

ACH2002 – Introdução à Ciência da Computação II

PROFESSOR: DELANO MEDEIROS BEDER

EACH – SEGUNDO SEMESTRE DE 2008

Lista de Exercícios

Classes, Herança e Interfaces

1. Defina uma classe **IntervaloDeTempo** cujos objetos representam um intervalo de tempo em número de horas, minutos e segundos. O construtor de objetos dessa classe deve receber como argumento um número inteiro positivo, representando o número de segundos decorridos desde o instante inicial 00:00:00 horas e retornar um objeto da classe **IntervaloDeTempo** correspondente. Por exemplo, a expressão `new IntervaloDeTempo(3500)` deve retornar um objeto que represente 0 horas, 58 minutos e 20 segundos. Crie também uma classe para testar a classe definida. (Adaptado de [1])
2. Defina uma classe **Pessoa** cujos objetos representam uma pessoa contendo as seguintes informações: nome, sexo, número do documento de identidade e data de nascimento da pessoa (dia, mês e ano). Defina um construtor de objetos dessa classe e também um método `idade()` para retornar a idade da pessoa (um número inteiro de anos) dado como argumento a data atual. Caso a data passada como argumento seja anterior à data de nascimento da pessoa o método deve retornar -1. (Adaptado de [1])
3. Defina uma classe **Aluno**, subclasse da classe **Pessoa**, que contenha as seguintes informações adicionais: número de matrícula, curso no qual está matriculado, data de ingresso na universidade. Redefina o construtor de objetos da classe de maneira apropriada. Crie também uma classe para testar as classes definidas. (Adaptado de [1])
4. Defina uma classe **Conta**, cujos objetos representam contas bancárias, contendo cada qual as informações: número da conta, nome e CPF do correntista, data de abertura da conta, senha e saldo corrente. Defina um construtor de objetos dessa classe que tenha como parâmetros essas informações (exceto o saldo da conta) e retorne um objeto da classe **Conta** com o saldo corrente igual a zero. Defina também dois métodos para implementação das operações de saque e de depósito na conta. Esses métodos devem retornar o saldo corrente da conta depois de efetuada a operação correspondente (suponha que o valor passado como argumento para o método é sempre um valor positivo). O método de saque não deverá alterar o saldo corrente da conta corrente da conta caso o montante do saque seja superior a esse saldo. Crie também uma classe para testar a classe definida. (Adaptado de [1])
5. Defina uma classe **ChequeEspecial**, subclasse da classe **Conta**, que contenha como informação adicional o valor limite (negativo) para o saldo da conta. Redefina o construtor de objetos da classe de maneira apropriada e os demais métodos levando em consideração o limite do cheque especial. Crie também uma classe para testar a classe definida. (Adaptado de [1])

6. Escreva duas classes que implementam a interface abaixo que contém métodos para ordenação e busca em vetores (arrays) de Strings e também para determinar a interseção entre dois vetores de Strings:

```
interface OperacoesComVetoresDeStrings {  
    int busca (String[] v, String s);  
    void ordena (String[] v);  
    String[] intersecao(String[] v1, String[] v2)  
}
```

O método `busca` busca em qual posição do vetor `v`, a String `s` aparece. Se `s` não aparece no vetor, o método devolve -1, caso contrário ele devolve o índice no qual `s` se encontra. O método `ordena` recebe um vetor desordenado e o ordena. O método `intersecao` recebe dois vetores de Strings e retorna um novo vetor que contém a interseção dos dois vetores passados como parâmetros. As classes que implementam a interface, porém, possuem algumas restrições:

- Não podem utilizar algoritmos iguais para implementar os métodos da interface. Em relação ao método de busca: utilize os algoritmos de busca binária e ternária.

Complexidade de Algoritmos e Técnicas de Projeto de Algoritmos

1. Suponha um algoritmo A e um algoritmo B, com funções de complexidade de tempo $a(n) = n^2 - n + 549$ e $b(n) = 49n + 49$, respectivamente. Determine que valores de n pertencentes ao conjunto dos números naturais para os quais A leva menos tempo para executar do que B. (Retirado de [4])
2. O que significa dizer que $f(n)$ é $O(f(n))$? (Retirado de [4])
3. Indique se as afirmativas a seguir são verdadeiras ou falsas e justifique suas respostas.

