

ELETROMAGNETISMO

MEFT

Soluções alfanuméricas dos problemas da 11ª Série de problemas

Informação prévia

CUIDADO!

Ao virar a página, poderá consultar as soluções alfanuméricas dos problemas da Série de Problemas em título. Ao ter acesso às soluções antes de ter tentado resolver os problemas, poderá comprometer seriamente a independência da sua própria resolução e os objetivos do estudo autónomo.

Tendo em conta que nas provas de avaliação não são dadas as soluções oficiais (nem antes nem durante o tempo de duração das provas), e que a utilização de quaisquer soluções “alternativas” de origem muito duvidosa não é recomendada nem permitida, sendo fortemente penalizada, recomenda-se vivamente a tentativa séria de resolução dos problemas recorrendo apenas ao estudo atempado e metódico, à capacidade e ao treino mental para a resolução de problemas, e aos dados e métodos de resolução de problemas aplicáveis em cada caso.

As soluções alfanuméricas corretas fornecidas na próxima página cumprem apenas o objetivo de tranquilizar os alunos, no sentido de poupar tempo de estudo para a resolução de problemas adicionais, embora em cada caso se pressupõe que os alunos devem ter chegado aos mesmos resultados, com a confiança própria de quem domina a matéria aprendida.

As soluções alfanuméricas incorretas fornecidas na próxima página, bem como as soluções omissas, não cumprem objetivo algum, pelo que, em consequência, não são indicadas explicitamente nem separadas das soluções corretas.

Ao virar a página, os alunos tomam consciência de que, apesar de todo o cuidado, tempo e carinho colocado pelo corpo docente na melhor preparação possível das soluções fornecidas, recebem informação como está aí explicitada, e aceitam a ilibação de quaisquer responsabilidades do corpo docente na preparação das respetivas soluções, corretas e/ou erradas e/ou omissas, abdicam de qualquer direito de reclamação ou de compensação por danos causados, morais ou intelectuais, que advenham da utilização da informação disponibilizada, e comprometem-se a comunicar atempadamente ao corpo docente quaisquer dúvidas e discrepâncias em relação à informação fornecida.

Ao virar a página, os alunos comprometem-se ainda a guardar sigilo em relação à informação aí disponibilizada, em particular abdicando de a:

- circular online ou offline,
- passar aos familiares/amigos/colegas/inimigos,
- copiar sob qualquer forma,
- adulterar e/ou alterar os conteúdos, quaisquer que sejam os objetivos,
- usar para qualquer outro fim que não o seu particular e reservado estudo autónomo, em especial e não excluindo, fins comerciais, industriais, militares, sociais ou outros,
- mostrar aos colegas de estudo em grupos de estudo, sem o consentimento informado dos outros elementos do grupo, devidamente reconhecido nos termos da lei, devendo os mesmos ser informados dos perigos do mau uso da informação consultada e nunca sem antes terem tomado conhecimento na íntegra desta informação prévia.

Bem, é melhor virar mais uma página...

Ok, agora mais a sério...

A resolução de problemas, seja em Física ou em qualquer outro domínio, é facilitada se forem seguidas algumas regras que ajudam na sua análise e a encontrar a sua solução correta.

Esta deve passar por três fases:

- uma de **análise** do problema,
- a de **resolução** propriamente dita e
- uma de **verificação**.

Nota: Das regras a seguir indicadas, nem todas se aplicam a todo o tipo de problemas devendo ser vistas como conselhos de ordem geral.

- **Análise:**
Comece por certificar-se que entende o problema. Se tiver dúvidas experimente sublinhar palavras-chave que o definem, identifiquem o seu tipo e as grandezas envolvidas;
Faça um esquema do sistema físico descrito, incluindo o sistema de eixos se estiverem envolvidas grandezas vetoriais;
Identifique as grandezas por um símbolo;
Veja se o problema é do mesmo tipo de um problema que já conheça; se for, a estratégia de solução deve ser semelhante;
Pense na situação descrita: imagine o que se passa e preveja qual deverá ser o resultado (pelo menos qualitativo). Se tiver dúvidas na sua análise, discuta com um colega.
- **Resolução:**
Liste as grandezas e valores de entrada, as grandezas a calcular e os valores de alguma constante que necessite;
Estabeleça as relações entre as grandezas por forma a definir as relações físicas entre as grandezas a calcular e as fornecidas;
Se a resposta pretendida for um valor numérico, só então passe à substituição de valores, e tenha em atenção as unidades;
No caso de grandezas vetoriais, indique os versores e o sistema de eixos em que são referidos, que tem que estar indicado esquema feito na análise;
- **Verificação:**
Pense no resultado que obteve. Era o que estava à espera?
É consistente com outros problemas semelhantes?
O que sucederia se variasse os valores de entrada?
Analisar a sua solução no caso de situações limite (massa infinita, tempo infinito, etc.), e compare com o que lhe diz a sua intuição nestas situações mais fáceis de compreender.
- **Extra:**
Divirta-se! A [boa] resolução de problemas tem uma enorme utilidade prática e, na maior parte dos casos, pode ser bastante divertida, especialmente quando não são totalmente triviais e levam a uma sensação de desafios vencidos com sucesso.

Vamos a isto!

(quer dizer, vire lá mais uma página)

Bem, é melhor virar ainda mais uma página...

