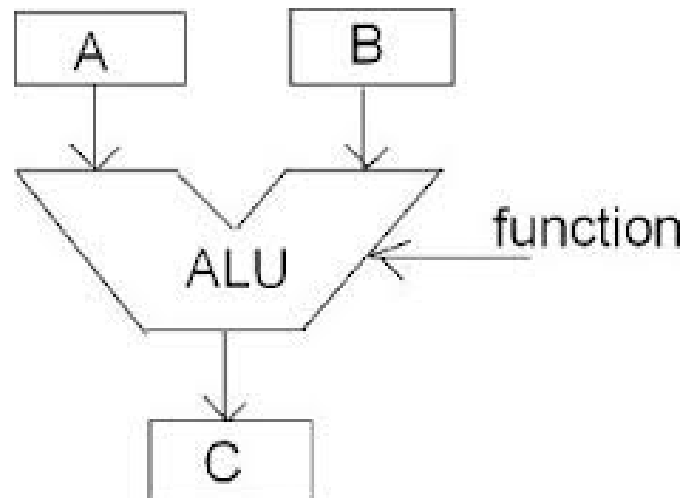


# Sistemas Digitais (SD)

## Unidade Lógica e Aritmética





## ■ Na aula anterior:

- ▶ Circuitos combinatórios típicos:
  - Somadores / Subtratores
  - Comparadores



SEMANA	TEÓRICA 1	TEÓRICA 2	PROBLEMAS/LABORATÓRIO
17/Fev a 21/Fev	Introdução	Sistemas de Numeração	
24/Fev a 28/Fev	<b>CARNAVAL</b>	Álgebra de Boole	P0
02/Mar a 06/Mar	Elementos de Tecnologia	Funções Lógicas	VHDL
9/Mar a 13/Mar	Minimização de Funções	Minimização de Funções	L0
16/Mar a 20/Mar	Def. Circuito Combinatório; Análise Temporal	Circuitos Combinatórios	P1
23/Mar a 27/Mar	Circuitos Combinatórios	Circuitos Combinatórios	<b>L1</b>
30/Mar a 03/Abr	Circuitos Sequenciais: Latches	Circuitos Sequenciais: Flip-Flops	P2
06/Abr a 10/Abr	<b>FÉRIAS DA PÁSCOA</b>	<b>FÉRIAS DA PÁSCOA</b>	<b>FÉRIAS DA PÁSCOA</b>
13/Abr a 17/Abr	Caracterização Temporal	Registos	L2
20/Abr a 24/Abr	Contadores	Circuitos Sequenciais Síncronos	P3
27/Abr a 01/Mai	Síntese de Circuitos Sequenciais Síncronos	Síntese de Circuitos Sequenciais Síncronos	L3
04/Mai a 08/Mai	Exercícios	Memórias	P4
11/Mai a 15/Mai	Máq. Estado Microprogramadas: Circuito de Dados e Circuito de Controlo	Máq. Estado Microprogramadas: Microprograma	L4
18/Mai a 22/Mai	Circuitos de Controlo, Transferência e Processamento de Dados de um Processador	Lógica Programável	P5
25/Mai a 29/Mai	P6	P6	L5

Teste 1

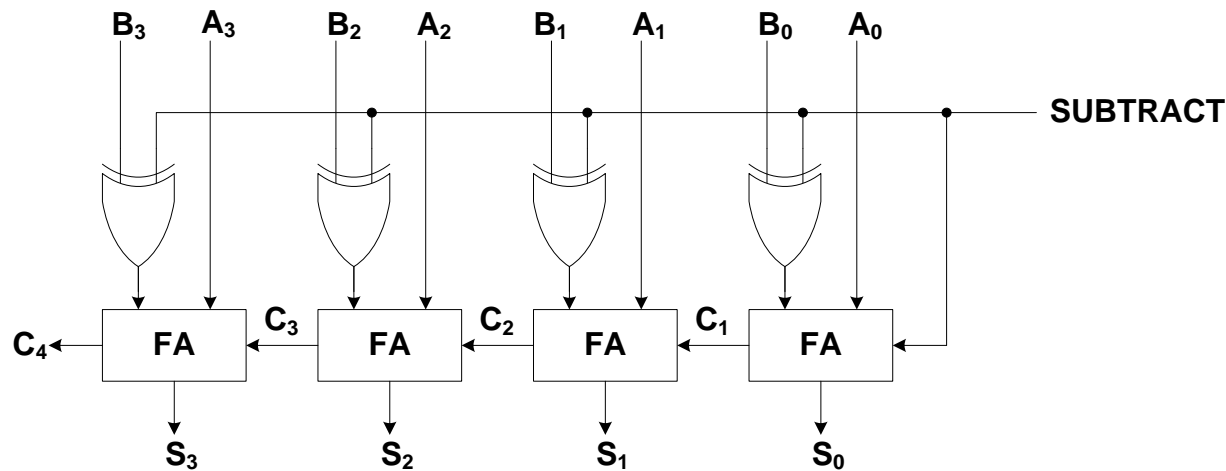
## ■ Tema da aula de hoje:

- ▶ Unidade Lógica e Aritmética (ULA)

## □ Bibliografia:

- M. Mano, C. Kime: Secções 4.5 e 9.3
- G. Arroz, J. Monteiro, A. Oliveira: Secção 8.4

