

ELETROMAGNETISMO

MEFT

10ª Série de problemas

(Reflexão e refração, equações de Fresnel)

1) *Refração e Reflexão total*

Um solar manuelino de Sintra tem um pequeno lago de jardim. O lago, cujas paredes estão cobertas de fungos escuros, é iluminado durante a noite por uma lâmpada colocada no fundo, que emite isotropicamente. Considere que a lâmpada é pontual. O índice de refração da água é $n = 1,33$.

- Se um dos raios de luz da lâmpada incidir na superfície da água segundo um ângulo de incidência de 10° , calcule o ângulo segundo o qual ele se propaga no ar.
- A lâmpada emite luz amarela com comprimento de onda no ar de 589 nm. Qual o comprimento de onda da luz quando esta se propaga na água?
- Nessa noite observa-se que apesar de a lâmpada pontual emitir isotropicamente, quando olhamos para o lago apenas vemos um círculo luminoso com um raio de 40 cm. Qual a profundidade do lago?

2) *Reflexão Total, ângulo de Brewster e Equações de Fresnel*

Na superfície plana de um prisma com índice de refração $n = 2,07846$, faz-se incidir luz monocromática com a seguinte expressão para o campo elétrico:

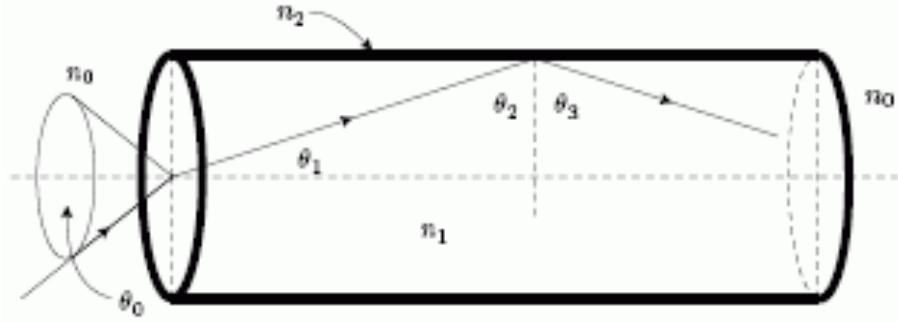
$$\begin{cases} E_x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^2 \sin(5 \times 10^5 t - (x + y\sqrt{3}) \times 10^{-3}) \text{ (V/m)} \\ E_y = 50 \sin(5 \times 10^5 t - (x + y\sqrt{3}) \times 10^{-3} + \pi) \text{ (V/m)} \\ E_z = 0 \end{cases}$$

onde \vec{e}_x é o versor normal à superfície orientado para lá da superfície, \vec{e}_y é o versor paralelo à superfície, no plano de incidência, com o sentido em que se afasta do vetor de onda \vec{k}_i , e \vec{e}_z é o versor perpendicular ao plano de incidência com o sentido dado pelo produto externo $\vec{e}_x \times \vec{e}_y$.

- Determine o índice de refração do meio contendo a onda incidente;
- Calcule o ângulo de refração e o ângulo de reflexão, respetivamente para a onda transmitida e para a onda refletida (se houver alguma destas);
- Determine a intensidade das ondas transmitida e refletida (se houver alguma destas);
- Determine as expressões para o campo elétrico das ondas transmitida e refletida (se houver alguma destas);
- Repita a alínea b) para um novo valor do ângulo de incidência $i = 35,2644^\circ$, para o caso em que a onda incide no prisma de fora para dentro, e para o caso em que a onda viaja no prisma e incide na superfície de dentro para fora;
- Repita a alínea c) para incidência normal.

3) Reflexão total e equações de Fresnel

Uma fibra ótica é constituída por um núcleo central de índice de refração n_1 , revestido por uma bainha de índice de refração $n_2 < n_1$, estando imersa num meio de índice de refração n_0 .



- Designa-se por cone de aceitação duma fibra ótica, como o cone de semi-abertura angular A^{\max}_i (θ_0 na figura) com eixo coincidente com o eixo da fibra, tal que toda luz incidente na superfície de entrada da fibra dentro desse cone angular, permanece dentro da fibra e é por isso transmitido ao longo da fibra com um mínimo de perdas. Calcule A^{\max}_i em função de n_0 , n_1 e n_2 .
- Usando os valores $n_0=1,0$, $n_1=1,5$, e $n_2=1,4$ respetivamente para os índices de refração dos meios incidente (ar), da parte central da fibra e da bainha, calcule o valor de A^{\max}_i . Suponha que agora se faz incidir luz com ângulo igual a esse valor, mas em que se insere tudo dentro de água (com $n=1,33$). Que acontece? Justifique.
- Para se poder dar uma característica da fibra ótica independente do meio exterior, define-se **Abertura Numérica AN** por

$$AN = n_0 \sin A_i^{\max}$$

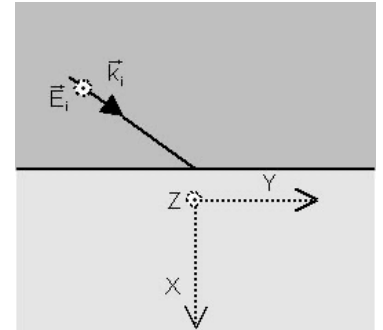
Calcule AN (em função de n_1 e de n_2).

- Considere luz no ar que incide na entrada desta fibra ótica com ângulo de incidência de 20° , e que está polarizada linearmente e perpendicular ao plano de incidência. Calcule a percentagem de energia transmitida por unidade de tempo através da fibra ótica, estando no ar, totalmente imersa na água, ou parcialmente imersa na água (por exemplo, imersa apenas na ponta de saída).

