Estatística

11 –Comparação de parâmetros de duas populações

Página da FEG: www.feg.unesp.br/~marcela

Comparação de Médias de Duas Populações

Dados Emparelhados

Exemplo: xi: peso da cobaia i no início da semana
yi: peso da cobaia i no fim da semana

COBAIA	Xi	Yi
1	635	640
2	704	712
3	662	681
4	560	558
5	603	610
6	745	740
7	698	707
8	575	585
9	633	635
10	669	682

$$H_0 : \mu_d = 0$$

$$H_1 : \mu_d > 0$$

Comparação de Médias de Duas Populações

Dados Emparelhados

Exemplo: xi: peso da cobaia i no início da semana
yi: peso da cobaia i no fim da semana

COBAIA	Xi	Yi	Di
1	635	640	5
2	704	712	8
3	662	681	19
4	560	558	**-2**
5	603	610	7
6	745	740	**-5**
7	698	707	9
8	575	585	10
9	633	635	2
10	669	682	13
TOTAL			66

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{66}{10} = 6,6$$

Comparação de Médias de Duas Populações

Dados Emparelhados

Exemplo: xi: peso da cobaia i no início da semana
yi: peso da cobaia i no fim da semana

COBAIA	Xi	Yi	Di	Di^2
1	635	640	5	25
2	704	712	8	64
3	662	681	19	361
4	560	558	**-2**	4
5	603	610	7	49
6	745	740	**-5**	25
7	698	707	9	81
8	575	585	10	100
9	633	635	2	4
10	669	682	13	169
TOTAL			66	882

$$s_d^2 = \frac{\sum d_i^2 - (\sum d_i)^2 / n}{n-1} = \frac{882 - (66)^2 / 10}{10-1} = 49{,}6$$

Comparação de Médias de Duas Populações

Dados Emparelhados

Exemplo: xi: peso da cobaia i no início da semana
yi: peso da cobaia i no fim da semana

COBAIA	Xi	Yi	Di	Di^2
1	635	640	5	25
2	704	712	8	64
3	662	681	19	361
4	560	558	**-2**	4
5	603	610	7	49
6	745	740	**-5**	25
7	698	707	9	81
8	575	585	10	100
9	633	635	2	4
10	669	682	13	169
TOTAL			66	882

$$H_0 : \mu_d = 0$$

$$H_1 : \mu_d > 0$$

Rejeitar H_0 se:

$$\boxed{\frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}} > t_{n-1,\alpha}}$$

Comparação de Médias de Duas Populações

Dados Emparelhados

Exemplo: xi: peso da cobaia i no início da semana
yi: peso da cobaia i no fim da semana

COBAIA	Xi	Yi	Di	Di^2
1	635	640	5	25
2	704	712	8	64
3	662	681	19	361
4	560	558	**-2**	4
5	603	610	7	49
6	745	740	**-5**	25
7	698	707	9	81
8	575	585	10	100
9	633	635	2	4
10	669	682	13	169
TOTAL			66	882

$$H_0 : \mu_d = 0$$

$$H_1 : \mu_d > 0$$

$$\frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{6{,}6}{7{,}043 / \sqrt{10}} = 2{,}96 > t_{n-1,\alpha} = t_{9,0{,}01} = 2{,}821$$

Comparação de Médias de Duas Populações

Dados Emparelhados

Exemplo: xi: peso da cobaia i no início da semana
yi: peso da cobaia i no fim da semana

COBAIA	Xi	Yi	Di	Di^2
1	635	640	5	25
2	704	712	8	64
3	662	681	19	361
4	560	558	**-2**	4
5	603	610	7	49
6	745	740	**-5**	25
7	698	707	9	81
8	575	585	10	100
9	633	635	2	4
10	669	682	13	169
TOTAL			66	882

$$H_0 : \mu_d = 2$$

$$H_1 : \mu_d > 2$$

$$\frac{\bar{d} - 2}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{4,6}{7,043 / \sqrt{10}} = 2,07 < t_{n-1,\alpha} = t_{9,0,01} = 2,821$$

Comparação de Médias de Duas Populações

Dados Não Emparelhados

Exemplo: Resistência de dois tipos de concreto.

Concreto 1	Concreto 2
54	50
55	54
58	56
51	52
57	53

$\overline{x_1} = 55$

$\overline{x_2} = 53$

$s_1^2 = 7{,}5$

$s_2^2 = 5{,}0$

Ao nível de significância de 5%, há evidência de que o Concreto 1 seja mais resistente do que o Concreto 2 ?

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{cases}$$

Rejeitar H_0 se:

$$\boxed{\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2}} > t_{n_1 + n_2 - 1, \alpha}}$$

Comparação de Médias de Duas Populações

Dados Não Emparelhados

Exemplo: Resistência de dois tipos de concreto.

Concreto 1	Concreto 2
54	50
55	54
58	56
51	52
57	53

$\overline{x_1} = 55$

$\overline{x_2} = 53$

$s_1^2 = 7,5$

$s_2^2 = 5,0$

Ao nível de significância de 5%, há evidência de que o Concreto 1 seja mais resistente do que o Concreto 2 ?

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2}} = 1,26 < t_{n_1 + n_2 - 1, \alpha} = 1,86}$$

Comparação de Duas Proporções

Pesquisa de Opinião acerca da revista X

	Apreciam	Não Apreciam	Total
Homens (1)	32	48	80
Mulheres (2)	26	24	50

$$\begin{cases} H_0 : p_1 = p_2 \\ H_1 : p_1 \neq p_2 \end{cases}$$

$$p'_1 = \frac{f_1}{n_1} = \frac{32}{80} = 0,40$$

$$p'_2 = \frac{f_2}{n_2} = \frac{26}{50} = 0,52$$

Comparação de Duas Proporções

Pesquisa de Opinião acerca da revista X

	Apreciam	Não Apreciam	Total
Homens (1)	32	48	80
Mulheres (2)	26	24	50

$$\begin{cases} H_0 : p_1 = p_2 \\ H_1 : p_1 \neq p_2 \end{cases}$$

Rejeitar H_0 se:

$$\boxed{\frac{|\, p'_1 - p'_2 \,|}{\sqrt{p'_1 \cdot (1 - p'_1)/n_1 + p'_2 \cdot (1 - p'_2)/n_2}} > Z_{\alpha/2}}$$

Comparação de Duas Proporções

Pesquisa de Opinião acerca da revista X

	Apreciam	Não Apreciam	Total
Homens (1)	32	48	80
Mulheres (2)	26	24	50

$$\begin{cases} H_0 : p_1 = p_2 \\ H_1 : p_1 \neq p_2 \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{|\,p'_1 - p'_2\,|}{\sqrt{p'_1 \cdot (1 - p'_1\,)/n_1 + p'_2 \cdot (1 - p'_2\,)/n_2}} = 1{,}34 < Z_{\alpha/2} = 1{,}96}$$

Comparação de Duas Proporções

$$\left\{\boxed{\begin{array}{l} n_1 p_1^{'} \geq 5 \\ n_1\left(1-p_1^{'}\right) \geq 5 \end{array}}\right. \Rightarrow \boxed{p_1^{'} \rightarrow Normal\left(p_1, \frac{p_1\left(1-p_1\right)}{n_1}\right)}$$

$$\left\{\boxed{\begin{array}{l} n_2 p_2^{'} \geq 5 \\ n_2\left(1-p_2^{'}\right) \geq 5 \end{array}}\right. \Rightarrow \boxed{p_2^{'} \rightarrow Normal\left(p_2, \frac{p_2\left(1-p_2\right)}{n_2}\right)}$$