Exercícios em Sala de Aula

Valdinei Freire

28 de Fevereiro de 2025

1 Probabilidade

Em todos os exercícios abaixo, A é o evento do qual o exercício requer que calcule a probabilidade.

- Se os resultados de um experimento são equiprováveis, a tarefa de calcular probabilidades se reduz a uma contagem. Temos que:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}.$$

Exercícios

1. Qual é a probabilidade de sair número ímpar ao lançar um dado?

$$\Pr(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2. Qual é a probabilidade da quantidade de moedas com cara ser ímpar ao realizar três lançamentos de moedas?

$$\Pr(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

3. Qual é a probabilidade de sortear uma carta de um baralho e essa carta ser de ouros ou uma letra? Seja o evento B, a carta ser de ouros, e o evento C, a carta ser uma letra.

$$\Pr(A) = \Pr(B \cup C) = \Pr(B) + \Pr(C) - \Pr(B \cap C) = \frac{13}{52} + \frac{16}{52} - \frac{4}{52} = \frac{25}{52}$$

4. Considere o seguinte experimento: arremesse uma moeda até obter cara.

   Considere um novo experimento E no qual a moeda é arremessada 4 vezes.

(a) Qual é a probabilidade de que você precise de pelo menos 4 lançamentos?
No experimento E, o experimento A é equivalente a um experimento A' no qual cara, se sair, sai apenas no quarto lançamento.

$$\Pr(A) = \Pr(A') = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

(b) Qual é a probabilidade de que você precise no máximo 3 lançamentos?
No experimento E, o experimento A é equivalente a um experimento A' no qual cara sai em um dos três primeiros lançamentos.

$$\Pr(A) = \Pr(A') = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$$

(c) Qual é a probabilidade de que você precise de exatamente 3 lançamentos?
No experimento E, o experimento A é equivalente a um experimento A' no qual cara não sai nas duas primeiras e sai na terceira jogada.

$$\Pr(A) = \Pr(A') = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

- Se o primeiro elemento ou objeto de um par ordenado puder ser selecionado de n_1 formas e para cada uma dessas n_1 formas o segundo elemento do par puder ser selecionado de n_2 formas, então, o número de pares é $n_1 n_2$.

Exercícios

1. Considere o seguinte experimento: arremesse uma moeda e um dado ao mesmo tempo. Qual é a probabilidade de que o dado seja menor ou igual a 2 e a moeda seja cara?

$$\Pr(A) = \frac{2 \times 1}{6 \times 2} = \frac{1}{6}$$

2. Considere o seguinte experimento: arremesse um dado até obter a face 2.
Considere um novo experimento E no qual o dado é arremessada 4 vezes.

(a) Qual é a probabilidade de que você precise de pelo menos 4 lançamentos?

No experimento E, o experimento A é equivalente a um experimento A' no qual 2, se sair, sai apenas no quarto lançamento.

$$\Pr(A) = \Pr(A') = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 6}{6^4} = \frac{750}{1296}$$

(b) Qual é a probabilidade de que você precise no máximo 3 lançamentos?

No experimento E, o experimento A é equivalente a um experimento A' no qual 2 sai em um dos três primeiros lançamentos.

$$\Pr(A) = \Pr(A') = \frac{1 \times 6 \times 6 \times 6 + 5 \times 1 \times 6 \times 6 + 5 \times 5 \times 1 \times 6}{6^4} = \frac{546}{1296}$$

(c) Qual é a probabilidade de que você precise de exatamente 3 lançamentos?

No experimento E, o experimento A é equivalente a um experimento A' no qual 2 não sai nas duas primeiras e sai na terceira jogada.

$$\Pr(A) = \Pr(A') = \frac{5 \times 5 \times 1 \times 6}{6^4} = \frac{150}{8}$$

3. Considere o seguinte experimento: arremesse três dados. Qual é a probabilidade de que todos os dados sejam iguais?

$$\Pr(A) = \frac{6 \times 1 \times 1}{6^3} = \frac{1}{36}$$

- Um subconjunto ordenado é chamado arranjo. O número de arranjos de tamanho k que podem ser criados a partir de n indivíduos ou objetos em grupo será representado por $N_{k,n}$ e pode ser obtido por:

$$N_{k,n} = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

- Um subconjunto não ordenado é chamado combinação. O número de combinações de tamanho k que podem ser criadas a partir de n indivíduos ou objetos em grupo será representado por $C_{k,n} = \binom{n}{k}$.
  $\binom{n}{k}$ se lê "n tomados k a k" e pode ser obtido por:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Exercícios

1. Considere o seguinte experimento: retire 5 cartas de um baralho. Qual é a probabilidade de que todas sejam de copas?

$$\Pr(A) = \frac{\binom{13}{5}}{\binom{52}{5}} = 0.00049520$$

2. Considere o seguinte experimento: retire 5 cartas de um baralho. Qual é a probabilidade de que todas sejam de um mesmo naipe?

$$\Pr(A) = \frac{4 \times \binom{13}{5}}{\binom{52}{5}} = 0.0019808$$

3. Considere o seguinte experimento: retire 5 cartas de um baralho. Qual é a probabilidade de que elas formem uma sequência?

$$\Pr(A) = \frac{10 \times 4^5}{\binom{52}{5}} = 0.0039400$$

4. Considere o seguinte experimento: retire 5 cartas de um baralho. Qual é a probabilidade de que 3 sejam de paus e 2 sejam de copas?

$$\Pr(A) = \frac{\binom{13}{3} \times \binom{13}{2}}{\binom{52}{5}} = 0.0085834$$

5. Considere o seguinte experimento: retire 5 cartas de um baralho. Qual é a probabilidade de que 3 sejam de um valor e 2 sejam de outro valor?

$$\Pr(A) = \frac{13 \times 12 \times \binom{4}{3} \times \binom{4}{2}}{\binom{52}{5}} = 0.0014406$$