Lógica Formal

Lógica Proposicional

Axiomas que podem ser usados

- $\mathrm{P} \rightarrow (Q \rightarrow P)$
- $[\mathrm{P} \rightarrow (Q \rightarrow R)] \rightarrow [(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)]$
- $(\mathrm{Q}' \rightarrow P') \rightarrow (P \rightarrow Q)$

Lógica Formal

1. Declarações, tabela verdade, tautologias

2. Lógica Proposicional

    - Argumentos válidos
    - Regras de Derivação
    - Método de dedução

3. Lógica de Predicados

    - Argumentos válidos
    - Regras de Derivação
    - Método de dedução

Lógica Formal

Lógica de Predicados

Qual o valor-verdade da expressão $(\forall x)\, P(x)$ em cada uma das seguintes interpretações?

- *P(x)* é a propriedade de que *x* seja amarelo e o domínio de interpretação é o conjunto de todos os canáriosda-terra.

- *P(x)* é a propriedade de que *x* seja amarelo e o domínio de interpretação é o conjunto de todos os pássaros.

- *P(x)* é a propriedade de que *x* seja uma ave e o domínio de interpretação é o conjunto de todos os pássaros.

- *P(x)* é a propriedade de que *x* seja positivo ou negativo e o domínio de interpretação consiste em todos os inteiros.

Lógica Formal

Lógica de Predicados

Exemplo - A expressão $(\forall x)(\exists y)Q(x, y)$ é lida como?

- Qual interpretação onde o domínio consiste em inteiros e *Q(x, y)* é a propriedade de *x* < *y?*
- *Qual o* valor-verdade desta expressão?

Exemplo - A expressão $(\exists y)(\forall x)Q(x, y)$ é lida como?

- Qual interpretação onde o domínio consiste em inteiros e *Q(x, y)* é a propriedade de *x* < *y?*
- *Qual o* valor-verdade desta expressão?

Lógica Formal

Lógica de Predicados

Exemplo – Considere a fórmula $(\forall x)[(\exists y)Q(x,y) \wedge P(x,y)]$

- Qual interpretação onde o domínio consiste em inteiros positivos, *P(x, y)* é a propriedade de *x* ≤ *y e Q(x,y)* é a propriedade "x divide y"*?*
- *Qual o* valor-verdade desta expressão?

Lógica Formal

Lógica de Predicados

Exemplo – Considere a fórmula $(\forall x)(\exists y)[Q(x, y) \land P(x, y)]$

- Qual interpretação onde o domínio consiste em inteiros positivos, *P(x, y)* é a propriedade de $x \leq y$ *e Q(x,y)* é a propriedade "x divide y"*?*
- *Qual o* valor-verdade desta expressão?

Lógica Formal

Lógica de Predicados

Exemplo – A fórmula $\mathrm{P}(\mathrm{x}) \to [Q(x) \to P(x)]$ é sempre válida?

- *x tem a propriedade P*
- *X não tem a propriedade P*

Lógica Formal

Lógica de Predicados

Axiomas que podem ser usados

- $\mathrm{P} \rightarrow (Q \rightarrow P)$

- $[\mathrm{P} \rightarrow (Q \rightarrow R)] \rightarrow [(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)]$

- $(\mathrm{Q}' \rightarrow P') \rightarrow (P \rightarrow Q)$

- $(\forall x)P(x)\ldots\ldots\ \mathrm{P}(t)\ \ldots\ldots ui$

- $(\exists x)P(x)\ldots\ldots\ \mathrm{P}(a)\ \ldots\ldots ei$

- $P(x)\ldots\ldots(\forall x)\mathrm{P}(x)\ \ldots\ \ldots ug$

- $P(x)$ *P(a)*.....$(\exists x)\mathrm{P}(x)\ \ldots\ \ldots . eg$

Lógica Formal

Lógica de Predicados

Exemplo – Prove que $(\forall x)[\mathrm{P}(\mathrm{x}) \to R(x)] \land [R(y)]' \to [P(y)]'$

Lógica Formal

Lógica de Predicados

Exemplo – Prove que $(\forall x)[\mathrm{P}(\mathrm{x}) \rightarrow R(x)] \land [R(y)]' \rightarrow [P(y)]'$

Exemplo – Prove que $(\forall x)[\mathrm{P}(\mathrm{x}) \rightarrow Q(x)] \land (\forall x)P(x) \rightarrow (\forall x)Q(x)$

Lógica Formal

Lógica de Predicados

Exemplo – Prove que $(\forall x)[\mathrm{P}(\mathrm{x}) \to R(x)] \wedge [R(y)]' \to [P(y)]'$

Exemplo – Prove que $(\forall x)[\mathrm{P}(\mathrm{x}) \to Q(x)] \wedge (\forall x)P(x) \to (\forall x)Q(x)$

Exemplo – Prove que $(\forall x)[\mathrm{P}(\mathrm{x}) \wedge Q(x)] \to (\forall x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x)$

Lógica Formal

Lógica de Predicados

Exemplo – Prove que $(\forall x)[\mathrm{P}(\mathrm{x}) \to R(x)] \wedge [R(y)]' \to [P(y)]'$

Exemplo – Prove que $(\forall x)[\mathrm{P}(\mathrm{x}) \to Q(x)] \wedge (\forall x)P(x) \to (\forall x)Q(x)$

Exemplo – Prove que $(\forall x)[\mathrm{P}(\mathrm{x}) \wedge Q(x)] \to (\forall x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x)$

Erros Comuns

$P(x)$
$(\forall x)P(x)$

$(\forall x)(\exists y)P(x, y)$
$(\exists y)P(x, y)$
$P(x, a) \ldots \ldots (\forall x)P(x, a)$