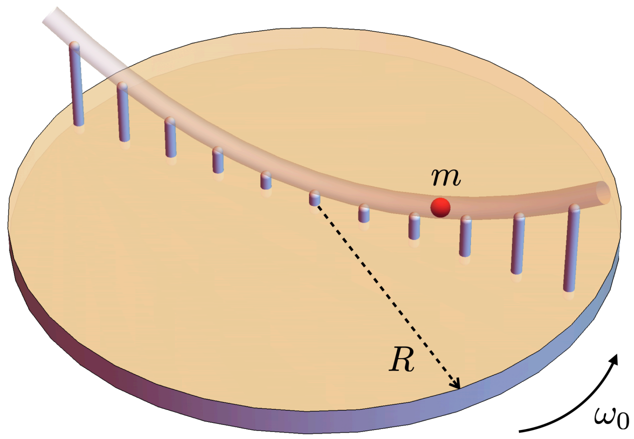
Beräkningsuppgift 2021

Del A

Beskrivning av systemet

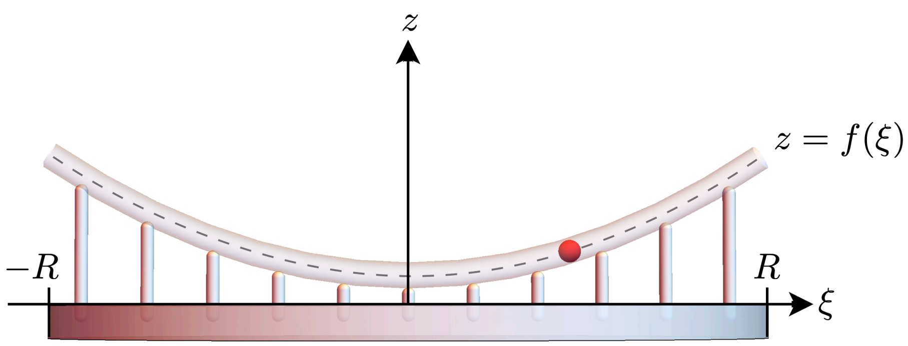


Figur 1.

I Figur 1 ovan ser vi ett krökt rör monterat på en (kring en fix vertikal axel roterande) horisontell skiva av radien R. Röret ligger i ett (roterande) vertikalplan. Skivans (konstanta) vinkelhastighet är ω_0. I röret kan en liten kula av massan m glida friktionsfritt.

Kulans rörelse, givet olika begynnelsevillkor och olika vinkelhastigheter, skall studeras. Dessa villkor och samt relevanta parametervärden kommer att anges senare.

Rörets form kommer att ges som en funktion som Figur 2 nedan antyder. Funktionen f är också att betrakta som en ingångsparameter.

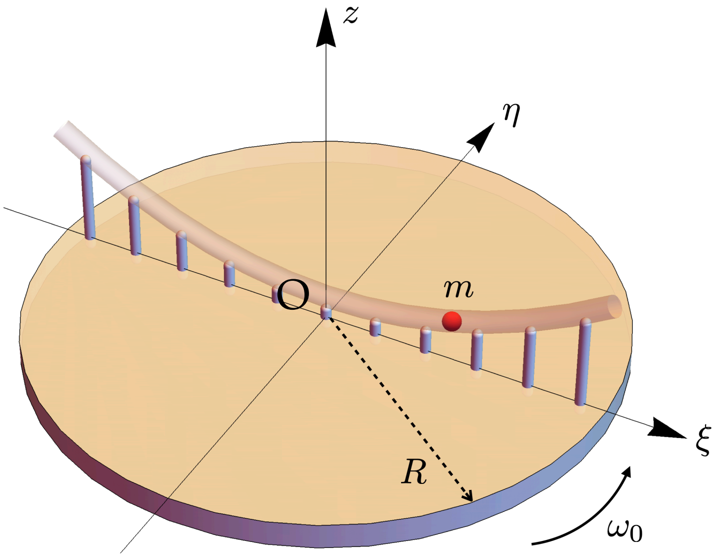


Figur 2.

□

Inledande analys (kinematik)

I Figur 2 infördes en koordinat ξ. I Figur 3 nedan ser vi tydligare hur denna är tänkt att räknas. Både ξ-axeln och η-axeln i denna figur är fixerade i skivan, och roterar alltså runt samma axel (z-axeln) som skivan, och med samma vinkelhastighet (ω_0).



Figur 3.

Kulans läge kan (givet f och ω_0) anges entydigt genom att specificera dess ξ-koordinat. Rörelsen av kulan kan därmed ges genom att bestämma ξ som funktion av tiden.

A1

Inledande uppgift:
Uttryck kulans
- lägevektor
- hastighetsvektor och
- accelerationsvektor

i termer av $\xi(t)$ och dess tidsderivator.

Fortsatt analys (kinetik)

För att kunna bestämma $\xi(t)$ (och därmed kunna räkna ut partikelns bana och dess hastighet etc) behöver vi använda Newtons andra lag. Som bekant gäller Newtons lagar i inertialsystem, men koordinatsystemet $O\xi\eta z$ är inte fixerat i något sådant system.

På kulan verkar, förutom tyngdkraften, tvångskrafter från rörets sidor. För att kunna ställa upp en (differential-) ekvation för $\xi(t)$ är det god ekonomi att försöka att välja en komponent av Newtons andra lag som inte involverar "onödiga" obekanta krafter.

A2

Ytterligare uppgift:
Ställ upp en ("användbar") differential-ekvation för $\xi(t)$.

□

Kommande analys (numerik)

Även om differentialekvationen i uppgift 2 ovan inte är lösbar "med papper och penna" (analytiskt lösbar) så kan man ändå lösa den numeriskt. I ett senare skede kommer vi att titta på detta, men först behöver du lösa de ovanstående två uppgifterna.