Nº da pasta: 155

Total de copias: 6

Lista de Exercícios de Introdução à Estatística

1. Um professor apresenta para os seus alunos 10 problemas, afirmando que a prova final consistirá de uma seleção aleatória de 5 delas. Se um estudante sabe resolver 7 dos problemas, qual a probabilidade que responda

   a) todos os 5 problemas

   b) ao menos 4 dos problemas.

2. Prove que se a e b são constantes, então $E[aX + b] = aE[X] + b$.

3. Para encontrar informação através da internet um usuário escolhe um de três buscadores. (-) 10% das vezes escolhe o buscador A, nesse caso uma de cada cinco vezes não encontra a informação. (-) 30% das vezes o usuário escolhe o buscador B, nesse caso a probabilidade de que ache a informação buscada é de 0,75. (-) 60% das vezes escolhe o buscador C e a chance de encontrar a informação desejada é de 0,95.

   a) Qual a probabilidade que o usuário encontre a informação?

   b) Se o usuário achou a informação, com qual destes três buscadores é mais provável que o tenha conseguido?

4. A proporção de componentes eletrônicos defeituosos em certos lotes, é uma varíavel aleatória discreta X cuja distribuição acumulada tem a seguinte forma: $F(0,01) - F(0,01^{(-)}) = 0,5$, $F(0,1) - F(0,1^{(-)}) = 0,25$ e $F(0,15) - F(0,15^{(-)}) = 0,25$. Tem-se uma grande quantidade de lotes desse tipo.

   a) Determine a função de probabilidade de X

   b) Qual a média (valor esperado) do número de componentes defeituosos por lote?

   c) Construa o gráfico da FDA.

5. No estudo de desempenho de uma central de computação, o acesso à CPU é descrito por uma variável Poisson com média de 4 requisições por segundo. Essas requisições podem ser de várias naturezas tais como: imprimir um arquivo, efetuar um cálculo, enviar uma mensagem, entre outras.

   a) escolhendo-se ao acaso um intervalo de 1 segundo, qual é a probabilidade de haver dois ou mais acessos à CPU?

   b) Considerando agora o intervalo de 10 segundos, também escolhido ao acaso, qual a probabilidade de haver 50 acessos?

6. Um robô é programado para operar mediante microprocessadores, e pode falhar em um determinado período (turno de 8 horas) independentemente dos outros turnos com probabilidade 0,2. Quando o robô falha pela segunda vez, ele é enviado para uma manutenção geral. Determinar

   a) a probabilidade de que o robô seja enviado para manutenção no máximo no quinto turno.

   b) o número esperado de turnos até ser enviado a manutenção.

7. Quantas soluções positivas (de valores inteiros) são possíveis para a equação: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 26$ (justifique)

8. Quantas soluções não negativas (valores inteiros) são possíveis para a equação: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30$ (justifique)

9. Suponha que A e B são eventos mutuamente exclusivos, com $P(A) = 0.3$ e $P(B) = 0.5$. Qual a probabilidade de

   a) Ambos A ou B ocorram.

   b) A ocorra mas B não ocorra.

   c) Ambos A e B ocorram.

10. Prove: se X é uma variável aleatória com média μ então a variância de X definida por $Var(X) = E[(x - \mu)^2]$ pode ser escrita como $Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$.

Nº da pasta: 155

Total de copias: 6

Lista de Exercícios de Introdução à Estatística

1. Um professor apresenta para os seus alunos 10 problemas, afirmando que a prova final consistirá de uma seleção aleatória de 5 delas. Se um estudante sabe resolver 7 dos problemas, qual a probabilidade que responda

   a) todos os 5 problemas

   b) ao menos 4 dos problemas.

2. Prove que se a e b são constantes, então $E[aX + b] = aE[X] + b$.

3. Para encontrar informação através da internet um usuário escolhe um de três buscadores. (-) 10% das vezes escolhe o buscador A, nesse caso uma de cada cinco vezes não encontra a informação. (-) 30% das vezes o usuário escolhe o buscador B, nesse caso a probabilidade de que ache a informação buscada é de 0,75. (-) 60% das vezes escolhe o buscador C e a chance de encontrar a informação desejada é de 0,95.

   a) Qual a probabilidade que o usuário encontre a informação?

   b) Se o usuário achou a informação, com qual destes três buscadores é mais provável que o tenha conseguido?

