

Estudo da Lei de Indução de Faraday

Ana Sofia Camões de Sousa | 96508

Duarte Miguel de Aguiar Pinto e Moraes Marques | 96523

Isabel Maria Jaló Alexandre | 96537

Martim da Costa Graça Marques Ferreira | 96554

Grupo 5C

Objetivos

Este trabalho tem como objetivo a verificação da Lei de indução de Faraday, considerando indução eletromagnética e o funcionamento básico de um transformador.

Montagem

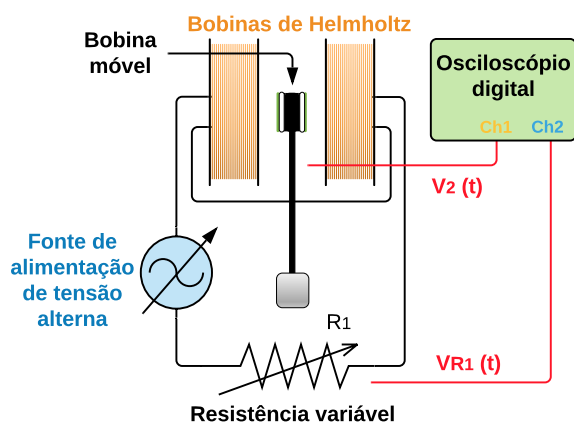


Figura 1: Esquema elétrico e de blocos da montagem para o estudo da indução magnética com a bobine estática e o campo magnético variável no tempo.

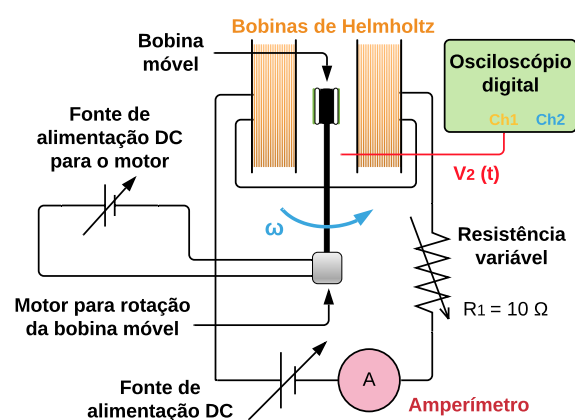


Figura 2: Esquema elétrico e de blocos da montagem para o estudo da indução magnética com a bobine em movimento rotatório e o campo magnético constante.

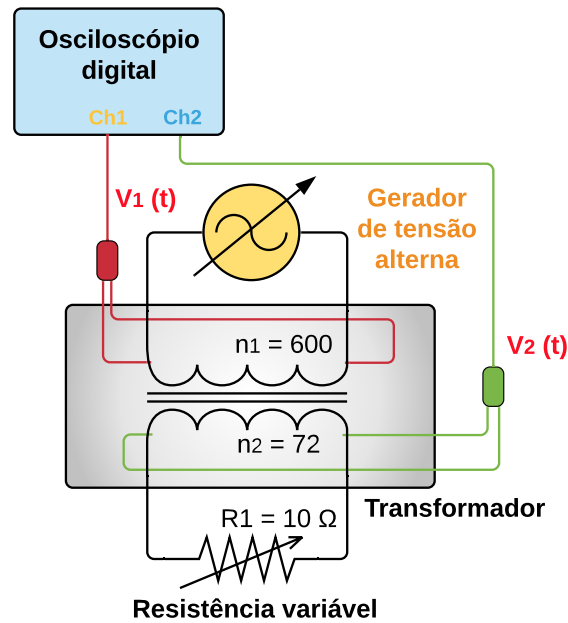


Figura 3: Esquema elétrico e de blocos da montagem para o estudo do funcionamento do transformador.

