

# **Trabalho Laboratorial**

## **Campo de Indução Magnética**

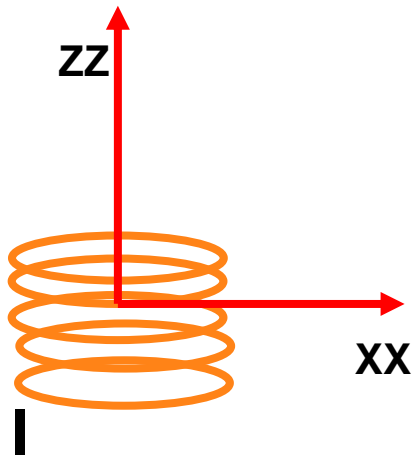
**João Figueirinhas e Raquel Crespo**

# Objetivos do trabalho

O objetivo do trabalho consiste em estudar e caracterizar o **Campo de Indução Magnética  $B$**  produzido **(I)** por **circuitos** com diferentes geometrias e núcleos, percorridos por correntes estacionárias, e em **(II)** na presença de um **material ferromagnético** e correntes alternadas. Concretamente vamos determinar:

**(I) Campo produzido por diferentes circuitos percorridos por corrente estacionária e com diferentes geometrias e núcleos (medida experimental e comparação com valor teórico)**

- Espira circular,
- Bobines de Helmholtz,
- Solenoide com núcleo de ar,
- Solenoide com núcleo de ferro



**II) Campo de indução num material ferromagnético:**

- Determinação do número espiras do transformador
- Determinação da curva de histerese
- Campo coercivo,  $H_c$ , Indução remanescente,  $B_r$ , Indução de saturação,  $B_s$
- Determinação da permeabilidade magnética
- Identificação do material ferromagnético.

# Descrição da montagem experimental-I

Para estudar o **Campo de Indução Magnética** produzido por **circuitos** com diferentes geometrias e núcleos, percorridos por correntes estacionárias, dispomos da montagem apresentada na figura 1, que inclui o seguinte equipamento:

1 – Um circuito composto por duas bobines de fio condutor.

2- Uma mesa coberta com papel quadriculado

3 – Fonte de alimentação

4 – Resistência variável

5 – Amperímetro

6 – Sonda Hall

7 – Sistema aquisição e medida

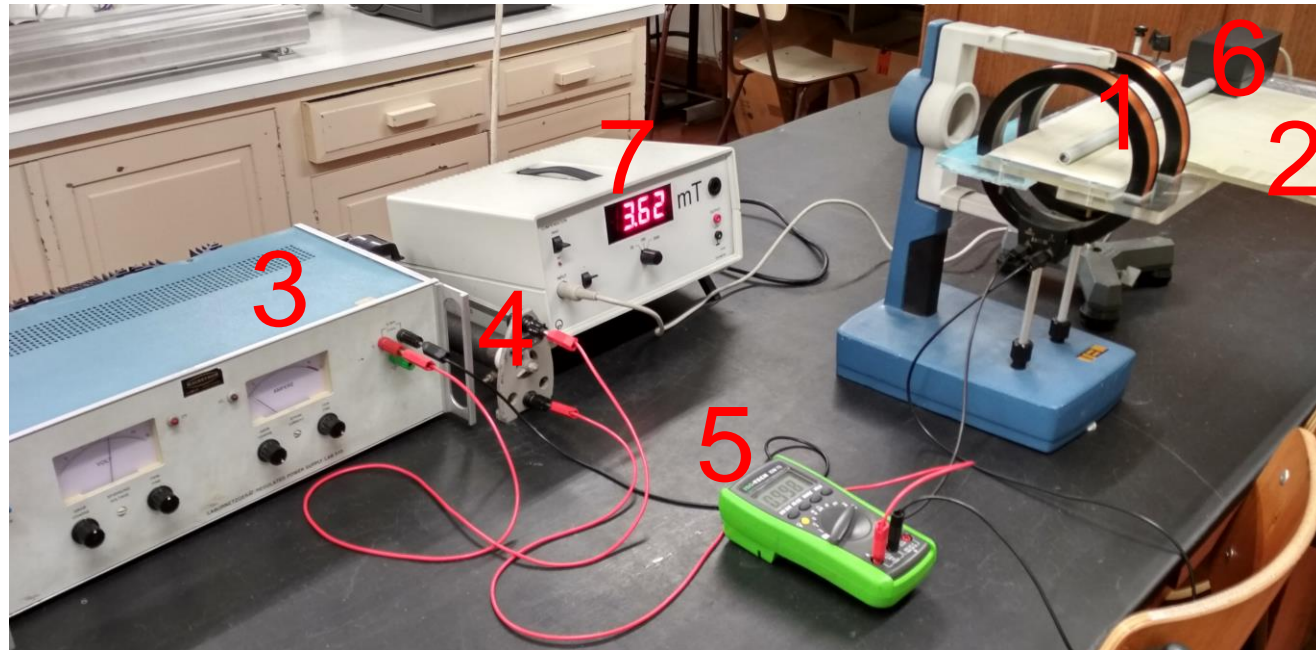


Figura 1. Montagem experimental - I

# Esquema de blocos da montagem-I

Para realizar o estudo do **Campo de Indução Magnética** produzido por **circuitos de diferentes formas geométricas**, usou-se o esquema de blocos da montagem representado na figura 2:

Aparato de indução com  
circuito elétrico:

- n espiras circulares
- Bobines de Helmholtz
- Solenoide

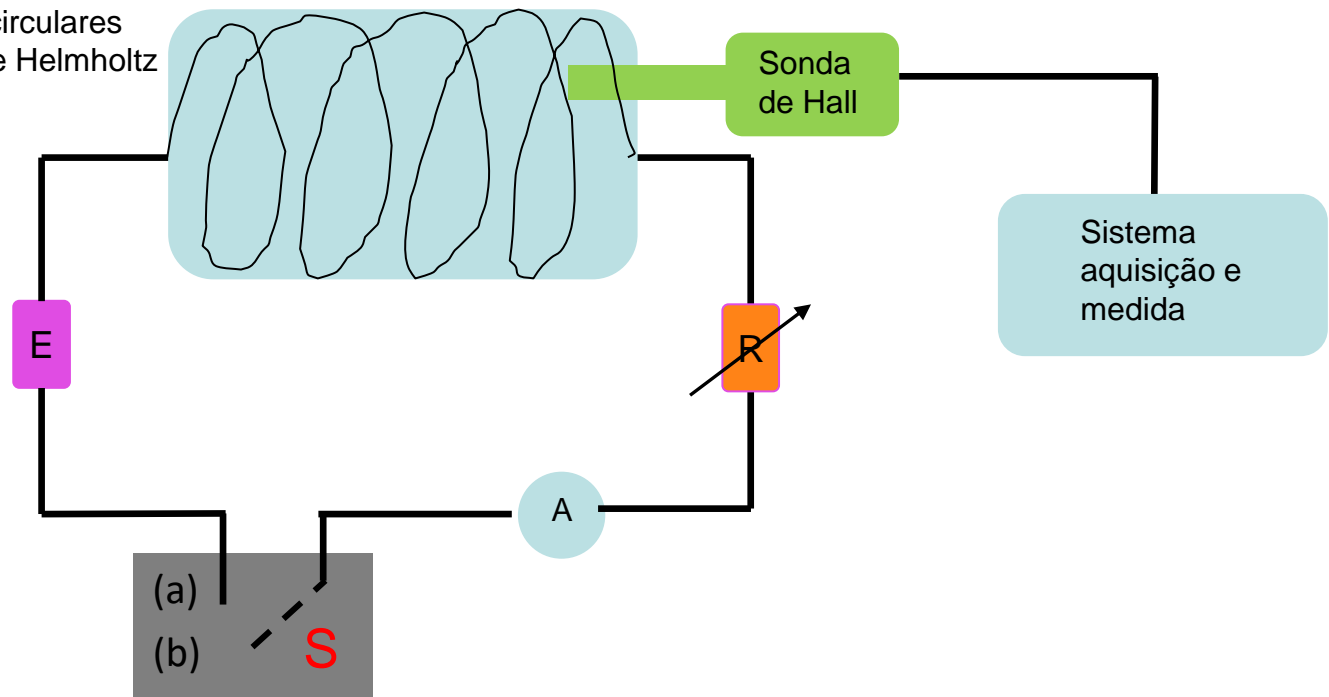
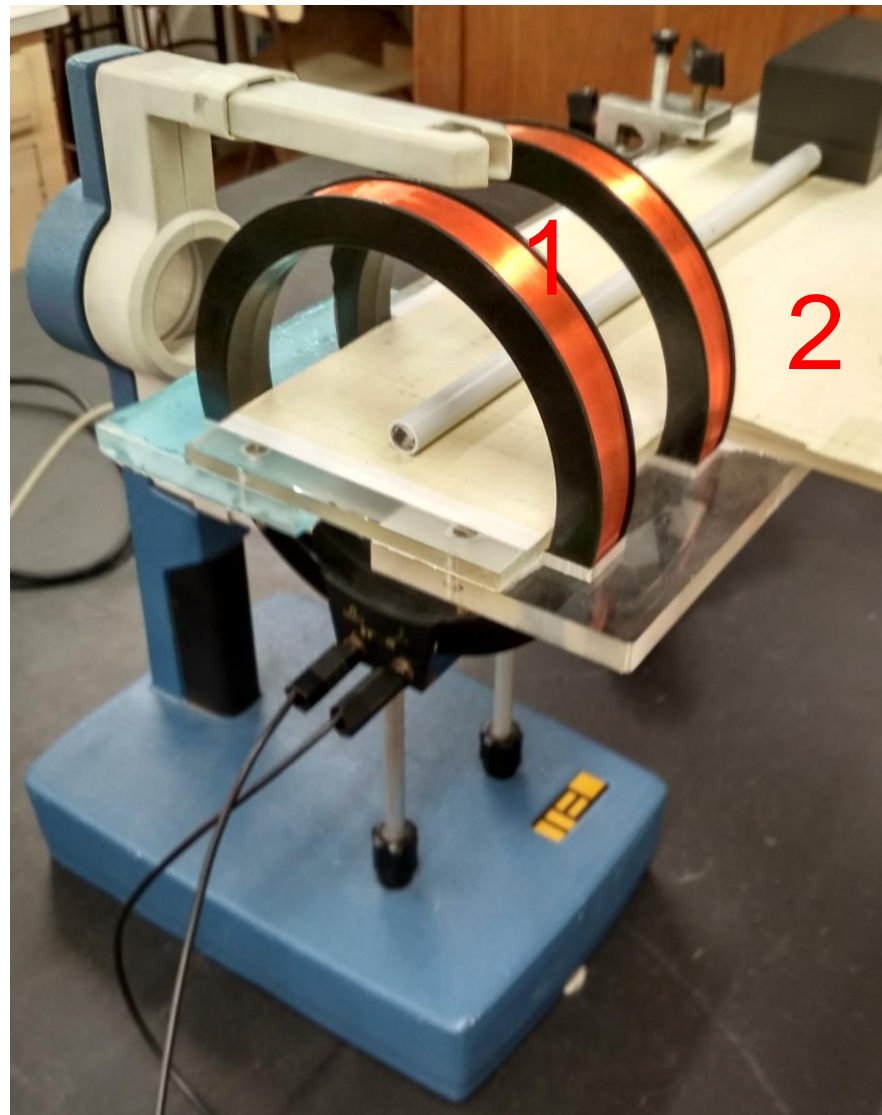


