

Terceira Lista de Cálculo 2

Sistemas de Informação

EACH – USP

1ª Questão. Determine se os pontos a seguir estão alinhados.

a) $A = (5, 1, 3), B = (7, 9, -1), C = (1, -15, 11)$

b) $P = (0, 3, -4), Q = (1, 2, -2), R = (3, 0, 1)$

2ª Questão. Determine a equação da esfera com centro em $(0, 1, -1)$ e raio **4**. Qual é a intersecção dessa esfera com o plano xy ?

3ª Questão. Mostre que a equação representa uma esfera e determine seu centro e raio.

a) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 8y - 4z = 28$

b) $x^2 + y^2 + z^2 = x + y + z$

4ª Questão.

a) Mostre que o ponto médio do segmento de reta que liga $P = (a, b, c)$ a $Q = (u, v, w)$ é $(\frac{a+u}{2}, \frac{b+v}{2}, \frac{c+w}{2})$.

b) Encontre o comprimento da mediana do triângulo com vértices em $(1, 2, 3), (-2, 0, 5), (4, 1, 5)$.

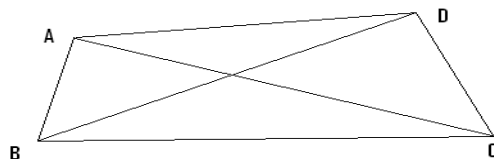
5ª Questão. Escreva cada combinação de vetores como um único vetor.

a) $\vec{AB} + \vec{BC}$

c) $\vec{BC} - \vec{DC}$

b) $\vec{CD} + \vec{DA}$

d) $\vec{DA} + \vec{BC} + \vec{CD}$



6ª Questão. Determine a equação do conjunto de pontos equidistante dos pontos $A = (-1, 5, 3)$ e $B = (6, 2, -2)$.

7ª Questão.

a) Para que valores de b são os vetores $(-6, b, 2)$ e (b, b^2, b) ortogonais?

b) Para que valores de c o ângulo entre os vetores $(1, 2, 1)$ e $(1, 0, c)$ é igual a 60° ?

8ª Questão. Determine o vetor projeção de \vec{u} sobre \vec{v} :

a) $\vec{u} = (2, 3)$ e $\vec{v} = (4, 1)$.

b) $\vec{u} = (4, 2, 0)$ e $\vec{v} = (1, 1, 1)$.

c) $\vec{u} = \vec{i} + \vec{k}$ e $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$.

9ª Questão. Suponha que \vec{u} e \vec{v} são vetores não nulos. Sob quais circunstâncias $\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \text{proj}_{\vec{v}} \vec{u}$?

10ª Questão. Calcule o ângulo entre a diagonal de um cubo e uma de suas arestas.

11ª Questão. Determine o produto vetorial $\vec{u} \times \vec{v}$:

$\vec{u} = (1, -1, 0)$ e $\vec{v} = (3, 2, 1)$

$\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e $\vec{v} = \vec{j} + 2\vec{k}$



Escola de Artes, Ciências e Humanidades

12ª Questão. Dê um exemplo para mostrar que o produto vetorial não é associativo.

13ª Questão. Determine dois vetores unitários que sejam ortogonais tanto a $(1, -1, 1)$ e $(0, 4, 4)$.

14ª Questão. Determine:

a) Um vetor ortogonal ao plano que passa pelos pontos $P = (0, 0, 0)$, $Q = (1, -1, 1)$ e $R = (4, 3, 7)$.

b) A área do triângulo PQR .

15ª Questão. Calcule o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $(1, 0, 6)$, $(2, 3, -8)$ e $(8, -5, 6)$.

16ª Questão. Utilize o produto misto para verificar se os vetores $2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} - \vec{j}$ e $7\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ são coplanares.

17ª Questão. Determine as equações paramétricas e na forma simétrica da reta que passa pelos pontos $(3, 1, -1)$ e $(3, 2, -6)$.

18ª Questão. Mostre que a reta que passa pelos pontos $(2, -1, -5)$ e $(8, 8, 7)$ é paralela à reta que passa pelos pontos $(4, 2, -6)$ e $(8, 8, 2)$.

19ª Questão. Determine a equação do plano:

a) Que passa pelo ponto $(6, 3, 2)$ e é perpendicular ao vetor $(-2, 1, 5)$.

b) Que passa pela origem e é paralelo ao plano $2x - y + 3z = 1$.

c) Que passa pelo ponto $(6, 0, -2)$ e contém a reta $x = 4 - 2t, y = 3 + 5t, z = 7 + 4t$.

20ª Questão. Determine o ponto dado pela intersecção da reta $x = 1 + t, y = 2t, z = 3t$ e o plano $x + y + z = 1$.

21ª Questão. Determine a distância do ponto $(2, 8, 5)$ ao plano $x - 2y - 2z = 1$.

22ª Questão. Determine a distância entre os planos paralelos $z = x + 2y + 1$ e $3x + 6y - 3z = 4$.

23ª Questão. Esboce o gráfico da curva cuja equação vetorial é dada por:

a) $r(t) = (t^4 + 1, t)$

b) $r(t) = (t, -t, 2t)$

c) $r(t) = (\sin t, 3, \cos t)$

24ª Questão. Mostre que a curva com equações paramétricas $(t \cos t, t \sin t, t)$ está na superfície dada por $z^2 = x^2 + y^2$. Use este fato para esboçar a curva.

25ª Questão. Esboce o gráfico da curva plana definida pela equação vetorial e determine o vetor tangente à ela no ponto dado.

a) $r(t) = (\cos t, \sin t), t = \pi/4$

b) $r(t) = e^t \vec{i} + e^{-2t} \vec{j}, t = 0$

26ª Questão. Determine o ponto de intersecção das retas tangentes à curva

$r(t) = (\sin t, \sin 2t, t)$

Algumas respostas. 1)a)Sim b)Não 2) $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 16$ 3)a) $(-1, -4, 2)$, 7 b) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $\sqrt{3}/2$

4)b) $(\frac{\sqrt{85}}{2}, \frac{5}{2}, \frac{\sqrt{94}}{2})$ 6) $14x - 6y - 10z = 9$ 8)a) $(\frac{22}{13}, \frac{33}{13})$ b) $(\frac{6}{5}, \frac{3}{5}, 0)$ c) $(\vec{i} + \vec{k})/2$ 10) $\cos^{-1} 1/\sqrt{3}$ 11)a)

$-\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ b) $3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ 14)a) $(-10, -3, 7)$ b) $\sqrt{158}/2$ 15)226 17)

$x = 3, y = 1 + t, z = -1 - 5t; x = 3, y - 1 = (z + 1)/(-5)$ 19)a) $-2x + y + 5z = 1$ b) $2x - y + 3z = 0$

c) $33x + 10y + 4z = 190$ 20) $(1, 0, 0)$ 21) $25/3$ 22) $7\sqrt{6}/18$

Boa sorte!