Estudo - MVGA

Sistema linear homogêneo (Definição) :

Sistema no qual é formado exclusivamente por equações homogêneas, ou seja equações cujo resultado é = 0;

Exemplo:

| x + y + z = 0
|2x +y +z = 0
|x -y +z = 0

Solução Trivial

Teremos uma solução trivial quando nosso conjunto solução é composto por 0, assim: S={(0,0,0)}, segundo o sistema acima. ou seja caso substituirmos as variáveis do sistema por 0 teremos 0 = 0, logo todo sistema linear homogêneo possui a solução trivial.

| 1.(0) +1.(0) + 1.(0) = 0
| 2.(0) +1.(0) +1.(0) = 0
| 1.(0) -1.(0) + 1.(0) = 0

Sistema linear homogêneo (Tipos): Um Sistema Homogêneo é sempre possível já que aceita a solução trivial, porém ele pode ser **POSSÍVEL DETERMINADO** e **POSSÍVEL INDETERMINADO.** Teremos um sistema **possível *determinado***, quando a Determinante do mesmo for diferente a nulo, logo ele somente aceita a **SOLUÇÃO TRIVIAL.** Por sua vez teremos um sistema possível *indeterminado* caso tenhamos nossa Determinante igual a nulo(0), logo dizemos que o sistemas possui **INFINITAS** soluções, incluindo a **SOLUÇÃO TRIVIAL.**

Descobrir se é L.I.

- Colocar os vetores como **coluna**:
    - Caso seja uma matriz quadrada deve-se calcular a determinante.
        - Det != 0 - L.I.
        - Det = 0 - L.D.
    - Escalonar como um sistema homogêneo.
        - Caso a solução seja trivial(variáveis =0): ele é L.I.
        - Caso contrario, não.

- Colocar os vetores como **linhas:**
    - Escalonar a matriz gerada para ver se algum vetor é combinação linear do outro:
        - Caso nenhuma linha seja eliminada: L.I.
        - Caso alguma linha seja eliminada: não é LI

Dica de Ex: **(A-alfa*I)X = 0**

Quando o exercício pedir pra achar alguma variável escalar e a solução for não trivial tente fazer a determinante. A partir daí tente descobrir os valores da variável qualquer assumindo q a determinante será igual a 0.

AX = 0 - Só possui solução trivial se A for invertível.
Se det(A) = 0 então A não é invertível.

Dica de Ex: Encontrar o **conjunto de Geradores** com AX = 0**.**

Quando o exerício pedir para encontrar um conjunto de geradores, escalone (?) a matriz dada. Após fazer isto, você chegará em um resultado eventualmente semelhante a este:

a b c d

| 1 0 0 -1 | 0

| 0 1 2 0 | 0

Analisando as linhas:

Em L1 temos que a = d (passando o -1 da coluna d para o outro lado da equação)

Em L2 temos que b = -2c (passando o 2 para o outro lado da equação)

A partir daí é possível ver que de fato são necessárias as duas variáveis livre (alfa, beta), pois o <u>c e o d foram usados nas soluções do a e do b.</u>

por fim a solução fica desta forma:

a = | beta |

b = | -2*alfa |

c = | alfa |

d = | beta |

Colocando em evidência as duas variáveis livre, teremos que alfa(0,-2,1,0) +beta(1,0,0,1)

Portanto a solução será um conjunto com 2 vetores geradores {(0,-2,1,0),(1,0,0,1)}

Matriz Triangular

É a matriz cujos elementos abaixo ou acima de diagonal principal são iguais a zero. Neste caso **o cálculo da determinante é extremamente simples**, sendo necessário **multiplicar** apenas os elementos da **diagonal principal**.

Exemplo: Seja A:

| 4 0 0 |

| 3 1 0 |

| 1 2 5 |

Det(A) = 4*1*5 = 20

Determinantes de Matrizes

Existem 3 maneiras distintas de se calcular o determinante dependendo do tamanho da matriz:

No caso da matriz de **ordem 3 (3x3)** as duas primeiras colunas devem ser copiadas e a partir daí realizar a multiplicação no sentido da diagonal principal da coluna a, b, c -(menos) a multiplicação das diagonais secundárias (e,d,c).

Exemplo:

$$\begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 4 & 2 \end{array}$$ *i

resultando em: 2*1*1 + 3*3*4 + 1*1*2 - (1*1*4+2*3*2+3*1*1) = 40-19

Para matrizes de **ordem 2** deve-se calcular a determinante através da multiplicação da diagonal principal -(menos) a multiplicação da diagonal secundária.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$det = (2*2) - (-3*1)$$
$$= 4+3 = 7$$

Propriedades de Determinantes

Sejam A e B duas matrizes invertíveis:

$\det(A) = \det(A^t)$

$\det(A^{-1}) = 1 / \det(A)$

$\det(AB)= \det(A)*\det(B)$

$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$

$AA^{-1} = I$

Sejam u e w dois vetores:

$$u + w = (u_1+w_1, \ldots, u_n+w_n)$$

$$||u|| = (u_1^2 + \ldots + u_n^2)^{1/2}$$

$$u \cdot w = u_1 * w_1 + \ldots + u_n * w_n$$