2; \frac{p_2(1-p_2)}{m}\right)$. **Logo:**

$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \sim N\left(p_1 - p_2; \frac{p_1(1-p_1)}{n} + \frac{p_2(1-p_2)}{m}\right)$.

Problema 36.

$\bar{x}$	2	3	4	5	6
$P(\bar{X} = \bar{x})$	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

$$E(X) = \mu = 4{,}2;\ Var(X) = \sigma^2 = 4{,}16$$

$$E(\bar{X}) = 4{,}2 = \mu;\ Var(\bar{X}) = 1{,}56 = \frac{\sigma^2}{n}\frac{N-n}{N-1} = \frac{4{,}16}{2} \times \frac{5-2}{5-1}$$

Problema 39.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta},\ x \in [0;\theta] \\ 0,\ \text{caso contrário} \end{cases} \quad ;\ F(x) = \begin{cases} 0,\ x < 0 \\ \dfrac{x}{\theta},\ x \in\ [0;\theta] \\ 1,\ x > \theta \end{cases}$$

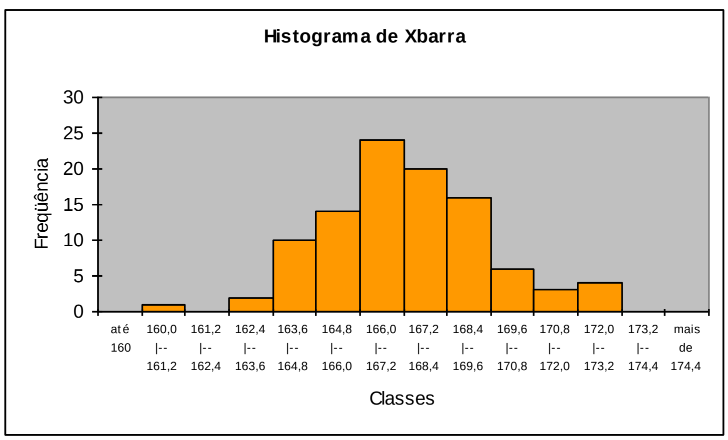
$$f_M(m) = n[F(m)]^{n-1} f(m) = n\left(\frac{m}{\theta}\right)^{n-1}\frac{1}{\theta} = \frac{nm^{n-1}}{\theta^n},\quad m \in [0;\theta]$$

Problema 40.

Obs.: Os resultados abaixo referem-se a uma particular amostra obtida no Excel.

(a) Média

Classe	Freqüência
até 160	0
160,0 |-- 161,2	1
161,2 |-- 162,4	0
162,4 |-- 163,6	2
163,6 |-- 164,8	10
164,8 |-- 166,0	14
166,0 |-- 167,2	24
167,2 |-- 168,4	20
168,4 |-- 169,6	16
169,6 |-- 170,8	6
170,8 |-- 172,0	3
172,0 |-- 173,2	4
173,2 |-- 174,4	0
mais de 174,4	0

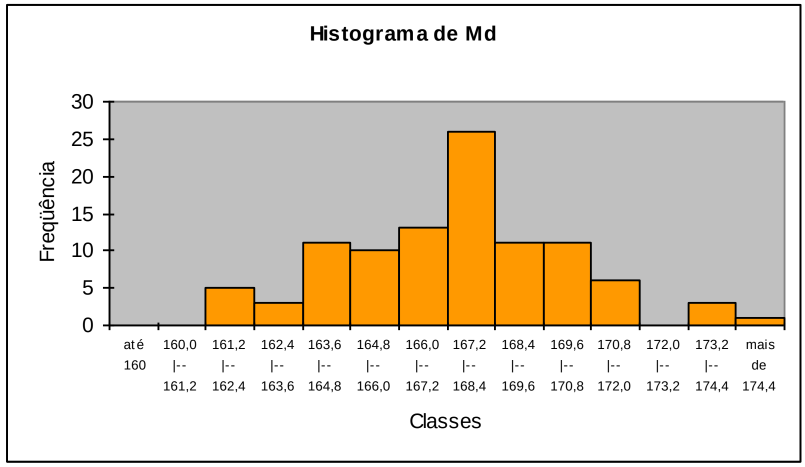


Medidas resumo

Mínimo	1o quartil	Mediana	3o quartil	Máximo	Média	Variância
161,0	165,7	167,0	168,5	173,1	167,2	5,3

(b) Mediana

Classe	Freqüência
até 160	0
160,0 |-- 161,2	0
161,2 |-- 162,4	5
162,4 |-- 163,6	3
163,6 |-- 164,8	11
164,8 |-- 166,0	10
166,0 |-- 167,2	13
167,2 |-- 168,4	26
168,4 |-- 169,6	11
169,6 |-- 170,8	11
170,8 |-- 172,0	6
172,0 |-- 173,2	0
173,2 |-- 174,4	3
mais de 174,4	1



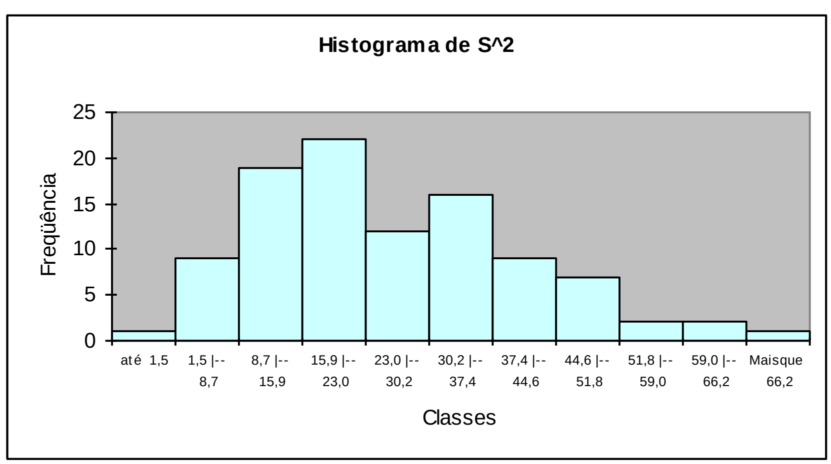
Medidas resumo

Mínimo	1º quartil	Mediana	3o quartil	Máximo	Média	Variância
161,5	165,8	167,5	169,4	174,8	167,5	7,8

(c) A distribuição amostral da mediana apresenta uma variabilidade maior em torno da média (igual à mediana) populacional.

(d) Variância, com n-1 no denominador.

Classe	Freqüência
até 1,5	1
1,5 |-- 8,7	9
8,7 |-- 15,9	19
15,9 |-- 23,0	22
23,0 |-- 30,2	12
30,2 |-- 37,4	16



37,4 |-- 44,6	9
44,6 |-- 51,8	7
51,8 |-- 59,0	2
59,0 |-- 66,2	2
Mais que 66,2	1

Medidas resumo

Mínimo	1o quartil	Mediana	3o quartil	Máximo	Média	Variância
1,48	12,86	21,92	34,57	73,38	25,65	226,60

Problema 41.

j	x_j	$\overline{X}_j$	S_j^2
1	3	3,00	0,00
2	5	4,00	2,00
3	2	3,33	2,33
4	6	4,00	3,33
5	4	4,00	2,50

Problema 42.

$$E(\hat{T}) = NE(\overline{X}) = N\mu = N\frac{T}{N} = T\,;\ Var(\hat{T}) = N^2 Var(\overline{X}) = N^2\frac{\sigma^2}{n}.$$

Problema 43.

Idêntico, substituindo-se S^2 no passo [3] por $S^2 = \overline{x}_n(1-\overline{x}_n)$.