Figura 2: Esquema de blocos da montagem para estudo do campo de Indução Magnética

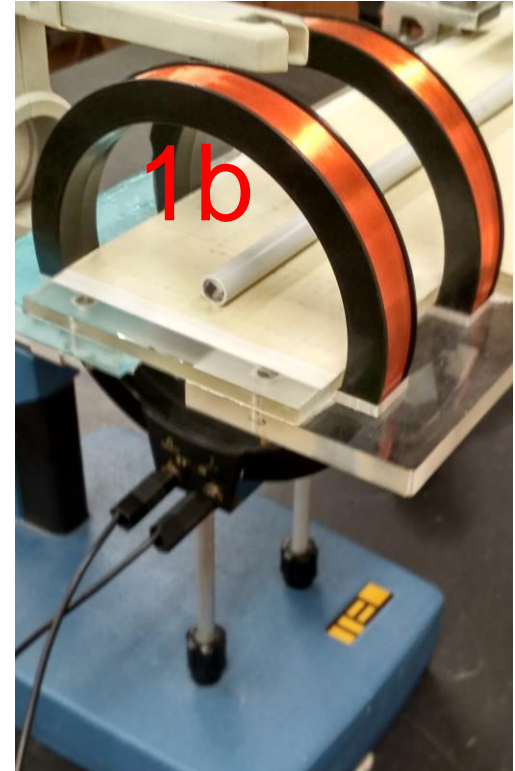
## Detalhes da montagem experimental-I

- O **aparato de indução magnética** é constituído por um circuito com duas bobinas (1) acoplado a uma mesa coberta com papel quadriculado (2). Quando as bobinas percorridas pela mesma corrente de modo a ocorrer o reforço dos campos de indução, o conjunto constitui as bobinas de Helmholtz.



## Detalhes da montagem experimental-I

- O **circuito** (1) pode ser constituído por um dos elementos:
- Uma **bobine circular** (1a), de raio  $R=6,8\text{cm}$  com  $N=320$  espiras
- Duas **bobines de Helmholtz** (1b), de raio  $R=6,8\text{cm}$ , número de espiras  $N=320$  e distância entre elas  $d= 6,8\text{ cm}$ .





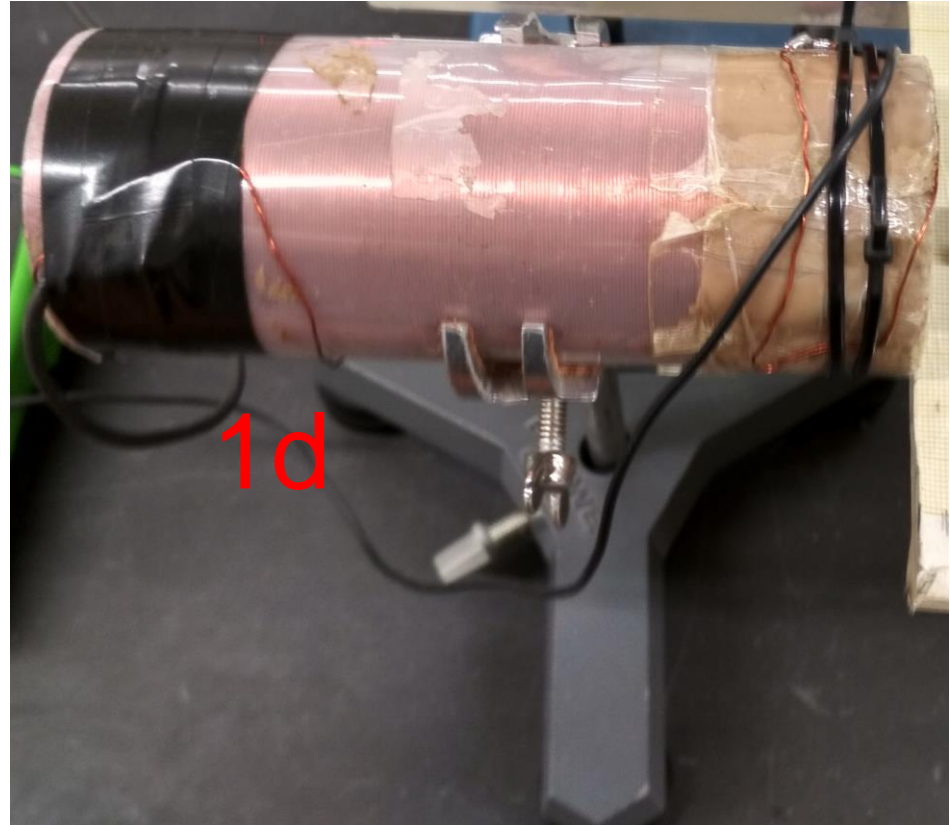
## Detalhes da montagem experimental-I

- O **circuito** (1) pode igualmente ser constituído por um **solenóide com núcleo de ar** (1c) com raio  $R=2\text{cm}$  e comprimento  $L=18.6\text{cm}$ .



## Detalhes da montagem experimental-I

- O **circuito** (1) pode finalmente ser constituído por um **solenóide com núcleo de ferro** (1d) com raio  $R=2.8\text{cm}$  e comprimento  $L=15\text{cm}$

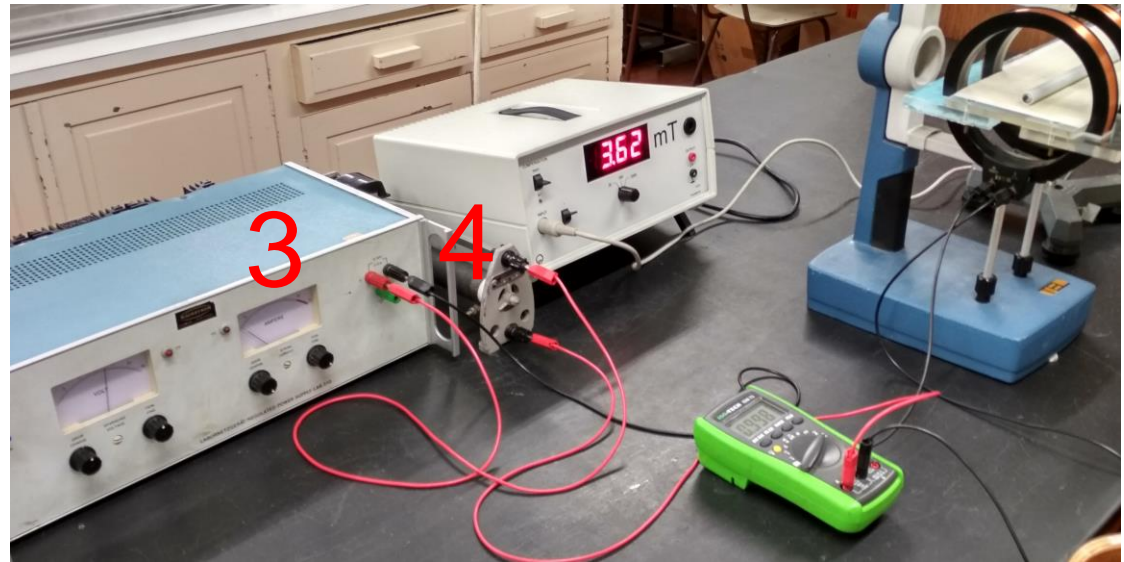
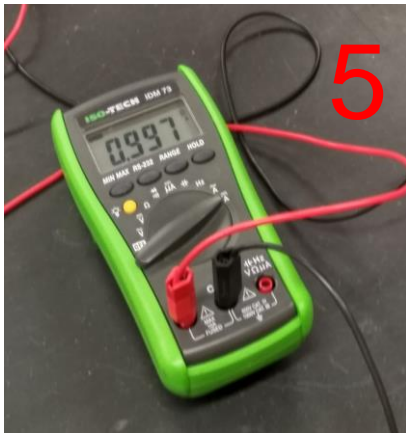




## Detalhes da montagem experimental-I

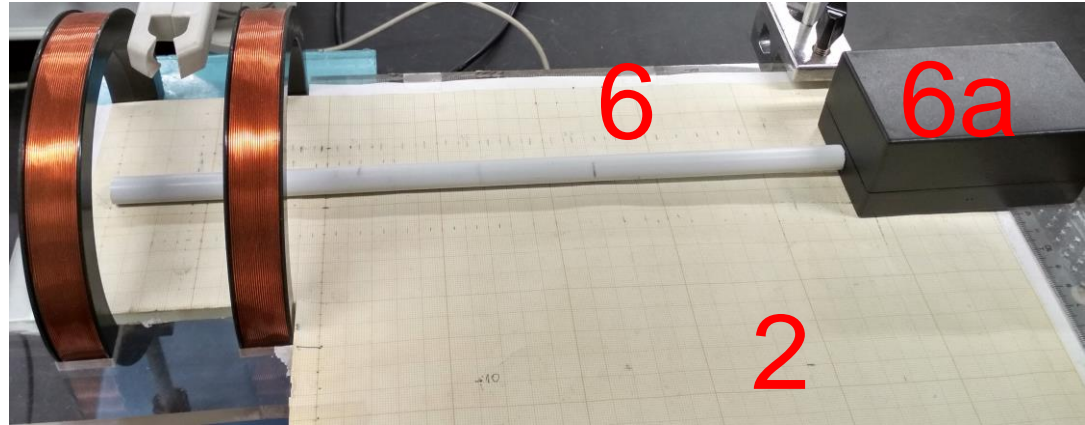
O **circuito** (1) encontra-se ligado em série com:

- uma **fonte de alimentação** (3),
- uma **resistência variável**,  $R$  (4),
- e um **amperímetro** (5).



