

# **Trabalho Laboratorial**

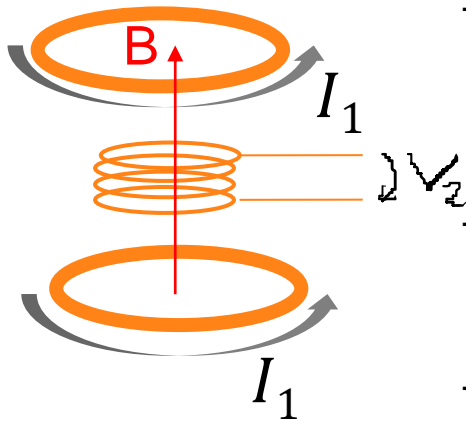
## **Lei de Indução de Faraday I**

**João Figueirinhas e Raquel Crespo**

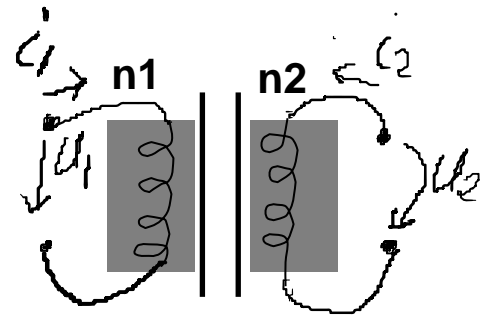
# Objetivos do trabalho

O objetivo do trabalho consiste em verificar a **Lei de indução Faraday** na descrição do fenómeno de **Indução eletromagnética (I)**, e no funcionamento básico de um **transformador (II)**. Mais concretamente:

## (I) Indução eletromagnética:



- Força eletromotriz induzida numa pequena bobine rotativa, na presença de um campo magnético gerado por Bobines de Helmholtz alimentadas por um gerador DC em função da frequência de rotação da bobine pequena (**IA**)
- Força eletromotriz induzida numa pequena bobine fixa, na presença de um campo magnético gerado por Bobines de Helmholtz alimentadas por um gerador AC (**IB**)
- Determinação do coeficiente de indução mútua entre os dois circuitos (bobines de Helmholtz e pequena bobine).



## II) Transformador

- Estudo da relação de tensões entre os terminais dos circuitos primário ( $U_1$ ) e o secundário ( $U_2$ ) com  $n_1$  e  $n_2$  espiras respetivamente para amplitudes máximas e frequências variáveis.
- Determinação do coeficiente de acoplamento magnético entre o primário e o secundário do transformador.

# Descrição da montagem experimental-I

Para estudar a **Indução electromagnética** dispomos da montagem apresentada na figura 1, que inclui o seguinte equipamento:

1 – Bobinas de Helmholtz + bobina móvel.

2- Motor p/ rot. bobina móvel

3 – Fonte de alimentação DC

4 – Resistência variável

5 – Amperímetro

6- Osciloscópio digital

7 – Fonte de alimentação DC p/ motor

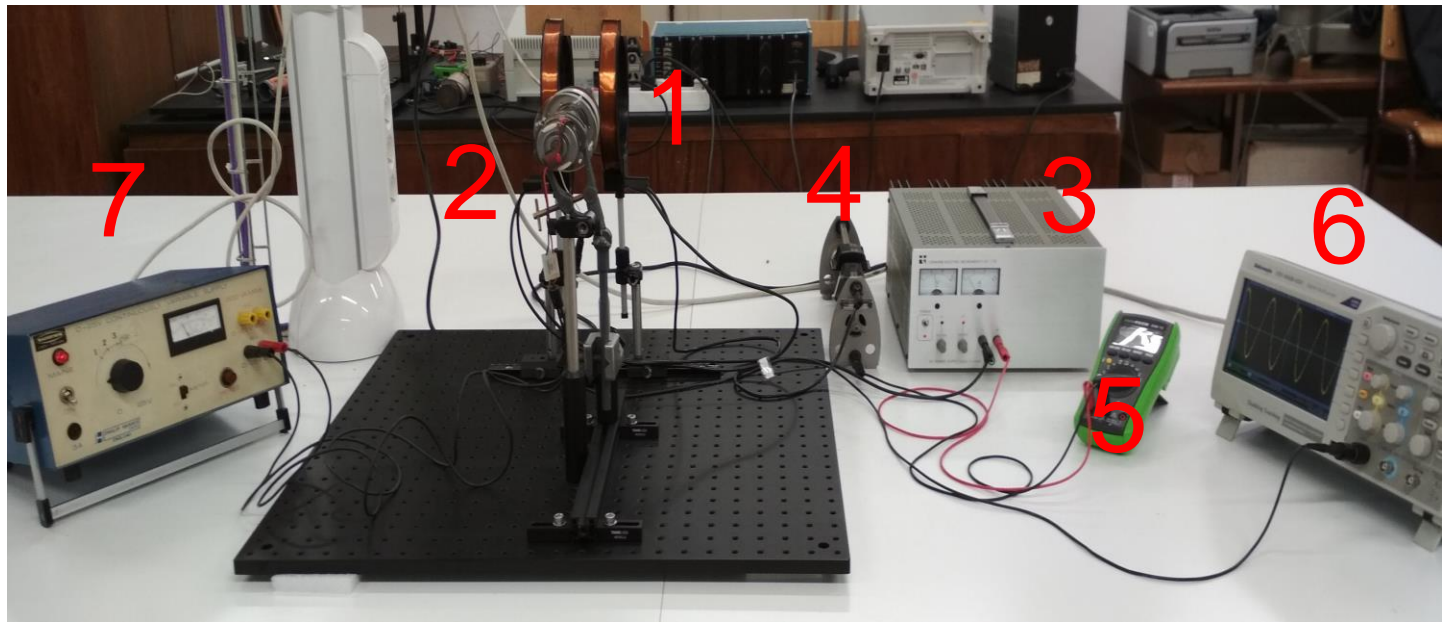


Figura 1. Montagem experimental - I

## Esquema de blocos da montagem-I

Para realizar o estudo da **Indução electromagnética** com campo B estático e circuito variável e com circuito estático e campo B variável usou-se o esquema de blocos da montagem representado na figura 2:

