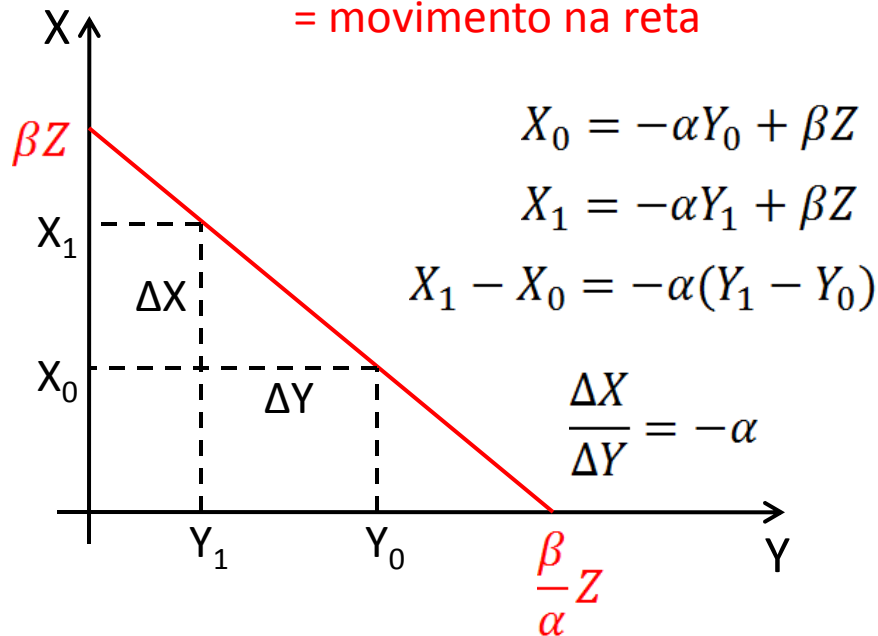


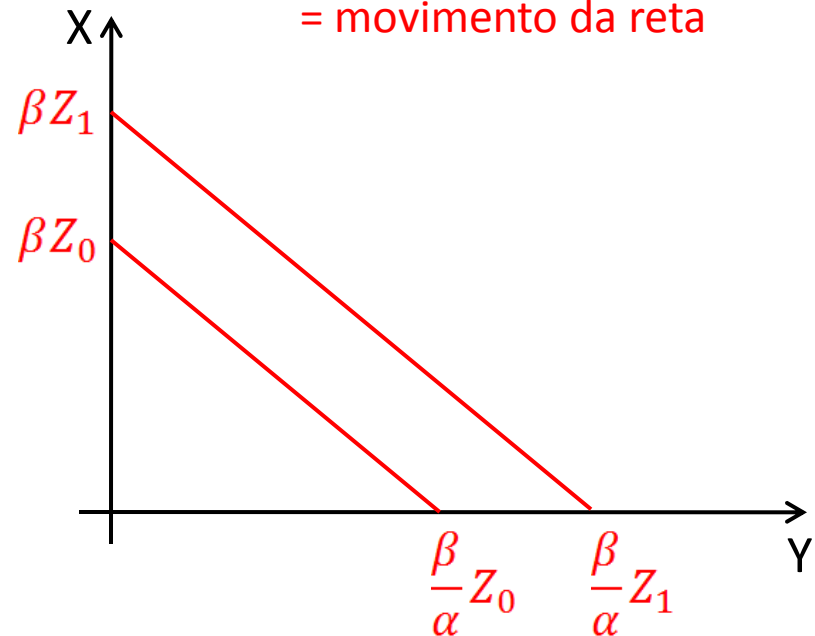
Os economistas geralmente deduzem modelos matemáticos que são como mapas da realidade. Esses mapas funcionam por meio de experimentos mentais simplificados: todo o resto constante (*ceteris paribus*) o que acontece com y se x for alterado? Os modelos são posteriormente testados com dados reais.

Relembrando, considere a função genérica de 1º grau: $X = F(Y, Z) = -\alpha Y + \beta Z$

Mudança de variável endógena
= movimento na reta

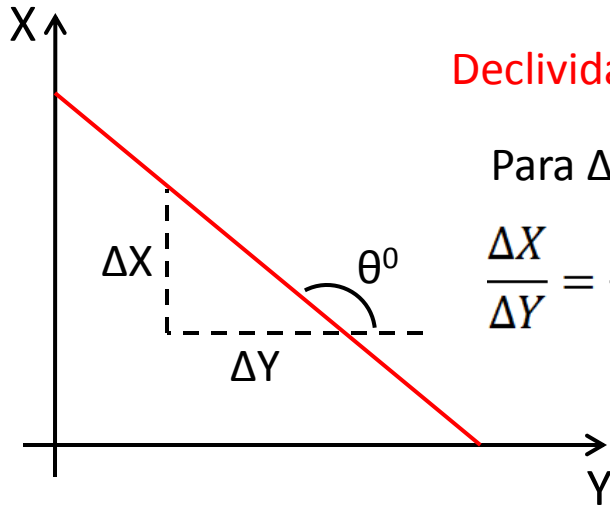


Mudança de variável exógena
= movimento da reta



Ceteris paribus, para ΔY infinitesimal, $\frac{\partial X}{\partial Y} = -\alpha$

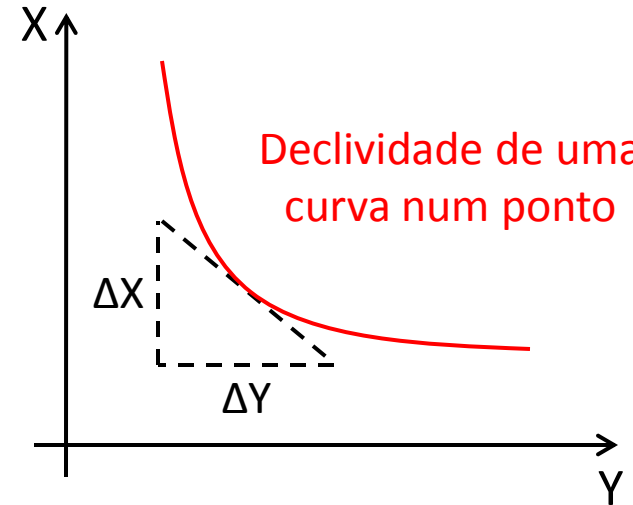
Declividade (ou coeficiente angular):



Declividade de uma reta

Para ΔY infinitesimal

$$\frac{\Delta X}{\Delta Y} = \frac{\partial X}{\partial Y} = -\alpha = \tan(\theta^0)$$



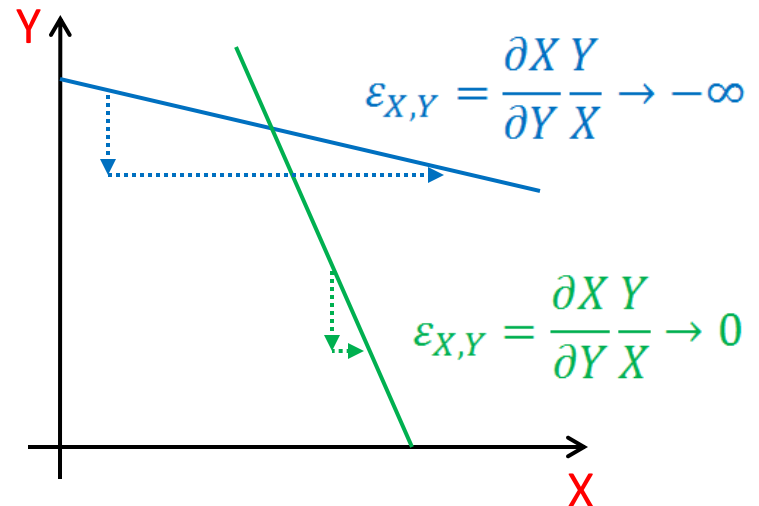
Declividade de uma curva num ponto

Elasticidade:

$$\varepsilon_{X,Y} = \frac{\Delta X / X}{\Delta Y / Y} = \frac{\Delta X Y}{\Delta Y X} = \frac{\partial X Y}{\partial Y X} \quad \text{Para } \Delta Y \text{ infinitesimal}$$

Se $X = -\alpha Y + \beta Z$, então...

$$\varepsilon_{X,Y} = \frac{-\alpha Y}{-\alpha Y + \beta Z} \neq -\alpha$$



De onde vem a curva de demanda e por que ela seria negativamente inclinada?

Qual o problema do consumidor?

**Maximizar a sua utilidade no consumo de bens e serviços
dada a sua restrição orçamentária.**

Vamos considerar dois bens:

- Um bem Q que será o nosso foco de atenção.
- E um bem X qualquer que servirá como bem alternativo.

Vale lembrar que estamos num mundo cujo valor é relativo e, portanto, o bem Q não tem valor por si só, mas sim somente em comparação com outro bem.

O preço em termos monetários do bem Q será P.

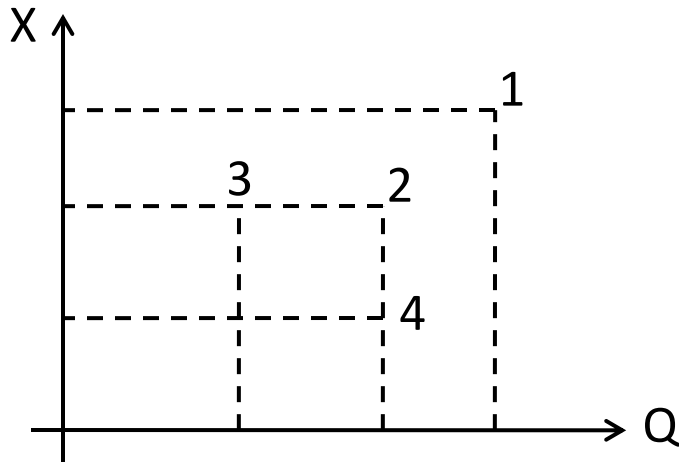
O preço em termos monetários do bem X será Z.

A renda do nosso consumidor será W e, logo, $W \geq PQ + ZX$.

Essa é a restrição orçamentária.

Como o consumidor escolhe entre Q e X?

Em primeiro lugar, o que significa utilidade no consumo?

