Documento: **Resumo do Conteúdo da P1**
Disciplina: **ACH2043 - Introdução à Teoria da Computação**
Prof: **Marcelo de Souza Lauretto**

Histórico:
versão 1, 22/10/2012, Henrique Leme
versão 2, 24/10/2012, Henrique Leme

Capítulo 1 – Linguagens Regulares

1.1. Autômatos Finitos: são modelos computacionais. Também chamadas de máquinas de estados finitos. São muito úteis para descrever matematicamente sistemas computacionais.

Autômato finito: $M=\{Q, \Sigma, \delta, q_0, F\}$
Estados: $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3, ...\}$ são os estados do autômato
Símbolos: Σ sigma são os valores atômicos do alfabeto
Funções de Transição: delta $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ são as mudanças de estado
Estado inicial: $q_0 \in Q$ um único estado inicial pertencente a Q
Estados de aceitação: $F \subseteq Q$ estados terminais subconjunto de Q

Exemplo:

$$M=\{\{q_0, q_1, q_2\}, \{0,1\}, \delta, q_0, \{q_1\}\}$$
$$\delta\{q_0, 0\}=q_0, \delta\{q_0, 1\}=q_1,$$
$$\delta\{q_1, 0\}=q_2, \delta\{q_1, 1\}=q_1,$$
$$\delta\{q_2, 0\}=q_1, \delta\{q_2, 1\}=q_1$$

δ	0	1
q_0	q_0	q_1
q_1	q_2	q_1
q_2	q_1	q_1

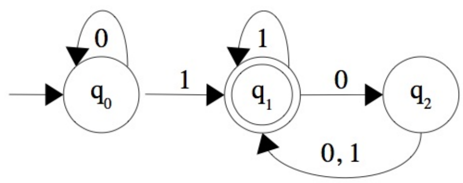

Fig 1. Exemplo de Autômato Finito Determinístico (AFD)

Operações: o autômato finito é fechado para as operações:
União: $A \cup B=\{x | x \in A \, ou \, x \in B\}$
Concateção: $A \circ B=\{xy | x \in A \, e \, y \in B\}$
Estrela: $A^* = \{x_1, x_2 ... x_k | k \geqslant 0 \, e \, x_k \in A\}$

1.2. Determinismo:

Determinísticos: durante a operação só pode estar em um único estado em um determinado momento. Não tem palavra vazia ε e não existe duas aresta de saída com o mesmo símbolo, para um mesmo estado. São chamados de autômatos finitos determinísticos (AFD).

Não determinísticos: durante a operação pode estar em mais de um estado em um determinado momento. É caracterizado pela presença da palavra vazia ε ou por 2 arestar saindo do mesmo estado com o mesmo símbolo. São chamados de autômatos finitos não-determinísticos (AFN).

Exemplo:

Símbolos: $\varepsilon \in \Sigma$ epsilon contém a palavra vazia

Funções de Transição: delta $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow \{Q\}$ trasições podem ir para mais de um estado

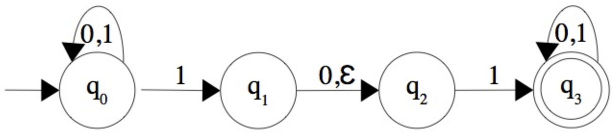

Fig 2. Exemplo de Autômato Finito Não-Determinístico (AFN)

Conversão: existe uma equivalência entre autômatos determinísticos e não-determinísticos. Um autômato AFN pode ser convertido em um AFD.

Árvores de Possibilidades: Árvore de execução de um autômato não deterministico indica todas as transições possíveis para cada símbolo de entrada. Como o autômato não é determinístico, alguns estados vão ramificando para diversos estados.

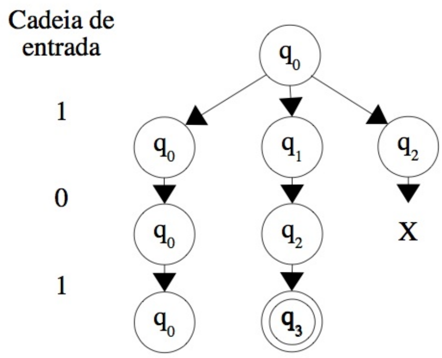

Fig 3. Árvore de possibilidades para um AFN

1.3. Linguagem Regular:

Expressões Regulares: Uma notação para descrever linguagens, ditas linguagens regulares. Contém os símbolos terminais e as operações união, concatenação e estrela. Uma expressão regular tem uma relação direta com um AFN.

Operações:

União: 0|1

Concateção: 01

Estrela: 0*

Precedência: (...)

