

Introdução à Estatística – 1º Semestre 2017

Prof. Marcelo de Souza Lauretto



EACH |



Escola de Artes, Ciências e Humanidades
Universidade de São Paulo

Exercício-Programa 3

Por:

Leonardo Colman Lopes – nºUSP 9875490

Lucas Lacerda Pereira – nºUSP 9779047

O exercício programa 3 é efetuado através do código em R disponível em partes neste texto, o qual está devidamente documentado no email enviado em anexo para correção.

Inicialmente, é definido o **n** do programa. O **n** representa o número guichês que o balcão de atendimento possui e os clientes (“requisições”) chegam de acordo com um processo de Poisson com uma taxa λ . Quando todos os guichês disponíveis estão ocupados forma-se uma fila, cujo tamanho é medido por **r**, 1º cliente da fila é atendido pelo 1º guichê e fica disponível. Cada cliente novo decide ou não ficar na fila com probabilidade de $pr = r/(r + n)$. Caso entre na fila todo cliente aguarda sua vez, cada tempo de atendimento, depois que o cliente chega ao balcão é definido por uma variável aleatória exponencial com parâmetro μ .

Após definido o **n**, o programa prepara um vetor com 20.000 espaços para receber o resultado de 20.000 simulações, e executa todas.

Cada simulação consiste em:

- Inicializa o programa
- Entra em um primeiro laço, que roda o número **n** de vezes definida previamente
- Entra em um segundo laço, dentro do primeiro, que altera as variáveis
- Altera o tamanho da fila e faz uma verificação com a função aleatória bern

Inicializa o programa:

Inicializa todas as variáveis e cria um vetor:

- As variáveis todas inicializadas com valor neutro, **tc**: decorrido, **k**: tentativas **x**: números de clientes atendidos, **y**: números de clientes que foram embora, **w**: razão entre os clientes atendidos e os que foram embora, **tm**: tempo de atendimento **ctCheg**: vetor do tempo de chegada do cliente e o vetor **gtDisp**: tem o tamanho do número de guichês disponíveis e guarda o tempo que cada cliente gastou para ser atendido nele.

Primeiro laço

Laço principal, que é executado até o tempo decorrido se igualar ou superar o tempo total:

- Começa gerando o tempo de chegada do próximo cliente, através da função **sim_exp**, e checa se o tempo decorrido mais o tempo de chegada superar ou se iguala ao tempo total do programa, caso sim o programa é encerrado e as variáveis são incrementadas
- Caso não, o tempo de chegada é acrescido ao tempo decorrido, o número total de clientes e o vetor de controle do tempo de chegada do cliente são atualizados, entra em um laço secundário e logo em seguida atualizada o valor **r** da fila e gera uma variável aleatória com a função **bern**, probabilidade do cliente permanecer na fila.
- Verifica se o cliente não saiu da fila, caso sim aumenta o contador **y**, de clientes que saíram e subtrai de **k**, número de tentativas.

- Caso não, tamanho **r** da fila é aumentado e o valor de **w**, proporção entre clientes atendidos e que não quiseram esperar.

Laço secundário

Ocorre enquanto o menor tempo do vetor de guiches for menor que o tempo decorrido e o número de clientes atendidos for menor que as tentativas :

- Contador **x** de clientes atendidos é incrementado
- O tempo de atendimento é incrementado, através de funções aleatórias que definem o tempo que levará para o cliente ser atendido e são alterados no vetor de **gtDisp**, que guarda o tempo decorrido mais o tempo que levará para o cliente ser atendido.

Quando as 20.000 tentativas forem finalizadas, o programa então prepara e imprime os dados para que se tornem legíveis ao ser humano. Para fazer isso, ele executa os seguintes passos:

- Cria vetores para cada variável a ser analisada com tamanho 200.
- Calcula as médias deles para usar na comparação dos dados.
- Prepara a plotagem dos gráficos.

Os gráficos que o programa efetua podem ficar diferentes, visto que as tentativas funcionam de maneira aleatória, mas dois exemplos podem ser conferidos no final deste arquivo. Pode-se verificar que ambos se aproximam mais do valor verdadeiro conforme as tentativas são feitas, para um número suficientemente grande de tentativas, os valores ficam bem próximos à linha.

