Simulado

Test: 1
User ID:
Timestamp:

1. Com relação à seguinte fórmula bem formada

$$|a| < |b| \ \Leftrightarrow \ a < b \ \vee \ b < -a$$

pode ser afirmado que:

(a) O condicional $\Leftarrow$ é verdadeiro para todo $a, b \in \mathbb{R}$.
(b) É verdadeira para todo $a, b \in \mathbb{R}$.
(c) O condicional $\Leftarrow$ é falso.
(d) O condicional $\Rightarrow$ é falso.
(e) É verdadeira mas não pode ser demonstrada.
(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

2. Considere a aplicação $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida para cada $n \in \mathbb{N}$ como:

$$\begin{aligned} f(2n) &= n, \\ f(2n-1) &= 3n-1. \end{aligned}$$

Com relação à aplicação composta g_k definida como:

$$g_k \ = \ f \circ f \circ \cdots \circ f$$

ou seja, f composta consigo mesma k vezes, pode ser afirmado que:

(a) Existe algum k natural tal que $g_k(9663) \geqslant 10^9$.
(b) Para todo natural n existe algum k natural tal que $g_k(n) = 1$.
(c) Para todo natural k tem-se $|g_k(6171) - k| > 2$.
(d) Para todo natural k existe algum n natural tal que $g_k(n) = 1$.
(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.
(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

3. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$. Sabendo que

$$b = \lim_{x \to 0} \frac{\log(1 + ax)}{x}$$

pode ser afirmado que:

(a) $2a = \log b$.
(b) $a = \log b$.
(c) $a = b$.
(d) $a = \exp b$.
(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.
(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

4. Com relação à função f definida como

$$f(x) \;=\; \begin{cases} 1 & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{se } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

pode ser afirmado que:

(a) f é contínua nos racionais, ou seja, em todo ponto $a \in \mathbb{Q}$.

(b) f é contínua em todo ponto $a \in \mathbb{R}$ com $a \neq 0$.

(c) f é contínua nos irracionais, ou seja, em todo ponto $a \notin \mathbb{Q}$.

(d) f é contínua no ponto $a = 0$ e não é contínua em nenhum outro ponto.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

5. Com relação à função f definida como

$$f(x) \;=\; \frac{1}{x - \sqrt{2}}$$

pode ser afirmado que:

(a) É limitada no conjunto dos números racionais.

(b) É contínua no conjunto dos números reais.

(c) É contínua no conjunto dos números racionais.

(d) É limitada no conjunto dos números reais.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

6. Considere $n = 2^{16} + 1$, ou seja, um dos poucos (números) primos de Fermat conhecidos. Com relação à derivada da função

$$f(x) \;=\; \cos^{(n)}(\operatorname{sen}^2 x)$$

pode ser afirmado que:

(a) $f'(x) = 2\cos(\cos^2 x)\, \operatorname{sen}^2 x$.

(b) $f'(x) = -2\cos(\operatorname{sen}^2 x)\, \operatorname{sen} x\, \cos x$.

(c) $f'(x) = -2\operatorname{sen}(\operatorname{sen}^2 x)\, \cos^2 x$.

(d) $f'(x) = 2\operatorname{sen}(\cos^2 x)\, \cos x\, \operatorname{sen} x$.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

7. Com relação à função f definida como

$$f(x) \;=\; 1 - x^{2/3}$$

pode ser afirmado que:

(a) f é contínua em $a = 0$, mas não é derivável no ponto $a = 0$.

(b) f é derivável no ponto $a = 0$, mas não é contínua em todo $\mathbb{R}$.

(c) f é contínua no ponto $a = 0$, como também derivável em todo $\mathbb{R}$.

(d) f não é derivável no ponto $a = 0$, nem contínua em tal ponto.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

8. Com relação à função f definida como

$$f(x) \;=\; \begin{cases} x \,\mathrm{sen}\left(\dfrac{1}{x^2}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

pode ser afirmado que:

(a) f não é contínua no ponto $a = 0$, nem derivável em tal ponto.

(b) f é derivável no ponto $a = 0$, mas não é contínua em tal ponto.

(c) f é contínua no ponto $a = 0$, mas não é derivável em tal ponto.

(d) f é contínua no ponto $a = 0$, como também derivável em tal ponto.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

9. Com relação às funções f, g definidas respectivamente como

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{x+1} \\ g(x) &= \frac{-x}{x+1} \end{aligned}$$

pode ser afirmado que:

(a) $f(x) = 1 + g''(x)$.

(b) $f'(x) = g'(x)$.

(c) $g'(x) = 1 - f''(x)$.

(d) $g(x) = 2f''(x)$.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

Responder questões arriscando sem ter certeza, vulgo chutar, em testes de múltipla escolha pode ser considerado como um experimento aleatório binomial. Logo, supondo que o teste consiste em n questões independentes, a probabilidade $P(n,k)$ de acertar k delas ao acaso resulta dada por

$$P(n,k) \ = \ \frac{n!}{k!(n-k)!}\, p^k q^{n-k}$$

onde p é a probabilidade de acertar uma questão individual e $q = 1 - p$.

10. No presente teste de múltipla escolha tem-se $n = 10$ e $p = 1/6$, pois cada questão admite uma única resposta dentre seis opções. Observe que aprovar com nota mínima equivale a fixar $k = 5$. Supondo que todas as questões do presente teste fossem respondidas aleatoriamente, pode ser afirmado que:

(a) Se o número de opções de cada pergunta cai de 6 para 5 então a probabilidade de aprovar com nota mínima aproximadamente duplica.

(b) A probabilidade de aprovar com nota mínima é menor que 1%.

(c) A probabilidade de aprovar com nota mínima é maior que 2%.

(d) Se o número de opções de cada pergunta aumenta de 6 para 7 então a probabilidade de aprovar com nota mínima permanece aproximadamente igual.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.