

## 2017 年中考备考专题复习：一元二次方程

### 一、单选题（共 15 题；共 30 分）

1、（2016•江西）设  $\alpha$ 、 $\beta$  是一元二次方程  $x^2+2x-1=0$  的两个根，则  $\alpha\beta$  的值是（ ）

- A、2
- B、1
- C、-2
- D、-1

2、（2016•金华）一元二次方程  $x^2-3x-2=0$  的两根为  $x_1$ ， $x_2$ ，则下列结论正确的是（ ）

- A、 $x_1=-1$ ， $x_2=2$
- B、 $x_1=1$ ， $x_2=-2$
- C、 $x_1+x_2=3$
- D、 $x_1x_2=2$

3、（2016•福州）下列选项中，能使关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2-4x+c=0$  一定有实数根的是（ ）

- A、 $a>0$
- B、 $a=0$
- C、 $c>0$
- D、 $c=0$

4、（2016•荆门）若二次函数  $y=x^2+mx$  的对称轴是  $x=3$ ，则关于  $x$  的方程  $x^2+mx=7$  的解为（ ）

- A、 $x_1=0$ ， $x_2=6$
- B、 $x_1=1$ ， $x_2=7$
- C、 $x_1=1$ ， $x_2=-7$
- D、 $x_1=-1$ ， $x_2=7$

5、（2016•玉林）若一次函数  $y=mx+6$  的图象与反比例函数  $y=\frac{n}{x}$  在第一象限的图象有公共点，则有（ ）

- A、 $mn\geq-9$
- B、 $-9\leq mn\leq 0$
- C、 $mn\geq-4$
- D、 $-4\leq mn\leq 0$

6、（2016•玉林）关于  $x$  的一元二次方程： $x^2-4x-m^2=0$  有两个实数根  $x_1$ 、 $x_2$ ，则  $m^2(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2})$  =（ ）

- A、 $\frac{m^2}{4}$
- B、 $-\frac{m^2}{4}$
- C、4

D、-4

7、（2016•自贡）已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+2x-(m-2)=0$  有实数根，则  $m$  的取值范围是（ ）

- A、 $m>1$
- B、 $m<1$
- C、 $m\geq 1$
- D、 $m\leq 1$

8、（2016•大庆）若  $x_0$  是方程  $ax^2+2x+c=0$  ( $a\neq 0$ ) 的一个根，设  $M=1-ac$ ， $N=(ax_0+1)^2$ ，则  $M$  与  $N$  的大小关系正确的为（ ）

- A、 $M>N$
- B、 $M=N$
- C、 $M<N$
- D、不确定

9、（2016•呼和浩特）已知  $a\geq 2$ ， $m^2-2am+2=0$ ， $n^2-2an+2=0$ ，则  $(m-1)^2+(n-1)^2$  的最小值是（ ）

- A、6
- B、3
- C、-3
- D、0

10、（2016•包头）若关于  $x$  的方程  $x^2+(m+1)x+\frac{1}{2}=0$  的一个实数根的倒数恰是它本身，则  $m$  的值是（ ）

- A、 $-\frac{5}{2}$
- B、 $\frac{1}{2}$
- C、 $-\frac{5}{2}$  或  $\frac{1}{2}$
- D、1

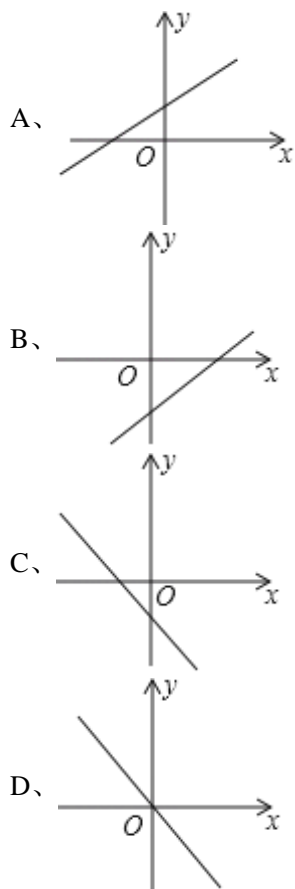
11、（2016•黔东南州）已知一元二次方程  $x^2-2x-1=0$  的两根分别为  $m$ 、 $n$ ，则  $m+n$  的值为（ ）

- A、-2
- B、-1
- C、1
- D、2

12、（2016•雅安）已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+mx-8=0$  的一个实数根为 2，则另一实数根及  $m$  的值分别为（ ）

