Estudo da radiação emitida por um modelo de corpo negro

IST 2021

Sumário

- Definição de corpo negro, corpos cinzentos
- Teorema de Kirchoff
- Radiação da cavidade e modelo do corpo radiante
- Radiação negra e leis de Planck, Wien e Stefan
- Análise espectral usando um prisma dispersor

Corpo Negro; definição

Corpo Negro → corpo que absorve toda a radiação que nele incide e radia unicamente de acordo com a sua temperatura
(Idealização proposta por Kirchoff (1860))

→ Poder de absorção $Q \equiv \frac{E_{absorvida}}{E_{incidente}}$. $Q_{c.negro} = 1$ outros corpos (cinzentos) $Q < 1$

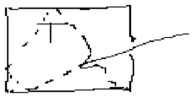
→ Poder emissivo (emitância) → I → energia radiada por unidade de tempo e por unidade de área $I_N = \sigma T^4 \ W m^{-2}$ (Lei de Stefan)

$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} J s^{-1} m^{-2} K^{-4}$

→ Teorema de Kirchoff $\frac{I_{corpo}}{Q_{corpo}} = F(T) = \frac{I_N}{Q_N} = \frac{\sigma T^4}{1} = \sigma T^4$

→ Emissividade$|_{corpo}$ → $e_c \equiv \frac{I_{corpo}}{I_{c negro}} = \frac{Q_{corpo}}{Q_N} = Q_e$ → $I_{corp} = e \sigma T^4 \ W m^{-2}$

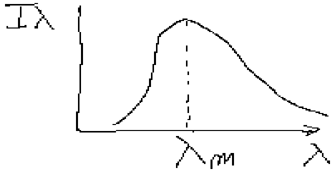
Corpo Negro → simulável por cavidade com pequeno orifício



→ Poder emissivo espectral → I_λ → energia radiada por unidade de tempo, por unidade de área e por unidade de comprimento de onda.

$I = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda$

Corpo Negro →



$\lambda_m T = 2.8177 \times 10^{-3} K m$ → Lei de Wien

Sol → radia como um corpo negro à temperatura de 5773K ⇒ $\lambda_m = 502 nm$
Radiação cósmica de fundo é radiação negra com $T = 2.728 K \pm 0.004 K$

Radiação da cavidade e modelo do corpo radiante

Termodinâmica + Electromagnetismo $\Rightarrow$ Lei do deslocamento de Wien $\rightarrow$

$\rightarrow \quad u_\nu = \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right) \rightarrow I_\nu = \frac{c}{4} u_\nu$ (c: vel. luz) $\quad u_\nu \rightarrow$ densidade de energia espectral na cavidade $\quad [u_\nu] = \mathrm{J\,m^{-3}\,s}$

ν: frequência $\quad$ I_ν: (emitância espectral) $\quad \nu = \frac{c}{\lambda}$

Determinação de $F(x)$, modelo do corpo radiante:

As paredes da cavidade contêm osciladores harmónicos simples

$$P_{radiada} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2e^2}{3mc^3}(2\pi\nu)^2\bar{\varepsilon}$$

$\bar{\varepsilon} \rightarrow$ energia média do oscilador. Cálculo clássico de $\bar{\varepsilon}$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon e^{-\beta\varepsilon}d\varepsilon}{\int_0^\infty e^{-\beta\varepsilon}d\varepsilon} = \frac{1}{\beta} = kT$$

$\Downarrow$

Origina resultados não confirmáveis experimentalmente!

$$P_{absorvida} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\pi e^2}{3m}u_\nu$$

Em equilíbrio: $\quad P_{radiada} = P_{absorvida} \Rightarrow u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\bar{\varepsilon}$

Planck propõe que $\varepsilon = n\varepsilon_0$ → energia dos osciladores é discretizada

