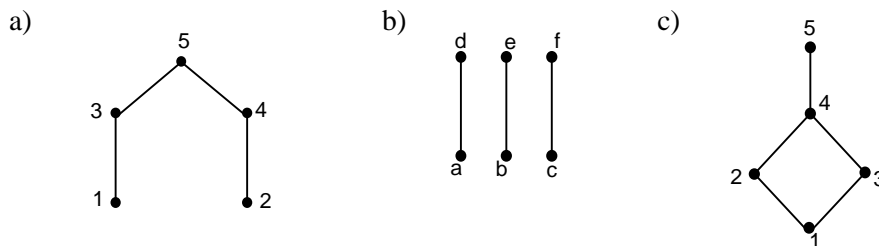


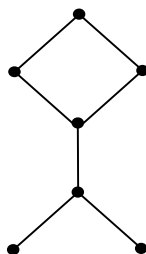


Lista de Exercícios 5 – Relações de Ordem e Equivalência

- Seja $S = \{0, 1, 2, 4, 6\}$. Teste se as relações binárias em S dadas a seguir são reflexivas, simétricas, anti-simétricas ou transitivas.
 - $R = \{\langle 0,0 \rangle, \langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 6,6 \rangle, \langle 0,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 4,6 \rangle\}$
 - $R = \{\langle 0,1 \rangle, \langle 1,0 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 4,2 \rangle, \langle 4,6 \rangle, \langle 6,4 \rangle\}$
 - $R = \{\langle 0,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 0,2 \rangle, \langle 2,0 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 1,0 \rangle, \langle 0,0 \rangle, \langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle\}$
 - $R = \{\langle 0,0 \rangle, \langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 6,6 \rangle, \langle 4,6 \rangle, \langle 6,4 \rangle\}$
- Encontre os fechos reflexivos, simétrico e transitivo de cada uma das relações do exercício 1.
- Teste se as relações binárias em S dadas a seguir são reflexivas, simétricas, anti-simétricas ou transitivas.
 - $S = Q, \langle Q, |x| \leq |y| \rangle$
 - $S = Z, \langle Z, x - y \text{ é múltiplo inteiro de } 3 \rangle$
 - $S = N, \langle N, x \cdot y \text{ é par} \rangle$
 - $S = N, R = \{\langle x, y \rangle \mid x \text{ é ímpar}\}$
- Quais das relações binárias do exercício anterior são relações de equivalência? Para cada relação de equivalência encontrada, descreva as classes de equivalência associadas.
- Desenhe o diagrama de Hasse para as seguintes ordens parciais.
 - $S = \{a, b, c\}$
 $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, c), (a, c)\}$
 - $S = \{a, b, c, d\}$
 $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, b), (a, c)\}$
 - $S = \{\emptyset, \{a\}, \{a, b\}, \{c\}, \{a, c\}, \{b\}\}$
 $A R B = A \subseteq B$
- Para o exercício anterior, encontre, se existirem, os elementos mínimo, minimal, máximo e maximal.
- Desenhe o diagrama de Hasse para a ordem parcial “ x divide y ” no conjunto $\{2, 3, 5, 7, 21, 42, 105, 210\}$. Encontre, se existirem, os elementos mínimo, minimal, máximo e maximal. Encontre um subconjunto de quatro elementos totalmente ordenado.
- Para cada um dos diagrama de Hasse da figura abaixo, liste os pares que pertencem à relação de ordem correspondente.



9. Seja R um relação binária em um conjunto S . A inversa de R , denotada por R^{-1} , é a relação binária definida por $xR^{-1}y = yRx$. Se $R = \{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 5,3 \rangle, \langle 4,5 \rangle\}$ em N , como é R^{-1} ?
10. Dadas as relações R e S em $A = \{1, 2, 3, 4\}$ definidas por $R = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 3,4 \rangle, \langle 4,2 \rangle, \langle 4,3 \rangle\}$ e $S = \{\langle 1,3 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 4,4 \rangle\}$, encontre:
- $R \circ S$
 - $S \circ R$
 - $R^2 = R \circ R$
 - $R^3 = R \circ R \circ R$
11. Dada a relação $R = \{\langle a,b \rangle, \langle a,c \rangle, \langle b,a \rangle\}$ em $A = \{a, b, c\}$, encontre $R \circ R^{-1}$.
12. Se $\langle S, R \rangle$ é um conjunto parcialmente ordenado finito, com o diagrama de Hasse ilustrado abaixo, desenhe o diagrama para a inversa de $\langle S, R \rangle$.



13. Para a relação de equivalência $R = \{\langle a,a \rangle, \langle b,b \rangle, \langle c,c \rangle, \langle a,c \rangle, \langle c,a \rangle\}$, qual é o conjunto $[a]$? Esse conjunto tem outros nomes?
14. Dada a partição $\{1, 2\}$ e $\{3, 4\}$ do conjunto $S = \{1, 2, 3, 4\}$, liste os pares ordenados pertencentes à relação de equivalência correspondente.
15. Para a relação de equivalência $R = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 5,5 \rangle, \langle 4,5 \rangle, \langle 5,4 \rangle\}$, qual é o conjunto $[3]$? E o conjunto $[4]$?
16. Dada a partição $\{a, b, c\}$ e $\{d, e\}$ do conjunto $\{a, b, c, d, e\}$, liste os pares ordenados pertencentes à relação de equivalência correspondente.