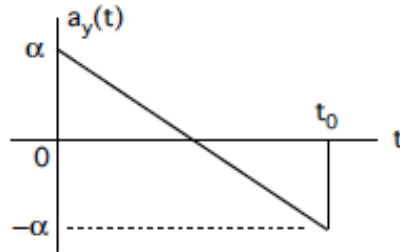


## 2ª Série de Problemas

### Mecânica e Relatividade

#### MEFT

1. Um indivíduo encontra-se num elevador que se encontra a subir com uma aceleração dada pelo seguinte gráfico. O eixo dos  $y$  é vertical com sentido para cima.



O elevador parte do repouso em  $t=0$  e atinge de novo o repouso em  $t=t_0$ .

- 1.a)** Determine a velocidade máxima do elevador.
- 1.b)** Determine a distância percorrida pelo elevador.
2. A força propulsora de um foguetão após o lançamento resulta da expulsão dos produtos de combustão. À medida que vai consumindo o combustível perde massa e a sua aceleração vai aumentando. A velocidade média do foguetão entre o seu lançamento e o instante em que consome a totalidade do combustível, é maior, menor ou igual a metade da velocidade final?
3. Duas pedras são libertadas sem velocidade inicial de uma altura  $h$ . Uma é lançada após a outra.
- 3.a)** A diferença de velocidades entre as pedras durante a queda aumenta, diminui ou mantém-se igual?
- 3.b)** A distância entre as pedras durante a queda aumenta, diminui ou mantém-se igual?
- 3.c)** O intervalo de tempo entre as chegadas das duas pedras ao solo é igual, maior ou menor que o intervalo entre o lançamento?

4. Um indivíduo segue num elevador que se move com velocidade constante  $v_0$  no sentido ascendente. Nesse instante deixa cair de um bolso um molho de chaves. Relativamente à rua o molho de chaves cai de uma altura  $h$ . Passado algum tempo o molho de chaves atinge o chão do elevador. Nesse mesmo instante verifica-se que as chaves se encontram também a uma altura  $h$  da rua.
- 4.a) Quanto tempo demora o molho de chaves a atingir o chão do elevador?
- 4.b) De que altura  $d$  caíram as chaves relativamente ao chão do elevador?
5. Pretende-se estimar a que profundidade se encontra a superfície da água num poço, usando uma pedra e um relógio. Largando a pedra sem velocidade inicial, passados 3 s, ouve-se o som produzido pelo choque da pedra com a superfície da água.
- 5.a) A que profundidade está a superfície da água?
- 5.b) Qual a velocidade máxima que é atingida pela pedra?
- 5.c) Pode-se usar uma bomba fora do poço para tirar água?
6. Uma rã ao saltar maximiza o alcance do seu salto.
- 6.a) Qual será o ângulo inicial de salto de uma rã?
- 6.b) Se um animal estiver mais interessado em aumentar o seu tempo de voo do que em aumentar o alcance do seu salto, é o que acontece com os gafanhotos, deve saltar para o ar com um ângulo superior ou inferior a  $45^\circ$ ?
- 6.c) Em geral, os gafanhotos saltam para o ar fazendo um ângulo de  $55^\circ$  com a horizontal. Qual é a velocidade com que devem partir para um salto que tenha um alcance de 0,8 m?
7. Mostre que ao lançar-se uma bola na direcção de um macaco pendurado numa árvore à distância  $d$  e altura  $h$  (que se liberta sem velocidade inicial no momento de lançamento da bola), a bola colide sempre com o macaco desde que o alcance da bola seja suficiente.
8. Restos de madeira carbonizada foram encontrados em Conímbriga, tendo provavelmente origem romana. Quando se mediu a actividade do  $^{14}\text{C}$  nestes restos, obtiveram-se 10,8 desintegrações por grama e por segundo. O período de semi-transformação do  $^{14}\text{C}$  é  $5730 \pm 30$  anos e a actividade deste isótopo na atmosfera e na matéria viva é de 13,5 desintegrações por grama e por segundo.
- 8.a) A partir do período de semi-transformação, calcule a constante de decaimento do  $^{14}\text{C}$ .

