ACH0052 – Estudos Diversificados II (2/2011)

Lista de Exercícios 1

Observação 1: Os exercícios desta lista devem ser resolvidos <u>SEM</u> o uso de ferramentas computacionais
Observação 2: Alguns dos exercícios foram adaptados ou retirados do livro de M. N. Magalhães & A. C. P. de Lima, *Noções de Probabilidade e Estatística*, Edusp (2008).

---

1) Dados os subconjuntos A, B e C de Ω (suponha A, B e C não-vazios), mostre que
a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
c) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.
d) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.
e) $A \setminus B = A \cap B^c$.

2) Sendo A e B dois eventos em um mesmo espaço amostral, "traduza" as seguintes situações para a linguagem da teoria dos conjuntos:
a) pelo menos um dos eventos ocorre.
b) o evento A ocorre, mas B não ocorre.
c) nenhum dos dois eventos ocorre.
d) exatamente um dos eventos ocorre.

3) Sejam A e B dois eventos em um dado espaço amostral de sorte que $P(A) = 0,20$, $P(B) = p$, $P(A \cup B) = 0,50$ e $P(A \cap B) = 0,10$. Determine o valor de p.

4) Dois processadores, A e B, são colocados em teste por várias horas. A probabilidade de que um erro de cálculo ocorra no processador A é de p_a, no processador B, p_b, e, em ambos, p. Determinar a probabilidade de:
a) pelo menos um dos processadores apresentar erro.
b) nenhum dos processadores apresentar erro.
c) apenas o processador A apresentar erro.
d) apenas o processador B apresentar erro.

5) Se $P(A \cup B) = p_{ab}$, $P(A) = p_a$ e $P(B) = x$, determine x se:
a) A e B forem mutualmente exclusivos.
b) A e B forem independentes (admita $P(A) \neq 1$).

6) Sejam A, B, C e D pertencentes a um mesmo espaço amostral. Supondo $P(D) > 0$, mostre que:
a) $P(A^c|D) = 1 - P(A|D)$.
b) $P(A \cup B|D) = P(A|D) + P(B|D) - P(A \cap B|D)$.
c) $P(A \cup A^c|D) = 1$.

7) Se $P(A) \neq 0$, $P(B|A) = a/2$, e o evento B sempre é observado quando o evento A ocorre, determine o valor de a.

8) Uma classe de estatística teve a seguinte distribuição das notas finais: 4 do sexo masculino (M) e 6 do feminino foram reprovados, 8 do sexo masculino e 14 do feminino foram aprovados (A). Calcule:
a) $P(A \cup M^c)$ b) $P(A^c \cap M^c)$ c) $P(A|M)$ d) $P(M^c|A)$ e) $P(M|A)$

9) Numa cidade, estima-se que cerca de 30% dos habitantes tenham algum tipo de alergia. Sabe-se que 60% dos alérgicos praticam esportes, enquanto que esta porcentagem entre os não-alérgicos é de 30%. Escolhendo-se um indivíduo, de forma aleatória nesta cidade, determine a probabilidade dele:
a) praticar esporte.
b) ser alérgico, dado que não pratica esportes.

10) As preferências de homens e mulheres por cada gênero de filme alugado em uma locadora de vídeos estão apresentadas na tabela abaixo.

Sexo\Filme	Comédia	Romance	Policial
Homens	150	90	200
Mulheres	100	200	60

Sorteando-se, ao acaso, uma dessas locações, determine a probabilidade de:

a) uma mulher ter alugado um filme policial.
b) uma mulher ter alugado um filme, sabendo-se que o gênero era policial.
c) o filme ser policial, dado que foi alugado por uma mulher.
d) o filme não ser policial, dado que foi alugado por um homem.

