

Simulado

Test: 1

User ID:

Timestamp:

1. Com relação à seguinte fórmula bem formada

$$a \notin \mathbb{Q} \Leftrightarrow a^2 \notin \mathbb{Q}$$

pode ser afirmado que:

- (a) É verdadeira para todo $a \in \mathbb{R}$.
 - (b) O condicional \Leftarrow é falso.
 - (c) O condicional \Leftarrow é verdadeiro.
 - (d) O condicional \Rightarrow é verdadeiro.
 - (e) É verdadeira mas não pode ser demonstrada.
 - (f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.
2. Considere a aplicação $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida para cada $n \in \mathbb{N}$ como:

$$\begin{aligned} f(2n) &= n, \\ f(2n-1) &= 3n-1. \end{aligned}$$

Com relação à aplicação composta g_k definida como:

$$g_k = f \circ f \circ \dots \circ f$$

ou seja, f composta consigo mesma k vezes, pode ser afirmado que:

- (a) Para todo natural k tem-se $|g_k(6171) - k| > 2$.
 - (b) Para todo natural n existe algum k natural tal que $g_k(n) = 1$.
 - (c) Existe algum k natural tal que $g_k(9663) \geq 10^9$.
 - (d) Para todo natural k existe algum n natural tal que $g_k(n) = 1$.
 - (e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.
 - (f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.
3. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$. Sabendo que

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} x \log \left(1 + \frac{a}{x} \right)$$

pode ser afirmado que:

- (a) $a = b$.
- (b) $a = \exp b$.
- (c) $a = \log b$.
- (d) $2a = \log b$.
- (e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.
- (f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

4. Com relação à função f definida como

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{se } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

pode ser afirmado que:

- (a) f é contínua nos racionais, ou seja, em todo ponto $a \in \mathbb{Q}$.
- (b) f é contínua no ponto $a = 0$ e não é contínua em nenhum outro ponto.
- (c) f é contínua em todo ponto $a \in \mathbb{R}$ com $a \neq 0$.
- (d) f é contínua nos irracionais, ou seja, em todo ponto $a \notin \mathbb{Q}$.
- (e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.
- (f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

5. Com relação à função f definida como

$$f(x) = \frac{1}{x - \sqrt{2}}$$

pode ser afirmado que:

- (a) É contínua no conjunto dos números racionais.
- (b) É limitada no conjunto dos números racionais.
- (c) É limitada no conjunto dos números reais.
- (d) É contínua no conjunto dos números reais.
- (e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.
- (f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

6. Considere $n = 2^{16} + 1$, ou seja, um dos poucos (números) primos de Fermat conhecidos. Com relação à derivada da função

$$f(x) = \cos^2(\sin^{(n)} x)$$

pode ser afirmado que:

- (a) $f'(x) = 2 \cos(\sin x) \cos(\cos x) \sin x$.
- (b) $f'(x) = 2 \cos(\cos x) \sin(\cos x) \sin x$.
- (c) $f'(x) = 2 \sin(\cos x) \sin(\cos x) \cos x$.
- (d) $f'(x) = 2 \cos(\sin x) \cos(\sin x) \cos x$.
- (e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.
- (f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

7. Com relação à função f definida como

$$f(x) = x^{4/5} - 1$$

pode ser afirmado que:

- (a) f não é derivável no ponto $a = 0$, nem contínua em tal ponto.
- (b) f é contínua em $a = 0$, mas não é derivável no ponto $a = 0$.
- (c) f é derivável no ponto $a = 0$, mas não é contínua em todo \mathbb{R} .
- (d) f é contínua no ponto $a = 0$, como também derivável em todo \mathbb{R} .
- (e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.
- (f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

8. Com relação à função f definida como

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x} \right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

pode ser afirmado que:

- (a) f é contínua no ponto $a = 0$, mas não é derivável em tal ponto.
- (b) f é contínua no ponto $a = 0$, como também derivável em tal ponto.
- (c) f não é contínua no ponto $a = 0$, nem derivável em tal ponto.
- (d) f é derivável no ponto $a = 0$, mas não é contínua em tal ponto.
- (e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.
- (f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

9. Com relação às funções f, g definidas respectivamente como

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$
$$g(x) = -\frac{1}{x+1}$$

pode ser afirmado que:

- (a) $f'(x) = g'(x)$.
- (b) $g'(x) = 1 - f''(x)$.
- (c) $f(x) = 1 + g''(x)$.
- (d) $g(x) = 2f''(x)$.
- (e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.
- (f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

Responder questões arriscando sem ter certeza, vulgo chutar, em testes de múltipla escolha pode ser considerado como um experimento aleatório binomial. Logo, supondo que o

teste consiste em n questões independentes, a probabilidade $P(n, k)$ de acertar k delas ao acaso resulta dada por

$$P(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

onde p é a probabilidade de acertar uma questão individual e $q = 1 - p$.

10. No presente teste de múltipla escolha tem-se $n = 10$ e $p = 1/6$, pois cada questão admite uma única resposta dentre seis opções. Observe que aprovar com nota mínima equivale a fixar $k = 5$. Supondo que todas as questões do presente teste fossem respondidas aleatoriamente, pode ser afirmado que:

- (a) Se o número de opções de cada pergunta aumenta de 6 para 7 então a probabilidade de aprovar com nota mínima cai aproximadamente pela metade.
- (b) Se o número de opções de cada pergunta cai de 6 para 5 então a probabilidade de aprovar com nota mínima permanece aproximadamente igual.
- (c) A probabilidade de aprovar com nota mínima é maior que 2%.
- (d) A probabilidade de aprovar com nota mínima é menor que 1%.
- (e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.
- (f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.