Formulário

Lei de Ohm:

$$V = R \cdot I \quad (1)$$

Indução eletromagnética

$$L_m = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N_1 N_2 S_2}{r_1} \quad (2)$$

Bobine rotativa:

$$|V_2| = L_{m,max} \cdot I_1 \cdot \omega \quad (3)$$

Bobine fixa:

$$|V_2| = L_m \cdot I_{1m} \cdot \omega \quad (4)$$

Transformador

Transformador ideal:

$$\frac{|V_2|}{|V_1|} = \frac{n_2}{n_1} \quad (5)$$

Dependência da frequência do sinal:

$$k = \frac{L_M}{\sqrt{L_{11} \cdot L_{22}}} \quad (6)$$

$$\frac{|V_2|}{|V_1|} = \frac{\frac{L_M}{L_{11}}}{\sqrt{1 + (\omega L_{22} \frac{1-k^2}{R})^2}} \quad (7)$$

$$\Delta\delta = -\arctan(\omega L_{22} \frac{1-k^2}{R}) \quad (8)$$

Procedimento experimental

Indução eletromagnética

Bobine fixa, gerador AC

1. Foi montado o circuito (de forma a que a corrente percorra ambas as bobines de Helmholtz no mesmo sentido), colocando a pequena bobine no centro e considerando um gerador de tensões sinusoidal como V_1 .
2. R_1 foi ajustada para 30Ω .
3. Para recolha dos dados experimentais em 1, para cada instância, ajustou-se a frequência f do gerador e registou-se o dobro das amplitudes máximas das tensões nos terminais da bobine "pequena", V_2 , e da resistência R_1 , V_{R_1} (ajustando também a amplitude tal que $V_{R_1} \leq 3 V$). Para tal, foram determinados, no osciloscópio, os intervalos entre os máximos e os mínimos dos sinais.

$f_1 (Hz)$	$f_2 (Hz)$	$f_3 (Hz)$	$2 V_2 (mV) \pm 20\%$	$2 V_{R_1} (V) \pm 20\%$
99.60 ± 0.01	99.80 ± 0.01	100.0 ± 0.1	46.4	2.62
200.0 ± 0.1	200.4 ± 0.1	200.0 ± 0.1	84.0	2.32
400.0 ± 0.1	401.6 ± 0.1	400.0 ± 0.1	116	1.68
796.1 ± 0.1	794.9 ± 0.1	796.1 ± 0.1	142	1.00
1603 ± 1	1608 ± 1	1603 ± 1	148	516×10^{-3}
3198 ± 1	3215 ± 1	3250 ± 1	150	266×10^{-3}
$6334 \pm 1^*$	6421 ± 1	6376 ± 1	152	224×10^{-3}
12780 ± 10	12650 ± 10	12680 ± 10	154	108×10^{-3}
18250 ± 10	18260 ± 10	18220 ± 10	154	76.8×10^{-3}

Tabela 1: Ensaio 1: Valores medidos no osciloscópio para a bobine fixa e frequência do sinal do gerador variável.

Em * mudou-se a resistência para 50Ω , pois a tensão na resistência era já muito baixa. As incertezas das frequências são dadas pelo menor algarismo do respetivo valor medido no osciloscópio.

4. Foi realizado um segundo ensaio, sendo recolhidos os dados em 2.

f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)	$2 V_2 $ (mV) $\pm 10\%$	$2 V_{R_1} $ (V) $\pm 5\%$
100.4 ± 0.1	100.2 ± 0.1	100.4 ± 0.1	47.2	2.62
205.3 ± 0.1	204.9 ± 0.1	205.3 ± 0.1	84.0	2.30
400.0 ± 0.1	401.6 ± 0.1	400.0 ± 0.1	114	1.68
797.4 ± 0.1	798.7 ± 0.1	797.4 ± 0.1	142	1.01
$1613 \pm 1^*$	1618 ± 1	1613 ± 1	146	864×10^{-3}
3251 ± 1	3226 ± 1	3198 ± 1	150	440×10^{-3}
6421 ± 1	6345 ± 1	6382 ± 1	154	228×10^{-3}
12600 ± 10	12630 ± 10	12650 ± 10	154	113×10^{-3}
18270 ± 10	18370 ± 10	18090 ± 10	154	67.6×10^{-3}

Tabela 2: Ensaio 2: Valores medidos no osciloscópio para a bobine fixa e frequência do sinal do gerador variável.

- Para melhor avaliar as incertezas, foram manipulados os cursores para as extremidades mais separadas da onda (i.e. a zona exterior do pico) e para as extremidades mais próximas (i.e. a zona interior do pico), constatando-se incertezas relativas na ordem dos 10% para $2|V_2|$ e 5% para $2|V_{R_1}|$. Como se verificou que o ruído seria, grosso modo, proporcional às amplitudes, e para efeitos de consistência, consideraram-se estas as incertezas para 1 e 2.