## ■ Circuito somador/subtrator (revisão)

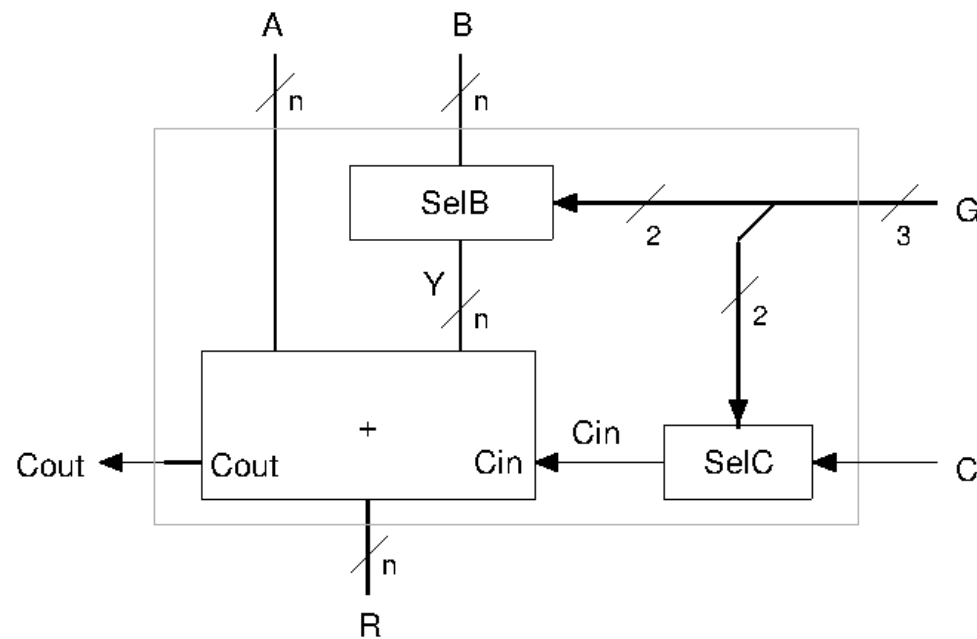


SUBTRACT = 0 →  $S = A + B$

SUBTRACT = 1 →  $S = A - B$

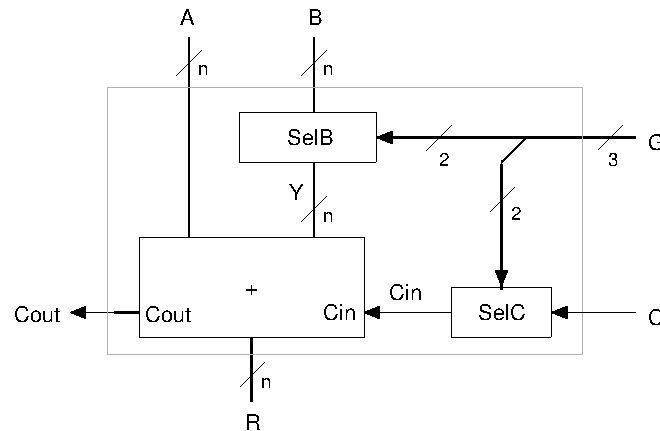
- Será possível realizar unidades aritméticas mais completas com um único circuito combinatório?

- Unidade aritmética baseada num único circuito:

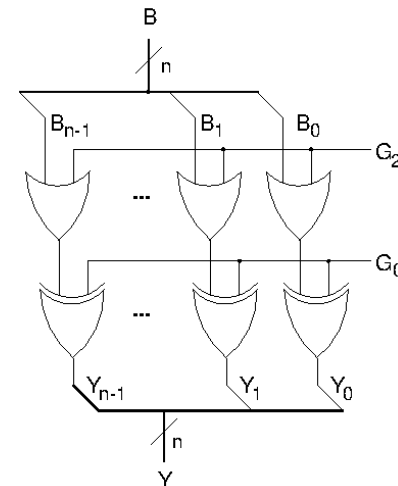


► A entrada **G** define o **tipo de operação**.

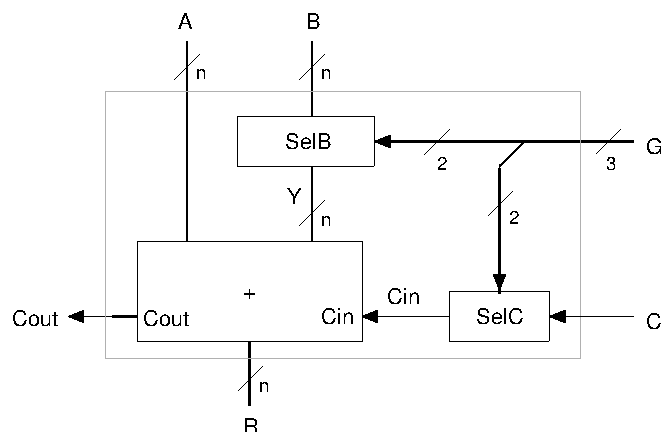
## ■ Unidade aritmética baseada num único circuito:



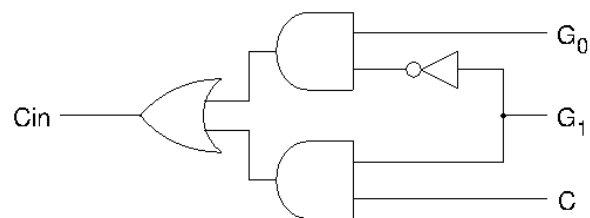
$G_2G_0$	$Y_i$
00	$B_i$
01	$\overline{B_i}$
10	$111\dots = -1$
11	0