4. A proporção de componentes eletrônicos defeituosos em certos lotes, é uma varíavel aleatória discreta X cuja distribuição acumulada tem a seguinte forma: $F(0,01) - F(0,01^{(-)}) = 0,5$, $F(0,1) - F(0,1^{(-)}) = 0,25$ e $F(0,15) - F(0,15^{(-)}) = 0,25$. Tem-se uma grande quantidade de lotes desse tipo.

   a) Determine a função de probabilidade de X

   b) Qual a média (valor esperado) do número de componentes defeituosos por lote?

   c) Construa o gráfico da FDA.

5. No estudo de desempenho de uma central de computação, o acesso à CPU é descrito por uma variável Poisson com média de 4 requisições por segundo. Essas requisições podem ser de várias naturezas tais como: imprimir um arquivo, efetuar um cálculo, enviar uma mensagem, entre outras.

   a) escolhendo-se ao acaso um intervalo de 1 segundo, qual é a probabilidade de haver dois ou mais acessos à CPU?

   b) Considerando agora o intervalo de 10 segundos, também escolhido ao acaso, qual a probabilidade de haver 50 acessos?

6. Um robô é programado para operar mediante microprocessadores, e pode falhar em um determinado período (turno de 8 horas) independentemente dos outros turnos com probabilidade 0,2. Quando o robô falha pela segunda vez, ele é enviado para uma manutenção geral. Determinar

   a) a probabilidade de que o robô seja enviado para manutenção no máximo no quinto turno.

   b) o número esperado de turnos até ser enviado a manutenção.

7. Quantas soluções positivas (de valores inteiros) são possíveis para a equação: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 26$ (justifique)

8. Quantas soluções não negativas (valores inteiros) são possíveis para a equação: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30$ (justifique)

9. Suponha que A e B são eventos mutuamente exclusivos, com $P(A) = 0.3$ e $P(B) = 0.5$. Qual a probabilidade de

   a) Ambos A ou B ocorram.

   b) A ocorra mas B não ocorra.

   c) Ambos A e B ocorram.

10. Prove: se X é uma variável aleatória com média μ então a variância de X definida por $Var(X) = E[(x - \mu)^2]$ pode ser escrita como $Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$.

11. Mostre que se A e B são independentes, também A e B^c são independentes.

12. Um sistema é composto por componentes c_1, c_2 e c_3 de modo que funciona se e somente se, pelo menos dois de estes três componentes funcionam. Dados os eventos F_i: o componente c_i funciona, $i = 1, 2, 3$ e conhecendo-se as seguintes probabilidades: $P(F_1 \cap F_2) = 0,55$, $P(F_1 \cap F_2 \cap F_3) = 0,3$, $P(F_1 \cap F_2^c \cap F_3) = 0,2$ e $P(F_1^c \cap F_2 \cap F_3) = 0,1$. Determine a confiabilidade do sistema.

13. No canal de comunicação binário, um sinal só pode tomar dois valores (0 ou 1). No entanto, devido ao ruído, um sinal transmitido como 0 pode ser recebido como 1 ou um sinal transmitido como 1 pode ser recebido como 0. A probabilidade de que um sinal que se transmite como 0 se receba como 0 é $0,99$, se o sinal foi transmitido como 1, a probabilidade de que se receba como 1 é $0,95$. Sabe-se que a probabilidade de que se transmita um 0 é de $0,75$.

    a) Determine a probabilidade de se transmitir e receber o sinal 1.

    b) Determine a probabilidade de transmitir o sinal 0 e receber o sinal 1.

    c) Qual a probabilidade de receber o sinal igual a 1?

    d) Foi recebido um sinal 1, qual a probabilidade de que o sinal 1 foi o sinal transmitido?

