

```

bool remove (int k){
    int i, tmp;
    i = h(k);
    while (T[i] > k){
        i = rh(i);
    }
    if (T[i] == k){
        T[i] = -1; // recebe -1 e vai para as próximas, para que sejam ordenadas no
                  // lugar certo.
        i = rh(i);
        while (T[i] != -1){
            tmp = T[i];
            T[i] = -1;
            insert(tmp);
            i = rh(i);
        }
        return true;
    }
    return false;
}

```

### Melhoria com uso de memória adicional

Bit visitado  $\rightarrow$  não ordenado.

$\rightarrow$  Use um bit a mais por cada posição da tabela. Inicialmente todas elas valem zero.

Durante a inserção de uma chave  $K$ , se ele colide numa posição cujo bit vale 0, ele atualiza para 1

0	10	
1		
2	12	0
3	33	1

buscando 52. Chega na pos. 2 e verifica  
valor = 12  $\neq$  52 e bit = 0.  $\rightarrow$

não foi feito mais  
nenhum rehash e portanto 52  
não existe.

Na busca por uma determinada chave  $k$ , se  $k$  não ~~estivesse~~ estiver na Tabela, basta procurar até encontrar um bit  $= 0$ .

Pois se  $k$  estivesse, ela teria colidido naquela posição em particular e aquele bit valeria 1.

## Técnica do Predictor

- gasta um inteiro a mais p/ cada pos. de mem. usando rehash linear

• Definimos uma função chamada  $Prb(j, k)$ , que calcule diretamente o valor  $j$ , que é um rehash da chave  $k$ .

### Exemplo

$$Prb(0, k) = h(k)$$

$$Prb(1, k) = (h(k) + c) \% T_s$$

$$Prb(2, k) = (h(k) + 2c) \% T_s$$

⋮

$$Prb(j, k) = (h(k) + jc) \% T_s$$

- 
- Definimos um vetor do mesmo tamanho da Tabela chamada de  $Prd[]$
  - Inicialmente  $Prd[i] = 0$  para todo  $i$ .
  - Durante a inserção de uma chave  $k$ , seja  $j$  o menor inteiro, tal que  $Prd[Prb(j, k)] = 0$ . Digamos que após mais alguns rehashes  $k$  é inserido na pos.  $prb(p, k)$ .
  - O valor de  $Prd[prb(j, k)]$  é atualizado p/  $P-j$
  - Ao fazer ~~isto~~ a busca por  $k$  e chegar na pos.  $Prb(j, k)$  a próx. pos. consultada é  $Prb(j + Prd[Prb(j, k)]) = Prb(p, k)$

## Melhorias com adição de memória

## Tabela Hash encadeada

Gasta um inteiro a mais para cada posição de memória

	-1
13	9
25	→
8	6
18	7
33	-1

- Não tem função de rehash;
- uma variável "global" controla a próxima posição de mem na tabela.
- Os elementos que colidem são organizados numa ~~tabela~~ lista encadeada

Exercício

↳ escrever o código para inserir e remover elementos de uma tabela hash encadeada

```
int disp = randomNumber; // dentro do Range da tabela
int disp() {
    int if (disp != -1) {
        if (Te[disp] == -1) return disp;
        while (Te[disp] != -1) {
            disp = (disp + 1) % Te.size;
        }
        return disp;
    }
}
```

T<sub>c</sub> → T<sub>chave</sub>  
T<sub>e</sub> → T<sub>elementos</sub>

```
bool inserir (int k) {
    i = h(k);
    while (Te[i] != -1 && Te[i] != k) {
        i = Te[i];
    }
    if (Te[i] == k) return false;
    if (Te[i] == -1) {
        Te[i] = k;
        return true;
    } else {
        disp = disp();
        Te[i] = disp;
        Te[disp] = k;
        return true;
    }
}
```

ADD 2  
2

bool  
int

remove (int k)

int i = h(k);

if (Te[i] == k) {

Te[i] = -1;

} else {

while ((Tc[i] != k) && (Te[Tc[i]] != k)) {

i = Tc[i];

}

if (Te[Tc[i]] != k) return false;

Te[Tc[i]] = -1;

Tc[i] = Tc[Tc[i]];

return true;