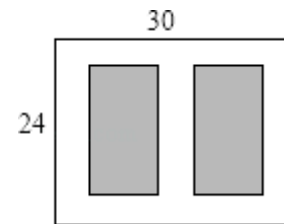
- A、4，-2
- B、-4，-2
- C、4，2

- D、-4, 2
- 13、（2016•贵港）若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 3x + p = 0$  ( $p \neq 0$ ) 的两个不相等的实数根分别为  $a$  和  $b$ ，且  $a^2 - ab + b^2 = 18$ ，则  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  的值是（ ）
- A、3  
B、-3  
C、5  
D、-5
- 14、（2016•梧州）青山村种的水稻 2010 年平均每公顷产 7200kg，2012 年平均每公顷产 8450kg，求水稻每公顷产量的年平均增长率，设水稻每公顷产量的年平均增长率为  $x$ ，则所列方程正确的为（ ）
- A、 $7200(1+x) = 8450$   
B、 $7200(1+x)^2 = 8450$   
C、 $7200 + x^2 = 8450$   
D、 $8450(1-x)^2 = 7200$
- 15、（2016•枣庄）若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$  有两个不相等的实数根，则一次函数  $y = kx + b$  的大致图象可能是（ ）



## 二、填空题（共 5 题；共 5 分）

- 16、（2016•德州）方程  $2x^2 - 3x - 1 = 0$  的两根为  $x_1$ ， $x_2$ ，则  $x_1^2 + x_2^2 =$ \_\_\_\_\_.
- 17、（2016•菏泽）已知  $m$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的一个根，则  $2m^2 - 4m =$ \_\_\_\_\_.
- 18、（2016•黄石）关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x - 2m + 1 = 0$  的两实数根之积为负，则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
- 19、（2016•丹东）某公司今年 4 月份营业额为 60 万元，6 月份营业额达到 100 万元，设该公司 5、6 两个月营业额的月均增长率为  $x$ ，则可列方程为\_\_\_\_\_.
- 20、（2016•内蒙古）如图，某小区有一块长为 30m，宽为 24m 的矩形空地，计划在其中修建两块相同的矩形绿地，它们的面积之和为  $480m^2$ ，两块绿地之间及周边有宽度相等的人行通道，则人行通道的宽度为\_\_\_\_\_ m.



## 三、解答题（共 4 题；共 25 分）

- 21、（2016•潍坊）关于  $x$  的方程  $3x^2 + mx - 8 = 0$  有一个根是  $\frac{2}{3}$ ，求另一个根及  $m$  的值.
- 22、（2016•岳阳）已知关于  $x$  的方程  $x^2 - (2m+1)x + m(m+1) = 0$ .
- (1)求证：方程总有两个不相等的实数根；
- (2)已知方程的一个根为  $x=0$ ，求代数式  $(2m-1)^2 + (3+m)(3-m) + 7m - 5$  的值（要求先化简再求值）.
- 23、（2016•新疆）周口体育局要组织一次篮球赛，赛制为单循环形式（每两队之间都赛一场），计划安排 28 场比赛，应邀请多少支球队参加比赛？
- 24、（2016•巴中）随着国家“惠民政策”的陆续出台，为了切实让老百姓得到实惠，国家卫计委通过严打药品销售环节中的不正当行为，某种药品原价 200 元/瓶，经过连续两次降价后，现在仅卖 98 元/瓶，现假定两次降价的百分率相同，求该种药品平均每场降价的百分率.

## 四、综合题（共 2 题；共 25 分）

- 25、（2016•荆州）已知在关于  $x$  的分式方程  $\frac{k-1}{x-1} = 2$  ①和一元二次方程  $(2-k)x^2 + 3mx + (3-k)n = 0$  ②中， $k$ 、 $m$ 、 $n$  均为实数，方程①的根为非负数.
- (1)求  $k$  的取值范围；
- (2)当方程②有两个整数根  $x_1$ 、 $x_2$ ， $k$  为整数，且  $k=m+2$ ， $n=1$  时，求方程②的整数根；
- (3)当方程②有两个实数根  $x_1$ 、 $x_2$ ，满足  $x_1(x_1 - k) + x_2(x_2 - k) = (x_1 - k)(x_2 - k)$ ，且  $k$  为负整数时，试判断  $|m| \leq 2$  是否成立？请说明理由.
- 26、（2016•湖州）随着某市养老机构（养老机构指社会福利院、养老院、社区养老中心等）建设稳步推进，拥有的养老床位不断增加.

