Prof. Guilherme Milhano
Prof. Francisco Duque

Semana 12

Problema 1

Considere um aro de massa M e raio R, sem espessura, colocado na posição vertical. O seu centro está ligado ao eixo dos z por um eixo de comprimento R. O aro rola, sem escorregar, em torno do eixo z com velocidade angular Ω.

a) Qual é a velocidade angular num dado instante, $\boldsymbol{\omega}$, do aro?

b) Determine o momento angular $\mathbf{L}$ do aro.

c) Compare as direcções da velocidade angular, $\boldsymbol{\omega}$, e momento angular, $\mathbf{L}$.

Problema 2

Um cilindro uniforme de massa M, raio a e altura h roda em torno do seu eixo longitudinal que se encontra na horizontal. Uma capa cilíndrica de espessura desprezável, massa $M/2$ e raio a é colocado sobre o cilindro. No instante $t = 0$ a velocidade angular do cilindro é Ω e a capa está em repouso. A capa exerce um binário no cilindro que faz decrescer o momento angular do cilindro e cuja magnitude é $k\big(\omega(t) - \bar{\omega}(t)\big)$. $\omega(t)$ e $\bar{\omega}(t)$ são, respectivamente, as velocidades angulares do cilindro e da capa.

a) Determine o tensor de inércia do cilindro uniforme tomando como referência os seus eixos principais.

b) Sabendo que o momento de inércia da capa relativamente a um eixo longitudinal na sua superfície é Ma^2, determine o momento de inércia relativamente ao eixo longitudinal principal (que passa no centro de massa da capa)

c) Sabendo que o momento angular total do sistema é conservado, mostre que

$$\bar{\omega}(t) + \omega(t) = \Omega\,.$$

d) Mostre que

$$\omega(t) = \frac{1}{2}\Omega\left[1 + \exp\left(-\frac{4kt}{Ma^2}\right)\right]\,.$$

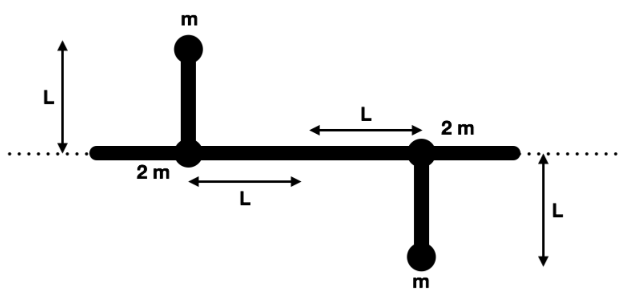
e) Determine $\bar{\omega}(t)$ e descreva o comportamento do sistema ao longo do tempo.

Problema 3

Considere um eixo horizontal com duas ligações na vertical equidistantes do ponto central como indicado na figura. Assuma que as ligações ao eixo horizontal são formadas por partículas pontuais de massa $2m$ a uma distância $2L$ e que nas extremidades dos eixos verticais se encontram partículas pontuais de massa m, a uma distância L. O sistema está a rodar em torno do eixo horizontal com velocidade angular constante ω. Desprezando a massa dos eixos:

a) Determine o tensor de inércia deste sistema nos eixos cartesianos em relação ao centro de massa.

b) Qual é o momento angular resultante em relação ao ponto central do sistema?



Problema 4

Uma moeda de raio R e massa M rola sem deslizar numa superfície horizontal com velocidade angular ω. Considere que o plano da moeda faz um ângulo α com a vertical, e por conseguinte a moeda descreve uma trajectória circular de raio R'.

a) Determine o tensor de inércia da moeda nos eixos principais.

b) Qual é o momento de inércia da moeda ao longo do eixo vertical considerando a origem do referencial no centro da trajectória?

c) Determine α assumindo que $R' > R$ e que α é pequeno.

Problema 5

Considere um aro fino de massa M e raio R está suspenso por uma corda ligada a uma das suas extremidades. O ponto de suporte roda com velocidade angular constante ω de modo a que o plano do aro se encontre quase na horizontal e com o seu centro quase alinhado com o ponto de suporte. Seja α o ângulo que a corda faz com a vertical e β o ângulo que o plano do aro faz com a horizontal.

a) Determine, aproximadamente, o ângulo β assumindo que o centro de massa do aro está em repouso.

b) Encontre, aproximadamente, o raio do trajectória feita pelo centro de massa em torno do eixo vertical.

c) Qual é a condição para poder desprezar o movimento do centro de massa?