ACH2011 – Cálculo I (2013.1)

Lista de Exercícios 4

Observação: Parte dos exercícios foram adaptados do livro de B. P. Demidovitch (Б. П. Демидович), *Problemas e Exercícios de Análise Matemática*, 6.ª edição, Mir (1987) – impresso na U.R.S.S..

Determinar a primeira e segunda derivada das seguintes funções.

001) $f(x) = \left(2 + 4x - x^3\right)^{29}$

002) $f(x) = \left(\dfrac{ax^2 + b}{c}\right)^5$

003) $f(x) = (1 + 3x)^5$

004) $f(x) = \left(1 + 3x^4\right)^{56}$

005) $f(x) = \dfrac{1}{(x-3)^7} - \dfrac{1}{(x+2)^3}$

006) $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$

007) $f(x) = \sqrt[3]{b + cx^3}$

008) $f(x) = \left(a^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{3}{4}}$

009) $f(x) = (2 - 3\cos x)^5$

010) $f(x) = -\dfrac{1}{3}\tan^3 x + \dfrac{1}{5}\tan^5 x$

011) $f(x) = \sqrt{\tan x}$

012) $f(x) = 2 + 4\cos^3 x$

013) $f(x) = \sec^2 x + \tan^3 x$

014) $f(x) = -\dfrac{1}{(1 + \sin x)^2}$

015) $f(x) = \dfrac{1}{\sin^2 x} + \dfrac{1}{\cos x}$

016) $f(x) = \sqrt{3 + \arctan x}$

017) $f(x) = (\arcsin x)^3$

018) $f(x) = \arccos\sqrt{x+1}$

019) $f(x) = \frac{2}{\arctan x}$

020) $f(x) = \sqrt{xe^{x^2} + x}$

021) $f(x) = \arcsin(\arctan x)$

022) $f(x) = \ln^4 x$

023) $f(x) = \sqrt{e^x + \ln x^2}$

024) $f(x) = \tan\sqrt{x}$

025) $f(x) = \sin x^3 + \tan\dfrac{1}{x}$

026) $f(x) = \dfrac{1 + \cos x}{2 + \tan x}$

027) $f(x) = \dfrac{\arcsin x}{\ln x}$

028) $f(x) = \arctan\left(\dfrac{1}{\ln x}\right)$

029) $f(x) = \sin\left(\arccos\dfrac{x}{4}\right)$

030) $f(x) = \arctan\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)$

031) $f(x) = e^{-x^3}$

032) $f(x) = e^{\arctan x}$

033) $f(x) = \ln(\tan e^x)$

034) $f(x) = \arccos e^x$

035) $f(x) = \cos(\sin x) + x^{\sin 3}$

036) $f(x) = \ln\sin x$

037) $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right)$

038) $f(x) = \ln(\ln x)$

039) $f(x) = \ln(\sin x + \cos x)$

040) $f(x) = \arctan(\cos x)$

041) $f(x) = \sqrt{\ln\arcsin x}$

042) $f(x) = \ln(\sqrt{x} + 1)$

043) $f(x) = \sin^5(5x)\cos\frac{x}{3}$

044) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$

045) $f(x) = (\ln x)^\pi$

046) $f(x) = \tan\sqrt{\dfrac{x}{x-2}}$

047) $f(x) = e^{\sin^2 x}$

048) $f(x) = \sin(\cos\ln\sqrt{x})$

049) $f(x) = \ln\dfrac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 + \sqrt{\cos x}}$

050) $f(x) = \arctan\sqrt{\arctan x}$

051) $f(x) = \arctan\left(\dfrac{\tan x}{2}\right)$

052) $f(x) = \sinh(\cosh e^x)$

053) $f(x) = \tanh[\sinh(\sin x)]$

054) $f(x) = \cosh[\tanh(\ln x)]$

055) $f(x) = e^{\sinh x}$

056) $f(x) = \ln\tanh(\ln x)$

057) $f(x) = \cosh(\arccos x)$

058) $f(x) = \arcsin(\sinh e^x)$

059) $f(x) = \sin(\cosh\sqrt{x})$

060) $f(x) = \tan(\tanh\sqrt{\ln x})$

061~124) Calcular os limites dos exercícios 021 a 084 da lista 2 usando a regra de l' Hospital (quando possível).

Calcular os seguintes limites usando a regra de l'Hospital.

