ACH2012 - Cálculo II

Sistema de Informação - EACH

Lista 3: Seqüências infinitas e séries - Continuação [1]

1. (a) O que é uma série de potências?
   (b) O que é o raio de convergência de uma série de potência? Como você o encontra?
   (c) O que é o intervalo de convergência de uma série de potência? Como você o encontra?

2. Encontre o raio de convergência e o intervalo de convergência da série.
   (a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$ (b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n+1}$
   (c) $\sum_{n=0}^{\infty} nx^n$ (d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$
   (e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{(n+1)^2}$ (f) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{\ln n}$
   (g) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+2)^n}{n2^n}$ (h) $\sum_{n=0}^{\infty} n!(2x-1)^n$

3. Se $\sum_{n=0}^{\infty} c_n 4^n$ for convergente, as séries que se seguem são convergentes?
   (a) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(-2)^n$ (b) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(-4)^n$

4. Se $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ converge para $x = -4$ e diverge para $x = 6$. O que pode ser dito sobre a convergência ou divergência das séries a seguir?.
   (a) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n$ (b) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n 8^n$
   (c) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(-3)^n$ (d) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n c_n 9^n$

5. Se k for um inteiro positivo, encontre o raio de convergência da série
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^k}{(kn)!} x^n.$$

6. Mostre que se $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|c_n|} = c$, então o raio de convergência da série de potência $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ é $R = 1/c$.

[1] Cálculo II, James Stewart

7. Suponha que a série $\sum c_n x^n$ tem raio de convergência 2 e que a série $\sum b_n x^n$ tem raio de convergência 3. O que você pode dizer sobre o raio de convergência da série $\sum (c_n + b_n)x^n$? Explique.

8. Se o raio de convergência da série de potência $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ for 10, qual é o raio de convergência da série $\sum_{n=1}^{\infty} nc_n x^{n-1}$? Por quê?.

9. Suponha que $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ converge para $|x| < 2$. O que você pode dizer sobre a série a seguir? Por quê? $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n}{n+1} x^{n+1}$

10. Encontre uma representação em séries de potências para a função e determine o intervalo de convergência.
    (a) $\frac{1}{1+x}$ (b) $\frac{1}{1+9x^2}$
    (c) $\ln(1+x)$ (d) $tg^{-1}(2x)$

11. Avalie a integral indefinida como uma série de potências.
    (a) $\int \frac{1}{1+x^4}$ (b) $\int tg^{-1}(x^2)$

12. Seja $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$. Encontre os intervalos de convergência para f, f' e f''.

13. Se $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n(x-5)^n$ para todo x, escriba uma formula para b_8.

14. Encontre a série de Maclaurin para $f(x)$, usando a definição. (Assuma que f tem uma expansão em série de potência.) Também encontre o raio de convergência associado.
    (a) $f(x) = cos(x)$ (b) $f(x) = sen(2x)$
    (c) $f(x) = (1+x)^{-3}$ (d) $f(x) = \ln(1+x)$

15. Encontre a série de Taylor para $f(x)$ centrada no valor dado de a. (Assuma que f tem uma expansão em série de potência.)
    (a) $f(x) = 1 + x + x^2, \quad a = 2$ (b) $f(x) = x^3, \quad a = -1$
    (c) $f(x) = e^x, \quad a = 3$ (d) $f(x) = \ln x, \quad a = 2$
    (e) $f(x) = sen(x), \quad a = \pi/4$ (f) $f(x) = \sqrt{x}, \quad a = 4$

16. Avalie a integral indefinida como uma série infinita.
    (a) $\int sen(x^2)$ (b) $\int e^{x^3}$

17. Encontre o polinômio de Taylor $T_n(x)$ para a função f em a.
    (a) $f(x) = \ln x$, $a = 1$, $n = 4$ (b) $f(x) = e^x$, $a = 2$, $n = 3$
    (c) $f(x) = sen(x)$, $a = \pi/6$, $n = 3$ (d) $f(x) = \sqrt{3+x^2}$, $a = 1$, $n = 2$

18. Mostre que T_n e f têm as mesmas derivadas em a até a ordem n.