Lista 4: Regras de Derivação - Parte 2

ACH2011 - Sistema de Informação - EACH

1. (a) Encontre y' derivando implicitamente.
   (b) Resolva a equação explicitamente isolando y e derive para obter y' em termos de x.
   (c) Verifique que suas soluções para as partes (a) e (b) são consistentes, substituindo a expressão para y em sua solução para a parte (a).
      i. $xy + 2x + 3x^2 = 4$
      ii. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$
      iii. $4x^2 + 9y^2 = 36$
      iv. $\cos x + \sqrt{y} = 5$

2. Encontre dy/dx derivando implicitamente.
   (a) $x^4(x + y) = y^2(3x - y)$
   (b) $y \operatorname{sen}(x^2) = x \operatorname{sen}(y^2)$
   (c) $\sqrt{xy} = 1 + x^2 y$
   (d) $\tan(x - y) = \frac{y}{1+x^2}$

3. Se $f(x) + x^2[f(x)]^3 = 10$ e $f(1) = 2$, ache $f'(1)$.

4. Se $g(x) + x \operatorname{sen}(g(x)) = x^2$, ache $g'(0)$.

5. Use a derivação implícita para encontrar uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.
   (a) $x^2 + xy + y^2 = 3$, $(1, 1)$ (elipse).
   (b) $x^2 + 2xy - y^2 + x = 2$, $(1, 2)$ (hipérbole).

6. Mostre, fazendo a derivação implícita, que a tangente à elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ no ponto (x_0, y_0) é $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$.

7. Encontre uma equação da reta tangente à hipérbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ no ponto (x_0, y_0).

8. Encontre a derivada da função. Simplifique onde possível.
   (a) $y = \tan^{-1}\sqrt{x}$

(b) $y = \sqrt{\tan^{-1} x}$

(c) $y = \cos^{-1}(e^{2x})$

9. Demonstre a fórmula para $(d/dx)(\cos^{-1} x)$ pelo mesmo método usado para $(d/dx)(\operatorname{sen}^{-1} x)$.

10. Derive a função.

    (a) $f(x) = \ln(x^2 + 10)$

    (b) $f(x) = \operatorname{sen}(\ln(x))$

    (c) $f(x) = \ln(\operatorname{sen}^2(x))$

    (d) $f(x) = \frac{1+\ln x}{1-\ln x}$

    (e) $f(x) = \sqrt[5]{\ln x}$

    (f) $f(x) = \ln(x^2\sqrt{x^2-1})$

11. Encontre y' e y".

    (a) $y = x^2 \ln(2x)$

    (b) $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

12. Derive f e encontre o domínio de f.

    (a) $f(x) = \frac{1}{1+\ln(x)}$

    (b) $f(x) = \ln(\ln(\ln(x)))$

13. Se $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$, encontre $f'(1)$.

14. Se $f(x) = \ln(1 + e^{2x})$, encontre $f'(0)$.

15. Use a derivação logarítmica para achar a derivada de função.

    (a) $y = (2x+1)^5(x^4-3)^6$

    (b) $y = \sqrt[4]{\frac{x^2+1}{x^2-1}}$

    (c) $y = x^{\operatorname{sen} x}$

    (d) $y = (\cos x)^x$

    (e) $y = (\ln x)^{\cos x}$

16. Use a definição da derivada para demonstrar que

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1.$$