

# RESUMO ESTATÍSTICA (1)

Espaço amostral:  $\Omega = S$

Conjunto de todos os eventos possíveis

$P(A) = \frac{\text{n.º de casos favoráveis a A}}{\text{n.º de casos possíveis}}$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\#A}{\#S}$$

- eventos equiprováveis
- $P(A) \geq 0$
- $P(A) \leq 1$

$$A_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$$

→ PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DE CONTAGEM

(m objetos para m casos)

→ ORDEM IMPORTA

$$n!$$

→ ARRANJO = PERMUTAÇÃO SEM REPETIÇÃO

(n objetos: qual a ordem possível?)

→ ORDEM IMPORTA

$$\frac{n!}{m!}$$

→ PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO

(n objetos com m repetições)

\* se + de um objeto tem repetição,

$$\frac{n!}{m_1! m_2! \dots}$$

→ ORDEM IMPORTA

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{m!}$$

$$= \frac{n!}{(n-m)! m!}$$

→ COMBINAÇÃO

(n objetos para m posições)

→ ORDEM NÃO IMPORTA

## EVENTOS COMPOSTOS

$A \cup B$ : união

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$A \cap B$ : interseção = probabilidade conjuntiva

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A) \Rightarrow P(A|B) = P(B|A)$$

## EVENTOS INDEPENDENTES

Quando  $P(A|B) = P(A)$ :  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

geralmente em eventos com reposição

$\bar{A} = A^c$ : complementar

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

## TEOREMA DA PROBABILIDADE TOTAL

• mutuamente exclusivos

$$S = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n$$

$$E_1 \cap E_2 = \emptyset \text{ etc.}$$

## PROPRIEDADES

$$① 0 < P(E_i) < \frac{1}{n}$$

$$② P(\cup_{i=1}^n E_i) = \sum_{i=1}^n P(E_i) = 1$$

$$③ P(E_i \cap E_j) = 0$$

$$P(A) = P(A|E_1) \cdot E_1 + \dots + P(A|E_n) \cdot E_n$$

↓  
porque

$$P(A) = P((A \cap E_1) \cup (A \cap E_2) \cup \dots)$$



## TEOREMA DE BAYES

$$P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

$$P(B|A) = P(A|B)$$

## VARIÁVEL ALEATÓRIA

↳ função que associa valor a cada resultado possível de 1 experimento

$$X = \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \\ 12 \end{Bmatrix}$$

← soma das faces superiores de um dado

↳ Para cada valor, existe uma probabilidade  $P(x)$

### PROPRIEDADES

①  $P(x) \geq 0$

②  $\sum_{i=1}^n P(x_i) = 1$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

### VARIÁVEIS

→ QUALITATIVAS

→ nominal

→ ordinal

→ QUANTITATIVAS

→ discretas

→ contínuas

(ex.: média)

## VALOR ESPERADO

$$\mu_x = E[x] = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

discreto

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

contínuo

## VARIÂNCIA

$$\sigma^2 = \text{Var}[x] = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \cdot p_i$$

discreto

$$\text{Var}[x] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

contínuo

## DESVIO PADRÃO

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}[x]}$$

## PROPRIEDADES

$$E(ax + b) = a \cdot E(x) + b$$

$$\text{Var}(ax + b) = a^2 \cdot \text{Var}(x)$$

$$\text{Var}(x) = E(x^2) - E^2(x)$$



Value added

$$\{x, P(x)\} \quad \forall x$$
$$x \in (x) \Rightarrow x \in (x) \Rightarrow x \in (x) \Rightarrow \dots$$

*Letra masculina*  
(vauvrel)

- letia intrinseca

$X$	$P(X)$
0	0,25
1	0,50
2	0,25
total	1

de PROBABILIDADE

ou um diagrama de árvore:

①  $P(x) \geq 0$

$$(2) \sum_{i=1}^n P(X_i) = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Variável

QUALITATIVA

nominal

ordinal (ex: classification)

## QUANTITATIVA

diskret (ex.: 3. unidobol)

continua (ex.: média em escala)

16/03/12

ESTATÍSTICA

## Valor esperado

$$\mu_x = E[x] = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

CADA RESULTADO  
SUA PROBABILIDADE

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

contínuo

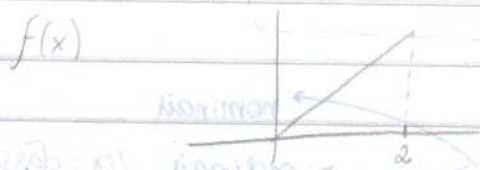
## Variância

$$\sigma^2 = \text{Var}[x] = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \cdot p_i$$

$$\sigma^2 = \text{Var}[x] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

Desvio padrão =  $\sigma = \sqrt{\text{Var}(x)}$

exemplo  $f(x) = \begin{cases} \text{constante} & \text{para } x, 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{pro contrário} \end{cases}$