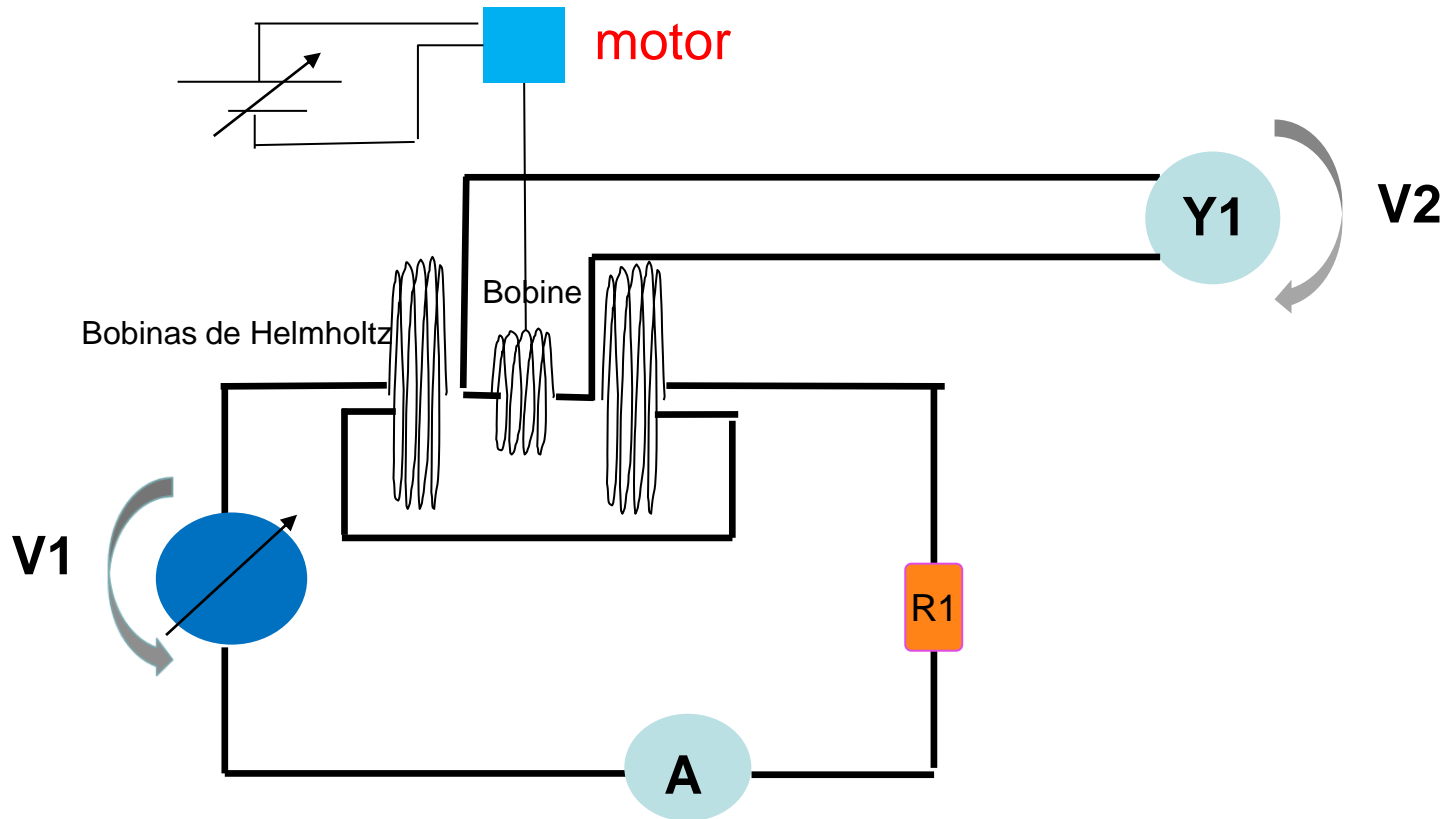
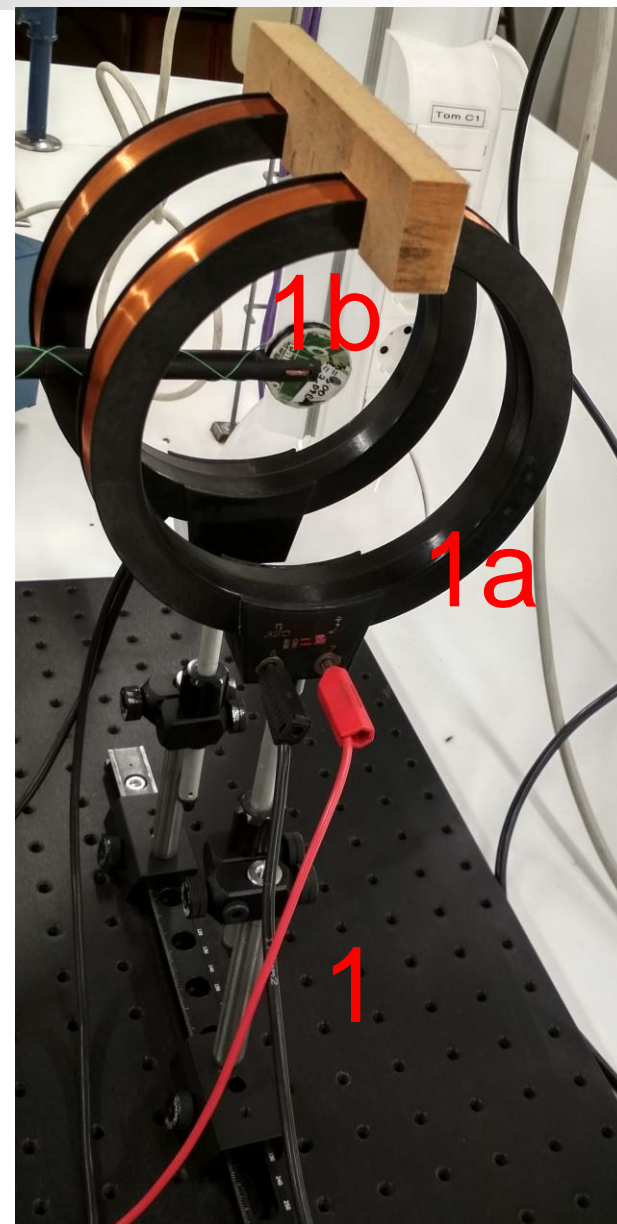
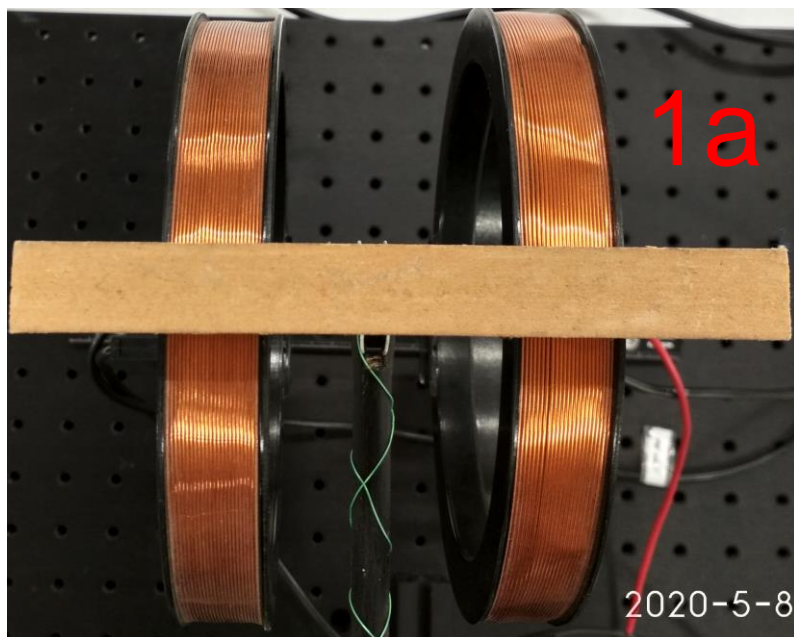


Figura 2: Esquema de blocos da montagem para estudo da indução e indução-mútua

## Detalhes da montagem experimental-I

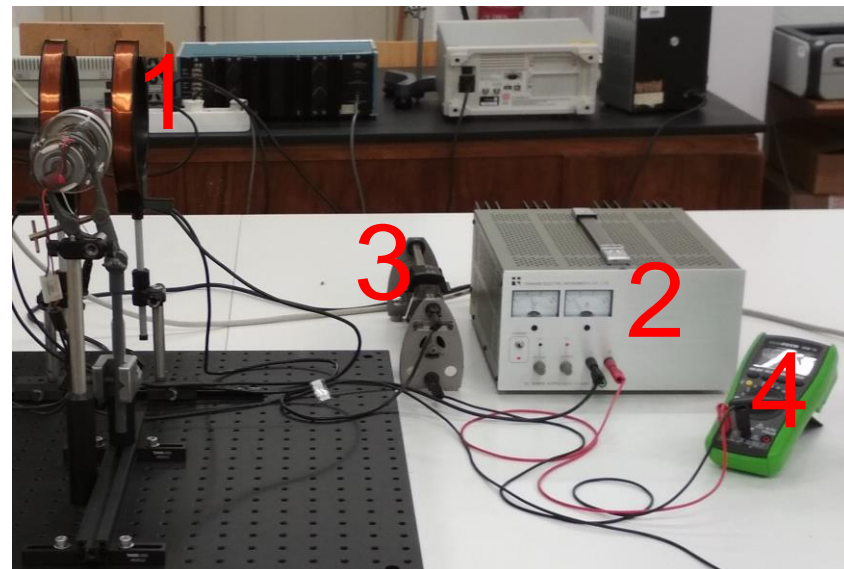
- Detalhe das bobinas de Helmholtz (**1a**) e da bobina móvel (**1b**). A bobina móvel pode rodar em torno de um seu diâmetro perpendicular à direção do campo B gerado pelas bobinas de Helmholtz.



## Detalhes da montagem experimental-I

Para o estudo com a *bobine rotativa*, (IA) as bobinas de Helmholtz (1) encontram-se ligadas em série com:

- uma **fonte de alimentação de tensão contínua** (2),
- uma **resistência variável**, R (3),
- e um **amperímetro** (4).





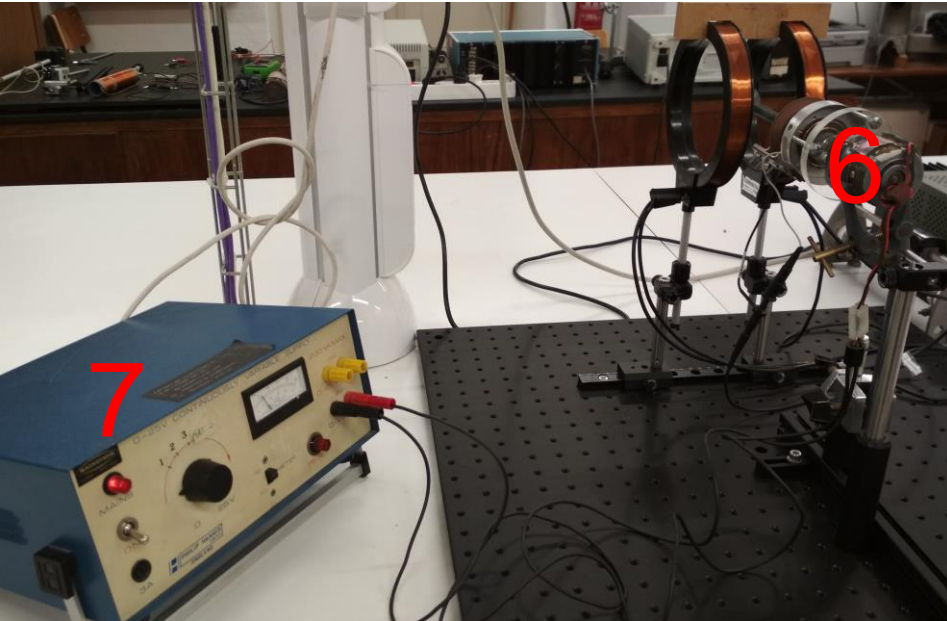
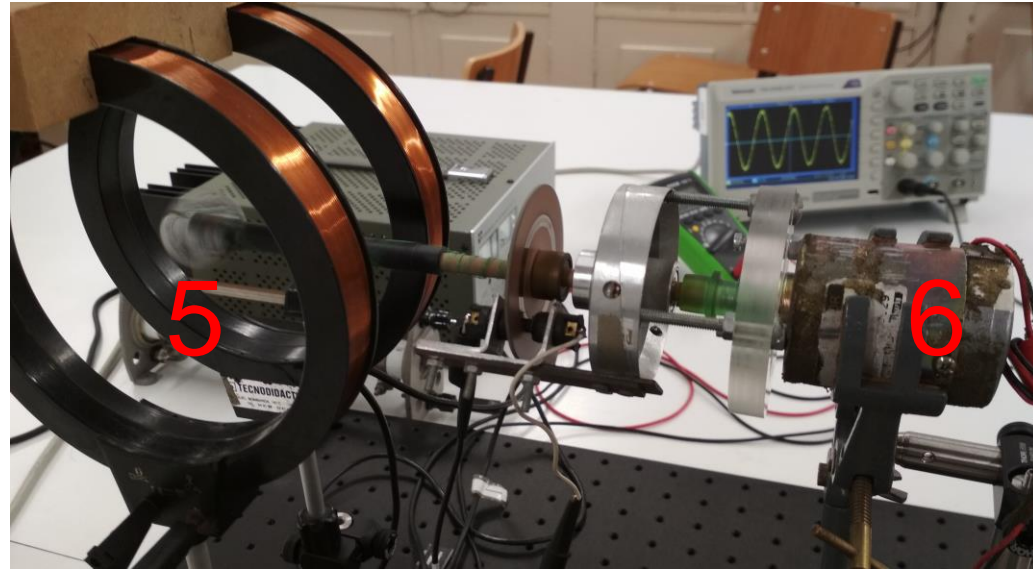
## Detalhes da montagem experimental-I

- A **bobine móvel é circular (5)**, de diâmetro  $d=2,07$  cm com  $N=500$  espiras e pode rodar em torno de um eixo perpendicular a B. A bobina está posicionada no centro das duas bobines de Helmholtz.