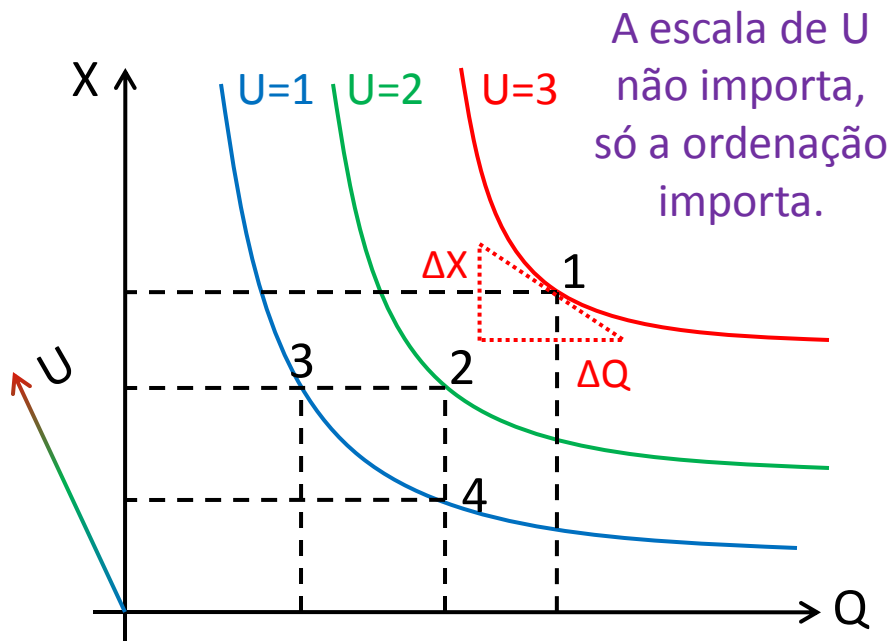


Uma cesta de bens é uma combinação de bens;
no caso, dos bens Q e X.

A cesta 1 é preferível à cesta 2?

A cesta 2 é preferível à cesta 3? E à cesta 4?

A cesta 3 é preferível à cesta 4?

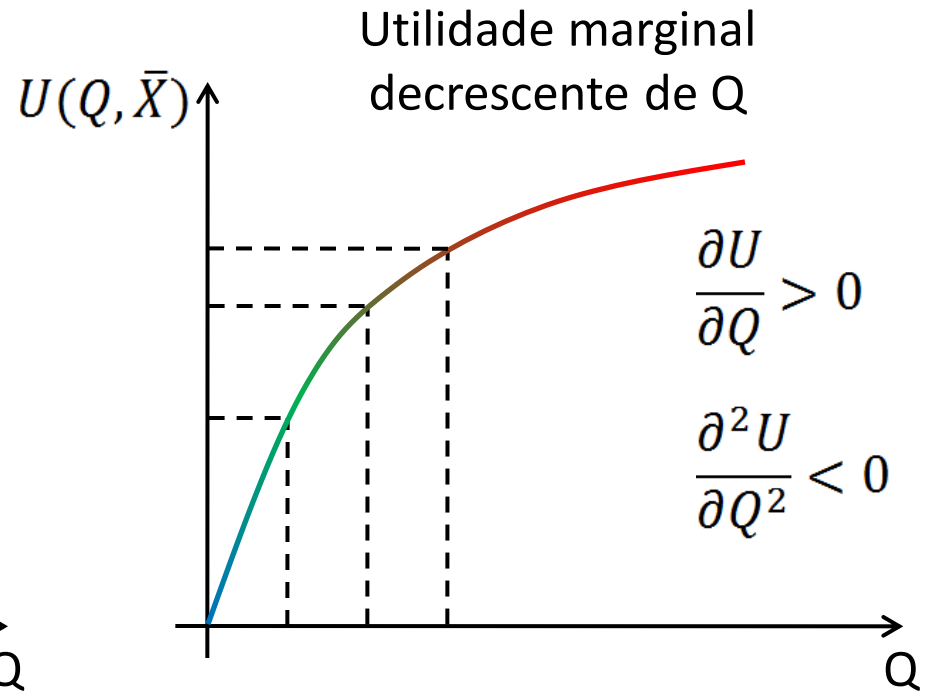
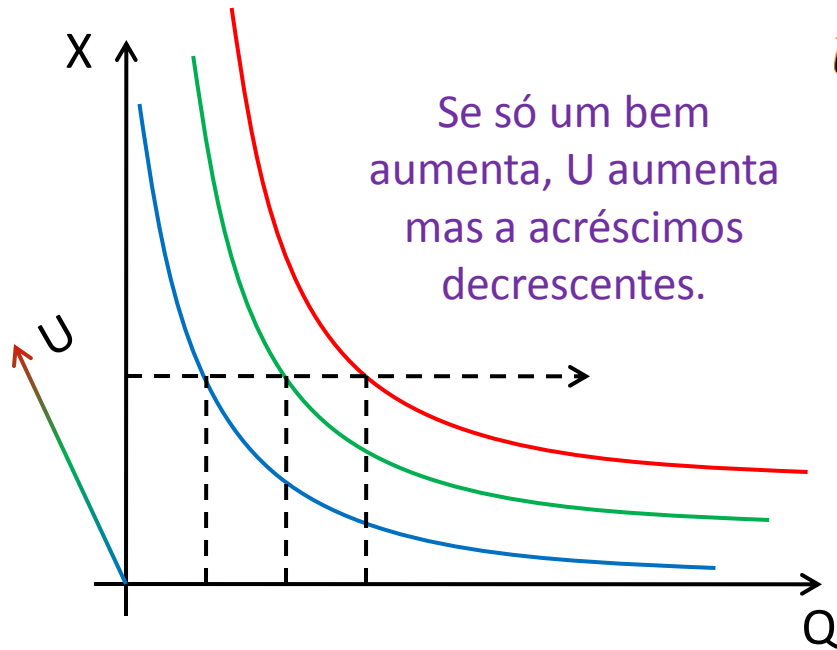


Uma função de utilidade $U = U(Q, X)$ é uma representação do mapa de preferências de um consumidor: um conjunto de curvas de indiferença que indicam as cestas de Q e X que propiciam o mesmo nível de utilidade.

Para ter consistência lógica, as curvas devem ser convexas e não podem se cruzar.

A declividade num ponto de cada curva, chamada de taxa marginal de substituição, é o preço relativo entre Q e X que o consumidor está disposto a pagar pela cesta.

A forma da função utilidade:



A declividade de uma curva de indiferença:

$$U = U(Q, X)$$

$$dU = U'(Q)dQ + U'(X)dX = 0$$

$$\frac{dX}{dQ} = -\frac{U'(Q)}{U'(X)}$$

Exemplo de $U = U(Q, X)$

$$U = Q^\alpha X^\beta \quad \begin{matrix} 0 < \alpha < 1 \\ 0 < \beta < 1 \end{matrix}$$

$$\frac{\partial U}{\partial Q} = \frac{\alpha X^\beta}{Q^{1-\alpha}} > 0$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Q^2} = -\frac{\alpha(1-\alpha)X^\beta}{Q^{2-\alpha}} < 0$$

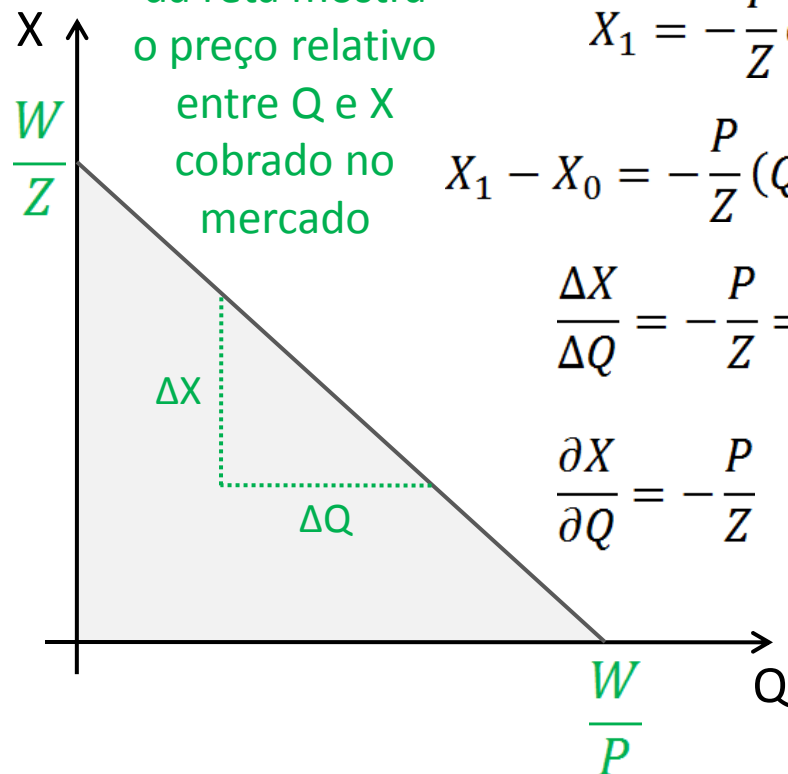
Em segundo lugar, o que significa restrição orçamentária?

A restrição orçamentária impõe que $W \geq PQ + ZX$. No limite, $W = PQ + ZX$.

No plano Q versus X, isso é uma reta sob a qual o consumidor pode adquirir cestas:

$$X = -\frac{P}{Z}Q + \frac{W}{Z}$$

A declividade da reta mostra o preço relativo entre Q e X cobrado no mercado



$$X_0 = -\frac{P}{Z}Q_0 + \frac{W}{Z}$$

$$X_1 = -\frac{P}{Z}Q_1 + \frac{W}{Z}$$

$$X_1 - X_0 = -\frac{P}{Z}(Q_1 - Q_0)$$

$$\frac{\Delta X}{\Delta Q} = -\frac{P}{Z} = -\frac{\$/Q}{\$/X}$$

$$\frac{\partial X}{\partial Q} = -\frac{P}{Z} \quad \text{Para } \Delta Q \text{ infinitesimal}$$

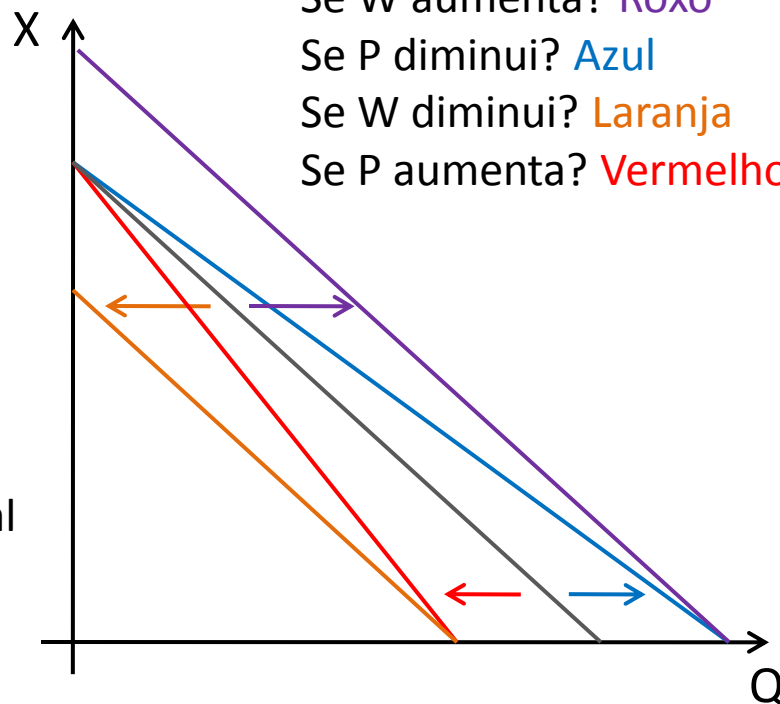
Como a reta muda:

