Lista 1 - Cálculo - I
Prof. Dr. Helton Hideraldo Bíscaro

1. Um número inteiro $a \in \mathbb{Z}$ é chamado de **primo** quando o conjunto dos seus divisores é apenas $1, a$. Prove que existem infinitos números primos (Sugestão: por absurso);

2. (Densidade dos números racionais)

   (a) Mostre que para qualquer número racional positivo r, existe um número raciobal t tal que $0 < t < r$;

   (b) Mostre que dados dois racionais a e b, com $a < b$, sempre existe um racional c tal que $a < c < b$;

3. (Paradoxo do estudante a beira do abismo). Mostre que se $4,9$ fosse igual a 5, então dez seria igual a zero (tire alguma conclusão filosófica, se possível);

4. Calcular os seguintes limites: Em alguns casos, lembrar que $x^n - y^n = (x-y)\sum_{i=1}^{n} x^{n-i}y^{i-1}$;

   (a) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$

   (b) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^3-8}{x-2}$

   (c) $\lim\limits_{x \to a} \frac{x^n-a^n}{x-a}$

   (d) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{1-\sqrt{x}}{1-x}$

   (e) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$

   (f) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$

   (g) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{a+x}-\sqrt{a}}{x}$

5. verifique se a função $f(t) = \frac{1-\sqrt{t}}{1-\sqrt[3]{t}}$ se $t \neq 1$ e $f(1) = \frac{3}{2}$ é contínua em $t = 1$.