Estudos - MVGA

Produto Escalar (U.V)

Deve-se multiplicar os termos e somá-los.

exemplo:
(a,b,c,d) * (1,2,3,4) = (1*a + 2*b + 3*c + 4*d)

Norma

Deve-se elevar todos os elementos do vetor ao quadrado, somá-los e colocá-los dentro de uma raiz quadrada.

exemplo:
dado o vetor (a,b,c,d)

$$\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}$$

Obter Matriz [F] ou Matriz aumentada

Deve-se aplicar às variáveis a base canônica N, sendo N a ordem da matriz ou o número de variáveis, e colocar os resultados como colunas.
Exemplo: Transformação de R4 em R3
f(x,y,z,w) = x-y , x+z , y-z+w
f(1,0,0,0) f(0,1,0,0) f(0,0,1,0) f(0,0,0,1)

$$\begin{vmatrix} 1-0 & 0-1 & 0-0 & 0-0 \\ 1+0 & 0+0 & 0+1 & 0+0 \\ 0-0+0 & 1-0+0 & 0-1+0 & 0-0+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Pra conferir se deu certo pegue essa matriz e multiplique por (x,y,z,w) e veja se volta à eq. original.

Transformações Lineares

Kernel

Deve-se obter a matriz aumentada ([F]) do sistema e escaloná-la.

Imagem

Deve-se pegar as colunas da [F], colocar estes vetores como linhas e escalonar. Quando terminar o escalonamento deve-se pegar as linhas e escrevê-las como vetor.
exemplo:
{ x + 2y + 3z }
{ 4x + 5y + 6z }
{ 7x + 8y + 9z }
Gerando a Matriz aumentada e colocando as colunas como linhas temos

$$[F] = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Escalonando deve-se pegar as linhas e escrevê-las como vetor [(1,4,7),(2,5,8),(3,6,9)]. Isto é a base da Im, e sua dimensão é igual a 3.

OBS: Essa matriz NÃO foi escalonada, pois era apenas um exemplo, mas pelo amor de Deus escalone na prova!

Ortogonalidade

Quando um vetor é perpendicular ao outro.

- Para verificar se o conjunto de vetores é Ortogonal deve-se fazer o **Produto Escalar** entre eles e o seu resultado deve ser igual a 0.
  ($U^{\cdot}V = 0$)
- Para ortogonalizar um conjunto de vetores deve-se fazer o cálculo de sua projeção (Gram Schimidt):

$$w_1 = v_1$$

$$w_2 = w_2 - \left(\frac{w_2 * w_1}{w_1^2}\right) * w_1$$

$$w_3 = w_3 - \left(\frac{w_3 * w_2}{w_2^2}\right) * w_2 - \left(\frac{w_3 * w_1}{w_1^2}\right) * w_1$$

Ortonormalidade

Um conjunto de vetores será ortonormal caso seja **ortogonal** e caso sua **norma seja igual a 1**.

$||v|| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \ldots + v_n^2} = 1$

Ortonormalizando um vetor Ortogonal $\frac{v}{\|v\|}$

1. Para Ortonormalizar um vetor considerando que ele já é ortogonal, deve-se dividir o vetor pela norma dele.

   exemplo:

   Dado um vetor v = (1,1,0,0). Sua norma é $\sqrt{2}$

   Agora dividindo v = (1,1,0,0) pela sua norma $\sqrt{2}$ temos: $\frac{(1,1,0,0)}{\sqrt{2}}$ =($\frac{1}{\sqrt{2}}$,$\frac{1}{\sqrt{2}}$, 0, 0).

   obs: Pode-se notar facilmente que a norma agora é igual a 1.

Sobrejetor

Para verificar se o conjunto de vetores é sobrejetor, a dimensão da base da Imagem deve ser igual a dimensão do contra-domínio.

$$dim\ (Im\ f) = dim\ (\Re^m)$$

Injetor

Para verificar se o conjunto de vetores é injetor deve-se calcular o seu Kernel e este deve possuir solução trivial.

$Ker\ f = \{0\}$

Polinômio Caracteristico

$P(\lambda) = det(A - \lambda I) = 0$

Descobrir autovalores

São os resultados do λ Polinômio Caracteristico

exemplo: <sem exemplo feito por enquanto> - porra Doug, tudo pela metade? assim nao dá!!! (franja)

Ortogonalmente Diagonalizável

Caso ele deseje saber se A é ortogonalmente diagonalizável pode-se apenas verificar se A é simétrica. Caso seja então basta afirmar que por A ser simétrica ela também é ortogonalmente diagonalizável. Caso não seja:

Mesmo processo de encontrar polinomio característico, achar autovalores e autovetores, só que após achar os autovetores você deve fazer o processo de ortonormalização com as bases.

Exemplo:

lambida = 2 gerou **1 vetor:** (1,0,0,1) - Agora deve-se apenas dividi-lo pela norma.
lambida = 8 gerou **2 vetores** (1,1,0,0) e (0,1,1,0) - Neste caso você deve fazer o processo de Gram Schmidt como foi explicado em (**Ortogonalidade**) e por fim dividi-los pela norma.

Algumas receitas de bolos pra resolver exercícios:

Questão:

Encontrar a base ortonormal para o conjunto solução da seguinte equação: x-y-2z+w = 0

Solução:

1º passo: aplicar nas variáveis a “matriz” canônica, ou seja: f(1,0,0,0), f(0,1,0,0)...f(0,0,0,1).
que é o mesmo que obter a matriz aumentada.

(1 -1 -2   1)

2º passo: descobrir a solução do sistema e colocar em evidência (como na P1).

(alfa + 2beta -gama)
(alfa)
(beta)
(gama)
----
alfa(1,1,0,0) beta(2,0,1,0) gama(-1,0,0,1)
base (não ortonormal) = [(1,1,0,0),(2,0,1,0),(-1,0,0,1)]
3º passo: Fazer o processo de ortonormalização dessa base. (aquele lance chato de projeção e tal) e por fim dividir os vetores pela norma (como foi explicado em ORTONORMALIDADE)
<aqui não vou fazer pq é muito extenso>

4º passo: verificar se tooooda a conta que vc fez deu certo através do Produto Escalar.