Se W aumenta? Roxo

Se P diminui? Azul

Se W diminui? Laranja

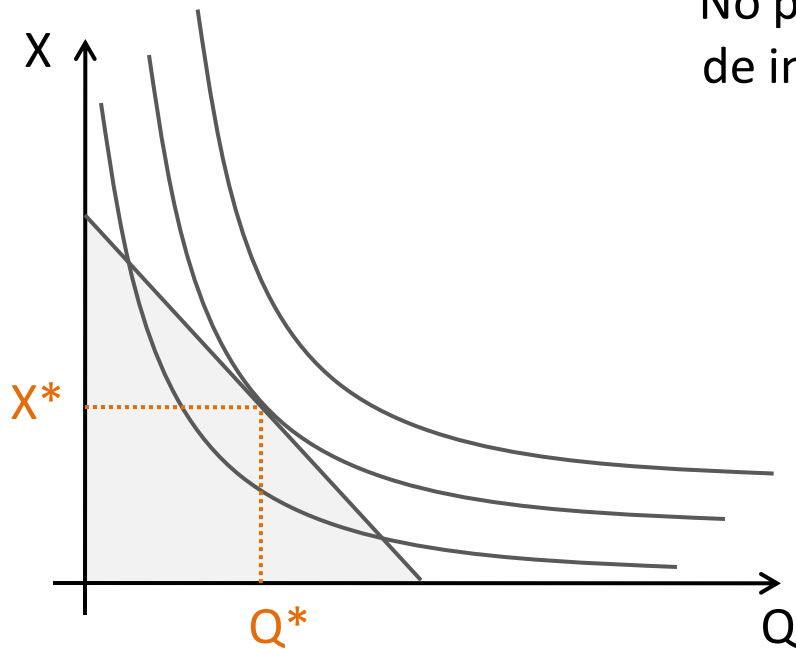
Se P aumenta? Vermelho



Em terceiro lugar, o que significa maximizar utilidade no consumo dada uma restrição orçamentária?

Significa simplesmente escolher a cesta de bens Q e X localizada na curva de indiferença que tangencia a reta de restrição orçamentária:

No ponto de tangência, a declividade da curva de indiferença é igual à declividade da reta de restrição orçamentária.



Taxa marginal de substituição do consumidor $\frac{dX}{dQ} = \frac{\partial X}{\partial Q}$ Preço relativo no mercado

$$-\frac{U'(Q)}{U'(X)} = -\frac{P}{Z}$$

$$\frac{U'(Q)}{U'(X)} = \frac{P}{Z}$$

Ou seja, o preço relativo que o consumidor está disposto a pagar (dado pela declividade no ponto de sua curva de indiferença) é igual ao preço relativo cobrado no mercado (dado pela declividade da reta de restrição orçamentária).

Algebricamente, o problema do consumidor é...

$$\text{Max}_{Q,X} U(Q, X) + \lambda(W - PQ - ZX) \quad \text{sabendo que:} \quad U'(Q) = \frac{\partial U}{\partial Q} > 0 \quad U'(X) = \frac{\partial U}{\partial X} > 0$$

$$\frac{U'(Q)}{U'(X)} = -\frac{dX}{dQ}$$

$$\begin{cases} U'(Q) - \lambda P = 0 \\ U'(X) - \lambda Z = 0 \\ W - PQ - ZX = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{U'(Q)}{U'(X)} = \frac{P}{Z} \\ W - PQ - ZX = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} PQ = \frac{U'(Q)}{U'(X)} \frac{Q}{X} ZX \\ W - PQ - ZX = 0 \end{cases}$$

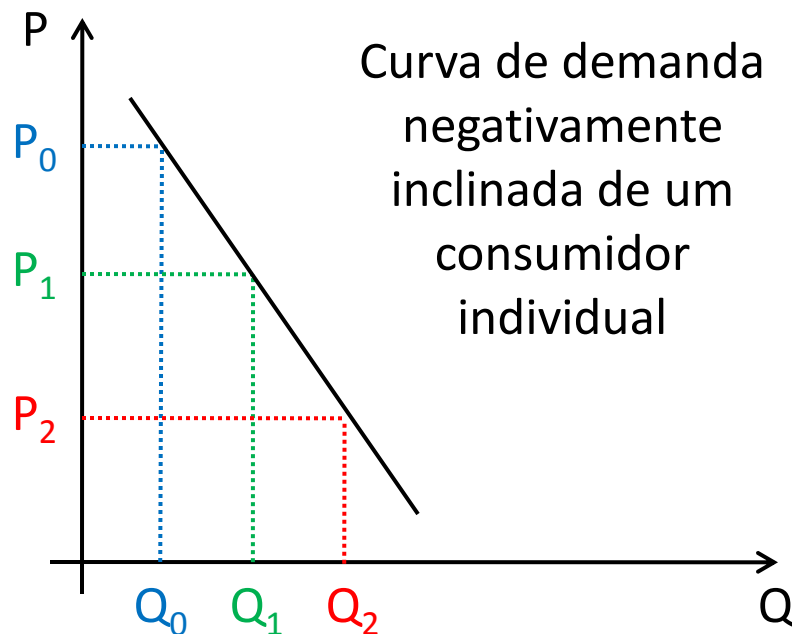
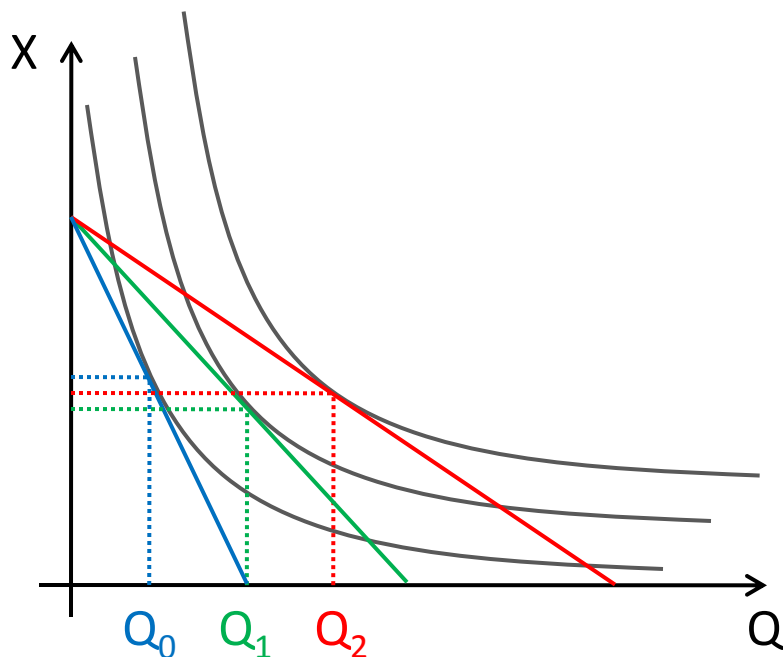
$$\begin{cases} PQ = -\frac{dX}{dQ} \frac{Q}{X} ZX \\ W - PQ - ZX = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} PQ = |\epsilon_{X,Q}| ZX \\ W - PQ - ZX = 0 \end{cases}$$

Portanto:

$$ZX = \frac{1}{1 + |\epsilon_{X,Q}|} W \quad PQ = \frac{|\epsilon_{X,Q}|}{1 + |\epsilon_{X,Q}|} W$$

De onde enfim vem a curva de demanda negativamente inclinada?

A curva de demanda mostra as quantidades Q que o consumidor escolhe para diferentes preços P . Vamos então supor retas de restrição orçamentária com diferentes preços P e observar as quantidades Q que o consumidor escolhe:

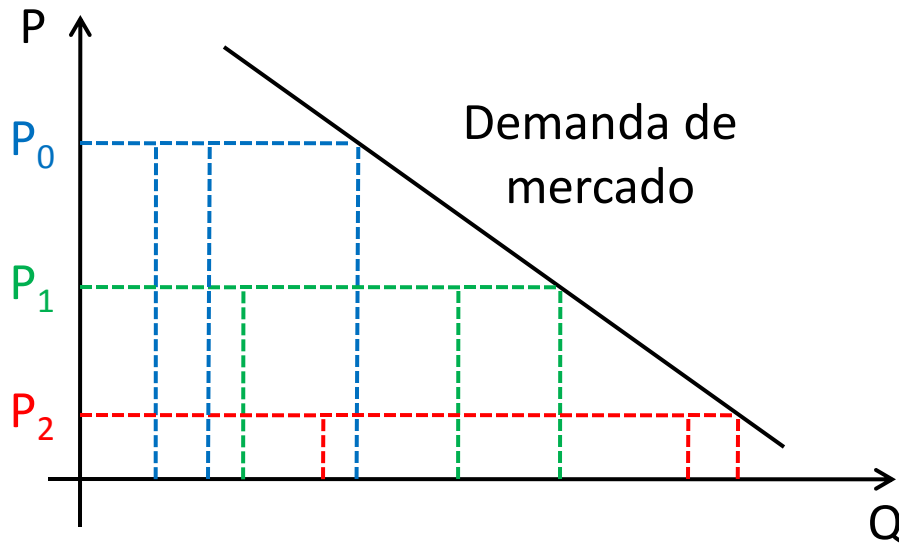
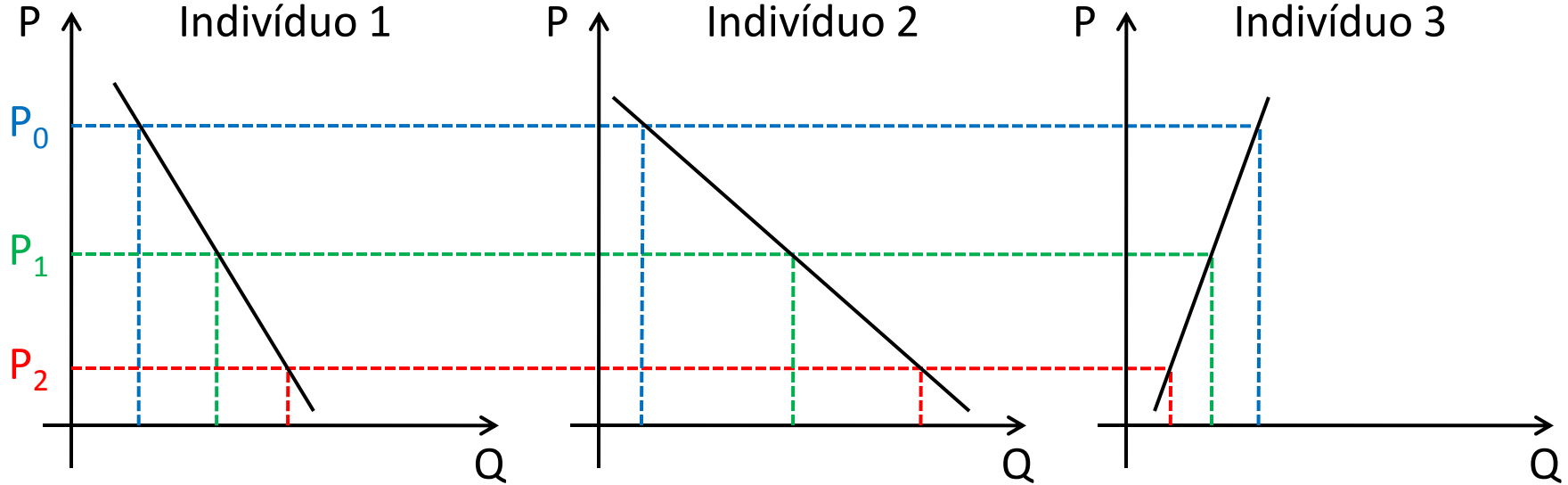


Em azul, reta de restrição orçamentária dado P_0

Em verde, reta de restrição orçamentária dado $P_1 < P_0$

Em vermelho, reta de restrição orçamentária dado $P_2 < P_1$

A curva de demanda de mercado é a soma horizontal das demandas individuais.



