

1. Dado um vetor  $A$  com  $n$  números inteiros, suponha que este vetor está "quase"ordenado em ordem crescente, sendo que talvez haja **no máximo** um elemento fora de ordem. Escreva um método de complexidade  $\Theta(n)$  que dado o vetor  $A$ , descubra se há este elemento fora de ordem e, se houver, coloca este elemento na sua devida posição de modo que o vetor fique realmente ordenado. Justifique suas respostas.
2. Imagine a seguinte variação do algoritmo *MergeSort*: (i) a divisão é realizada em três subsequências, (ii) cada subsequência é ordenada recursivamente e (iii) na fase de conquista, o 1º terço é intercalado com o 2º terço e o resultado é intercalado com o 3º terço. Apresente a equação de recorrência desse algoritmo e apresente a complexidade desse algoritmo. Compare essa variação com o algoritmo *MergeSort* tradicional. Justifique suas respostas.
3. Suponha que temos uma sequência  $S$  de  $n$  elementos ( $1 \leq n \leq 10000$ ), de forma que cada elemento em  $S$  representa um voto diferente para líder estudantil, dado como um inteiro  $m$  de 7 dígitos ( $1000000 \leq m \leq 9999999$ ) representando o número de matrícula do candidato escolhido. Planeje um algoritmo de complexidade de tempo  $O(n \log n)$  (no caso médio) para determinar quem vence a votação representada por  $S$ , supondo que o candidato com o maior número de votos será o escolhido (mesmo se existir  $O(n)$  candidatos). Suponha que a memória é escassa e portanto deve-se minimizar a quantidade extra (além da sequência  $S$ ) de memória a ser utilizada nesse algoritmo. (Retirado de [2] - página 471).

Se não houvesse essa restrição de memória, você conseguiria implementar um algoritmo mais eficiente (por exemplo,  $\Theta(n)$ ) ? Justifique suas respostas.

4. Os professores Howard, Fine e Howard propuseram o seguinte algoritmo de ordenação "elegante": (Retirado de [1] - página 130)

STOOGESORT( $A, i, j$ )

**if** ( $A[i] > A[j]$ ) **then** trocar  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

**if** ( $i + 1 \geq j$ ) **then return**

$k \leftarrow \lfloor (j - i + 1)/3 \rfloor$

    STOOGESORT( $A, i, j - k$ )

    STOOGESORT( $A, i + k, j$ )

    STOOGESORT( $A, i, j - k$ )

- Qual é a idéia por trás desse algoritmo ? Como ele ordena o vetor  $A$  ?
- Forneça uma equação de recorrência para o tempo de execução no pior caso de STOOGESORT e um limite assintótico restrito (notação  $\Theta(n)$ ) sobre o tempo de execução no pior caso. Justifique suas respostas.