Problema

Filtros 4 – Filtro Pass-Banda de Butterworth

a) - Obter a função de transferência de um filtro passa-banda de Butterworth que obedeça às seguintes especificações: atenuação máxima na banda de passagem de 0,5 dB; banda de passagem de 800 Hz a 1200 Hz; atenuação superior a 30 dB para as frequências inferiores a 190 Hz e superiores a 5100 Hz.

b) - Se em a) for utilizada a aproximação de Cheyshev, calcular a atenuação suplementar que se obtém para as baixas e altas frequências

$A_{Butterworth}(\Omega)=10\log(1+\varepsilon^2\Omega^{2n})$, $T(S)=1/H(S)$

n	H(S)
1	S+1
2	S^2+1,414S+1
3	(S+1) (S^2+S+1)

$S = s/\omega_p$
$S = \omega_p/s$
$S = (s^2+\omega_0)/Bs$
$S = Bs/(s^2+\omega_0)$

Resolução

1ª Parte

1 a) Butt.

$w_0^2 = w_{p_1} w_{p_2} = 37,505 \times 10^6$

$A_p = 0,5\ dB$

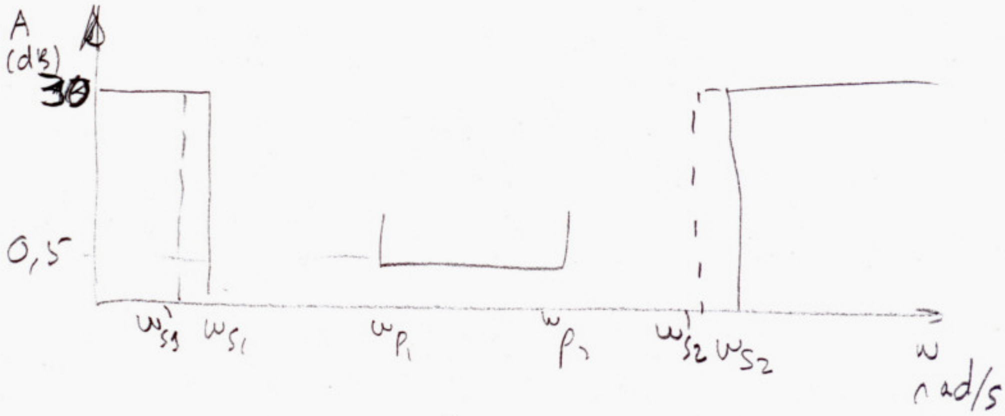
$B = w_{p_2} - w_{p_1} = 2\pi(1200 - 800)\ rad/s = 2,513 \times 10^3\ rad/s$

$w_{s1} = 2\pi \times 190\ rad/s$

$w_{s2} = 2\pi \times 5100\ rad/s$

$w_{s1} \times w_{s2} \neq w_0^2$

especificações não simetricas!



$w'_{s1} = \frac{w_0^2}{w_{s2}} = 2\pi \times 188\ rad/s \quad (188 < 190)$
$= 1183$

$w'_{s2} = \frac{w_0^2}{w_{s1}} = 2\pi \times 5053\ rad/s \quad (5053 < 5100)$
$= 31747$

Caso de simetria é mais restritivo → especificações novas: $w_{p_1}, w_{p_2}, w_{s1}, w'_{s2}$

Passa-baixo normalizado

$\Omega_s = \frac{w'_{s2} - w_{s1}}{w_{p_2} - w_{p_1}} = \boxed{12,1575}$

$\Omega = 1 \quad A(1) = 10 \log(1 + \varepsilon^2) = 0,5 \rightarrow \boxed{\varepsilon = 0,349}$

$A(\Omega_s) = 10 \log(1 + \varepsilon^2 \Omega_s^{2m}) \geq 30$

$m = 1 \rightarrow A(\Omega_s) = 12,79$

$\boxed{m = 2} \rightarrow A(\Omega_s) = 34,25$

$\rightarrow T(\hat{s}) = \frac{1}{\hat{s}^2 + 1,414\hat{s} + 1}$

$T(s) = T(\hat{s})\Big|_{\hat{s} = \varepsilon^{1/m} s} = \frac{1/\varepsilon}{s^2 + 1,414\frac{s}{\sqrt{\varepsilon}} + 1/\varepsilon}$

$$T(s) = T(S)\Big|_{S=\frac{s^2+\omega_0^2}{Bs}} = \frac{1,8099\times10^{7}\, s^2}{s^4+6,0156\times10^{3}s^3+9,3898\times10^{7}s^2+2,2799\times10^{11}s+1,4364\times10^{15}}$$

1b) – atenuação suplementar no passa-baixo normalizado:

$\Omega \gg 1$ $\quad A_{ch}(\Omega) \approx 20 \log \varepsilon\, 2^{n-1}\, \Omega^{n}$ dB

$A_{BUTT}(\Omega) \approx 20 \log \varepsilon\, \Omega^{n}$ dB

$$A_{CH}(\Omega) - A_{BUTT}(\Omega) = 20 \log 2^{n-1} = 6\,(n-1) = \underline{6\,dB}$$

– O passa-banda vai ter assímptotas simétricas de cada lado e de módulo igual ao filtro passa-baixo normalizado.