Aprendizagem Automática

FICHA N. 1 ENUNCIADO

Nome: Duarte Alexandre Pedro Gonçalves
Número: A46484

1. Considere o conjunto de 7 vetores bi-dimensionais, divididos em duas classes $\Omega = \{\varpi_0, \varpi_1\}$, representados na matriz $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} -5 & -4 & -5 & -6 & 5 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & -3 & -4 & -2 \end{bmatrix}$ (os 4 primeiros vetores do conjunto pertencem à classe ϖ_0).

   (a) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.
      i. O produto interno entre as médias das duas classes é: -23.00.
      ii. A norma da média da classe ϖ_0 é: 5.10.
      iii. Todas as respostas anteriores.
      iv. Nenhuma das respostas anteriores.

   (b) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.
      i. O produto, $\Sigma_0\mu_0$, entre a matriz de covariâcia da classe ϖ_0 e o vetor de média da classe ϖ_0 é: $\mathbf{x} = [-7.00, 1.00]^\top$.
      ii. O produto, $\Sigma_1\mu_0$, entre a matriz de covariância da classe ϖ_1 e o vetor de média da classe ϖ_0 é: $\mathbf{x} = [-14.50, -8.50]^\top$.
      iii. Todas as respostas anteriores.
      iv. Nenhuma das respostas anteriores.

   (c) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.
      i. Considere a matriz $\mathbf{X}_1$ de 2×3, composta pelos vetores da classe ϖ_1. O resultado do produto matricial $\mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^\top$ é $\begin{bmatrix} 77.10 & 12.82 \\ 12.82 & 41.40 \end{bmatrix}$.
      ii. A matriz de covariância da classe ϖ_0 é: $\begin{bmatrix} 0.67 & -0.67 \\ -0.67 & 0.67 \end{bmatrix}$.
      iii. Todas as respostas anteriores.
      iv. Nenhuma das respostas anteriores.

2. Considere um conjunto de N realizações de uma variável aleatória $\mathbf{x}$, bi-dimensional. Considere ainda que este conjunto está num `numpy` array `X` de dimensão $2\times N$. Assuma que os seguintes comandos já foram executados:

```
import numpy as np
from scipy.linalg import sqrtm
```

   (a) Estas instruções calculam a matriz de covariância dos dados (guardada em `Cx`)

      i.
```
mx=np.mean(X,axis=0)
Xn=X-mx
Ctmp=np.dot(Xn,Xn.T)
Cx=Ctmp/(X.shape[1]-1)
```
      ii.
```
mx=np.mean(X,axis=1)
Xn=(X.T-mx).T
```

```
Ctmp=Xn*Xn.T
Cx=Ctmp/(X.shape[1]-1)
```

iii. `Cx=np.cov(X,rowvar=False)`

iv.
```
mx=np.mean(X,axis=1)
Xn=X-mx[:,np.newaxis]
Ctmp=np.dot(Xn,Xn.T)
Cx=Ctmp/(X.shape[1]-1)
```

(b) Assuma que o conjunto de N realizações de $\mathbf{x}$ foi obtido com o seguinte comando: `X=np.random.randn(2,N)` onde `N` é um inteiro previamente definido (com $N >> 2$). Considere uma transformação linear deste conjunto de modo a que os dados transformados tenham uma distribuição gaussiana com média $\mu_{\mathbf{y}} = [0, -4]^\top$ e matriz de covariância $\Sigma_{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 68.56 & 32.26 \\ 32.26 & 68.56 \end{bmatrix}$. Os seguintes comandos geram os dados pretendidos (guardados em `Y`).

i.
```
A=np.array([[-7.10,4.26],[-7.10,-4.26]])
m=np.array([0, -4])
Y=np.dot(A,(X.T-m).T)
```

ii.
```
A=np.array([[-7.10,4.26],[-7.10,-4.26]])
m=np.array([0, -4])
Y=(np.dot(A.T,X.T).T+m).T
```

iii. Todas as respostas anteriores.

iv. Nenhuma das respostas anteriores.

3. No ficheiro `A46484_Q003_data.p`, encontram-se um conjunto de dados bi-dimensionais divididos em 5 classes (índices de `0` a `4`). Há duas variáveis num dicionário: a chave `trueClass` contém os índices das classes dos dados, enquanto a chave `dados` contém os dados bidimensionais. Verificam-se as seguintes condições no conjunto de dados disponibilizado:

(a) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

i. A probabilidade apriori da classe `0` é: 0.27.

ii. A matriz de covariância da classe `4` é: $\begin{bmatrix} 1.01 & -0.03 \\ -0.03 & 1.05 \end{bmatrix}$.

iii. Todas as respostas anteriores.

iv. Nenhuma das respostas anteriores.

(b) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

i. A média da classe `1` é: $\begin{bmatrix} 3.07 \\ -2.98 \end{bmatrix}$.

ii. A média da classe `2` é: $\begin{bmatrix} 0.00 \\ -1.00 \end{bmatrix}$.

iii. Todas as respostas anteriores.

iv. Nenhuma das respostas anteriores.

(c) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

i. A média dos dados é: $\begin{bmatrix} 0.90 \\ -0.89 \end{bmatrix}$.

ii. A matriz de covariância dos dados é: $\begin{bmatrix} 19.46 & 2.15 \\ 2.15 & 9.59 \end{bmatrix}$.

iii. Todas as respostas anteriores.

iv. Nenhuma das respostas anteriores.

(d) Considere que μ_i e Σ_i com $i = 0, \ldots, 4$ são os vetores de média e as matrizes de covariância das classes. Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

i. O vetor resultante do protudo $\Sigma_1\mu_1$, entre a matriz de covariância da classe `1` e o vetor de média da classe `1` é: $\begin{bmatrix} 1.27 \\ 1.05 \end{bmatrix}$.

ii. O determinante do produto matricial entre as matrizes de covariância das classes `0` e `1` é: 6.68.

iii. O produto interno entre as médias das classes `0` e `3` é: -20.28.

iv. O resultado do produto matricial $\mu_0^\top \Sigma_3 \mu_4$ é: -23.22.