

Prova de Recuperação — Data: 25 jul. 2013

1. [2,0 pontos] Uma empresa produz componentes elétricos (por exemplo, lâmpadas, relés ou resistores) em 3 fábricas distintas,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ , responsáveis, respectivamente, por 50%, 30% e 20% de sua produção total. Suponha que as probabilidades de se manufaturar um componente defeituoso em cada uma das fábricas são, respectivamente, 2%, 5% e 1%.

- (a) Se um componente fabricado por essa empresa for escolhido ao acaso, qual é a probabilidade de que ele seja defeituoso?
- (b) Se um componente escolhido ao acaso for defeituoso, qual é a probabilidade de que ele tenha sido manufaturado na fábrica  $F_3$ ?

RESPOSTA:

a)  $((50/100) \cdot (2/100) + (30/100) \cdot (5/100) + (20/100) \cdot (1/100))$

b)  $P(F_3/D) = (P(D/F_3) \times P(F_3)) / P(D) = (0,01 \cdot 0,2) / 0,027 = 0,0074$

**Resolução (Paulinho)**

a) É necessário multiplicar as produções das fábricas pela prob. de fabricar um componente defeituoso em cada uma delas.

$P(D)$  = probabilidade de manufaturar um componente com defeito

$$P(D) = P(F_1) \times P(D|F_1) + P(F_2) \times P(D|F_2) + P(F_3) \times P(D|F_3)$$

$$P(D) = 0.5 \times 0.02 + 0.3 \times 0.05 + 0.2 \times 0.01 = 0.027 = \mathbf{2,7 \%}$$

b) Pela regra de bayes, temos:

$$P(F_3|D) = P(F_3 \cap D) / P(D)$$

$$= P(D|F_3) / P(D)$$

$$= P(D|F_3) \times P(F_3) / P(D)$$

$$= (0.01 \times 0.2) / 0.027 = 0.074 = \mathbf{7.4\%}$$

tores) em 3 fábricas distintas,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ , responsáveis, respectivamente, por 50%, 30% e 20% de sua produção total. Suponha que as probabilidades de se manufacturar um componente defeituoso em cada uma das fábricas são, respectivamente, 2%, 5% e 1%.

- (a) Se um componente fabricado por essa empresa for escolhido ao acaso, qual é a probabilidade de que ele seja defeituoso?
- (b) Se um componente escolhido ao acaso for defeituoso, qual é a probabilidade de que ele tenha sido manufacturado na fábrica  $F_3$ ?

2. [4,0 pontos] Uma amostra de dez casais e seus respectivos salários anuais (em salários-mínimos) foi colhida numa determinada região e os dados aparecem na tabela abaixo.

Homem (X)	10	10	10	15	15	15	15	20	20	20
Mulher (Y)	5	10	10	5	10	10	15	10	10	15

$10 \cdot 3$   
 $15 \cdot 4$   
 $20 \cdot 3$

$5 \cdot 2$   
 $10 \cdot 6$   
 $15 \cdot 2$

- (a) Encontre o salário anual médio dos homens e seu desvio padrão.
- (b) Encontre o salário anual médio das mulheres e seu desvio padrão.
- (c) Construa o diagrama de dispersão para as variáveis  $X$  e  $Y$ .
- (d) Encontre o coeficiente de correlação entre os salários anuais dos homens e das mulheres.

3. [2,0 pontos] Uma máquina empacotadeira produz pacotes com massas ("pesos") distribuídas

RESPOSTA (Paulinho)

a) Precisamos montar a tabela para homens (X):

Salarios	Freq
10	3
15	4
20	3
total: 10	

$$\text{Salário médio anual (X)} = 10 \cdot 3 + 15 \cdot 4 + 20 \cdot 3 / 10 = 15$$

$$\text{Desvio padrão: (raiz quadrada de: } 3 \cdot (10-15)^2 + 4 \cdot (15-15)^2 + 3 \cdot (20-15)^2 / 10 = 3,872$$

b) Precisamos montar a tabela para mulheres (Y):

Salarios	Freq
5	2
10	6
15	2
total: 10	

$$\text{Salário médio anual (X)} = 5 \cdot 2 + 10 \cdot 6 + 15 \cdot 2 / 10 = 10$$

$$\text{Desvio padrão: (raiz quadrada de: } 2 \cdot (5-10)^2 + 6 \cdot (10-10)^2 + 2 \cdot (15-10)^2 / 10 = 3,162$$

3. [2,0 pontos] Uma máquina empacotadeira produz pacotes com massas (“pesos”) distribuídas normalmente com média  $\mu$  e desvio padrão 25 g.

- (a) Quanto deve valer  $\mu$  para que apenas 10% dos pacotes tenham menos do que 1000 g?
- (b) Para o valor de  $\mu$  encontrado no item (a), qual é a probabilidade de que a massa total de 5 pacotes escolhidos ao acaso seja inferior a 5 kg?

RESPOSTA:

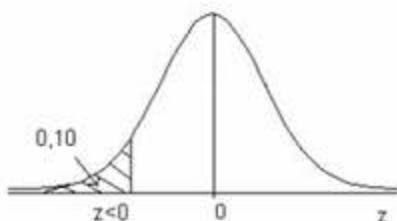
Trocar os valores

Seja  $X$ : peso dos pacotes obtidos por essa máquina. Então  $X \sim N(\mu, 10^2)$ .

(a) (0,5 ponto)

Temos que 10% dos pacotes têm menos de 500g, assim temos a seguinte relação,

$$P(X < 500) = 0,10 \Leftrightarrow P(Z < \frac{500 - \mu}{10}) = 0,10$$



Da tabela, temos que  $z = \frac{500 - \mu}{10} = -1,28$ . Logo  $\mu = 500 + 12,8 = 512,8$ .

Portanto, com a máquina assim regulada, o peso médio deve ser  $\mu = 512,8$  g. Assim, a distribuição da máquina de empacotar um determinado produto é dada por  $X \sim N(512,8; 10^2)$ .

4. [2,0 pontos] Qual deve ser o tamanho de uma amostra cujo desvio padrão é 10 para que a diferença da média amostral para a média da população, em valor absoluto, seja menor que 1 com coeficiente de confiança igual a (a) 95% e (b) 99%?

RESPOSTA:

**95% → 1,96**

**99% → 2,575**

$$(a) \quad P(|\bar{X} - \mu| < e) = \gamma \Leftrightarrow P\left(-\frac{e}{s/\sqrt{n}} < \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} < \frac{e}{s/\sqrt{n}}\right) = \gamma \Leftrightarrow \frac{e}{s/\sqrt{n}} = z(\gamma) \Leftrightarrow n = \left(\frac{z(\gamma)s}{e}\right)^2$$

$$n = \left(\frac{1,96 \times 10}{1}\right)^2 = 384,16 \cong 385.$$

$$(b) \quad n = \left(\frac{2,576 \times 10}{1}\right)^2 = 663,58 \cong 664.$$