correção da prova

questão número 2 (3,8,1)

$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$ $\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}$ → dica da questão 3.8.1

3.8.2 $-(a+b)^n = \dots$

$(1-1)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k = 0^n = 0$

questão número 3

$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 0$ $(1+1)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$

k par
k ímpar

$2^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$

$\sum_{\substack{k=0 \\ k \text{ par}}}^{n} \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{1+(-1)^k}{2} = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2}\binom{n}{k} + \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{2}\binom{n}{k}$

quando k par, vale 1, quando ímpar dá zero

$= \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} + \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = \frac{1}{2}2^n + \frac{1}{2}\cdot 0 = 2^{n-1}$

questão 4 se $n \neq m \Rightarrow F_n, F_m$ são coprimos

ex: 15 e 7 são coprimos

os números de fermat são ímpares e em geral não são primos.

$$F_n = \prod_{k=1}^{n-1} F_k + 2$$

supondo que $m > n$

se $F_m = \prod_{k=1}^{m-1} F_k + 2 \Rightarrow F_m = F_1 \cdot F_2 F_n F_{m-1} + 2$

se existe um valor que divide o produto, também divide a diferença.

$F_m - F_1 \cdot F_2 \cdot F_n \cdot F_{m-1} = 2$

os números são ímpares, não podem ser divisíveis por 2.

questão 5

$$f(x) = \frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{(x+1)(x-1)} \qquad g(x) = \sqrt{1+x}$$

$$D(f) = \{ x \in \mathbb{R} / x \neq \pm 1 \} \qquad 1+x \geq 0$$

$$x \geq -1$$

questão 6 - domínio da função composta $f \circ g(x) = f(\sqrt{1+x}) = \frac{1}{(\sqrt{1+x})^2 - 1} =$

$$\frac{1}{1+x-1} = \frac{1}{x} \qquad D(f \circ g) = \{ x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \}$$

questão 7

$$\lim_{x \to 1} \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1} \longrightarrow \frac{1}{2}$$

questão 8

$$\lim_{x\to 1} \frac{1-x}{\sqrt{x}-1} = \frac{1-x}{\sqrt{x}-1}\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{(1-x)(\sqrt{x}+1)}{x-1} = -(\sqrt{x}+1) = -2$$

questão 9

$$\lim_{x\to 0} \frac{-x}{\operatorname{sen}(2x)} = \frac{-(2x)}{2\operatorname{sen}(2x)} = -\frac{1}{2}$$

questão 10

$$H = \left\{ \frac{p}{q} \; ; \; p, q \text{ polinômios} \right\}, (+, \cdot)$$

a) H é um corpo, precisa ter soma e produto mais as prop de 1 a 9

b) é um corpo e pode ser ordenado

$$P = \left\{ \frac{p}{q} \;/\; p = p_n x^n + \cdots \;,\; q = q_m x^m + \cdots \right\}$$

p_n e q_m tem igual sinal se n e m tem mesmo valor.

d) o corpo é ordenado mas não é arquimediano

se $a = \frac{n}{1}$, $b = \frac{x}{1}$ $\quad b - a = \frac{x-n}{1} \in P \quad b > a$, $\frac{x}{1} > \frac{n}{1} \; \forall n$

extremos de máximos e mínimos (24)

24.4.1 pontos críticos $x / f'(x) = 0$

24.5

~~24.6~~ (não)

24.7

24.8