CÁLCULO II

Lista3: Parte 2

1. Determine o maior conjunto no qual a função é contínua:

$a)\quad f(x,y)=\dfrac{1}{x^2-y}$ $\qquad b)\quad f(x,y)=\text{arctg}\,(x+\sqrt{y})$

$c)\quad f(x,y)=\dfrac{x-y}{1+x^2+y^2}$ $\qquad d)\quad f(x,y)=\ln(2x+3y)$

$$e)\quad f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y^3}{2x^2+y^2} & \text{se}\quad (x,y)\neq(0,0)\\ 1\quad \text{se} & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

$$f)\quad f(x,y,z)=\sqrt{x+y+z}$$

$$g)\quad f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{x^2+xy+y^2} & \text{se}\quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0\quad \text{se} & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

2. Ache as derivadas parciais de primeira ordem das funções

$$f(x,y)=\text{arctg}\,\frac{y}{x},\qquad g(x,y,z,t)=\frac{x-y}{z-t}.$$

3. Verifique que a função $u(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2}$ é solução da equaçãode Laplace bidimensional

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0.$$

4. Verifique que a função $u(x,y,z)=(x^2+y^2+z^2)^{-1/2}$ é solução da equação de Laplace tridimensional

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0.$$

5. Seja

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy^2}{x^2+y^4} & \text{se}\quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0\quad \text{se} & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

(a) Mostre que as derivadas parciais existem em todos os pontos.

(b) É f contínua em (0,0)?

(c) É f diferenciável em (0,0)?

6. Determine a equação do plano tangente à superficie no ponto especificado.

$$
\begin{array}{ll}
a) & f(x,y) = y^2 - x^2, \qquad (-4,5,9) \\
b) & f(x,y) = 9x^2 + y^2 + 6x - 3y + 5, \qquad (1,2,18) \\
c) & z = \sqrt{4 - x^2 - 2y^2}, \qquad (1,-1,1) \\
d) & z = \ln(2x + y), \qquad (3,1,0)
\end{array}
$$

7. Explique por que a função é diferenciável no ponto dado. Faça então a linearização $L(x,y)$ da função no ponto.

$$
\begin{array}{ll}
a) & f(x,y) = \operatorname{arctg}(x + 2y), \qquad (1,0) \\
b) & f(x,y) = x/y, \qquad (6,3) \\
c) & z = \sqrt{1 + x^2y^2}, \qquad (0,2) \\
d) & z = e^x \cos(xy), \qquad (0,0)
\end{array}
$$

8. Determine a aproximação linear da função $f(x,y) = \ln(x - 3y)$ em (7,2) e use-a para aproximar $f(6,9;\ 2,06)$.
9. Determine o diferencial da função.

$$
a) \quad z = x^2y^3, \qquad b) \quad u = e^t \operatorname{sen}\theta, \qquad c) \quad w = \ln\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.
$$

10. Mostre que a função é diferenciável achando valores ϵ_1 e ϵ_2 que satisfaçam a Definição 3.

$$
f(x,y) = x^2 + y^2.
$$

11. Use a Regra da Cadeia para determinar dz/dt.

$$
\begin{array}{ll}
a) & z = x^2y + xy^2, \quad x = 2 + t^4, \quad y = 1 - t^3 \\
b) & z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x = e^{2t}, \quad y = e^{-2t} \\
c) & z = \operatorname{sen} x \cos y, \quad x = \pi t, \quad y = \sqrt{t} \\
d) & z = x\ln(x + 2y), \quad x = \operatorname{sen} t, \quad y = \cos t
\end{array}
$$

12. Use a Regra da Cadeia para determinar $\partial z/\partial s$ e $\partial z/\partial t$.

$$
\begin{array}{ll}
a) & z = x^2 + xy + y^2, \quad x = s + t, \quad y = st \\
b) & z = x/y, \quad x = se^t, \quad y = 1 + se^{-t} \\
c) & z = \operatorname{arctg}(2x + y), \quad x = s^2t, \quad y = s\ln t \\
d) & z = e^r \cos t, \quad x = st, \quad y = \sqrt{s^2 + t^2}.
\end{array}
$$