}

return false;

}

if (Tc[i] == -1) return true;

else {

Te[i] = Te[Tc[i]];

Tc[i] = Tc[Tc[i]];

Tc[Tc[i]] = -1;

Te[Tc[i]] = -1;

return true;

}

20 = 2^2

0	10	1
1	20	2
2	30	-1
3	33	4
4	53	5
5	3	-1

16/10/20

$$h(k) = K \% T_s$$

→ método de divisão  $T_s$  é nº primo

$$\begin{aligned} 29 \% 10 &= 9 \\ 19 \% 10 &= 9 \end{aligned}$$

} Não leva em conta todos os algarismos

→ dependente de todos os bits da chave.

$$139 = h(139) = 1 + 3 + 9 = 13 \% 10 = 3$$

$$193 = h(193) = 1 + 9 + 3 = 13 \% 10 = 3$$

→ Deve ser sensível a permutações.

### Método da Multiplicação

Consiste em escolher um número real  $c$  entre 0 e 1 e definir  $h(k) =$

$$\rightarrow h(k) = \text{floor}(T_s \cdot \text{frec}(k \cdot c))$$

≡ em que floor retorna a parte inteira de um nº real e  $\text{frec}(x) = x - \text{floor}(x)$

$\begin{cases} c \rightarrow 0 \rightarrow \text{vai resultar em um nº mto pequeno} \rightarrow \text{pouca alteração} \\ c \rightarrow 1 \rightarrow \text{não muda nada pois o valor de } K \text{ não seria alterado significativamente} \end{cases}$

Se o tamanho da palavra é  $2^b$ ,  $c$  deve ser escolhido de tal forma a parte inteira de  $2^b \cdot c$  seja relativamente primo com  $2^b$ .

Teoricamente são valores de  $c$  com ~~boas~~ boas propriedades:

$$c = 0,61803 \dots \quad \omega$$

$$c = 0,381966 \dots$$

# Método de Quadrado Médio

4/10/12

Função "melhor" para  $T_s = 10^b$

Converte  
Consiste em elevar a chave  $K$  ao quadrado e escolher os  $b$  dígitos  
~~anteriores~~ centrais de resultado

$$b = 2 \Rightarrow T_s = 100$$

$$K^2 = 18 \boxed{79} 56$$

## Exercício

Escreva um código em "C" que implemente o método quadrado médio

```
int b = 2;
int Ts = 100;
int hash(int k) {
    int digitos = 1;
    int K2 = k * k;
    int aux = K2;
    while (aux > 1) {
        aux = aux / 10;
        digitos++;
    }
    int int mero = (int) digitos / 2;
    int int i = pow(10, mero);
    int int aux2 = (K2 / i) * 10;
    int int aux2
    int int aux2
    return aux2 % 100;
    return aux2 % (pow(10, b));
}
```

## # Hash em Disco

• Bucket  $\rightarrow$  cesto  $\rightarrow$  armazena diversos registros num mesmo endereço  
 $\hookrightarrow$  tamanho entre cluster e trilha para evitar o movimento da cabeça de leitura.

59  $\rightarrow$  b  $\rightarrow$  no de dem. dentro do cesto

$\hookrightarrow$  registros dentro do cesto

## # Hash Extensível

### 1a Solução

Número de buckets varia

À medida que os buckets se enchem eles são ~~separados~~<sup>divididos</sup> e duplicados.

2 casos  $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \text{nível global} = \text{nível local} \\ \rightarrow \text{nível global} \neq \text{nível local} \end{array} \right.$

dividir apenas bucket

dividir e duplicar diretório e bucket

## # Hash Linear

$\rightarrow$  quando um bucket está cheio o bucket do next é dividido.  
 next  $\rightarrow$  próximo bucket a ser subdividido.

