RESUMO ESTATÍSTICA ①

Espaço amostral: $\Omega = S$

Conjunto de todos os eventos possíveis

$P(A) = \dfrac{\text{nº de casos favoráveis a A}}{\text{nº de casos possíveis}} \Rightarrow \boxed{P(A) = \dfrac{\#A}{\#S}}$

- eventos equiprováveis
- $P(A) \geq 0$
- $P(A) \leq 1$

$A^n_m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$ → PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (n objetos para m caixas)

→ ORDEM IMPORTA

$n!$ → ARRANJO = PERMUTAÇÃO SEM REPETIÇÃO (n objetos: quais ordens possíveis?)

→ ORDEM IMPORTA

$\dfrac{n!}{m!}$ → PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO (n objetos com m repetições)

* se + de um objeto tem repetição, $\dfrac{n!}{m_1!\,m_2!\dots}$

→ ORDEM IMPORTA

$C^n_m = \dfrac{A^n_m}{m!} = \dfrac{n!}{(n-m)!} \cdot \dfrac{1}{m!}$ → COMBINAÇÃO (n objetos para m posições)

→ ORDEM NÃO IMPORTA

EVENTOS COMPOSTOS

$\boxed{A \cup B}$: união

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$\boxed{A \cap B}$: intersecção = probabilidade condicional

Bayes

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = \boxed{P(B|A) \cdot PA} \Rightarrow \boxed{P(A|B) = P(B|A)}$$

EVENTOS INDEPENDENTES →

Quando $P(A|B) = P(A)$: $\boxed{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$ ← geralmente em eventos com reposição

$\boxed{\bar{A} = A^c}$: complementar

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

TEOREMA DA PROBABILIDADE TOTAL

- Mutualmente exclusivos

$S = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n$

$E_1 \cap E_2 = \emptyset$ etc.

PROPRIEDADES

① $0 < P(E_i) < \frac{1}{n}$

② $P(\bigcup_i E_i) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i) = 1$

③ $P(E_i \cap E_j) = 0$

$$P(A) = P(A|E_1) \cdot E_1 + \dots + P(A|E_n) \cdot E_n$$

↓ porque

$P(A) = P((A \cap E_1) \cup (A \cap E_2) \cup \dots)$

TEOREMA DE BAYES

$$\boxed{P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)}$$

$$\boxed{P(B|A) = P(A|B)}$$

VARIÁVEL ALEATÓRIA

↳ funç. que associa valor a cada resultado possível de 1 experimento

$X = \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \\ \vdots \\ 12 \end{Bmatrix}$ ← soma das faces superiores de um dado

↳ Para cada valor, existe uma probabilidade $P(x)$

PROPRIEDADES

① $P(x) \geq 0$

② $\sum_{i=1}^{n} P(\alpha i) = 1$ ← caso DISCRETO

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ ← caso CONTÍNUO

VARIÁVEIS → QUALITATIVAS → nominais / ordinais

VARIÁVEIS → QUANTITATIVAS → discreta (ex: 3 unidades) / contínuas (ex: média)

VALOR ESPERADO

$$\mu_x = E[x] = \sum_{i=1}^{n} x_i \, p_i$$ ← discreto

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x \, f(x) \, dx$$ ← contínuo

VARIÂNCIA

$$\theta^2 = Var[x] = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_x)^2 \cdot p_i$$ ← discreto

$$Var[x] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) \, dx$$ ← contínuo

DESVIO PADRÃO

$$\theta = \sqrt{Var[x]}$$

PROPRIEDADES

$$\boxed{E(aX + b) = a \cdot E(x) + b}$$

$$\boxed{Var(aX + b) = a^2 \cdot Var(x)}$$

$$\boxed{Var(X) = E(x^2) - E^2(x)}$$

ESTATÍSTICA

16 / 03 / 12
4ª aula

DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

Para cada valor da variável aleatória, existe uma medida de probabilidade. O conjunto

$$\{x, P(x)\} \quad \forall x$$

recebe o nome de distribuição de probabilidade.

(exemplo) Lançamento de duas moedas

X = nº de caras

letra maiúscula (variável) → X ; letra minúscula → x

X	$P(x)$
0	0,25
1	0,50
2	0,25
total	1

→ DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

ou usar diagrama da árvore.

PROPRIEDADES

(1) $P(x) \geq 0$

(2) $\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = 1$ ← caso discreto

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$ ← caso contínuo

Variável
- QUALITATIVA
  - nominais
  - ordinais (ex.: classificação)
- QUANTITATIVA
  - discretas (ex.: 3 unidades)
  - contínuas (ex.: média em escala)

9

16/03/12

Valor esperado

$$\mu_x = E[x] = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i$$

discreto

CADA RESULTADO * SUA PROBABILIDADE

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x \, f(x) \, dx$$

contínuo

Variância

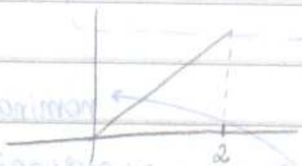
$$\theta^2 = Var[x] = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_x)^2 \cdot p_i$$

$$\theta^2 = Var[x] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) \, dx$$