Bobine rotativa, gerador DC

- Foi montado o circuito (novamente de forma a que a corrente percorra ambas as bobines de Helmholtz no mesmo sentido), colocando a pequena bobine no centro e utilizando agora um gerador de tensão contínua.
- Foi ajustada a fonte de tensão de forma às bobines de Helmholtz serem percorridas por $I_1 = 791 \pm 1$ mA.
- Foi confirmada com a sonda de Hall a existência de campo magnético no interior das espiras.
- Para recolha dos dados experimentais em 3, foi então, para cada instância, ajustada a tensão V_m do gerador que alimenta o motor de rotação e, utilizando o osciloscópio, registado o dobro da amplitude máxima e o valor de alguns períodos da tensão aos terminais da bobine V_2 .

$2 V_2 \text{ (mV)} \pm 10\%$	$nT \text{ (ms)}$
53.8	$2T = 306 \pm 10$
72.8	$3T = 362 \pm 10$
86.5	$3T = 298 \pm 10$
101	$3T = 256 \pm 10$
112	$2T = 151 \pm 5$
127	$2T = 134 \pm 5$
144	$3T = 180 \pm 5$
150	$3T = 169 \pm 5$
166	$3T = 156 \pm 5$
178	$4T = 191 \pm 5$
188	$4T = 179 \pm 5$
200	$4T = 164 \pm 5$

Tabela 3: Valores medidos no osciloscópio para a bobine em rotação.

- Realizou-se o mesmo procedimento para estimação da incerteza e obtiveram-se as mesmas estimativas para 3.

Transformador

- Foi montado o circuito.
- Verificaram-se problemas com o osciloscópio. O sinal não aparecia sinusoidal. Um dos cabos ligados ao osciloscópio estava ao contrário.
- Após resolvido o problema, foi ajustada e fixa a frequência do gerador para aproximadamente $f = 50 \text{ Hz}$, sendo o valor da frequência observado no osciloscópio. Devido às variações da frequência, tal como nos ensaios anteriores, foram retirados 3 valores.
- Para a recolha dos dados em 5, foi variada a amplitude máxima do gerador $|V_1|$ e registada a tensão $|V_2|$. Para o valor final de $|V_1|$ foi ainda registada a diferença de fase ϕ entre as duas tensões.
- Para colocar a tensão de $|V_1|$ foi utilizado como referência o valor do máximo de amplitude no osciloscópio.
- Foi repetido o passo anterior para as frequências de aproximadamente 100 Hz , 500 Hz , 1000 Hz e 2500 Hz , encontrando-se os dados em, respetivamente, 6, 7, 8 e 9.
- Os valores de fase são o valor absoluto de um tempo de um máximo do sinal do gerador $|V_1|$ menos um máximo do sinal de $|V_2|$. Não se usou o valor da fase do osciloscópio, pois observou-se que esse valor oscilava bastante.

f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)
50.00 ± 0.05	49.95 ± 0.05	50.05 ± 0.05
100.2 ± 0.1	100.7 ± 0.1	100.5 ± 0.1
500.0 ± 0.1	500.8 ± 0.1	501.6 ± 0.1
1000 ± 1	1002 ± 1	1000 ± 1
2500 ± 1	2497 ± 1	2503 ± 1

Tabela 4: Valores observados no osciloscópio para as frequências utilizadas

$2 V_1 $ (V)	$2 V_2 $ (V)
2.80 ± 0.08	0.312 ± 0.008
6.00 ± 0.08	0.680 ± 0.008
9.12 ± 0.16	1.02 ± 0.04
12.00 ± 0.16	1.34 ± 0.04
15.0 ± 0.4	1.70 ± 0.04
17.2 ± 0.4	1.94 ± 0.04
$\phi = 24.4 \pm 0.2 - 24.4 \pm 0.2 = 0.0 \pm 0.4ms$	

Tabela 5: Frequência do gerador $f \approx 50$ Hz

$2 V_1 $ (V)	$2 V_2 $ (V)
2.96 ± 0.08	0.328 ± 0.016
5.96 ± 0.08	0.664 ± 0.016
8.96 ± 0.16	1.00 ± 0.04
11.90 ± 0.16	1.34 ± 0.04
14.2 ± 0.4	1.60 ± 0.04
18.0 ± 0.4	2.02 ± 0.04
$\phi = 22.0 \pm 0.2 - 22.2 \pm 0.2 = 0.2 \pm 0.4ms$	

