ACH2043
INTRODUÇÃO À TEORIA DA COMPUTAÇÃO

Aula 13
Linguagens sensíveis ao contexto e irrestritas
Cap 3.3 – Definição de algoritmo

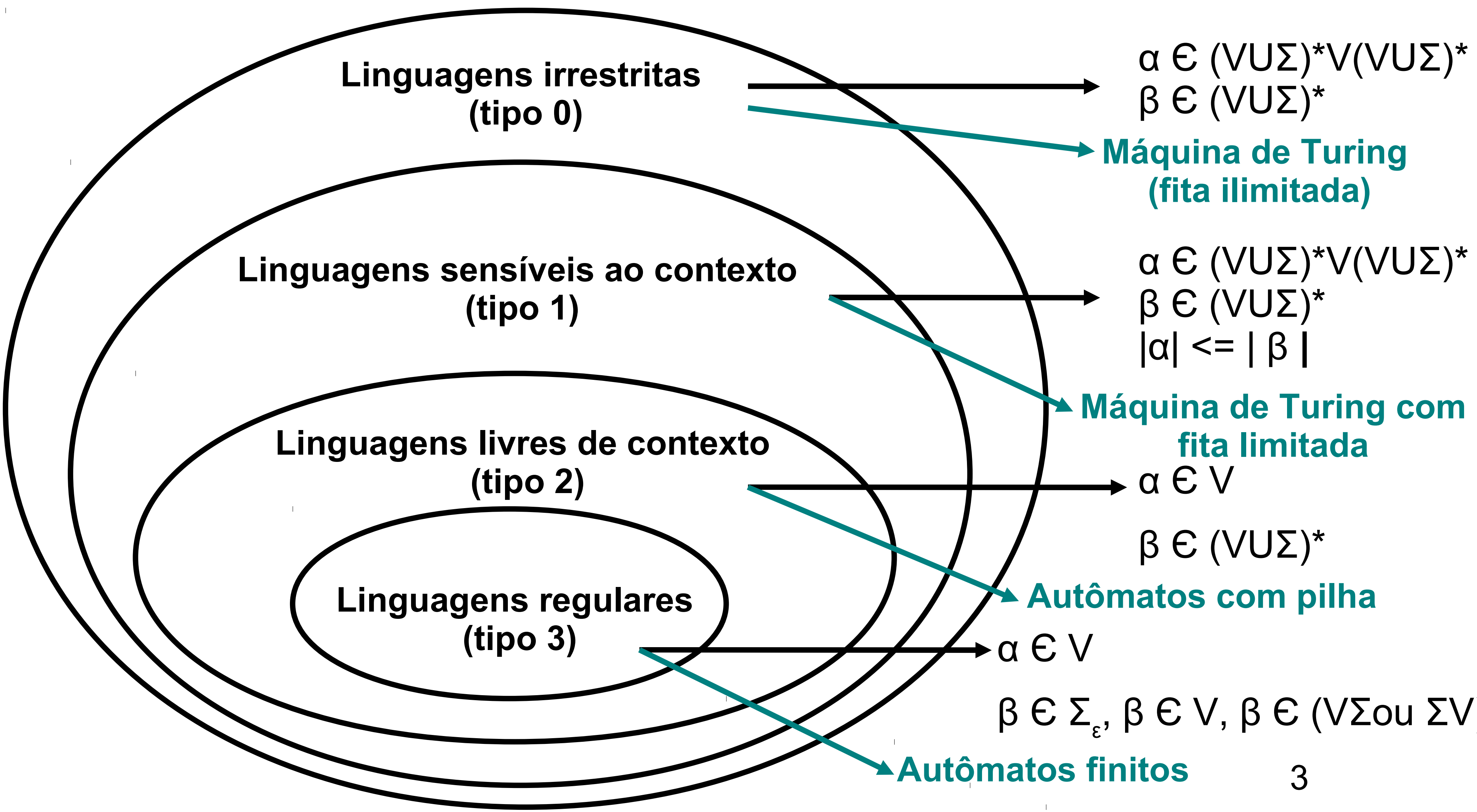
Profa. Ariane Machado Lima
ariane.machado@usp.br

