

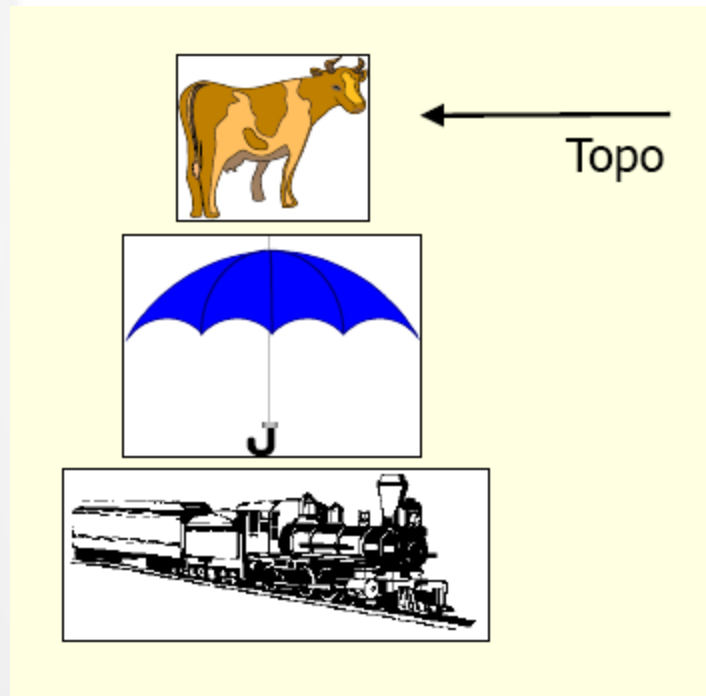
Lista não homogênea

Lista não homogênea

- Lista “**genérica**”
 - Possibilidade de usar uma mesma estrutura para armazenar informações diferentes
 - Inteiro, caracter, estrutura, etc.
 - Não é necessário definir blocos de memória diferentes

Lista não homogênea

- Como inserir uma vaca, um guarda-chuva e um trem em uma mesma pilha?



Lista não homogênea

- Solução 1
 - Definir vários campos de informação
 - Usar somente os necessários

```
struct NO {  
    char info1;  
    int info2;  
    struct NO *proximo;  
};
```

- Desvantagem: **memória alocada desnecessariamente**

Lista não homogênea

- Solução 2
 - Definir vários ponteiros
 - Alocar memória conforme necessidade

```
struct NO {  
    char *info1;  
    int *info2;  
    struct NO *proximo;  
};
```

- Desvantagem: memória (dos ponteiros não usados) alocada desnecessariamente

Lista não homogênea

- Solução 3
 - Usa-se um registro/estrutura variante

```
struct NO {  
    union{  
        int ival;  
        float fval;  
        char cval;  
    }elemento;  
    int tipo;  
    struct NO *prox;  
}
```

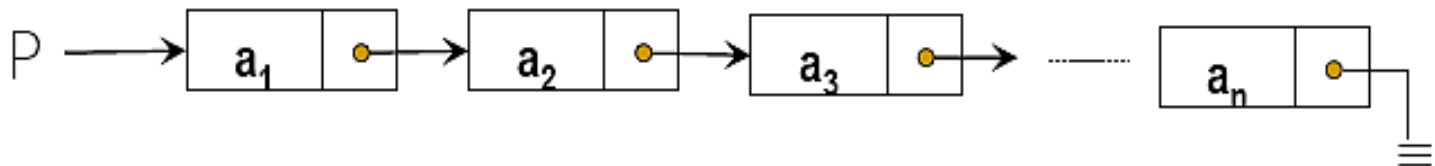
```
struct no *p;  
...  
p->tipo = 1; /*inteiro*/  
p->elemento.ival = 256;  
...  
p->tipo=3; /*char*/  
p->elemento.cval = 'n';  
...
```

Tipos de Listas

Lista generalizada

Conceito de Lista

- Uma lista a_1, a_2, \dots, a_n pode ser definida como uma sequência constituída do elemento a_1 seguido da lista a_2, a_3, \dots, a_n que é definida recursivamente, de forma análoga, até que a lista (a_n) seja formada por a_n seguido da lista vazia (NULL)
- Implementação dinâmica reflete essa situação:



- (P e o elemento apontado por $P^{\wedge}.lig$ são do mesmo tipo)

