

# Prova 1

## Matemática Discreta – Turma 94 – 2018

### Professora Dra. Karla Lima

1) Prove que o seguinte argumento é válido, utilizando a lógica proposicional. *Não é nem verdade que se as taxas de eletricidade subirem, o consumo diminuirá, nem é verdade que novas usinas de energia serão construídas ou as contas não serão atrasadas. Portanto o consumo não diminuirá e as contas serão atrasadas.* (T, C, U, Co)

2) Prove a validade da seguinte fórmula:

$$(\forall x)[A(x) \rightarrow B(x)] \rightarrow [(\exists x)A(x) \rightarrow (\exists x)B(x)]$$

3) Prove por indução simples que  $n! > 3^n$  para  $n \geq 7$ .

4) Prove por contradição que  $\sqrt{5}$  não é um número racional

Regras de Interferência para Lógica Proposicional		
De:	Podemos inferir	Nome
$P \text{ e } P \rightarrow Q$	$Q$	Modus ponens (nossa única regra de inferência)
$P \rightarrow Q \text{ e } Q'$	$P'$	Modus tollens
$P \vee Q \text{ e } Q'$	$P$	Silogismo disjuntivo
$P \rightarrow Q \text{ e } Q \rightarrow R$	$P \rightarrow R$	Silogismo hipotético
$P \text{ e } Q$	$P$	Simplificação conjuntiva
$P$	$P \vee Q$	Ampliação disjuntiva

Axiomas para Lógica de Predicados

- $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$
- $[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \rightarrow [(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)]$
- $(Q' \rightarrow P') \rightarrow (P \rightarrow Q)$
- $(\forall x)[P(x) \rightarrow Q(x)] \rightarrow [(\forall x)P(x) \rightarrow (\forall x)[Q(x)]]$
- $(\forall x)P(x) \rightarrow P(a) \text{ ou } (\forall x)P(x) \rightarrow P(a) \text{ onde } a \text{ é uma constante}$
- $(\exists x)P(x) \rightarrow P(t) \text{ onde } t \text{ é uma constante ou nome de uma variável ainda não usada no decorrer da demonstração}$
- $P(x) \rightarrow (\exists x)P(x) \text{ ou } P(a) \rightarrow (\exists x)P(x) \text{ onde } a \text{ é uma constante e } x \text{ não ocorre em } P(a)$
- $[(\exists x)P(x)]' \leftrightarrow (\forall x)[P(x)]'$

### Regras de Inferência para a Lógica de Predicados

- Modus ponens:  $Q$  pode ser inferido de  $P$  e  $P \rightarrow Q$
- Generalização:  $(\forall x)Q$  pode ser inferido de  $Q$  desde que (a)  $Q$  não tenha sido deduzido de qualquer hipótese na qual  $x$  seja uma variável livre e (b)  $Q$  não tenha sido deduzido pelo uso do Axioma 6 de uma wff da forma  $(\exists y)Q(y)$  na qual  $x$  seja uma variável livre.