Tabela 6: Frequência do gerador $f \approx 100$ Hz

$2 V_1 $ (V)	$2 V_2 $ (V)
3.04 ± 0.08	0.296 ± 0.016
5.92 ± 0.08	0.584 ± 0.016
9.12 ± 0.16	0.904 ± 0.016
11.60 ± 0.16	1.170 ± 0.016
15.2 ± 0.4	1.52 ± 0.04
17.4 ± 0.4	1.72 ± 0.04
$\phi = 18.36 \pm 0.04 - 18.52 \pm 0.04 = 0.16 \pm 0.08ms$	

Tabela 7: Frequência do gerador $f \approx 500$ Hz

$2 V_1 $ (V)	$2 V_2 $ (V)
2.90 ± 0.04	0.232 ± 0.008
6.08 ± 0.08	0.488 ± 0.008
9.12 ± 0.16	0.728 ± 0.016
12.00 ± 0.16	0.984 ± 0.016
14.2 ± 0.4	1.16 ± 0.04
17.4 ± 0.4	1.44 ± 0.04
" ϕ " = $ 18.20 \pm 0.01 - 18.31 \pm 0.01 = 0.11 \pm 0.02 ms$	

Tabela 8: Frequência do gerador $f \approx 1000 Hz$

$2 V_1 $ (V)	$2 V_2 $ (V)
3 ± 0.04	0.140 ± 0.008
5.76 ± 0.08	0.268 ± 0.008
8.96 ± 0.08	0.416 ± 0.008
12.00 ± 0.16	0.552 ± 0.008
15.0 ± 0.4	0.688 ± 0.016
18.2 ± 0.4	0.840 ± 0.016
" ϕ " = $ 18.10 \pm 0.01 - 18.17 \pm 0.01 = 0.07 \pm 0.02 ms$	

Tabela 9: Frequência do gerador $f \approx 2500 Hz$

18. Foi ajustada e fixa a amplitude máxima do gerador para aproximadamente $|V_1| = 9 V$.
19. Para a recolha dos dados em 10, foi variada a frequência do gerador, sendo registado dobro das tensões $|V_1|$ e $|V_2|$ e a fase entre estas. Para alguns valores, registou-se também um valor médio da fase fornecida pelo osciloscópio, de forma a comparar com os valores obtidos a partir dos intervalos de tempo.

f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)	$2 * V_1 $ (V)	$2 * V_2 $ (V)	" ϕ " (ms)	$\phi(^{\circ})$
99.8 \pm 0.1	99.6 \pm 0.1	99.6 \pm 0.1	16.8 \pm 0.4	1.88 \pm 0.04	$ 22.2 \pm 0.1 - 22.4 \pm 0.1 = 0.2 \pm 0.2$	-8.7 \pm 2
163.1 \pm 0.1	163.0 \pm 0.1	163.2 \pm 0.1	17.0 \pm 0.4	1.86 \pm 0.04	$ 19.72 \pm 0.04 - 19.88 \pm 0.04 = 0.16 \pm 0.08$	-8.7 \pm 2
249.8 \pm 0.1	249.3 \pm 0.1	250.3 \pm 0.1	17.0 \pm 0.4	1.84 \pm 0.04	$ 16.86 \pm 0.02 - 17.00 \pm 0.02 = 0.14 \pm 0.04$	-13.0 \pm 2
400.9 \pm 0.1	401.2 \pm 0.1	401.6 \pm 0.1	17.4 \pm 0.4	1.76 \pm 0.04	$ 17.98 \pm 0.02 - 18.10 \pm 0.02 = 0.12 \pm 0.04$	-19.0 \pm 1
636.1 \pm 0.1	637.7 \pm 0.1	635.3 \pm 0.1	17.4 \pm 0.4	1.64 \pm 0.04	$ 19.20 \pm 0.02 - 19.34 \pm 0.02 = 0.14 \pm 0.04$	-29.0 \pm 2
1008 \pm 1	1010 \pm 1	1008 \pm 1	17.4 \pm 0.4	1.42 \pm 0.04	$ 18.06 \pm 0.01 - 18.17 \pm 0.01 = 0.09 \pm 0.02$	-38.0 \pm 1
1603 \pm 1	1608 \pm 1	1605 \pm 1	17.8 \pm 0.4	1.120 \pm 0.016	$ 18.22 \pm 0.01 - 18.31 \pm 0.01 = 0.09 \pm 0.02$	-52.0 \pm 2
2503 \pm 1	2493 \pm 1	2495 \pm 1	18.0 \pm 0.4	0.832 \pm 0.016	$ 18.10 \pm 0.01 - 18.17 \pm 0.01 = 0.07 \pm 0.02$	-
3997 \pm 1	3987 \pm 1	3987 \pm 1	18.2 \pm 0.4	0.568 \pm 0.016	$ 18.12 \pm 0.01 - 18.16 \pm 0.01 = 0.04 \pm 0.02$	-
6139 \pm 1	6135 \pm 1	6150 \pm 1	18.2 \pm 0.4	0.392 \pm 0.016	$ 18.12 \pm 0.01 - 18.15 \pm 0.01 = 0.03 \pm 0.02$	-
9960 \pm 1	9950 \pm 1	9852 \pm 1	18.2 \pm 0.4	0.248 \pm 0.008	$ 18.08 \pm 0.01 - 18.06 \pm 0.01 = 0.02 \pm 0.02$	-72.7 \pm 2