(a) $2^{n+1} = O(2^n)$

(b) $2^{2n} = O(2^n)$

(c) $f(n) = O(u(n))$ e $g(n) = O(v(n)) \Rightarrow f(n) + g(n) = O(u(n) + v(n))$

(d) $(n + 1)^5$ é $O(n^5)$

(e) $n^3 \log n$ é $\Omega(n^3)$

(Retirado de [4])

4. Explique a diferença entre $O(1)$ e $O(2)$? (Retirado de [4])
5. Qual algoritmo você prefere: um algoritmo que requer n^5 passos ou um algoritmo que requer 2^n passos? (Retirado de [4])

6. Resolva as equações de recorrência:

(a) $T(n) = T(n-1) + c$, sendo c constante e $n > 1$; $T(1)=0$.

(b) $T(n) = T(n-1) + 2^n$, para $n > 1$; $T(0)=1$.

(c) $T(n) = cT(n-1)$, sendo c, k constantes e $n > 0$; $T(0)=k$.

(Retirado de [4])

7. Escreva um método em Java para obter o maior e o segundo maior elemento de um arranjo de valores **int** sem usar nenhum laço. Apresente também a análise desse algoritmo (função de complexidade). (Adaptado de [3])

8. Considere o trecho de programa abaixo:

```
...
for(i = 0; i < n; i++)
    for( j = 0; j < m; j++)
    {
        // trecho de programa cujo custo é O(3)
    }
...
```

Qual a complexidade assintótica temporal do trecho de programa acima?

9. Considere o trecho de programa abaixo:

```
...
for(i = 0; i < n; i++)
{
    // trecho de programa cujo custo é O(1)
}

for( j = 0; j < m; j++)
{
    // trecho de programa cujo custo é O(3)
}
...
```

Qual a complexidade assintótica temporal do trecho de programa acima?

10. Considere o trecho de programa abaixo:

```
...
for(i=n-1; i > 0 ; i--)
    for(j=1; j <= i; j++)
    {
        // trecho de programa cujo custo é  $O(1)$ 
    }
...
```

Qual a complexidade assintótica temporal do trecho de programa acima?

11. Bill tem um algoritmo `buscaEmMatriz` para encontrar um elemento x em matriz A $n \times n$. O algoritmo faz iterações sobre as linhas de A e usa o algoritmo de busca seqüencial em cada linha até que x seja encontrado ou que todas as linhas tenham sido examinadas. Qual é o tempo de execução de pior caso do algoritmo `buscaEmMatriz` em função de n ? O algoritmo é linear $O(n)$? Justifique.
12. Considere o seguinte problema: Dado um conjunto S de $n \geq 2$ números reais, determinar o maior e elemento.
- (a) Implemente um algoritmo (utilizando o paradigma incremental) para esse problema que faz $2n - 3$ comparações.
Qual seria o caso base ? Qual seria o passo de indução ? Apresente a equação de recorrência desse algoritmo.
 - (b) Implemente um algoritmo (utilizando o paradigma divisão e conquista) para esse problema. Apresente a equação de recorrência desse algoritmo. Prove que o seu algoritmo, quando n é potência de 2, faz $\frac{3}{2}n - 2$ comparações.
13. Considere o seguinte problema: Dado um conjunto S de $n \geq 1$ números reais, determinar a somatória dos elementos desse conjunto.
- (a) Implemente um algoritmo (utilizando o paradigma incremental) para esse problema.
Qual seria o caso base ? Qual seria o passo de indução ? Apresente a equação de recorrência desse algoritmo. Prove através da resolução de recorrências que esse algoritmo é $\Theta(n)$
 - (b) Implemente um algoritmo (utilizando o paradigma divisão e conquista) para esse problema. Apresente a equação de recorrência desse algoritmo. Prove, utilizando o teorema mestre, que o seu algoritmo é $\Theta(n)$ (considere na prova que n é potência de 2).

14. Considere o seguinte problema: Dado um vetor (array) v de tamanho n , retornar o índice de um elemento x nesse array e -1 caso não esteja presente.

- (a) Implemente um algoritmo (utilizando o paradigma incremental) para esse problema conhecido como *busca seqüencial*.

