Universidade de São Paulo
Escola de Artes, Ciências e Humanidades

ACH2033 – Matrizes, Vetores e Geometria Analítica – 2º sem. 2020
Professor: José Ricardo G. Mendonça

2ª Prova – Nº USP PAR – Data: 14 dez. 2020

Na resolução dos problemas, explique seu raciocínio e o que você está fazendo de forma que eu possa acompanhá-lo(a). Soluções "mágicas" ou "geniais" não serão aceitas sem explicações.

Problemas

1. O teorema de Cayley-Hamilton afirma que qualquer matriz quadrada A satisfaz seu próprio polinômio característico: se $p_A(\lambda) = \det(A - \lambda I)$, então $p_A(A) = 0$. Por exemplo, se $p_A(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda + 1$, então $p_A(A) = A^2 - 2A + 1I = 0$. Use o teorema de Cayley-Hamilton para calcular a inversa da matriz
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Encontre a matriz da transformação linear que efetua a reflexão dos vetores do plano $\mathbb{R}^2$ pela reta $y = mx$, com $m = \tan\theta$, $0 \leqslant \theta \leqslant \pi/2$.

3. Mostre que um plano $\Pi \subset \mathbb{R}^3$ que passa pela origem é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^3$.

4. Encontre os valores de r e s para os quais o posto da matriz
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r-2 & 2 \\ 0 & s-1 & r+2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$
vale $\operatorname{posto}(A) = 1$ ou 2.