14. Uma variável aleatória X tem a seguinte função de distribuição:

21/03

$$F(x) = \begin{cases} 0, & se \quad x < 10 \\ 0,2 & se \quad 10 \leq x < 12 \\ 0,5 & se \quad 12 \leq x < 13 \\ 0,9 & se \quad 13 \leq x < 25 \\ 1 & se \quad x \geq 25 \end{cases}$$

    a)Determine a função de probabilidade de X,

    b) $P(X = 12)$

    d) $P(12 \leq X \leq 20)$

    e) Calcule $E[X]$

15. Numa central telefônica, o número de ligações recebidas por minuto é descrita por uma variável Poisson com média de 4 ligações por minuto.

    a) escolhendo-se ao acaso um intervalo de 1 minuto, qual é a probabilidade de haver dois ou mais ligações?

    b) Considerando agora o intervalo de 10 minutos, também escolhido ao acaso, qual a probabilidade de haver 50 ligações?

16. Se $E[X] = 1$ e $Var(X) = 5$, encontre:

    a) $E[(2 + X)^2]$

    b) $Var(4 + 3X)$

17. Em uma prova de múltipla escolha com 3 respostas possíveis para cada uma das 5 questões,

    a) qual a probabilidade de que um estudante responda corretamente 4 ou mais questões "adivinhando"?

    b) qual o número esperado de respostas corretas?

18. A duração (em anos) de um componente eletrônico pode ser considerada como uma variável aleatória X com função de densidade $f(x) = 0,1e^{-0.1x}$, $x > 0$.
    a) Se a garantia for de um ano para qualquer componente, que porcentagem dos componentes serão trocadas?
    b) Calcule a média da duração dos componentes.

c) Calcule a Funçaõ de Distribuição Acumulada da variável aleatória X.
d) Considere a seguinte função de utilidade para as componentes:

$$g(X) = \begin{cases} -100, & \text{se } X \leq 1, \\ 200, & \text{se } X > 1; \end{cases}$$

qual seria neste caso a utilidade esperada do fabricante?
e) mostre que $P(X > t + h \,/\, X > t) = P(X > h)$, $\forall\, h > 0$, $\forall t > 0$. (falta de memória)

19. A voltagem suministrada por uma fonte geradora no instante t é dado por $X_t = a\,cos(wt + \Theta)$, com a e w constantes e Θ uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo $[-\pi,\ \pi]$. Calcule o valor esperado desta voltagem.

20. A distribuição da resistência de resistores de um tipo específico é normal, 10% de todos os equipamento apresentam resistência maior que 10,256 ohms e 5% menor que 9,671 ohms. Quais são os valores da média e do desvio padrão da distribuição das resistências?

N

21. Seja a população formada por $\{2, 4, 4, 6\}$. Considere todas as amostras (com reposição) de tamanho 2
a) Encontre a distribuição de $\bar{x}$.
b) Verifique se $\bar{x}$ é ou não um estimador viesado de μ.
c) Verifique que $S^2 = \sum_{i=1}^{2} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ é um estimador não viesado de σ^2.

22. Um sistema em série está integrado por dois componentes: O tempo de vida (em anos) do primeiro é X e do segundo é Y. A função de densidade conjunta de X e Y é

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-2y} & , \quad 0 < x < 2y, \\ 0 & , \quad \text{c.c .} \end{cases}$$

a) calcule a confiabilidade do sistema para o período de um ano.
b) encontre a densidade marginal de X.
c) encontre a densidade condicional de Y dado X.

23. Um canal de comunicação para o qual o sinal (transmitido o recebido) pode tomar quatro valores, 0, 1, 2 ou 3. No entanto, devido ao ruído, um sinal transmitido pode se receber com outro valor. Suponha que para um canal deste tipo, a distribuição de probabilidade conjunta de X, (valor do sinal transmitido), e Y, (valor do sinal recebido), esta dada por:

F

x \ y	0	1	2	3
0	0,28	0,04	0,04	0,04
1	0,03	0,21	0,03	0,03
2	0,02	0,04	0,12	0,02
3	0,03	0,02	0,01	0,04

a) Determine a probabilidade de transmitir e receber o mesmo valor do sinal.
b) Determine a probabilidade de receber um 0.
c) Foi recibido um sinal 0. Determine a distribuição dos valores transmitidos
d) Encontre as distribuições marginais de X e Y
e) Encontre a distribuição da soma $X + Y$.
f) Calcule a Covariância de X, Y

24. A poupança dos habitantes de uma cidade (medida em milhares de reais) é considerada uma variavel aleatória contínua, X, cujo modelo probabilístico esta determinado pela regra $f(x) = x^2/9$, $0 \leq x \leq 3$.
a) que porcentagem dos habitantes de esta cidade poupam mais de mil reais?

b) qual é a poupança média dos habitantes?

c) Segundo as autoridades, o consumo dos habitantes da cidade em função da popupança, esta dado por $Y = 1 + 4X$. Determine a densidade de Y.

