Primeira lista de exercícios de cálculo 2

Sistemas de Informação - 2008

1. (a) Seja A_n a área de um polígono com n lados iguais inscrito em um círculo com raio r. Dividindo o polígono em n triângulos congruentes com ângulo central $\frac{2\pi}{n}$, mostre que $A_n = \frac{1}{2}nr^2 \sin\frac{2\pi}{n}$
(b) Sabendo-se que $\lim_{\theta\to 0} \frac{\sin\theta}{\theta} = 1$ mostre que $\lim_{n\to\infty} A_n = \pi r^2$.

2. Use a definição de integral definida $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \Sigma_{i=1}^n f(x_i)\Delta x$ para computar o valor das integrais
(a) $\int_1^4 (x^2 + 2x - 5)dx$ (b) $\int_0^5 (1 + 2x^3)dx$.

3. Usando a definição de integral definida, prove que:
(a) $\int_a^b xdx = \frac{b^2-a^2}{2}$ (b) $\int_a^b x^2dx = \frac{b^3-a^3}{3}$

4. Interpretando a integral em termos de área, calcule:
(a) $\int_0^{10} |x-5|dx$ (b) $\int_{-1}^3 (3-2x)dx$.

5. Usando a propriedade 8, dada em aula, estime o valor da integral $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \sin^2 x\ dx$.

6. Use as propriedades de integrais e o exercício (3) para provar as desigualdades:
(a) $\int_1^3 \sqrt{x^4+1}\ dx \geq \frac{26}{3}$ (b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\ \sin x\ dx \leq \frac{\pi^2}{8}$.

7. Determine a função f em cada caso:
(a) $f''(x) = 2 - 12x$, $f(0) = 9$, $f(2) = 15$
(a) $f''(x) = 2e^x + 3\sin x$, $f(0) = 0$, $f(\pi) = 0$
(a) $f''(x) = x^{-2}$, $x > 0$, $f(1) = 0$, $f(2) = 0$
(a) $f''(\theta) = \sin\theta + \cos\theta$, $f(0) = 3$, $f'(0) = 4$