## ■ Unidade aritmética baseada num único circuito:

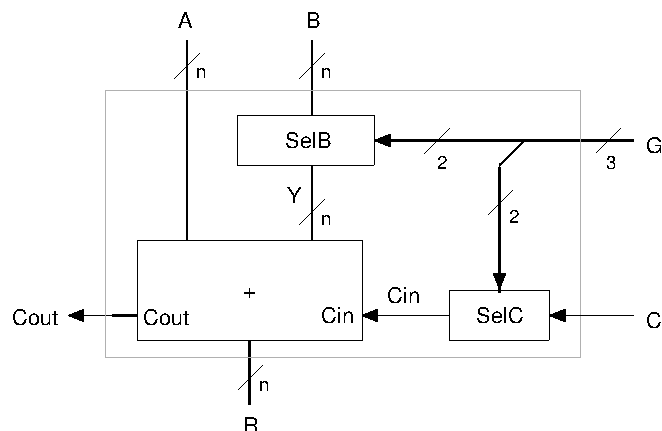


$G_1 G_0$	$C_{in}$
00	0
01	1
10	C
11	C





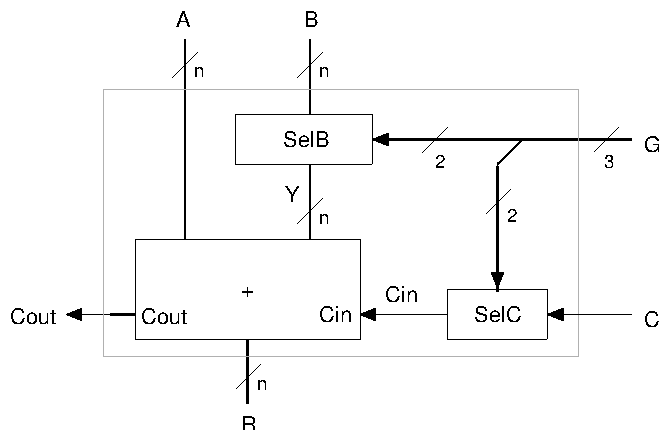
## ■ Unidade aritmética baseada num único circuito:



$G_2G_0$	$Y_i$	$G_1G_0$	$C_{in}$
00	$B_i$	00	0
01	$\overline{B_i}$	01	1
10	1	10	C
11	0	11	C

$G_2G_1G_0$	$Y_i$	$C_{in}$	Operação
000	$B_i$	0	

## ■ Unidade aritmética baseada num único circuito:



$G_2G_0$	$Y_i$	$G_1G_0$	$C_{in}$
00	$B_i$	00	0
01	$\overline{B_i}$	01	1
10	$111\dots = -1$	10	C
11	0	11	C

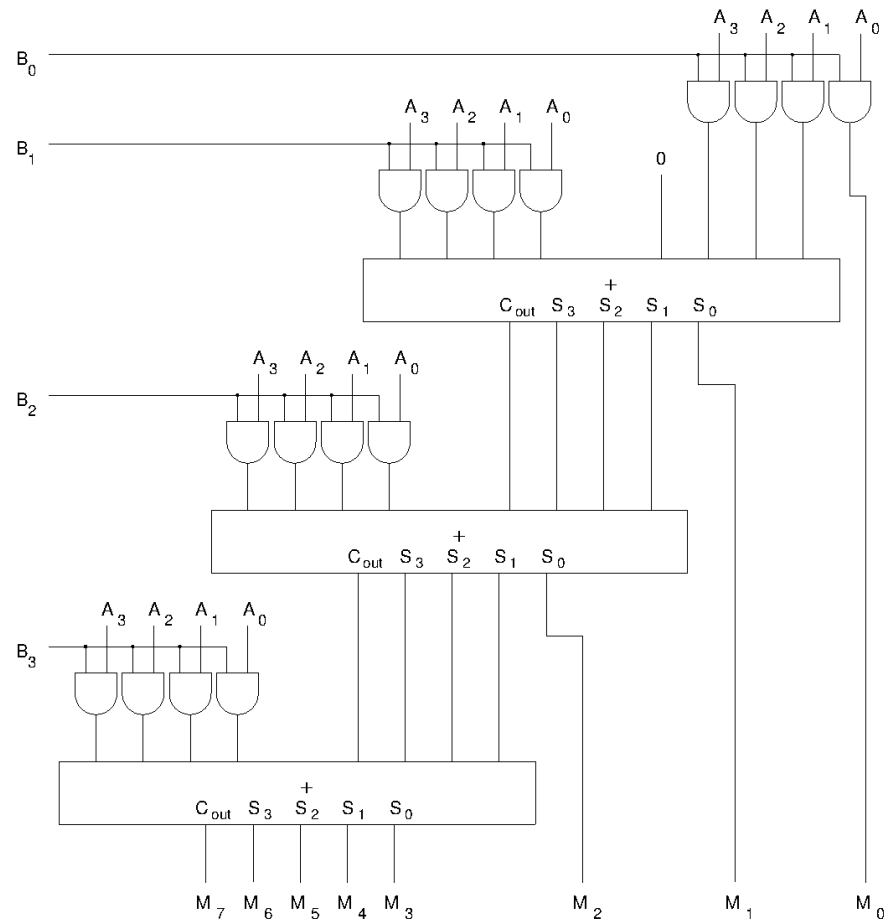
$G_2G_1G_0$	$Y_i$	$C_{in}$	Operação	
000	$B_i$	0	$R \leftarrow A + B$	Soma
001	$\overline{B_i}$	1	$R \leftarrow A - B$	Subtração
010	$B_i$	C	$R \leftarrow A + B + C$	Soma com bit de transporte
011	$\overline{B_i}$	C	$R \leftarrow A - B - \overline{C}$	Subtração com transporte negado
100	$111\dots$	0	$R \leftarrow A - 1$	Decremento
101	0	1	$R \leftarrow A + 1$	Incremento
110	$111\dots$	C	$R \leftarrow A - \overline{C}$	Decremento, se C=0
111	0	C	$R \leftarrow A + C$	Incremento, se C=1

