Prova 1

1. Considerando a partição $P = \mathbb{N}$ e a função $f(x) = \log x$ no intervalo $[1, n]$, pode ser afirmado que:

(a) $e^{n-1}\, n! \leqslant n^n\, e$.

(b) $e^n\, (n-1)! \leqslant n^n\, e$.

(c) $e^n\, n! \leqslant (n-1)^n\, e$.

(d) $e^n\, n! \leqslant n^{n-1}\, e$.

(e) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

2. Com relação ao limite $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{(n!)^{1/n}}{n}$ pode ser afirmado que:

(a) Existe e vale $2\sqrt{2}$.

(b) Não existe.

(c) Existe e seu valor é um número racional.

(d) Existe e vale $\sqrt{2}/4$.

(e) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

3. Considere a função f definida como:

$$f(x) = x\sqrt{1-x^2} \;+\; 2\int_x^1 \sqrt{1-t^2}\, dt.$$

Com relação à função inversa $g = f^{-1}$ pode ser afirmado que:

(a) $g^2 - (g')^2 = 0$.

(b) $g^2 - (g')^2 = 1$.

(c) $g^2 + (g')^2 = 1$.

(d) $g^2 + (g')^2 = 0$.

(e) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

4. Com relação à função $f(n) = \displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx)\, \cos(2x)\, dx$ definida para $n \in \mathbb{N}$ pode ser afirmado que:

(a) Atinge um valor mínimo mas não possui valor máximo.

(b) $f(n)$ é constante para todo $n \in \mathbb{N}$.

(c) Atinge um valor mínimo racional é possui um valor máximo irracional.

(d) Atinge um valor máximo mas não possui valor mínimo.

(e) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

5. Sejam $n \in \mathbb{N}$ arbitrário mas fixo e g função integrável no intervalo $[-\pi, \pi]$. Com relação à função $f(a) = \displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} [g(x) - a \operatorname{sen}(nx)]^2\, dx$ definida para $a \in \mathbb{R}$ pode ser afirmado que:

(a) $f(a)$ é constante para todo $a \in \mathbb{R}$.
(b) Atinge um valor máximo mas não possui valor mínimo.
(c) Atinge um valor mínimo racional é possui um valor máximo irracional.
(d) Atinge um valor mínimo mas não possui valor máximo.
(e) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

6. Com relação ao limite $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_1^n \frac{e^x}{x^x}\, dx$ pode ser afirmado que:

(a) Não existe.
(b) Existe e seu valor é algum número positivo menor ou igual que 1.
(c) Existe e seu valor é maior que 1.
(d) Existe e vale zero.
(e) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

7. Com relação ao limite $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^n e^{-px} \cos(ax)\, dx$ pode ser afirmado que:

(a) Existe para todo $p \in \mathbb{R}$ mas não para todo valor de a.
(b) Existe para todo $p \in \mathbb{R}$ e para todo $a \in \mathbb{R}$.
(c) Existe para uma quantidade finita de valores de a.
(d) Existe para uma quantidade infinita de valores de p.
(e) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

8. Considere a função $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{1 - \cos x}$. Seja g uma primitiva da função $\dfrac{f'}{f^2+1}$, tal que $g(0) = 0$. Com relação a esta primitiva g pode ser afirmado que:

(a) É uma função par com valores negativos ou zero.
(b) É uma função ímpar decrescente no conjunto dos números reais.
(c) É uma função ímpar com valores positivos no intervalo $(0, \infty)$.
(d) É uma função par decrescente no intervalo $(-\infty, 0)$.
(e) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

9. Considere a função $f(n) = 8 \displaystyle\int_0^n \sin^2(x^2)\, \cos^2(x^2)\, dx$, definida para $n \in \mathbb{N}$. Com relação ao limite $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{n}$ pode ser afirmado que:

(a) Existe, mas seu valor não é um número racional.
(b) Existe e vale 1.
(c) Não existe.

(d) Existe e vale 0.

(e) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

10. No link `http://auil.net.br/iscool/tmp/figura-1.png` tem uma figura que é obtida pela interseção de dois círculos de ráio r dispostos verticalmente, cada um deles tangente ao centro do outro. Note que a espessura do contorno foi exagerada para melhor visualização, mas deve ser considerada desprezível. Com relação à área fechada A representada em tal figura pode ser afirmado que:

(a) A é um número irracional, mas $A - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ é racional.

(b) $\cos\left(\dfrac{A}{2r^2}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(c) $\operatorname{sen}\left(\dfrac{A}{2r^2}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(d) O quociente $\dfrac{A}{r^2}$ é sempre racional, para todo $r \in \mathbb{R}$.

(e) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.