



Segunda prova de Cálculo 1 – 14 / 07 / 2023 – Prof. Alexandre F. Ramos

Leia atentamente todas as instruções a seguir.

Respostas corretas que não apresentarem justificativas serão desconsideradas.

Nome: _____ ; **N. USP:** _____ ; **Turma:** _____ .

Q.1 (Total: 2,5 ponto(s)). Na ausência de forças externas, atrito ou resistência do ar, a equação do movimento de uma partícula presa à extremidade de uma mola é dada pela função $x(t) = A \sin \omega t$ em que x é dado em metros e t em segundos. Aqui, A é a amplitude da oscilação da partícula e ω é a frequência de oscilação, ambas constantes.

- (Vale: 1 ponto(s)). Encontre a velocidade e aceleração em função do tempo.
- (Vale: 0,5 ponto(s)). Mostre que a aceleração é proporcional à posição da partícula, x .
- (Vale: 1 ponto(s)). Mostre que a velocidade é máxima quando a aceleração é 0.

Q.2 (Total: 1 ponto(s)). Uma esteira transportadora descarrega cascalho a uma taxa de $3 \text{ m}^3/\text{min}$, formando uma pilha na forma de cone com diâmetro da base e altura sempre iguais. Quão rápido está crescendo a altura da pilha quando está a 5 m de altura?

Q.3 (Total: 4,5 ponto(s)). Considere $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$.

- (Vale: 1 ponto(s)). Encontre as assíntotas vertical e horizontal.
- (Vale: 1 ponto(s)). Encontre os intervalos onde a função é crescente ou decrescente.
- (Vale: 1 ponto(s)). Encontre os valores de máximo e mínimo local.
- (Vale: 1 ponto(s)). Encontre os intervalos de concavidade e os pontos de inflexão.
- (Vale: 0,5 ponto(s)). Esboce o gráfico de f .

Q.4 (Total: 1 ponto(s)). Sejam $m, n \neq 0$, calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos mx - \cos nx}{x^2}$.

Q.5 (Total: 1 ponto(s)). Um peixe nadando a uma velocidade v em relação à água gasta energia proporcional a v^3 por unidade de tempo. Peixes migratórios tentam minimizar a energia total requerida para nadar uma distância fixa. Se o peixe estiver nadando contra uma corrente u ($u < v$), então o tempo requerido para nadar uma distância L é $L/(v-u)$ e a energia total requerida para nadar a distância é dada por

$$E(v) = aL \frac{v^3}{v-u},$$

onde a é constante de proporcionalidade. Qual o valor de v que minimiza o valor de E ?