

Lista de exercícios- Matrizes Vetores e Geometria Analítica
Prof. Dr. Helton Hideraldo Bísaro

1. Verifique se as transformações abaixo são lineares

- (a) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, T(x, y, z) = x + 5y - z$;
- (b) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, T(x, y, z) = x + 5y - z + 1$;
- (c) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, T(x, y, z) = x^2 + 5y - z$;
- (d) $T : \mathbb{P}_n(t) \rightarrow \mathbb{P}_n(t), T(p) = p' + p''$;

2. Determinar o núcleo das transformações lineares abaixo: representa-as graficamente

- (a) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, T(x, y) = y + 2x$;
- (b) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, T(x, y, z) = z - 2x$;
- (c) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(x, y) = (2x + 2y, x + y)$;
- (d) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(x, y) = (x + y, x - y)$;
- (e) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, T(x, y, z) = (z - x, z - 2x, z - 3x)$;

3. Determinar base para o núcleo e para a imagem das transformações lineares abaixo

- (a) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, T(x, y, z) = (x + y, 2x + y, 3x + y)$;
- (b) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, T(x, y) = y + 2x$;
- (c) $T : \mathbb{P}_2(t) \rightarrow \mathbb{P}_2(t), T(p) = p'$;
- (d) $T : \mathbb{P}_2(t) \rightarrow \mathbb{P}_2(t), T(p) = p' + p''$;

4. Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ uma transformação linear tal que $T(1, 0, 0) = (2, 3, 1)$; $T(1, 1, 0) = (5, 2, 7)$ e $T(1, 1, 1) = (-2, 0, 7)$

- (a) Encontre $T(x, y, z)$ para $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$;
- (b) T é sobrejetora? Justifique;
- (c) T é injetora? Justifique;
- (d) T é bijetora? Justifique;

5. Seja $T : U \rightarrow V$ uma transformação linear e $\dim(U) > \dim(V)$. prove que existe um vetor não nulo $u_0 \in U$ talque $T(u_0) = e$;