- (1)该市的养老床位数从 2013 年底的 2 万个增长到 2015 年底的 2.88 万个，求该市这两年（从 2013 年度到 2015 年底）拥有的养老床位数的平均年增长率；
- (2)若该市某社区今年准备新建一养老中心，其中规划建造三类养老专用房间共 100 间，这三类养老专用房间分别为单人间（1 个养老床位），双人间（2 个养老床位），三人间（3 个养老床位），因实际需要，单人间房间数在 10 至 30 之间（包括 10 和 30），且双人间的房间数是单人间的 2 倍，设规划建造单人间的房间数为  $t$ .
- ①若该养老中心建成后可提供养老床位 200 个，求  $t$  的值；

答案解析部分

一、单选题

【答案】D

【考点】根与系数的关系

【解析】【解答】解：∵ $\alpha$ 、 $\beta$  是一元二次方程  $x^2+2x-1=0$  的两个根，  
 $\therefore \alpha\beta = \frac{-1}{1} = -1$ ，

故选 D.

【分析】本题考查根与系数的关系，解题的关键是明确两根之积等于常数项与二次项系数的比值. 根据  $\alpha$ 、 $\beta$  是一元二次方程  $x^2+2x-1=0$  的两个根，由根与系数的关系可以求得  $\alpha\beta$  的值，本题得以解决.

【答案】C

【考点】根与系数的关系

【解析】【解答】解：∵方程  $x^2-3x-2=0$  的两根为  $x_1$ ， $x_2$ ，  
 $\therefore x_1+x_2 = -\frac{b}{a} = 3$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -2$ ，  
 $\therefore$  C 选项正确.

故选 C.

【分析】根据根与系数的关系找出“ $x_1+x_2 = -\frac{b}{a} = 3$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -2$ ”，再结合四个选项即可得出结论. 本题考查了根与系数的关系，解题的关键是找出  $x_1+x_2=3$ ， $x_1 \cdot x_2 = -2$ . 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据根与系数的关系找出两根之和与两根之积是关键.

【答案】D

【考点】根的判别式

【解析】【解答】解：∵一元二次方程有实数根，  
 $\therefore \Delta = (-4)^2 - 4ac = 16 - 4ac \geq 0$ ，且  $a \neq 0$ ，  
 $\therefore ac \leq 4$ ，且  $a \neq 0$ ；

A、若  $a > 0$ ，当  $a=1$ 、 $c=5$  时， $ac=5 > 4$ ，此选项错误；

B、 $a=0$  不符合一元二次方程的定义，此选项错误；

C、若  $c > 0$ ，当  $a=1$ 、 $c=5$  时， $ac=5 > 4$ ，此选项错误；

D、若  $c=0$ ，则  $ac=0 \leq 4$ ，此选项正确；

故选：D.

【分析】根据方程有实数根可得  $ac \leq 4$ ，且  $a \neq 0$ ，对每个选项逐一判断即可. 本题主要考查根的判别式，一元二次方程根的情况与判别式  $\Delta$  的关系：（1） $\Delta > 0 \Leftrightarrow$  方程有两个不相等的实数根；（2） $\Delta = 0 \Leftrightarrow$  方程有两个相等的实数根；（3） $\Delta < 0 \Leftrightarrow$  方程没有实数根.

【答案】D

【考点】解一元二次方程-因式分解法，二次函数的性质

【解析】【解答】解：∵二次函数  $y=x^2+mx$  的对称轴是  $x=3$ ，

$\therefore -\frac{m}{2} = 3$ ，解得  $m = -6$ ，

$\therefore$  关于  $x$  的方程  $x^2+mx=7$  可化为  $x^2-6x-7=0$ ，即  $(x+1)(x-7)=0$ ，解得  $x_1 = -1$ ， $x_2 = 7$ .

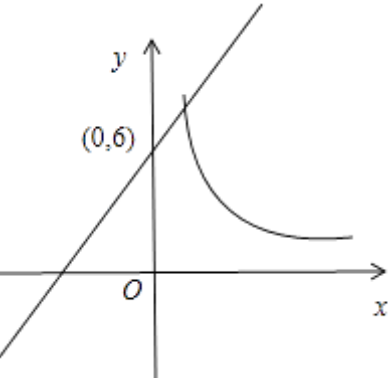
故选 D.

【分析】先根据二次函数  $y=x^2+mx$  的对称轴是  $x=3$  求出  $m$  的值，再把  $m$  的值代入方程  $x^2+mx=7$ ，求出  $x$  的值即可. 本题考查的是二次函数的性质，熟知二次函数的对称轴方程是解答此题的关键.

【答案】A

【考点】根的判别式，反比例函数与一次函数的交点问题

【解析】【解答】解：依照题意画出图形，如下图所示.



