

10ª Série de Problemas

Mecânica e Relatividade

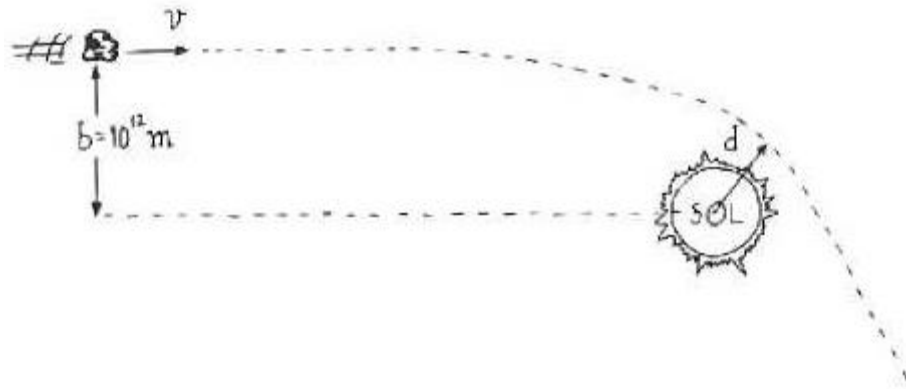
MEFT

1. Considere um objecto de massa m sujeito à força gravítica, próximo da superfície da Terra.
 - 1.a) Calcule a aceleração da gravidade junto da superfície da Terra e no topo dos Himalaias (altitude de cerca de 9000 m). Compare.
 - 1.b) Mostre que, para pequenos deslocamentos próximos da superfície da Terra, a energia potencial gravítica de um objecto de massa m é aproximadamente dada por mgh , sendo $g=GM_T/R_T^2$ e sendo h a distância à superfície da Terra.
 - 1.c) Calcule o erro cometido nessa aproximação.
 - 1.d) Se quisermos que o objecto fique livre da interacção gravítica, qual a velocidade mínima com que o devemos lançar, na vertical (*velocidade de escape*) ? Poderá usar a expressão aproximada do potencial que derivou na alínea **b)** ?

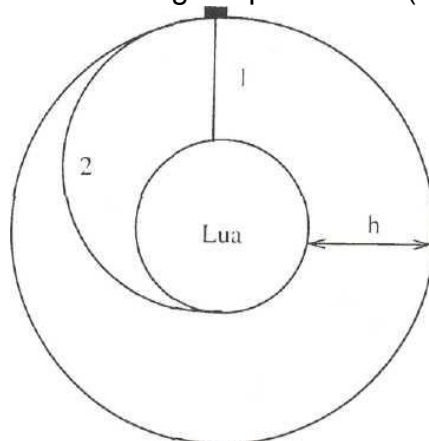
2. Os anéis de Saturno são formados por muitas partículas em órbita circular no plano equatorial do planeta. As partículas mais próximas de Saturno no primeiro anel estão a 7×10^4 km do centro de Saturno, e as mais afastadas no último anel estão a 13.5×10^4 km desse centro. Estudos espectroscópicos mostram que estas últimas têm velocidades de 17 km/s.
 - 2.a) Qual é a razão T_i/T_e entre os períodos T_i e T_e do movimento das partículas mais próximas e mais afastadas, respectivamente?
 - 2.b) Qual é a velocidade angular das partículas mais próximas?
 - 2.c) Qual é a massa de Saturno?

3. Um meteoro aproxima-se do Sol. A grande distância a sua velocidade é de 500 m/s, estando apontando a 10^{12} m do centro do Sol (ver figura).
 - 3.a) Determine a distância mínima a que o meteoro passa do centro do Sol.
 - 3.b) Qual a velocidade do meteoro quando passa no ponto mais próximo do Sol?
 - 3.c) Sabendo que o raio do Sol é $6,95 \times 10^8$ m, que valor mínimo pode ter o parâmetro de impacto b para que o meteoro não caia no Sol?

Sugestão: Repare que o momento angular inicial do meteoro é mbv . Porquê

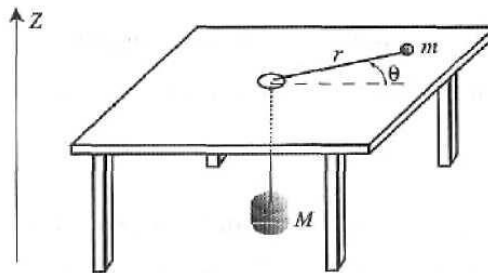


4. A distância do Sol a Terra é, por definição, uma unidade astronómica (U.A.). Um satélite artificial foi colocado em órbita circular em torno do Sol, com um período de 8 anos terrestres.
 - 4.a) Qual é o raio da órbita do satélite em U.A.?
 - 4.b) Qual seria a resposta à alínea a), se a força gravitacional fosse proporcional a $1/r^3$ em vez de $1/r^2$?
 - 4.c) Qual a relação entre o raio da órbita e o seu período, no caso geral em que a força gravitacional varia com $1/r^n$ ($n > 0$)? (3ª Lei de Kepler generalizada.)
5. Determine a altitude de um satélite artificial de massa m numa órbita geoestacionária em torno da Terra?
6. Qual é a energia cinética de um satélite artificial de massa m numa órbita circular com um raio duplo do raio da Terra?
7. Uma nave espacial de massa, $m = 12 \times 10^3$ kg encontra-se numa órbita circular em torno da Lua, a uma distância $h = 100$ km da sua superfície. Em determinado momento a nave pretende “alunar” pelo que vai accionar os seus motores durante um período muito pequeno. Duas trajectórias para “alunar” são possíveis, representadas na figura por 1 e 2 (órbita de transferência de



