

# Terceira Lista de Exercícios

## Custo de um Algoritmo

Norton Trevisan Roman

18 de setembro de 2018

1. Indique se as afirmativas a seguir são verdadeiras ou falsas e justifique suas respostas.

- (a)  $2n + 1 = O(2n)$
- (b)  $22n = O(2n)$
- (c)  $(n + 1)^5 = O(n^5)$
- (d)  $n^3 \log(n) = \Omega(n^3)$
- (e)  $2^{n+1} = O(2^n)$
- (f)  $2^{2n} = O(2^n)$

2. Preencha o quadro abaixo com as relações de comparação assintótica ( $O$ ,  $\Omega$  e  $\Theta$ ) das seguintes funções.

- $f_1(n) = 2^\pi$
- $f_2(n) = 2^n$
- $f_3(n) = n \log n$
- $f_4(n) = \log n$
- $f_5(n) = 100n^2 + 150.000n$
- $f_6(n) = n + \log n$
- $f_7(n) = n^2$
- $f_8(n) = n$

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$
$f_1$	$\Theta$							
$f_2$		$\Theta$						
$f_3$			$\Theta$					
$f_4$				$\Theta$				
$f_5$					$\Theta$			
$f_6$						$\Theta$		
$f_7$							$\Theta$	
$f_8$								$\Theta$

3. Considere o trecho de programa abaixo:

```
...
for(i = 0; i < n; i++)
    for( j = 0; j < m; j++) {
        // trecho de programa cujo custo é  $O(3)$ 
    }
...
```

Qual a complexidade assintótica temporal do trecho de programa acima, em termos de  $n$  e  $m$ ?

4. Considere o trecho de programa abaixo:

```

...
for(i = 0; i < n; i++) {
    // trecho de programa cujo custo é  $O(1)$ 
}
for( j = 0; j < m; j++) {
    // trecho de programa cujo custo é  $O(3)$ 
}
...

```

Qual a complexidade assintótica temporal do trecho de programa acima, em termos de  $n$  e  $m$ ?

5. Considere o trecho de programa abaixo:

```

...
for(i=n-1; i > 0 ; i--)
    for(j=1; j <= i; j++) {
        // trecho de programa cujo custo é  $O(1)$ 
    }
...

```

Qual a complexidade assintótica temporal do trecho de programa acima, em termos de  $n$ ?

6. Considere o trecho de programa abaixo:

```

...
for(i=n-1; i > 0 ; i--)
    for(j=1; j <= i; j++) {
        // trecho de programa cujo custo é  $O(n)$ 
    }
...

```

Qual a complexidade assintótica temporal do trecho de programa acima, em termos de  $n$ ?

7. Bill tem um algoritmo buscaEmMatriz para encontrar um elemento  $x$  em matriz  $A$  :  $n \times n$ . O algoritmo faz iterações sobre as linhas de  $A$  e usa o algoritmo de busca sequencial em cada linha até que  $x$  seja encontrado ou que todas as linhas tenham sido examinadas. Qual o tempo de execução no pior caso do algoritmo buscaEmMatriz em função de  $n$ ? O algoritmo é linear  $O(n)$ ? Justifique.
8. Considere o seguinte problema: Dado um conjunto  $S$  de  $n \geq 1$  números reais, determinar a somatória dos elementos desse conjunto.
- Implemente um algoritmo (utilizando o paradigma incremental) para esse problema. Qual seria o caso base ? Qual seria o passo de indução ? Apresente a equação de recorrência desse algoritmo. Prove através da resolução de recorrências que esse algoritmo é  $\Theta(n)$
  - Implemente um algoritmo (utilizando o paradigma divisão e conquista) para esse problema. Apresente a equação de recorrência desse algoritmo. Prove, utilizando o teorema mestre, que o seu algoritmo é  $\Theta(n)$  (considere na prova que  $n$  é potência de 2).