$$\begin{aligned}
 & A + \overline{B} + C_{in} \\
 &= A + \overline{B} + C_{in} + 1 - 1 \\
 &= (A + \overline{B} + 1) + C_{in} - 1 \\
 &\quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{A-B} \\
 &= (A - B) - (1 - C_{in}) \\
 &= (A - B) - \underbrace{\overline{C_{in}}}_{\text{Borrow}}
 \end{aligned}$$

## ■ Multiplicação

A					1	1	0	1	Multiplicando
B				x	1	0	1	0	Multiplicador
					0	0	0	0	Produto parcial
				1	1	0	1		Produto parcial
			0	0	0	0			Produto parcial
		1	1	0	1				Produto parcial
M	1	0	0	0	0	0	1	0	Resultado

## ■ Multiplicação (representação sem sinal)



## ■ Caso particular: multiplicação por uma potência inteira de 2

Exemplo:

$$6 \times 4 = 24$$

$$\Leftrightarrow (\underline{0} \times 2^3 + \underline{1} \times 2^2 + \underline{1} \times 2^1 + \underline{0} \times 2^0) \times 4 = 24$$

$$\Leftrightarrow (\underline{0} \times 2^3 + \underline{1} \times 2^2 + \underline{1} \times 2^1 + \underline{0} \times 2^0) \times 2^2 = 24$$

$$\Leftrightarrow \underline{0} \times 2^5 + \underline{1} \times 2^4 + \underline{1} \times 2^3 + \underline{0} \times 2^2 + \underline{0} \times 2^1 + \underline{0} \times 2^0 = 24$$

Ou seja:  $000110 \times 4 = 0110\underline{00}$

Deslocamento à  
esquerda de 2 posições

**A multiplicação pela k potência de 2 (i.e.  $2^k$ ) corresponde a deslocar os bits do operando em k posições para a esquerda.**

## ■ Divisão

Dividendo	Divisor
1 0 0 1 0 0 1 1	0 1 0 1
- 0 1 0 1	0 0 0 1 1 1 0 1
0 1 0 0 0	Quociente
- 0 1 0 1	
0 0 1 1 0	
- 0 1 0 1	
0 0 0 1 1 1	
- 0 1 0 1	
0 0 1 0	Resto

## ■ Divisão

- ▶ Não tem uma sequência fixa de operações elementares
- ▶ O número seleccionado de bits do dividendo em cada passo é variável

+

- ▶ Operação pouco frequente, na maioria das aplicações
- ▶ Operação complexa



- ▶ Implementada tipicamente através de uma sequência de operações mais simples



**Programa**

## ■ Caso particular: divisão por uma potência inteira de 2

Exemplo:

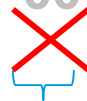
$$36 \div 4 = 9$$

$$\Leftrightarrow (\underline{1} \times 2^5 + \underline{0} \times 2^4 + \underline{0} \times 2^3 + \underline{1} \times 2^2 + \underline{0} \times 2^1 + \underline{0} \times 2^0) \div 4 = 9$$

$$\Leftrightarrow (\underline{1} \times 2^5 + \underline{0} \times 2^4 + \underline{0} \times 2^3 + \underline{1} \times 2^2 + \underline{0} \times 2^1 + \underline{0} \times 2^0) \div 2^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (\underline{1} \times 2^3 + \underline{0} \times 2^2 + \underline{0} \times 2^1 + \underline{1} \times 2^0) = 9$$

Ou seja:  $100100 \div 4 = 1001 \text{ } \text{00}$



Deslocamento à direita  
de 2 posições

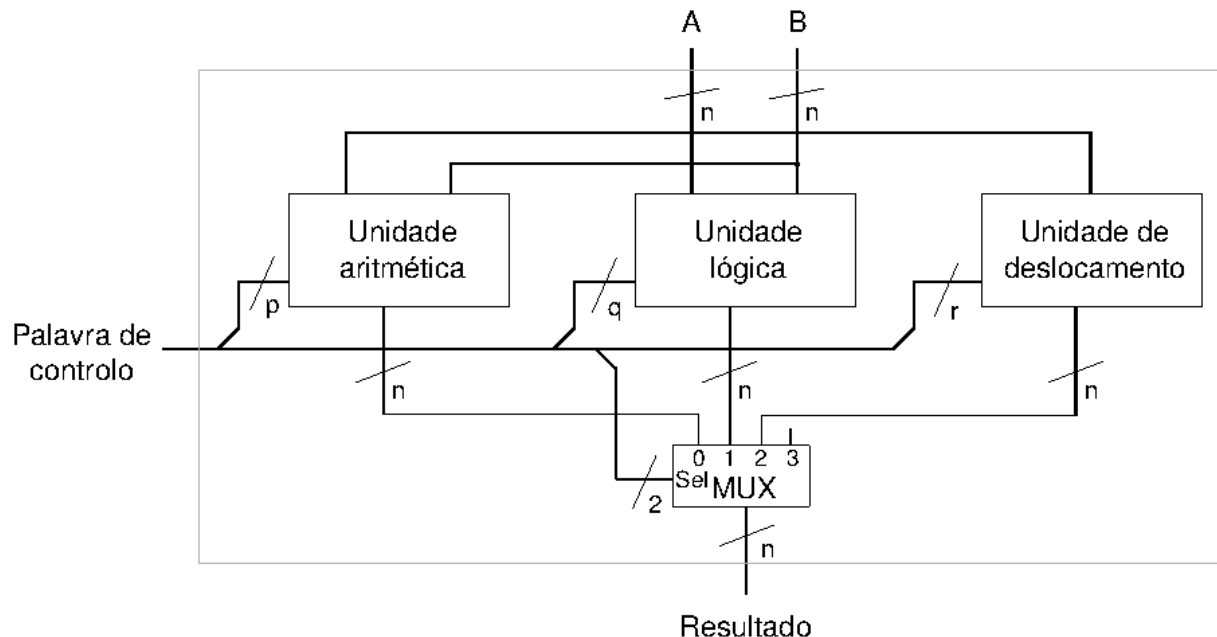
**A divisão pela k potência de 2 (i.e.  $2^k$ ) corresponde a deslocar os bits do operando em k posições para a direita. Em formato C2, faz-se um deslocamento aritmético para a direita (SHRA).**