(quer dizer, é para começar a página das soluções
numa página ímpar, permitindo imprimir a partir
da página 5 em frente e verso)

ELETROMAGNETISMO

MEFT

Soluções alfanuméricas dos problemas da 11ª Série de problemas

(Eq.Fresnel, Meios dispersivos, velocidade de grupo, propagação guiada)

1) Representação de ondas e.m. e Eqs. de Fresnel [Exerc. 12.5 JL]

- a) [R: $\vec{B}(z, t) = 6,67 \times 10^{-7} \cos(6 \times 10^6 t - 0,02z + \pi/6) \vec{e}_y$ (T)]
- b) [R: (tendo só componente paralela ao plano de incidência)
Refletida: $E_{0r} = 40,8$ (V/m), $B_{0r} = 1,36 \times 10^{-7}$ (T) ;
Transmitida: $E_{0t} = 120,4$ (V/m), $B_{0t} = 8,03 \times 10^{-7}$ (T)]
- c) [R: Refletida: $E_{0r} = 66,7$ (V/m), $B_{0r} = 2,2 \times 10^{-7}$ (T) ;
Transmitida: $E_{0t} = 133,3$ (V/m), $B_{0t} = 8,9 \times 10^{-7}$ (T)]
- d) [R: $i_B = 63,4^\circ$]
- e) [R: $I_i \cos i = \frac{1}{2} n_1 c \epsilon_0 E_{0i}^2 \cos i = 37,56$ W/m²; $I_r \cos r = \frac{1}{2} n_1 c \epsilon_0 E_{0r}^2 \cos r = 1,56$ W/m²;
 $I_t \cos t = \frac{1}{2} n_2 c \epsilon_0 E_{0t}^2 \cos t = 36,0$ W]

2) Equações de Fresnel [Exerc. 12.7 JL]

- a) [R: $I_i \cos i = 106,2$ W/m²]
- b) [R: $E_{0t} = 160$ (V/m), $B_{0t} = 8 \times 10^{-7}$ (T)]
- c) [R: $R = 4\%$; $T = 96\%$]

3) Dispersão e velocidade de grupo

- a) [R: $u(\omega) = \frac{c}{1 + \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m \omega^2}}$]
- b) [R: $t_1 = \frac{D}{u(\omega_1)} = \frac{D}{c} \left(1 + \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m \omega^2} \right)$]
- c) [R: $\Delta t_{12} = \frac{D}{c} \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m} \left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right)$]
- d) [R: $D = c \Delta t_{12} \cdot \frac{2\epsilon_0 m}{Ne^2} \frac{(2\pi f_1)^2 (2\pi f_2)^2}{(2\pi f_2)^2 - (2\pi f_1)^2} = 3,03 \times 10^{19}$ m = 3204 anos-luz.]

4) Propagação guiada [Exerc. 11.6C JL]

- a) [R: $E_0(y) = A \sin\left(\frac{n\pi}{d} y\right)$]
- b) [R: (usando a equação $\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$) $\vec{k} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{d}\right)^2} \vec{e}_z$]

5) Onda eletromagnética esférica [Probl. 9.35 DG] (com $z = kr - \omega t$ e $c = \omega/k$)

a) [R: $\vec{B}(r, \theta, \varphi, t) = \frac{2A \cos \theta}{\omega r^2} \left[\sin z + \frac{1}{kr} \cos z \right] \vec{e}_r + \frac{A \sin \theta}{\omega r} \left[-k \cos z + \frac{1}{kr^2} \cos z + \frac{1}{r} \sin z \right] \vec{e}_\theta$; note-se que se obteve \vec{B} de $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$; mostre que $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ e que $\vec{\nabla} \times \vec{B} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.]

b) [R: $\vec{\Sigma} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} = \Sigma_r \vec{e}_r + \Sigma_\theta \vec{e}_\theta$, com

$$\Sigma_r = \frac{A^2 \sin^2 \theta}{\mu_0 \omega r^2} \left[\left(-\frac{2}{r} + \frac{1}{k^2 r^3} \right) \sin z \cos z + k \cos^2 z + \frac{1}{kr^2} (\sin^2 z - \cos^2 z) \right] \quad \text{e}$$

$$\Sigma_\theta = \frac{2A^2 \sin \theta \cos \theta}{\mu_0 \omega r^3} \left[\left(1 - \frac{1}{k^2 r^2} \right) \sin z \cos z + \frac{1}{kr} (\cos^2 z - \sin^2 z) \right];$$

Fazendo a média ao longo de um ciclo para obter a intensidade $I = \langle \vec{\Sigma} \rangle$ e notando que

$\langle \sin z \cos z \rangle = 0$, $\langle \sin^2 z \rangle = \langle \cos^2 z \rangle = \frac{1}{2}$, vem $I = \frac{A^2 \sin^2 \theta}{\mu_0 \omega r^2} \cdot \frac{k}{2} = \frac{A^2 \sin^2 \theta}{2\mu_0 c r^2}$, na direção de \vec{e}_r e diminuindo com r^2 como se espera de uma onda esférica]

c) [R: Integrando numa superfície esférica de raio r , temos potência radiada $P = \iint I dS = \frac{A^2}{\mu_0 c} \frac{4\pi}{3}$]

6) Múltiplas superfícies de separação [Probl. 9.36 DG]

[R: sug.: entre as placas têm uma onda que se propaga para a direita e outra que se propaga para a esquerda; estude a continuidade dos campos elétricos e magnético nas duas fronteiras para obter E_{0t} em função de E_{0i}]

7) Múltiplas superfícies de separação [Probl. 9.38 DG]

[R: Notando que $\sin^2(3\omega d/2c)$ varia entre 0 e 1, a Transmitância varia entre 93,5% e 98%, sendo bastante boa (superior a 90%) para todas as frequências angulares. Como trocar n_1 com n_3 não altera a expressão para T, o peixe vê-o tão bem como se vê o peixe.]