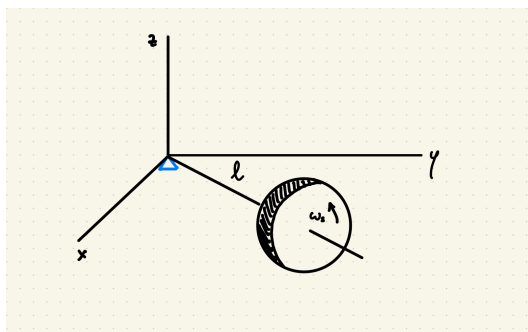


*Neste problema, cuja resolução pode ser encontrada muito facilmente na literatura, serão também valorizadas a clareza de exposição e a simplicidade de argumentos (curtos, directos, precisos).*

Considere um giroscópio com um volante de massa  $M$  num dos extremos de um eixo de comprimento  $l$  cujo outro extremo está ligado a um pivot (ver figura). O movimento irá ser descrito num referencial com origem no pivot. O volante encontra-se em rotação rápida com velocidade angular  $\omega_s$  como indicado na figura.



- (i) Mostre que, em geral, o movimento do giroscópio é dado por:

$$\begin{aligned}\theta_x &= B \sin(\gamma t + \psi) + C, \\ \theta_z &= \frac{lW}{L_s} t + B \cos(\gamma t + \psi) + D,\end{aligned}$$

onde  $B$ ,  $C$  e  $D$  são constantes de integração (determinadas a partir de condições iniciais),  $W$  é o módulo do peso do volante e  $\theta_i$  é o ângulo de rotação em torno do eixo  $\hat{\mathbf{i}}$  (ou seja, tal que  $\dot{\theta}_i = \omega_i$  é a velocidade angular em torno de  $\hat{\mathbf{i}}$ ). Mostre também que  $L_y = L_s = I_s \omega_s$ .

- (ii) Considere os casos: (a)  $B = C = D = 0$ ; (b)  $W = 0$  e  $C = D = 0$ ; (c) o eixo do giroscópio se encontra, no instante  $t = 0$  em repouso e coincidente com o eixo  $\hat{\mathbf{y}}$ . Para cada caso determine o movimento do sistema e descreva-o por palavras.