

---

# **1º teste de Física Computacional (MEFT/IST)**

1º semestre 2020-21

Fernando Barão, Jorge Vieira, Miguel Orcinha

## Teste

1. Duração do teste: 3H00

Será feita uma única cópia da estrutura de pastas às 12H30 e será isso que é objecto de avaliação.

2. Entrega do teste através do svn.

Não se esqueçam de fazer `commit` de todos ficheiros com excepção dos ficheiros `*.o` e `*.exe`

Nota: A operação `svn status` permite identificar os ficheiro ainda não `committed` ou ainda não sob controlo de svn.

Após terem submetido o vosso teste verifiquem que este se encontra bem submetido.

Ficheiros não submetidos não poderão ser avaliados.

## Correcção do teste

Cada aluno deve verificar que possui no seu directório pessoal (identificado pelo seu número mecano-gráfico) a estrutura de pastas que se segue:

```
teste01/src ..... [user classes: header e source files]
  /main ..... [main program: contém programas principais]
  /bin ..... [object files: ficheiros .o e .exe]
  /lib ..... [user library: libFC.a]
  /rootANA ..... [analysis macros: eventuais macros de análise (caso sejam
    solicitadas)]
  Makefile .....
```

## Quotação

problemas	quotação	observações
1	15	
1.a)	5	
1.b)	10	
2	5	

- No caso dos programas não serem compiláveis e as regras definidas do Makefile não existam ou não funcionem, a avaliação do vosso exercício será muito mais difícil. Por isso preferiam entregar sempre algo funcional a mais completo mas sem funcionar.
- Na avaliação dos problemas ter-se-ão em conta os resultados obtidos e a qualidade da implementação (comentários ao código e metodologia).

## Enunciado do 1º teste

### Problema 1 (pêndulo gravítico)

O pêndulo gravítico composto por uma massa esférica  $m$  de raio  $R$  suportada por um fio inextensível de comprimento  $\ell$  possui a seguinte equação do movimento,

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell} \sin \theta = 0$$

onde  $\theta$  é o ângulo que o pêndulo faz com a vertical,  $\ell = 5\text{ m}$  e  $g = 9.8\text{ m/s}^2$ .

a. O período do pêndulo pode ser derivado usando a equação anterior, como sendo

$$T = 4 \sqrt{\frac{\ell}{g}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \sin^2 \alpha}}$$

onde  $\theta_0$  é o ângulo inicial do pêndulo.

Usando a integração numérica (qualquer método) realize um programa em C++ na pasta `main/` cujo nome seja `proble1.C`, que realize as seguintes operações:

- Salvar num ficheiro `proble1_periodo.pdf` o plot do período do pêndulo em segundos (com uma precisão relativa de  $10^{-3}$ ), em função do ângulo inicial  $\theta_0$ , para  $\theta_0 \in [1^\circ, 90^\circ]$
- Imprima no ecrã do computador
  - => a identificação do método utilizado na integração
  - => o valor do período  $T$  para os ângulos iniciais (em graus),  
 $\theta_0 = 1 + 4^\circ n \quad (n = 0, 1, 2, \dots, 22)$

Avaliação da alínea:

- regra `make proble1` deve produzir o executável `proble1.exe` na pasta `bin/`

b. Resolva a equação diferencial acima utilizando o método de Runge-Kutta 4a ordem, num programa C++ na pasta `main/` e cujo nome seja `proble1b.C`. Assuma como condições iniciais:  $\theta(0) = 65^\circ$  e velocidade nula,  $v(0) = 0$ .

O programa deve obter o movimento do pêndulo durante pelo menos 10 períodos e realizar as seguintes operações:

- Salvar num ficheiro `proble1b_diagramafase.pdf` o plot do ângulo  $\theta$  em função da velocidade angular  $\dot{\theta}$ .
- Salvar num ficheiro `proble1b_energia.pdf` o plot da energia total do pêndulo em função do tempo.
- Salvar num ficheiro `proble1b_theta.pdf` o plot do ângulo  $\theta$  do pêndulo em função do tempo.

Avaliação da alínea:

- regra `make proble1b` deve produzir o executável `proble1b.exe` na pasta `bin/`
- Nota: No caso de não conseguir implementar o método de Runge-Kutta de 4a ordem, poderá (havendo desconto) substituir por outro método que considere apropriado.

## Problema 2 (pêndulo gravítico com atrito)

Em termos realistas o pêndulo experimenta uma força adicional, para além da força gravítica, que é a força de atrito. Esta é dada pela expressão,

$$\vec{F}_a = -c\vec{v}$$

onde  $c$  é o coeficiente de atrito que depende da rugosidade da superfície, da forma do corpo oscilante e da densidade do meio fluido. Para pequenas velocidades a força é directamente proporcional à velocidade do corpo.

A tabela que se segue apresenta o coeficiente de atrito medido para esferas relativamente lisas e com diferentes raios.

raio ( $R$ [cm])	coef de atrito ( $c$ [Kg/s])
5.75	$1.2 \cdot 10^{-3}$
12.00	$1.8 \cdot 10^{-3}$
18.00	$2.6 \cdot 10^{-3}$
30.00	$4.0 \cdot 10^{-3}$

Consideremos o caso de um corpo esférico de raio  $R = 15 \text{ cm}$  e massa  $m = 500 \text{ gr}$ .

Resolva a nova equação do movimento, que deve incluir a força gravítica e a força de atrito, considerando as condições iniciais anteriormente definidas e ainda utilizando o método de Runge-Kutta 4a ordem.

O cálculo do coeficiente de atrito deve ser feito usando um interpolador.

Deve elaborar um programa C++ na pasta `main/` cujo nome seja `prob2.C`.

O programa deve obter o movimento do pêndulo durante pelo menos 10 períodos e realizar as seguintes operações:

- Salvar num ficheiro `prob2_diagramafase.pdf` o plot do ângulo  $\theta$  em função da velocidade angular  $\dot{\theta}$ .
- Salvar num ficheiro `prob2_velocidade.pdf` o plot da velocidade linear  $v$  em função do tempo.
- A evolução no tempo do ângulo máximo (ou velocidade máxima) é modulada por uma lei exponencial  $e^{-\gamma t}$ , onde  $\gamma$  é o coeficiente de amortecimento.
  - Obter o coeficiente  $\gamma$  e fazer o plot do ângulo  $\theta$  em função em função do tempo, sobrepondo no mesmo plot a função exponencial. Salve o plot no ficheiro `prob2_theta.pdf`.
- Determine a energia perdida pelo sistema no intervalo de tempo  $t = [5.5, 7.2] \text{ s}$ , utilizando a força de atrito.

Avaliação da alínea:

- regra `make prob2` deve produzir o executável `prob2.exe` na pasta `bin/`
- Explicações adicionais que julguem necessárias, devem ser integradas no ficheiro `teste01.txt`

---

Fim do enunciado do teste de Física Computacional