125) $\lim_{x\to 0^+} x^{2\sin x}$ 126) $\lim_{x\to 1^-} x^{\frac{\pi}{1-x}}$ 127) $\lim_{x\to 0^+} (\cot x)^{\frac{3}{\ln x}}$ 128) $\lim_{x\to 0^+} (\cot x)^{\sin(3x)}$

129) $\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{e}{x}\right)^{\tan x}$ 130) $\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x^{666}}$ 131) $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x^\pi)}{\sqrt[3]{x}}$ 132) $\lim_{x\to 0^+} \cot x \arcsin x$

133) $\lim_{x\to 1^+} \left(1-x^2\right)\tan\frac{\pi x}{2}$ 134) $\lim_{x\to\infty} x^{666}e^{-x}$ 135) $\lim_{x\to 0}(\cos 3x)^{\frac{2}{x^2}}$ 136) $\lim_{x\to 0^+} \cot x\,(\cos x - 1)$

137) $\lim_{x\to 1^+} \ln(x-1)\ln x$ 138) $\lim_{x\to\infty} x^{\frac{2}{x}}$ 139) $\lim_{x\to 0^+} x^{\frac{2}{1+\ln x}}$ 140) $\lim_{x\to 1^-} \left(\tan\frac{\pi x}{4}\right)^{\tan\frac{\pi x}{2}}$

141) $\lim_{x\to 0} \left(1+x^2\right)^{\frac{\pi}{x}}$ 142) $\lim_{x\to\infty} x\sin\frac{1}{x}$ 143) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+\sin x}{x^3-\sin x}$ 144) $\lim_{x\to 0^+} x^x$

Calcular a derivada das seguintes funções

145) $f(x) = x^x$ 146) $f(x) = x^{x^x}$ 147) $f(x) = 2^x$ 148) $f(x) = x^{\frac{2}{x}}$

149) $f(x) = x^{\sqrt[3]{x}}$ 150) $f(x) = \left(1+x^{-1}\right)^x$ 151) $f(x) = (\tan x)^{\cos x}$ 152) $f(x) = x^{\arctan x}$

153) $f(x) = \pi^{\sinh x}$ 154) $f(x) = (\tanh x)^{\tanh x}$ 155) $f(x) = (\sinh x)^{\arcsin x}$ 156) $f(x) = x^{\sin x}$

157) $f(x) = \pi^{\pi^x}$ 158) $f(x) = (\sin x)^{(\cos x)^x}$ 159) $f(x) = (\tanh x)^{\sqrt{\tanh x}}$ 160) $f(x) = x^{2^{x-\sqrt{x}}}$

Encontrar $\frac{dy}{dx}$.

161) $x = y + y^4$ 162) $x = y + \sin y$ 163) $x^2 + y^2 = 1$ 164) $e^y = x + 2y$ 165) $y^4 = \frac{x+y}{x-y}$

166) $\tan x = xy$ 167) $\arcsin(xy) = x$ 168) $\ln y = e^{xy}$ 169) $x^y = y^x + 1$ 170) $2^y = y + x$

Expandir a função f em série de Taylor no ponto a até ordem n (assuma que c seja uma constante).

171) $f(x) = e^x$, $a = 1$, $n = 5$ 172) $f(x) = \sin x$, $a = 0$, $n = 4$ 173) $f(x) = \tan x$, $a = \frac{\pi}{6}$, $n = 6$

174) $f(x) = \cos x$, $a = 0$, $n = 5$ 175) $f(x) = \sqrt{x}$, $a = 1$, $n = 6$ 176) $f(x) = \cosh x$, $a = 0$, $n = 5$

177) $f(x) = \frac{1}{x}$, $a = 1$, $n = 2$ 178) $f(x) = \ln x$, $a = 3$, $n = 3$ 179) $f(x) = \cos x$, $a = 5$, $n = 4$

180) $f(x) = \frac{1}{x+3}$, $a = 2$, $n = 3$ 181) $f(x) = \frac{x}{x+3}$, $a = 1$, $n = 5$ 182) $f(x) = \frac{2}{\sin x}$, $a = 2$, $n = 3$

183) $f(x) = \sin x$, $a = \pi$, $n = 4$ 184) $f(x) = e^{\sin x}$, $a = 0$, $n = 4$ 185) $f(x) = \sin(\ln x)$, $a = e$, $n = 3$

186) $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$, $a = 1$, $n = 4$ 187) $f(x) = x$, $a = c$, $n = 3$ 188) $f(x) = \ln x$, $a = e$, $n = 4$

189) $f(x) = \tan x$, $a = e$, $n = 5$ 190) $f(x) = 2^x$, $a = 0$, $n = 3$ 191) $f(x) = \tanh x$, $a = 1$, $n = 4$

192) $f(x) = \cosh x$, $a = 0$, $n = 5$ 193) $f(x) = c$, $a = c$, $n = 4$ 194) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$, $a = c$, $n = 5$

195) $f(x) = \frac{1}{x^3}$, $a = e$, $n = 4$ 196) $f(x) = e^{\cos x}$, $a = 0$, $n = 5$ 197) $f(x) = \tanh x$, $a = 0$, $n = 5$

198) $f(x) = e^{x^2}$, $a = 0$, $n = 4$ 199) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$, $a = c$, $n = 5$ 200) $f(x) = \frac{1}{\cosh x}$, $a = 0$, $n = 5$