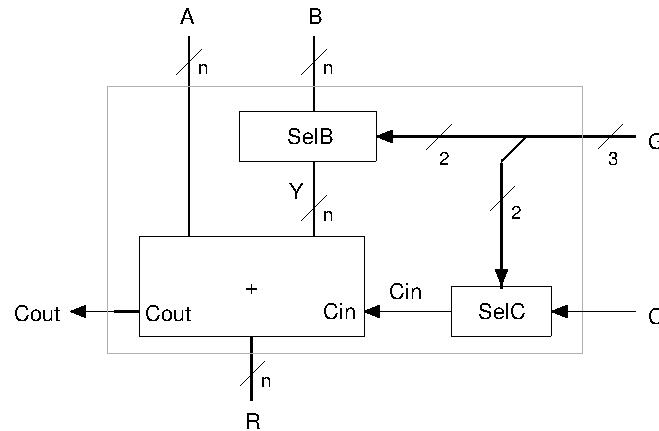
## ■ Unidade Lógica e Aritmética

► Circuito combinatório que implementa as operações:

- Aritméticas
- Lógicas
- Deslocamento



## ■ Unidade Aritmética

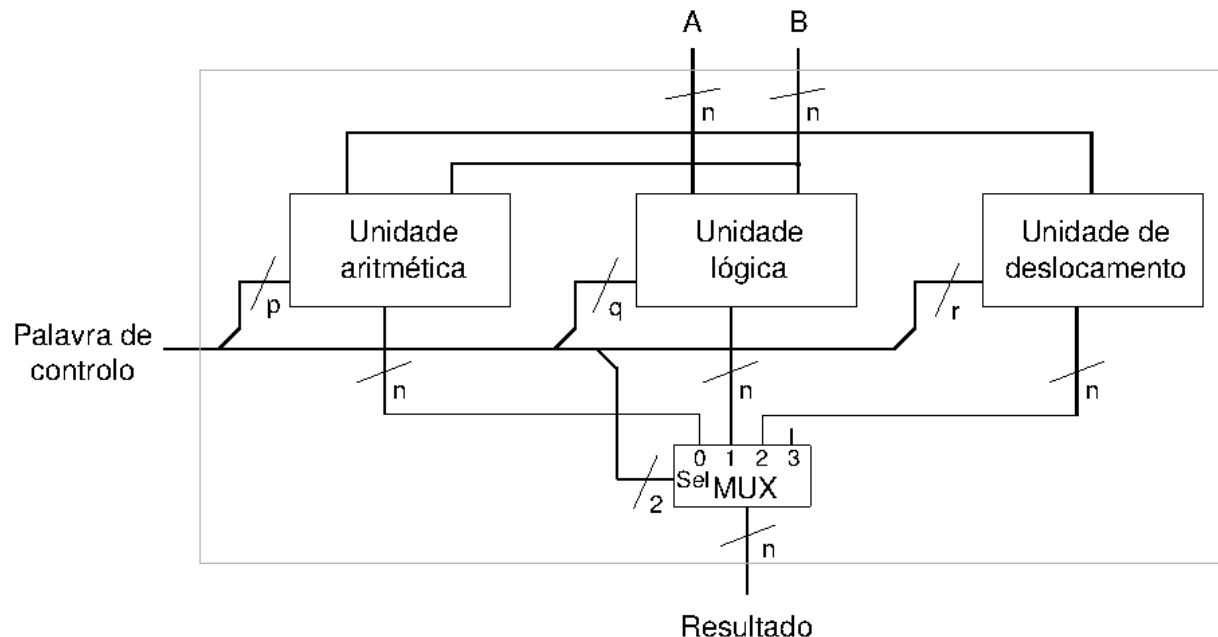


$G_2G_1G_0$	$Y_i$	$C_{in}$	Operação	
000	$B_i$	0	$R \leftarrow A + B$	Soma
001	$\overline{B_i}$	1	$R \leftarrow A - B$	Subtracção
010	$B_i$	C	$R \leftarrow A + B + C$	Soma com bit de transporte
011	$\overline{B_i}$	C	$R \leftarrow A - B - \overline{C}$	Subtracção com transporte negado
100	1	0	$R \leftarrow A - 1$	Decremento
101	0	1	$R \leftarrow A + 1$	Incremento
110	1	C	$R \leftarrow A - \overline{C}$	Decremento, se C=0
111	0	C	$R \leftarrow A + C$	Incremento, se C=1