Exemplo: 0(0|1)*(0|1)

AFNG: Automato finito não-determinístico generalizado identifica um AFN que pode conter expressões regulares no seu alfabeto (e não apenas símbolos terminais). Ele serve para converter expressões regulares em AFN e vice versa.

1.4. Linguagens não regulares. Aplicação do lema do bombeamento indica que uma linguagem é regular.

1) $\forall i \geqslant 0 | x\, y^i z \in A$

2) $|y|>0$
3) $|xy|\leqslant p$

Capítulo 2 – Linguagens Livres-do-Contexto (LLC)

2.1. Gramáticas livre-do-Contexto (GLC): São gramáticas que exigem recursão para sua definição. É difinida por uma série de regras de substituição (produções). Cada regra tem o formato $X\rightarrow X|y$ onde X é uma variável e y é um símbolo termina.

Regra: $X\rightarrow Y$ sendo X uma variável e Y uma cadeia de variáveis ou símbolos terminais
Variáveis: A, B, C, etc são declaradas em letras maiúsculas
Símbolos terminais: a, b, c, etc são declarados em letras minúsculas

Exemplo:
$S\rightarrow ASA|aB$
$A\rightarrow B|s$
$B\rightarrow b|\varepsilon$

Derivação: cada substituição da variável pela cadeia é uma derivação.
A => 0A1 => 00A11 => ...

Converter um AFD para um GLC:
1) Criar uma variável R_i para cada estado q_i
2) Adicione a regra $R_i\rightarrow aR_j$ para cada $\delta\{q_i, a\}=q_j$
3) Adicione a regra $R_n\rightarrow\varepsilon$ quando q_n é estado de aceitação
4) Por fim, criar uma variável R_0 para o estado inicial

Forma normal de Chomksy (FNC): é um subset da gramática livre de contexto que só aceita dois tipos de regras.
1) $A\rightarrow BC$
2) $A\rightarrow x$

Exemplo:
$S_0\rightarrow AA_1|UB|a|SA|AS$
$S\rightarrow AA_1|UB|a|SA|AS$
$A\rightarrow b|AA_1|UB|a|SA|AS$
$A_1\rightarrow SA$
$U\rightarrow a$
$B\rightarrow b$

Converter um GLC para um FNC: exige que se siga os passos:
1) Criar um símbolo $S_0\rightarrow S$ para garantir que o símbolo inicial não ocorra do lado direito da regra.
2) Removemos toda regra $A\rightarrow\varepsilon, R\rightarrow uAv$ trocando por $R\rightarrow uv$
3) Removemos as regras unitárias $A\rightarrow u, R\rightarrow A$ trocando por $R\rightarrow u$
4) Removemos as regras na forma $A\rightarrow u_1, u_2 ... u_k$ quando $k>2$ trocando por uma cadeia na forma $A\rightarrow u_1 A_1, A_1\rightarrow u_2 A_2, A_{(k-1)}\rightarrow u_k$

2.2. Autômato a pilha (AP): são parecidos com os AFNs porém tem uma pilha para controlar a recursão. Permite reconhecer algumas linguages não-regulares, chamadas de linaguagens livre-de-contexto.

Automato a pilha: $M=\{Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F\}$

Estados: $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3, ...\}$ são os estados do autômato
Símbolos de entrega: Σ sigma são os valores atômicos do alfabeto
Símbolos da pilha: Γ gama são os valores atômicos da pilha
Funções de Transição: delta $\delta : Q \times \Sigma \times \Gamma \rightarrow \{Q\}$ são as mudanças de estado
Estado inicial: $q_0 \in Q$ um único estado inicial pertencente a Q
Estados de aceitação: $F \subseteq Q$ estados terminais subconjunto de Q

Exemplo de um AP:

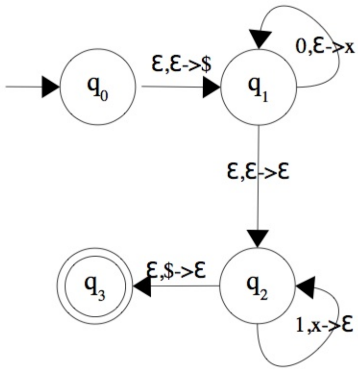

Fig 4. Exemplo de Autômato a pilha (AP)

GLC e AP são equivalentes: Para toda gramática livre-do-contexto existe um autômato de pilha equivalente e vice-versa.

2.3. Linguagens não livre-do-contexto. Aplicação do lema do bombeamento indica que uma linguagem é livre-do-contexto.

1) $\forall\, i \geqslant 0 | u\, v^i\, x\, y^i\, z \in A$
2) $|vy| > 0$
3) $|vxy| \leqslant p$