Prova 2

Test: 3
User ID:
Timestamp:

1. Considere a função f definida como:

$$f(x) \;=\; mx \;-\; 1 \;+\; \frac{1}{x}.$$

Se for imposta a condição que m seja o menor valor possível tal que $f(x) \geqslant 0$ para todo $x > 0$, com relação a tal m pode ser afirmado que:

(a) Não existe tal m.
(b) $m = 1$.
(c) O valor de tal m deve ser negativo.
(d) $4m = 1$.
(e) $2m = 1$.
(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

2. Com relação aos pontos críticos da função

$$f(x) = \frac{\sqrt{1 - \operatorname{sen} x}}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

pode ser afirmado que:

(a) Satisfazem a condição $\cos x = 1$.
(b) São da forma $(2k + 1)\pi/2$ para todo $k \in \mathbb{Z}$.
(c) Satisfazem a condição $\operatorname{sen} x = 1$.
(d) Não existe nenhum de tais pontos críticos.
(e) São da forma $2k\pi$ para todo $k \in \mathbb{Z}$.
(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

3. Seja f a função definida como:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{x}\right), & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

e seja $g(x) = 1 - \cos x$. Com relação ao limite $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{g(x)}$ pode ser afirmado que:

(a) A regra de L'Hôpital não pode ser aplicada.
(b) Existe e vale $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{f''(x)}{g''(x)}$.

(c) Não existe.

(d) Existe e vale $\lim_{x\to 0} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

4. Com relação à função f definida como

$$f(x) = \cos x \ + \ i \operatorname{sen} x$$

pode ser afirmado que seus pontos críticos estão determinados pela condição:

(a) $\cos^2 x \ + \ \operatorname{sen}^2 x \ = \ 0$.

(b) $\cos x = \operatorname{sen} x$.

(c) $\operatorname{sen} x = \sqrt{2}$.

(d) $\cos x = \sqrt{2}$.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

5. Usando uma aproximação polinomial adequada para a função exponencial, uma solução positiva da equação

$$e^{-2x} = 3x^2$$

pode ser expressada aproximadamente como:

(a) $-1 + 2 \cdot 2^{-1/2}$.

(b) $1 - 2^{-1/2}$.

(c) $-1 + 2^{1/2}$.

(d) $-1 + 2 \cdot 2^{1/2}$.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

6. Um artigo disponível no link `http://vixra.org/pdf/1606.0315v1.pdf` apresenta, entre outros resultados, a irracionalidade de π usando polinômios de Taylor. Com relação ao argumento apresentado em tal artigo pode ser afirmado que:

(a) A expressão destacada em cor de rosa na página 8 é correta.

(b) A prova da página 9 é correta na sua totalidade.

(c) A afirmação destacada em cor de rosa na página 9 é falsa.

(d) A expressão destacada em cor verde na página 8 é incorreta.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

7. Dados $n \in \mathbb{N}$ e $a = 0$, com relação à função f definida como:

$$f(x) = \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^2}$$

pode ser afirmado que:

(a) $P_{2n+1,a,f}(x) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+3)!}$.

(b) $P_{2n,a,f}(x) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k+2)!}$.

(c) $f^{(n)}(0) = \frac{(-1)^k}{(n+1)(n+2)}$ quando $n = 2k$ é par.

(d) $f^{(n)}(0) = \frac{(-1)^k}{n+1}$ quando $n = 2k+1$ é ímpar.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

8. Considere a função cosh definida como:

$$\cosh x = \frac{e^x \ + \ e^{-x}}{2}$$

Considerando o polinômio de Taylor $P_n(\alpha)$ e resto $R_n(\alpha)$ de ordem n de tal função no caso $\alpha = \sqrt{2}$ pode ser afirmado que:

(a) $(2n)!\, 2^{-n} R_n(\alpha)$ é um número natural para n suficientemente grande.

(b) O limite $\lim_{n \to \infty} P_n(\alpha)$ não existe.

(c) O limite $\lim_{n \to \infty} P_n(\alpha)$ existe e é racional.

(d) $(2n)!\, 2^{-n} P_n(\alpha)$ é um número natural para todo n natural.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

9. Dados $n \in \mathbb{N}$ e $a = 0$, com relação à função f definida como:

$$f(x) = \frac{1}{2} \log \frac{1+x}{1-x}$$

pode ser afirmado que:

(a) $f^{(n)}(x) = \frac{(n-1)!}{2} \, \frac{(1+x)^n \ + \ (1-x)^n}{(1-x^2)^n}$.

(b) $P_{2n+1,a,f}(x) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1}$.

(c) $f^{(n)}(x) = \frac{(n-1)!}{2} \, \frac{(x+1)^n \ - \ (x-1)^n}{(1-x^2)^n}$.

(d) $P_{2n,a,f}(x) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \, \frac{x^{2k}}{2k}$.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

10. O polinômio P definido como:

$$P(x) = \sum_{k=2}^{n} (-1)^k \, \frac{x^k}{k(k-1)}$$

é o polinômio de Taylor de ordem n no ponto $a = 0$ da função f dada por:

(a) $f(x) = (1-x)\log(1-x) \; + \; x$.

(b) $f(x) = (1+x)\log(1+x) \; - \; x$.

(c) $f(x) = (1-x)\log(1-x) \; - \; (1+x)$.

(d) $f(x) = (1+x)\log(1+x) \; + \; (1-x)$.

(e) Duas ou mais das afirmações anteriores são corretas.

(f) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.