Número de guichês: 5

I Qual o número esperado de clientes atendidos até o instante T?

Em torno de 115.

I Qual o número esperado de clientes que foram embora até o instante T?

Em torno de 32 .

I Qual a proporção de clientes que foram embora?

Em torno de 20% dos clientes.

I Qual o comprimento esperado da fila no instante T?

Em torno de 2.607m.

I Considerando apenas os clientes que foram efetivamente atendidos, qual o valor esperado do tempo máximo de permanência dos clientes?

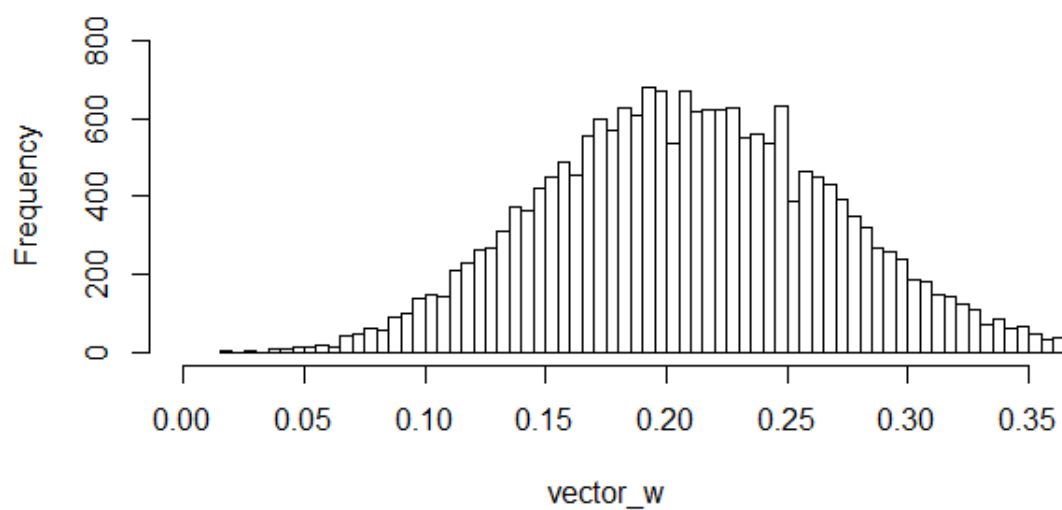
Em torno de 11.63 .

média $\mu_x=115,4988$.

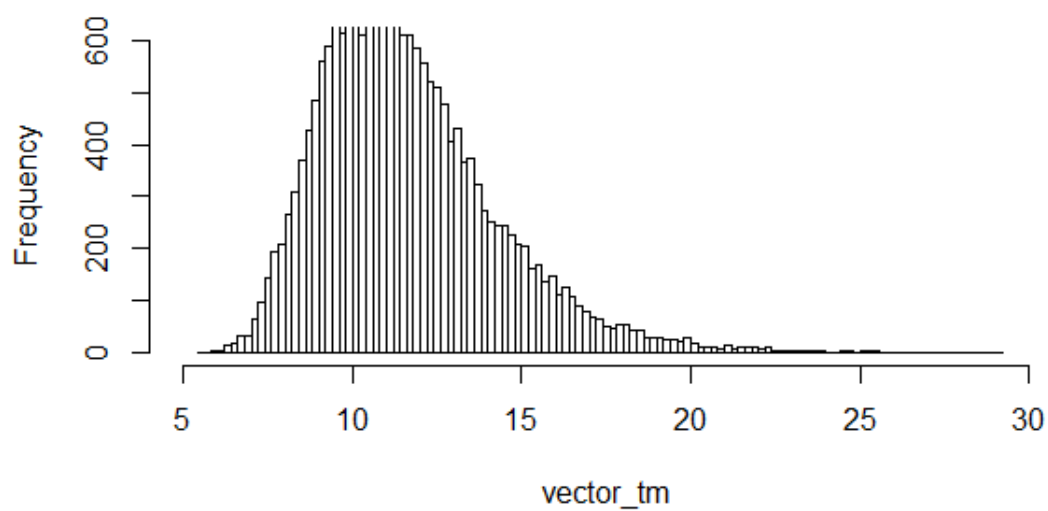
média $\mu_y=31.8774$.