Generalizando o conceito de Lista

- Até agora, consideramos todos os a_i do mesmo tipo, e sempre um átomo (elemento indivisível, não lista)
- Podemos considerar que cada elemento a_i da lista poderia também ser uma lista (chamada sub-lista)

$$\text{Ex.: } L = (a, (b, c), d, (e), ())$$

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5$

L tem 5 elementos

- a_2, a_4 e a_5 são sub-listas
- a_1 e a_3 são átomos

Generalizando o conceito de Lista

- Lista típica em LISP:

$L1 = (a, (b,c))$

- Lista típica em Prolog:

$L2 = [a, [b,c]]$

- Em Prolog e Lisp listas são nativas e, portanto, implementadas de forma eficiente.
- Ambas as listas contêm dois elementos
 - primeiro elemento é o átomo **a**;
 - segundo elemento é a sub-lista formada pelos elementos **b** e **c**.
 - Como representar essas listas?

Lista Generalizada

- Definição formal
 - Uma lista generalizada A é uma sequência finita de $n \geq 0$ elementos $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, em que α_i são átomos ou listas. Os elementos α_i , com $0 \leq i \leq n$ que não são átomos são chamados sublistas de A .
- Estrutura básica do bloco de memória

Tipo	Cabeça	Cauda
------	--------	-------

Lista Generalizada

- Uma lista generalizada é aquela que pode ter como elemento ou um átomo ou uma outra lista (sub-lista)
 - Átomo: integer, real, char, string, etc.

Tipo	Cabeça	Cauda
------	--------	-------

- CABEÇA : um átomo ou um ponteiro para uma outra lista
- CAUDA: ligação para a cauda da lista (próximo elemento)
- TIPO é 0 (CABEÇA é átomo) ou é 1 (CABEÇA é ponteiro)

Lista Generalizada

- Dada uma lista generalizada

$$A = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]$$

Se $n \geq 1$, então:

α_1 é a cabeça (car) de A,
 $(\alpha_2, \dots, \alpha_n)$ é a cauda (cdr) de A

cabeça

cauda

- Exemplos:
- 1. $L1 = ()$: tem tamanho 0 e contém a lista vazia
- 2. $L2 = (())$: tem tamanho 1 e contém a lista nula
- 3. $L3 = (a)$: tem tamanho 1 e contém o átomo a
- 4. $L4 = (a,(b,c))$: tem tamanho 2 e contém o átomo a e a lista (b,c)

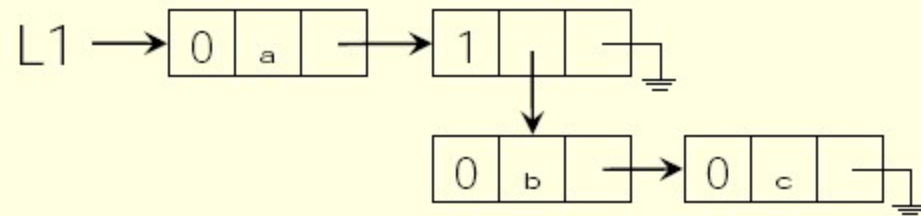
$\text{cabeça}(L4) = a$, $\text{cauda}(L4) = ((b,c))$

- (note que cabeça é sempre uma lista, já cauda pode ser átomo ou lista)

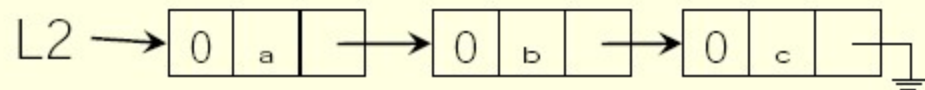
Lista Generalizada

- Exemplos de representação

L1 \equiv (a,(b,c))



L2 \equiv (a,b,c)