- 8.b)** Supondo que a actividade do  $^{14}\text{C}$  na atmosfera e nas plantas era aproximadamente igual quando a madeira foi queimada, quantos anos decorreram desde essa altura? Em que ano foi a madeira carbonizada?
- 8.c)** Calcule o erro aproximado na datação, devido à imprecisão de 30 anos no período de semi-transformação do  $^{14}\text{C}$ .
- 8.d)** A abundância relativa do  $^{14}\text{C}$  na atmosfera baixou a partir do século XIX. Porquê?
- 8.e)** Verificou-se uma subida da abundância relativa de  $^{14}\text{C}$  na atmosfera a partir de 1954, tendo duplicado em 1963. Porquê?
- 9.** Admita que pretende procurar evidência experimental do decaimento do protão à semelhança da colaboração “Super-Kamiokande” com sede na mina de Kamioka no Japão. Para isso usa um depósito cilíndrico com 36 m de altura e 17 metros de raio que está cheio de água (18 g/mole). Em torno do depósito encontram-se detectores cuja eficiência global na detecção de um decaimento de protão que se dê no interior do depósito é de 20%.
- 9.a)** Se o protão decaísse com uma vida média igual à idade do universo ( $1.3 \times 10^{10}$  anos), quantos protões deveriam decair no primeiro dia de operação do detector?  
*Sugestão: Comece por calcular quantos protões há no depósito, lembrando-se que há 10 protões numa molécula de água. Lembre-se que para  $x \ll 1$ ,  $e^x \approx 1+x$ .*
- 9.b)** Nas condições da alínea anterior, ao fim de quanto tempo é que restariam no tanque um oitavo do número de protões iniciais ?
- 9.c)** Admitindo que a colaboração operou o dispositivo durante um período efectivo de um ano, qual a vida média que o protão deveria ter para que nesse período tivesse sido possível detectar 3 decaimentos?
- 10.** Numa Tomografia de Emissão de Positrões (PET), um paciente é injectado com radionuclídeos de flúor  $^{18}\text{F}$ . Cada núcleo de  $^{18}\text{F}$  emite 1 positrão com um período de semi-transformação de 109 minutos. Os positrões são as antipartículas dos electrões e, por isso, ao colidirem com estes últimos desaparecem (aniquilam-se), emitindo raios  $\gamma$ . Os raios  $\gamma$  ao serem detectados, permitem a construção da imagem de órgãos.
- 10.a)** Calcule a taxa de decaimento  $\lambda$  dos núcleos de  $^{18}\text{F}$  por emissão de positrões?
- 10.b)** Qual é a actividade do  $^{18}\text{F}$  no cérebro ao fim de 10 minutos, sabendo que a actividade inicial era 0.01 Ci?
- 10.c)** Calcule quantos positrões foram emitidos durante esse intervalo de tempo (10 minutos).

**10.d)** Para além do decaimento natural do isótopo  $^{18}\text{F}$ , este isótopo é eliminado biologicamente com um período de semi-transformação de 35 minutos. Determine qual é a actividade da amostra no cérebro ao fim de 10 minutos, tomando ambos os processos em consideração: desintegração e eliminação biológica natural.

**10.e)** Tendo em conta a desintegração e a eliminação biológica natural, ao fim de quanto tempo é que a actividade do  $^{18}\text{F}$  no cérebro se reduz a 90% da actividade inicial.

*(1Ci (curie) =  $3.7 \times 10^{10}$  desintegrações por segundo (becquerel))*

**11.** Suponha que uma amostra de rocha no momento da sua formação há  $3.6 \times 10^9$  anos continha  $N_{0[87\text{Rb}]}$  átomos de rubídio 87 ( $^{87}\text{Rb}$ ),  $N_{0[87\text{Sr}]}$  átomos de estrôncio 87 ( $^{87}\text{Sr}$ ) e  $N_{0[86\text{Sr}]}$  átomos de estrôncio 86 ( $^{86}\text{Sr}$ ). A partir das abundâncias relativas das três espécies na altura de formação da rocha obtiveram-se os seguintes ratios:  $N_{0[87\text{Rb}]} / N_{0[86\text{Sr}]} = 0.2$  e  $N_{0[87\text{Sr}]} / N_{0[86\text{Sr}]} = 0.7$ . O  $^{87}\text{Rb}$  decai em  $^{87}\text{Sr}$  com um tempo de semi-vida de  $48.8 \times 10^9$  anos. Por sua vez o  $^{86}\text{Sr}$  e o  $^{87}\text{Sr}$  são estáveis.

**11.a)** Determine a percentagem de átomos de  $^{87}\text{Rb}$  que sobreviveram até hoje.

**11.b)** Determine o ratio  $N_{[87\text{Rb}]} / N_{[86\text{Sr}]}$  que existe actualmente nessa amostra de rocha.

**11.c)** Refaça a alínea anterior considerando agora três amostras da mesma rocha com *ratios* no momento de formação da rocha,  $N_{0[87\text{Rb}]} / N_{0[86\text{Sr}]}$ , de 0.1, 0.3 e 0.5, e todas elas com  $N_{0[87\text{Sr}]} / N_{0[86\text{Sr}]} = 0.7$ .

**11.d)** Represente num gráfico de  $N_{[87\text{Rb}]} / N_{[86\text{Sr}]}$  em função de  $N_{[87\text{Sr}]} / N_{[86\text{Sr}]}$  os valores actuais das quatro amostras de rocha consideradas nas alíneas anteriores.

**11.e)** Refaça a alínea anterior supondo que a idade da rocha era  $4.5 \times 10^9$  anos.

**11.f)** Discuta a possibilidade de datar uma rocha medindo em diversas amostras dessa rocha as quantidades relativas de  $^{87}\text{Rb}$ , de  $^{87}\text{Sr}$  e de  $^{86}\text{Sr}$

**12.** A idade da Terra pode ser estimada a partir das abundâncias relativas de dois isótopos de Urânio ( $^{235}\text{U}$  e  $^{238}\text{U}$ ) se admitirmos que na formação da Terra foram criados ambos em iguais quantidades. No Urânio natural as abundâncias relativas destes isótopos são 99.27% para o  $^{238}\text{U}$  e 0.72% para o  $^{235}\text{U}$ . O período de semi-transformação do  $^{235}\text{U}$  é 700 milhões de anos e o do  $^{238}\text{U}$  é de 4470 milhões de anos. Estime a idade da Terra.