

4 Lista de exercícios de MVGA 2011
Prof. Dr. Helton Hideraldo Bísaro

1. Mostre que um conjunto de vetores $\{u_1, \dots, u_n\}$ é Linearmente dependente se, e somente se, pelo menos um deles for combinação linear dos outros.
2. Seja $C = \{u, v, w\}$ um conjunto Linearmente Independente. Mostre que o conjunto $B = \{u + v, u - v, u - 2v + w\}$ também é L.I.
3. Seja $C = \{u, v, w\}$ um conjunto Linearmente Independente. Mostre que o conjunto $B = \{u, u + v, u + v + w\}$ também é L.I.
4. Sejam u_1, \dots, u_n vetores l.i. em um espaço vetorial V . Então cada vetor $v \in [u_1, \dots, u_n]$ se escreve de maneira única como $v = \alpha_1 u_1 + \dots + \alpha_n u_n$.
5. Quais das aplicações abaixo são transformações lineares?
 - (a) $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $T(x, y) = (x + y, x)$;
 - (b) $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $T(x, y, z) = 2x - 3y + 4z$;
 - (c) $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $T(x, y) = xy$.
6. Seja $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por: $T(x, y, z) = (x + 2y - z, y + z, x + y - 2z)$. Encontre uma base e a dimensão para $\text{Im}(T)$ e $\text{Ker}(T)$.
7. Encontre uma transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $T(1, 2) = (3, -1)$ e $T(0, 1) = (1, 2)$;
8. Mostre que toda a transformação linear bijetora $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ leva retas em retas. Ou seja, a imagem de uma reta por essa transformação também é uma reta.
9. Determinar uma transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ cuja imagem seja gerada pelos vetores $(1, 2, 0)$ e $(1, 1, 1)$.
10. Encontre uma base para o núcleo, outra para a imagem da transformação $T : \wp^2(\mathbb{R}) \longrightarrow \wp^2(\mathbb{R})$ tal que $T(p) = p' + p''$.