A demanda de mercado também pode ser definida supondo-se um consumidor representativo.

Isso é útil quando as demandas individuais não são independentes; ou seja, quando a demanda de um depende da de outro(s).

Como pode um indivíduo apresentar curva de demanda positivamente inclinada?

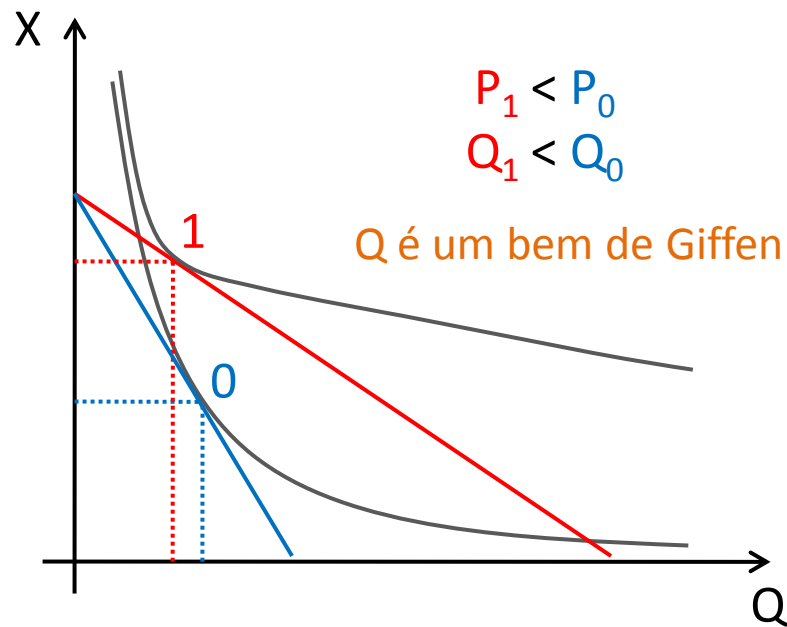
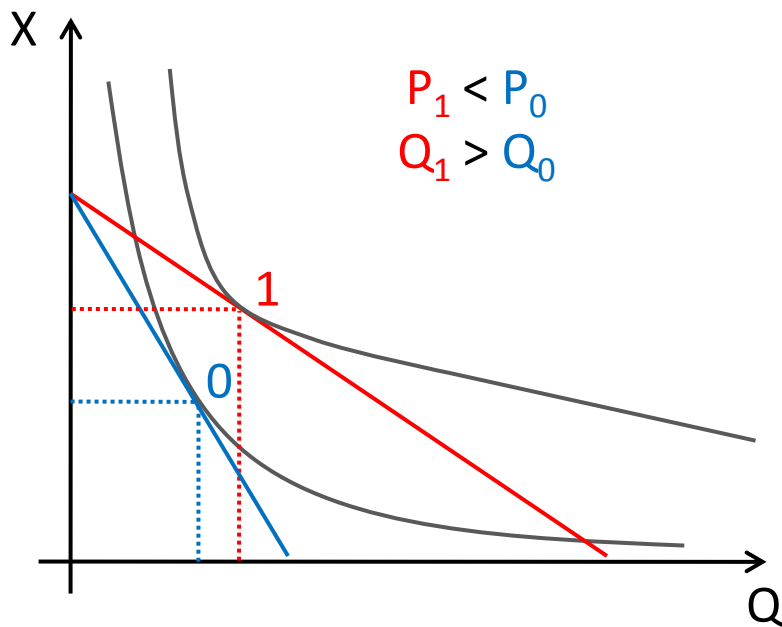
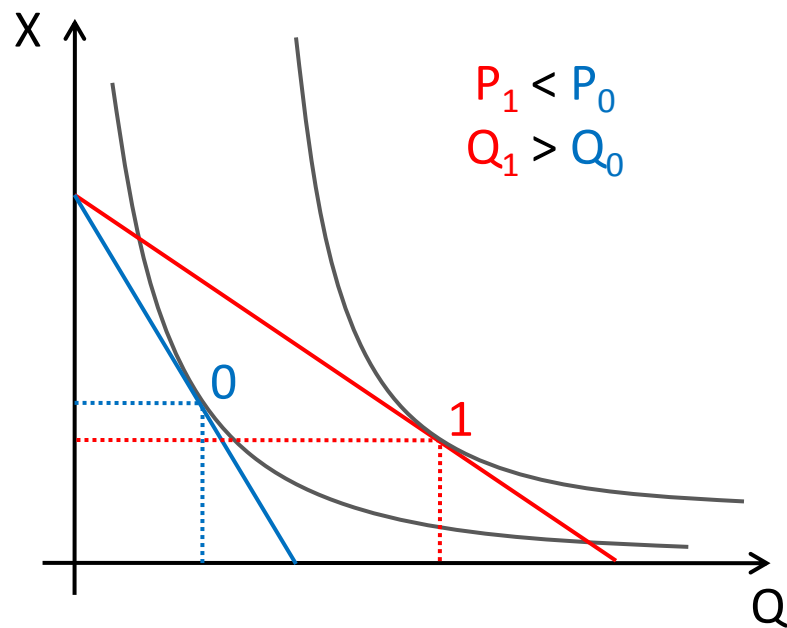
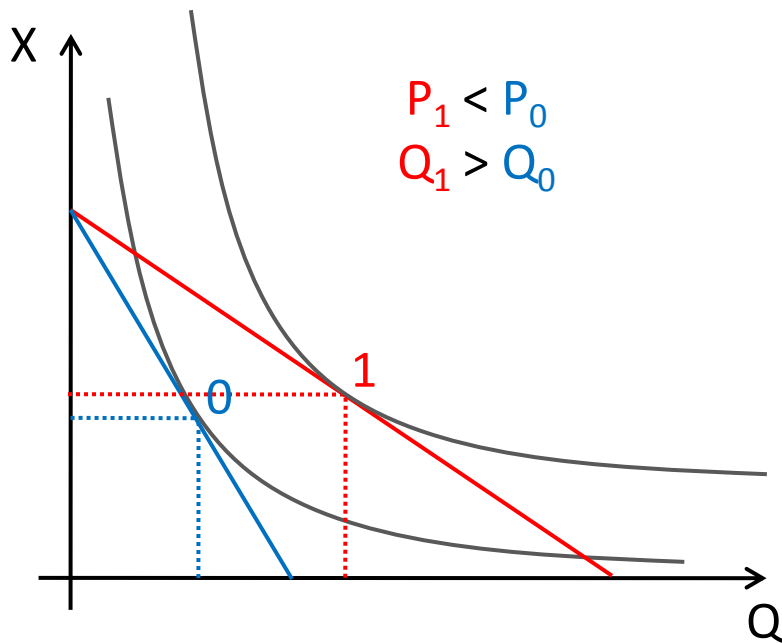
Primeira coisa a observar: foi dito apenas que as curvas de indiferença devem ser convexas e não podem se cruzar. Elas não precisam ser idênticas.

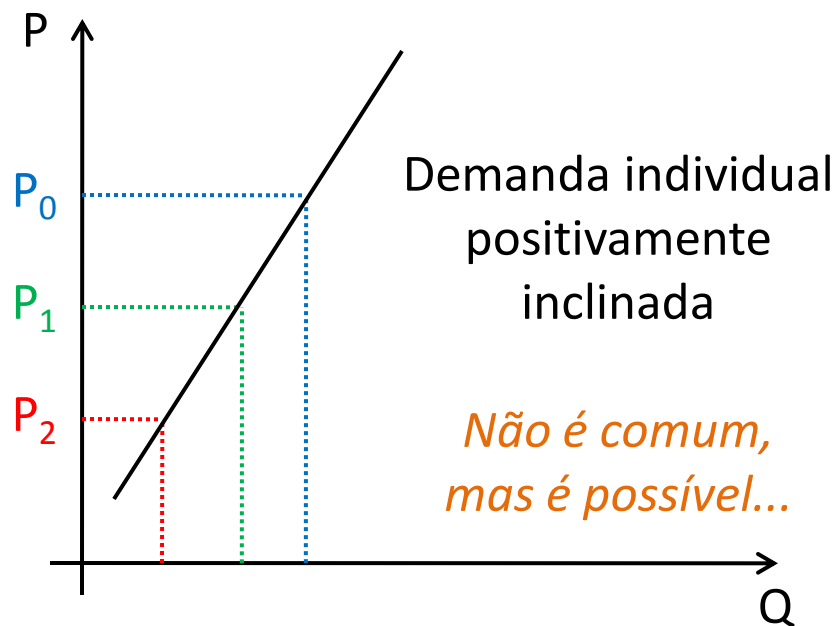
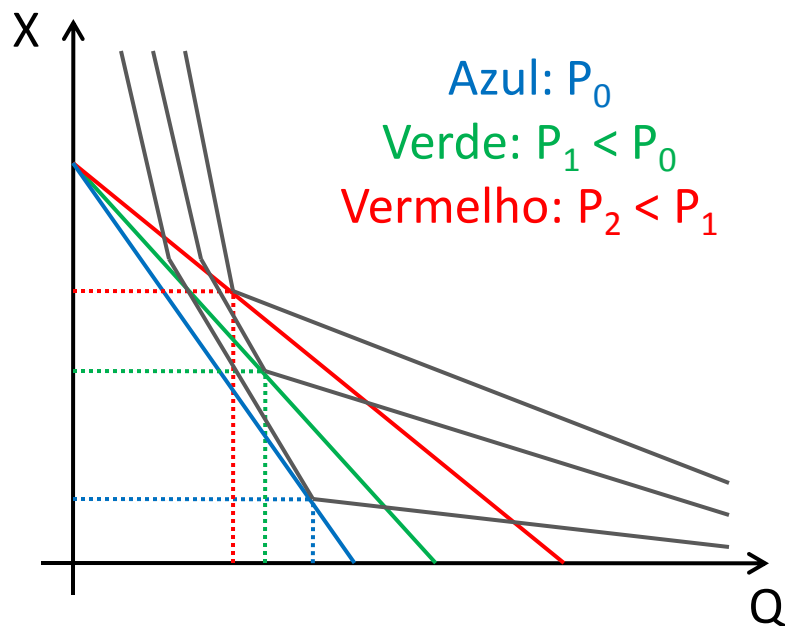
Segunda coisa a observar: quando o preço P do bem Q muda, duas coisas ocorrem com a reta de restrição orçamentária, as quais são 1-) a declividade da reta muda e 2-) a área sob a reta muda.