将  $y=mx+6$  代入  $y=\frac{n}{x}$  中，

得： $mx+6=\frac{n}{x}$ ，整理得： $mx^2+6x-n=0$ ，

∵二者有交点，

$\therefore \Delta = 6^2 + 4mn \geq 0$ ，

$\therefore mn \geq -9$ .

故选 A.

【分析】依照题意画出图形，将一次函数解析式代入反比例函数解析式中，得出关于  $x$  的一元二次方程，由两者有交点，结合根的判别式即可得出结论. 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题以及根的判别式，解题的关键由根的判别式得出关于  $mn$  的不等式. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，画出图形，利用数形结合解决问题是关键.

【答案】D

【考点】根与系数的关系

【解析】【解答】解：∵ $x^2-4x-m^2=0$  有两个实数根  $x_1$ 、 $x_2$ ，

$\therefore \begin{cases} x_1+x_2=4 \\ x_1x_2=-m^2 \end{cases}$ ，

$\therefore$  则  $m^2 \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = m^2 \cdot \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = m^2 \cdot \frac{4}{-m^2} = -4$ .

故答案选 D.

【分析】根据所给一元二次方程，写出韦达定理，代入所求式子化简．本题主要考查一元二次方程根与系数的关系，属基础题，熟练掌握韦达定理是解题关键．

【答案】C

【考点】根的判别式

【解析】【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程  $x^2+2x - (m - 2) = 0$  有实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times [ - (m - 2) ] \geq 0,$$

解得  $m \geq 1$ ，

故选 C．

【分析】根据关于 x 的一元二次方程  $x^2+2x - (m - 2) = 0$  有实数根，可知  $\Delta \geq 0$ ，从而可以求得 m 的取值范围．本题考查根的判别式，解题的关键是明确当一元二次方程有实数根时， $\Delta \geq 0$ ．

【答案】B

【考点】一元二次方程的解

【解析】【解答】解：∵ $x_0$  是方程  $ax^2+2x+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的一个根，

$$\therefore ax_0^2+2x_0+c=0, \text{ 即 } ax_0^2+2x_0 = -c,$$

$$\text{则 } N - M = (ax_0+1)^2 - (1 - ac)$$

$$= a^2x_0^2+2ax_0+1 - 1+ac$$

$$= a(ax_0^2+2x_0) + ac$$

$$= -ac+ac$$

$$= 0,$$

$$\therefore M=N,$$

故选：B．

【分析】把  $x_0$  代入方程  $ax^2+2x+c=0$  得  $ax_0^2+2x_0 = -c$ ，作差法比较可得．本题主要考查一元二次方程的解得概念及作差法比较大小，熟练掌握能使方程成立的未知数的值叫做方程的解是根本，利用作差法比较大小是解题的关键．

【答案】A

【考点】根与系数的关系，二次函数的最值

【解析】【解答】解：∵ $m^2 - 2am+2=0$ ， $n^2 - 2an+2=0$ ，

∴m，n 是关于 x 的方程  $x^2 - 2ax+2=0$  的两个根，

$$\therefore m+n=2a, mn=2,$$

$$\therefore (m - 1)^2 + (n - 1)^2 = m^2 - 2m+1+n^2 - 2n+1 = (m+n)^2 - 2mn - 2(m+n) + 2 = 4a^2 - 4 - 4a+2 = 4\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - 3,$$

$$\because a \geq 2,$$

∴当  $a=2$  时， $(m - 1)^2 + (n - 1)^2$  有最小值，

$$\therefore (m - 1)^2 + (n - 1)^2 \text{ 的最小值} = 4\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + 3 = 4\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 + 3 = 6,$$

故选 A．

【分析】根据已知条件得到 m，n 是关于 x 的方程  $x^2 - 2ax+2=0$  的两个根，根据根与系数的关系得到  $m+n=2a$ ， $mn=2$ ，于是得到  $4\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - 3$ ，当  $a=2$  时， $(m - 1)^2 + (n - 1)^2$  有最小值，代入即可得到结论．本题考查了根与系数的关系，二次函数的最值，熟练掌握根与系数的关系是解题的关键．

【答案】C

【考点】一元二次方程的解，根与系数的关系

【解析】【解答】解：由根与系数的关系可得：

$$x_1+x_2 = -(m+1), x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2},$$

又知个实数根的倒数恰是它本身，

则该实根为 1 或 - 1，

$$\text{若是 } 1 \text{ 时，即 } 1+x_2 = -(m+1), \text{ 而 } x_2 = \frac{1}{2}, \text{ 解得 } m = -\frac{5}{2};$$

$$\text{若是 } -1 \text{ 时，则 } m = \frac{1}{2}.$$

故选：C．

【分析】由根与系数的关系可得： $x_1+x_2 = -(m+1)$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2}$ ，又知个实数根的倒数恰是它本身，则该实根为 1 或 - 1，然后把  $\pm 1$  分别代入两根之和的形式中就可以求出 m 的值．本题考查了一元二次方程的解的定义和一元二次方程根与系数的关系．解此类题目要会把代数式变形为两根之积或两根之和的形式，代入数值计算即可．