~~Como next já foi dividido então~~

no caso  $\text{next} > h(x)$  então significa que bucket foi dividido

quando se olha pros n bits significativos  $\rightarrow$  na busca



↳ construir a árvore de baixo p/ cima

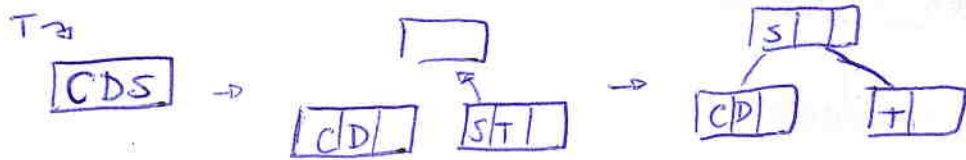
↳ garante que o tempo todo estará balanceada

↳ ocupação mínima  $(n/2) - 1$



ordem  $\rightarrow$  nº de ponteiros para filhas

↳ promove a chave da direita

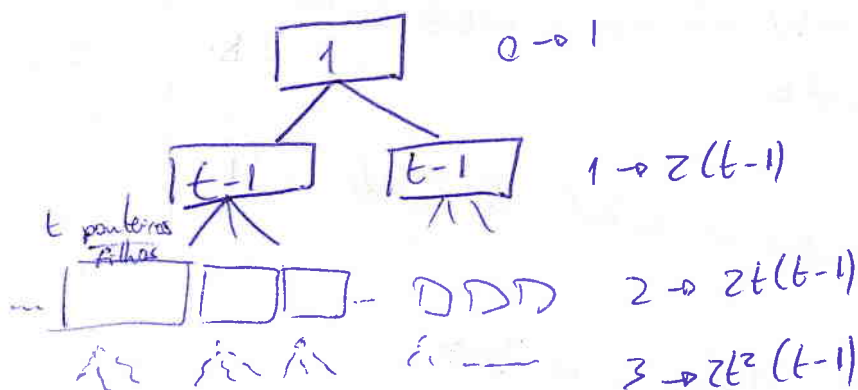


↳ qnd há subdivisão há promoção

↳ sempre tenta-se inserir nas folhas.



# Altura da árvore



$$C \geq 1 + \sum_{i=1}^h 2t^{i-1}(t-1)$$



Converte a chave na sua representação

binária funciona para  $T_s = 2^b$  digamos que  $b=5$

e a representação binária de  $K$  é 011011000111010

separa o resultado em blocos de  $b$  bits e faz uma operação de "ou exclusivo" com os blocos.

$$\begin{array}{r} 01101 \\ 10001 \\ 11010 \\ \hline 00110 \end{array} \rightarrow \text{pl decimal } \boxed{6}$$

ABD

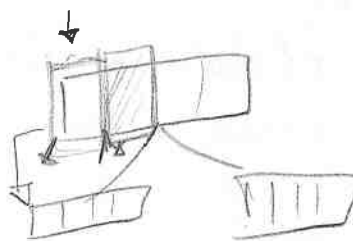
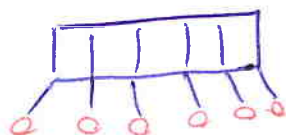
## Árvore B

30/10/12

$t=3$

ordem  $2t \rightarrow$  n° máximo de ptrs que uma árvore pode ter.

$2t-1$  chaves,  $2t$  ponteiros



≡ estrutura do NO

const  $b = 5;$

struct no {

int num\_chaves;

int chaves [ $2t-1$ ];

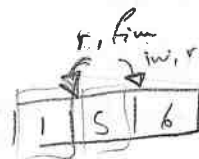
no filho [ $2t$ ];

}

## Exercício

Escrever um algoritmo de busca numa árvore B.

```
bool buscaArvoreB (int k, no atual) {  
    bool resp = false;  
    if (atual) {  
        int r = buscaBin (k, atual);  
        if (r != -1) return true;  
        else resp = buscaArvoreB (k, atual->filho[r]);  
    }  
    return resp;  
}
```



```
int buscaBin (int k, no atual) {
```

```
    int ini = 0;  
    int fim = atual->num_chaves - 1;  
    int meio = (ini + fim) / 2;  
    if (atual->chaves[meio] == k) return fim;
```

```
    while (ini < fim) {
```

```
        if (atual->chaves[meio] == k) return fim;
```

```
        if (atual->chaves[meio] > k) {
```

```
            fim = meio - 1;
```

```
        } else {
```

```
            ini = meio + 1;
```

```
        }
```