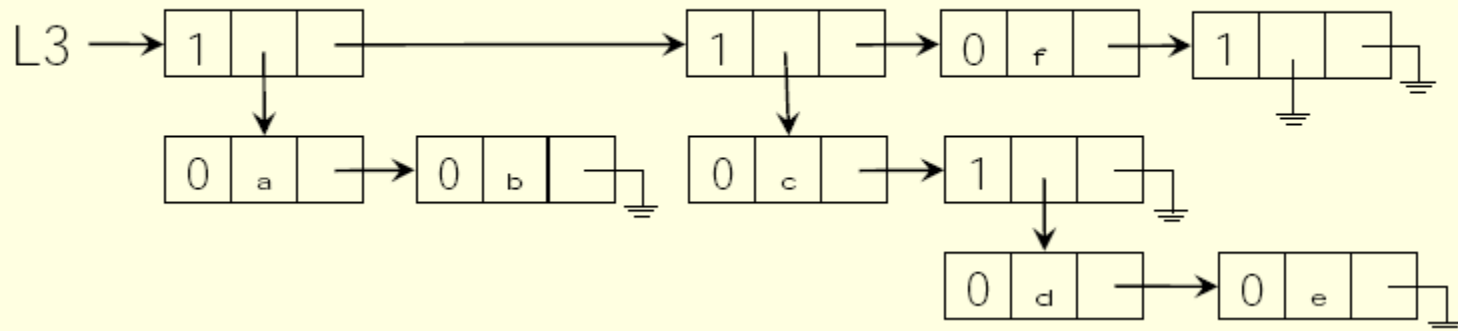


Lista Generalizada

- Exercício: faça a representação da lista L3 ((a,b),(c,(d,e)),f,())

Lista Generalizada

- Exercício: faça a representação da lista L3 ((a,b),(c,(d,e)),f,())



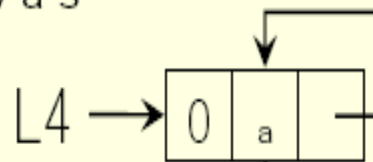
Vantagens de Listas Generalizadas

- Multifuncional: com ela podemos armazenar informações das mais simples às mais complexas.
- Além da sua importância como opção de armazenamento de dados, a lista generalizada é uma estrutura de dados recursiva, e nos permitirá por em prática a **implementação de funções recursivas** que iniciamos na aula sobre listas ordenadas.

Variações de Lista Generalizada

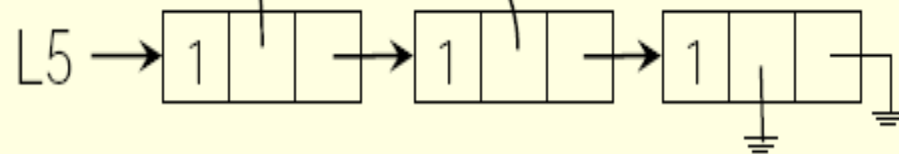
Listas Recursivas

$L4 = (a, L4)$



Listas Compartilhadas

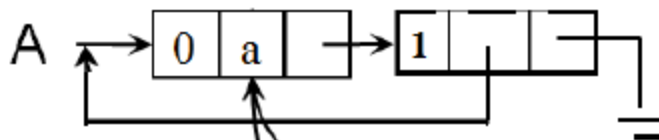
$L5 = (L4, L4, ())$



Variações de Lista Generalizada

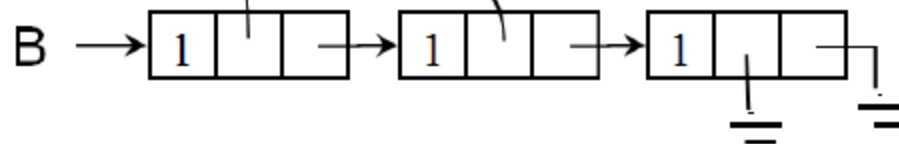
Listas Recursivas

$A = (a, A)$



Listas Compartilhadas

$B = (A, A, ())$

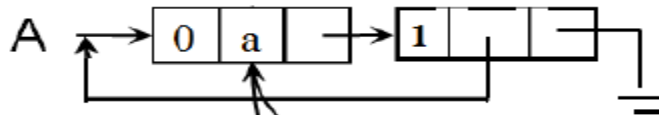


- Compartilhamento pode resultar em grande economia de memória. Entretanto, esse tipo de estrutura cria problemas quando **desejamos eliminar ou inserir nós na frente da lista.**