## Detalhes da montagem experimental-I

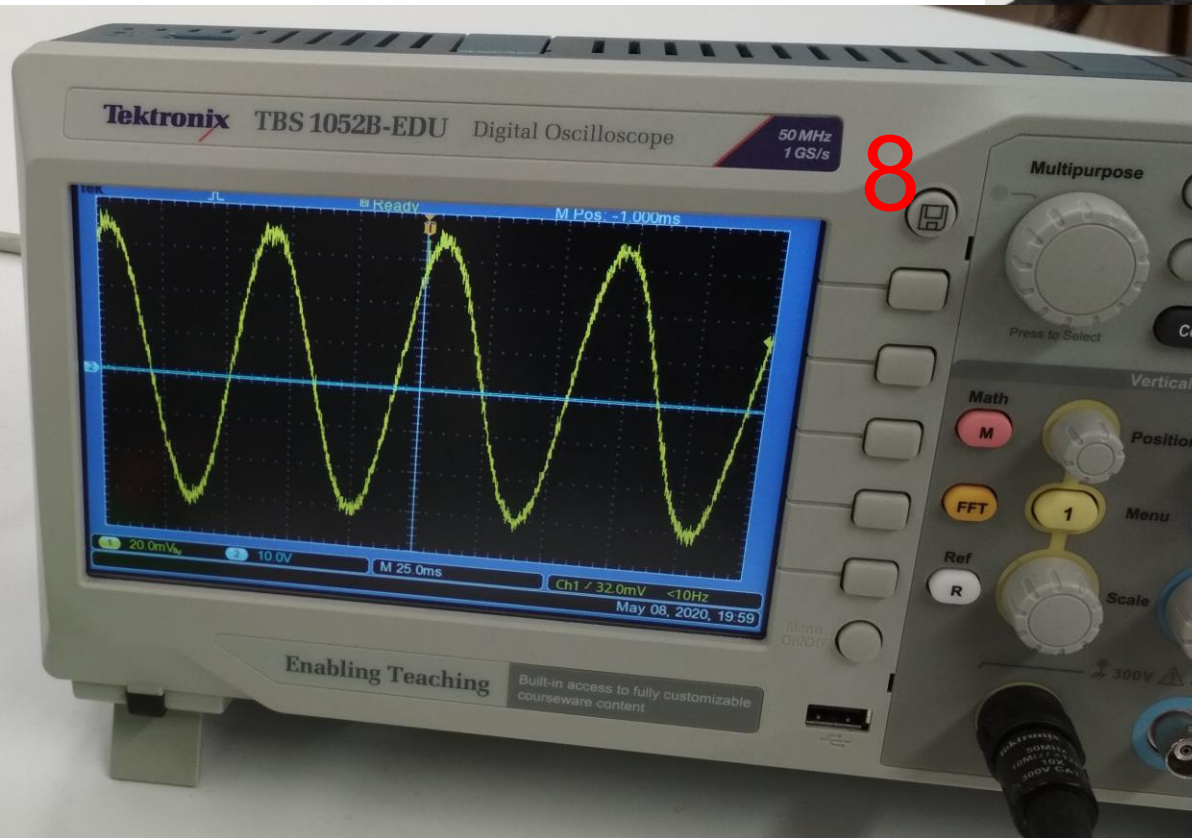
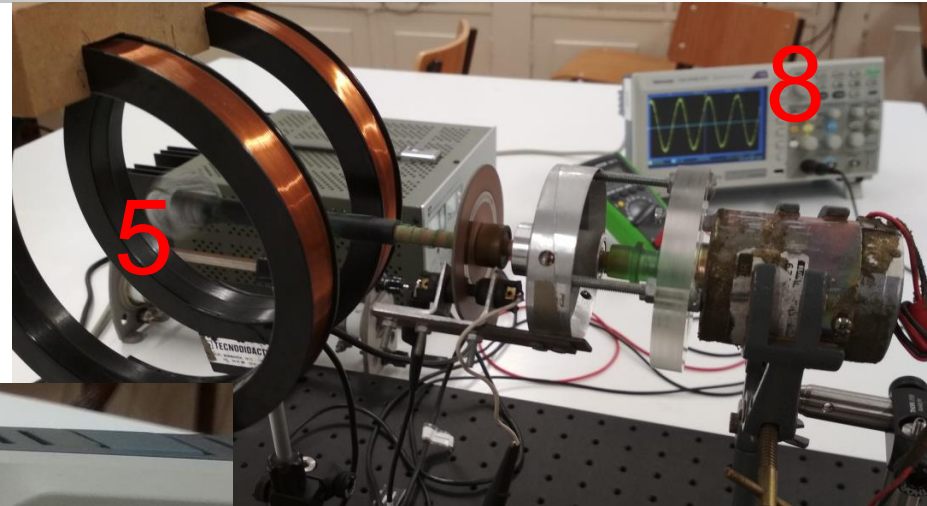
- A pequena bobine (5) é posta em rotação através um motor (6), alimentado por um gerador DC (7).





## Detalhes da montagem experimental-I

- A tensão gerado nos terminais da bobine móvel (5) é registada num dos canais do osciloscópio digital (8). Para diferentes velocidades de rotação.



# Execução da experiência-I

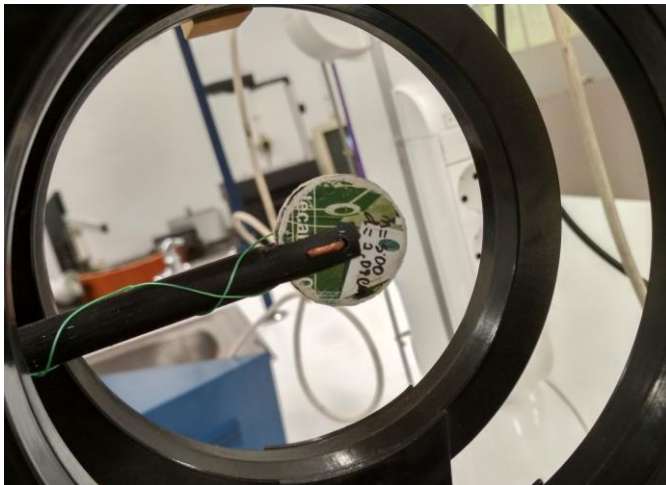
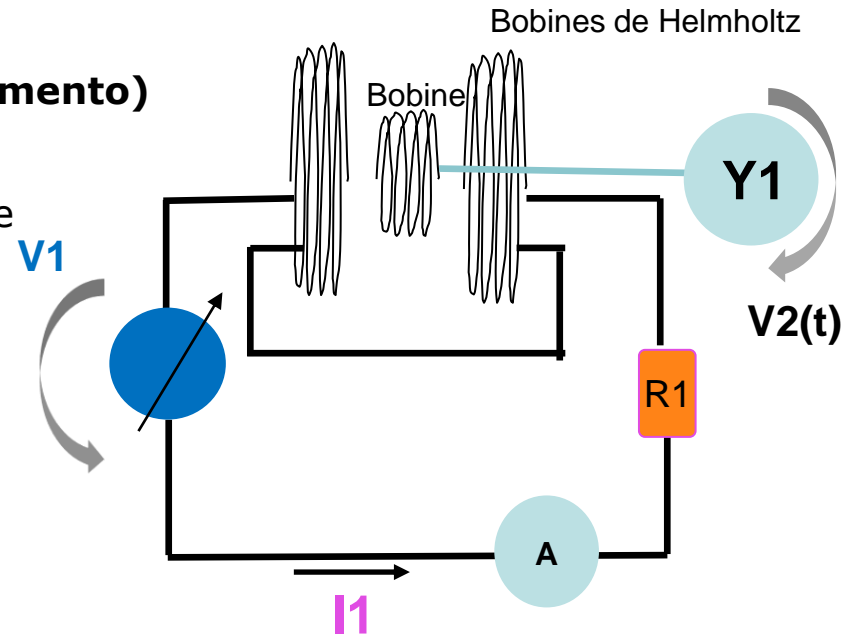
## Indução electromagnética – IA

(campo B estático e bobine pequena em movimento)

1) Montar o circuito com as duas bobines de modo a que **as duas bobines** sejam percorrida pela corrente eléctrica no mesmo sentido, formando o conjunto as Bobines de Helmholtz (BH).

2) Colocar a pequena bobine no centro das duas bobines.

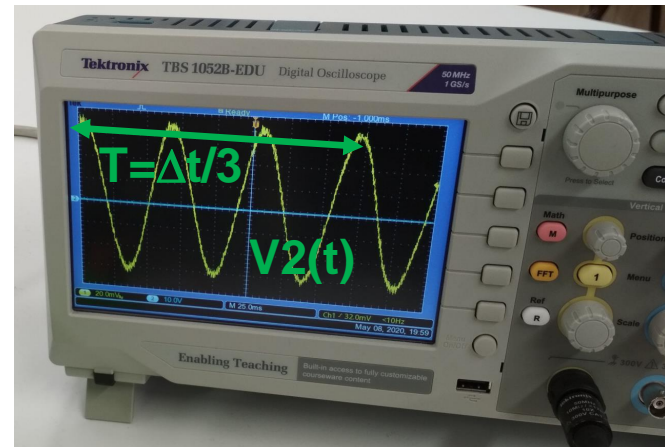
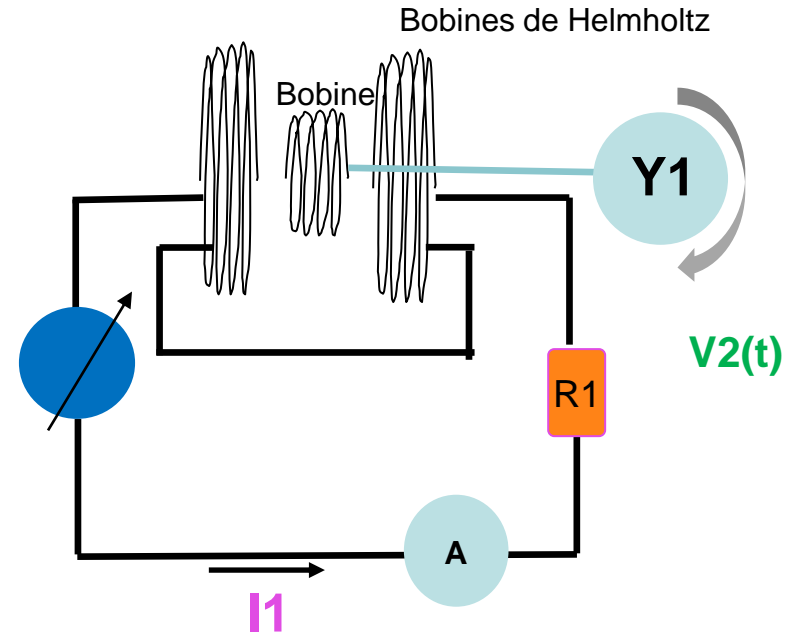
3) Ajustar a fonte tensão DC V1 de modo a que as BH sejam percorridas por uma corrente contínua,  **$I_1 = 800 \text{ MA}$** , lida no Amperímetro.