## Detalhes da montagem experimental-I

- Para determinar experimentalmente o campo indução magnética utiliza-se uma **sonda de efeito de Hall (6)** colocada no plano da mesa (2).



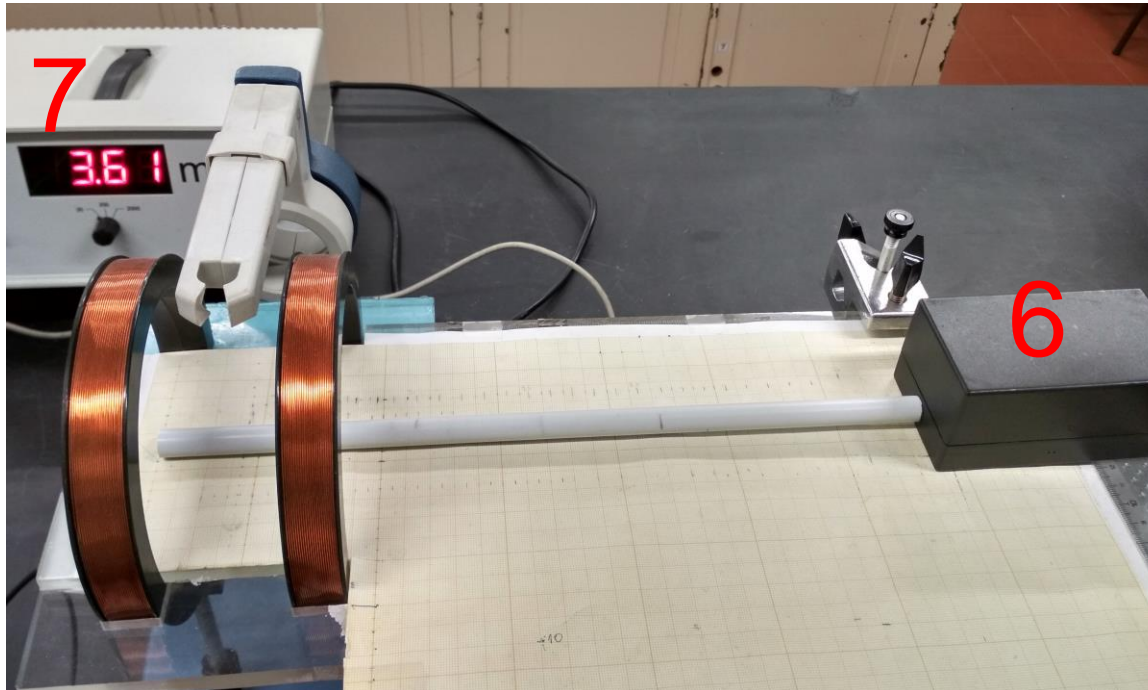
Esta sonda é um transdutor, constituído por uma unidade de polarização e amplificação (6a) e uma célula ativa (6b) contendo um sensor de hall que incorpora uma pequena barra de um material (condutor ou semiconductor) que quando percorrida por uma corrente elétrica permite detetar o valor de campos de indução magnéticos perpendiculares à barra, através da tensão gerada na barra, a tensão de Hall. O sensor de Hall responde à componente do campo perpendicular à sua face e por isso colinear com o braço da sonda.

A zona ativa deverá ser colocada no ponto onde se pretende determinar o campo de indução magnética.



## Detalhes da montagem experimental-I

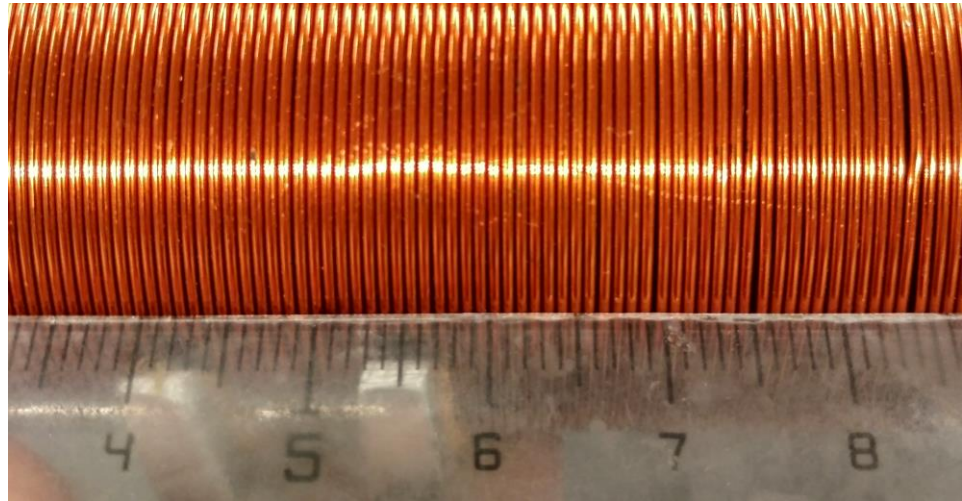
- A tensão de Hall registada na sonda de Hall (**6**) é convertida num valor de campo magnético através de uma **unidade de aquisição** (**7**).



# Execução da experiência-I

## 1-Determinação da densidade de espiras nos solenoides

- Determinar a densidade de espiras do solenoide com núcleo de ar.



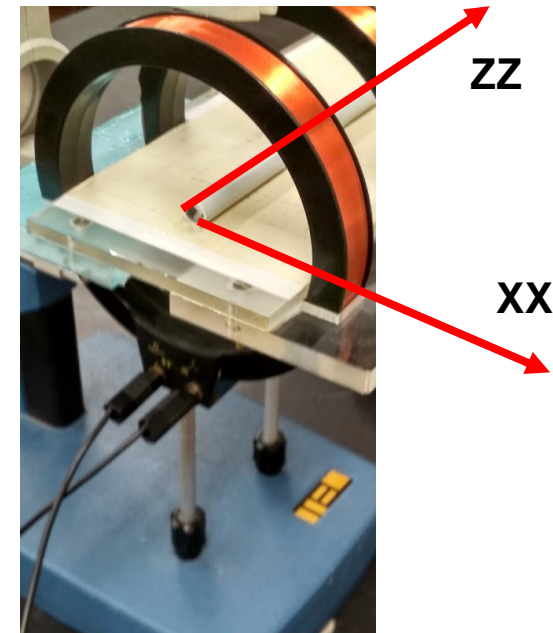
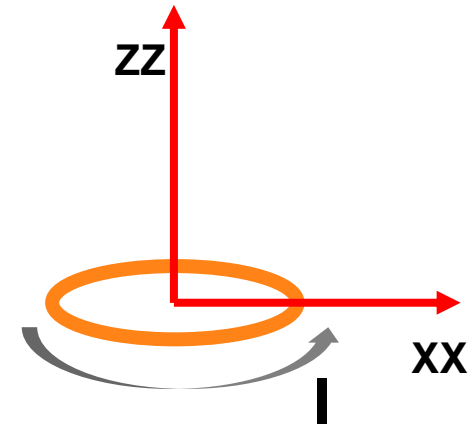
- Determinar a densidade de espiras do solenoide com núcleo de ferro.





## 2-Calibração da sonda de Hall

- Montar o circuito com as **bobines, de Helmholtz** de modo a que **apenas uma das bobines** seja percorrida pela corrente elétrica.
- Colocar a zona ativa da sonda de Hall no centro da bobine percorrida pela corrente elétrica.
- Ajustar a fonte de alimentação de modo a que a bobine seja percorrida por uma corrente de 0.1 A, medida no amperímetro, e registar o valor da componente z do campo de indução magnética
- Variar o valor da corrente por incrementos de 0.1 A até 1.0 A. registando os valores da componente z do campo de indução magnética correspondentes.

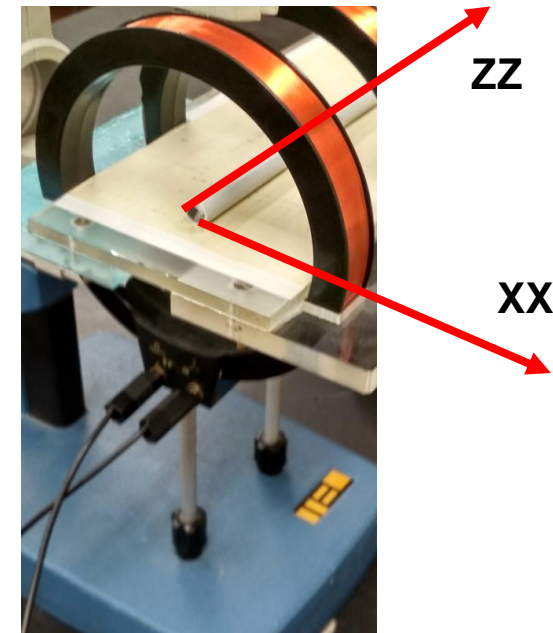
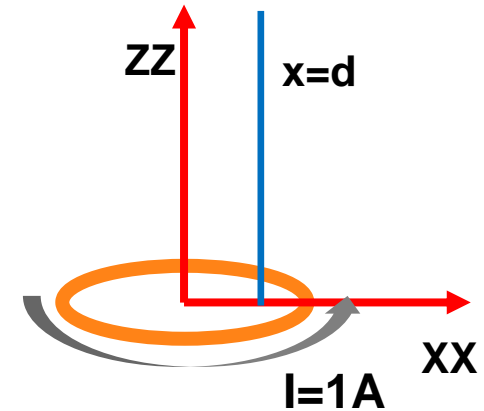


# Execução da experiência-I

## 3-Medição do campo de indução magnética para circuitos com diferentes geometria

### Bobine circular

- Montar o circuito com as **bobines de Helmholtz** de modo a que **apenas uma das bobines** seja percorrida pela corrente.
- Ajustar a fonte de alimentação de modo a que a bobine seja percorrida por uma corrente  **$I=1A$** .
- Colocar a zona ativa da sonda de Hall no centro da bobine percorrida pela corrente elétrica.
- Medir os valores da componente z do campo de indução magnética ao longo do eixo da bobine (ZZ), a começar do centro da bobine até que a intensidade tenha caído a 1/20 do valor inicial e em intervalos de 1cm.
- Repetir as medições segundo um eixo paralelo a ZZ, a uma distância  $d=2.5cm$ . Neste caso medir também a componente radial do campo de indução, orientando a sonda de modo a estar paralela ao eixo XX e deslocando-a na direção de zz
- Medir  $B_z$  segundo eixo da bobine (XX), a começar do centro até a periferia em intervalos de 0.5 cm.