Variações de Lista Generalizada

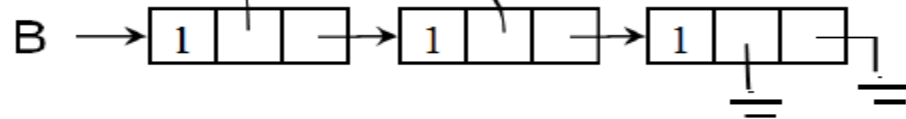
Listas Recursivas

$A = (a, A)$



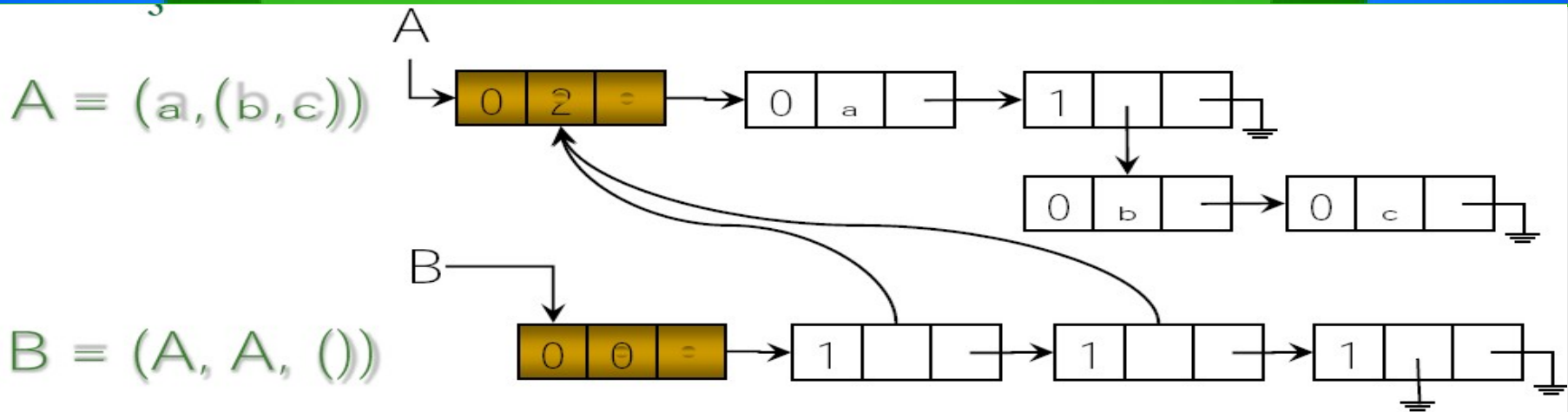
Listas Compartilhadas

$B = (A, A, ())$



- Ex. o que acontece quando o primeiro elemento de A é eliminado? Ou se for inserido um novo elemento como o primeiro da lista A?
- Note que, em geral, não se sabe quantos ponteiros estão apontando para a estrutura, e tampouco de onde eles vêm!
- Ainda que essa informação fosse conhecida, a manutenção seria custosa.

Variações de Lista Generalizada

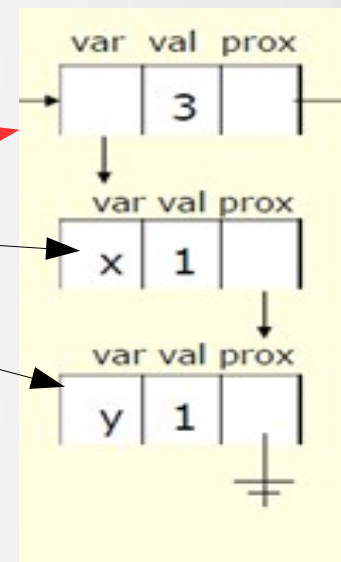


- Solução: uso de nó cabeça (head).
- Pode aproveitar esse nó para manter (no campo cabeça) um contador dos nós que apontam para a lista.
- Contador de referências: o número de ponteiros (variáveis de programa ou ponteiros a partir de outras listas) para aquela lista. Quando o contador é zero, os nós podem ser retornados à memória disponível.

Lista Generalizada

- Declaração
 - Union

```
typedef struct bloco {  
    union{  
        char atomo;  
        struct bloco *sublista;  
        char cval;  
    }info;  
    int tipo;  
    struct bloco *prox;  
} tNO;
```



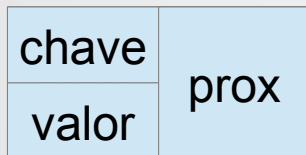
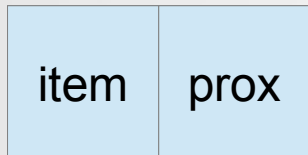
- Union permite que uma variável seja interpretada de diferentes formas.
- A memória do maior elemento (no caso acima o float) é alocada e o usuário deve cuidar do bom uso dela

Relembrando: Lista Ligada

```
#define MAX 10

typedef struct {
    int chave;
    int valor;
} ITEM;
//representa a lista de itens

typedef struct NO {
    ITEM item;
    struct NO *proximo;
} tNO;
```