Linguagens sensíveis ao contexto

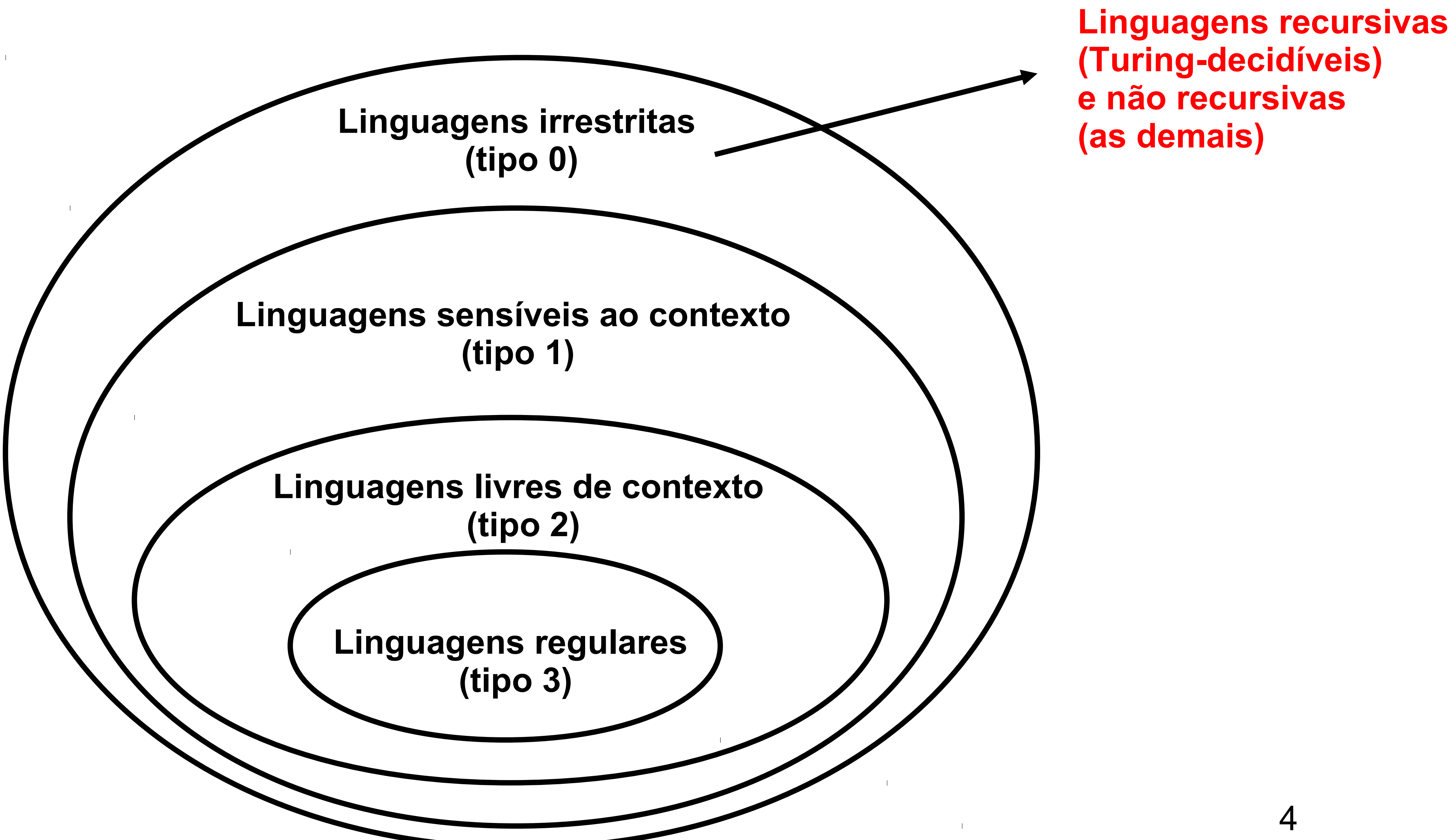
- **Teorema**: as Gramáticas Sensíveis ao Contexto e as Máquinas de Turing com Fita Limitada representam exatamente a mesma classe de linguagens – as linguagens sensíveis ao contexto
  - Demonstração: livro (RAMOS, NETO e VEGA, 2009) – leitura complementar definida na primeira aula.

