

Sammanfattning :en kort sammanfattning på några rader om vad projektet går ut på.

### Kategori 1:

U1: Uppgiften utgår från att omskriva 2:a ordningens system för rörelse (se ekvation (1)), till 1:a ordningens system . För att kunna göra det behöver vi först göra en variabelsubstitution, den ges av ekvation 2. Vi får då det nya systemet av ekvationer (se ekvation 3)), vilket ges på matrisform enligt ekvation 4.

$$Mq'' + Cq' + Kq = F \text{ där } M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 + c_2 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 0 \\ k_2 h + c_2 h' \end{bmatrix}$$

ordinarie differenkvationer för  $z_1$  och  $z_2$  ges av  $m_1 z_1'' + c_1(z_1' - z_2') + k_1(z_1 - z_2) = 0$

$$m_2 z_2'' + c_1(z_2' - z_1') + c_2(z_2' - h') + k_1(z_2 - z_1) + k_2(z_2 - h) = 0$$

(1)

$$v_1 = z_1 \quad v_2 = z_2 \quad v_3 = z_1' \quad v_4 = z_2' \Leftrightarrow v_1' = v_3 \quad v_2' = v_4 \quad v_3' = z_1'' \quad v_4' = z_2''$$

(2)

$$\begin{bmatrix} v_1' & v_2' & v_3' & v_4' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -k_1/m_1 & k_1/m_2 \\ 0 & 0 & k_1/m_1 & -(k_1 + k_2)/m_2 \\ 1 & 0 & -c_1/m_1 & c_1/m_2 \\ 0 & 1 & c_1/m_1 & -c_1 - c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ (k_2 h + c_2 h')/m_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Höjden av vägunderlaget beskrivs av ekvation 4

$$h(t) = H/2(1 - \cos(2\pi vt)/L) \text{ för } t \leq L/v \quad h(t) = 0 \text{ för } t > L/v$$

```

1 function [h,hdot] = roadprofile(H,L,v,t)
2 % Utparametrar: höjden h(t), och dess derivata h'(t)
3 % Inparametrar: Höjden på gupp H, längden på gupp L, bilens hastighet v och den aktuella tiden t
4
5 if t > L/v
6     h=0;
7     hdot=0;
8 else
9     h=H/2*(1-cos(2*pi*v*t/L));
10    hdot=H/2*sin(2*pi*v*t/L)*2*pi*v/L;
11 end

```

```

1 function dy = quartercar(t,y,A,k2,c2,m2,H,L,v)
2 % Utparameter: dy. Funktionen definierar och returnerar högerledet i systemet dy/dt = A*y(t) + g(t)
3 % Inparametrar: Tidpunkt t, lösningsvektor y(t), systemmatris A, konstanter k2, c2, m2, H, L, v
4 [h,hdot]=roadprofile(H,L,v,t);
5 g=[0;0;0;(k2*h+c2*hdot)/m2];
6 dy=A*y+g;
7 end

```

U2: Uppgiften går ut på att lösa IVP vi tagit fram i U1 numeriskt med några olika numeriska metoder. Vi jämför resultaten från metoderna för att studera om metodernas noggrannhet och effektivitet.

För Euler framåt metoden anges följande med en MATLAB-kod

```
deltaeuler=[5*10^-3, 5*10^-4];
h=deltaeuler;
A=[0,0,1,0;0,0,0,1;-k1/m1,k1/m1,-c1/m1,c1/m1;k1/m2,-(k1+k2)/m2,c1/m2,-(c1+c2)/m2];
te1=[t0:h(1):t1];
Yevec1=feuler2(te1,Ytemp,A,k2,c2,m2,H,L,v,h(1),Yevec);
te2=[t0:h(2):t1];
Yevec2=feuler2(te2,Ytemp,A,k2,c2,m2,H,L,v,h(2),Yevec);
```

För ode45 metoden anges följande med en MATLAB-kod

```
tode45=[t0,t1];
options = odeset('RelTol',1e-6,'AbsTol',1e-8,'Refine',1);
[tv45,yv45]=ode45(@(t,y) quartercar(t,y,A,k2,c2,m2,H,L,v),tode45,Y0,options);
yv45(:,1);

figure(1);
plot(tv45,yv45(:,1),tv45,yv45(:,2),tv45,yv45(:,1)+yv45(:,2),te1,Yevec1(2,:),te2,Yevec2(2,:));
title('positionerna för ode45');
legend('z1','z2','z1+z2','z2 euler 5*10^-^3','z2 euler 5*10^-^4');
xlabel('t');
ylabel('z');
```

```
max(yv45(:,1));
max(yv45(:,2));
mm1=tv45(find(yv45(:,1)== max(yv45(:,1)))));
mm2=tv45(find(yv45(:,2)== max(yv45(:,2)))));
ttemp=tv45;
ttemp(1)=[];
tv45(end)=[];
deltat=ttemp-tv45; % [0;ttemp]
figure(2);
plot(tv45,deltat);
title('skillnad i tidssteg för ode45');
legend('deltat');
xlabel('t');
ylabel('deltat');
```