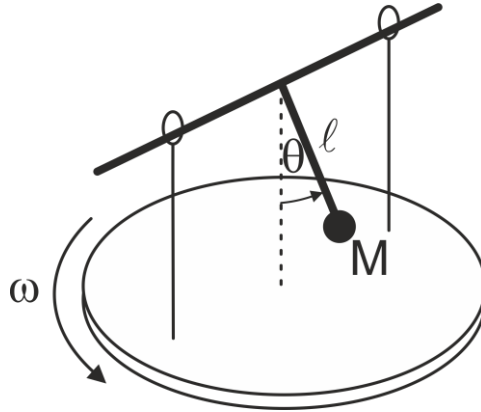
Hohmann). Na trajectória 1 a nave desce em linha recta em direcção à Lua. e na trajectória 2 a nave “aluna” no ponto diametralmente oposto, tangencialmente à superfície da Lua.

- 7.a) Determine a energia total da nave, o período e o momento angular na trajectória circular.
 - 7.b) Determine a energia total e o momento angular da nave nas trajectórias 1 e 2.
 - 7.c) Calcule a velocidade de chegada ao solo nas trajectórias 1 e 2. Calcule a massa de combustível que a nave necessita de ejectar durante a travagem para que entre nas trajectórias 1 e 2, pressupondo que o combustível é ejectado instantaneamente com uma velocidade de $u = 10^4$ m/s relativamente à nave.
8. Considere um objecto de massa m que se move sem atrito sobre uma mesa, preso por um fio de comprimento ℓ a outro objecto, de massa M (ver figura

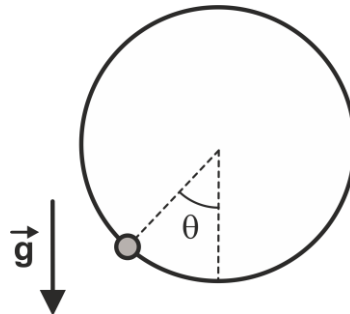


- 8.a) Escreva as equações de movimento e use-as para mostrar que o momento angular do sistema se conserva.
 - 8.b) Imprimindo uma certa velocidade inicial à massa m é possível fazer com que esta tenha movimento circular. Calcule essa velocidade em função do raio da trajectória pretendida (indique também a direcção e o sentido).
 - 8.c) Como varia, nas condições da alínea d), o raio da trajectória com período? (Compare com a 3ª Lei de Kepler para o movimento dos planetas!)
9. Um pêndulo com 0.5 m de comprimento encontra-se suspenso do tecto de um autocarro em repouso. Nesse instante o autocarro é submetido a uma aceleração constante igual a 1 m/s^2 .
- 9.a) Escreva a equação de movimento do pêndulo no referencial do autocarro.
 - 9.b) Calcule a posição de equilíbrio do pendulo.
 - 9.c) Qual é a frequência de oscilação do pêndulo? Justifique.

10. Um pendulo rígido está fixado num eixo que pode girar livremente em dois suportes rígidos. Desta forma o movimento do pendulo está restringido ao plano perpendicular ao eixo. O pendulo é constituído por um corpo de dimensões desprezáveis e massa $M=0.2 \text{ kg}$ e uma haste de suspensão rígida de comprimento $\ell=0.5 \text{ m}$ e massa desprezável. O sistema está fixo num disco que roda com velocidade angular $\omega=2 \text{ rad/s}$. Calcule a frequência de oscilação do pendulo assumindo pequenas oscilações em torno da vertical.



11. Uma conta de massa $m=60 \text{ g}$ tem um pequeno orifício que é atravessado por um aro circular de raio $R=25 \text{ cm}$ como mostra a figura. Considere que não há qualquer atrito entre o aro e a conta e que o sistema se encontra submetido à aceleração da gravidade.



- 11.a) Se o anel se deslocar na horizontal com aceleração $\vec{A} = 3 \vec{e}_x \text{ m/s}^2$ determine o angulo de equilíbrio da conta e a força que atua entre o aro e a conta.
- 11.b) Determine a equação de movimento da conta em torno da posição de equilíbrio. Qual é a frequência de oscilação da conta para pequenos deslocamentos?
- 11.c) Admita agora que o anel já não é acelerado com \vec{A} mas sim posto a rodar em torno de um eixo vertical que passa pelo seu centro. Qual é a velocidade angular que deve ser imposta ao anel para que a conta volte a ficar na mesma posição de equilíbrio.

Nota: Caso não tenha resolvido a alínea a) considere que $\theta_{eq} = 20^\circ$.