$$\int_0^2 f(x) dx = 1 \quad \rightarrow \quad \int_0^2 c \cdot x dx = 1$$

$$c \int_0^2 x dx = c$$

$$\frac{x^2}{2} \Big|_0^2 = 2$$



$$c = \frac{1}{2}$$



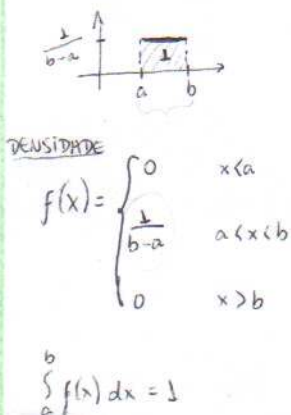
# Modelos discretos

MODELO	CARACTERÍSTICAS	$P[X]$	$E[X]$	$Var[X]$
1) ENSAIOS de BERNOULLI	$x \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$x \begin{cases} 0 \Rightarrow P(x) = 1-p \\ 1 \Rightarrow P(x) = p \end{cases}$	$E[X] = p$	$Var[X] = p(1-p) = p \cdot q$
3) MODELO BINOMIAL	n tentativas independentes ↳ resultados 0 ou 1	$P(X=x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{(n-x)}$ $\frac{n!}{x!(n-x)!}$	$E[X] = n \cdot p$	$Var[X] = n \cdot p \cdot q$

## Distribuições

DISTRIBUIÇÃO	CARACTERÍSTICAS	$P[X]$	$E[X]$	$Var[X]$
3) GEOMÉTRICA	em qual tentativa (K) sai o 1º sucesso?	$P(X=K) = p \cdot q^{(K-1)}$ <small>x: n° sucessos</small>	$E[X] = \frac{q}{p}$	$Var[X] = \frac{q}{p^2}$
4) BINOMIAL NEGATIVA	x fracassos r sucessos n tentativas (x+r)	$P(X=n) = \binom{n-1}{r-1} \cdot p^r \cdot q^x$	$E[X] = r \cdot \frac{q}{p}$	$Var[X] = r \cdot \frac{q}{p^2}$
5) HIPERGEOMÉTRICA	K na POPULAÇÃO X na AMOSTRA   sem reposição e pop finita	$P(X=x) = \frac{C_x^K \cdot C_{n-x}^{N-K}}{C_n^N}$ $C_n^N = \frac{N!}{n!(N-n)!}$	$E[X] = n \cdot p$ $p = \frac{K}{N}$	$Var[X] = n \cdot p \cdot q \cdot \frac{(N-n)}{(N-1)}$ <small>quando <math>N \gg 1</math>, <math>\approx 1</math> muito maior que</small>
6) POISSON	meio contínuo variável discreta $\lambda$ : média de eventos num intervalo $\lambda = n \cdot p$	$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$	$E[X] = \lambda$	$Var[X] = \lambda$

## 7) UNIFORME

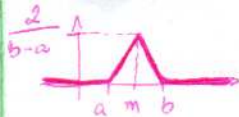


$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

$$E[X] = \frac{a+b}{2}$$

$$Var[X] = \frac{(b-a)^2}{12}$$

# 8 TRIANGULAR

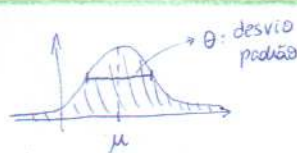


$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)} & a < x < m \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)} & m < x < b \\ 0 & x > b \end{cases}$$

$$E[x] = \frac{a+b+m}{3}$$

$$Var[x] = \frac{a^2+b^2+m^2-ab-bm-am}{18}$$

# 9 NORMAL



Área = 1  
f(x): tabela

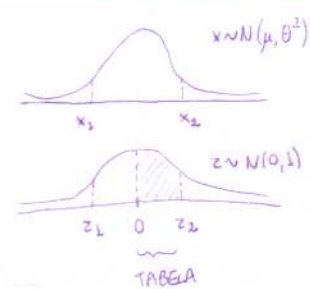
só de  
da  
tabela!

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx$$

$$E[x] = \mu$$

$$Var[x] = \theta^2$$

# 10 NORMAL PADRONIZADA



$$z_i = \frac{x_i - \mu}{\theta}$$

# 11 EXPONENCIAL NEGATIVA

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x}$$

$$E[x] = \frac{1}{\lambda}$$

$$Var[x] = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$P(x < x_0) = \int_0^{x_0} \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx$$

$$P(x < x_0) = 1 - e^{-\lambda x_0}$$

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x}$$

$$P(x < x_0) = e^{-\lambda x_0}$$

$$P(x < x_0) = 1 - e^{-\lambda x_0}$$



fdp:  $\textcircled{I} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

$\textcircled{II} f(x) \geq 0$

INTEGRAL:

substituição  $\rightarrow$  resolve / INDEFINIDA

imprópria:

$$[e^x]_0^{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} e^t - e^0$$