Hierarquia de Chomsky

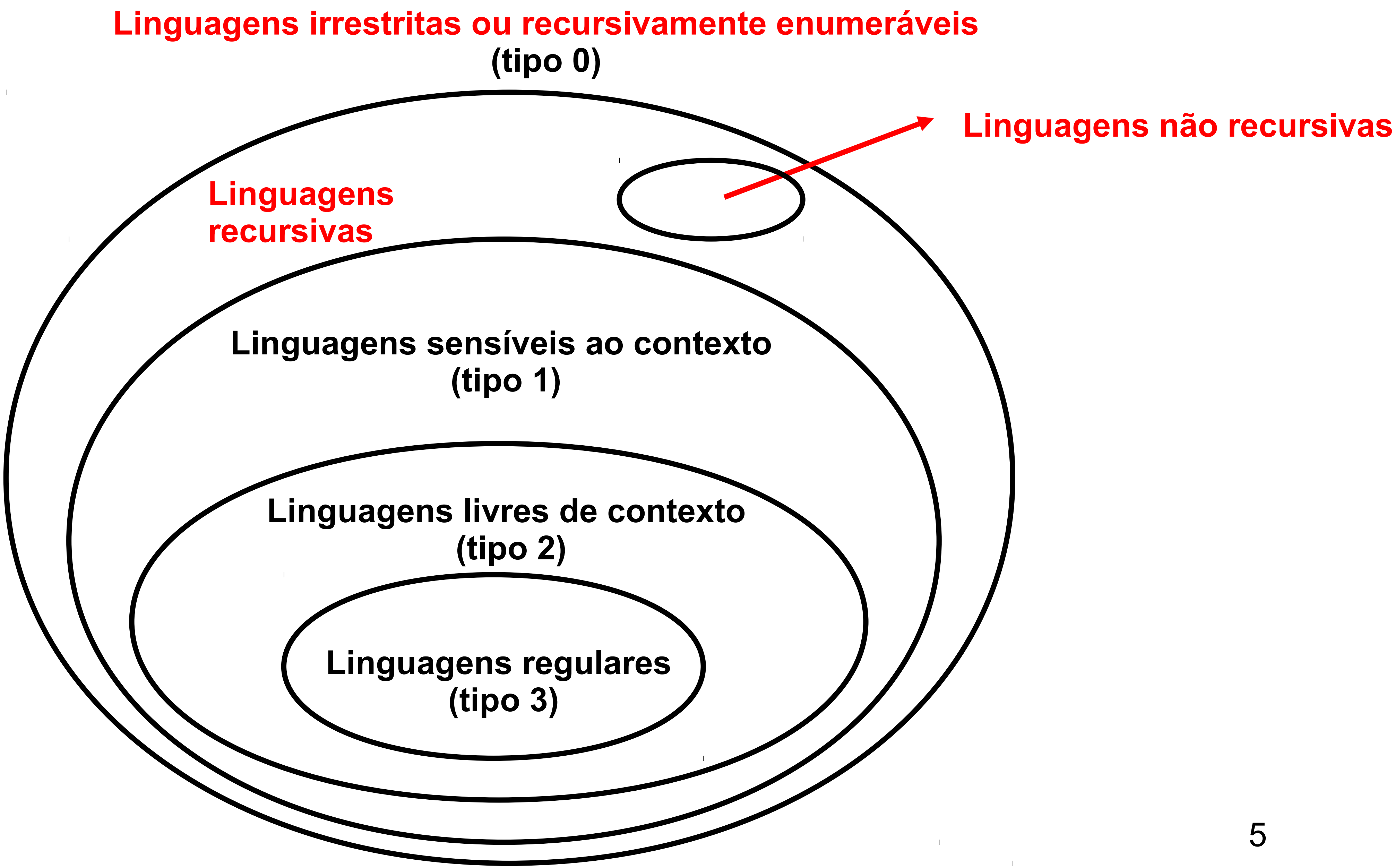
$\alpha \rightarrow \beta$



Hierarquia de Chomsky



Hierarquia de Chomsky



Linguagens irrestritas ou recursivamente enumeráveis ou Turing-reconhecíveis

- Uma linguagem L é chamada **irrestrita** ou **recursivamente enumerável** ou **Turing-reconhecível** se ela for **aceita** por pelo menos uma Máquina de Turing M, ou seja:
  - Para toda cadeia w Є L, M pára e aceita w
  - Para toda cadeia z Є Σ*-L, M pára e rejeita z ou executa uma sequência infinita de movimentações