Tabela 10: Medidas efetuadas com amplitude aproximadamente $|V_1| = 9$ V no gerador e frequências variáveis.

20. Foi fixa a amplitude do gerador para $2|V_1| = (18.2 \pm 0.4) V$ e a frequência do gerador para a média de $f = 10080, 10120$ e $10060 (\pm 10) Hz$.
21. Foi determinado $(2|V_1| = 18.2 \pm 0.4) V$, $2|V_2| = (0.236 \pm 0.008) V$ e " ϕ " = $|17.88 \pm 0.01 - 17.90 \pm 0.01| = (0.02 \pm 0.02) ms$ (ou $\phi = -75^\circ \pm 2^\circ$).
22. Foi retirada a resistência do circuito secundário (deixando-o em aberto).
23. Foi determinado $2|V_1| = (18.0 \pm 0.4) V$, $2|V_2| = (1.86 \pm 0.04) V$ e " ϕ " = $|17.88 \pm 0.01 - 17.88 \pm 0.01| = (0.00 \pm 0.02) ms$ (ou $\phi = -5^\circ \pm 2^\circ$).
24. Foram medidos os coeficientes de auto-indução dos enrolamentos primários e secundários utilizando um indutímetro de bolso como sendo, para 120Hz: $L_{m1} = (817.5 \pm 0.1) mH$ e $L_{m2} = (9.246/8.741 \pm 0.001) mH$. Por sua vez, para 1000Hz: $L_{m1} = (371.3 \pm 0.1) mH$ e $L_{m2} = (6.602 \pm 0.001) mH$. Os valores apresentados pelo indutímetro não pareciam estabilizar, estando continuamente a diminuir. O valor de L_{m1} e o primeiro valor de L_{m2} correspondem aos valores lidos assim que se ligou o indutímetro ao circuito, enquanto que o segundo valor de L_{m2} foi lido aproximadamente 10 segundos após se ligar o indutímetro. As incertezas apresentadas são as de leitura do instrumento.