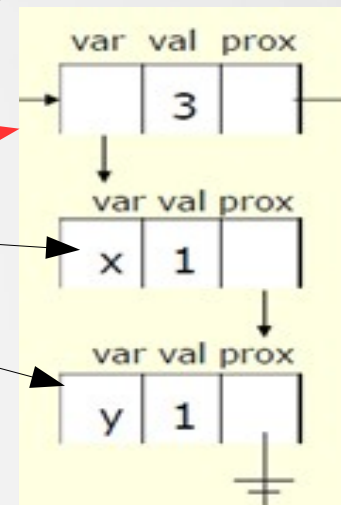
tNO

```
typedef struct {
    tNO *inicio;
    tNO *fim;
} LISTA_Ligada;
```

Lista Generalizada

ITEM atomo;

```
typedef struct bloco {  
    union{  
        char atomo;  
        struct bloco *sublista;  
        char cval;  
    }info;  
    int tipo;  
    struct bloco *prox;  
} tNO;
```



```
typedef struct {  
    tNO *noptr;  
} Lista_Gen;
```

```
typedef struct {  
    int chave;  
    int valor;  
} ITEM;  
//representa a lista de itens
```

tipo	info	prox
------	------	------

Operações úteis

- `void Cria (Lista_Gen *L);` // Cria uma lista vazia
- `void Concatena (Lista_Gen *L1, Gen *L2);`
- // Insere L2 no final de L1. Se L1= (a,(b,c)) e L2=(d) L1=(a, (b,c),d)
- `*tNO BuscaAtomo_Rec(Lista_Gen *L, ITEM *x)`
- // Busca ocorrência do átomo x na lista generalizada L; retorna seu endereço. Devolve null se não achou
- `int Prof(Lista_Gen *S)`
- // Calcula a profundidade da lista generalizada S
- `*Lista_Gen Copia(Lista_Gen *L)`
- // cria uma copia da lista generalizada L

Operações úteis

- `int Igual(Lista_Gen *S, Lista_Gen *T)`
- `// Verifica a igualdade de duas listas generalizadas S e T`
- `void imprimir(tNO *L)`
- `// Imprime a lista L`
- `void apagar(tNO *L)`
- `//apagar uma lista, liberando a sua memória alocada`

Operações

```
void cria(Lista Gen *L) {  
    L->noptr = NULL;  
}
```

```
void concatena(Lista Gen *L1, Lista_Gen *L2) {  
    if (L1->noptr == NULL)  
        L1->noptr = L2->noptr;  
    else {  
        tNO *p = L1->noptr;  
        while (p->prox != NULL)  
            p = p->prox;  
        p->prox = L2->noptr;  
    }  
}
```

Operações

```
void imprime(tNO *L) {  
    if (L != NULL)  
        if (L->tipo == 0) {  
            printf("%c ", L->info.atomo);  
            imprime(L->prox);  
        } else {  
            printf("  ");  
            imprime(L->info.sublista);  
            printf("  ");  
            imprime(L->prox);  
        }  
}
```

Operações

```
void apagar(tNO *L) {  
    tNO *t;  
    if (L != NULL) {  
        if (L->tipo == 1) {  
            apagar(L->info.sublista);  
            t = L;  
            L = L->prox;  
            free(t);  
            apagar(L);  
        } else {  
            t = L;  
            L = L->prox;  
            free(t);  
            apagar(L);  
        }  
    }  
}
```

Operações de Inserção de Elementos

- // Insere o primeiro atomo numa Lista generalizada.
- void Insere_Prim_Atomo(Lista_Gen *L, elem *dado);
- // Insere uma lista numa Lista generalizada.
- void Insere_Lista(Lista_Gen *L, Lista_Gen L1);
- // Insere um atomo no início de uma Lista generalizada.
- void Insere_Inicio_Atomo(Lista_Gen *L, elem *dado);
- // Insere uma lista no início de uma Lista generalizada.
- void Insere_Inicio_Lista(Lista_Gen *L, Lista_Gen L1);

Lista Generalizada

- Exercícios
- Implementar uma função recursiva para buscar um átomo x numa lista generalizada
 - (1) considere apenas a lista principal;
 - (2) considere que x pode estar em qualquer sublista.
- Implementar uma sub-rotina para verificar se duas listas generalizadas são iguais
 - Tente fazer a sub-rotina recursiva

Algoritmos

- Uma função booleana recursiva para buscar um átomo x numa lista generalizada, L . Retorna também o endereço, se estiver lá.
 - (1) considere apenas a lista principal;