A mudança da declividade da reta representa a mudança do preço relativo entre Q e X cobrado no mercado. Isso causa um efeito substituição na escolha do consumidor, que troca o bem que ficou mais caro pelo bem que ficou mais barato.

A mudança da área sob a reta representa ganho ou perda de poder aquisitivo de cestas. Isso causa um efeito renda na escolha do consumidor, que pode não necessariamente trocar o bem que ficou mais caro pelo bem que ficou mais barato.

Ou seja, o efeito renda pode ir no mesmo sentido do efeito substituição ou no sentido contrário ao do efeito substituição. Pode inclusive ir no sentido contrário e ser mais forte do que o efeito substituição, o que causa uma curva de demanda positivamente inclinada.





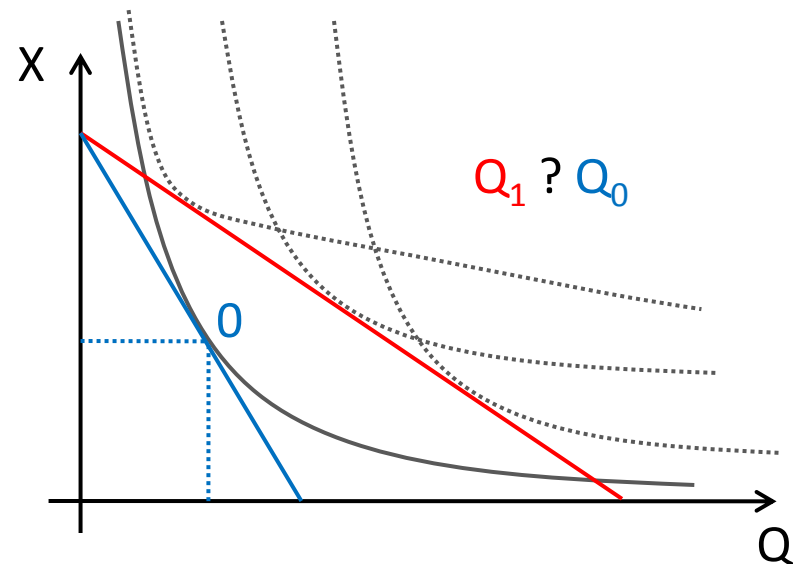
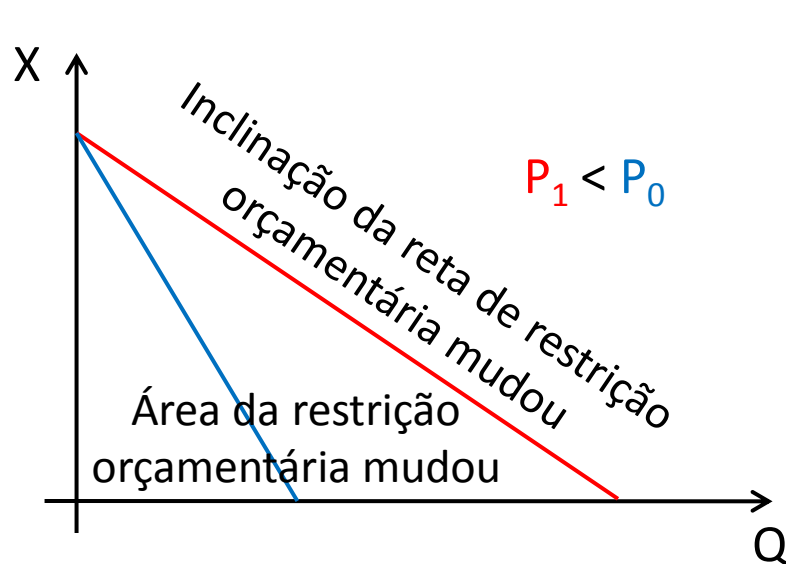
Um **bem de Giffen** (atribuídos ao escocês Sir Robert Giffen) é um bem em geral básico para o qual o consumidor (não o mercado) apresenta uma curva de demanda positivamente inclinada sem violar nenhum pressuposto de racionalidade até aqui exposto.

Por exemplo, se o preço do arroz cair, com o mesmo dinheiro o consumidor poderá comprar mais arroz, mas ele quer mais arroz? Ele pode não querer mais arroz... Ele pode preferir comprar a mesma quantidade anterior de arroz e usar a sobra de dinheiro para comprar outra coisa. Ele pode inclusive decidir sacrificar algum arroz para aumentar um pouco mais aquela sobra de dinheiro e finalmente comprar algo que muito desejava mas que antes (da queda do preço do arroz) parecia inacessível (um bife talvez?).

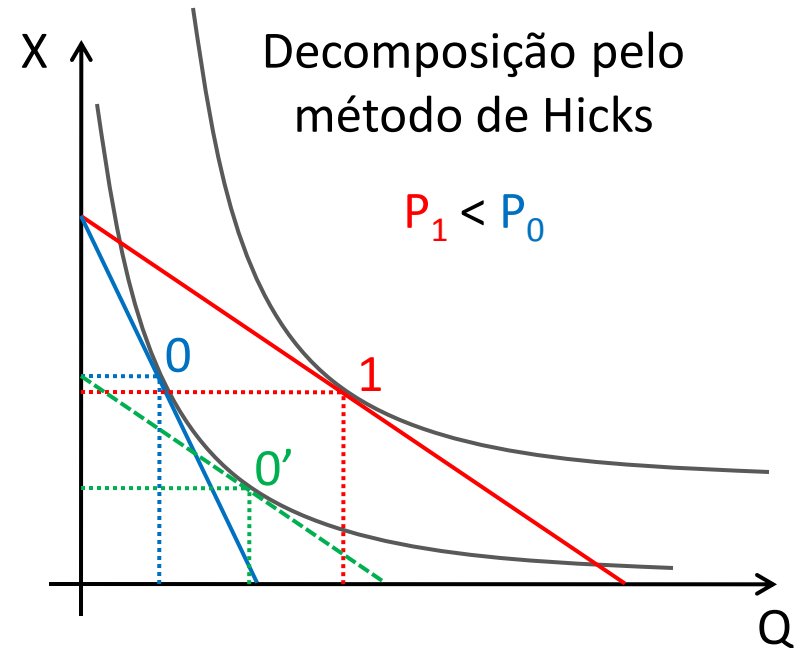
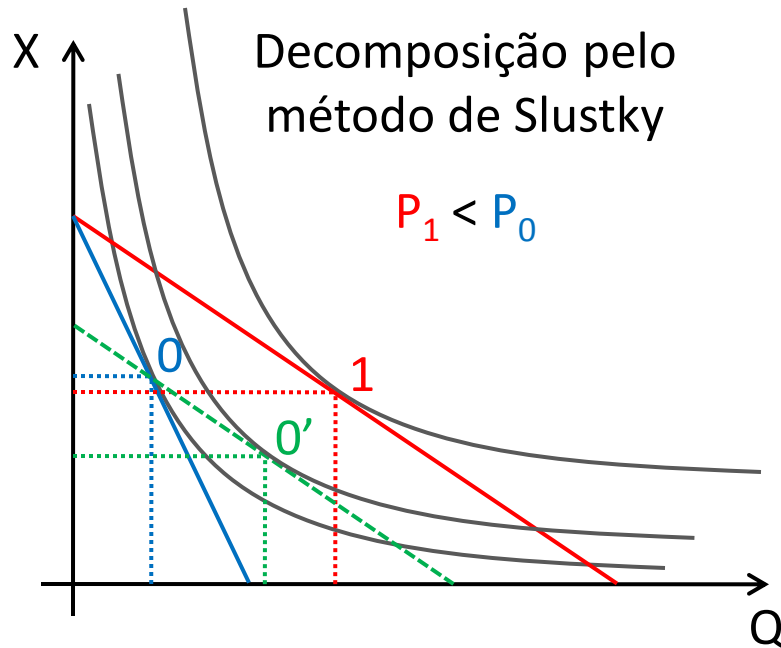
Também existe o chamado **bem de Veblen** que é um bem em geral de luxo para o qual o consumidor apresenta uma curva de demanda positivamente inclinada, mas violando o pressuposto de que a utilidade depende da quantidade consumida do bem, pois considera que o consumidor no caso extrai utilidade do valor do bem: $U = U(P)$ ao invés de $U = U(Q)$.

Os bens de Giffen são importantes por mostrarem claramente que o efeito total da mudança de preço de um bem Q qualquer sobre o consumidor pode ser decomposto em:

- **Efeito substituição:** o efeito que a variação no relativo de preços causada pela mudança do preço do bem Q tem sobre o consumidor. Esse efeito faz com que ele consuma mais do bem que ficou relativamente mais barato e menos do bem que ficou relativamente mais caro.
- **Efeito renda:** o efeito que a variação de renda causada pela mudança do preço do bem Q tem sobre o consumidor. Esse efeito pode reforçar ou enfraquecer o efeito substituição.