Linguagens recursivas ou Turing-decidíveis

- Uma linguagem L é chamada recursiva se ela for **decidida** por pelo menos uma Máquina de Turing M, ou seja:
  - Para toda cadeia w Є L, M pára e aceita w
  - Para toda cadeia z Є Σ^*-L, M pára e rejeita z

Linguagens não-recursivas

- Uma linguagem L é chamada não-recursiva se ela for **aceita** por pelo menos uma Máquina de Turing M **mas não decidida** por nenhuma Máquina de Turing, ou seja:
  - Para toda cadeia $w \in L$, M pára e aceita w
  - Para pelo menos uma cadeia $z \in \Sigma^*-L$, M executa uma sequência infinita de movimentações (e pára e rejeita as demais cadeias $y \in \Sigma^*-L$)

Linguagens recursivas

- Toda linguagem sensível ao contexto é recursiva
- Toda linguagem recursiva que NÃO é sensível ao contexto é também chamada estritamente recursiva

Cap 3.3 – A definição de algoritmo

Um pouco de história

- 1833 – Charles Babbage e a concepção da máquina analítica (programável)
- Ada Lovelace
  - criou estruturas de programas para a máquina analítica (loops, saltos condicionais, sub-rotinas,...)
  - Inventou a palavra algoritmo em homenagem ao matemático Al-Khawarizmi (820 D.C.)
- Mas algoritmos ainda eram uma noção intuitiva...

Um pouco de história

- 1900 – palestra do matemático David Hilbert
  - 23 desafios matemáticos para o próximo século
  - Décimo problema: um processo pelo qual possa ser determinado, com um número finito de operações, se um polinômio tem raízes inteiras.
- 1936 – artigos de Alonzo Church e Alan Turing definindo formalmente um algoritmo
  - Church com lambda-cálculo
  - Turing com Máquinas de Turing
  - As duas formulações são equivalentes

Tese de Church-Turing

Noção intuitiva de algoritmos	é igual a	*algoritmos de máquina de Turing*

Algoritmo para o problema de Hilbert

- Problema de Hilbert:

D = { p | p é um polinômio com uma raiz inteira}

D é decidível?

Algoritmo para o problema de Hilbert

- Problema de Hilbert:

D = { p | p é um polinômio com uma raiz inteira}

D é decidível?

- 1970 – Yuri Matijasevic mostrou que não

Problema simplificado

$D_1 = \{p \mid p \text{ é um polinômio sobre } x \text{ com uma raiz inteira}\}.$

Problema simplificado

$$D_1 = \{p |\ p \text{ é um polinômio sobre } x \text{ com uma raiz inteira}\}.$$

Aqui está uma MT M_1 que reconhece D_1:

M_1 = "A entrada é um polinômio p sobre a variável x.

1. Calcule o valor de p com x substituída sucessivamente pelos valores $0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \ldots$ Se em algum ponto o valor do polinômio resulta em 0, *aceite*."

Decidível?

Problema simplificado

$$D_1 = \{p \mid p \text{ é um polinômio sobre } x \text{ com uma raiz inteira}\}.$$

Aqui está uma MT M_1 que reconhece D_1:

M_1 = "A entrada é um polinômio p sobre a variável x.

1. Calcule o valor de p com x substituída sucessivamente pelos valores $0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \ldots$ Se em algum ponto o valor do polinômio resulta em 0, *aceite*."

Decidível? Sim...
As raízes de um polinômio de uma só variável devem residir entre os dois valores:

$$\pm k \frac{c_{\text{máx}}}{c_1},$$

onde k é o número de termos no polinômio, $c_{\text{máx}}$ é o coeficiente com o maior valor absoluto, e c_1 é o coeficiente do termo de mais alta ordem. Se uma raiz não for encontrada dentro desses limitantes, a máquina *rejeita*.