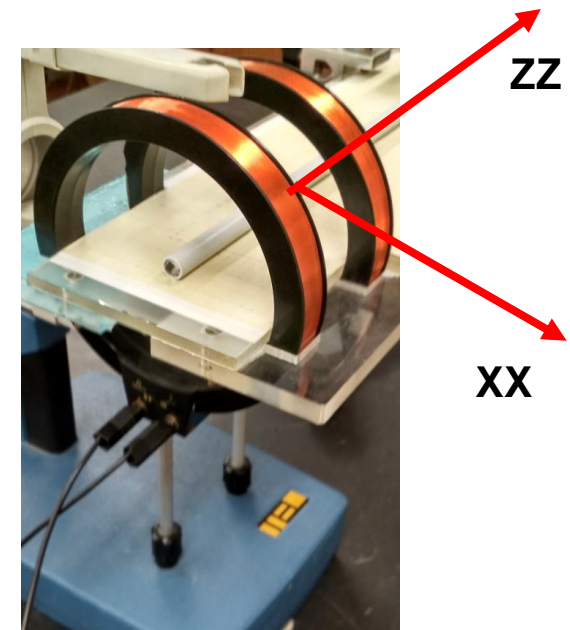
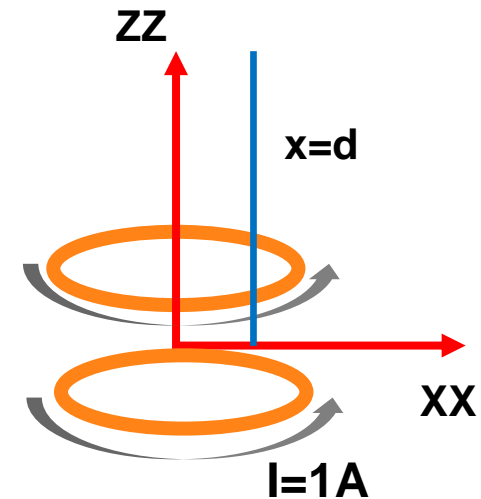




# Execução da experiência-I

## Bobines de Helmholtz

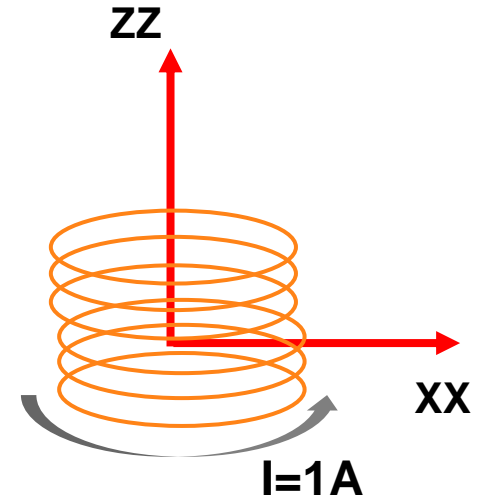
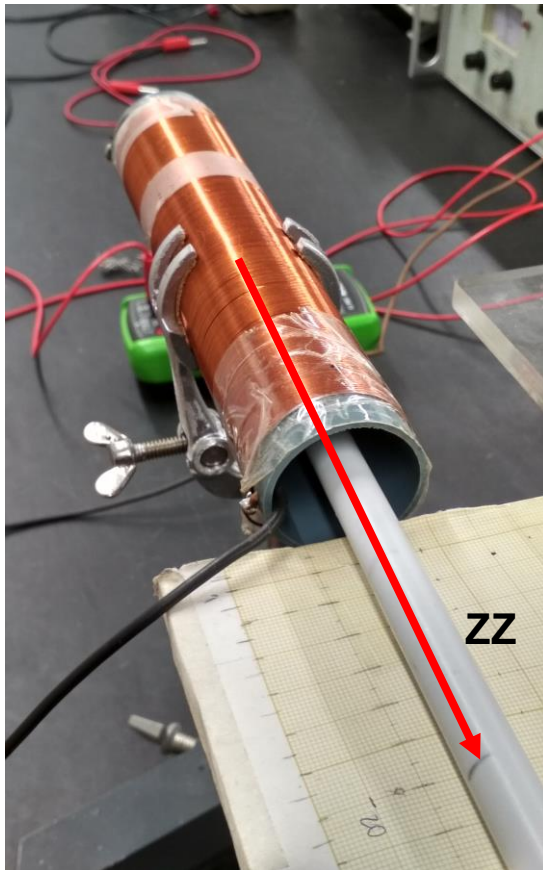
- Montar o circuito com as **bobines de Helmholtz** de modo a que **as bobinas** sejam percorridas por uma corrente elétrica **no mesmo sentido**.
- Ajustar a fonte de alimentação de modo a que as bobinas sejam percorridas por uma corrente  **$I=1A$** .
- Colocar a zona ativa da sonda de Hall no centro das bobinas
- Medir a componente z do campo de indução magnética **ao longo do eixo da bobine (ZZ)** a começar do centro da bobine até que a intensidade tenha caído a 1/20 do valor inicial e em intervalos de 1cm.
- Repetir as medições segundo **um eixo paralelo a ZZ**, a uma distância  $d=2.5cm$ . Neste caso medir também a componente radial do campo de indução, orientando a sonda de modo a estar paralela ao eixo XX e deslocando-a na direção de zz
- Medir  $B_z$  ao longo do **eixo (XX)** no plano central entre as suas bobinas a começar do centro até a periferia em intervalos de 0.5 cm.



# Execução da experiência-I

## Solenoides

- Montar o circuito com o **solenóide com núcleo de ar.**

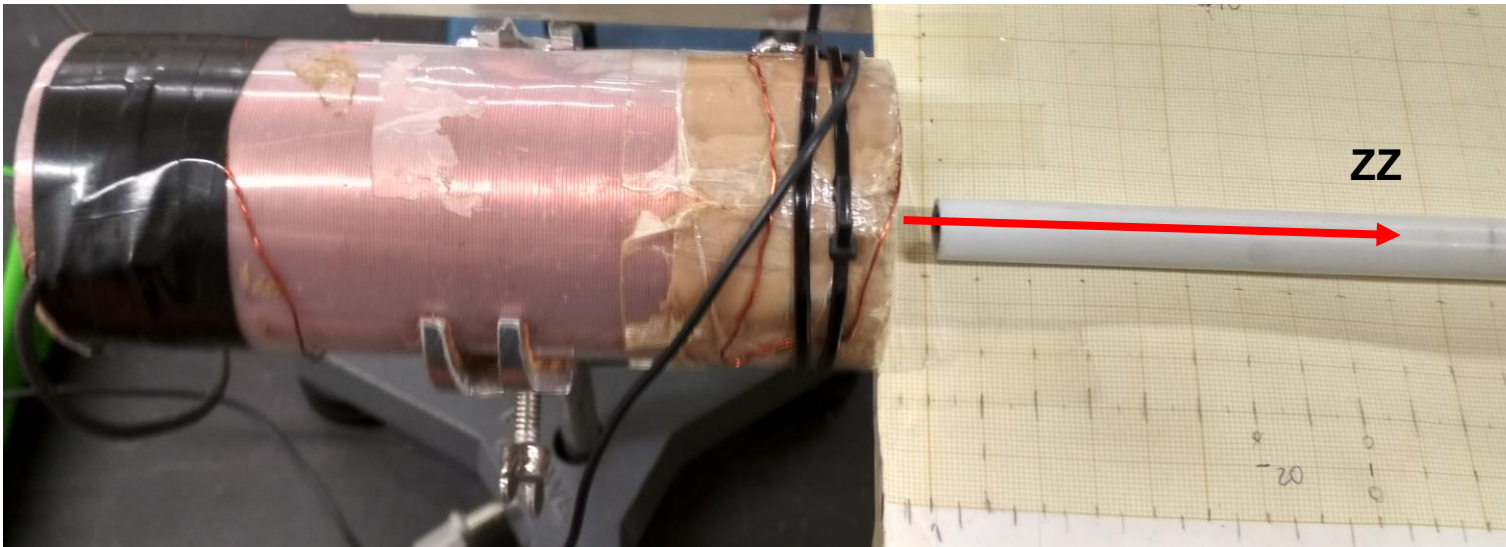
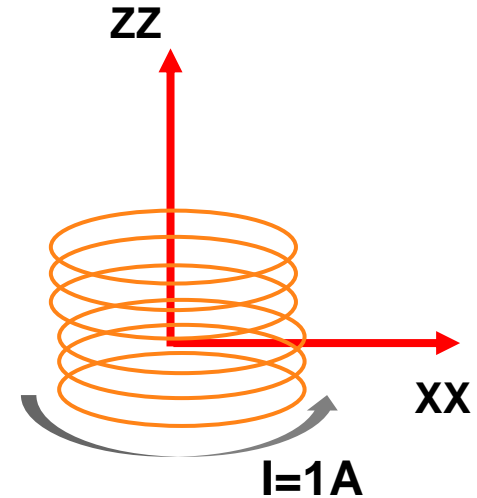


- Ajustar a fonte de alimentação de modo a que o solenoide seja percorrido por uma corrente  **$I=1A$** .
- Medir os valores do campo de indução magnética **ao longo do eixo do solenoide (ZZ)** a começar do centro do solenoide até que a intensidade tenha caído a 1/20 do valor inicial e em intervalos de 1cm.