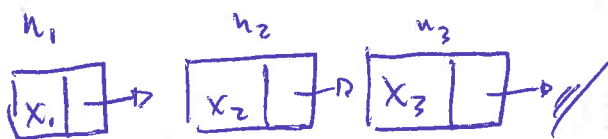
```
    }
```

```
    return ini;
```

```
}
```

Exercício → imprimir as chaves de uma Árv. B em ordem crescente

## Listas Generalizadas



Pode acontecer de  $x_1 = x_2 = x_3$

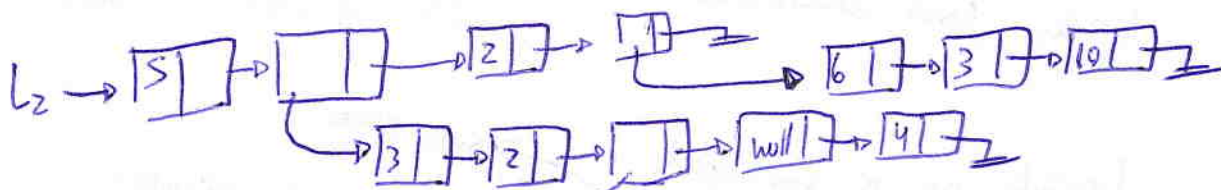
Não é uma entidade distinta de informação nele contida  
Nesse contexto, chamaremos de "listas generalizadas" uma lista  
cujos nós podem armazenar informações de diferentes tipos.

Exemplos



Representação

$L_1 = (5, 12, '5', 147, '0')$



$L_2 = (5, (3, 2, (14, 9, 3), (1, 4, 2, (14, 9, 3), 3)), (6, 3, 10))$

```

void imprime (No* p) {
    if (!p) return;
    int i = 0;
    while (i < p->num-elen) {
        imprime (p->filho[i]);
        printf ("%d", p->chave[i]);
        i++;
    }
    imprime (p->filho[i]);
}

```

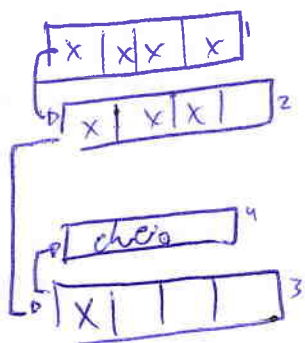
no de chaves por no em ordem - 1

### Árvore B+

- ↳ informação repetida
- ↳ pode-se obter os registros de forma sequencial indexada
- ↳ bom para ~~busca~~ acesso sequencial

↳ em geral alterações no último nível causarão poucas ou nenhuma alteração(s) na parte de cima.

- ↳ cada nó é um seek separadores
- ↳ folhas superiores ajudam a efetuar a busca apenas



pode-se reorganizar 3 e 4 p mais simples

" 3 e 2

pode-se fazer merge entre 3 e 2 o transforma em 1 só.

↳ bom qnd se tem pouca memória

busca termina na folha

- $head(l)$  → devolve a informação contida no primeiro nó da lista

$head(l_2) = 5$  → retorna um ponteiro para void → void\*  
↳ depois deve ser feito um cast

- $Tail(l)$  → lista resultante de  $l$  menos o primeiro nó.

$l_1 = (5, 12, 's', 147, 'o')$

$tail(l_1) = (12, 's', 147, 'o')$

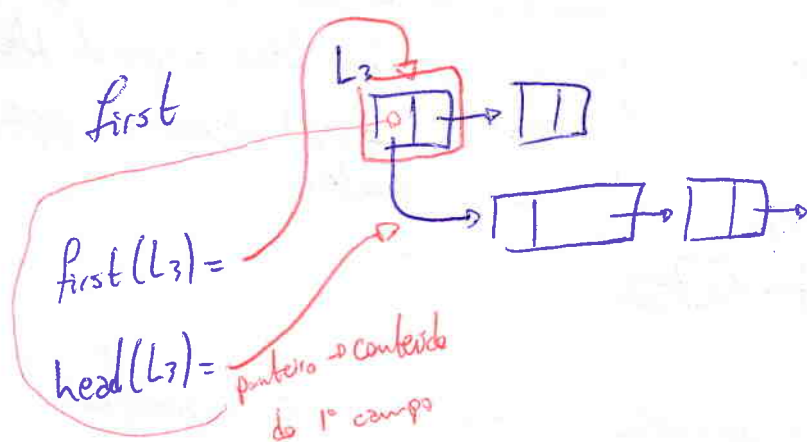
$head(tail(l_1)) = 12$

$tail(tail(l_1)) = ('s', 147, 'o')$

exemplos

- $first(l)$  → retorna o primeiro nó da lista

↳ o nó inteiro



- $info(nó)$  → retorna a informação contida no nó.