Qual seria o caso base ? Qual seria o passo de indução ? Apresente a equação de recorrência desse algoritmo. Prove através da resolução de recorrências que esse algoritmo é $O(n)$

- (b) Implemente dois algoritmos (utilizando o paradigma divisão e conquista) para esse problema: (i) *busca binária* e (ii) *busca ternária*.

Apresente as equações de recorrência desses dois algoritmos. Prove que assintoticamente os dois algoritmos são equivalentes. Isto é, seja $b_s(n)$, a função de complexidade da *busca binária* e seja $b_t(n)$, a função de complexidade da *busca ternária*, $b_s(n) = \Theta(b_t(n))$.

15. Um polinômio $P_n(x)$ é definido como uma seqüência de números reais $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$, e um número real x

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

- (a) Podemos calcular o valor de $P_n(x)$ aplicando o seguinte raciocínio matemático (indutivo): para calcular $P_n(x)$, basta calcular x^n , multiplicar o resultado por a_n e somar o resultado com $P_{n-1}(x)$.

$$P_n(x) = a_n x^n + P_{n-1}(x)$$

Implemente um método que calcula o valor do polinômio $P_n(x)$ segundo o raciocínio acima. Descreva a equação de recorrência desse algoritmo e mostre que ele realiza $\frac{(n+3)n}{2}$ operações de multiplicação e n operações de adição.

- (b) Agora considere reescrever $P_n(x)$ utilizando a **regra de Horner**

$$P_n(x) = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + x(a_3 + \dots + x(a_{n-1} + x a_n) \dots)))$$

Desta forma, podemos calcular o valor de $P_n(x)$ aplicando o seguinte raciocínio indutivo: para calcular $P_n(x)$, basta calcular $P'_{n-1}(x)$, multiplicar o resultado por x e somar o resultado com a_0 .

$$P'_{n-1}(x) = a_n x^{n-1} + a_{n-1} x^{n-2} + \dots + a_2 x + a_1$$

$$P_n(x) = x P'_{n-1}(x) + a_0$$

Implemente um novo método que utiliza essa abordagem. Usando a notação O , caracterize o tempo de execução (em relação ao número de operações de multiplicação e adição) desse novo algoritmo. (Adaptado de [3])

16. Seja $S = \{a_1, \dots, a_n\}$: conjunto de n atividades que podem ser executadas em um mesmo local (Exemplo: palestras em um auditório).

Para todo $i = 1, \dots, n$, a atividade a_i começa no instante s_i e termina no instante f_i , com $0 \leq s_i < f_i \leq \infty$. Ou seja, supõe-se que a atividade a_i será executada no intervalo de tempo (semi-aberto) $[s_i, f_i)$.

As atividades a_i e a_j são ditas compatíveis se os intervalos $[s_i, f_i)$ e $[s_j, f_j)$ são disjuntos.

Descreva um algoritmo guloso, de complexidade $\Theta(n)$, que encontra em S um subconjunto de atividades mutuamente compatíveis que tenha tamanho máximo. Considere que as atividades estão ordenadas em ordem crescente de tempo de término.

Maiores detalhes sobre esse e outros algoritmos gulosos podem ser encontradas em [2].

17. Considere o seguinte problema: Oito rainhas devem colocadas em um tabuleiro de xadrez, de tal modo que nenhuma delas ataque, ou seja atacada por nenhuma outra. Das regras do xadrez, sabe-se que a rainha pode atacar peças que se encontram na mesma linha, coluna ou diagonal do tabuleiro. Descreva um algoritmo de *backtracking* para esse problema.

Maiores detalhes sobre esse e outros algoritmos de *backtracking* podem ser encontradas em [5].

Referências

- [1] Carlos Camarão & Lucília Figueiredo. *Programação de Computadores em Java*. LTC Editora, Rio de Janeiro, 2003.
- [2] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest & Clifford Stein. *Algoritmos - Tradução da 2a. Edição Americana*. Editora Campus, 2002
- [3] Michael T. Goodrich & Roberto Tamassia. *Estrutura de Dados e Algoritmos em Java*. Bookman, 2007.
- [4] Nívio Ziviani. *Projeto de Algoritmos - com implementação em C e Pascal*. Thomson Editora, 2a edição, 2004.
- [5] Niklaus Wirth. *Algoritmos e Estrutura de Dados*. LTC Editora, Rio de Janeiro, 1989.