Algoritmos

```
int esta_na_lista_principal(tNO *p, char x) {  
    int achou=0;  
    while ((p!=NULL) && (!achou)) {  
        if ((p->tipo==0) && (p->info.atomo==x))  
            achou=1;  
        else p=p->prox;  
    }  
    return(achou) ;  
}
```

Algoritmos

- Uma função booleana recursiva para buscar um átomo x numa lista generalizada, L . Retorna também o endereço, se estiver lá.
 - (2) considere que x pode estar em qualquer sublista

Algoritmos

```
int esta_em_qualquer_parte_da_lista(tNO *p, char x) {
    if (p==NULL)
        return 0;
    else if (p->tipo==0) {
        if (p->info.atomo==x)
            return 1;
        else
            return(esta_em_qualquer_parte_da_lista(p->prox,x));
    }
    else if (p->tipo==1) {
        if (esta_em_qualquer_parte_da_lista(p->info.sublista,x))
            return 1;
        else
            return(esta_em_qualquer_parte_da_lista(p->prox,x));
    }
}
```

Algoritmos

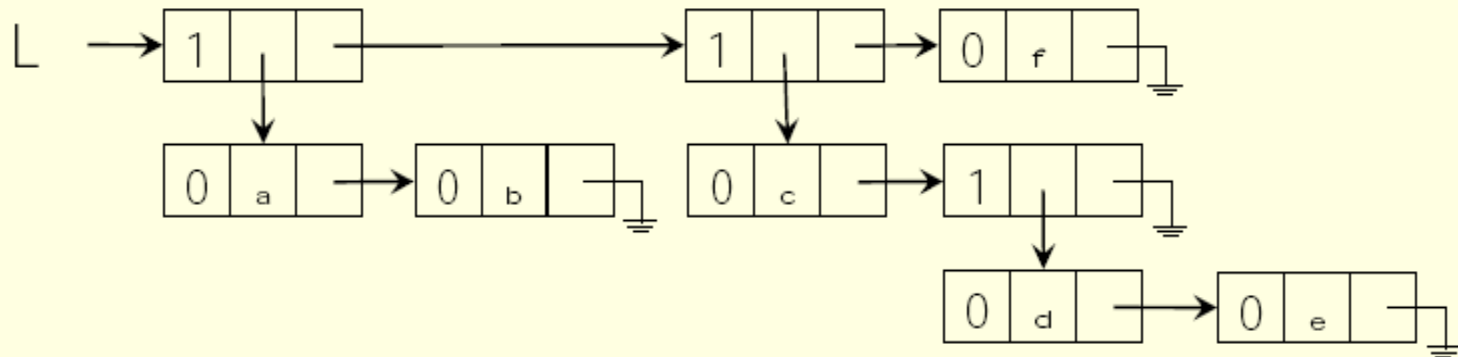
- Verificar se duas listas generalizadas, L1 e L2, são iguais
 - Tente fazer função booleana recursiva
 - O conteúdo em si não importa
 - 4 casos:
 - Caso 1: 2 listas vazias (true)
 - Caso 2: uma das listas é vazia e a outra não (false)
 - Caso 3: 2 listas não vazias
 - Átomos – se Iguais - Testa_cauda (true)
 - 2 listas –se Iguais_Testa cabeça_lista se Iguais_Testa cauda (true)
 - Caso 4: se diferem na cabeça_lista(false)

Algoritmos

```
int iguais(no *L1, no *L2) {
    if ((L1==NULL) && (L2==NULL))
        return 1;
    else if ((L1==NULL) || (L2==NULL))
        return 0;
    else if
((L1->tipo==L2->tipo==0) && (L1->info.atomo==L2->info.atomo))
        return(iguais(L1->prox,L2->prox));
    else if
((L1->tipo==L2->tipo==1) && (iguais(L1->info.sublista,L2->info.
sublista)))
        return(iguais(L1->prox,L2->prox));
    else
        return 0;
}
```

Listas e recursão

- Exercício extra
 - Implementar uma sub-rotina que determina a profundidade máxima de uma lista generalizada
 - Tente usar recursividade
 - Por exemplo, para o caso abaixo, a sub-rotina deveria retornar profundidade 3



