Universidade de São Paulo
Escola de Artes, Ciências e Humanidades

ACH2011 – Cálculo I – 1º sem. 2015
Professor: Dr. José Ricardo G. Mendonça

2ª Lista de Exercícios — Gráficos e Curvas — 26 mar. 2015

Matemática é a arte de dar os mesmos nomes a coisas diferentes.
Jules Henri Poincaré (1884–1912)

I. Gráficos

1. Esboce os gráficos $G(f) = \{(x, f(x))\} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ das seguintes funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ no plano ordenado. Escolha um intervalo $[a,b] \subset \mathbb{R}$ conveniente para apresentar cada gráfico e indique explicitamente pelo menos três pontos em cada gráfico. Repare que nem todas as funções estão definidas para todos os valores de $x \in \mathbb{R}$.

   (a) $x+1$;

   (b) $5x+\frac{1}{2}$;

   (c) $|x|+x$;

   (d) $-\dfrac{x}{3}+1$;

   (e) $-3x^2+1$;

   (f) $\dfrac{2}{x}$;

   (g) $\dfrac{-2}{x-1}$;

   (h) $\sqrt{x}$;

   (i) x^4;

   (j) $\dfrac{2}{x^2-4}$;

   (k) $x^{-\frac{1}{2}}$;

   (ℓ) $\dfrac{x}{|x|}$;

   (m) $\dfrac{x-1}{x+1}$;

   (n) $f(x) = 0$ se $x \leqslant 0$ e $f(x) = -2x$ se $x > 0$;

   (o) $f(x) = |x|+x$ se $-1 \leqslant x \leqslant 1$ e $f(x) = 3$ se $x > 1$; $f(x)$ não está definida para outros valores de x;

   (p) $f(x) = x^3$ se $-1 \leqslant x \leqslant 1$ e $f(x) = -x+2$ se $x \geqslant 1$.

II. A linha reta

1. Esboce os gráficos das seguintes retas:

   (a) $y = -2x + 5$;

   (b) $y = 5x - 3$;

   (c) $y = \dfrac{x}{2} + 7$;

   (d) $y = -\dfrac{x}{3} + 1$.

2. Dê a equação das retas que passam pelos seguintes pontos:

   (a) $(-1, 1)$ e $(2, -7)$;

   (b) $(3, \frac{1}{2})$ e $(4, -1)$;

   (c) $(\sqrt{2}, -1)$ e $(\sqrt{2}, 1)$;

   (d) $(-3, -5)$ e $(\sqrt{3}, 4)$.

3. Dê a equação da reta que possui a inclinações a e passa pelo ponto P indicado:

   (a) $m = 4$ e $P = (1, 1)$;

   (b) $m = -2$ e $P = (\frac{1}{2}, 1)$;

   (c) $m = -\frac{1}{2}$ e $P = (\sqrt{2}, 3)$;

   (d) $m = \sqrt{3}$ e $P = (-1, 5)$.

4. Determine a inclinação das retas passando pelos seguintes pontos:

   (a) $(1, \frac{1}{2})$ e $(-1, 1)$; (b) $(\frac{1}{4}, 1)$ e $(\frac{1}{2}, -1)$?

5. Duas linhas retas são paralelas se possuem a mesma inclinação. Sejam $y = ax + b$ e $y = cx + d$ as equações de duas linhas retas com $b \neq d$. Mostre que:

   (a) Se elas são paralelas, então não possuem nenhum ponto em comum;

   (b) Se elas não são paralelas, então possuem exatamente um ponto em comum.

III. Círculos, parábolas e hipérboles

1. Mostre por substituição direta que as soluções da equação $ax^2 + bx + c = 0$ são dadas por $x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ e $x = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Essas fórmulas costumam ser erroneamente atribuídas ao matemático e astrônomo indiano Bhāskara (1114–1185).

2. Esboce o gráfico das sequintes equações:

   (a) $y = -x^2 + 2$;

   (b) $y = 2x^2 + x - 3$;

   (c) $x - 4y^2 = 0$;

(d) $x - y^2 + y + 1 = 0$.

3. Reduza as seguintes equações a uma das formas $x'^2 + y'^2 = r^2$, $y' = cx'^2$ ou $x' = cy'^2$ com constantes r e c adequadas:

   (a) $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 20$;

   (b) $x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$;

   (c) $x^2 + y^2 + 2x - 4y = -3$;

   (d) $y - x^2 - 4x - 2y = -3$;

   (e) $y - x^2 - 4x - 5 = 0$;

   (f) $x - 2y^2 - y + 3 = 0$.

4. Esboce o gráfico das sequintes equações:

   (a) $(x-1)(y-2) = 2$;

   (b) $x(y+1) = 3$;

   (c) $y = \dfrac{2}{1-x}$;

   (d) $(x-1)(y-1) = 1$;

   (e) $y = \dfrac{x-1}{x+1}$;

   (f) $y^2 - x^2 = 1$;

   (g) $(y+1)^2 - (x-2)^2 = 1$.