25. Se $P(A \cap C/B) = 0,1,\ P(A \cap C^c/B) = 0,2$, encontre $P(A/B)$.

26. Um sistema de proteção contra-incêndios tem dois componentes básicos, um de detecção e outro de extinção, o primeiro envía um aviso ao segundo componente, quando detecta algum sinal de incêndio (fumaça ou um posível aumento da temperatura); o segundo, apenas quando o primeiro da o aviso, ativa os alarmes e os extintores. Por experiência sabe-se que existe uma probabilidade de 0,1 de apresentarse algum sinal de incêndio, neste caso os componentes sempre atuam; no entanto, quando não se apresentam estes sinais existe uma probabilidade de 0,01 de que o componente de detecção envíe um aviso ao componente de extinção que, neste caso, ativa os alarmes e os extintores com uma probabilidad de 0,05. Encontre a probabilidade de que o sistema de proteção contra incendios responda incidentalmente, i.e, na ausência dos sinais de incendio.

27. Se $P(A \cap B^c \cap C) = 0,8$ e $P(A \cap B^c \cap C \cap D^c) = 0,5$.

    [a)]Encontre $P(A \cap B^c \cap C \cap D)$.

    [b)]Encontre $P(A^c \cup B \cup C^c \cup D^c)$.

28. O tempo de resposta (em segundos) de um procedimento (tiempo que demora o procedimiento realizar o pedido) é uma variável aleatória, X, com função densidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{57}{40} - \frac{51(x-1)^2}{10}; & 0,5 < x < 1,5. \\ 0; & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

    [a)] Determine a probabilidade de que o tempo de resposta esteja entre 0,8 s e 1 s.

    [b)] Encontre o promédio e o desvio padrão do tempo de resposta do processo.

    [c)] Determine $P(|X - \mu_X| < 2\,\sigma_X)$.

29. A ocorrência de certo evento catastrófico para a economía ocorre de acordo com un proceso de Poisson con uma taxa de um a cada cinco anos.

    [a)] Determine a probabilidade de que num período de dez anos não ocorra mais de duas vezes este evento catastrófico.

    [b)] Encontre a probabilidade de que num período de cinco anos, ocorra mais de duas vezes este evento catastrófico.

    [c)] Um projeto deve executarse durante um período de dez anos. Se este evento não se apresenta durante o período de execução do projeto, o custo é de 200 unidades monetarias (u.m.); em outro caso este custo incrementa-se em 100 u.m. por cada unidade de tempo faltante até completar a execução do projeto. Determine o valor esperado do custo de execução do projeto.

    [d)] Qual a probabilidade que pasem mais de 20 anos até que ocorra três vezes dito evento?

30. para a variável X com distribuição exponencial de parâmetro λ mostre que $P(X > t + h \;/\; X > t) = P(X > h),\ \forall\, h > 0,\ \forall t > 0$. (falta de memória)

31. Se o comprimento da rosca de um parafuso tem distribuição normal com média 5cm. e a empresa que as produz considera como aceitáveis os parafusos que cujas medidas estão não mais do que 45% ao redor da média. Quais então são os limites para os tamanhos aceitáveis?

32. Sejam P, Q e R probabilidades tais que para cada evento A de Ω : $Q(A) = P(A/B)$ e $R(A) = Q(A/C)$. Demonstre que para cada evento A : $R(A) = P(A/B \cap C)$.

33. Para converter os sinais digitais em analôgicas, para sua transmissão, usa-se um de três modems disponiveis: m_1, m_2 y m_3. Por experiência, sabe-se que a probabilidade de usar m_1 é de 0,2 e de 0,45, a de usar m_2. Também sabe-se as seguintes probabilidades: 0,01, a de usar m_1 e efectuar mal a conversão, 0,1, a de usar m_2 e realizar bem a conversão e 0,3, a de usar m_3 e efetuar mal a conversão. Qual é a probabilidade de realizar mal la conversão?