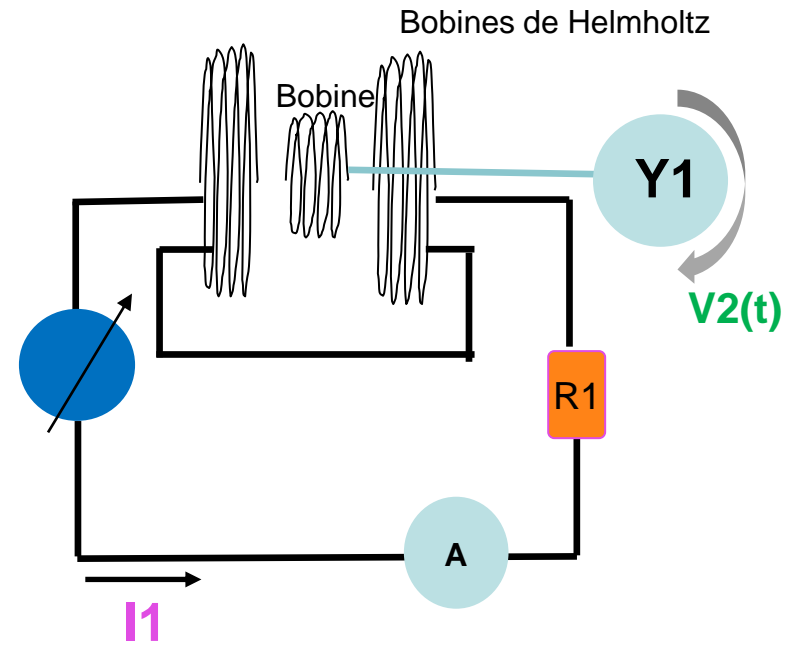
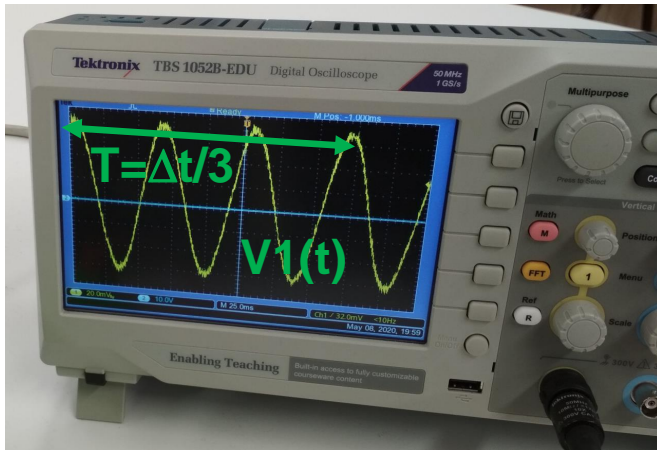
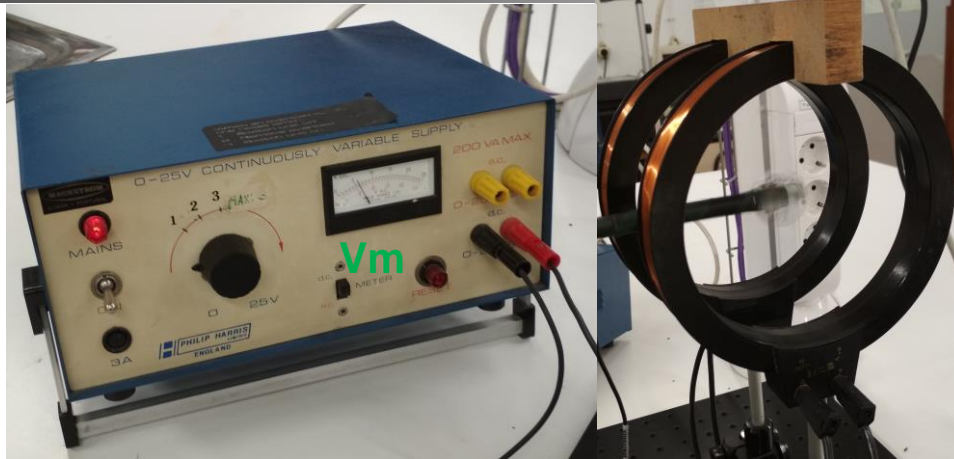
# Execução da experiência-I

4) Colocar a pequena bobine em rotação:

- (i) Ajustar a tensão  **$V_m$**  do gerador que alimenta o motor de rotação de modo a não exceder 10V
- (i) ler a tensão aos terminais da bobine  **$V_2(t)$**  no osciloscópio e registar a sua amplitude máxima,  **$V_{2max}$**  e a sua frequência  **$\omega = 2\pi/T$**



# Execução da experiência-I



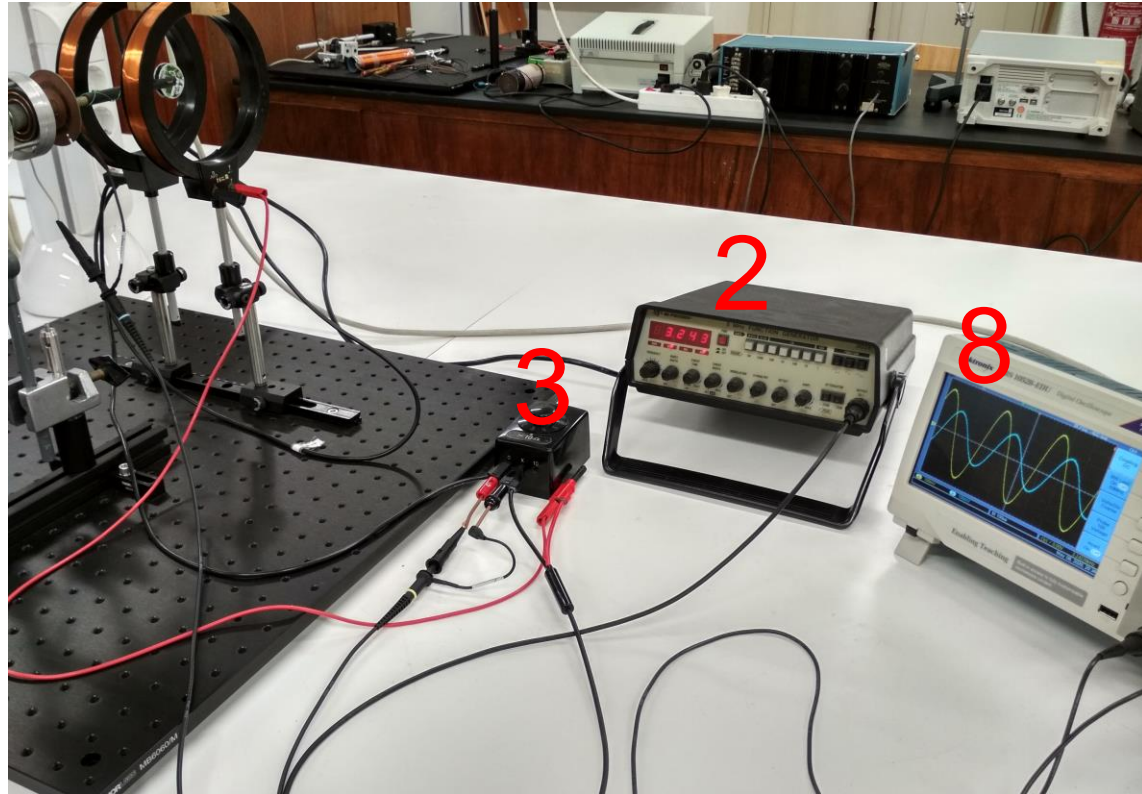
5) Repetir 4) para **10 valores diferentes da velocidade de rotação, da bobina móvel.**



## Detalhes da montagem experimental-I

Para o estudo com a bobine fixa, (IB) o **circuito gerador de campo de indução magnética** encontra-se ligado em série com:

- uma **fonte de alimentação de tensão alterna** (2),
- uma **resistência** , R (3).



