

ACH2011 – Cálculo I (2013.1)

Lista de Exercícios 3

Através da definição

$$\frac{d}{dx}y(x) := \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x},$$

e sendo $c \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ e $a \in \{x \in \mathbb{R} : x > 0 \text{ e } x \neq 1\}$, mostrar que

$$001) \frac{d}{dx}c = 0 \quad 002) \frac{d}{dx}x^3 = 3x^2 \quad 003) \frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1} \quad 004) \frac{d}{dx}\frac{1}{x} = -\frac{1}{x^2}$$

$$005) \frac{d}{dx}\sin x = \cos x \quad 006) \frac{d}{dx}\cos x = -\sin x \quad 007) \frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x} \quad 008) \frac{d}{dx}e^x = e^x$$

$$009) \frac{d}{dx}\log_a x = \frac{1}{x \ln a} \quad 010) \frac{d}{dx}a^x = e^x \ln a$$

Considere as funções $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciáveis em x_0 e seja $c \in \mathbb{R}$. Mostrar que

$$011) \frac{d}{dx}(cf) = c \frac{d}{dx}f \quad 012) \frac{d}{dx}(f+g) = \frac{d}{dx}f + \frac{d}{dx}g$$

$$013) \frac{d}{dx}fg = f \frac{d}{dx}g + g \frac{d}{dx}f \quad 014) \frac{d}{dx}\frac{f}{g} = \frac{g \frac{d}{dx}f - f \frac{d}{dx}g}{g^2}$$

Assumir que g não seja nula no ponto em consideração no exercício (014).

Mostrar que as seguintes funções são contínuas e não-diferenciáveis.

$$015) f(x) = |x| \quad 016) f(x) = |\sin x| \quad 017) f(x) = |\cos x| \quad 018) f(x) = \begin{cases} x & , \quad x \geq 0 \\ 0 & , \quad x < 0 \end{cases}$$

Calcular as derivadas das seguintes funções.

$$019) f(x) = x + \sin x \quad 020) f(x) = x^2 \cos x \quad 021) f(x) = x^{-1}e^x \quad 022) f(x) = x + e^{-x} \ln x$$

$$023) f(x) = \frac{3}{e^{-x}} \quad 024) f(x) = \frac{4}{x \log_3 x} \quad 025) f(x) = \ln 3 + 2x^{-1} \quad 026) f(x) = \frac{x}{\ln x}$$

$$027) f(x) = \sin x \ln x \quad 028) f(x) = 2 + \pi \cos x \quad 029) f(x) = \pi x^{-3} \quad 030) f(x) = x^{-3} \sin^2 x$$

$$031) f(x) = e^x e^x \quad 032) f(x) = \ln x + x^{-2} \quad 033) f(x) = \ln^{-1} x \quad 034) f(x) = x + e^x$$

$$035) f(x) = 2e^x \sin x \quad 036) f(x) = x \sin x \quad 037) f(x) = \frac{1}{\sin x} \quad 038) f(x) = \frac{\sin x \ln x}{\cos x}$$

$$039) f(x) = 3e^x \cos x \quad 040) f(x) = (\ln x) \cos x \quad 041) f(x) = \frac{4}{\cos x} \quad 042) f(x) = \frac{1}{x \sin x}$$

$$043) f(x) = \sin x \cos x \quad 044) f(x) = 3 - xe^x x^2 \quad 045) f(x) = \sin^2 x \quad 046) f(x) = \cos^2 x$$

$$047) f(x) = \frac{\cos x}{\sin x} \quad 048) f(x) = \frac{e^x}{x \sin x} \quad 049) f(x) = \frac{e^x \sin x}{x} \quad 050) f(x) = \ln 2 + \log_5 10$$

$$051) f(x) = \ln^2 x \quad 052) f(x) = e^{-x} + \log_5 2 \quad 053) f(x) = \sin^3 x \quad 054) f(x) = \cos^3 x$$

$$055) f(x) = \frac{1}{\ln^2 x} \quad 056) f(x) = 1 + \ln \pi + x \quad 057) f(x) = xe^x \sin x \quad 058) f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$059) f(x) = x \ln x \quad 060) f(x) = \ln 3 - \frac{\log_4 x}{x}$$