【答案】D

【考点】根与系数的关系

【解析】【解答】解：∵方程  $x^2 - 2x - 1=0$  的两根分别为 m、n，

$$\therefore m+n = -\frac{b}{a} = 2.$$

故选 D．

【分析】本题考查了根与系数的关系，解题的关键是找出  $m+n=2$ ．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，利用根与系数的关系找出两根之和与两根之积是关键．根据一元二次方程的系数结合根与系数的关系即可得出  $m+n$  的值，由此即可得出结论．

【答案】D

【考点】根与系数的关系

【解析】【解答】解：由根与系数的关系式得： $2x_2 = -8$ ， $2+x_2 = -m = -2$ ，

$$\text{解得： } x_2 = -4, m = 2,$$

则另一实数根及 m 的值分别为 - 4，2，

故选 D

【分析】此题考查了根与系数的关系式，熟练掌握一元二次方程根与系数的关系是解本题的关键．根据题意，利用根与系数的关系式列出关系式，确定出另一根及 m 的值即可．

【答案】D

【考点】根与系数的关系

【解析】【解答】解：∵a、b 为方程  $x^2 - 3x + p = 0$  ( $p \neq 0$ ) 的两个不相等的实数根，

∴ $a+b=3$ ， $ab=p$ ，

∴ $a^2 - ab + b^2 = (a+b)^2 - 3ab = 3^2 - 3p = 18$ ，

∴ $p = -3$ 。

当  $p = -3$  时， $\Delta = (-3)^2 - 4p = 9 + 12 = 21 > 0$ ，

∴ $p = -3$  符合题意。

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} = \frac{(a+b)^2}{ab} - 2 = \frac{3^2}{-3} - 2 = -5.$$

故选 D。

【分析】本题考查了根与系数的关系、解一元一次方程以及完全平方公式的应用，解题的关键是求出  $p = -3$ 。本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据根与系数的关系找出两根之和与两根之积是关键。根据方程的解析式结合根与系数的关系找出  $a+b=3$ 、 $ab=p$ ，利用完全平方公式将  $a^2 - ab + b^2 = 18$  变形为  $(a+b)^2 - 3ab = 18$ ，代入数据即可得出关于  $p$  的一元一次方程，解方程即可得出  $p$  的值，经验证  $p = -3$  符合题意，再将  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  变形为  $\frac{(a+b)^2}{ab} - 2$ ，代入数据即可得出结论。

【答案】B

【考点】一元二次方程的应用

【解析】【解答】解：由题意可得，

$$7200(1+x)^2 = 8450,$$

故选 B。

【分析】本题考查由实际问题抽象出一元二次方程组，解题的关键是明确题意，列出相应的一元二次方程组。

【答案】B

【考点】根的判别式，一次函数的图象

【解析】【解答】解：∵ $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$  有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = 4 - 4(kb + 1) > 0,$$

解得  $kb < 0$ ，

A.  $k > 0$ ， $b > 0$ ，即  $kb > 0$ ，故 A 不正确；

B.  $k > 0$ ， $b < 0$ ，即  $kb < 0$ ，故 B 正确；

C.  $k < 0$ ， $b < 0$ ，即  $kb > 0$ ，故 C 不正确；

D.  $k > 0$ ， $b = 0$ ，即  $kb = 0$ ，故 D 不正确；

故选：B。

【分析】根据一元二次方程  $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$  有两个不相等的实数根，得到判别式大于 0，求出  $kb$  的符号，对各个图象进行判断即可。本题考查的是一元二次方程根的判别式和一次函数的图象，一元二次方程根的情况与判别式  $\Delta$  的关系：（1） $\Delta > 0 \Leftrightarrow$  方程有两个不相等的实数根（2） $\Delta = 0 \Leftrightarrow$  方程有两个相等的实数根；（3） $\Delta < 0 \Leftrightarrow$  方程没有实数根。

二、填空题

【答案】 $\frac{13}{4}$

【考点】根与系数的关系

【解析】【解答】解：∵方程  $2x^2 - 3x - 1 = 0$  的两根为  $x_1$ ， $x_2$ ， $\therefore x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$ ， $\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}$ 。