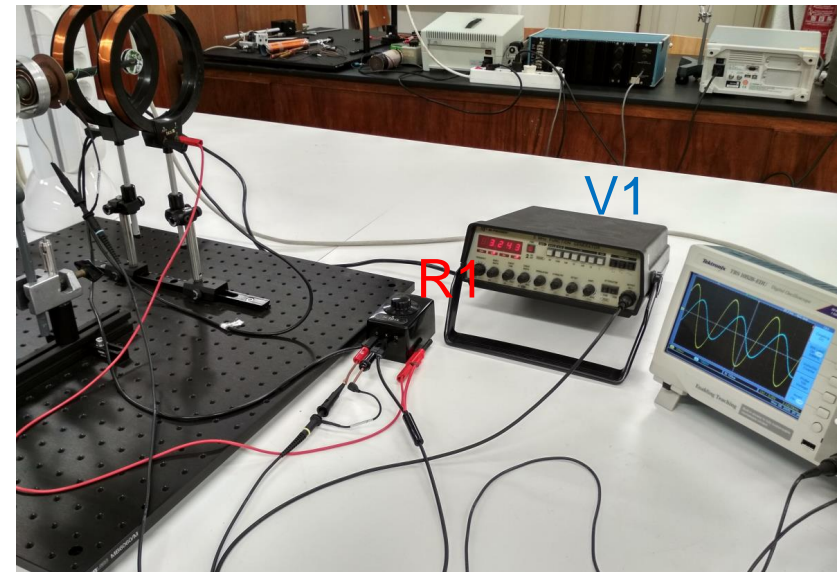
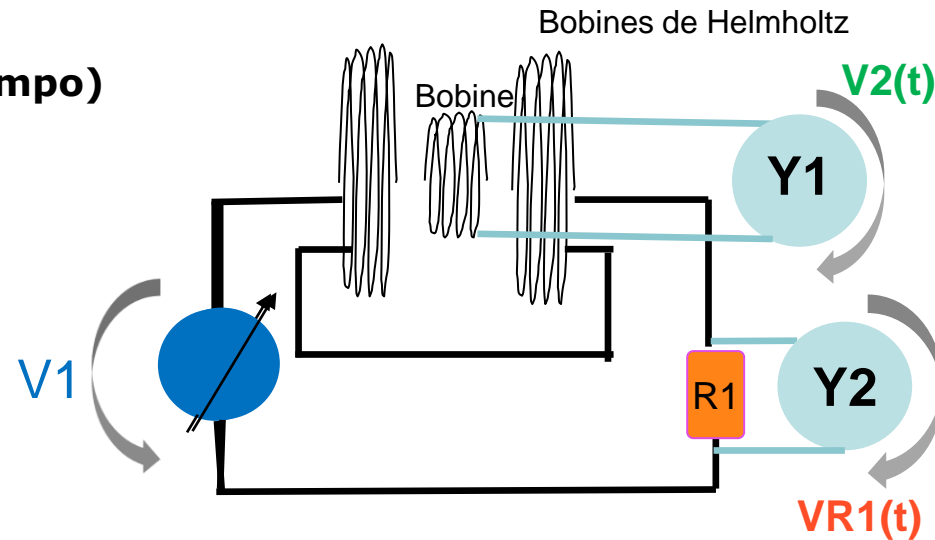
- A tensão gerada aos terminais do circuito da pequena bobine é registada no canal 1 do **osciloscópio digital** (8) no canal 2 é registada a corrente nas bobinas de Helmholtz através do registo da tensão aos terminais da resistência  $R_1=30\text{ ohm}$  (3).



# Execução da experiência-I

## Indução eletromagnética – IB (circuito bobine estático, $B$ variável no tempo)

- 1) Usar para a fonte  $V1$  um gerador de funções a produzir uma tensão sinusoidal
- 1) Montar o circuito com as duas bobinas de modo a que **as duas bobinas** sejam percorrida pela corrente elétrica no mesmo sentido, formando o conjunto as Bobinas de Helmholtz (BH).
- 2) Colocar a pequena bobine no centro das duas bobinas com a normal ao plano da bobina paralela ao campo  $B$  gerado pelas bobinas de Helmholtz.
- 3) Registrar as tensões **aos terminais da bobina móvel** e da **resistência  $R1$**  nos canais  **$Y1$**  e  **$Y2$**  do osciloscópio digital. Determinar as amplitudes máximas de  **$V2$**  e  **$VR1$**  para as diferentes frequências indicadas.



# Execução da experiência-I

## Indução electromagnética - IB

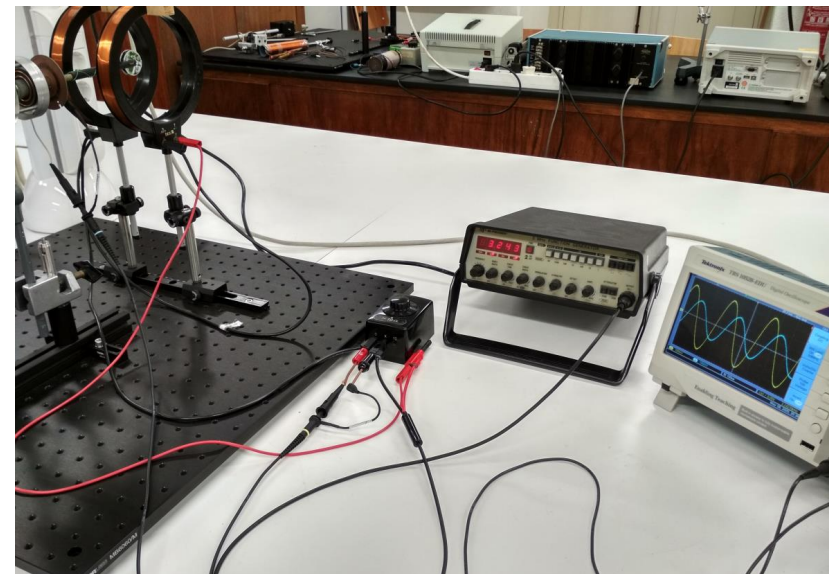
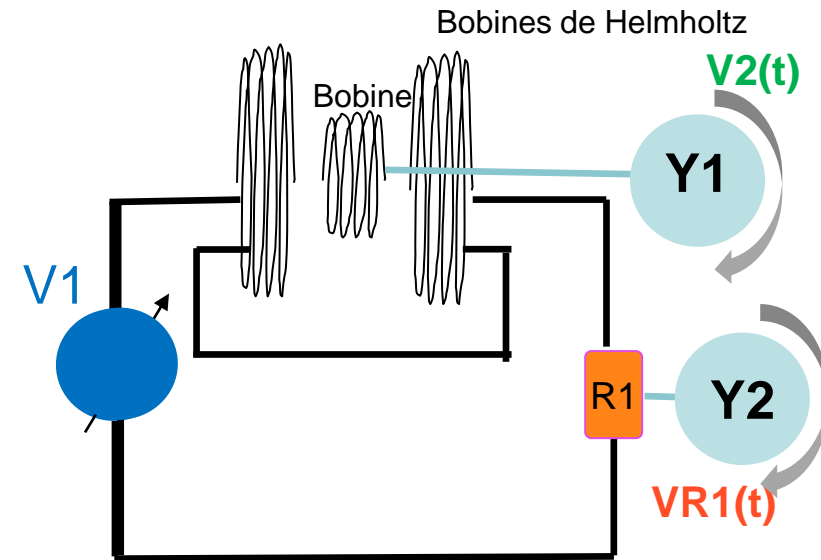
4) Escolher um valor para a resistência  **$R1=30\ \Omega$** .



5) Ajustar o gerador de forma a produzir uma tensão alternada de frequência  **$f=100\text{Hz}$** , e com um valor de amplitude tal que a tensão aos terminais da resistência  $R1$  ( $VR1$ ) tenha uma amplitude menor ou igual a 3V.

6) Ler no osciloscópio e registar os valores de  **$V2_{\text{max}}$**  e  **$VR1_{\text{max}}$** .

7) Repetir os procedimentos 5) e 6) para os valores de frequência  **$f=200, 400, 800, 1.6\text{K}, 3.2\text{K}, 6.4\text{K}, 12.8\text{K}, 18\text{K}$  (Hz)**.



# Análise de dados: I

## Indução eletromagnética, **Lei de Faraday: IA**

(campo B estático, circuito bobine em movimento)

O campo de indução magnética produzido pelas bobinas de Helmholtz, de raio  $r_1$ , com  $N_1$  **espiras**, percorridas por uma corrente  $I_1$  **no seu centro**, é dado por:

$$\vec{B}_H(0,0,0) = \left(\frac{8}{5\sqrt{5}}\right) \frac{\mu_0 N_1 I_1}{r_1} \vec{e}_z = K I_1 \vec{e}_z$$

$$\text{Lei de Faraday: } V_2 = -\varepsilon_i = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

$\varepsilon_i$  – força eletromotriz induzida na pequena bobine

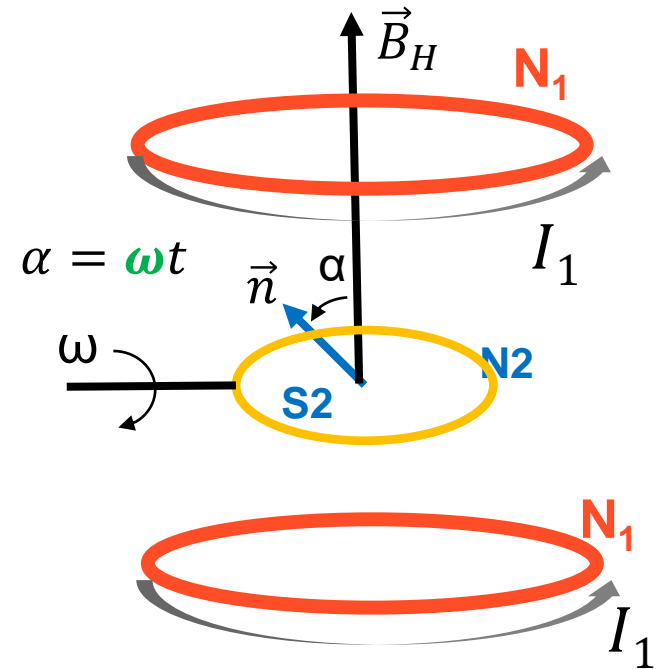
$$V_2 = \frac{d}{dt} [N_2 S_2 B \cos(\omega t)] = -[N_2 S_2 B \omega \sin(\omega t)]$$

$$V_{2m} = N_2 S_2 K I_1 \omega$$

Coeficiente de indução mútua  $L_m$ :

$$\Phi = L_m I_1 = N_2 S_2 K I_1 \cos(\omega t) \Rightarrow L_m = N_2 S_2 K \cos(\omega t) \Rightarrow L_{m,\max} = N_2 S_2 K \Rightarrow V_{2m} = L_{m,\max} I_1 \omega$$

Efetuar a regressão linear da tensão,  $V_{2m}$  em função da **frequência de rotação**  $\omega$ , determinar o coeficiente de indução mútua  $L_{m,\max}$  e comparar com o valor teórico.