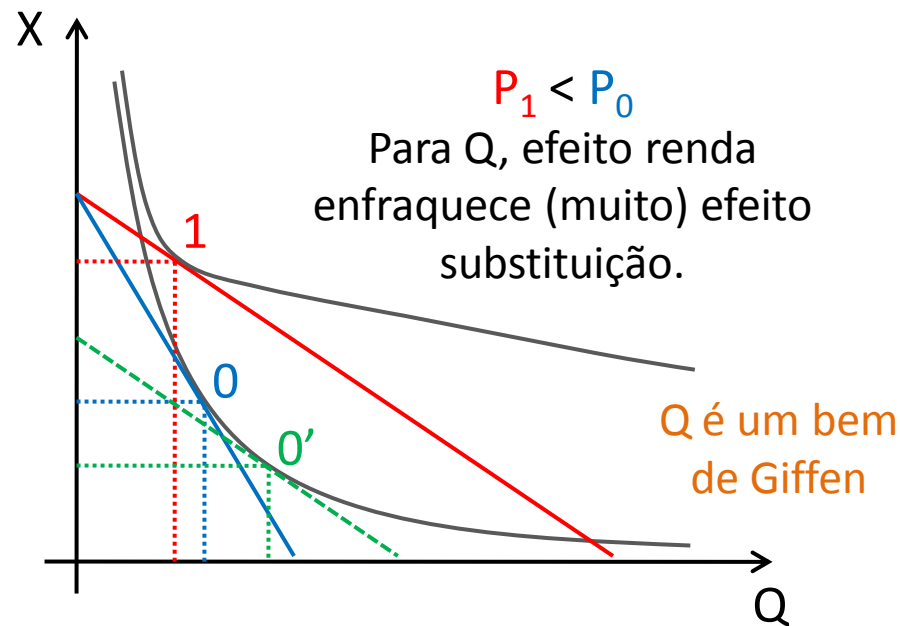
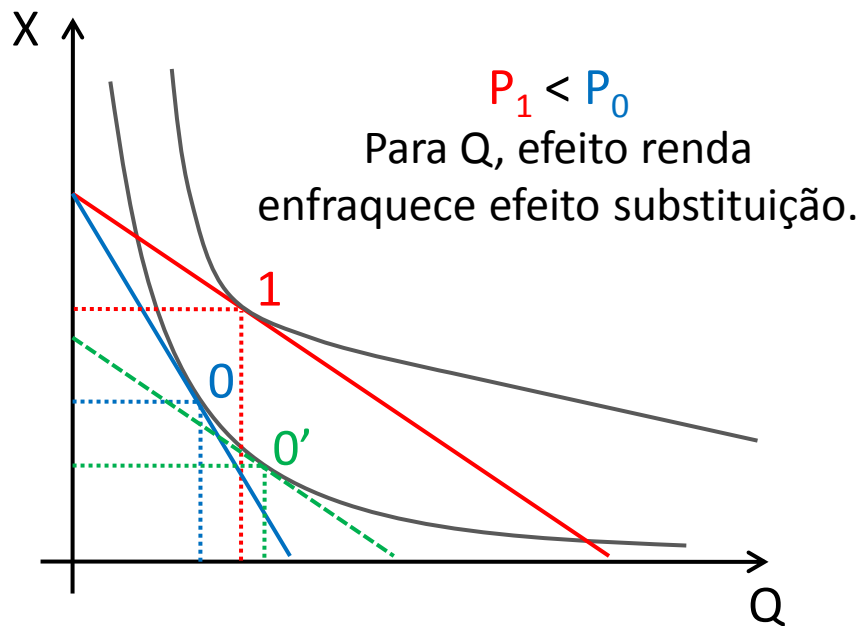
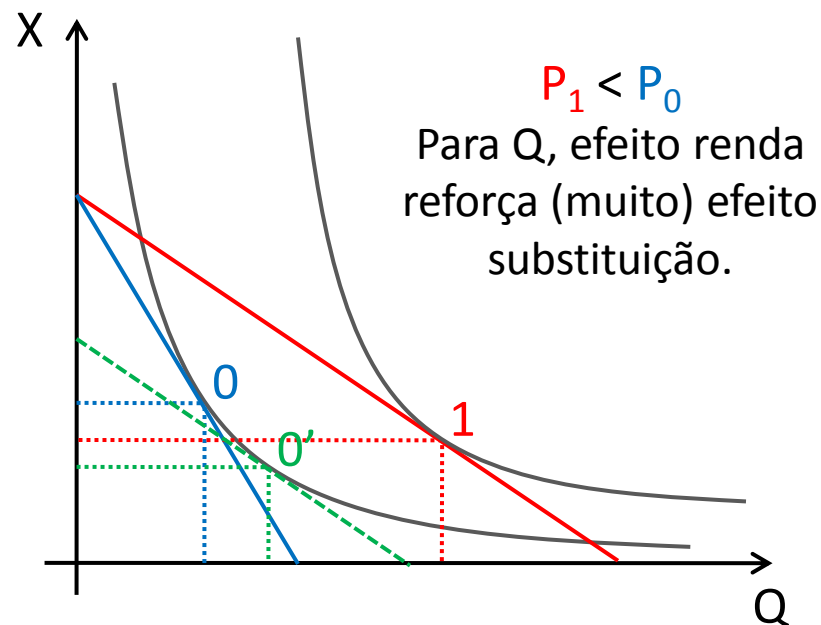
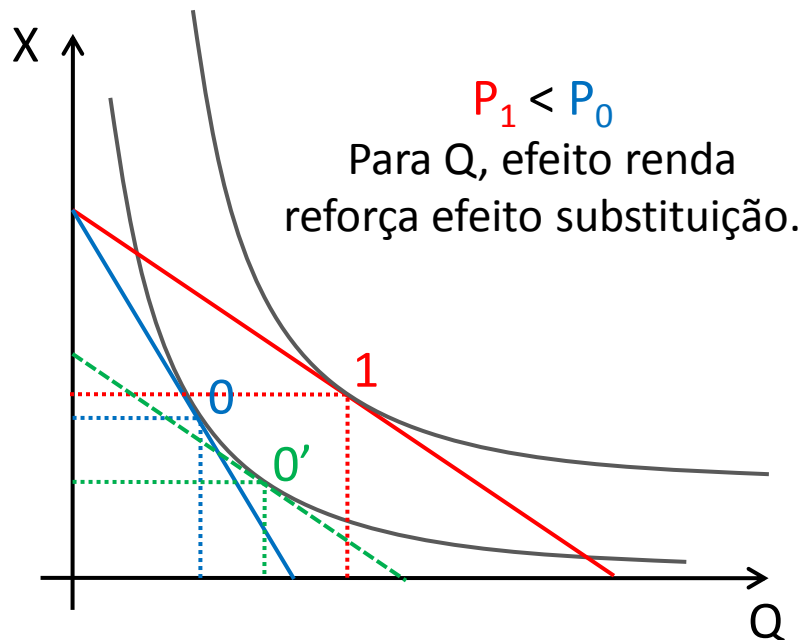
Visualização do efeito substituição e do efeito renda.



Mudança (no caso, queda) do preço de Q de P_0 para P_1 causa mudança da cesta escolhida de bens do ponto 0 para o ponto 1. **Esse efeito total de 0 para 1 pode ser decomposto em efeito substituição (de 0 para 0') e efeito renda (de 0' para 1).**

Efeito substituição (de 0 para 0'): o consumidor escolhe mais do bem que ficou relativamente mais barato e menos do bem que ficou relativamente mais caro.

Efeito renda (de 0' para 1): reforça ou enfraquece o efeito substituição.



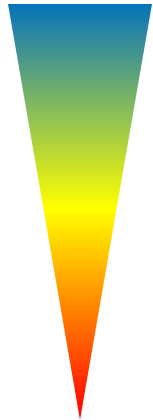
A elasticidade-preço da demanda de um bem Q

Mede a mudança da quantidade demandada de um bem Q (em %) causada pela mudança do preço P desse mesmo bem (em %).

$$\varepsilon_{Q,P} = \frac{\partial Q}{\partial P} \frac{P}{Q} \cong \frac{\Delta Q}{\Delta P} \frac{P}{Q} = \frac{\Delta Q}{Q} / \frac{\Delta P}{P}$$

Espera-se $\varepsilon_{Q,P} \leq 0$ exceto nos casos de bens de Giffen e Veblen.

Rigidez da
demanda



$\varepsilon_{Q,P} = 0$	Q tem demanda perfeitamente inelástica
$-1 < \varepsilon_{Q,P} < 0$	Q tem demanda inelástica
$\varepsilon_{Q,P} = -1$	Q tem demanda de elasticidade unitária
$-\infty < \varepsilon_{Q,P} < -1$	Q tem demanda elástica
$\varepsilon_{Q,P} = -\infty$	Q tem demanda perfeitamente elástica

A elasticidade-preço da demanda por um bem permite saber se:

- um produtor consegue aumentar a receita através de aumento de preço.
- um produtor consegue repassar um aumento de imposto ao consumidor .

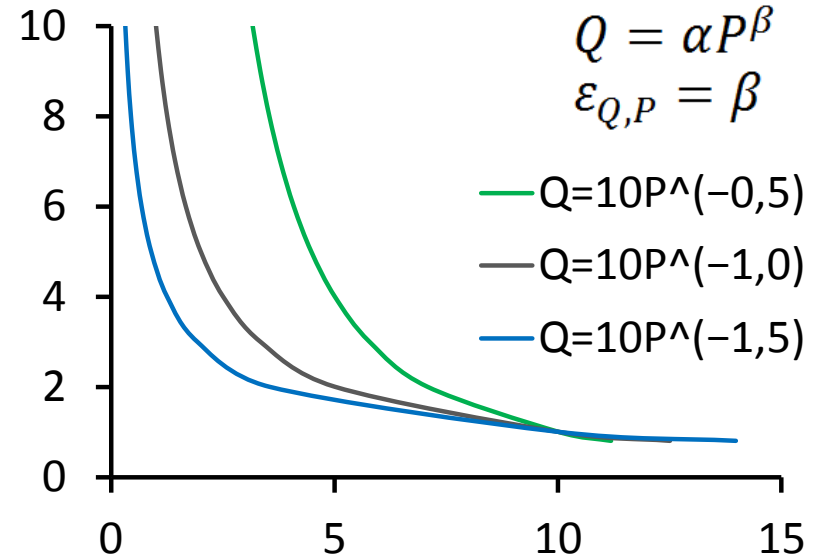
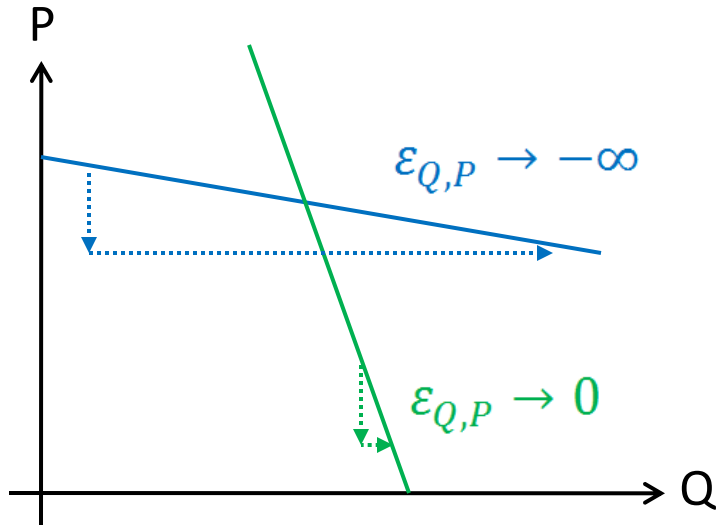
A elasticidade-preço da demanda de um bem Q

