2° Trabalho de Matemática Discreta – Profa Dra Karla Lima

Conteúdo abordado nas questões: Teoria dos Números I, II (material MIT)

Data de entrega: 19-10-2015

1. Prove que para todo inteiro a, $a-1|a^2-1$. Prove também que para todo inteiro a e inteiro positivo m, $a-1|a^m-1$.
2. Prove que se p é primo, então $\sqrt{p}$ é um número irracional.
3. Mostre que se a é um número par e b é um número ímpar, então $mdc(a,b) = mdc(a/2,b)$. E se a,b são ambos pares, então $mdc(a,b) = 2mdc(a/2,b/2)$.
4. Mostre que nenhum inteiro da forma n^3+1 é primo, exceto os números 2 e -7.
5. Existem muitos pares de primos “consecutivos", diferindo entre si por duas unidades, sendo por isto chamado de primos gêmeos. Alguns exemplos de primos gêmeos são: 3 e 5, 5 e 7, 11 e 13, 17 e 19, 101 e 103. A existência de um número infinito de pares de primos gêmeos é uma conjectura matemática famosa (um problema em aberto). Mostre que não existem primos trigêmeos p, p + 2 e p + 4, a não ser 3, 5 e 7.
6. Mostre que se a e b são inteiros primos entre si, então $mdc(a^2+b^2, a+b) = 1\ ou\ 2$.
7. Mostre que se a, b são inteiros tais que $ma+nb=-26$ para certos inteiros m,n, então $mdc(a,b) \in \{1,2,13,26\}$.
8. Mostre que para quaisquer dois índices m,n sendo $d=mdc(m,n)$, temos $mdc(a^m,a^n) = a^d$.
9. Sendo m,n dois inteiros positivos e seja a um inteiro maior que um. Mostre que, sendo $d=mdc(m,n)$ tem-se $mdc(a^m-1,a^n-1) = a^d-1$. (Use o ex 8).