# Análise de dados: I

Indução eletromagnética **Lei de Faraday: IB**  
(circuito estático, B variável no tempo)

$$\vec{B}_H(0,0,0)(t) = \left(\frac{8}{5\sqrt{5}}\right) \frac{\mu_0 N_1 I_1(t)}{r_1} \vec{e}_z = K I_1(t) \vec{e}_z \quad I_1(t) = V_{R1}(t)/R_1$$

$$I_1(t) = I_{1m} \cos(\omega t)$$

$$\text{Lei de Faraday: } V_2 = -\varepsilon_i = \frac{d\phi_B(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{S_2} \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

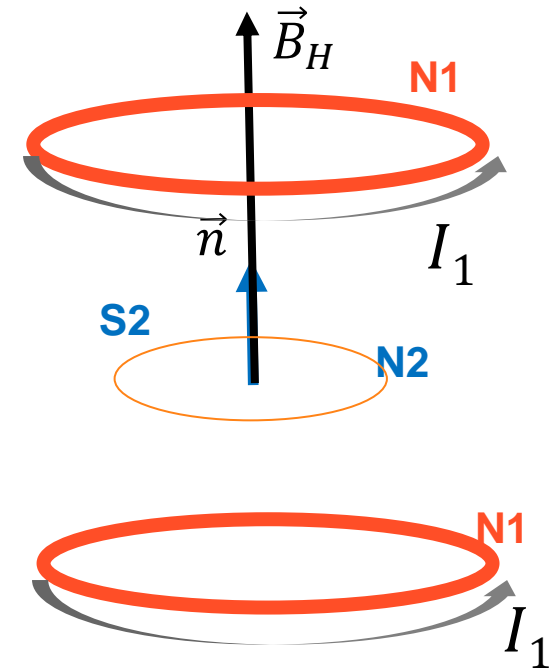
$$V_2 = \frac{d}{dt} [N_2 S_2 B] = -[N_2 S_2 K I_{1m} \omega \sin(\omega t)]$$

$$V_{2m} = N_2 S_2 K I_{1m} \omega$$

Coeficiente de indução mútua  $L_m$ :

$$\Phi_B = L_m I_1 = N_2 S_2 K I_1(t) \Rightarrow L_m = N_2 S_2 K \Rightarrow$$

$$V_{2m} = L_m I_{1m} \omega$$



Efetuar a regressão linear da tensão,  $V_{2m}$  em função da **frequência angular  $\omega$**  da corrente  $I_1$ , determinar o coeficiente de indução mútua  $L_m$  e comparar com o valor teórico.

# **Trabalho Laboratorial**

## **Lei de Indução de Faraday II**

**João Figueirinhas e Raquel Crespo**



## Descrição da montagem experimental-II

Para estudar o **funcionamento de um transformador** dispomos da montagem apresentada na figura 3, que inclui o seguinte equipamento:

- 1 – Transformador
- 2 – Gerador de funções com saída sinusoidal
- 3 – Resistência
- 4- Osciloscópio digital

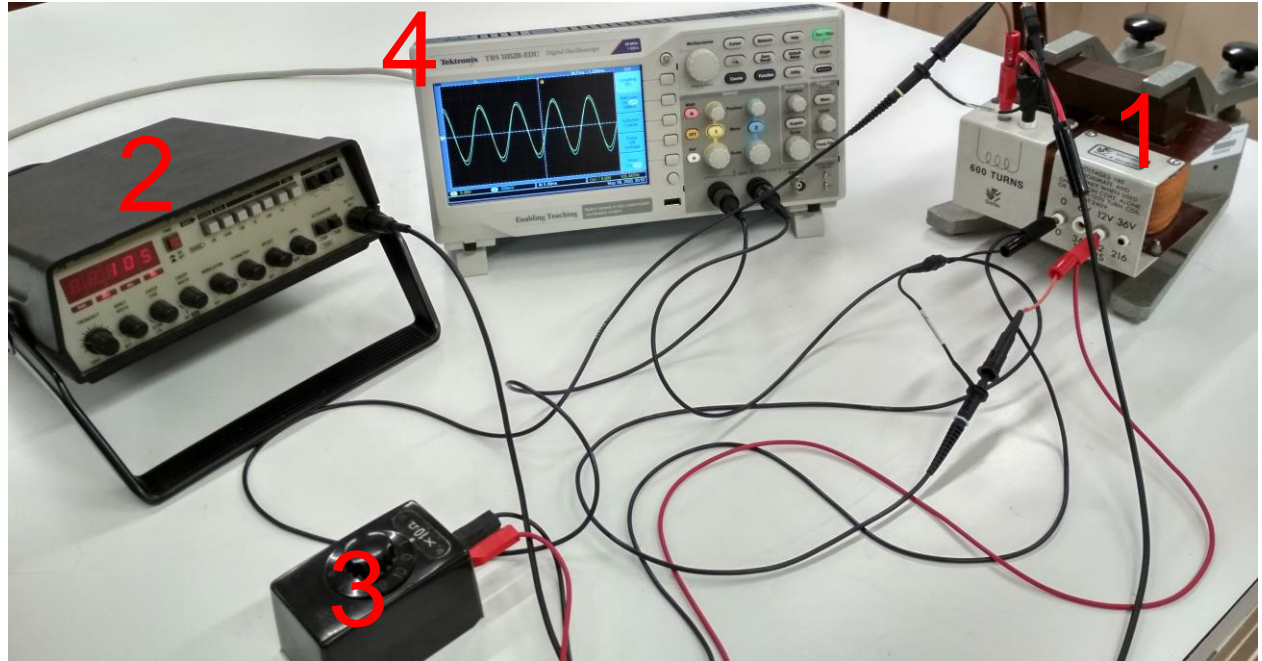


Figura 3. Montagem experimental - II

## Esquema elétrico da montagem-II

Para estudar o **funcionamento de um transformador** usou-se a montagem com o esquema elétrico representado na figura 4:

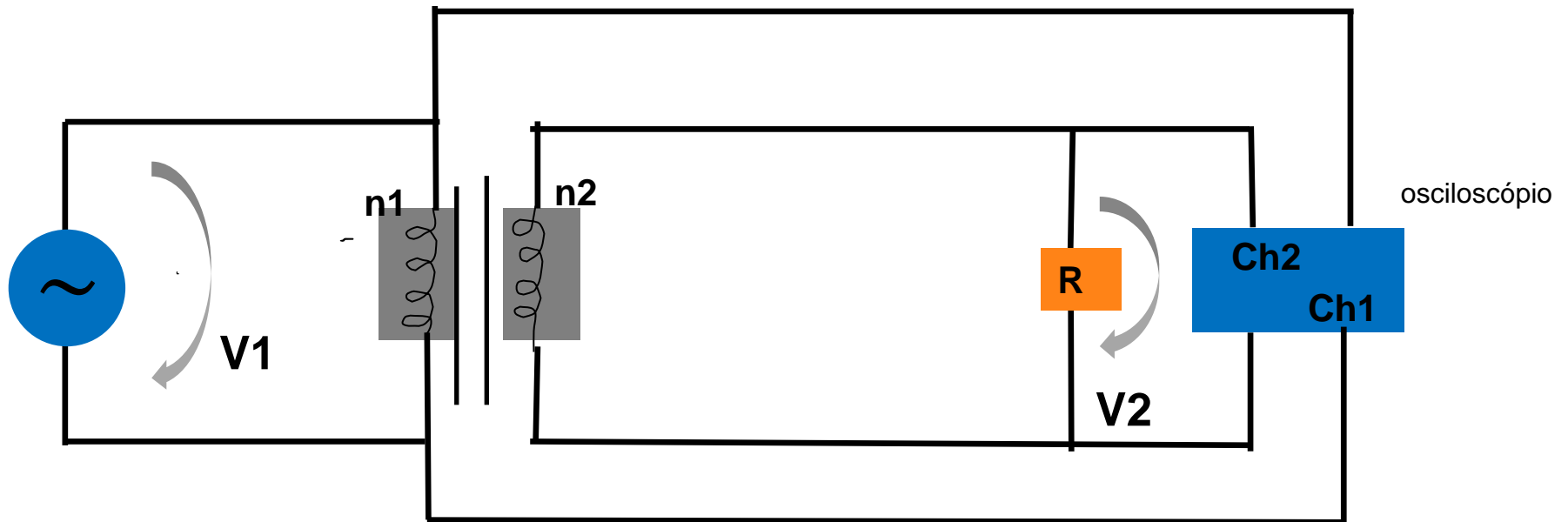
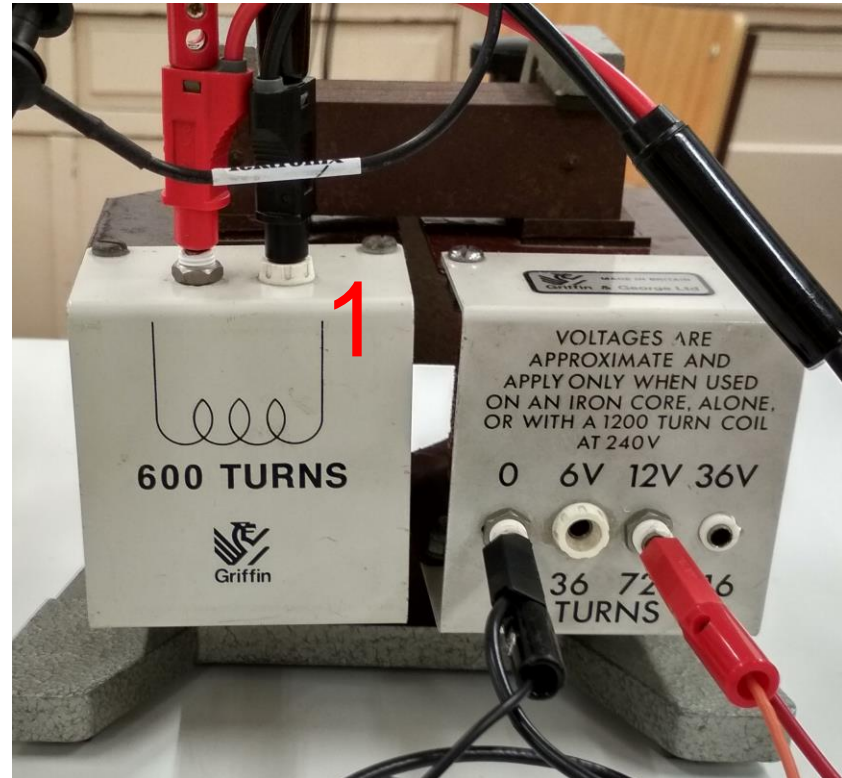


