UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL – UCS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA – CCET
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA – DEIN
PROFA. MÁRCIA RODRIGUES NOTARE

Respostas da Lista de Exercícios 9

1. a) #A = 26
   b) #B = 5
   c) #C = 0

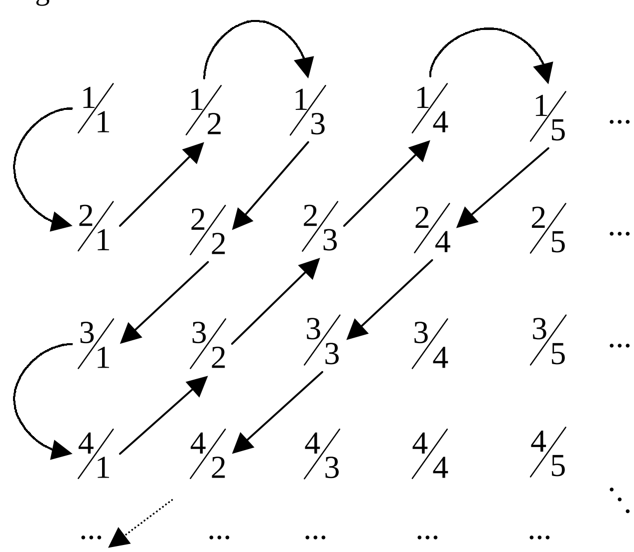
2. a) #A = $\aleph_0$, pois existe uma função bijetora f: N $\rightarrow$ A tal que $f(n) = 10n$
   b) #B = $\aleph_0$, pois existe uma função bijetora f: N $\rightarrow$ B tal que $f(n) = n + 5$

3. a) #A = 7
   b) #B = 0, pois não há número que satisfaça as equações $x^2 = 25$ e $3x = 6$, simultaneamente.
   c) #P(A) = $2^4 = 16$

4. Para mostrar que #P = $\aleph_0$, precisamos encontrar uma função bijetora f: N $\rightarrow$ P. Seja $f(n) = 2n$. Logo, como existe uma bijeção entre P e N, eles possuem a mesma cardinalidade e, portanto, #P = $\aleph_0$.

5. $Z_+ = \{1, 2, 3, 4, ...\}$. Para mostrar que Z_+ é enumerável, precisamos encontrar uma função bijetora f: $Z_+ \rightarrow$ N. Seja $f(n) = n$.

6. Precisamos mostrar uma forma de "enumerar" Q, ou seja, relaciona-los com N. Podemos organiza-los da seguinte forma:

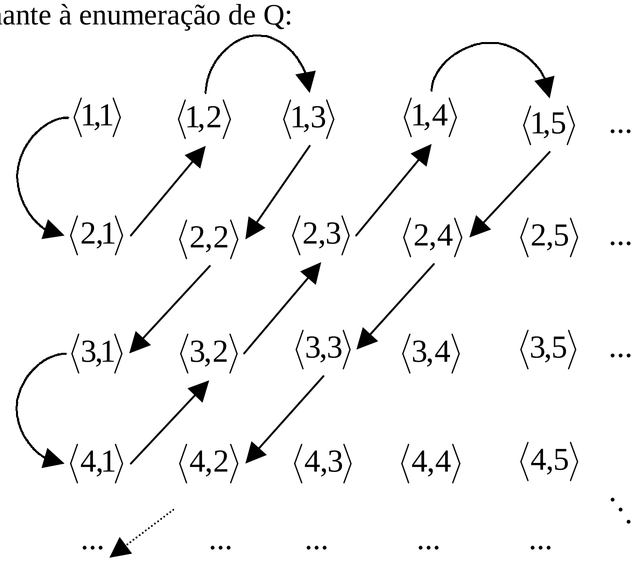


Eliminando as frações que podem ser simplificadas, temos a seguinte enumeração: $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \ldots$
E, como Q é enumerável, #Q = $\aleph_0$.

7. Temos que Z = {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...}. Para mostrar que Z é enumerável, basta encontrar uma função bijetora f: N $\rightarrow$ Z. Seja f tal que:

$$f(n) = \begin{cases} \dfrac{n}{2} & \text{se } n \text{ é par} \\ -\dfrac{n+1}{2} & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$$

8. Precisamos mostrar uma forma de “enumerar” N x N, ou seja. Podemos organiza-los de forma semelhante à enumeração de Q:



9. Para mostrar que #P = #S, é suficiente mostrar que S é não-contável. Portanto, precisamos encontrar uma função bijetora f: S $\longrightarrow$ I, onde I = (0, 1). Seja f tal que:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{2x} - 1 & \text{se } 0 < x < \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{2(x-1)} + 1 & \text{se } \dfrac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$$

Portanto, #S = #P.