Desvio padrão $= \theta = \sqrt{var(x)}$

exemplo $f(x) = \begin{cases} \text{constante para } x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{pro contrário} \end{cases}$

$f(x)$



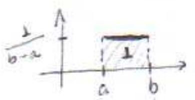
$$\int_0^2 f(x)\,dx = 1 \rightarrow \int_0^2 c\,x\,dx = 1$$

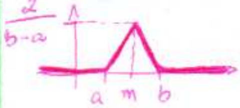
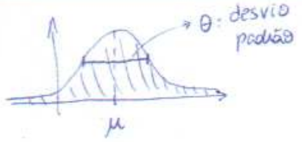
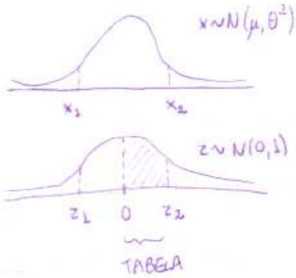
$$c\int_0^2 x\,dx = c \quad \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^2 = 2c = 1 \quad \boxed{c = 1/2}$$

Modelos discretos

MODELO	CARACTERÍSTICAS	P[X]	E[X]	Var[X]
① ENSAIOS de BERNOULLI	$x\begin{cases}0\\1\end{cases}$	$x\begin{cases}0 \Rightarrow P(x)=1-p\\1 \Rightarrow P(x)=p\end{cases}$	$E[x]=p$	$Var[x]=p(1-p)$ $=p.q$
② MODELO BINOMIAL	n tentativas independentes ↳ resultado 0 ou 1	$P(X=x)=\binom{n}{x}.p^x.q^{(n-x)}$ $\frac{n!}{x!(n-x)!}$	$E[x]=n.p$	$Var[x]=n.p.q$

Distribuições

DISTRIBUIÇÃO	CARACTERÍSTICAS	P[X]	E[X]	Var[X]
3] GEOMÉTRICA	em qual tentativa (K) sai o 1º sucesso?	$P(X=K)=p.q^{\overbrace{(K-1)}^{x:\ n^{\circ}\ sucessos}}$ nº sucessos	$E[x]=\frac{q}{p}$	$Var[x]=\frac{q}{p^2}$
4] BINOMIAL NEGATIVA	x fracassos r sucessos n tentativas (x+r)	$P(X=n)=\binom{n-1}{r-1}.p^r.q^x$	$E[x]=r.\frac{q}{p}$	$Var[x]=r.\frac{q}{p^2}$
5] HIPERGEOMÉTRICA sem reposição e pop finita	K na POPULAÇÃO (K) N X na AMOSTRA (X) n	$P(X=x)=\frac{C^K_x . C^{N-K}_{n-x}}{C^N_n}$ $C^N_n=\frac{N!}{n!(N-n)!}$	$E[x]=n.p$ $p=\frac{K}{N}$	$Var[x]=n.p.q.\underbrace{\frac{(N-n)}{(N-1)}}$ quando $N>>1$, é ① muito maior que
6] POISSON	meio contínuo variável discreta λ = média de eventos num intervalo $\lambda=n.p$	$P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^x}{x!}$	$E[x]=\lambda$	$Var[x]=\lambda$
7] UNIFORME	 DENSIDADE $f(x)=\begin{cases}0 & x<a\\ \frac{1}{b-a} & a<x<b\\ 0 & x>b\end{cases}$ $\int_a^b f(x)\,dx=1$	$P(x_1<X<x_2)=\int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx$	$E[x]=\frac{a+b}{2}$	$Var[x]=\frac{(b-a)^2}{12}$

8 TRIANGULAR	 $f(x) = \begin{cases} 0 & x<a \\ \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)} & a<x<m \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)} & m<x<b \\ 0 & x>b \end{cases}$		$E[X] = \frac{a+b+m}{3}$	$Var[X] = \frac{a^2+b^2+m^2-ab-b\ldots}{18}$
9 NORMAL 	 área = 1 $f(x)$: tabela só ele da desvio padrão!	$P(a<X<b) = \int_a^b f(x)dx$	$E[X] = \mu$	$Var[X] = \theta^2$
10 NORMAL PADRONIZATA	 $z_i = \frac{x_i - \mu}{\theta}$			
11 EXPONENCIAL NEGATIVA	$f(x) = \lambda . e^{-\lambda x}$	~~$P(X) = \lambda . e^{-\lambda x}$~~ ~~$P(X<x_0) = \int_0^{x_0} \lambda . e^{-\lambda x} dx$~~ não precisa, né? ~~$P(X<x_0) = 1-e^{-\lambda x_0}$~~ ~~$P(x_0<X) = e^{-\lambda x_0}$~~ $P(x_0<x) = e^{-\lambda x_0}$ $P(x<x_0) = 1-e^{-\lambda x_0}$	$E[X] = \frac{1}{\lambda}$	$Var[X] = \frac{1}{\lambda^2}$

fdp: ⓘ $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$

ⓘⓘ $f(x) \geq 0$

INTEGRAL:
substituição → resolva p/ INDEFINIDA

imprópria:
$[e^x]_0^{\infty} = \lim_{t \to \infty} e^t - e^0$