

Cálculo Diferencial e Integral II

Ficha de trabalho 10 (modificada)

(Extremos condicionados. Integrais de Campos Escalares em Variedades)

1. Determine os extremos da função f no conjunto S :

a) $f(x, y, z) = x + y + z$, $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 3\}$.

b) $f(x, y, z) = z$, $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 4; x + z = 1\}$.

2. Determine os extremos absolutos da função $f(x, y, z) = z^2 - x - y$ que se encontram na bola $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2\}$.

3. Determine as dimensões da caixa rectangular com volume igual a 1 m^3 que minimizam a respectiva área.

4. Determine os pontos de $\{(\cos t, \sin t, \sin(2t)) ; t \in \mathbb{R}\}$ mais longe da origem.

5. Calcule a área de cada uma das superfícies:

a) $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 + \sqrt{x^2 + z^2} = y < 2; x > 0\}$.

b) $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = xy; x^2 + y^2 < 1\}$.

6. Calcule o momento de inércia da superfície

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = a^2; z > 0\}, \quad a > 0,$$

com densidade de massa constante igual a 1 em relação ao eixo dos zz .