

ACH2011 - Cálculo I

Lista 2: Funções e Modelos

1. Se $f(x) = 3x^2 - x + 2$ encontre $f(2)$, $f(-2)$, $f(a)$, $f(-a)$, $f(a+1)$, $2f(a)$, $f(2a)$, $f(a^2)$, $[f(a)]^2$ e $f(a+h)$.
2. Encontre o domínio da função.
 - (a) $f(x) = \frac{5x+4}{x^2+3x+2}$.
 - (b) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$.
 - (c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2-5x}}$.
3. Encontre o domínio e esboce o gráfico da função.
 - (a) $f(x) = 5$.
 - (b) $f(x) = \frac{1}{2}(x+3)$.
 - (c) $f(x) = \sqrt{x-5}$.
4. Encontre uma fórmula para a função descrita e obtenha seu domínio.
 - (a) Um retângulo tem um perímetro de 20 metros. Expresse a área do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados.
 - (b) Um retângulo tem uma área de $16 m^2$. Expresse o perímetro do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados.
5. Determine se f é par, ímpar ou nenhum dos dois.
 - (a) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$
 - (b) $f(x) = \frac{x^2}{x^4+1}$
 - (c) $f(x) = \frac{x}{x+1}$
 - (d) $f(x) = x|x|$
 - (e) $f(x) = 1 + 3x^2 - x^4$
 - (f) $f(x) = 1 + 3x^3 - x^5$
6. Classifique cada função como uma função potência, função raiz, função polinomial (estabeleça o grau), função racional, função algébrica, função trigonométrica, função exponencial ou função logarítmica.
 - (a) $f(x) = \sqrt[5]{x}$.
 - (b) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

- (c) $f(x) = x^9 + x^6$
 - (d) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3+x}$
 - (e) $f(x) = tg(2x)$
 - (f) $f(x) = 10^x$.
 - (g) $f(x) = \cos\theta + \sin\theta$
 - (h) $f(x) = x^{10}$
7. O que todos os membros da família de funções lineares $f(x) = 1 + m(x + 3)$ têm em comum? Esboce o gráfico de vários membros da família.
 8. O que todos os membros da família de funções lineares $f(x) = c - x$ têm em comum? Esboce o gráfico de vários membros da família.
 9. Encontre uma expressão para uma função cúbica f se $f(1) = 6$ e $f(-1) = f(0) = f(2) = 0$.
 10. Explique como obter, a partir do gráfico de $y = f(x)$, os gráficos a seguir:
 - (a) $y = 5f(x)$.
 - (b) $y = f(x - 5)$.
 - (c) $y = -f(x)$.
 - (d) $y = -5f(x)$.
 - (e) $y = f(5x)$.
 11. Como o gráfico de $y = f(|x|)$ está relacionado com o gráfico de f ?
 12. Esboce o gráfico de $y = \sqrt{|x|}$.
 13. Encontre $f + g$, $f - g$, fg e f/g e defina seus domínios.
 - (a) $f(x) = x^3 + 2x^2$, $g(x) = 3x^2 - 1$.
 - (b) $f(x) = \sqrt{3-x}$, $g(x) = \sqrt{x^2-1}$.
 14. Encontre as funções $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$ e defina seus domínios.
 - (a) $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = 2x + 1$.
 - (b) $f(x) = 1 - 3x$, $g(x) = \cos x$.
 15. Encontre $f \circ g \circ h$
 - (a) $f(x) = x + 1$, $g(x) = 2x$, $h(x) = x - 1$.
 - (b) $f(x) = \sqrt{x-3}$, $g(x) = x^2$, $h(x) = x^3 + 2$.
 16. Expresse a função da forma $f \circ g$
 - (a) $F(x) = (x^2 + 1)^{10}$.

- (b) $F(x) = \sin(\sqrt{x})$.
17. Se $f(x) = x + 4$ e $h(x) = 4x - 1$, encontre a função g tal que $g \circ f = h$.
18. (a) Suponha que f e g são funções pares. O que você pode dizer sobre $f + g$ e fg ?
 (b) E se f e g forem ambas ímpares?
19. (a) Suponha que f seja uma função par e que g seja ímpar. O que você pode dizer sobre fg ?
 (b) Suponha que g seja uma função par e seja $h = f \circ g$. A função h é sempre uma função par?
 (c) Suponha que g seja uma função ímpar e seja $h = f \circ g$. A função h é sempre uma função ímpar? E se f for ímpar? E se f for par?
20. Encontre o domínio de cada função
- (a) $f(x) = \frac{1}{e^x}$.
 (b) $f(x) = \sin(e^{-x})$
 (c) $f(x) = \sqrt{1 - 2^x}$
21. (a) O que é uma função injetora?
 (b) A partir do gráfico, como dizer se uma função é injetora?
 (c) $f(x) = \sqrt{1 - 2^x}$
22. (a) Seja f uma função injetora com domínio A e imagem B . Como é definida a função inversa f^{-1} ? Qual o domínio de f^{-1} ? Qual a imagem de f^{-1} ?
 (b) Se for dada uma fórmula para f , como você encontrará uma fórmula para f^{-1} ?
 (c) Se for dado o gráfico de f , como você encontrará o gráfico de f^{-1} ?
23. Determine se f é injetora
- (a) $f(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$.
 (b) $f(x) = |x|$.
 (c) $f(x) = \sqrt{x}$.
 (d) $f(t)$ é a altura da bola em t segundos após ser chutada.
24. Se f for uma função injetora tal que $f(2) = 9$, quando é $f^{-1}(9)$?
25. Se $g(x) = 3 + x + e^x$, ache $g^{-1}(4)$.
26. Encontre uma fórmula para a função inversa.
- (a) $f(x) = \sqrt{10 - 3x}$.
 (b) $f(x) = e^{x^3}$.

27. Expresse a quantidade dada como um único logaritmo.

(a) $\ln 5 + \ln 3$.

(b) $\ln(a + b) + \ln(a - b) - 2 \ln c$.

(c) $\ln(1 + x^2) + \frac{1}{2} \ln x - \ln(\sin(x))$.

28. Resolva cada equação em x .

(a) $2 \ln x = 1$.

(b) $\ln(5 - 2x) = -3$.

(c) $e^{2x+3} - 7 = 0$

(d) $\ln(x) + \ln(x - 1) = 1$.

29. (a) Faça o gráfico da função $f(x) = \sin(\sin^{-1}(x))$ e explique sua aparência.

(b) Faça o gráfico da função $g(x) = \sin^{-1}(\sin(x))$. Como você pode explicar a aparência desse gráfico?