

**Problema**

## Filtros Digitais IIR

- a) Obter a função de sistema do filtro digital obtido pela transformação bilinear aplicada ao filtro cuja função de transferência se indica abaixo, para uma frequência de amostragem de  $f_s=40$  kHz.

$$T(s) = \frac{s^2}{s^2 + 7,1 \times 10^4 s + 2,53 \times 10^9}$$

- b) Obter a atenuação do filtro digital considerado na alínea anterior, para a frequência de 20 kHz.
- c) Determinar a equação de recorrência do filtro digital. Verificar a estabilidade do filtro a partir da função de sistema.
- d) Representar dois diagramas de fluxo de sinal com número mínimo de atrasos para este filtro digital.

## Resolução

$$T(s) = \frac{s^2}{s^2 + as + b}$$

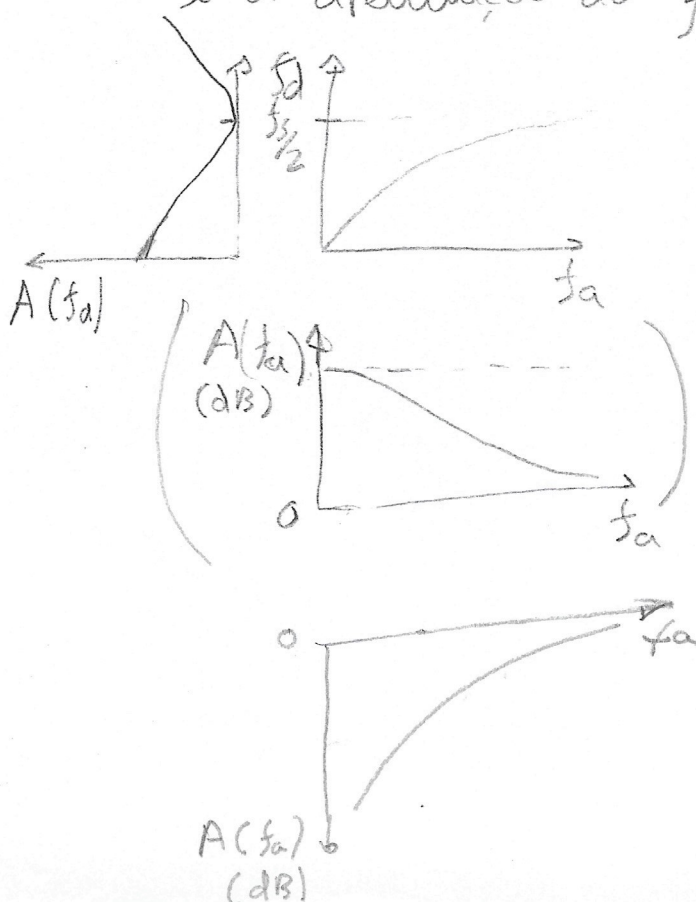
$$f_s = 40 \text{ kHz} \Rightarrow \frac{1}{T}$$

a)  $T(z) = T(s) \Big|_{s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$

$$\Rightarrow T(z) = \frac{1}{1 + \frac{a}{2}T + \frac{b}{4}T^2} \times \frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{1 + \frac{\frac{b}{4}T^2 - 2}{1 + \frac{a}{2}T + \frac{b}{4}T^2} z^{-1} + \frac{1 - \frac{a}{2}T + \frac{b}{4}T^2}{1 + \frac{a}{2}T + \frac{b}{4}T^2} z^{-2}}$$

$$= 0,438 \frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0,53z^{-1} + 0,222z^{-2}}$$

b)  $20 \text{ kHz} = f_s/2 \Rightarrow$  A atenuação dada pela deformação da frequência da transformação bilinear a  $f_s/2$  é a atenuação do filtro analógico para  $f = \infty$



$$|T(j\omega)|_{\omega=\infty} = 1 \rightarrow \text{Passa alta}$$

$$A(\omega) = 20 \log \left( \frac{1}{|T(j\omega)|} \right)$$

$$= A(\infty) = 0 \text{ dB}$$

c) 
$$T(z) = 0,438 \frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0,53z^{-1} + 0,222z^{-2}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$Y_M = 0,438 X_M - 0,876 X_{M-1} + 0,438 X_{M-2} + 0,53 Y_{M-1} - 0,222 Y_{M-2}$$

Pólos :  $b_i = +\frac{0,53}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0,53}{2}\right)^2 - 0,222} = 0,265 \pm j 0,39$   
 $\Rightarrow |b_i| < 1 \rightarrow$  estável!  $|b_i| = 0,47$

d) Forma directa II | Transposta

