

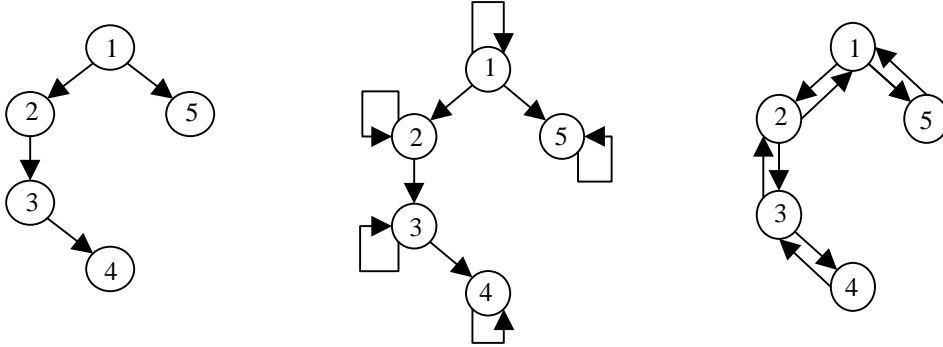


Lista de Exercícios 4 – Relações

1. Sejam $A = \{2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6, 10\}$. Para cada uma das seguintes relações:
 - Explícite os elementos (pares) da relação
 - Determine o domínio de definição
 - Determine o conjunto imagem
 - a) $R_1 = \{ \langle x, y \rangle \in B \times A \mid x \text{ é divisível por } y \}$
 - b) $R_2 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times B \mid x \cdot y = 12 \}$
 - c) $R_3 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times B \mid x = y + 1 \}$
 - d) $R_4 = \{ \langle x, y \rangle \in B \times A \mid x \leq y \}$
2. Seja $A = \{a, b\}$. Determine todas as endorrelações em A e verifique quais são:
 - a) Reflexivas
 - b) Irreflexivas
 - c) Simétricas
 - d) Anti-simétricas
 - e) Transitivas
3. Seja $A = \{1, 2, 3\}$. Para cada uma das seguintes endorrelações em A , determine se é:
 - Reflexiva
 - Irreflexiva
 - Simétrica
 - Anti-simétrica
 - Transitiva
 - a) $R_1 = \{ \langle 1,2 \rangle, \langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 3,3 \rangle \}$
 - b) $R_2 = \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle \}$
 - c) $R_3 = \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle \}$
 - d) $R_4 = A \times A$
4. As relações são fechadas para as seguintes operações sobre conjuntos (ou seja, a operação de duas relações resulta em uma relação)? Justifique sua resposta:
 - a) União
 - b) Intersecção
 - c) Complemento
 - d) Diferença
 - e) Produto Cartesiano
 - f) Conjunto das Partes
5. Seja $A = \{a, b, c, d\}$. Defina endorrelações em A tais que:
 - a) R_1 : só tem a propriedade reflexiva
 - b) R_2 : só tem a propriedade simétrica
 - c) R_3 : só tem a propriedade transitiva
 - d) R_4 : só tem a propriedade anti-simétrica
 - e) R_5 : reflexiva e transitiva, mas não-simétrica

- f) R_6 : reflexiva e simétrica, mas não-transitiva
 g) R_7 : simétrica e transitiva, mas não-reflexiva
6. Como seria a matriz e o grafo de uma endorrelação que não é reflexiva nem irreflexiva?
7. Exemplifique cada um dos casos abaixo:
- a) Relação que não é simétrica nem anti-simétrica
 b) Relação que é simultaneamente simétrica e anti-simétrica

8. Para cada um dos fechos ilustrados abaixo, faça a correspondente matriz:



9. Seja $A = \{1, 2, 3\}$. Para cada uma das seguintes endorrelações em A , determine:

- fecho reflexivo e transitivo
- fecho simétrico

e represente o resultado como

- grafo
- matriz

- a) $R_0 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$
 b) $R_1 = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$
 c) $R_2 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$
 d) $R_3 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$

10. Faz sentido pensar nos seguintes fechos? Justifique sua resposta:

- a) Fecho irreflexivo
 b) Fecho anti-simétrico