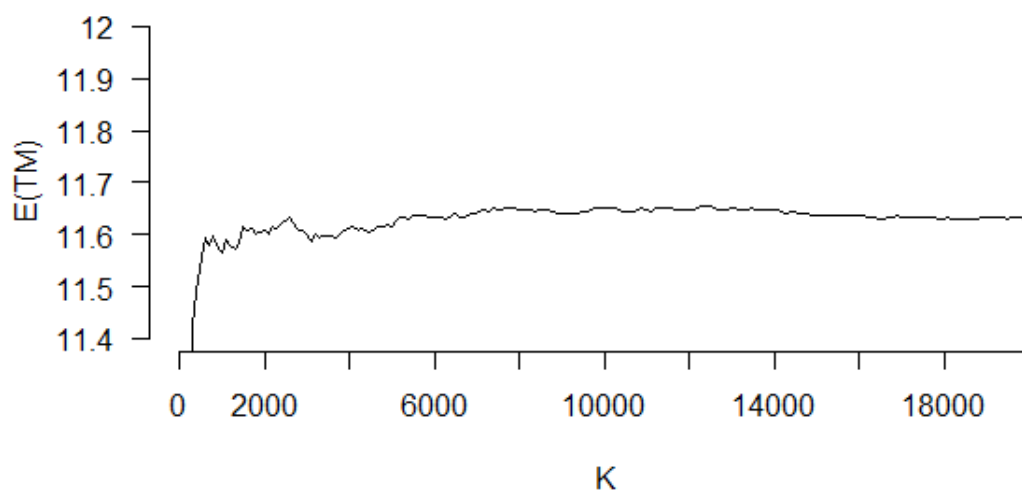
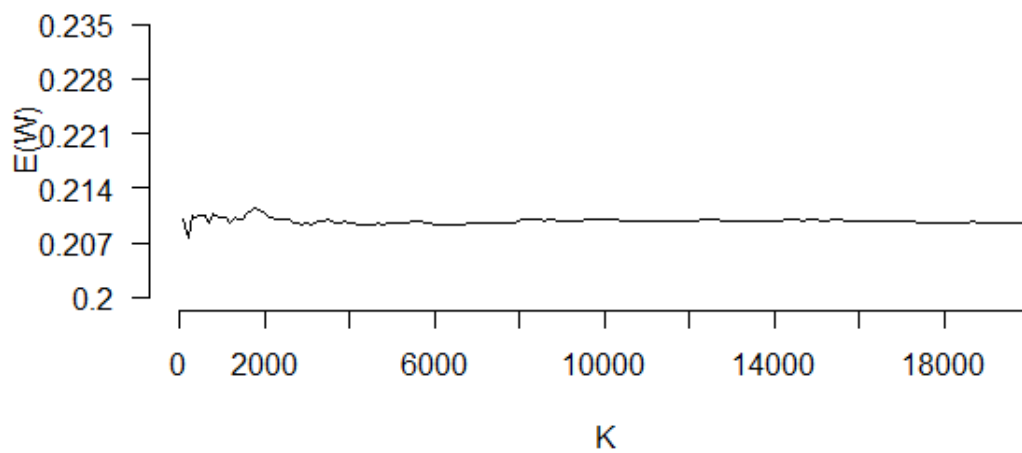
média $\mu_r=2.607$.
média $\mu_w=0.2095$.
média $\mu_{tm}=11.63$.

Histogram of vector_w



Histogram of vector_tm





Probabilidade de $t_m > 15$: 10.54%

Número de guichês: 6

I Qual o número esperado de clientes atendidos até o instante T?

Em torno de 129.

I Qual o número esperado de clientes que foram embora até o instante T?

Em torno de 19.

I Qual a proporção de clientes que foram embora?

Em torno de 12% dos clientes.

