UCS

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL – UCS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA – CCET
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA – DEIN
PROFA. MÁRCIA RODRIGUES NOTARE

Lista de Exercícios 7 - Indução Matemática e Recorrência

1. Use indução matemática para provar que as proposições dadas são verdadeiras para todo inteiro positivo *n*.

    a) $2 + 6 + 10 + ... + (4n-2) = 2n^2$
    b) $2 + 4 + 6 + ... + 2n = n(n+1)$
    c) $1 + 5 + 9 + ... + (4n-3) = n(2n-1)$
    d) $1 + 3 + 6 + ... + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$
    e) $4 + 10 + 16 + ... + (6n-2) = n(3n+1)$
    f) $1^2 + 3^2 + ... + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$

2. Prove que $n^2 > n+1$ para $n \geq 2$.
3. Prove que $2^n < n!$ para $n \geq 4$.
4. Prove que $2^{3n} - 1$ é divisível por 7, para qualquer inteiro positivo *n*.
5. Escreva os cinco primeiros valores das seguintes seqüências:

    a) $S(1) = 10$
    $S(n) = S(n-1) + 10$ para $n \geq 2$
    b) $A(1) = 2$
    $A(n) = \frac{1}{A(n-1)}$ para $n \geq 2$
    c) $B(1) = 1$
    $B(n) = B(n-1) + n^2$ para $n \geq 2$
    d) $S(1) = 1$
    $S(n) = S(n-1) + \frac{1}{n}$ para $n \geq 2$
    e) $M(1) = 2$
    $M(2) = 2$
    $M(n) = 2M(n-1) + M(n-2)$ para $n \geq 2$

6. Prove a propriedade dada dos números de Fibonacci diretamente da definição.

    a) $F(n+1) + F(n-2) = 2F(n)$ para $n \geq 3$
    b) $F(n) = 5F(n-4) + 3F(n-5)$ para $n \geq 6$

7. Prove a propriedade dada dos números de Fibonacci para todo $n \geq 1$, através da indução matemática.

    a) $F(1) + F(2) + ... + F(n) = F(n+2) - 1$
    b) $F(2) + F(4) + ... + F(2n) = F(2n+1) - 1$