Apresentação e análise dos dados

Indução eletromagnética

Bobine fixa, gerador AC

$$L = 0.86 \pm 0.04 mH$$

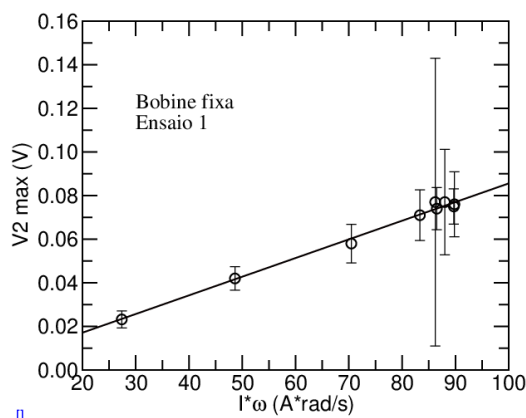


Figura 4: Dados e ajuste para a bobine fixa, gerador AC, ensaio 1

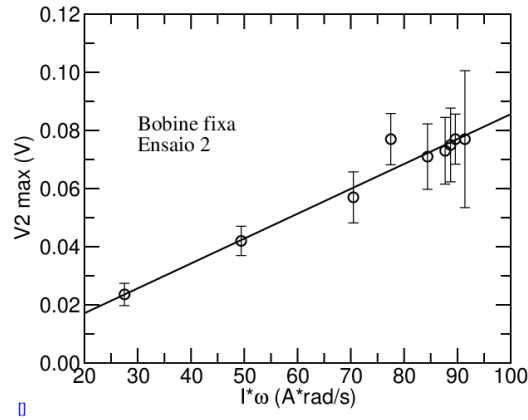


Figura 5: Dados e ajuste para a bobine fixa, gerador AC, ensaio 2

Bobine rotativa, gerador DC

$$L = 0.86 \pm 0.04 \text{ mH}$$

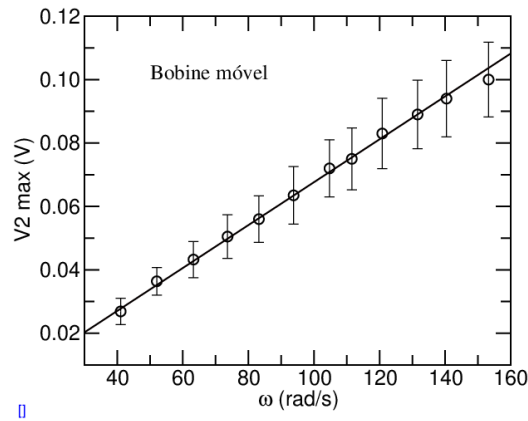


Figura 6: Dados e ajuste para a bobine móvel, gerador DC

Transformador

$f \text{ (Hz)}$	$m = \frac{n_2}{n_1}$	b
50	0.11 ± 0.03	0.0 ± 0.2
100	0.11 ± 0.03	0.0 ± 0.2
500	0.10 ± 0.03	0.0 ± 0.2
1000	0.08 ± 0.02	0.1 ± 0.2
2500	0.05 ± 0.02	0.0 ± 0.1

Tabela 11: Razão experimental entre o número de espiras no secundário e no primário consoante a frequência considerada

