Lista de Trigonometria - Cálculo - I
Prof. Dr. Helton Hideraldo Bíscaro
Algumas propriedades fundamentais de funções trigonométricas

1. **Domínio das funções:** As funções estão definidas em todo o conjunto $\mathbb{R}$;
2. **cosseno da diferença:** para todo $x, y \in \mathbb{R}$ tem-se:
$$\cos(x-y) = \cos(x)\cos(y) + sen(x)sen(y);$$
3. **Desigualdades fundamentais:** Para $0 < x < \frac{\pi}{2}$ vale:
$$0 < \cos(x) < \frac{sen(x)}{x} < \frac{1}{\cos(x)}.$$

Exercícios: Verifique as seguintes relações trigonométricas:

1. $\cos^2(x) + sen^2(x) = 1;$
2. **limitação:** $|sen(x)| \leq 1$ (sugestão: Use o fato de que $a^2 < b^2 \Leftrightarrow |a| < |b|$);
3. Considerando $y = \frac{\pi}{2}$ na propriedade 2 verifique a relação: $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = sen(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$;
4. **Paridade:**
   (a) Prove que *cos* é uma função par, ou seja, para todo $x \in \mathbb{R}$ vale:
   $$\cos(-x) = \cos(x);$$
   (b) Prove que *sen* é uma função ímpar, ou seja, para todo $x \in \mathbb{R}$ vale:
   $$sen(-x) = -sen(x);$$
5. $sen(\frac{\pi}{2} + x) = \cos(x)$
6. $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -sen(x)$
7. $sen(2\pi + x) = sen(x)$
8. $\cos(2\pi + x) = \cos(x)$
9. $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - sen(x)sen(y)$
10. $sen(x+y) = sen(x)\cos(y) + \cos(x)sen(y)$
11. $sen(a) - sen(b) = 2sen\left(\frac{a-b}{2}\right)\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$
12. $\cos(a) - \cos(b) = -2sen\left(\frac{a-b}{2}\right)sen\left(\frac{a+b}{2}\right)$
13. $\cos(2x) = \cos^2(x) - sen^2(x)$
14. $sen(2x) = 2sen(x)\cos(x)$
15. $sen^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$
16. $\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$