$head(l) = info(first(l))$

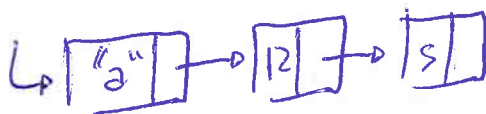
•  $\text{next}(\text{no}) \rightarrow$  retorna o nó seguinte a um dado nó.

•  $\text{node type}(\text{no}) \rightarrow$  retorna uma indicação do tipo de elemento que contém aquele nó.

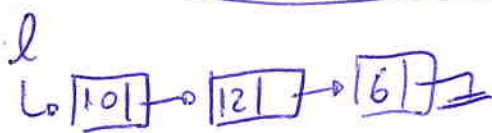
### Operadores que modificam listas

•  $\text{push}(\text{L}, \text{x}) \rightarrow$  adiciona um nó com o valor  $\text{x}$  na frente da lista

$\text{L} = \text{null};$   
 $\text{push}(\text{L}, 5);$   
 $\text{push}(\text{L}, 12);$   
 $\text{push}(\text{L}, "a");$



•  $\text{addon}(\text{L}, \text{x}) \rightarrow$  retorna uma lista  $\text{L}_1$  cujo  $\text{total}(\text{L}_1) = 1$  e  $\text{head}(\text{L}_1) = \text{x}$ .  
 cria uma nova lista com o elemento inicial = ao do parâmetro e o próximo é o resto da lista original. Não é feita cópia! Move-se apenas ponteiros.



$\text{L}_2 = \text{addon}(\text{L}, 15)$



•  $\text{set info}(\text{no}, \text{x}) \rightarrow$  coloca a informação  $\text{x}$  em um nó específico

•  $\text{set next}(\text{no}, \text{next}) \rightarrow$  atualiza o ponteiro next de um determinado nó.

•  $\text{set head}(\text{L}, \text{x}) = \text{set info}(\text{first}(\text{L}), \text{x})$

exemplo:  $\text{L} = (5, 10, 8) \rightarrow \text{set head}(\text{L}, 18) \rightarrow \text{L} = (18, 10, 8) \rightarrow \text{set head}(\text{L}, (5, 4, 17))$

$\text{set tail}(\text{L}_1, \text{L}_2) = \text{set next}(\text{first}(\text{L}_1), \text{first}(\text{L}_2))$   
 (tail de  $\text{L}_1$  recebe  $\text{L}_2$  inteiro)

$\text{L} = (15, 4, 17, 10, 8);$



Exercício

Sem pensar em sublista

escrever um código para somar uma unidade a toda a variável de tipo inteiro de uma lista generalizada.

```
void somaUm(L (No(cabeça))
```

```
    No atual = cabeça;
```

```
    while (atual != NULL) {
```

```
        if (nodeType(atual) == 1) // 1 é int
```

```
            setInfo(atual, info(atual)+1);
```

```
    }
```

```
    atual = next(atual);
```

```
}
```

```
}
```

para recursivo e cl sublistas

```
if (Node Type(atual) == 3) {
```

```
    somaUm(Linfo(No)); // passa o conteúdo
```

↳ ponteiro p/ cabeça

sz



Exercício 2

escrever um código para apagar todos os nós com a informação igual a "w"

```
void apagaW (No cabeca){
```

```
    No atual = cabeca;
```

```
    No ant = cabeca;
```

```
    while (atual){
```

```
        if (strcmp(info(atual), "w") == 0) { // se 0 então é igual
```

```
            if (atual == ant) {
```

```
                No temp = atual;
```

```
                cabeca = next(atual);
```

```
                free(temp);
```

```
            }
```

```
        } else {
```

```
            No temp = atual;
```

```
            setNext(temp, next(atual));
```

```
            free(atual);
```

```
        }
```

```
        atual = next(atual);
```

```
    } else {
```

```
        ant = atual;
```

```
        atual = next(atual);
```

```
    }
```

```
}
```

// ant não pode ser atualizado  
// caso seja excluído um nó  
// pois

**Definição:** Um nó  $n$  ou uma informação  $x$  é **acessível** a partir de uma lista  $l$  ou de um ponteiro externo se existir uma sequência de operações.

