$T(n) = 4 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + n \log(n)$

$a = 4; \quad b = 2; \quad f(n) = n \cdot \log(n)$

$\log_b a = 2$

caso 1:

? $n \cdot \log(n) \in O(n^{2-\varepsilon}) \; ; \; \varepsilon > 0$

pela definição: $0 \leq n \cdot \log(n) \leq c(n^{2-\varepsilon})$

ou $0 \leq \log(n) \leq c \cdot n^{(1-\varepsilon)}$

o que leva a:
"existe $\varepsilon > 0$ tq a desigualdade
seja verdadeira?"

Note que se $\varepsilon \geq 1$, a desigualdade ñ se verificá, logo, temos que nos ocupar com $0 < \varepsilon < 1$

A desigualdade equivale a

$\log(n) \overset{?}{\in} O(n^{\varepsilon'}) \qquad 0 < \varepsilon' < 1$

$\varepsilon' = 1 - \varepsilon$

$0 \leq \log_b(n) \leq c \cdot n^{\varepsilon'} \iff$ (exponenciando)

$1 \leq n \leq b^{c \cdot n^{\varepsilon'}}$ note que $n \geq 1$, $0 < \varepsilon' < 1$
$b > 1$ e $1 \leq n^{\varepsilon'} \leq n$

digamos que n cresce $\alpha > 1$ vezes, então $b^{c n^{\varepsilon'}}$ tem que crescer ao menos α vezes p/ que a desigualdade seja válida.

$$b^{c \cdot (\alpha n)^{\varepsilon}} = b^{c \cdot n^{\varepsilon}} \cdot b^{c \cdot \alpha^{\varepsilon}} \text{ e}$$

isto é quanto cresce

$$\alpha \leq b^{c \cdot \alpha^{\varepsilon}} \iff$$
$$\log_b \alpha \leq c \cdot \alpha^{\varepsilon} \iff$$
$$\frac{\log_b \alpha}{\alpha^{\varepsilon}} \leq c$$

sempre existe c que satisfaz esta inequação, logo

$\log(n) \in O(n^{\varepsilon})$ $0 < \varepsilon < 1$