## ■ Unidade Lógica e Aritmética

► Circuito combinatório que implementa as operações:

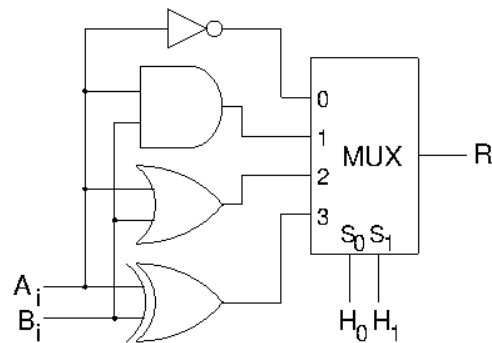
- Aritméticas
- Lógicas
- Deslocamento



## ■ Unidade Lógica

- As operações lógicas aplicam-se individualmente a cada bit dos operandos de entrada:

$$R \leftarrow A \wedge B \quad \Leftrightarrow \quad R \leftarrow A_{n-1} \wedge B_{n-1} \mid A_{n-2} \wedge B_{n-2} \mid \dots \mid A_0 \wedge B_0$$

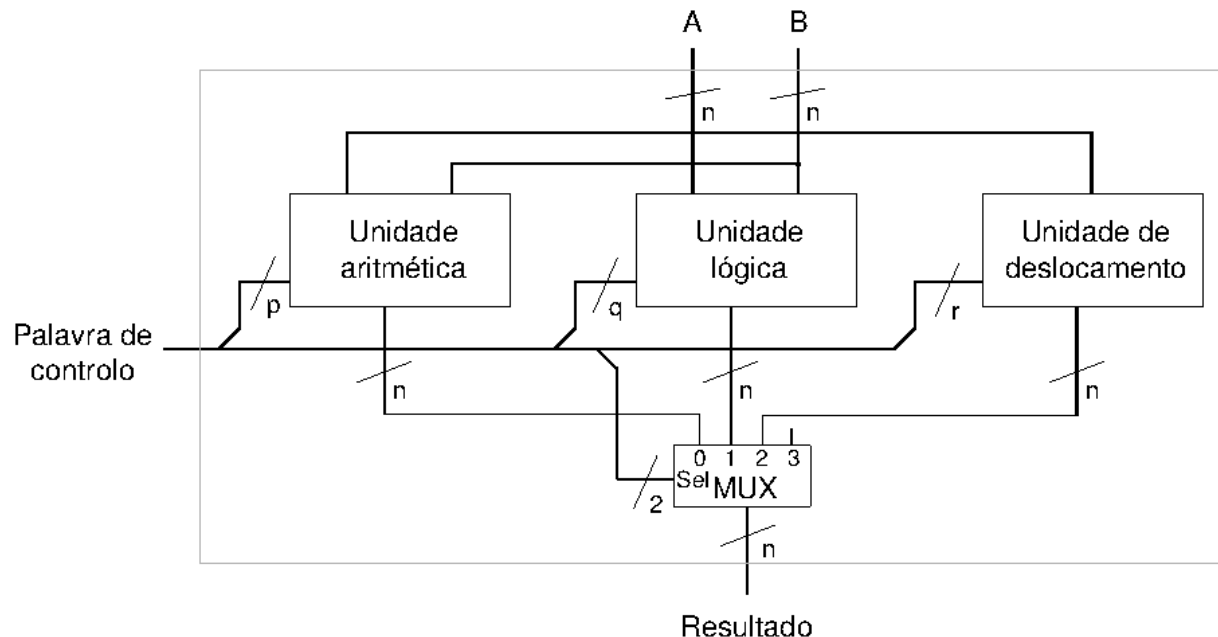


$H_1H_0$		Operação
00	$R \leftarrow \overline{A}$	Complemento
01	$R \leftarrow A \wedge B$	Conjunção
10	$R \leftarrow A \vee B$	Disjunção
11	$R \leftarrow A \oplus B$	Disjunção exclusiva

## ■ Unidade Lógica e Aritmética

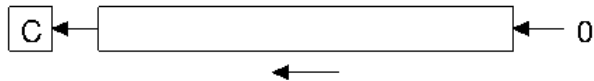
► Circuito combinatório que implementa as operações:

- Aritméticas
- Lógicas
- Deslocamento

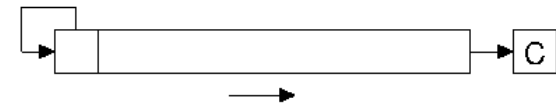
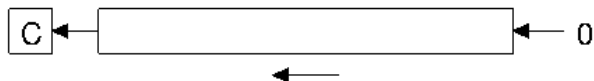


## ■ Operações de deslocamento

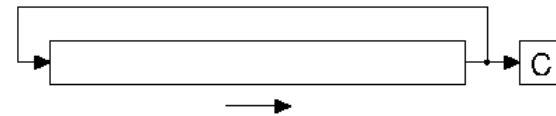
### ► Deslocamento simples



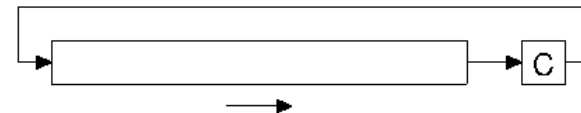
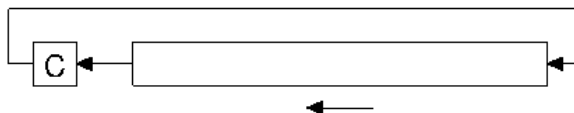
### ► Deslocamento aritmético



