Lista de Exercícios de Introdução à Estatistica

1. Suponha que a proporção θ de itens defeituosos em um grande lote poderia ser $0,1$ ou $0,2$ e que a f.p a priori de θ é $\xi(0,1) = 0,7$ e $\xi(0,2) = 0,3$. Suponha que quando 8 itens são selecionados aleatóriamente do lote, encontra-se que exatamente 2 dos itens são defeituosos. Determine a f.p a posteriori de θ.

2. Suponha que o número de defeitos numa fita magnética tem uma distribuição de Poisson para a qual a média λ é $1,0$ ou $1,5$, e que a f.p. priori de λ é $\xi(1,0) = 0,4$ e $\xi(1,5) = 0,6$. Se uma fita é selecionada aleatóriamente e encontram-se 3 defeitos, qual a posteriori de λ?.

3. Suponha que a proporção θ de itens defeituosos em um grande lote é desconhecido, e que a priori de θ é uma distribuição uniforme no intervalo $(0,1)$. 8 itens são selecionados do lote e encontram-se que exatamente 3 são defeituosos. Determine a f.d.p a posteriori de θ.

4. Considere o problema anterior, mas suponha agora que a priori de θ é

$$\xi(\theta) = \begin{cases} 2(1-\theta) & \text{para} \quad 0 < \theta < 1 \\ 0 & \text{c.c} \end{cases}$$

como no exercício anterior, suponha que uma amostra aleatória de 8 itens é selecionada e que exatamente 3 itens são defeituosos. Determine a posteriori de θ.

5. Suponha que os tamanhos dos indivíduos em certa população tem uma distribuição normal para a qual a média θ é desconhecida e o desvio padrão é de 2 polegadas. Suponha que a priori de θ é uma normal com média de 68 polegadas e desvio padrão de 1 polegada. Se 10 pessoas são selecionadas aleatoriamente da população e amédia dos tamanhos é de $69,5$ polegadas, qual é a distribuição a posteriori de θ?.

6. Suponha que a proporção θ de itens defeituosos em um grande carregamento é desconhecida e que a priori de θ é uma distribuição beta com parâmetros $\alpha = 2$ e $\beta = 200$. Se 100 itens são selecionados aleatoriamente e 3 desses itens são defeituosos, qual a posteriori de θ?.

7. Suponha que uma amostra aleatória de 20 observações é tomada de uma distribuição normal para a qual a média θ é desconhecida e o desvio padrão é 1. Após os valores serem observados, encontra-se que $\bar{X}_n = 10$ e que a posteriori de θ é uma normal com média 8 e variância $1/25$, qual a distribuição a priori de θ?.

8. Suponha que o tempo em minutos requerido para atender um cliente em uma loja tem distribuição exponencial com parâmetro θ desconhecido, e que a distribuição a priori de θ é uma distribuição Gamma com média $0,2$ e desvio padrão 1. Se o tempo médio requerido para atender uma amostra aleatória de 20 clientes é observado como sendo $3,8$ minutos, qual a distribuição a posteriori de θ?.

9. Suponha que a proporção θ de itens defeituosos em um grande carregamente é desconhecida e que a distribuição a priori de θ é uma distribuição Betacom parâmetros $\alpha = 5$ e $\beta = 10$. Suponha que 20 itens são selecionados aleatóriamente do carregamento e que exatamente 1 de estes itens é achado defeituoso. Se a função Erro Quadrático é usado, qual é o estimador de Bayes de θ?.

10. Não é conhecida qual a proporção p de compras de determinado cereal são feitas por mulheres e qual a proporção feita por homens. Em uma amostra aleatória de 70 compras de este cereal, 58 foram feitas por mulheres e 12 por homens. Encontre o Estimador de Máxima Verossimilhança (EMV) de p

11. Suponha que $X_1, ..., X_n$ forma uma amostra aleatória de uma Poisson com média θ desconhecida ($\theta > 0$). Determine o E.M.V de θ assumindo que ao menos um dos valores observados é diferente de 0.

12. Suponha que $X_1, ..., X_n$ forma uma amostra aleatória de uma distribuição normal com média μ conhecida e variância σ^2 desconhecida. Encontre o EMV de σ^2.

13. $X_1, ..., X_n$ forma uma amostra aleatória de uma distribuição para a qual a f.d.p. $f(x|\theta)$ é

$$f(x|\theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & \text{para} \quad 0 < x < 1 \\ 0 & \text{c.c} \end{cases}$$

Suponha também que o valor de θ é desconhecido ($\theta > 0$). Encontre o EMV de θ.

14. Suponha que $X_1, ..., X_n$ forma uma amostra aleatória de uma distribuição exponencial com parâmetro β desconhecido ($\beta > 0$). Encontre o EMV de β.

15. Suponha que $X_1, ..., X_n$ forma uma amostra aleatória de uma distribuição Bernoulli com parâmetro p desconhecido ($0 \leq p \leq 1$). Mostre que $T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ é uma estatística suficiente para p.

16. Suponha que $X_1, ..., X_n$ forma uma amostra aleatória de uma distribuição Geométrica com parâmetro p desconhecido ($0 < p < 1$). Mostre que $T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ é uma estatística suficiente para p.

17. Suponha que $X_1, ..., X_n$ forma uma amostra aleatória de uma distribuição Binomial Negativa com parâmetros r (conhecido) e p desconhecido ($0 < p < 1$). Mostre que $T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ é uma estatística suficiente para p.

18. Suponha que $X_1, ..., X_n$ forma uma amostra aleatória de uma distribuição Normal com parâmetros μ (conhecido) e σ^2 desconhecido . Mostre que $T = \sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^2$ é uma estatística suficiente para σ^2.

19. Suponha que a proporção θ de maças estragadas em um grande lote é desconhecido e tem a seguinte distribuição a priori:

$$\xi(\theta) = \begin{cases} 60\theta^2(1-\theta)^3 & \text{para} \quad 0 < \theta < 1 \\ 0 & \text{c.c} \end{cases}$$

Suponha que uma amostra aleatória de 10 maças é selecionada aleatóriamente e encontrou-se 3 estragadas. Encontre o estimador de Bayes de θ com respeito à função de perda Erro Quadrático.