2- $L_1 = \{w = 1^p \mid p \text{ é primo}\}$

Hipótese: suponha que L_1 é livre de contexto logo vale o lema Pumping Lema dos LLC. Seja n o nº do PL dos LLC

$\forall |w| \geq n$, $w \in L_1$ $w = uvxyz$

(i) $|vxy| \leq n$

(ii) $|v| + |y| > 0$

(iii) $uv^kxy^kz \in L_1 \ \forall k \geq 0$

$w = 1^{p'}$ tal que p' é o menor primo $p' \geq n$

$w = uvxyz$

$u = 1^a$

$v = 1^b$

$x = 1^c$

$y = 1^d$

$z = 1^{p'-a-b-c-d}$

(i) $|vxy| \leq n \leq p'$

$1^b 1^c 1^d \leq n \leq p'$

$b + c + d \leq n \leq p'$

(ii) $|v| + |y| > 0$

$1^b + 1^d > 0$

$b + d > 0$

(iii) $uv^kxy^kz \in L_1 \ \forall k \geq 0$

$|uv^kxy^kz|$ é primo $\forall k \geq 0$

pode usar a expressão como

$1^a (1^b)^k (1^c) (1^d)^k 1^{p'-a-b-c-d} \in L_1 \ \forall k \geq 0$

$a + bk + c + dk + p' - a - b - c - d$ é um número primo $\forall k \geq 0$

$b(k-1) + d(k-1) + p'$ é um primo $\forall k \geq 0$

$(b+d)(k-1) + p'$ é um primo $\forall k \geq 0$

para $k = p' + 1$

$p'(b+d) + p'$ é um primo $\forall k \geq 0$

$p'(b+d+1)$ é um primo $\forall k \geq 0$

portanto $b + d + 1 = 1$

$b + d = 0$ Isso é um absurdo segundo a propriedade (ii) do Lema

Isso é uma contradição com a propriedade (ii) do lema