故答案为： $\frac{13}{4}$ 。

【分析】根据根与系数的关系得出“ $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$ ”，再利用完全平方公式将  $x_1^2 + x_2^2$  转化成  $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$ ，代入数据即可得出结论。本题考查了根与系数的关系以及完全平方公式，解题的关键是求出  $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$ ， $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2}$ 。本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据根与系数的关系找出两根之和与两根之积，再利用完全平方公式将原代数式转化成只含两根之和与两根之积的代数式是关键。

【答案】6

【考点】一元二次方程的解

【解析】【解答】解：∵ $m$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的一个根，

$$\therefore m^2 - 2m - 3 = 0,$$

$$\therefore m^2 - 2m = 3,$$

$$\therefore 2m^2 - 4m = 6,$$

故答案为：6。

【分析】根据  $m$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的一个根，通过变形可以得到  $2m^2 - 4m$  值，本题得以解决。本题考查一元二次方程的解，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件。

【答案】 $m > \frac{1}{2}$

【考点】根的判别式，根与系数的关系，解一元一次不等式组

【解析】【解答】解：设  $x_1$ 、 $x_2$  为方程  $x^2 + 2x - 2m + 1 = 0$  的两个实数根，

$$\text{由已知得：} \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_1 \cdot x_2 < 0 \end{cases}, \text{即} \begin{cases} 8m \geq 0 \\ -2m + 1 < 0 \end{cases}$$

解得： $m > \frac{1}{2}$ 。

故答案为： $m > \frac{1}{2}$ 。

【分析】设  $x_1$ 、 $x_2$  为方程  $x^2 + 2x - 2m + 1 = 0$  的两个实数根。由方程有实数根以及两根之积为负可得出关于  $m$  的一元一次不等式组，解不等式组即可得出结论。本题考查了根与系数的关系、根的判别式以及解一元一次不等式组，解题的关键是得出关于  $m$  的一元一次不等式组。本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据根的情况结合根的判别式以及根与系数的关系得出关于  $m$  的一元一次不等式组是关键。

【答案】 $60(1+x)^2 = 100$

【考点】一元二次方程的应用，根据实际问题列二次函数关系式



【解析】【解答】解：设平均每月的增长率为  $x$ ，

根据题意可得： $60(1+x)^2=100$ .

故答案为： $60(1+x)^2=100$ .

【分析】本题考查的是一个增长率问题，关键是知道 4 月份的钱数和增长两个月后 6 月份的钱数，列出方程. 设平均每月的增长率为  $x$ ，根据 4 月份的营业额为 60 万元，6 月份的营业额为 100 万元，分别表示出 5，6 月的营业额，即可列出方程.

【答案】2

【考点】一元二次方程的应用

【解析】【解答】解：设人行道的宽度为  $x$  米，根据题意得，

$(30-3x)(24-2x)=480$ ，

解得  $x_1=20$ （舍去）， $x_2=2$ .

即：人行通道的宽度是 2m.

故答案是：2.

【分析】设人行道的宽度为  $x$  米，根据矩形绿地的面积之和为  $480\text{米}^2$ ，列出一元二次方程. 本题考查了一元二次方程的应用，利用两块相同的矩形绿地面积之和为  $480\text{米}^2$  得出等式是解题关键.

### 三、解答题

【答案】解：设方程的另一根为  $t$ .

依题意得： $3 \times (\frac{2}{3})^2 + \frac{2}{3}m - 8 = 0$ ，

解得  $m=10$ .

又  $\frac{2}{3}t = -\frac{8}{3}$ ，

所以  $t=-4$ .

综上所述，另一个根是  $-4$ ， $m$  的值为 10

【考点】根与系数的关系

【解析】【分析】由于  $x=\frac{2}{3}$  是方程的一个根，直接把它代入方程即可求出  $m$  的值，然后由根与系数的关系来求方程的另一根. 此题考查了根与系数的关系，一元二次方程的根的定义，把方程的根代入原方程就可以确定待定系数  $m$  的值.

【答案】

(1) 证明： $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (2m+1)x + m(m+1) = 0$ .

$\therefore \Delta = (2m+1)^2 - 4m(m+1) = 1 > 0$ ，

$\therefore$  方程总有两个不相等的实数根

(2) 解： $\because x=0$  是此方程的一个根，

$\therefore$  把  $x=0$  代入方程中得到  $m(m+1)=0$ ，

$\therefore m=0$  或  $m=-1$ ，

把  $m=0$  或  $m=-1$  代入  $(2m-1)^2 + (3+m)(3-m) + 7m - 5 = 4m^2 - 4m + 1 + 9 - m^2 + 7m - 5 = 3m^2 + 3m + 5$ ，

可得： $(2m-1)^2 + (3+m)(3-m) + 7m - 5 = 5$ ，或  $(2m-1)^2 + (3+m)(3-m) + 7m - 5 = 3 - 3 + 5 = 5$ .