Alguns exemplos tirados do Wikipedia:

http://en.wikipedia.org/wiki/Price_elasticity_of_demand#Selected_price_elasticities

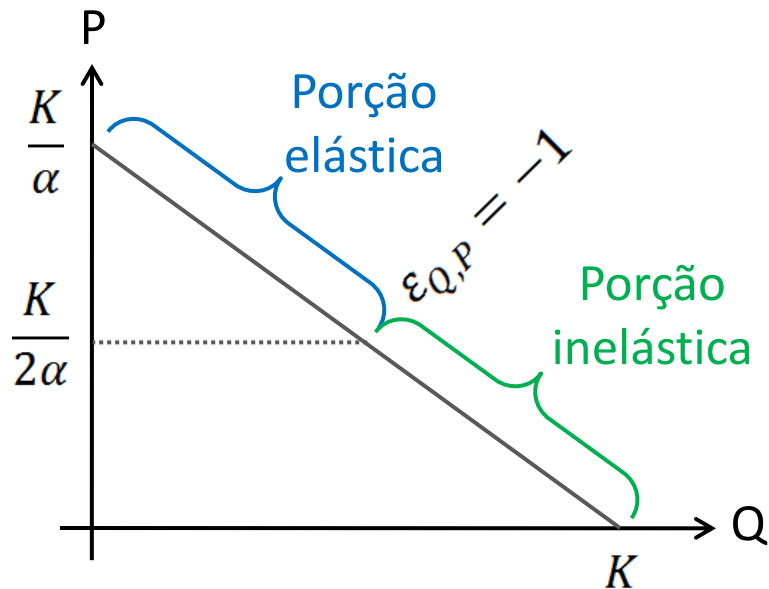
<p>Rice</p> <ul style="list-style-type: none">–0.47 (Austria)–0.8 (Bangladesh)–0.8 (China)–0.25 (Japan)–0.55 (US) <p>Car fuel</p> <ul style="list-style-type: none">–0.25 (Short run)–0.64 (Long run) <p>Airline travel (US)</p> <ul style="list-style-type: none">–0.3 (First Class)–0.9 (Discount)–1.5 (for Pleasure Travelers)	<p>Cigarettes (US)</p> <ul style="list-style-type: none">–0.3 to –0.6 (General)–0.6 to –0.7 (Youth) <p>Alcoholic beverages (US)</p> <ul style="list-style-type: none">–0.3 or –0.7 to –0.9 as of 1972 (Beer)–1.0 (Wine)–1.5 (Spirits) <p>Soft drinks</p> <ul style="list-style-type: none">–0.8 to –1.0 (general)–3.8 (Coca-Cola)–4.4 (Mountain Dew) <p>Medicine (US)</p> <ul style="list-style-type: none">–0.31 (Medical insurance)–0.03 to –0.06 (Pediatric Visits)
--	--

A elasticidade-preço da demanda de um bem Q



$$Q = -\alpha P + K$$

$$\epsilon_{Q,P} = -\frac{\alpha P}{K - \alpha P}$$

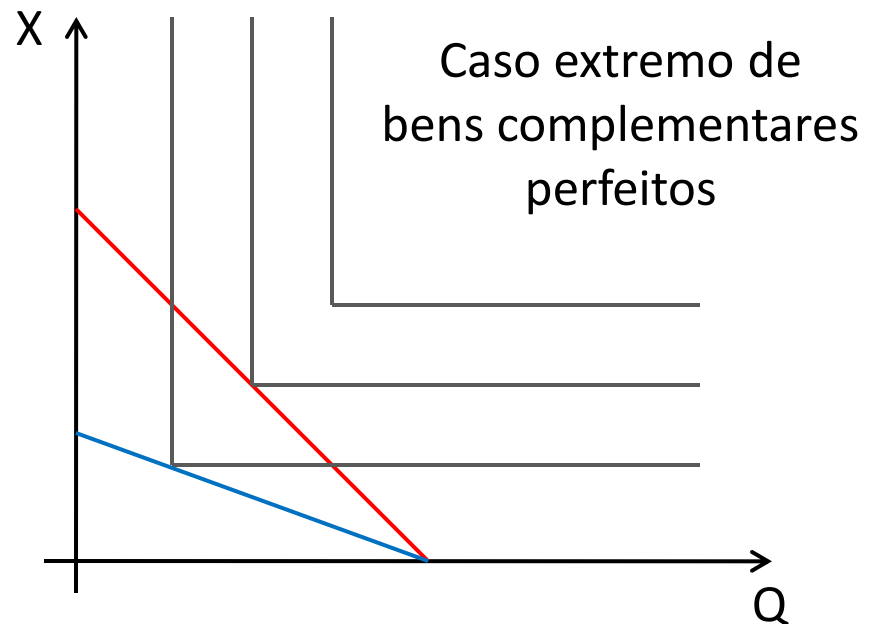
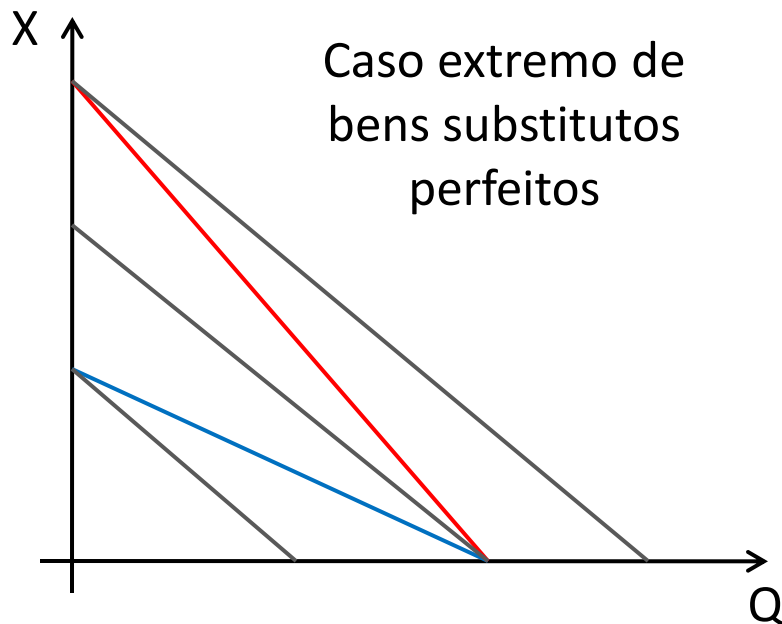


A elasticidade-cruzada da demanda de um bem Q

Mede a mudança da quantidade demandada de um bem Q (em %) causada pela mudança do preço Z de outro bem, no caso X (em %).

$$\varepsilon_{Q,Z} = \frac{\partial Q}{\partial Z} \frac{Z}{Q} \cong \frac{\Delta Q}{\Delta Z} \frac{Z}{Q} = \frac{\Delta Q}{Q} / \frac{\Delta Z}{Z}$$

Se $\varepsilon_{Q,Z} = 0$ então bem Q é independente de X.
Se $\varepsilon_{Q,Z} > 0$ então bem Q é substituto de X.
Se $\varepsilon_{Q,Z} < 0$ então bem Q é complementar de X.



A elasticidade-renda da demanda de um bem Q

Mede a mudança na quantidade demandada de um bem Q (em %) causada pela mudança da renda W (em %). Quando negativo, é uma indicação de que se o preço P do bem Q mudar, o efeito renda dessa mudança sobre o consumidor será contrário ao efeito substituição.

$$\varepsilon_{Q,W} = \frac{\partial Q}{\partial W} \frac{W}{Q} \cong \frac{\Delta Q}{\Delta W} \frac{W}{Q} = \frac{\Delta Q}{Q} / \frac{\Delta W}{W}$$

Se $\varepsilon_{Q,W} > 0$ então Q é bem normal.

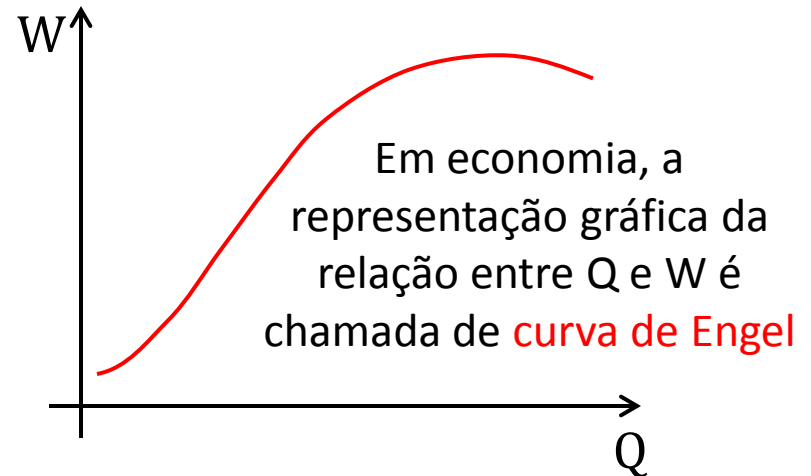
Se $\varepsilon_{Q,W} > 1$ então Q é bem normal de luxo.