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\varepsilon_0 e^{-\beta n \varepsilon_0}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n\varepsilon_0}} = \frac{\varepsilon_0}{e^{\beta\varepsilon_0}-1}$$ → Para estar de acordo com a lei de Wien ⇒ $\varepsilon_0 = h\nu$

h: Constante de Planck

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^3 h}{c^3}\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1} \rightarrow u_\lambda = \left|\frac{d\nu}{d\lambda}\right| u_\nu = \frac{c}{\lambda^2}\frac{8\pi h}{c^3}\left(\frac{c}{\lambda}\right)^3 \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1} \rightarrow$$

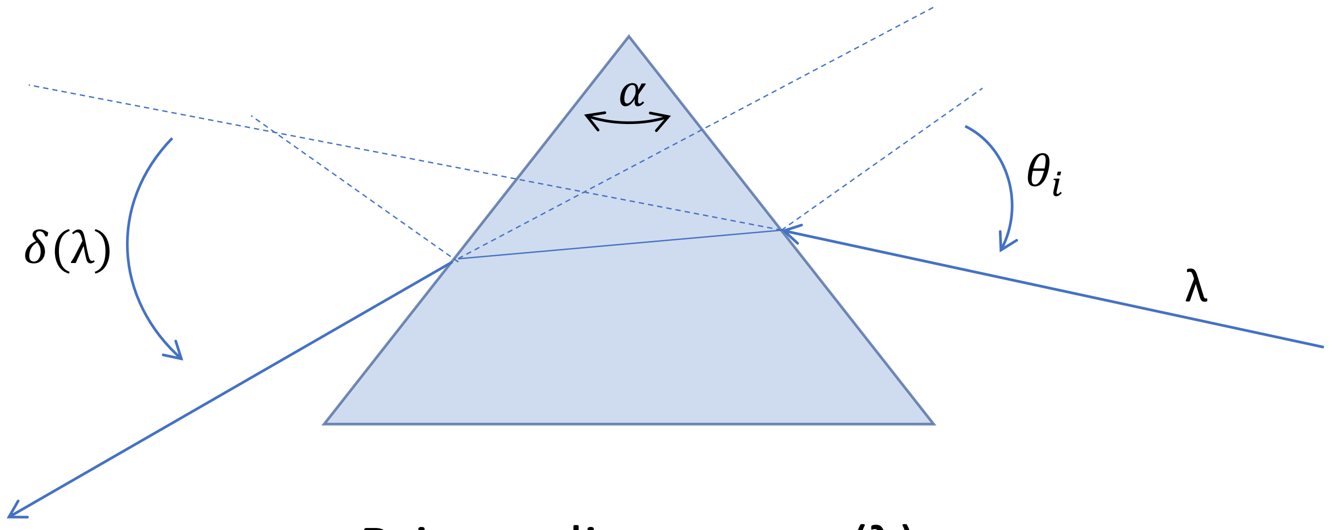
$$\rightarrow I_\lambda = \frac{c}{4}u_\lambda = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1} \leftarrow$$ emitancia espectral do C.N. Lei de Planck (Concordante com as observações experimentais)

$$\frac{dI_\lambda}{d\lambda} = 0 \Rightarrow e^{\frac{hc}{kT\lambda_m}} = \frac{5}{5-\frac{hc}{kT\lambda_m}} \Rightarrow \frac{hc}{kT\lambda_m} = 4.965114 \Rightarrow \lambda_m T = 2.8977\times 10^{-3}\ \mathrm{K\,m}$$

Lei de Wien

$$I = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda = \frac{2}{15}\frac{\pi^5 k^4}{h^3 c^2}T^4 = \sigma T^4$$ → Lei de Stefan

Decomposição espectral da radiação



Prisma dispersor, n(λ)

$$n(\lambda) = \left\{ seno^2\theta_i + \frac{[seno(\delta(\lambda) - \theta_i + \alpha) + cos\alpha\ seno\theta_i]^2}{seno^2\alpha} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

FIM