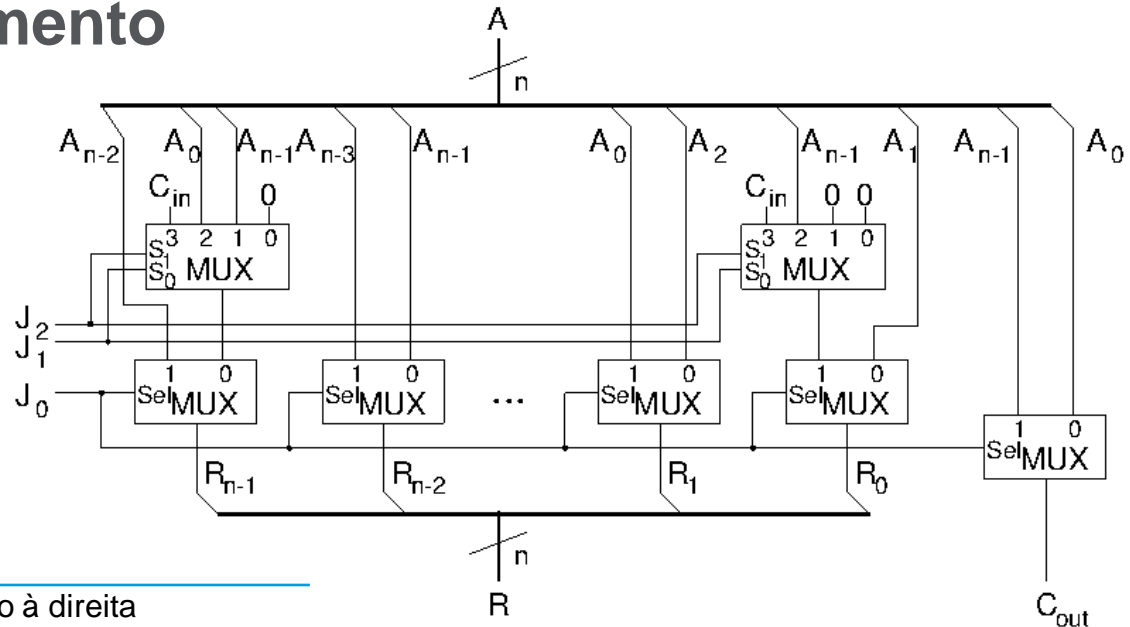
### ► Rotação



### ► Rotação com transporte



## ■ Unidade de deslocamento

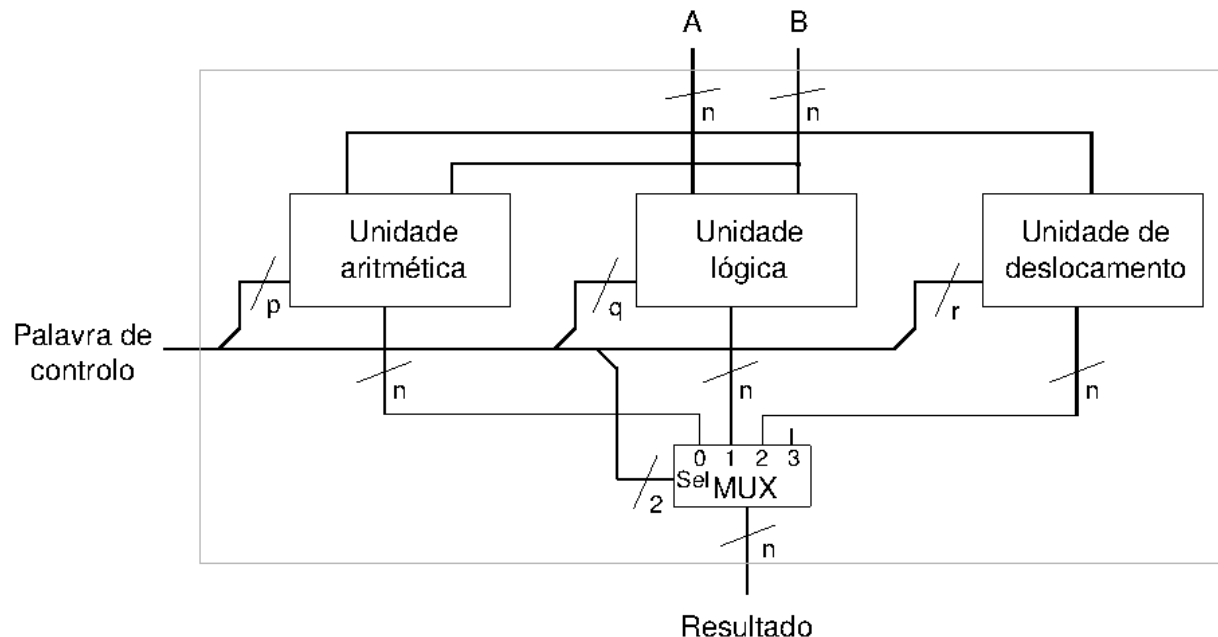


$J_2 J_1 J_0$	Operação	
000	$R \leftarrow \text{SHR } A$	Deslocamento lógico à direita
001	$R \leftarrow \text{SHL } A$	Deslocamento lógico à esquerda
010	$R \leftarrow \text{SHRA } A$	Deslocamento aritmético à direita
011	$R \leftarrow \text{SHLA } A$	Deslocamento aritmético à esquerda
100	$R \leftarrow \text{ROR } A$	Rotação à direita
101	$R \leftarrow \text{ROL } A$	Rotação à esquerda
110	$R \leftarrow \text{RORC } A$	Rotação à direita com transporte
111	$R \leftarrow \text{ROLC } A$	Rotação à esquerda com transporte

