



1. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (a) Verifique que

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{x}{x^2 + y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{-y}{x^2 + y^2} = f(x, y).$$

- (b) Verifique que

$$\int_0^1 \int_0^1 f(x, y) \, dx dy \neq \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) \, dy dx$$

- (c) Porque é que a alínea anterior não está em contradição com o Teorema de Fubini?

2. Escreva o integral triplo $\int \int \int_S f \, dx dy dz$ como uma soma de integrais iterados de f , considerando os seguintes sólidos:

(a) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + 4y^2 + z^2 \leq 9\}.$

(b) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \wedge z \geq x^2 + y^2\}.$

(c) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| + |y| + |z| \leq 7 \wedge 3 \leq z \leq 5\}.$

3. Calcule o volume limitado pelo elipsóide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$