U3:

U4:

Kategori 2:

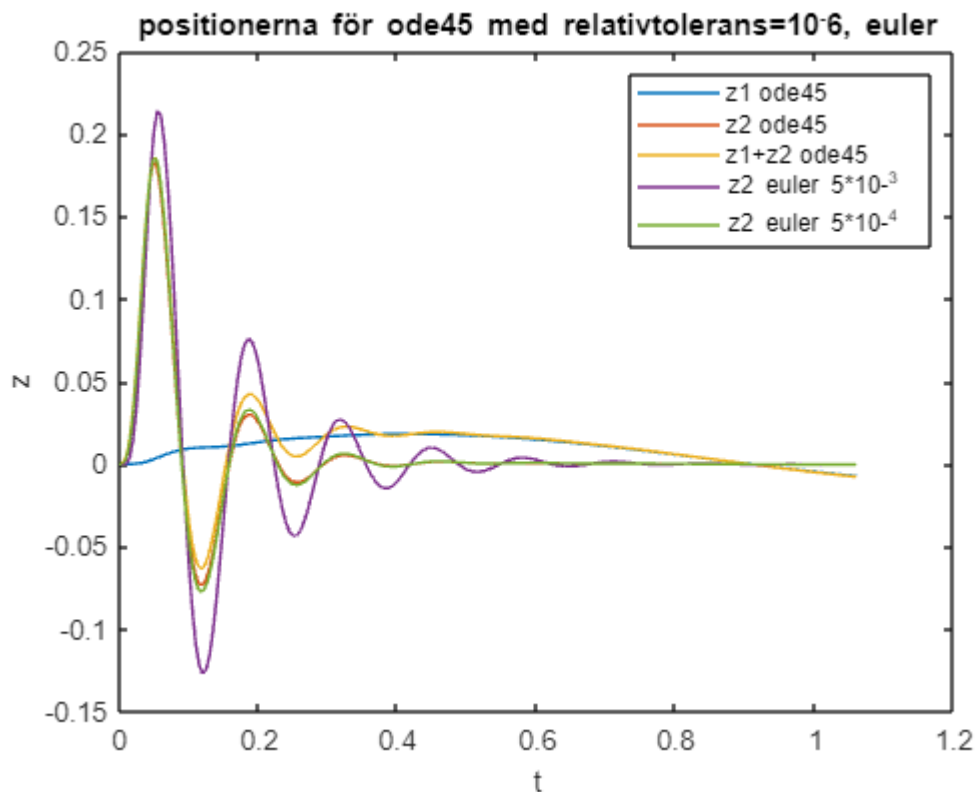
# U1

Matrisen A fås som följande:

	1	2	3	4
1	0	0	1	0
2	0	0	0	1
3	-11.9565	11.9565	-0.6522	0.6522
4	91.6667	-2.1676e+05	5	-26.6667

# U2

i), iii) max av  $z_1$  är 0.412416661126943  
max av  $z_2$  är 0.050755338939411



Vi ser att kurvan " $z_2$  euler  $5 \cdot 10^{-4}$ " är närmare ode45 kurvan för  $z_2$  än " $z_2$  euler  $5 \cdot 10^{-3}$ " vilket innebär att "euler lösningarna" närmar sig lösningen för ode45 med ett minskande steglängd. Det innebär också att ode45 är en noggrannare metod euler med dessa steglängd och toleranser.

$z_{1\max} = 0.018185869900703$  vid  $t = 0.412416661126943s$ ,

$z_{2max}=0.182575421542983$  vid  $t=0.050755338939411s$

De maximala utslagen skiljer sig med en tiopotens vilket innebär att passagerarna kommer att förflyttas vertikalt en tiondel av det avstånd som hjulen förflyttar sig. Därav uppstår en dämpning för passagerarna.

## U3

ii)

$$\Delta t_{max} = 0.052708315751032 \text{ då } k_2 = k_{2ref}$$

$\Delta t = 5 \cdot 10^{-3}$  uppfyller stabilitetsvillkoret

iiii)

För  $k_2=100k_{2ref}$  och  $\Delta t=0.1\Delta t_{max}$  gäller:

$$\Delta t_{max}=0.054522425334094$$

$$\Delta t=0.0054522425334094$$