Profundidade máxima de uma lista generalizada S

- Ex. $S = (a, (b)) \Rightarrow \text{Prof}(S) = 2$

$$A = (a, b, c) \Rightarrow \text{Prof}(A) = 1$$

$$B = () \Rightarrow \text{Prof}(B) = 0;$$

Algoritmos

```
int profundidade(tNO *p) {
    int prof, aux;
    if (p==NULL)
        prof=0;
    else if (p->tipo==0) {
        prof=1;
        aux=profundidade(p->prox);
        if (aux>prof)
            prof=aux; }
    else if (p->tipo==1) {
        prof=1+profundidade(p->info.sublista);
        aux=profundidade(p->prox);
        if (aux>prof)
            prof=aux;
    }
    return (prof);
}
```


Algoritmos

- Exercício
 - Implementar uma sub-rotina para verificar se duas listas generalizadas são estruturalmente iguais
 - O conteúdo em si não importa

Algoritmos

```
int iguais_estruturalmente(tNO *L1, tNO *L2) {
    if ((L1==NULL) && (L2==NULL))
        return 1;
    else if ((L1==NULL) || (L2==NULL))
        return 0;
    else if (L1->tipo==L2->tipo==0)
        return(iguais_estruturalmente(L1->prox,L2->prox));
    else if ((L1->tipo==L2->tipo==1) &&
(iguais_estruturalmente(L1->
info.sublista,L2->info.sublista)))
        return(iguais_estruturalmente(L1->prox,L2->prox));
    else
        return 0;
}
```

Lista generalizada e polinômios

- Considere os polinômios:

Considere os polinômios:

$$P1 = 4x^2y^3z + 3xy + 5$$

$$P2 = x^{10}y^3z^2 + 2x^8y^2z^2 + x^4y^4z + 6x^3y^4z + 2yz$$

$$P3 = 3x^2y$$

(a) n° de termos: variável

■ $P1=3, P2=5, P3=1$

(b) n° de variáveis: variável

■ $P1=P2=3, P3=2$

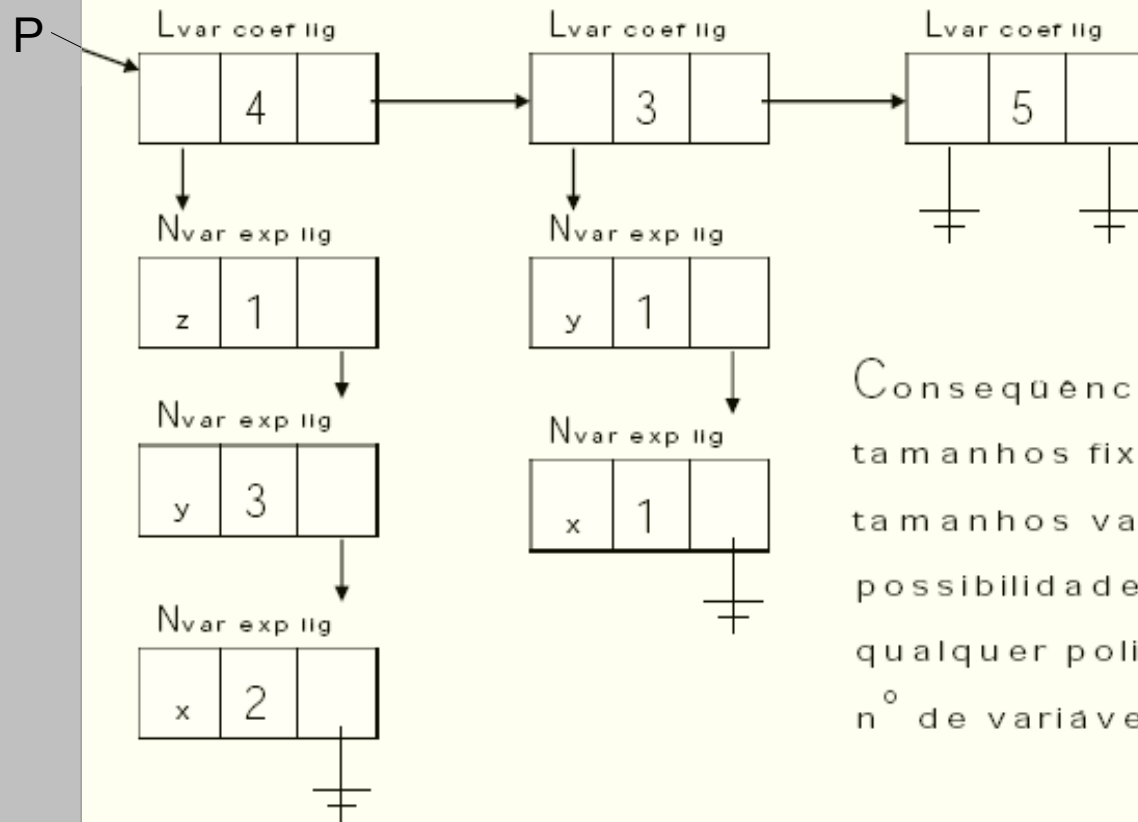
(c) nem todo termo é expresso com todas as variáveis