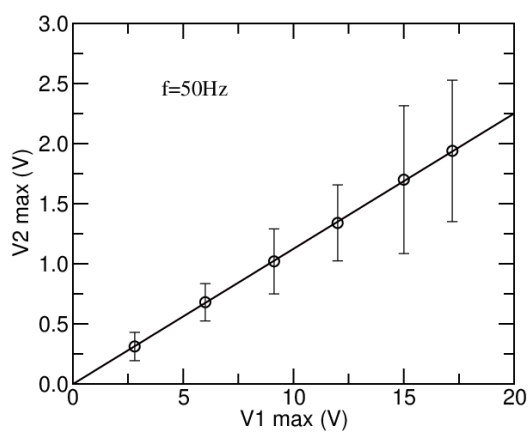


Figura 7: Frequência $f = 50\text{ Hz}$

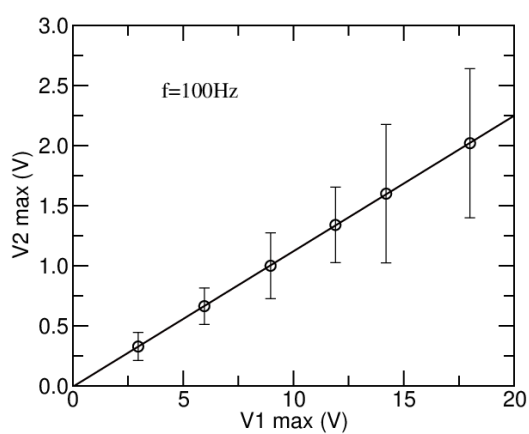


Figura 8: Frequência $f = 100\text{ Hz}$

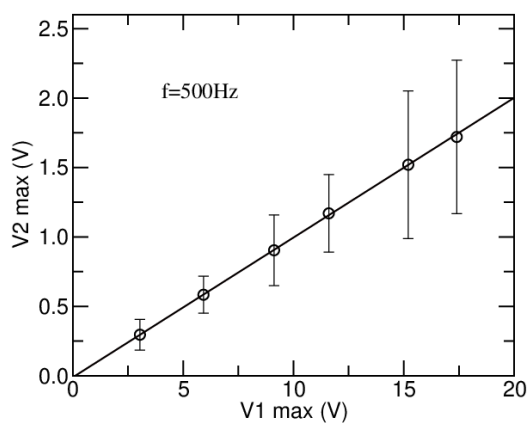


Figura 9: Frequência $f = 500\text{ Hz}$

13 de maio de 2021

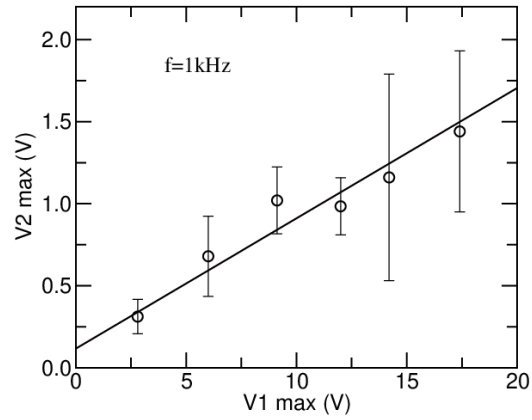


Figura 10: Frequência $f = 1000\text{ Hz}$

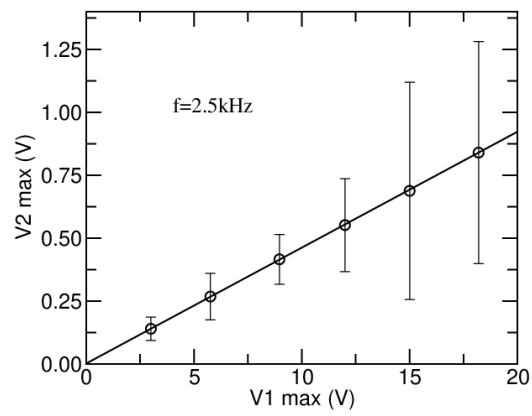


Figura 11: Frequência $f = 2500\text{ Hz}$

$$A = 0.109 \pm 0.03$$

$$B = 0.00134 \pm 0.00006$$

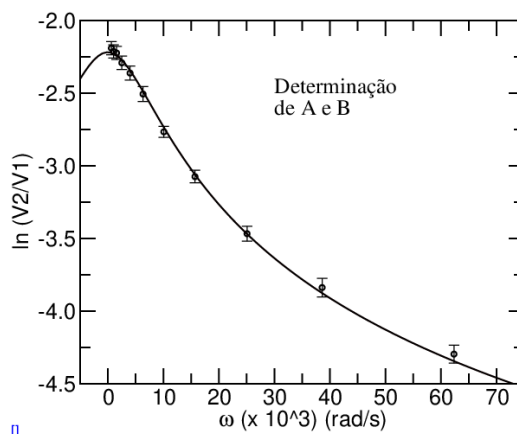


Figura 12: Determinação de A e B

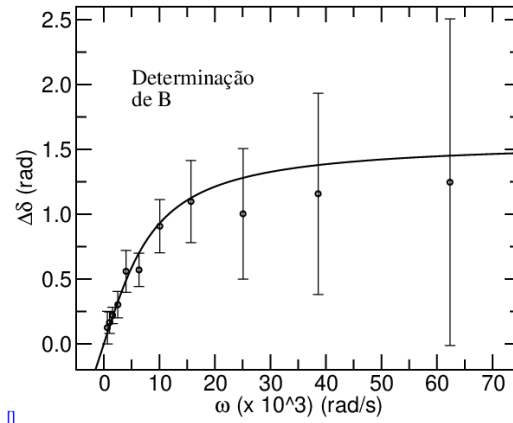


Figura 13: Determinação de B

$L_M = A * L_{11}$, tendo-se obtido para a frequência de 120 Hz $L_M = 0.089 \pm 0.002$ H e $L_M = 0.0404 \pm 0.0009$ H para a frequência de 1000 Hz. O valor de k , que deve ser 1, pode ser calculado utilizando $B = L_{22}(1 - k^2)$, obtendo-se respetivamente $k = 0.925 \pm 0.003$ e $k = 0.893 \pm 0.005$. Recorrendo, por outro lado, à equação 6, obtém-se $k = 1.02 \pm 0.03$ e $k = 0.82 \pm 0.02$.

Observações

No geral, os resultados obtidos corresponderam às previsões teóricas.