$head$  e  $tail$  que, quando aplicada em  $l$ , resultam em uma lista em que  $n$  é o primeiro nó.

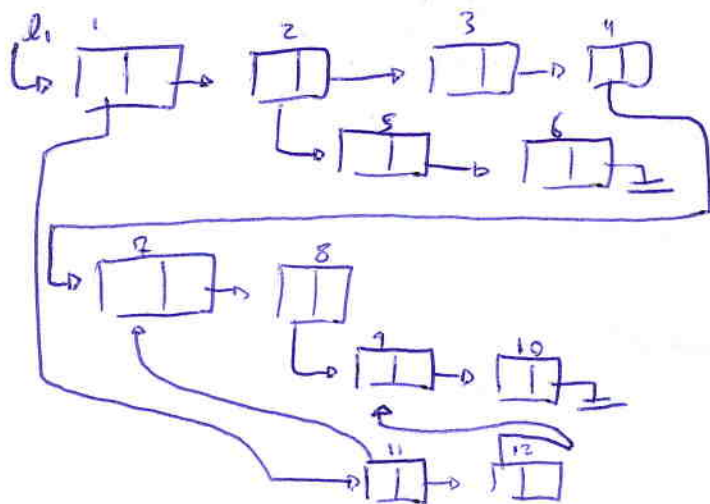
### Pergunta

O nó com a informação 14 acessível a partir de lista  $l$ ?

↳  $head(tail(tail(head(tail(l))))))$



### Liberação de Memória



A ideia geral é somente apagar os nós que não estão acessíveis a partir de ponteiros externos.

Uma solução possível é manter dentro de própria  
no uma contagem de ponteiros

### Estrutura do nó

```
struct Node {  
    int type;  
    union {  
        int intinfo;  
        char charinfo;  
        Node * lsbinfo;  
    } info;  
    int ponteiro;  
    Node * next;  
};
```

### Exercício

Implementar uma função que gerencia o número de ponteiros que chegam em um nó.

```
void gerenciaLista(Node no) {  
    if (no.ponteiro == 1) {  
        no.ponteiro++;  
    }  
    if (no.ponteiro == 0) {  
        if (Node type(no) == 3) {  
            gerenciaLista(no.intinfo);  
            gerenciaLista(no.charinfo);  
            gerenciaLista(no.lsbinfo);  
            free(no);  
        }  
    }  
}
```

outras varreduras caso haja uma grande lista para frente (descendentes)

## Algoritmos de Duas Fases

13/11/12

```
struct Node {  
    int mark;  
    int type;  
    union {  
        int info;  
        char charinfo;  
        int lstinfo;  
    } info;  
    int next;  
}
```

Vamos supor que todas as ponteiros externas estão armazenados em um vetor `acc [max]`

→ Apenas os nós acessíveis por ptrs externas contida em `Nodes`

Fase de Inicialização

```
for (i = 0; i < max; i++) {  
    Nodes[acc[i]].mark = 1;
```

// Mark = 1 não pode apagar

```
}  
i = 1;  
while (i < NumNodes) {
```

j = i + 1;

```
if (Nodes[i].mark) { // 1 representa true
```

```
    if ((Nodes[i].type == 3) && (Nodes[Nodes[i].lstinfo].mark != 1)) {  
        Nodes[Nodes[i].lstinfo].mark = 1;
```

```
    }
```

```
    if (Nodes[i].lstinfo < j)
```

j = Nodes[i].lstinfo;

i = j;

```
}  
if (Nodes[Nodes[i].next].mark != 1) {  
    Nodes[Nodes[i].next].mark = 1;
```

```
    if (Nodes[i].next < j)  
        j = Nodes[i].next;
```

```
}
```