I Qual o comprimento esperado da fila no instante T?

Em torno de 1.79m.

I Considerando apenas os clientes que foram efetivamente atendidos, qual o valor esperado do tempo máximo de permanência dos clientes?

Em torno de 11.47.

média $\mu_x = 129.3455$.

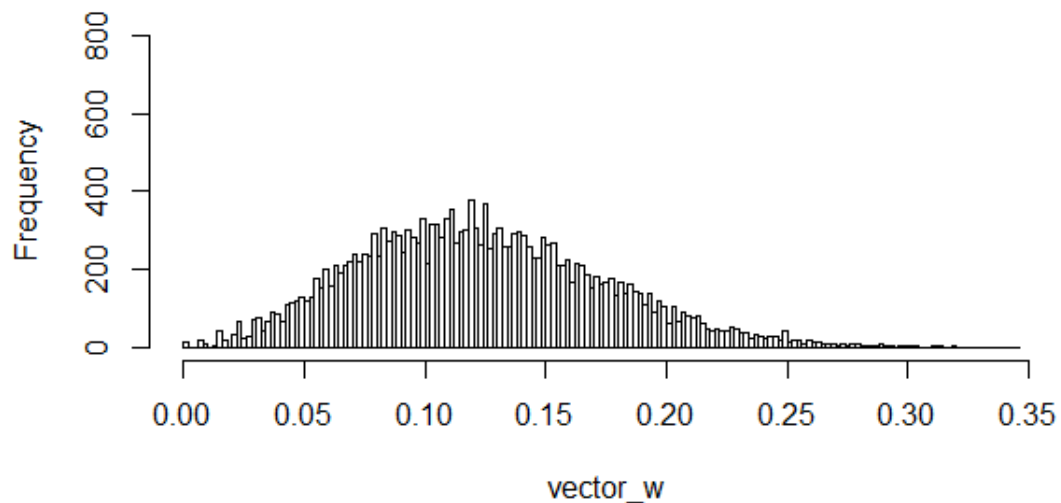
média $\mu_y = 18.874$.

média $\mu_r = 1.78995$.

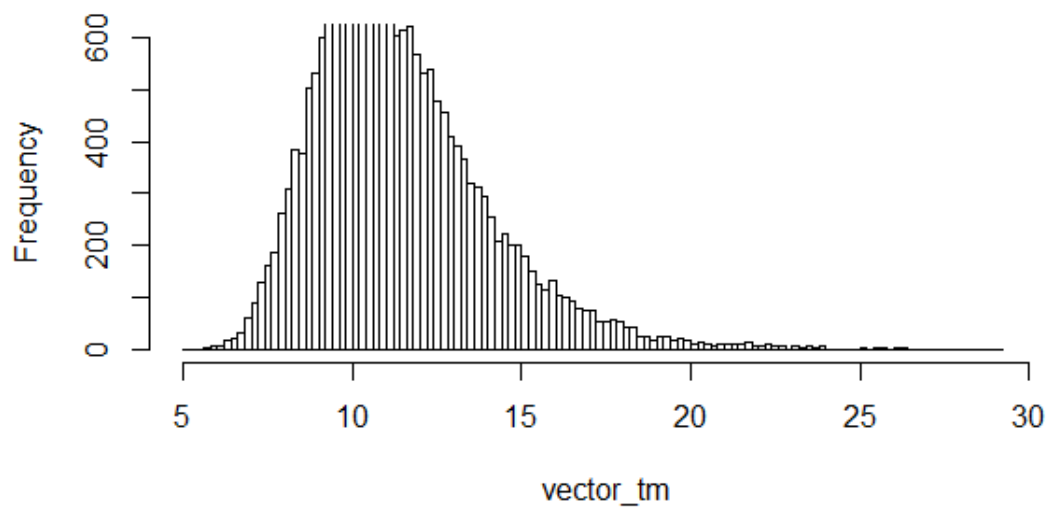
média $\mu_w = 0.1233$.