# Execução da experiência-I

## Solenoides

- Montar o circuito com o **solenóide com núcleo de ferro**.
- Ajustar a fonte de alimentação de modo a que o solenoide seja percorrido por uma corrente  $I=1A$ .
- Medir os valores do campo de indução magnética **ao longo do eixo do solenoide (ZZ)** a começar no topo do solenoide até que a intensidade tenha caído a 1/10 do valor inicial e em intervalos de 0.5cm.

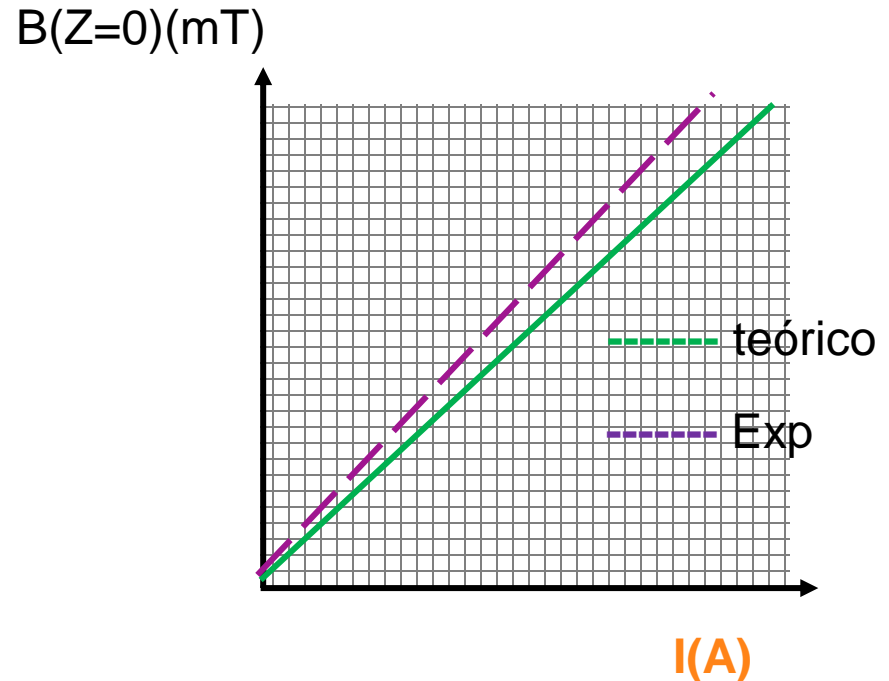


## 1) Calibração da sonda de Hall

O campo de indução magnética produzido por uma bobine circular com **N** espiras juntas de raio **R**, em qualquer ponto **z**, de um eixo normal ao plano da bobina que passa pelo seu centro, é proporcional à corrente **I** que percorre as espiras:

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}} \vec{e}_z$$

$$\vec{B}(z = 0) = \frac{\mu_0 N I}{2R} \vec{e}_z$$

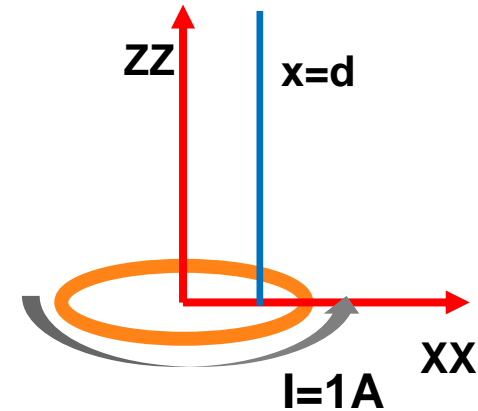


Da comparação do valor teórico com o experimental resultará a introdução de um fator de correção.

### 2) Campo de indução magnética produzido por circuitos com diferentes geometrias

#### 1- Bobina circular

O campo de indução magnética produzido por uma bobina circular percorrida por uma corrente **I**, com **N** espiras juntas de raio **R**, situada no plano (X,Y) e em qualquer ponto **P** (x,0,z), é dado por:



$$\vec{B}(x, 0, z) = \frac{\mu_0 N R I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi [z \sin \varphi \vec{e}_x + (R - x \sin \varphi) \vec{e}_z]}{[R^2 + x^2 + z^2 - 2Rx \sin \varphi]^{3/2}}$$

Efetuar a comparação entre os resultados experimentais e os teóricos obtidos para as seguintes situações:

$$\vec{B}(x = 0, y = 0, z) \quad \vec{B}(x = 0.025, y = 0, z) \quad \vec{B}(x, y = 0, z = 0)$$

## 2- Bobines Helmholtz

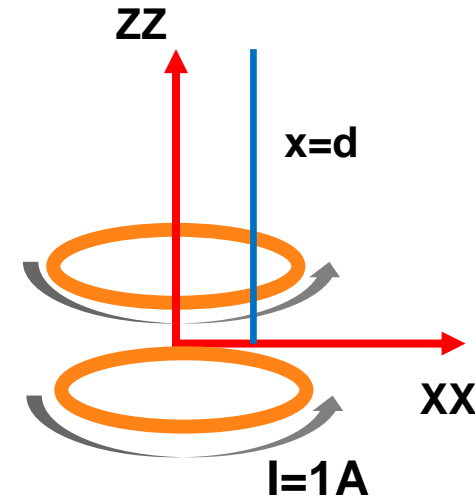
O campo de indução magnética produzido por bobines de Helmholtz, percorridas por uma corrente  $I$ , com  $N$  espiras de raio  $R$ , situadas no plano (X,Y) e em qualquer ponto  $P(x,0,z)$ , é dado por:

$$\vec{B}_H(x, 0, z) = \vec{B}\left(x, 0, z - \frac{L}{2}\right) + \vec{B}\left(x, 0, z + \frac{L}{2}\right)$$

$$\vec{B}(x, 0, z) = \frac{\mu_0 N R I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi [z \sin \varphi \vec{e}_x + (R - x \sin \varphi) \vec{e}_z]}{[R^2 + x^2 + z^2 - 2Rx \sin \varphi]^{3/2}}$$

Efetuar a comparação entre os resultados experimentais e os teóricos obtidos para as seguintes situações:

$$\vec{B}_H(x = 0, 0, z) \quad \vec{B}_H(x = 0.025, 0, z) \quad \vec{B}_H(x, 0, z = 0)$$

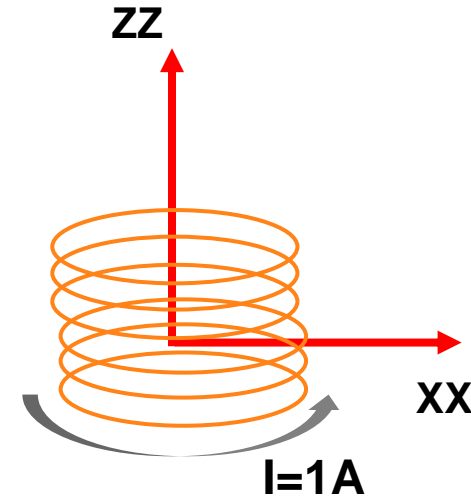




## 3- Solenoides

O campo de indução magnética produzido por um solenoide de comprimento **L**, raio **R**, percorrido por uma corrente **I**, de eixo alinhado segundo **ZZ** e em qualquer ponto **P** (0,0,z), é dado por:

$$\vec{B}(0,0,z) = \frac{\mu N I}{2} \left[ \frac{\frac{L}{2} - z}{\sqrt{\left(\frac{L}{2} - z\right)^2 + R^2}} + \frac{\frac{L}{2} + z}{\sqrt{\left(\frac{L}{2} + z\right)^2 + R^2}} \right]$$



Para um solenoide com núcleo de ar  $\mu = \mu_0$ . Para o solenoide com núcleo de ferro e magnetização **M** uniforme, a expressão anterior é válida se **NI** for substituído por **NI + M**. **N** é o número de espiras por unidade de comprimento, **I** a corrente que as percorre e **M** a magnetização.

Efetuar a comparação entre os resultados experimentais e os teóricos obtidos para as seguintes situações:

$$\vec{B}(0,0,z)$$

# **Trabalho Laboratorial**

## **Campo de Indução Magnética II**

**João Figueirinhas e Raquel Crespo**

## Descrição da montagem experimental-II

Para estudar o **campo de Indução magnética** na presença de um **material ferromagnético**, dispomos da montagem apresentada na figura 3, que inclui o seguinte equipamento:

- 1 – Transformador com núcleo de material ferromagnético
- 2 – Gerador de corrente alterna de amplitude variável (auto-transformador)
- 3 – Placa com circuito RC (circuito integrador)
- 4- Resistência variável,  $R$
- 5 – Osciloscópio digital

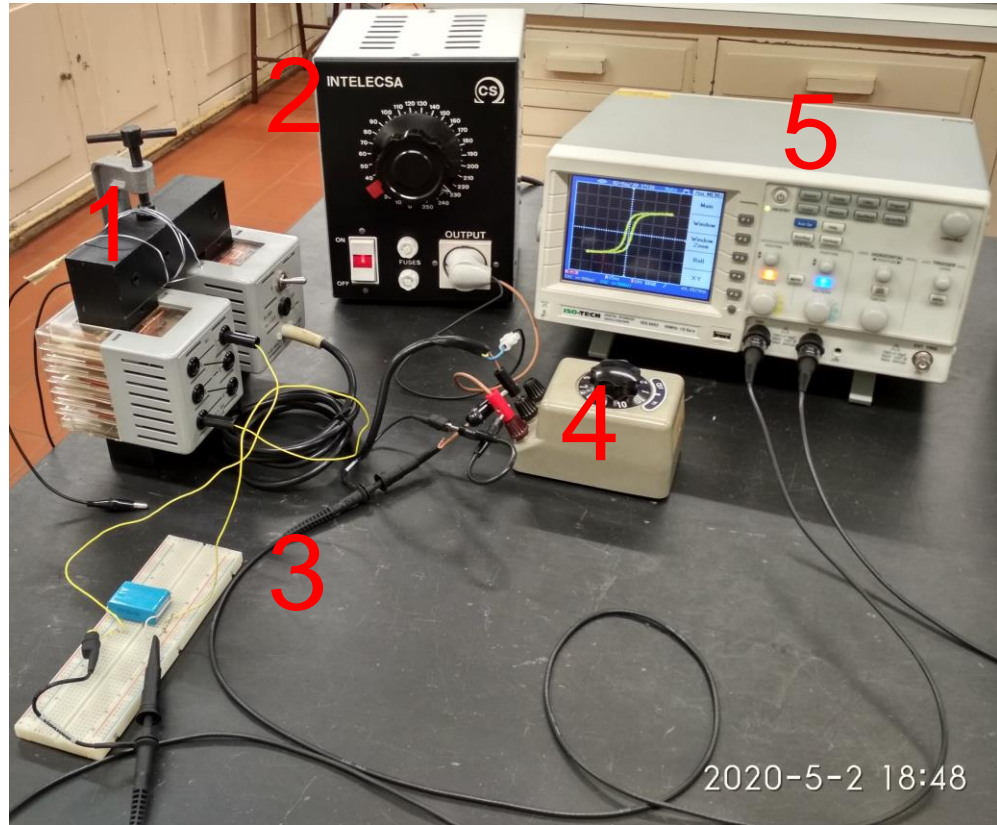


Figura 3. Montagem experimental -II

## Esquema elétrico da montagem-II

Para estudar o **campo de Indução magnética** na presença de um **material ferromagnético**, usou-se a montagem com o esquema elétrico representado na figura 4:

Transformador, com enrolamento primário  $n_1$ , e secundário  $n_2$  e núcleo de ferro

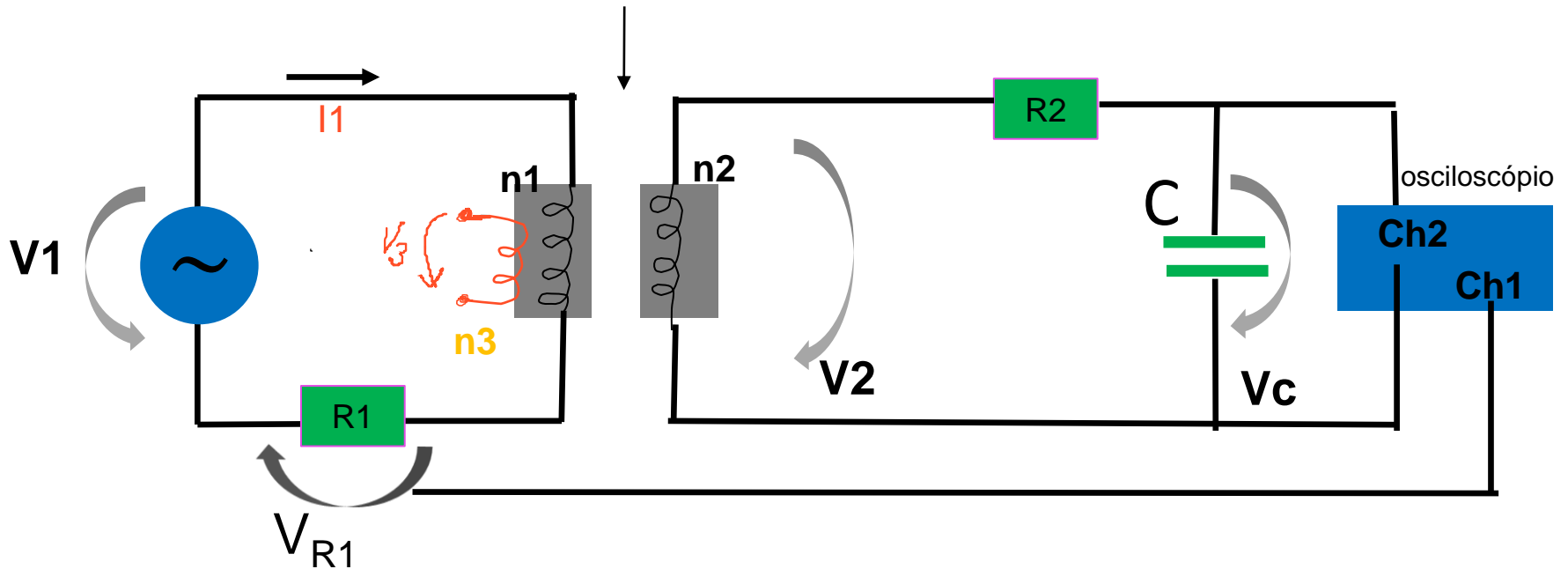
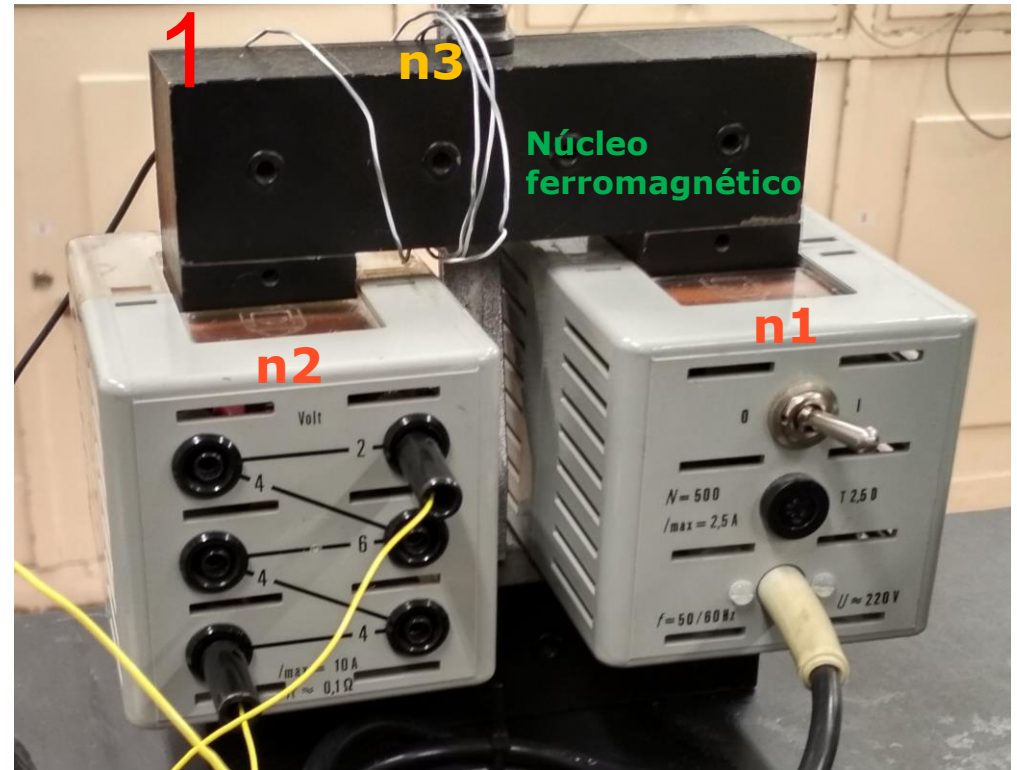


Figura 4: Esquema elétrico da montagem para estudo do campo de indução magnética na presença de um material ferromagnético.

## Detalhes da montagem experimental-II

- O Transformador (1) tem um enrolamento primário com  $n1$  espiras, um enrolamento secundário com  $n2$  espiras, e um terceiro enrolamento temporário em torno do núcleo do material ferromagnético com  $n3=4$  espiras. O núcleo é constituído por um material ferromagnético de natureza desconhecida.

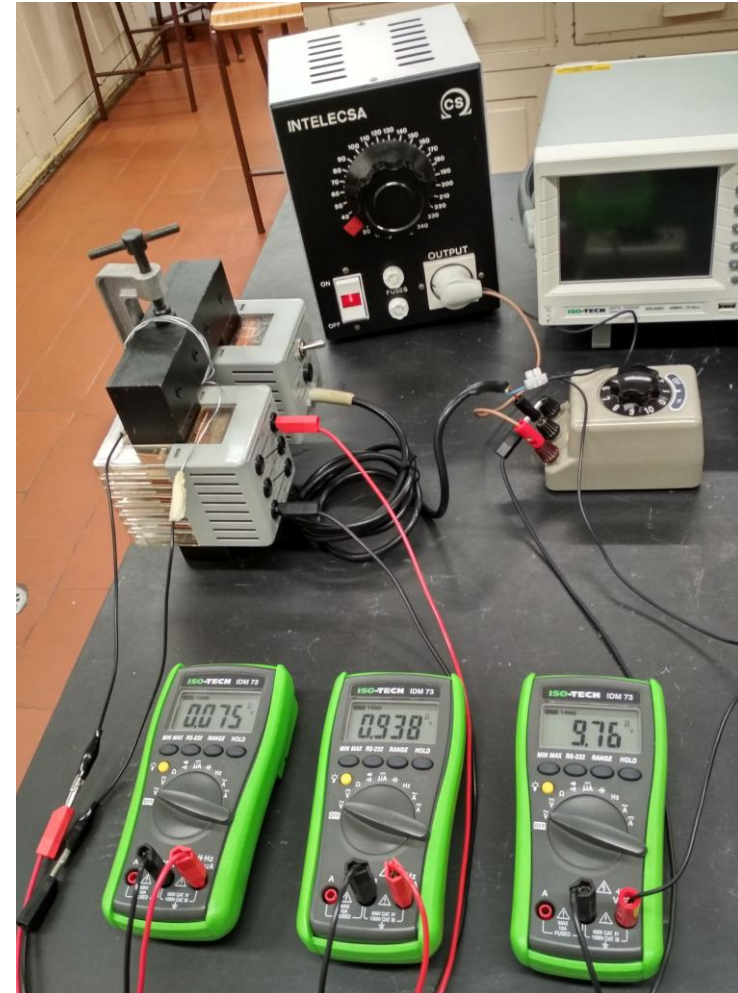


## Detalhes da montagem experimental-II

- Um conjunto de multímetros permite medir as tensões eficazes nos 3 enrolamentos com  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$  espiras.