11) Das pacientes de uma clínica de ginecologia com idade acima de 40 anos, 60% são ou foram casadas e 40% são solteiras. Sendo solteira, a probabilidade de ter apresentado um distúrbio hormonal no último ano é de 10%, enquanto que para as demais essa probabilidade aumenta para 30%. Determinar:
a) a probabilidade de uma paciente escolhida ao acaso ter apresentado um distúrbio hormonal (no último ano).
b) se a paciente sorteada teve distúrbio hormonal (no último ano), a probabilidade de ser solteira.
c) se duas pacientes são escolhidas ao acaso e com reposição, a probabilidade de pelo menos uma ter manifestado distúrbio (no último ano).

12) Numa região, a probabilidade de chuva em um dia qualquer de primavera é de $0,1$. Um meteorologista acerta suas previsões em 80% dos dias em que chove e em 90% dos dias em que não chove.
a) Determinar a probabilidade deste meteorologista acertar a previsão.
b) Havendo acerto na previsão feita, determinar a probabilidade de ter sido um dia de chuva.

13) Um médico desconfia que um paciente tem tumor no abdômen, já que isto ocorreu em 70% dos casos similares que tratou. Se o paciente de fato tiver o tumor, o exame ultra-som o detectará com probabilidade $0,9$. Entretanto, se ele não tiver o tumor, o exame pode, erroneamente, indicar que tem com probabilidade $0,1$. Se o exame detectou um tumor, determinar a probabilidade do paciente tê-lo de fato.

14) Acredita-se que numa certa população, 20% de seus habitantes sofrem de algum tipo de alergia e são classificados como alérgicos para fins de saúde pública. Sendo alérgico, a probabilidade de ter reação a um certo antibiótico é de $0,5$. Para os não alérgicos, esta probabilidade é de $0,05$. Uma pessoa dessa população teve reação ao ingerir o antibiótico; determinar a probabilidade dela ser do grupo não alérgico.

15) Considere uma pequena cidade com somente três bairros, A, B e C, sendo que o bairro A abriga 45% da população e o bairro B, 30%. Sabe-se que 2% dos habitantes do bairro A não é alfabetizado, ao passo que este índice é de, respectivamente, 1% e 5% para as comunidades dos bairros B e C. Sorteando-se aleatoriamente uma pessoa dessa cidade, determinar a probabilidade dela pertencer a cada um dos bairros se ela for analfabeta.

16) Suponha que um fabricante de sorvetes recebe 25% de todo o leite que utiliza de uma fazenda F_1, 35% de uma outra fazenda F_2 e o restante de F_3. Um órgão de fiscalização inspecionou as fazendas de surpresa e observou que 20% do leite produzido por F_1 estava adulterado por adição de água, enquanto que para F_2 e F_3, essa proporção era de 10% e 5%, respectivamente. Na indústria de sorvetes os galões de leite são armazenados em um refrigerador sem identificação das fazendas. Para um galão escolhido ao acaso, determinar a probabilidade de que a amostra, caso esteja adulterada, tenha sido obtida do leite fornecido pela fazenda F_i, com $i = 1, 2, 3$.

17) O curso de Cálculo é dado por três professores hipotéticos, P_1, P_2 e P_3. Os professores P_1 e P_2 possuem 120 alunos cada, ao passo que P_3 tem 160. O índice de aprovação dos docentes P_1, P_2 e P_3 é, respectivamente, 98%, 96% e 94%. Ao final do semestre, um aluno escolhido ao acaso (dentre os que cursaram Cálculo) mostrou grande insatisfação por ter sido reprovado. Determinar a probabilidade deste aluno pertencer a cada um dos professores.

18) O curso de Cálculo é dado por três professores hipotéticos, P_1, P_2 e P_3. Os professores P_1, P_2 e P_3 possuem 120, 100 e 80 alunos, respectivamente. O índice de aprovação do docente P_1 é 10% menor em relação ao de P_2, e P_3 usualmente aprova 90% da turma. Ao final do semestre, 36% dos aprovados foram alunos do professor P_1. Determinar o índice de aprovação dos professores P_1 e P_2.