Lista generalizada e polinômios

- Objetivos
 - representar de forma a otimizar o uso de memória
 - representação única para todo polinômio
- Solução: lista generalizada

Uso de lista generalizada para representação de polinômios – Opção 1 – 2 tipos de registros

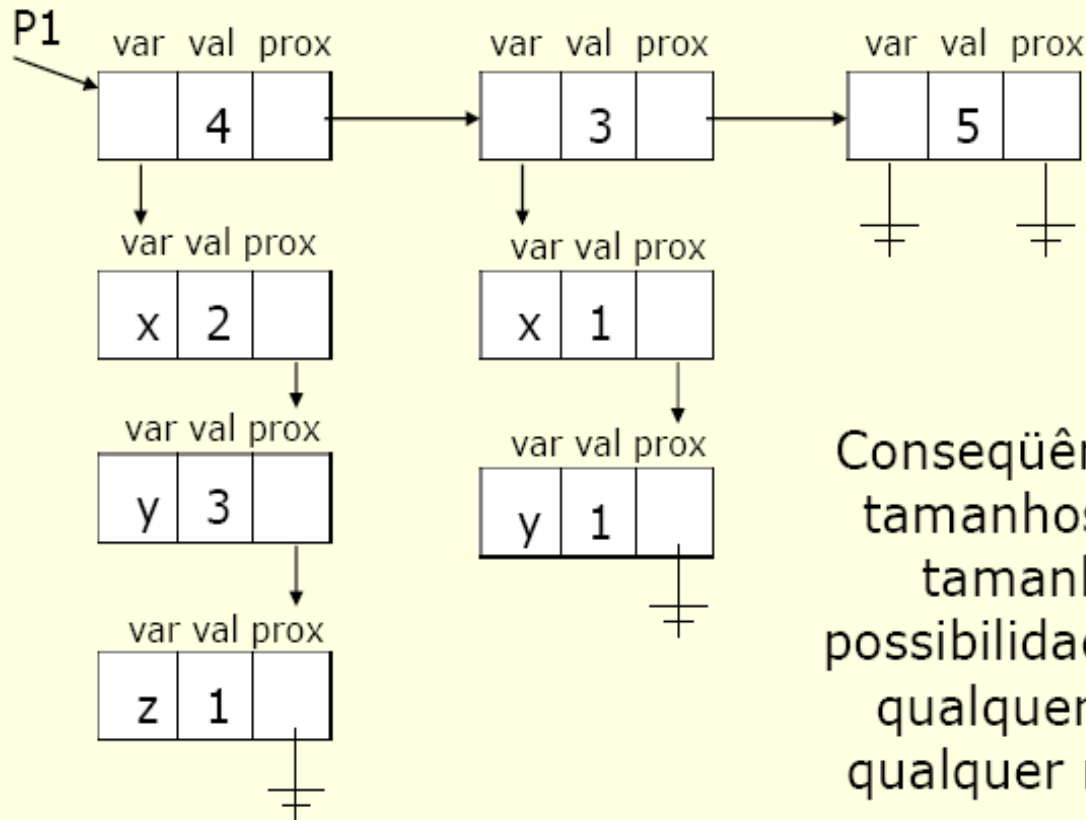
Ex: (1) $P(x,y,z) = 4x^2y^3z + 3xy + 5$



Consequência: registros de tamanhos fixos; listas de tamanhos variáveis; possibilidade de representar qualquer polinômio em qualquer n^o de variáveis, qualquer grau

Uso de lista generalizada para representação de polinômios – Opção 2 – 1 tipos de registros

$$Ex: P1 = 4x^2y^3z + 3xy + 5$$



Conseqüência: registros de tamanhos fixos; listas de tamanhos variáveis; possibilidade de representar qualquer polinômio com qualquer n° de variáveis e qualquer grau

Exercícios

- Faça a declaração dos tipos das 2 opções anteriores
- Implementar uma função que:
 - (a) receba um polinômio representado via lista generalizada e os valores das variáveis
 - (b) percorra a lista generalizada e compute o resultado do polinômio
 - (c) retorne o resultado para quem chamou a sub-rotina