



Respostas da Lista de Exercícios 4

1.

- a) $R_1 = \{(3,3), (4,2), (4,4), (5,5), (6,2), (6,3), (10,2), (10,5)\}$
Domínio de definição = $\{3,4,5,6,10\}$
Conjunto Imagem = $\{2,3,4,5\}$
- b) $R_2 = \{(2,6), (3,4), (4,3)\}$
Domínio de definição = $\{2,3,4\}$
Conjunto Imagem = $\{3,4,6\}$
- c) $R_3 = \{(4,3), (5,4)\}$
Domínio de definição = $\{4,5\}$
Conjunto Imagem = $\{3,4\}$
- d) $R_4 = \{(2,3)(2,4)(2,5)(2,6)(2,10)(3,3)(3,4)(3,5)(3,6)(3,10)(4,4)(4,5)(4,6)(4,10)(5,5)(5,6)(5,10)\}$
Domínio de definição = $\{2,3,4,5\} = A$
Conjunto Imagem = $\{3,4,5,6,10\} = B$

2. Todas as possíveis relações de $A = \{a, b\}$ são:

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------|
| 1) $\{(a,a), (a,b), (b,a), (b,b)\}$ | 9) $\{(a,b), (b,a)\}$ |
| 2) $\{(a,a)\}$ | 10) $\{(a,b), (b,b)\}$ |
| 3) $\{(a,b)\}$ | 11) $\{(b,a), (b,b)\}$ |
| 4) $\{(b,a)\}$ | 12) $\{(a,a), (a,b), (b,a)\}$ |
| 5) $\{(b,b)\}$ | 13) $\{(a,a), (a,b), (b,b)\}$ |
| 6) $\{(a,a), (a,b)\}$ | 14) $\{(a,a), (b,a), (b,b)\}$ |
| 7) $\{(a,a), (b,a)\}$ | 15) $\{(a,b), (b,a), (b,b)\}$ |
| 8) $\{(a,a), (b,b)\}$ | 16) \emptyset |

- a) Reflexivas: 1, 8, 13, 14
b) Irreflexivas: 3, 4, 9, 16
c) Simétricas: 1, 2, 5, 8, 9, 12, 15, 16
d) Anti-simétricas: 2, 5, 8, 13, 14, 16
e) Transitivas: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 16

3.

- a) reflexiva, simétrica, transitiva
b) reflexiva, anti-simétrica
c) anti-simétrica
d) reflexiva, simétrica, transitiva

4. Suponha B subconjunto de todas as relações de um dado conjunto A. Se R e S pertencem a B, então são subconjuntos de $A \times A$. Logo, pode-se realizar operações como $R \cup S$, $R \cap S$, $\sim R$, $\sim S$ ou $R - S$, que resultam em novos subconjuntos de $A \times A$, isto é, em novas relações binárias.

5. a) $R_1 = \{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(b,c),(c,a),(c,b)\}$
 b) $R_2 = \{(a,b),(b,a),(a,a)\}$
 c) $R_3 = \{(a,a),(a,b),(b,a),(a,c),(b,c),(b,b)\}$
 d) $R_4 = \{(a,a),(a,c),(c,b)\}$
 e) $R_5 = \{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,b),(b,a),(c,a)\}$
 f) $R_6 = \{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,b),(b,a),(b,c),(c,b)\}$
 g) $R_7 = \{(a,a),(b,b)\}$

6. Matriz: a diagonal da matriz deve ser constituída de 0 e 1.

Grafo: alguns nodos devem conter aresta com origem e destino em si mesmos e outros não.

7. Seja $A = \{1,2,3\}$

a) $R = \{(1,2),(1,3),(2,1)\}$

b) $R = \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$

8.

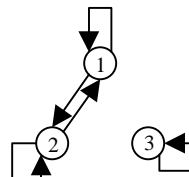
	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0

	1	2	3	4	5
1	1	1	0	0	1
2	0	1	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	0	0
3	0	1	0	1	0
4	0	0	1	0	0
5	1	0	0	0	0

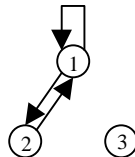
9. a) FECHO- $\{\text{reflexivo, transitivo}\}(R_0) = \{(1,1),(1,2),(2,1),\mathbf{(2,2),(3,3)}\}$

R_0	1	2	3
1	1	1	0
2	1	1	0
3	0	0	1



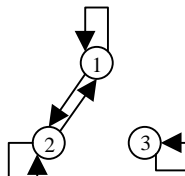
FECHO- $\{\text{simétrico}\}(R_0) = \{(1,1),(1,2),(2,1)\} = R_0$

R_0	1	2	3
1	1	1	0
2	1	0	0
3	0	0	0



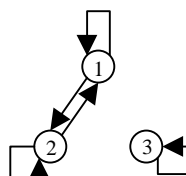
b) FECHO- $\{\text{reflexivo, transitivo}\}(R_1) = \{(1,2),(1,1),(2,2),(2,1),(3,3)\} = R_1$

R_1	1	2	3
1	1	1	0
2	1	1	0
3	0	0	1



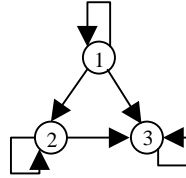
FECHO- $\{\text{simétrico}\}(R_1) = \{(1,2),(1,1),(2,2),(2,1),(3,3)\} = R_1$

R_1	1	2	3
1	1	1	0
2	1	1	0
3	0	0	1



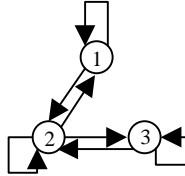
c) FECHO- $\{\text{reflexivo, transitivo}\}(R_2) = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(2,3),\mathbf{(1,3)}\}$

R_2	1	2	3
1	1	1	1
2	0	1	1
3	0	0	1



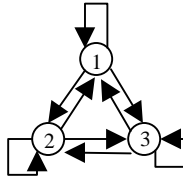
FECHO- $\{\text{simétrico}\}(R_2) = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(2,3),\mathbf{(2,1),(3,2)}\}$

R_2	1	2	3
1	1	1	0
2	1	1	1
3	0	1	1



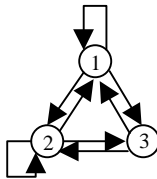
d) FECHO- $\{\text{reflexivo,transitivo}\}(R_3) = \{(1,1),(2,2),(1,2),(2,3),(3,1),\mathbf{(3,3),(1,3),(2,1),(3,2)}\}$

R_3	1	2	3
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1



FECHO- $\{\text{simétrico}\}(R_3) = \{(1,1),(2,2),(1,2),(2,3),(3,1),\mathbf{(2,1),(3,2),(1,3)}\}$

R_3	1	2	3
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	0



10.

- Não, pois se a relação é irreflexiva, ela é seu próprio fecho irreflexivo. Se a relação não é irreflexiva, é porque existem pares do tipo (x,x) e, acrescentar mais pares a essa relação não mudaria essa situação.
- Não, pois se a relação é anti-simétrica, ela é seu próprio fecho anti-simétrico. Se a relação não é anti-simétrica, é porque existem pares do tipo (x,y) e (y,x) e, acrescentar mais pares a essa relação não mudaria essa situação.