## ■ Unidade Lógica e Aritmética

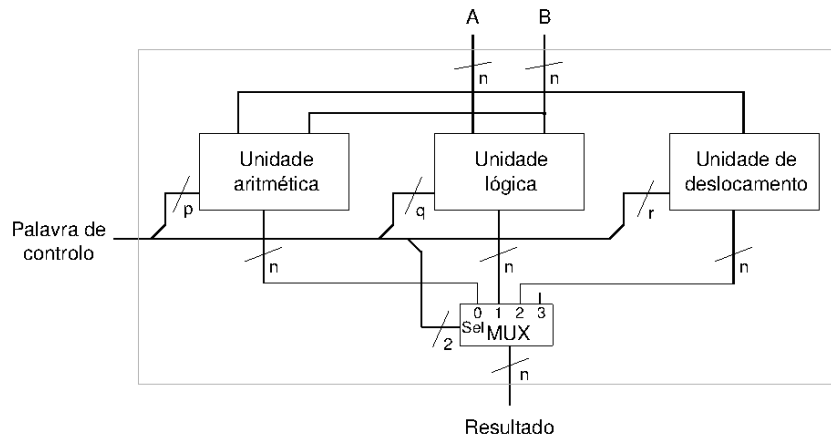
► Circuito combinatório que implementa as operações:

- Aritméticas
- Lógicas
- Deslocamento





## ■ Operações da unidade lógica e aritmética



- ▶ A função realizada é definida por uma palavra de comando;
- ▶ Várias codificações possíveis.

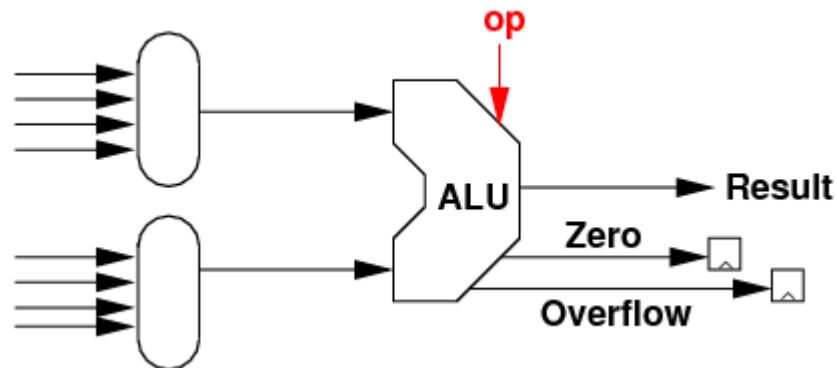
$S_4S_3S_2S_1S_0$		Operação
00000	$R \leftarrow A + B$	Soma
00001	$R \leftarrow A - B$	Subtração
00010	$R \leftarrow A + B + C$	Soma com bit de transporte
00011	$R \leftarrow A - B - (\sim C)$	Subtração com transporte negado
00100	$R \leftarrow A - 1$	Decremento
00101	$R \leftarrow A + 1$	Incremento
00110	$R \leftarrow A - (\sim C)$	Decremento, se $C=0$
00111	$R \leftarrow A + C$	Incremento, se $C=1$
01-00	$R \leftarrow \sim A$	Complemento
01-01	$R \leftarrow A \wedge B$	Conjunção
01-10	$R \leftarrow A \vee B$	Disjunção
01-11	$R \leftarrow A \oplus B$	Disjunção exclusiva
10000	$R \leftarrow \text{SHR } A$	Deslocamento lógico à direita
10001	$R \leftarrow \text{SHL } A$	Deslocamento lógico à esquerda
10010	$R \leftarrow \text{SHRA } A$	Deslocamento aritmético à direita
10011	$R \leftarrow \text{SHLA } A$	Deslocamento aritmético à esquerda
10100	$R \leftarrow \text{ROR } A$	Rotação à direita
10101	$R \leftarrow \text{ROL } A$	Rotação à esquerda
10110	$R \leftarrow \text{RORC } A$	Rotação à direita com transporte
10111	$R \leftarrow \text{RORL } A$	Rotação à esquerda com transporte
11---	$R \leftarrow A$	Transferência

## ■ Bits de Estado (*flags*)

- ▶ Para além do resultado, as unidades lógicas e aritméticas disponibilizam também um conjunto de **bits de estado**, que reflectem o valor do resultado.

Exemplos:

- **Z** – activo quando o resultado corresponde ao valor zero;
- **N** – activo quando o resultado corresponde a um valor negativo;
- **P** – activo quando o resultado corresponde a um valor positivo;
- **C** – activo quando o carry gerado aquando do cálculo do bit mais significativo do resultado é '1';
- **O** – activo quando o resultado corresponde a uma situação de overflow.





## ■ Tema da Próxima Aula:

- ▶ Elementos básicos de memória
- ▶ Latches
  - Latch RS
  - Latch RS sincronizado
  - Latch D

## Agradecimentos

Algumas páginas desta apresentação resultam da compilação de várias contribuições produzidas por:

- Nuno Roma
- Guilherme Arroz
- Horácio Neto
- Nuno Horta
- Pedro Tomás