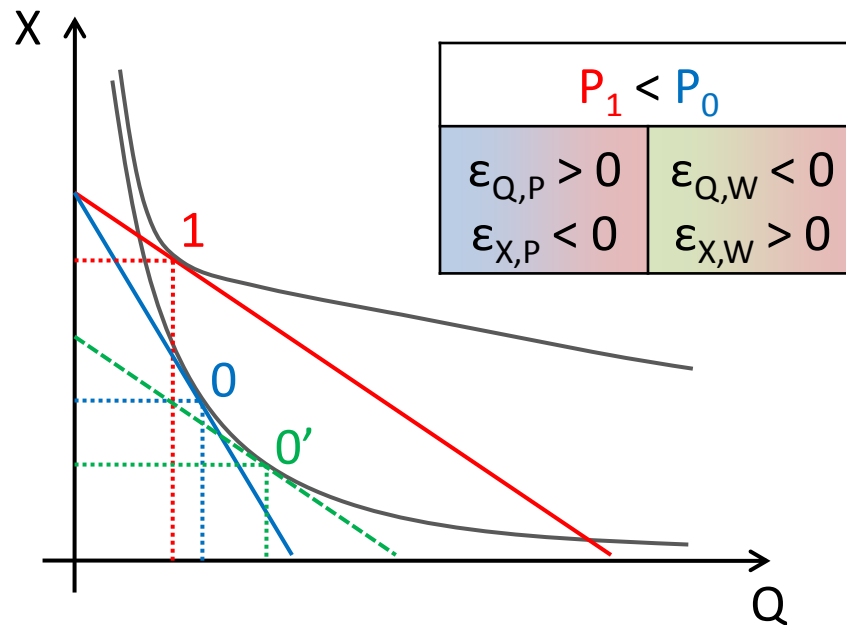
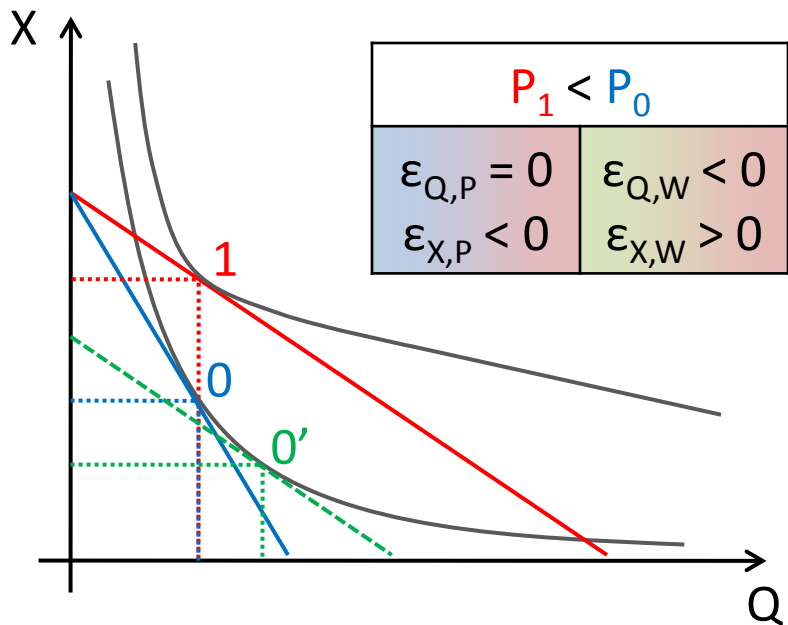
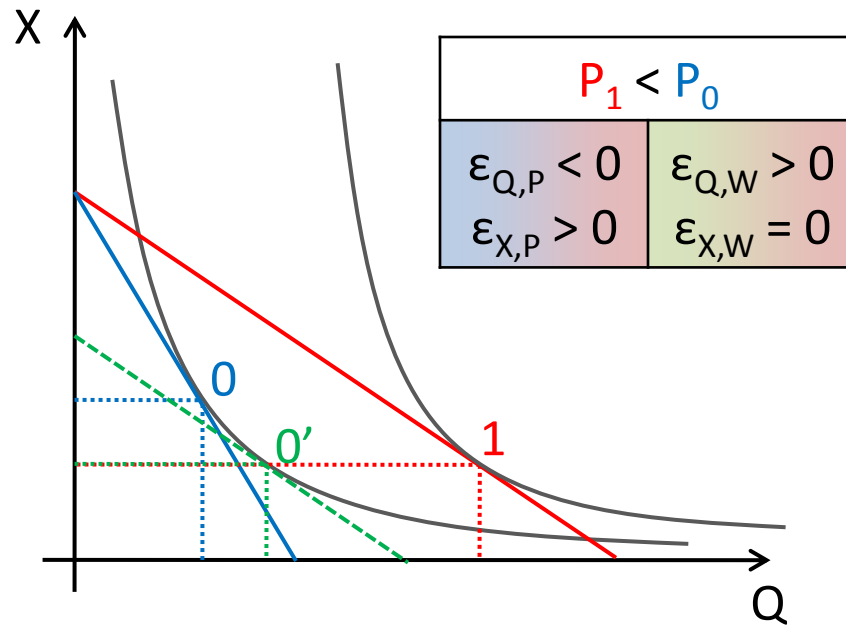
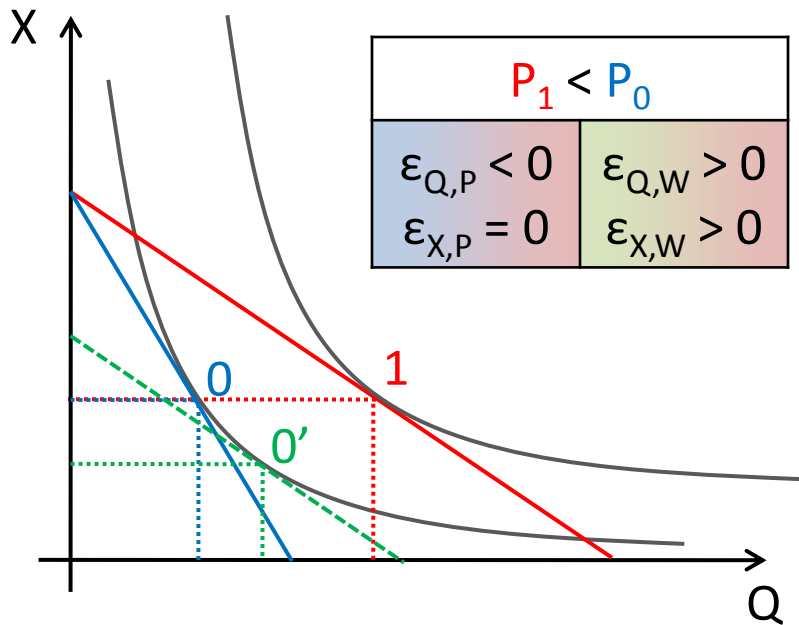
Se $\varepsilon_{Q,W} < 0$ então Q é bem inferior.

Se $\varepsilon_{Q,W} < 0$ e $\varepsilon_{Q,P} > 0$ então Q é bem de Giffen.

Todo bem de Giffen é um bem inferior, mas nem todo bem inferior é um bem de Giffen.

O bem de Giffen é um bem inferior em que o efeito renda enfraquece o efeito substituição e é tão forte que o elimina por completo e ainda torna a curva de demanda positiva.





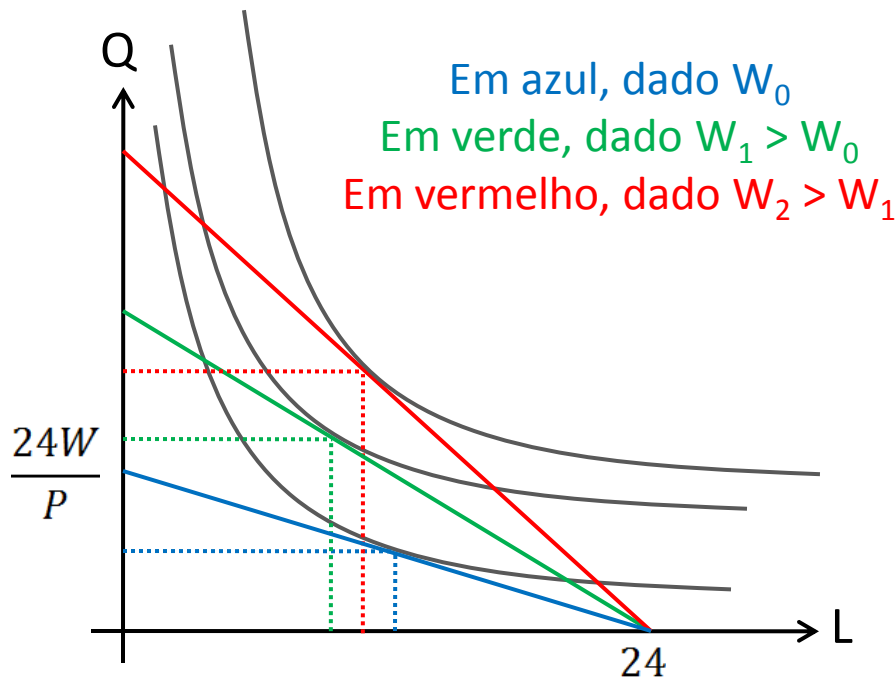
A oferta de trabalho.

A oferta de trabalho de um indivíduo pode ser explicada com a mesma lógica usada para explicar a sua demanda por um bem ou serviço. O indivíduo quer maximizar utilidade, a qual depende de consumir um bem Q e de lazer L : $U = U(Q, L)$.

No entanto, para consumir Q , ele precisa trabalhar, o que sacrifica lazer. Se um dia tem 24 horas e ele escolher trabalhar T horas, então sobra de lazer $L = 24 - T$. Dado um salário W por hora, ele ganha $WT = W(24 - L)$ e usa essa renda para consumir. Logo, a sua reta de restrição orçamentária vem de $PQ = W(24 - L)$.

$U = (Q, L)$	$PQ = W(24 - L)$
$dU = U'(Q)dQ + U'(L)dL = 0$	$Q = \frac{24W}{P} - \frac{LW}{P}$
$\frac{dQ}{dL} = -\frac{U'(L)}{U'(Q)}$	$\frac{\partial Q}{\partial L} = -\frac{W}{P}$

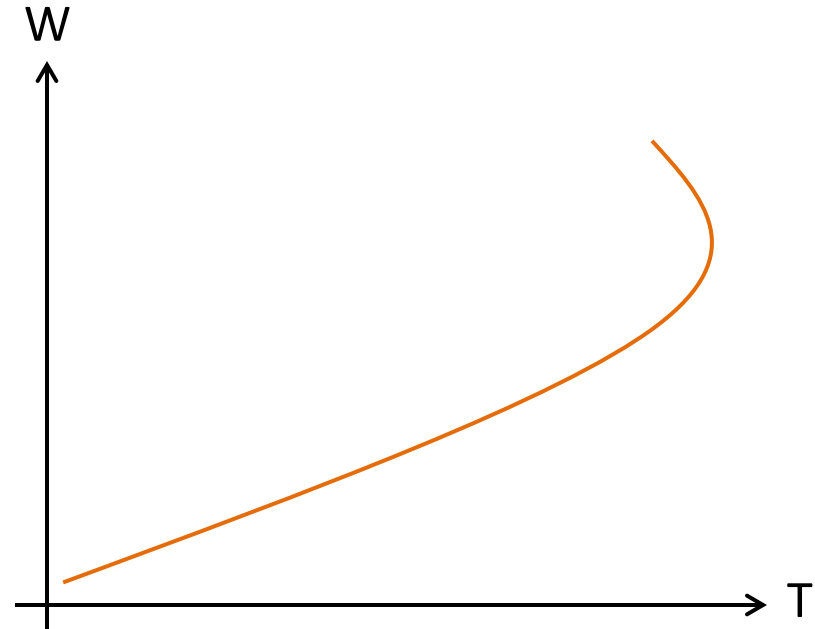
A oferta de trabalho.



Na tangência entre curva de indiferença e restrição orçamentária tem-se que:

$$\frac{dQ}{dL} = \frac{\partial Q}{\partial L}$$

$$\frac{U'(L)}{U'(Q)} = \frac{W}{P}$$



O resultado (acima) é uma curva de oferta de trabalho que deriva da demanda por consumo e lazer, estando então sujeita aos efeitos substituição e renda.