【考点】一元二次方程的解，根的判别式

【解析】【分析】(1) 找出  $a$ ， $b$  及  $c$ ，表示出根的判别式，变形后得到其值大于 0，即可得证. (2) 把  $x=0$  代入方程即可求  $m$  的值，然后将其整体代入所求的代数式并求值即可. 本题考查了根的判别式和一元二次方程的解. 解题时，逆用一元二次方程解的定义易得出所求式子的值，在解题时要重视解题思路的逆向分析.

【答案】解：设要邀请  $x$  支球队参加比赛，由题意，得

$\frac{1}{2}x(x-1)=28$ ，

解得： $x_1=8$ ， $x_2=-7$ （舍去）.

答：应邀请 8 支球队参加比赛

【考点】一元二次方程的应用

【解析】【分析】设要邀请  $x$  支球队参加比赛，则比赛的总场数为  $\frac{1}{2}x(x-1)$  场，与总场数为 28 场建立方程求出其解即可. 本题考查了列一元二次方程解实际问题的运用，一元二次方程的解法的运用，解答时单循环形式比赛规则的总场数为等量关系建立方程是关键.

【答案】解：设该种药品平均每场降价的百分率是  $x$ ，

由题意得： $200(1-x)^2=98$

解得： $x_1=1.7$ （不合题意舍去）， $x_2=0.3=30\%$ .

答：该种药品平均每场降价的百分率是 30%

【考点】一元二次方程的应用

【解析】【分析】设该种药品平均每场降价的百分率是  $x$ ，则两次降价以后的价格是  $200(1-x)^2$ ，据此列出方程求解即可. 此题考查了一元二次方程的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解. 判断所求的解是否符合题意，舍去不合题意的解.

### 四、综合题

【答案】

(1) 解： $\because$  关于  $x$  的分式方程  $\frac{k-1}{x-1}=2$  的根为非负数，

$\therefore x \geq 0$  且  $x \neq 1$ ，

又  $\because x = \frac{k+1}{2} \geq 0$ ，且  $\frac{k+1}{2} \neq 1$ ，

$\therefore$  解得  $k \geq -1$  且  $k \neq 1$ ，

又  $\because$  一元二次方程  $(2-k)x^2 + 3mx + (3-k)n = 0$  中  $2-k \neq 0$ ，

$\therefore k \neq 2$ ，

综上可得： $k \geq -1$  且  $k \neq 1$  且  $k \neq 2$ ；

(2) 解： $\because$  一元二次方程  $(2-k)x^2 + 3mx + (3-k)n = 0$  有两个整数根  $x_1$ 、 $x_2$ ，且  $k=m+2$ ， $n=1$  时，

∴把  $k=m+2$ ,  $n=1$  代入原方程得:  $-mx^2+3mx+(1-m)=0$ , 即:  $mx^2-3mx+m-1=0$ ,

∴ $\Delta \geq 0$ , 即  $\Delta = (-3m)^2 - 4m(m-1)$ , 且  $m \neq 0$ ,

∴ $\Delta = 9m^2 - 4m(m-1) = m(5m+4)$ ,

∵ $x_1$ 、 $x_2$  是整数,  $k$ 、 $m$  都是整数,

∵ $x_1+x_2=3$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{m} = 1 - \frac{1}{m}$ ,

∴ $1 - \frac{1}{m}$  为整数,

∴ $m=1$  或  $-1$ ,

由 (1) 知  $k \neq 1$ , 则  $m+2 \neq 1$ ,  $m \neq -1$

∴把  $m=1$  代入方程  $mx^2-3mx+m-1=0$  得:  $x^2-3x+1-1=0$ ,

$x^2-3x=0$ ,

$x(x-3)=0$ ,

$x_1=0$ ,  $x_2=3$ ;

(3) 解:  $|m| \leq 2$  不成立, 理由是:

由 (1) 知:  $k \geq -1$  且  $k \neq 1$  且  $k \neq 2$ ,

∵ $k$  是负整数,

∴ $k=-1$ ,

$(2-k)x^2+3mx+(3-k)n=0$  且方程有两个实数根  $x_1$ 、 $x_2$ ,

∴ $x_1+x_2 = -\frac{3m}{2-k} = \frac{3m}{k-2} = -m$ ,  $x_1x_2 = \frac{3-k}{2-k} = \frac{4}{3}$ ,