Figura 4: Esquema elétrico da montagem para estudo do funcionamento de um transformador

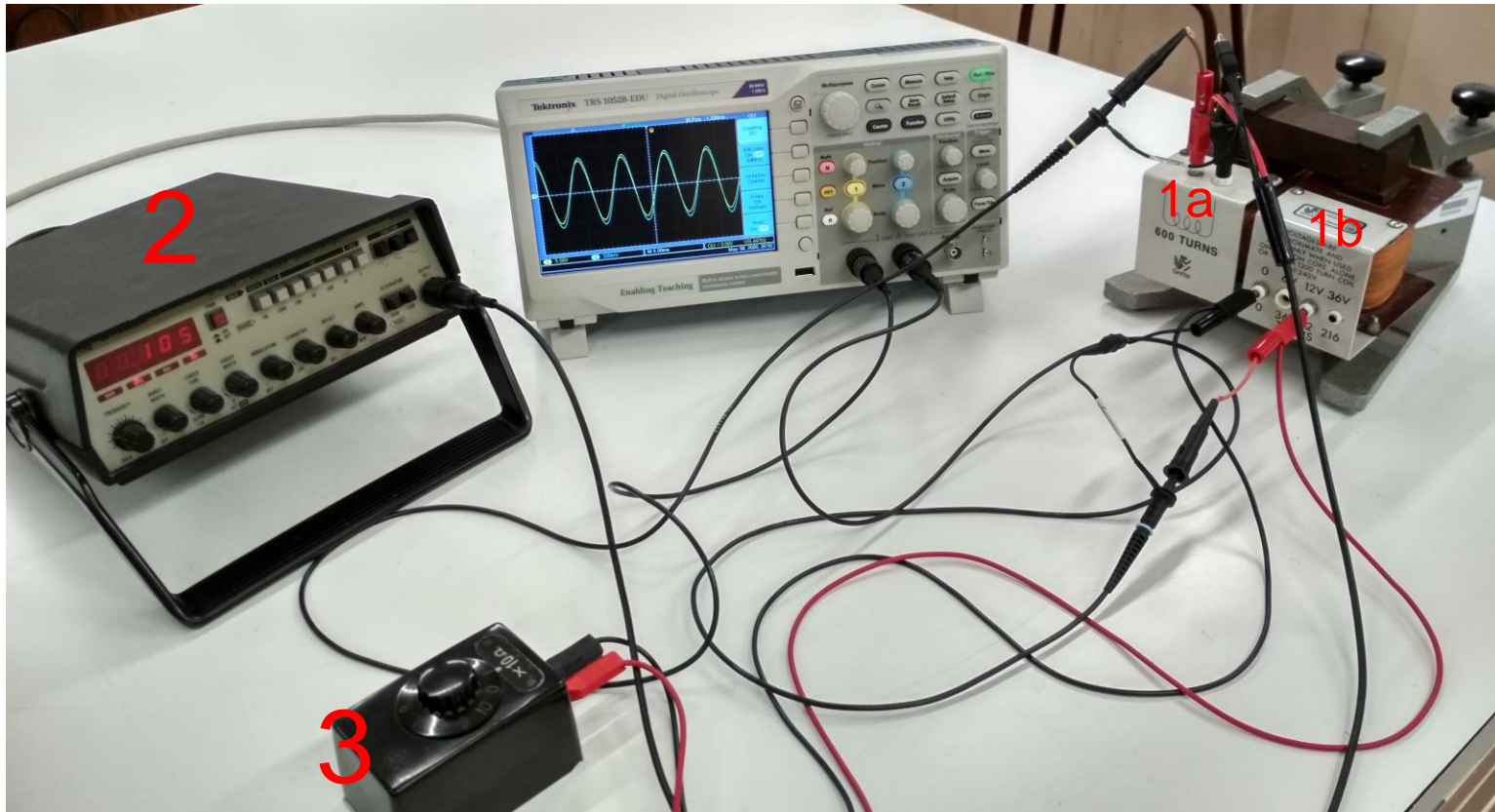
## Detalhes da montagem experimental-II

- O Transformador (**1**) tem um enrolamento **primário com  $n_1=600$  espiras**, um enrolamento **secundário com  $n_2=72$  espiras**, e um núcleo constituído por material ferromagnético laminado que permite a transferência de potência elétrica entre os dois circuitos, primário e secundário.



## Detalhes da montagem experimental-II

O enrolamento primário (**1a**) do **transformador** (**1**) encontra-se ligado à fonte de tensão alternada (**2**), e o enrolamento do secundário (**1b**) em paralelo com a resistência(**3**):





## Detalhes da montagem experimental-II

O enrolamento primário (**1a**) do **transformador (1)** encontra-se ligado ao **canal 1** do osciloscópio (**4**), o enrolamento secundário (**1b**) está ligado à resistência R e ao **canal 2**.



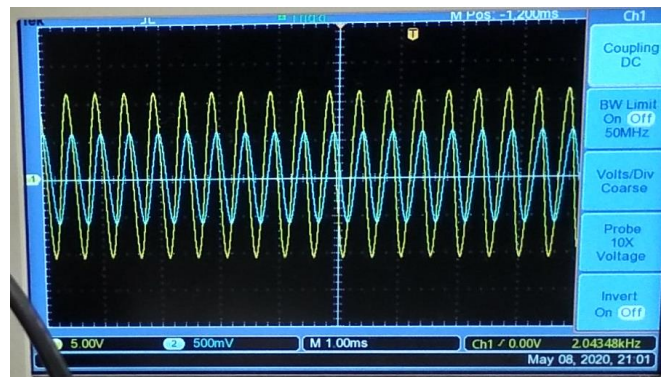
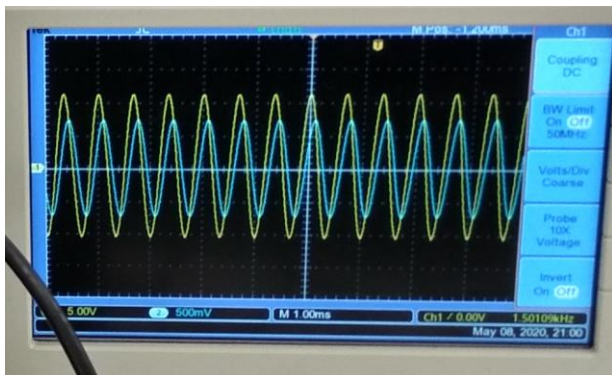
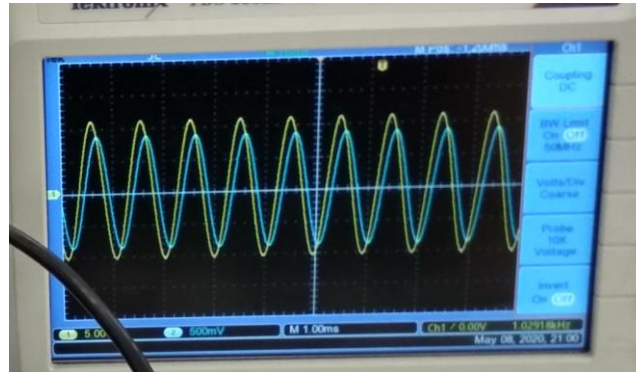
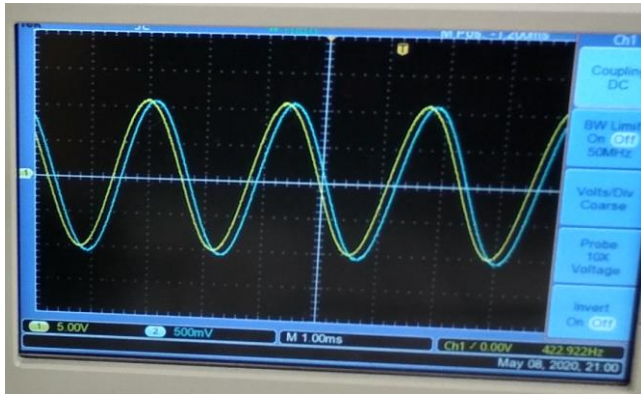


## Execução da experiência-I

- 1) Montar o circuito de modo a que enrolamento primário do **transformador se** encontre ligado à fonte de tensão alternada, e o enrolamento do secundário em paralelo com a resistência  $R=10\ \Omega$ .
- 2) Ligar o enrolamento primário ao canal 1 do osciloscópio (**V1**) , e os terminais da resistência ao canal 2 (**V2**).
- 3) Ajustar e **fixar** a **frequência do gerador** para  **$f=50\ \text{Hz}$**  e fazer variar a **amplitude máxima, do gerador,  $V_{1\text{max}}$ , desde 1.5 V até 9V**. Registrar as tensões  $V_{1\text{max}}$  e  $V_{2\text{max}}$ . Registrar a diferença de fase,  $\phi$ , entre as duas tensões medidas para a tensão com amplitude máxima do gerador,  $V_{1\text{max}} = 9\text{V}$ .
- 4) Repetir o procedimento 3), fixando os valores da **frequência do gerador** sucessivamente para **100 Hz, 500 Hz, 100Hz e 2500 Hz**.