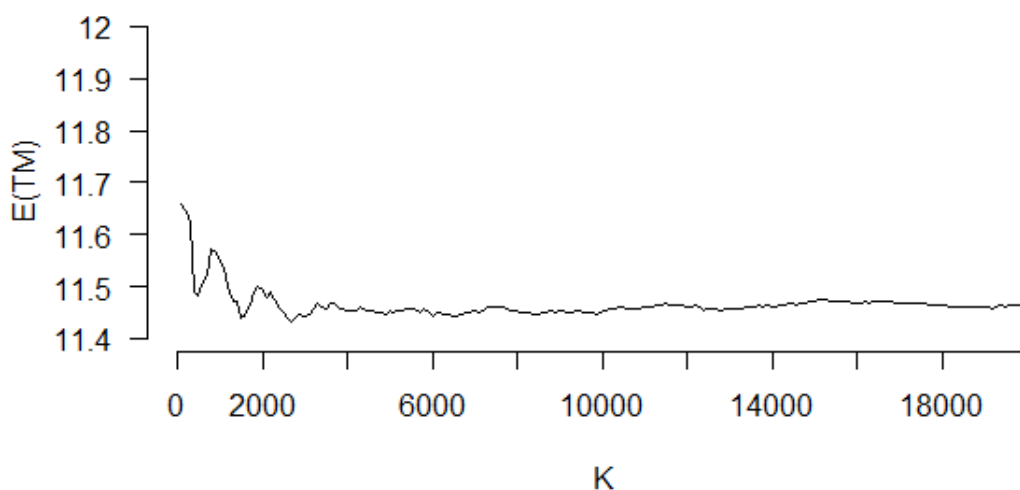
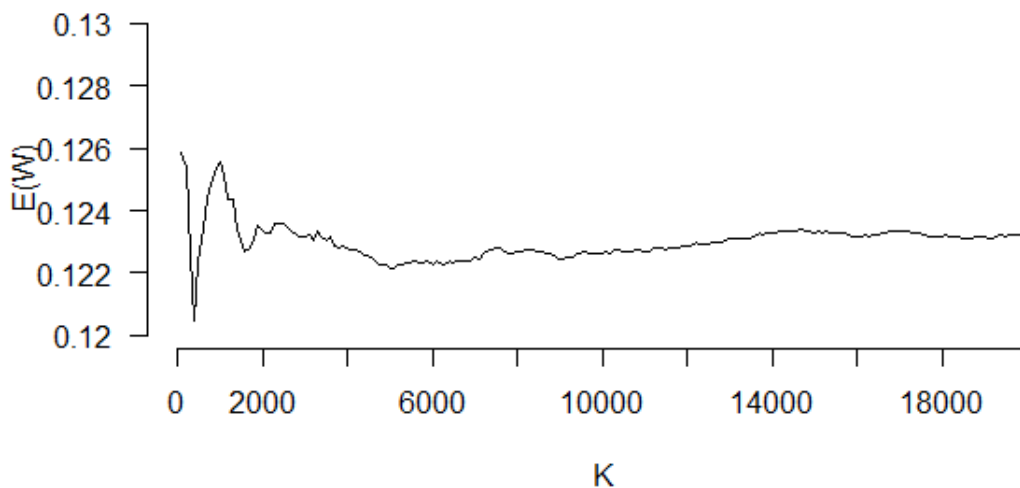
média $\mu_{tm} = 11.4655$.

Histogram of vector_w



Histogram of vector_tm





Probabilidade $t_m > 15$: 9.425%

$P(r(W \leq 20\%) \geq 0.95$:

Fazendo alterações no código para o $\lambda = 4$, $\mu = 0.5$, $T = 60$, buscamos nessas condições achar o número mínimo de guichês para que a proporção de clientes antedidos por clientes que foram embora seja menor ou igual a 20% e que tal fato ocorra em 95% ou mais das 20000 simulações. Cada execução altera o número de guichês e substitui no laço principal do programa, sempre que aumentamos o número de guichês a probabilidade dos clientes permanecerem vai aumentando, pois a fila demora a aumentar, ou seja, o número de clientes que vão embora diminui cada vez mais.

Portando o número de guichês necessários para tal é a partir de 7