$x_1(x_1-k)+x_2(x_2-k) = (x_1-k)(x_2-k)$ ,

$x_1^2-x_1k+x_2^2-x_2k=x_1x_2-x_1k-x_2k+k^2$ ,

$x_1^2+x_2^2=x_1x_2+k^2$ ,

$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-x_1x_2=k^2$ ,

$(x_1+x_2)^2-3x_1x_2=k^2$ ,

$(-m)^2-3 \times \frac{4}{3} = (-1)^2$ ,

$m^2-4=1$ ,

$m^2=5$ ,

$m=\pm\sqrt{5}$ ,

∴ $|m| \leq 2$  不成立.

【考点】根的判别式, 根与系数的关系, 分式方程的解

【解析】【分析】(1) 先解出分式方程①的解, 根据分式的意义和方程①的根为非负数得出  $k$  的取值; (2) 先把  $k=m+2$ ,  $n=1$  代入方程②化简, 由方程②有两个整数实根得  $\Delta$  是完全平方数, 列等式得出关于  $m$  的等式, 由根与系数的关系和两个整数根  $x_1$ 、 $x_2$  得出  $m=1$  和  $-1$ , 分别代入方程后解出即可. (3) 根据 (1) 中  $k$  的取值和  $k$  为负整数得出  $k=-1$ , 化简已知所给的等式, 并将两根和与积代入计算求出  $m$  的值, 做出判断. 本题考查了一元二次方程的根与系数的关系, 考查了

根的判别式及分式方程的解; 注意: ①解分式方程时分母不能为 0; ②一元二次方程有两个整数根时, 根的判别式  $\Delta$  为完全平方数.

【答案】

(1) 解: 设该市这两年 (从 2013 年度到 2015 年底) 拥有的养老床位数的平均年增长率为  $x$ , 由题意可列出方程:

$2(1+x)^2=2.88$ ,

解得:  $x_1=0.2=20\%$ ,  $x_2=-2.2$  (不合题意, 舍去).

答: 该市这两年拥有的养老床位数的平均年增长率为 20%.

(2) 解: 设规划建设单人间的房间数为  $t$  ( $10 \leq t \leq 30$ ), 则建造双人间的房间数为  $2t$ , 三人间的房间数为  $100-3t$ ,

由题意得:  $t+4t+3(100-3t)=200$ ,

解得:  $t=25$ .

答:  $t$  的值是 25.

②求该养老中心建成后最多提供养老床位多少个? 最少提供养老床位多少个?

解: 设该养老中心建成后能提供养老床位  $y$  个,

由题意得:  $y=t+4t+3(100-3t)=-4t+300$  ( $10 \leq t \leq 30$ ),

∵ $k=-4 < 0$ ,

∴ $y$  随  $t$  的增大而减小.

当  $t=10$  时,  $y$  的最大值为  $300-4 \times 10=260$  (个),

当  $t=30$  时,  $y$  的最小值为  $300-4 \times 30=180$  (个).

答: 该养老中心建成后最多提供养老床位 260 个, 最少提供养老床位 180 个.

【考点】一元一次方程的应用, 一元二次方程的应用, 一次函数的应用

【解析】【分析】本题考查了一次函数的应用、解一元一次方程以及解一元二次方程, 解题的关键是: (1) 根据数量关系列出关于  $x$  的一元二次方程; (2) ①根据数量关系找出关于  $t$  的一元一次方程; ②根据数量关系找出  $y$  关于  $t$  的函数关系式. 本题属于中档题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据数量关系列出方程 (方程组或函数关系式) 是关键. (1) 设该市这两年 (从 2013 年度到 2015 年底) 拥有的养老床位数的平均年增长率为  $x$ , 根据“2015 年的床位数=2013 年的床位数  $\times$  (1+增长率) 的平方”可列出关于  $x$  的一元二次方程, 解方程即可得出结论; (2) ①设规划建设单人间的房间数为  $t$  ( $10 \leq t \leq 30$ ), 则建造双人间的房间数为  $2t$ , 三人间的房间数为  $100-3t$ , 根据“可提供的床位数=单人间数+2 倍的双人间数+3 倍的三人间数”即可得出关于  $t$  的一元一次方程, 解方程即可得出结论; ②设该养老中心建成后能提供养老床位  $y$  个, 根据“可提供的床位数=单人间数+2 倍的双人间数+3 倍的三人间数”即可得出  $y$  关于  $t$  的函数关系式, 根据一次函数的性质结合  $t$  的取值范围, 即可得出结论.