

Universidade de São Paulo
Escola de Artes, Ciências e Humanidades

ACH2011 – Cálculo I – 1^o sem. 2015
Professor: Dr. José Ricardo G. Mendonça

2^a Prova — Data: 28 mai. 2015

Problemas

1. [2 pontos] Encontre a equação da reta tangente a cada uma das seguintes curvas nos pontos indicados:

(a) $y = \tan^2 x$ no ponto $x = 7\pi/4$;

(b) $y = \frac{1}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$ no ponto $x = \pi/6$.

2. [2 pontos] Um cilindro fechado em ambas as extremidades deve ser confeccionado de tal forma que sua área externa total seja A . Determine o valor do raio da base e a altura do cilindro que maximizam seu volume.

3. [4 pontos] Para cada uma das seguintes funções, esboce a curva indicando (i) as interseções com os eixos coordenados, (ii) os pontos críticos, (iii) os intervalos de crescimento e de decrescimento, (iv) os máximos e mínimos, (v) o comportamento de $f(x)$ quando x se torna muito positivo ou muito negativo e (vi) os valores de x para os quais $f(x)$ se torna muito positivo ou muito negativo:

(a) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$;

(b) $f(x) = -\frac{2x^4-1}{4x^3-x^2}$;

(c) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$;

(d) $f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$, onde $a < b < c < d$ são quatro números reais quaisquer.

4. [2 pontos] Assuma que existe uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) \neq 0$ e $f'(x) = f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$, e seja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função qualquer tal que $g'(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostre que deve existir uma constante $c \in \mathbb{R}$ tal que $g(x) = cf(x)$.

★ — ★ — ★