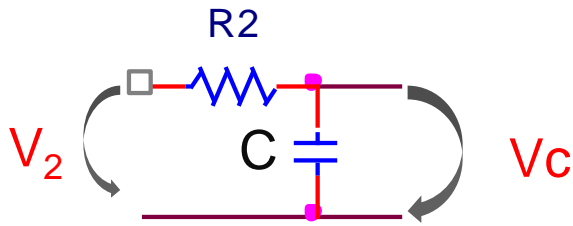
fonte de alimentação  
alternada (2).  
(auto-transformador)



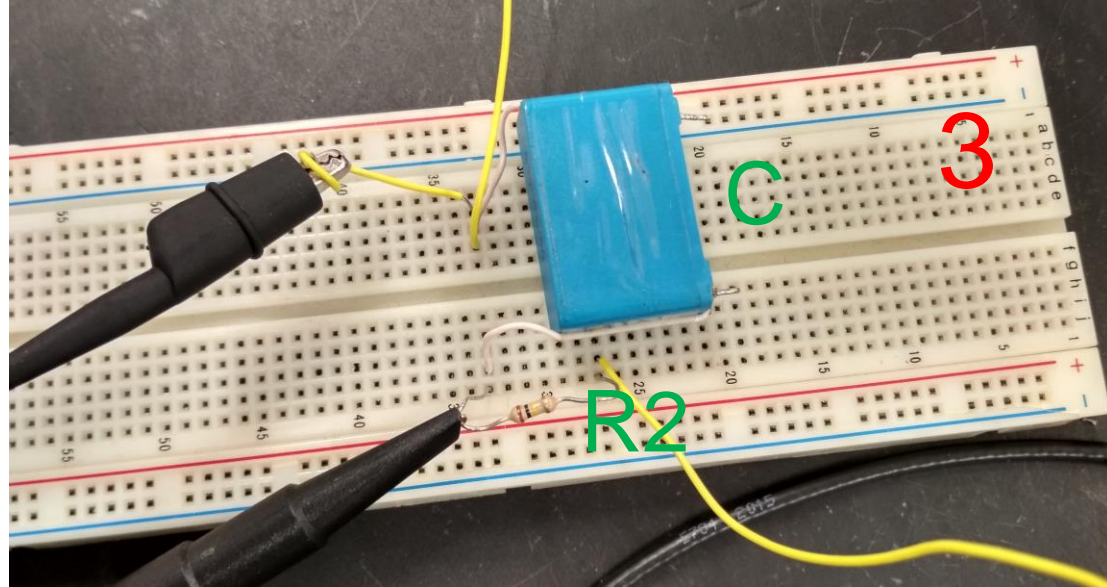


## Detalhes da montagem experimental-II

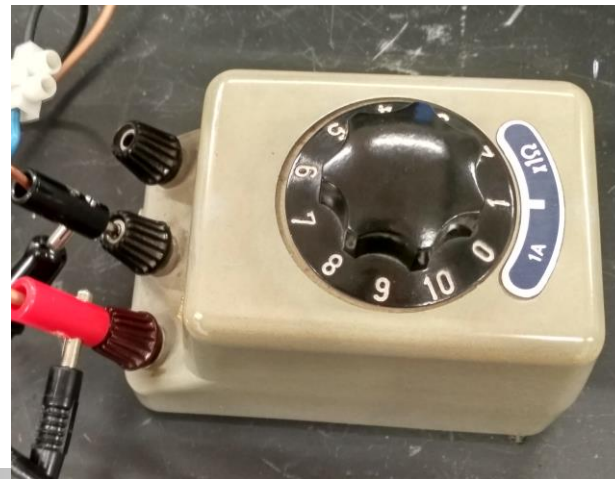
- O Transformador (1) está ligado a um **circuito eletrônico** constituído pelos seguintes elementos de circuito:



- Uma placa com circuito RC tendo a resistência o valor  $R_2=100\text{k}\Omega$  e capacidade  $C=1\mu\text{F}$  (3)



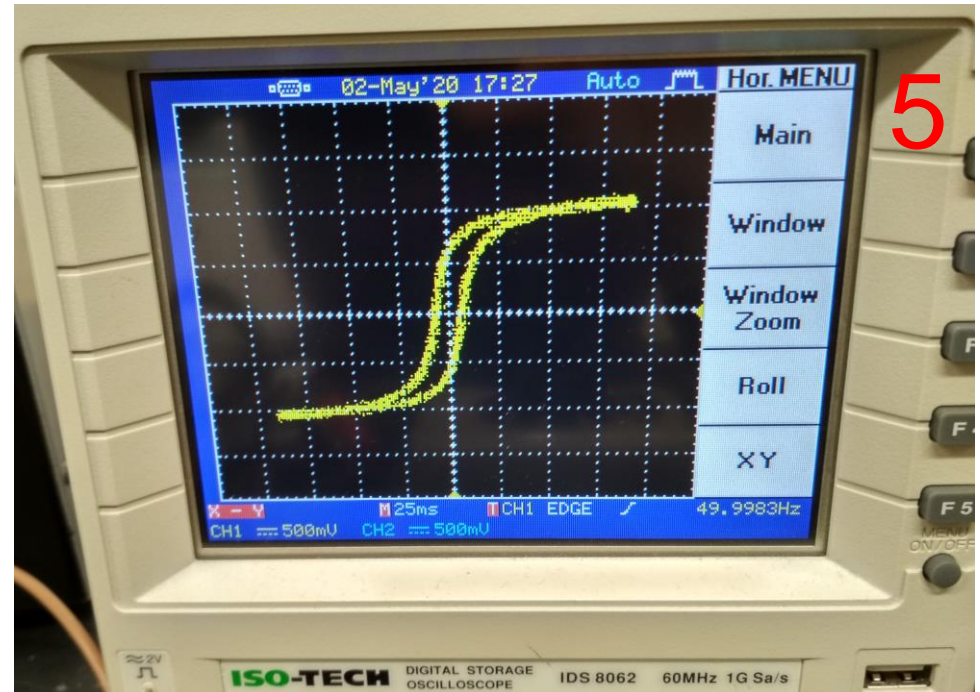
- Uma resistência de baixo valor  $R_1=1\Omega$  (4).



4

## Detalhes da montagem experimental-II

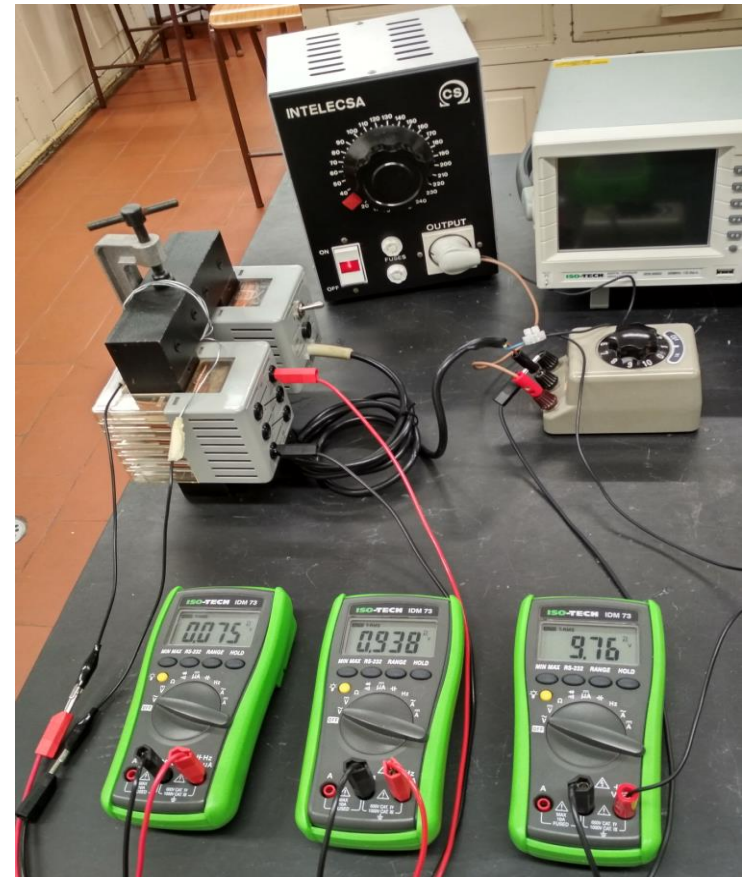
- A montagem eletrónica está ligada a um **osciloscópio digital** (5) com dois canais, Ch1 e Ch2 a funcionar em modo XY (Ch1-X, Ch2-Y)



## Execução da experiência : II

### 1-Determinação do número de espiras do transformador.

- Aplicar tensões  $V_1$  entre 3 e 50 V eficazes ao enrolamento primário.
- Registrar os valores para a tensão no enrolamento primário,  $V_1$ , no secundário,  $V_2$  e no enrolamento com  $n_3=4$  espiras  $V_3$



V3

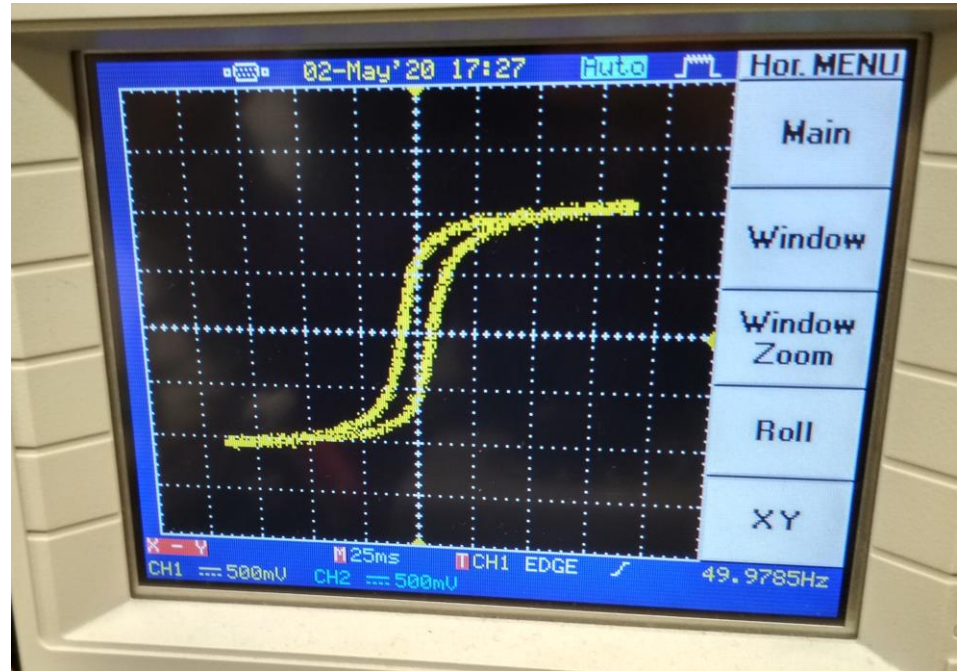
V2

V1

## Execução da experiência : II

### 2) Estudo da curva de Histerese.

- Ajustar a fonte de tensão alternada para o mínimo
- Escolher o modo XY no osciloscópio certificando-se que X corresponde à tensão aos terminais de R1 e o canal Y à tensão de saída do integrador  $V_c$ .
- Aumente a tensão do gerador de corrente alternada e ajuste as escalas do osciloscópio até visualizar o ciclo de Histerese.