34. Admite-se que cada pneu dianteiro de um determinado tipo de veículo deve ter pressão de 26psi. Suponha que a pressão real em cada pneu seja uma variável aleatória X para o pneu direito e Y para o esquerdo, com função densidade conjunta:

$$f(x,y) = \begin{cases} K(x^2+y^2) & , \quad 20 \leq x \leq 30,\ 20 \leq y \leq 30 \\ 0 & , \quad \text{c.c .} \end{cases}$$

a) Qual é o valor de K?
b) Qual é a probabilidade de os dois pneus estarem com pressão inferior à ideal?
c) determine a distribuição marginal da pressão de ar do Pneu direito
d) São X e Y independentes?

35. Suponha que o tempo de espera de um onibus no período da manhã é uniformemente distribuido entre $[0,5]$, o tempo de espera por esse ônibus à tarde é uniformemente distribuido entre $[0,10]$ e independente do período da manhã.
a) Se você pegar o ônibus cada manhã e tarde durante uma semana, qual o tempo total de espera. [dica: defina variáveis aleatórias $X_1, ..., X_5$,(para as manhãs) e $X_6, ..., X_{10}$ para as tardes]
b) Qual a variância do tempo total de espera?

36. A corporação MNM tomará aos seus empregados um teste de aptidão. Os scores do teste são normalmente distribuidos com média 75 e desvio padrão 15. Uma amostra de 25 indivíduos é tomada da população de 500.
a) Qual o valor esperado e o desvio padrão da $\bar{x}$?
b) Qual a probabilidade que o score médio do teste aplicado na amostra esté entre 70.14 e 82.14?
c) Encontre o valor C tal que $P(\bar{x} \geq C) = 0,015$

37. Seja a população formada por $\{1,3,4,5\}$. Considere todas as amostras (com reposição) de tamanho 2
a) Encontre a distribuição de $\bar{x}$.
b) Verifique se $\bar{x}$ é ou não um estimador viesado de μ.

38. Dois componentes de um minicomputador tem a seguinte fdp conjunta para seus tempos de vida útil X e Y:

$$f(x,y) = \begin{cases} xe^{-x(1+y)} & , \quad x \geq 0 \text{ } and \text{ } y \geq 0, \\ 0 & , \quad \text{c.c .} \end{cases}$$

a) Qual é a probabilidade que o tempo de vida X do primeiro componente seja maior do que 3?
b) Encontre as fdp marginais de X e Y. São independentes? (explique)
c) Qual a probabilidade que o tempo de vida de ao menos um componente seja maior do que 3?

39. Seja a população formada por $\{2,4,4,6\}$. Considere todas as amostras (com reposição) de tamanho 2
a) Encontre a distribuição de $\bar{x}$.
b) Verifique se $\bar{x}$ é ou não um estimador viesado de μ.

40. Bastien Inc. é uma fábrica de pequenos automóveis cujo consumo médio é de 50 milhas por galão de gasolina em estradas. A fábrica desenvolveu um motor mais eficiente para seus automóveis e agora anuncia que o novo automóvel consome menos, i.e, um galão rende mais do que 50 milhas em estradas. Um teste independente provou 36 destes automóveis e o consumo médio foi de 51.5 milhas por galão, com desvio padrão de 6 milhas por galão.
a) Com significância de 0,05, estabeleça as hipóteses e teste a veracidade da propaganda.

41. Abby e Bianca marcaram para lanchar entre o meiodia e as 13 horas. Denotando o tempo de chegada de Abby por X e o tempo de chegada de Bianca por Y, supondo que X e Y são independentes com fdp $f_X(x)$ e $f_Y(y)$

$$f_X(x) = \begin{cases} 3x^2 & , \quad 0 \leq X \leq 1, \\ 0 & , \quad \text{c.c .} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} 2y & , \quad 0 \leq Y \leq 1, \\ 0 & , \quad \text{c.c .} \end{cases}$$

a) determine o tempo médio de espera (o tempo que um indivíduo espera pelo outro em média ou valor esperado). [dica: $h(X,Y) = |x - y|$, considere isto também para o dominio de variação]