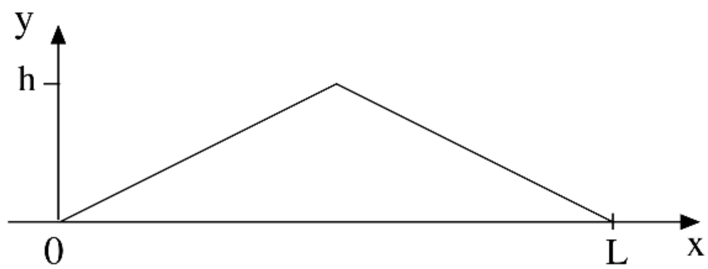
Prof. Guilherme Milhano
Prof. Francisco Duque

Semana 8

Problema 1

Encontre a série de Fourier da função $y(x)$ indicada na figura:



Problema 2

Problema 6.3 do "The Physics of Waves"

Problema 3

Considere uma corda de comprimento $2L$ e com densidade linear de massa μ que se encontra sob tensão T e fixa em ambos os extremos. As condições iniciais ($t = 0$) para o movimento da corda são:

$$y(x, t = 0) = 0$$

$$\dot{y}(x, t = 0) = \begin{cases} v_0\,, & L - a \leq x < L \\ -v_0\,, & L \leq x < L + a \\ 0\,, & \text{no resto da corda} \end{cases}$$

(a) Descreva a situação descrita pelas condições iniciais.

(b) Esboce os 3 primeiros modos normais de vibração da corda irrespectivamente de estes serem, ou não, excitados pelas condições iniciais.

(c) Sabendo que a configuração da corda num instante arbitrário t pode ser escrita como uma combinação linear de modos normais

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi}{2L}x\right) \sin(\omega_n t - \delta_n)\,.$$

Mostre que as condições iniciais resultam em $\delta_n = 0$ e que

$$\dot{y}(x, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \omega_n \sin\left(\frac{n\pi}{2L}x\right) \cos(\omega_n t)\,.$$

(d) Mostre que

$$A_k = -2\frac{v_0}{\omega_k k\pi}\left(2\cos\left(\frac{k\pi}{2}\right) - \cos\left(\frac{k\pi}{2L}(L-a)\right) - \cos\left(\frac{k\pi}{2L}(L+a)\right)\right).$$

[Sugestão: utilize a informação dada pela condição inicial para as velocidade].

(e) Indique, justificando, qual o modo normal mais baixo que *não* é excitado. *[Sugestão: utilize, mesmo que não o tenha mostrado, o resultado da alínea (iv)].*