



Escola de Artes, Ciências e Humanidades



**3ª Lista de exercícios de
Matrizes, Vetores e Geometria Analítica
Sistemas de Informação
EACH – USP**

1ª Questão. Encontre a matriz canônica da transformação linear $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por

$$T(x, y, z) = \begin{pmatrix} 3x + 5y - z \\ 4x - y + z \\ 3x + 2y - z \end{pmatrix}.$$

Em seguida calcule $T(-1, 2, 4)$ por substituição direta e por multiplicação matricial.

2ª Questão. Use multiplicação matricial para encontrar a reflexão de $(-1, 2)$ em torno:

- a) Do eixo x .
- b) Da reta $y = -x$.

3ª Questão. Use multiplicação matricial para encontrar a projeção ortogonal de $(-2, 1, 3)$ sobre o:

- a) Plano xy .
- b) Plano xz .

4ª Questão. Encontre a matriz canônica do operador linear que gira um vetor do \mathbb{R}^3 por um ângulo θ em torno do:

- a) Eixo x .
- b) Eixo y .

5ª Questão. Mostre que o operador linear $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por

$$F(x, y, z) = \begin{pmatrix} x - 2y + z \\ 5x - y + 3z \\ 4x + y + 2z \end{pmatrix}$$

não é sobrejetor e encontre um vetor que não está na imagem de F .

6ª Questão. Determine se o operador linear $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definido abaixo é injetor. Se for, encontre seu operador inverso.

$$\text{a) } F(x, y, z) = \begin{pmatrix} x - 2y + 2z \\ 2x + y + z \\ x + y \end{pmatrix} \quad \text{b) } F(x, y, z) = \begin{pmatrix} x - 3y + 4z \\ -x + y + z \\ -2y + 5z \end{pmatrix}$$

7ª Questão. Seja $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear satisfazendo $F(1, 0) = (2, 1)$ e $F(0, 1) = (1, 4)$.

- a) Determine $F(2, 4)$.
- b) Determine $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tal que $F(x, y) = (2, 3)$.
- c) Mostre que F é um operador injetor.

Escola de Artes, Ciências e Humanidades

8ª Questão. Para cada uma das transformações lineares abaixo determine uma base e a dimensão do núcleo e da imagem:

- a) $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(x, y, z) = x + y - z$.
- b) $H: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $H(x, y, z, w) = \begin{pmatrix} z - y \\ x - w \end{pmatrix}$.
- c) $G: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definida por $G(x, y, z) = \begin{pmatrix} x - y - z \\ x + y + z \\ 2x - y \\ y - z \end{pmatrix}$.
- d) $M: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $M(x, y, z, w) = \begin{pmatrix} x - z \\ z - y + w \\ y - x - w \end{pmatrix}$.
- e) $P: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definida por $P(x, y, z, w) = \begin{pmatrix} x - z \\ z - y + w \\ y - x - w \\ w - z \end{pmatrix}$.

9ª Questão. Determinar um operador linear do \mathbb{R}^2 cujo núcleo é gerado pelos vetores:
 $\{(1, 1), (0, 1)\}$.

10ª Questão. Determinar um operador linear do \mathbb{R}^4 cujo núcleo é gerado pelos vetores:
 $\{(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0)\}$.

Respostas:

Use o Mathematica instalado no laboratório 1 para verificar suas respostas.