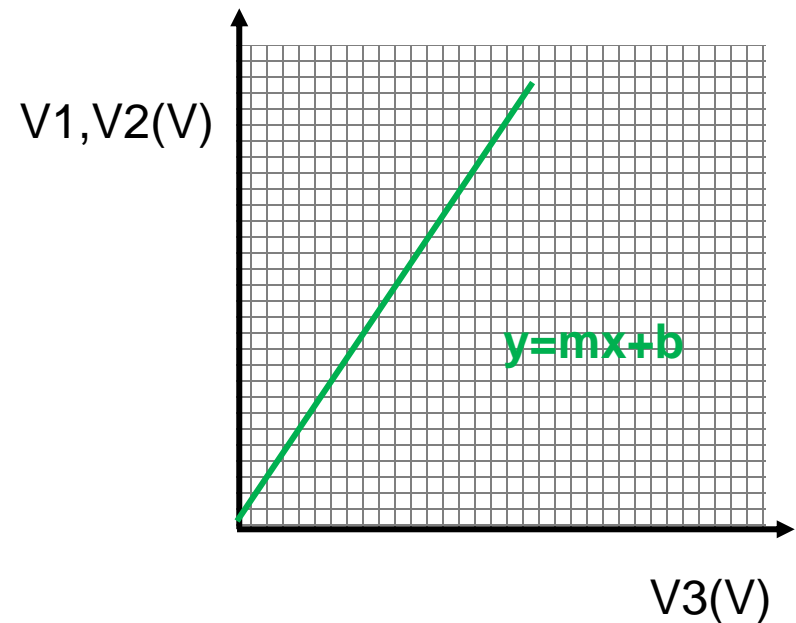


### I-Determinação do número de espiras do transformador.

Assumindo um transformador ideal determinamos o número de espiras do primário e secundário através do ajuste das funções.

$$V_1 = \frac{n_1}{n_3} V_3$$

$$V_2 = \frac{n_2}{n_3} V_3$$





## II - Representação da curva de Histerese

Quando um material está sujeito a um campo magnético exterior, **H**, o campo de indução magnética **B** é dado por:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{M} + \vec{H}) \quad \text{Sendo } \mu_0 \text{ a permeabilidade magnética do vácuo}$$

A magnetização **M**, depende do campo magnético H exterior

Material ferromagnético

$$\vec{M} = \vec{M}(\vec{H})$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{M} + \vec{H}) = \vec{B}(\vec{H})$$

$$\mu_i(H) = \frac{\Delta B}{\Delta H}$$

Material não ferromagnético

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\chi_m \vec{H} + \vec{H}) = \mu_0(1 + \chi_m) \vec{H}$$

$$\mu_r \equiv (1 + \chi_m)$$

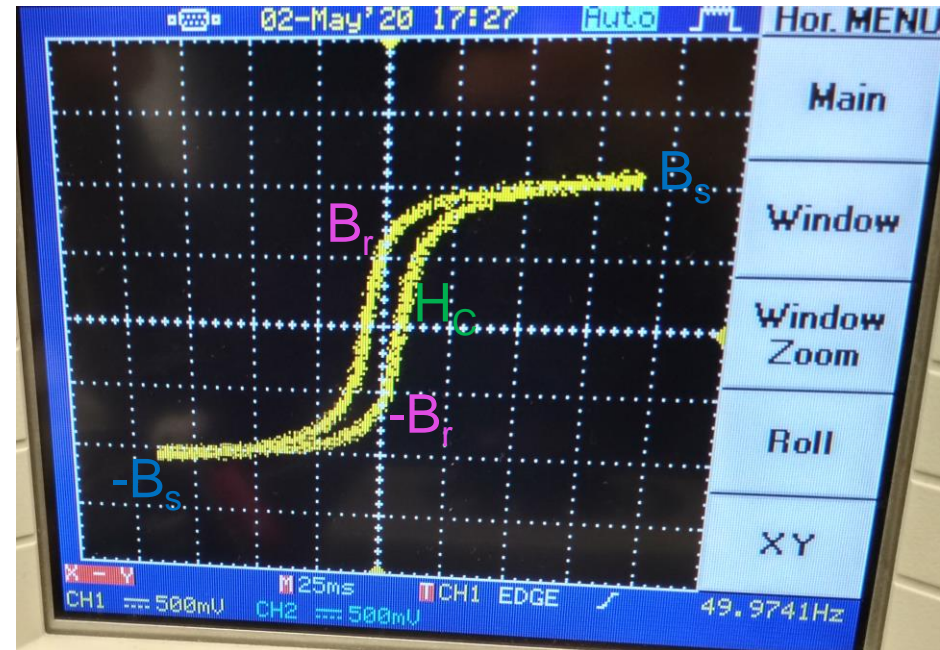
$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} = \mu \vec{H}$$



## Análise de dados: II

Quando no interior de um enrolamento de espiras , **se coloca um material ferromagnético** se fizermos variar a corrente  $I$  que percorre as espiras, o campo magnetizante  $H$ , e o campo de indução magnética  $B$ , comportam-se de maneira distinta:

1. Quando se aumenta  $I$ , o campo  $H$  aumenta proporcionalmente à corrente. Por seu turno, o campo  $B$  vai aumentar até atingir um valor de saturação, o **campo de saturação  $B_s$** .
2. Quando seguidamente se diminui a corrente  $I$ , o campo  $H$  diminui, mas quando se torna nulo, o campo  $B$  não se torna nulo em simultâneo, porque o material permaneceu magnetizado. O valor do campo  $B$  que permanece chama-se **campo remanescente,  $B_r$** .
3. Para que o campo  $B$  se anule é necessário inverter  $H$  e por isso a também a corrente corrente até que o campo magnetizante tenha o valor  **$-H_c$**  simétrico do campo coercivo  **$H_c$** .
4. O aumento da corrente invertida induz uma magnetização constante no sentido contrário dando origem a  **$-B_s$** , sendo que quando a corrente se volta a anular, o campo de indução tem o valor  **$-B_r$** .



Representar graficamente a curva de Histerese.

### III - Cálculo do **campo coercivo**.

Pela lei de Ampère aplicada ao enrolamento primário:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = n_1 I_1 \Rightarrow H = \frac{n_1 I_1}{L} = \frac{n_1 V_1}{R_1 L}$$

Que nos permite relacionar o valor do campo exterior H com a corrente I1 determinada pela leitura da tensão  $V_1 = R_1 I_1$  lida no canal 1 do osciloscópio (eixo horizontal).

A partir da curva de histerese e do valor da tensão em que a curva intercepta o eixo XX, é possível então determinar o campo coercivo **Hc**.

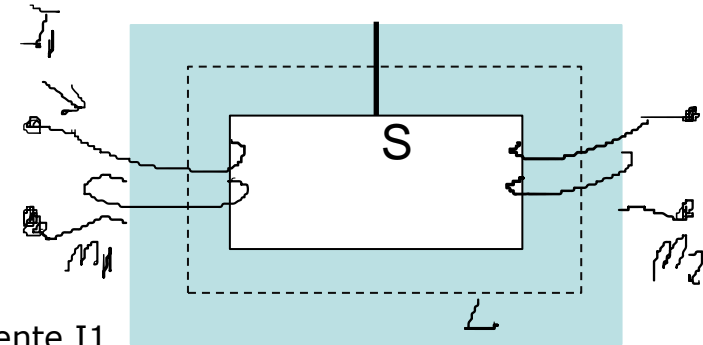
### IV - Cálculo dos campos de **saturação** e **remanescente**

A medida do campo de indução magnética B é feita recorrendo á tensão V2 no enrolamento secundário com n2 espiras. Usando a lei de Faraday:

$$V_2 = n_2 S \frac{dB}{dt} \Rightarrow B = \frac{1}{n_2 S} \int V_2 dt$$

Onde S é a secção transversal do núcleo do transformador. As componentes R<sub>2</sub> e C do esquema electrónico funcionam como um circuito integrador. No caso em que a tensão aos terminais do condensador, V<sub>C</sub>, lido no canal 2 do osciloscópio é suficientemente inferior a V<sub>2</sub> é possível escrever:

$$V_C = \frac{1}{R_2 C} \int V_2 dt \Rightarrow B = \frac{R_2 C}{n_2 S} V_C$$



Transformador com núcleo ferromagnético

### IV - Cálculo da permeabilidade e da susceptibilidade magnética incrementais para B=0

$$\mu_i = \frac{\Delta B}{\Delta H} \Big|_{B=0} = \mu_{ri} \mu_0 \quad \chi_{mi} = (\mu_{ri} - 1)$$

Obtidas por ajuste linear à curva de histerese em torno de B=0.

### V – Identificação do material ferromagnético

Usando a tabela, identificar o material ferromagnético com base nos valores encontrados para Bs, Br e Hc.

Materiais (composição típica)	$\mu$ inicial	B saturação	B reman. <sup>le</sup>	H coerc. <sup>yo</sup>
	$\times \mu_0$	T	T	A m <sup>-1</sup>
<b>Fe - Si</b> (96% - 4%)	500	1,4 a 1,8	0,8	40
<b>Fe - Ni</b> (78% - 22%)	10 000	0,8 a 1	0,6	4
<b>Ferrite</b> (óxidos de Fe - Zn - Mn)	1 500	0,3 a 0,5	0,15	10

FIM