4) Propagação e Equações de Fresnel

Uma onda eletromagnética propaga-se com velocidade $v = \frac{2}{3}c$ num meio com permeabilidade magnética $\mu=\mu_0$ e constante dielétrica ϵ , sendo o campo elétrico (unidades em V/m) em função do tempo e do espaço dado pelas expressões (no sistema de eixos da figura)

$$\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z = 10 \cos \left(2,9224 \times 10^{15} t - \frac{K}{2} (x + y\sqrt{3}) \right) \text{ (V/m)} \end{cases}$$

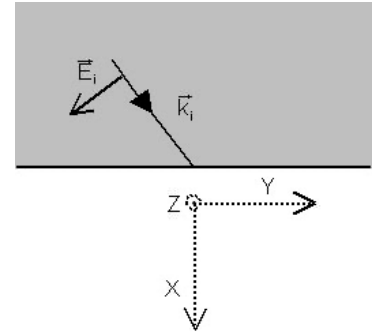


- Calcule o vetor de onda (K_x, K_y, K_z)_i e o índice de refração n_1 do meio onde a onda se propaga (sugestão: comece por calcular o módulo do vetor de onda, K)
- Suponha que esta onda atinge a superfície de separação (plano ZY) para um meio gasoso com índice de refração $n_2=1,2$ no ponto $X=Y=Z=0$ (origem dos eixos).
 - Calcule o ângulo de incidência da onda nessa superfície;
 - Calcule o ângulo de reflexão total e o ângulo de Brewster (ou de polarização);
 - Existe onda transmitida e/ou refletida? Para o(s) caso(s) em que exista, determine o(s) respectivo ângulo(s) de propagação (ângulo de refração ou ângulo de reflexão), o(s) vetor(es) de onda (k_x, k_y, k_z), e o valor(es) máximo(s) do(s) vetor(es) de Poynting para essa(s) onda(s).

5) Propagação e Equações de Fresnel

Uma onda eletromagnética propaga-se num meio com permeabilidade magnética $\mu = \mu_0$ e constante dielétrica ϵ , sendo o campo elétrico (unidades em V/m) em função do tempo e do espaço dado pelas expressões (no sistema de eixos da figura)

$$\begin{cases} E_x = 6 \cos(2,3562 \times 10^{15}t - 1,0472 \times 10^7(0,8x + 0,6y)) \text{ (V/m)} \\ E_y = 8 \cos(2,3562 \times 10^{15}t - 1,0472 \times 10^7(0,8x + 0,6y) + \pi) \text{ (V/m)} \\ E_z = 0 \end{cases}$$

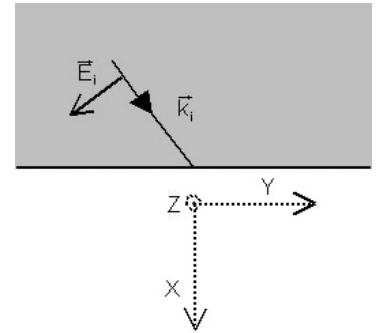


- Calcule o vetor de onda $(K_x, K_y, K_z)_i$, e velocidade de propagação e o índice de refração n_1 do meio onde a onda se propaga;
- Suponha que esta onda atinge a superfície de separação para o ar (com índice de refração $n \cong 1$), no ponto $X=Y=Z=0$ (origem dos eixos) e no instante $t=0$ s, sendo a superfície de separação o plano YZ (ver figura).
 - Calcule o ângulo de incidência da onda nessa superfície;
 - Calcule o ângulo de reflexão total e o ângulo de Brewster (ou de polarização);
 - Existe onda transmitida e/ou refletida? Para o(s) caso(s) em que exista, determine o(s) respectivo ângulo(s) de propagação (ângulo de refração ou ângulo de reflexão), o(s) vetor(es) de onda (k_x, k_y, k_z) , e o valor(es) máximo(s) do(s) vetor(es) de Poynting para essa(s) onda(s).

6) Propagação e Equações de Fresnel

Uma onda eletromagnética propaga-se num meio com permeabilidade magnética $\mu = \mu_0$ e constante dielétrica ϵ_0 , sendo o campo elétrico (unidades em V/m) em função do tempo e do espaço dado pelas expressões (no sistema de eixos da figura)

$$\begin{cases} E_x = 78,78 \cos(\omega t - (0,2182x + 1,2375y) \times 10^7) \text{ (V/m)} \\ E_y = 13,89 \cos(\omega t - (0,2182x + 1,2375y) \times 10^7 + \pi) \text{ (V/m)} \\ E_z = 60 \cos(\omega t - (0,2182x + 1,2375y) \times 10^7) \text{ (V/m)} \end{cases}$$



- Calcule o vetor de onda $(K_x, K_y, K_z)_i$, a velocidade de propagação da onda e o índice de refração n_1 do meio onde a onda se propaga, o comprimento de onda e a frequência angular ω desta onda.
- Obtenha as expressões que descrevem o campo magnético associado a esta onda.
- Calcule o vetor de Poynting e a intensidade para esta onda.
- Suponha que esta onda atinge a superfície de separação para um meio 2 com índice de refração $n_2 \cong 2$, no ponto $X = Y = Z = 0$ (origem dos eixos) e no instante $t = 0$ s, sendo a superfície de separação o plano YZ (ver figura).
 - Calcule o ângulo de incidência da onda nessa superfície;
 - Calcule, se existirem, o ângulo de reflexão total e o ângulo de Brewster (ou de polarização);
 - Existe onda transmitida e/ou refletida? Para o(s) caso(s) em que exista, determine o(s) respectivo ângulo(s) de propagação (ângulo de refração ou ângulo de reflexão), o(s) vetor(es) de onda (k_x, k_y, k_z) , e a(s) intensidade(s) para essa(s) onda(s).