# Execução da experiência-I

5) Ajustar e **fixar** a amplitude máxima, do gerador, **V1max, para o valor 9V** e variar os valores da **frequência do gerador** sucessivamente para **100 Hz, 160 Hz, 250Hz, 400 Hz, 650 Hz, 1KHz, 1.6KHz, 2.5Hz, 4KHz, 6KHz e 10KHz**. Registrar as tensões **V1max** e **V2max** e a fase. Numa escala adequada obtém-se à medida que a frequência aumenta:



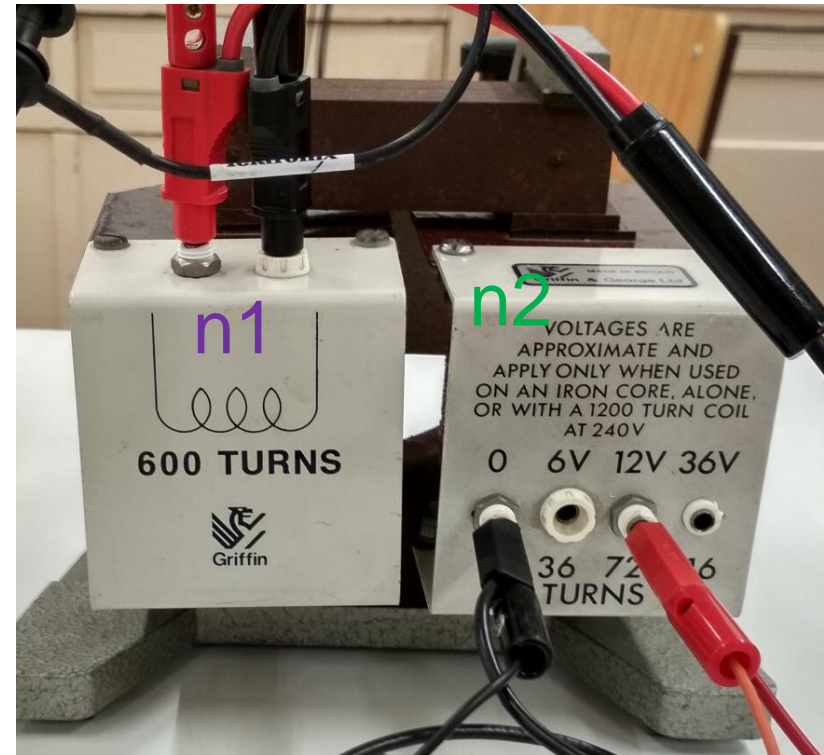
V1  
V2

## Execução da experiência-I

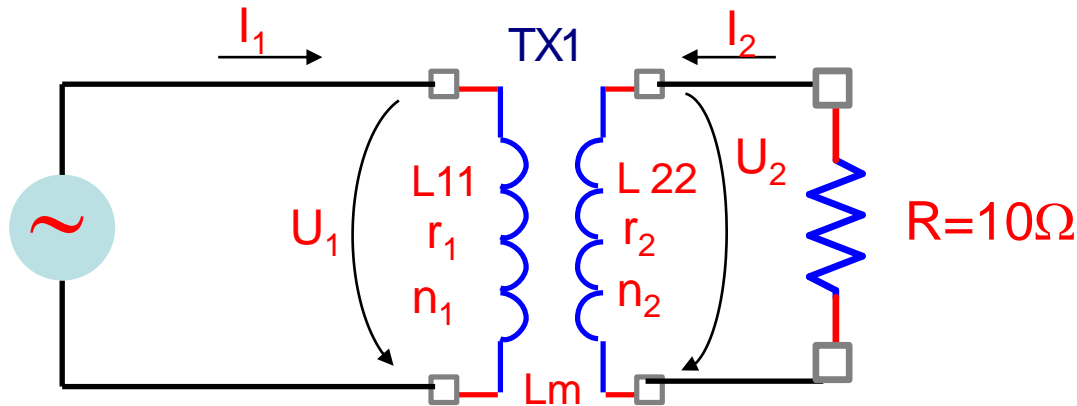
- 6) **Fixando** a amplitude máxima, do gerador, V1max, para o valor 9V e escolhendo da frequência do gerador para o valor de 10 kHz, registrar os valores das tensões V1max e V2max e a diferença de fase,  $\phi$ , entre as duas tensões. Repetir o procedimento depois de retirar a resistência do circuito secundário deixando-o em aberto.
- 7) Medir os coeficientes de auto-indução dos enrolamento primários e secundário do transformador usando um inductímetro de bolso existente no laboratório que permite fazer medidas a 120Hz e 1kHz.

## Análise de dados: II

- O **Transformador** é constituído por dois circuitos ligados por um núcleo de ferro que conduz as linhas de campo da indução magnética formadas no enrolamento **primário com  $n_1$  espiras**, percorridas por uma corrente elétrica alternada. A indução magnética alternada no núcleo dá origem no circuito primário a uma variação no tempo do **fluxo do campo de indução magnética total**,  $n_1 \phi_B$ , e pela Lei de Faraday a uma força eletromotriz induzida,  $\mathcal{E}_{ind}^1$ .
- Como resultado da presença do núcleo de ferro o **fluxo do campo de indução magnético total** no enrolamento **secundário com  $n_2$  espiras**,  $n_2 \phi_B$ , também varia no tempo e pela Lei de Faraday cria-se igualmente no circuito secundário uma força eletromotriz induzida,  $\mathcal{E}_{ind}^2$ .



## Circuito do transformador em carga (formulário resumo)



Equações para os valores instantâneos das correntes e tensões no transformador linear

$$U_1 = r_1 I_1 + \frac{d}{dt} (L_{11} I_1 + L_m I_2)$$

$$U_2 = r_2 I_2 + \frac{d}{dt} (L_m I_1 + L_{22} I_2)$$

$$U_2 = -R I_2$$

$L_{11}$ ,  $L_{22}$  coeficientes de auto-indução do primário e secundário

$L_{12} = L_{21} = L_m$  coeficientes de indução-mútua

k-coeficiente de acoplamento magnético

$$k = \frac{L_m}{\sqrt{L_{11} L_{22}}}$$

$$\frac{U_{2m}}{U_{1m}} = \frac{L_m}{L_{11}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(w L_{22} (1 - k^2))^2}{R^2}}}$$

$$\frac{L_m}{L_{11}} \cong \frac{n_2}{n_1} (k=1)$$

$$\lim_{w \rightarrow 0} \frac{U_{2m}}{U_{1m}} = \frac{L_m}{L_{11}} \cong \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Delta\delta = -\arctan(w L_{22} (1 - k^2)/R)$$



### I) Razão entre as tensões no primário e secundário: Transformador ideal

No caso ideal, em que:

- (i) é possível desprezar as resistências internas dos enrolamentos
- (ii) Em que não existe dispersão das linhas de força, isto é, a constante de acoplamento magnético  $K=1$ , sendo

$$k = \frac{L_M}{\sqrt{L_{11}L_{22}}} \quad \text{Tem-se:} \quad \frac{V_2^{max}}{V_1^{max}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Na execução experimental, ajustou-se e **fixou-se** a **frequência do gerador** para  **$f=50$  Hz** e fez-se variar a **amplitude máxima, do gerador,  $V_{1max}$ , desde 1.5 V até 9V**. Registou-se as tensões  $V_{1max}$  e  $V_{2max}$  repetindo-se o procedimento experimental para valores da **frequência do gerador** sucessivamente para **100 Hz, 500 Hz, 100Hz e 2500 Hz**.

Estudar a razão entre as tensões do primário e secundário efetuando uma regressão linear entre  $V_{2m}$  e  $V_{1m}$ , comparando com o valor teórico, para todas as frequências.

$$V_2^{max}(\omega) = m V_1^{max}(\omega) + b$$

### II) Razão entre as tensões no primário e secundário: dependência da frequência do sinal

Devido à carga resistiva  $R$  é possível mostrar que a razão entre os valores máximos das tensões no o secundário e no primário e a diferença de fase entre os sinais são dados por:

$$\frac{V_2^{max}}{V_1^{max}} = \frac{L_M/L_{11}}{\sqrt{1 + \left( \omega L_{22} \frac{1 - k^2}{R} \right)^2}} \quad \Delta\delta = -\tan^{-1} \left( \omega L_{22} \frac{1 - k^2}{R} \right)$$

Na execução experimental **fixou-se** a amplitude máxima, do gerador,  **$V_{1max}$** , para o **valor 9V**, variou-se os valores da **frequência do gerador** sucessivamente para **100 Hz, 160 Hz, 250Hz, 400 Hz, 650 Hz, 1KHz, 1.6KHz, 2.5Hz, 4KHz, 6KHz e 10KHz**, registaram-se as tensões  **$V_{1max}$**  e  **$V_{2max}$** .

Efetuar o ajuste da razão das tensões e da fase em função da frequência do sinal, determinar por ajuste A e B.

$$\frac{V_2^{max}}{V_1^{max}} = \frac{A}{\sqrt{1 + \left( \omega \frac{B}{R} \right)^2}} \quad \Delta\delta = -\tan^{-1} \left( \omega \frac{B}{R} \right) \quad \begin{aligned} A &= L_M/L_{11} \\ B &= L_{22} (1 - k^2) \end{aligned}$$

### III) Razão entre as tensões no primário e secundário e diferença de fase para uma frequência elevada, com e sem carga no secundário:

**Fixando** a amplitude máxima, do gerador,  **$V_{1max}$ , para o valor 9V** e escolhendo a frequência do gerador para o valor de **10 kHz**, registrar os valores das tensões  **$V_{1max}$**  e  **$V_{2max}$**  e a diferença de fase,  $\phi$ , entre as duas tensões. Repetir o procedimento depois de retirar a resistência do circuito secundário deixando-o em aberto, justificar o resultado encontrado

### IV) Determinação do coeficiente de acoplamento magnético e verificação da coerência dos resultados obtidos na sua determinação.

Usando um indutímetro disponível no laboratório, mediram-se os coeficientes de auto-indução dos enrolamento primários,  $L_{11}$ , e secundário,  $L_{22}$ , do transformador às frequências de **120 Hz**, e **1K Hz**. Utilizar estes valores em conjunto com os valores obtidos para A e B anteriormente e determinar uma estimativa para  $k$  assim como analisar a coerência dos valores entre si.