

## Prova 2 - Matemática Discreta

Prof. Márcio Moretto Ribeiro

4 de dezembro de 2024

### (2.0) Exercício 1

Prove, utilizando **indução**, que para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$2^n > n^2 \quad \text{para } n \geq 5.$$

### (2.0) Exercício 2

Considere as seguintes funções definidas em  $\mathbb{Z}$ :

$$f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = 3x - 4.$$

- (a) Calcule  $g(f(x))$ .
- (b) Calcule  $f(g(x))$ .
- (c) Determine se  $g(f(x)) = f(g(x))$ . Justifique.
- (d) Encontre  $x$  tal que  $g(f(x)) = 0$

### (2.0) Exercício 3

Resolva as relações de recorrência fornecendo fórmulas explícitas para  $a_n$ .  
Em cada caso, calcule  $a_5$ :

- (a)  $a_n = 3a_{n-1} + 2$ , com  $a_0 = 1$ .
- (b)  $a_n = 2a_{n-1} - 4$ , com  $a_0 = 5$ .

$$k(k+1)+1$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 \cdot 3 = 243$$

## (2.0) Exercício 4

### Exercício

Determine se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Justifique suas respostas:

(a)  $12 \equiv -1 \pmod{13}$ .

(b) Se  $a \cdot b \equiv 0 \pmod{m}$ , então  $a \equiv 0 \pmod{m}$  ou  $b \equiv 0 \pmod{m}$ .

(c) Se  $a \equiv b \pmod{m}$  e  $c \equiv d \pmod{m}$ , prove ou refute:

$$a + c \equiv b + d \pmod{m}.$$

(d) Se  $a \equiv b \pmod{m}$  e  $b \equiv c \pmod{m}$ , então  $a \equiv c \pmod{m}$ .

$$2 \equiv 6 \pmod{4}$$

$$-4 \equiv 4 \pmod{4}$$

## (2.0) Exercício 5

Dada a permutação  $\pi$  que reordena os elementos  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  da seguinte forma:

$$\pi(1) = 2, \quad \pi(2) = 3, \quad \pi(3) = 4, \quad \pi(4) = 5, \quad \pi(5) = 1, \quad \pi(6) = 7, \quad \pi(7) = 6,$$

responda:

(a) Calcule  $\pi^2$  (a composição de  $\pi$  consigo mesma).

(b) Determine  $\pi^{-1}$ , o inverso de  $\pi$ .

$$0 \equiv 5 \pmod{5}$$

$$3 \equiv 8 \pmod{5}$$

$$3 \equiv 13 \pmod{5}$$

$$2 \equiv 6 \pmod{4} \rightarrow \begin{matrix} 6 & 14 \\ 2 & 1 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} b & 14m \\ a & \end{matrix}$$