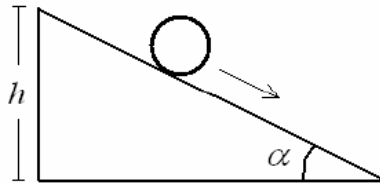


8ª Série de Problemas

Mecânica e Relatividade

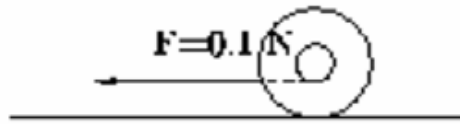
MEFT

- Dois patinadores aproximam-se um do outro segundo duas rectas paralelas que distam de 1.5 m. As suas velocidades são iguais, $v=5 \text{ ms}^{-1}$, mas de sentidos opostos, e os patinadores têm a mesma massa, $m=60 \text{ kg}$.
 - Calcule o momento angular dos dois patinadores. Mostre que o momento angular se conserva e é independente da origem do referencial escolhido.
 - Quando os patinadores se cruzam, dão as mãos e ficam a rodar, calcule a velocidade angular de rotação.
- Um anel de massa m e raio r desce uma rampa que faz um ângulo α com a horizontal. O anel mantém-se no plano definido pela vertical e pela normal à rampa. Considerando que partiu de uma altura h com velocidade inicial nula, calcule a velocidade e a velocidade angular do anel quando atinge o fundo da rampa, nos dois casos abaixo (que se verificam em que situações?):
 - O anel desliza sem rotação.
 - O anel roda sem deslizamento.

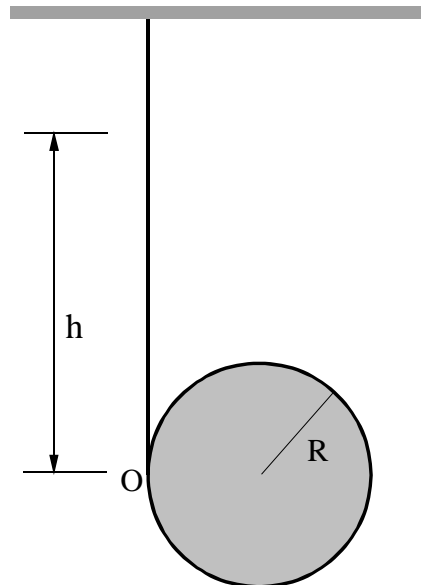


- No topo de um plano inclinado com 10 m de comprimento que faz um ângulo de 30° com a horizontal colocam-se dois corpos. O corpo A é um cilindro homogêneo e o corpo B um cilindro oco. Ambos têm massa M e raio R . O momento de inércia do cilindro A é $I_{CM}^A = 1/2 MR^2$ e do cilindro B é $I_{CM}^B = MR^2$. Os cilindros rolam sem escorregar durante todo o movimento.
 - Qual é a energia cinética de cada um dos cilindros à chegada ao solo?
 - Qual é a velocidade do centro de massa de cada um dos cilindros à chegada ao solo? Qual dos cilindros chega primeiro ao solo?
 - Qual é a aceleração do centro de massa de cada um dos cilindros durante a descida?
 - Calcule a força de contacto tangencial ao plano inclinado sobre cada um dos cilindros durante a descida?

4. Um fio está enrolado num eixo cilíndrico de raio $r = 3 \text{ cm}$ e massa $m = 0.05 \text{ kg}$, que possui nas suas extremidades duas rodas de raio $R = 5 \text{ cm}$ e massa $M = 0.01 \text{ kg}$, cada uma (tipo carrinho de linhas – ver figuras). O fio é puxado para a esquerda com uma força constante $F = 0.1 \text{ N}$ e as rodas rodam sem deslizar. O momento de inércia de um disco é $I = \frac{1}{2} m_D r_D^2$.



- 4.a) Qual é o sentido do movimento? Justifique.
 4.b) Qual é a aceleração do centro de massa?
 4.c) Qual é o coeficiente de atrito (F_a/R_N) mínimo necessário para garantir que as rodas não deslizem?
5. Um cabo inextensível de massa desprezável encontra-se enrolado a um disco (tipo ioiô) de massa $M = 0.5 \text{ kg}$, raio $R = 0.05 \text{ m}$ e momento de inércia $I_{CM} = \frac{1}{2} MR^2$, como se vê na figura. O disco é libertado sem velocidade inicial e ao fim de algum tempo o seu centro de massa percorreu uma altura h .

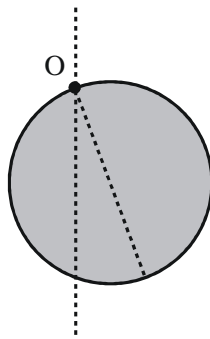


- 5.a) Determine o momento de inércia do disco em relação ao ponto O (ponto de aplicação da tensão do cabo no disco em cada instante).
 5.b) Calcule a aceleração angular do disco em torno de O?
 5.c) Qual é a aceleração do centro de massa do disco durante a queda? Justifique. Como varia a aceleração do centro de massa do disco se a sua massa duplicar? E se o raio se reduzir a metade?

5.d) Qual é a tensão no cabo durante a queda?

5.e) Calcule a velocidade do centro de massa do disco após ter percorrido em queda uma altura h . Qual é a velocidade linear do disco no ponto O nesse instante? E no ponto que se encontra no local diametralmente oposto do disco?

6. Um corpo de forma cilíndrica com raio $R=20$ cm, massa $m=1$ kg e comprimento $\ell=5$ cm submetido à acção da gravidade encontra-se fixo pela sua periferia sem atrito a um eixo horizontal (ponto O) como se vê na figura.

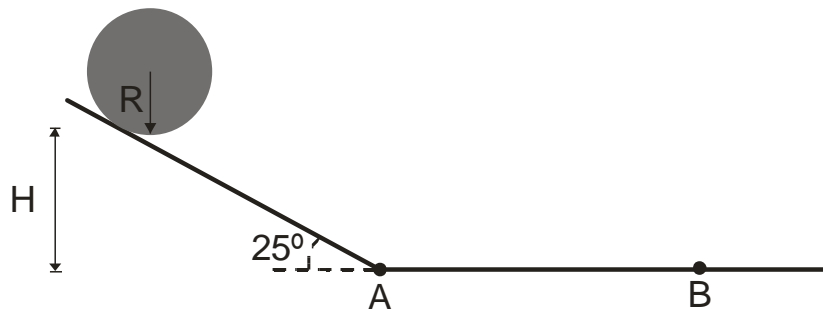


6.a) Determine o momento das forças que actuam sobre o corpo relativamente a O em função do ângulo que o vector posição do centro de massas do cilindro faz com a vertical.

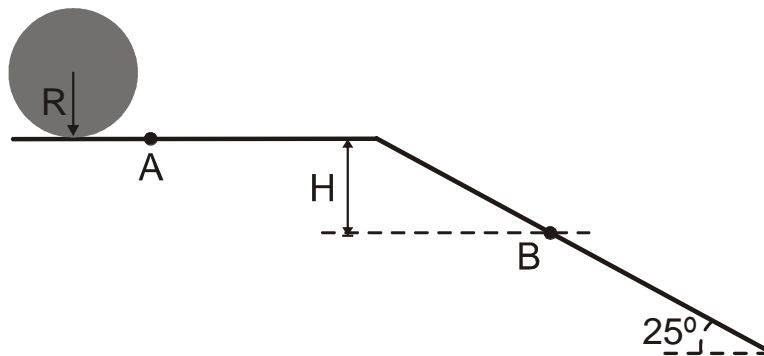
6.b) Determine a equação de movimento do corpo.

6.c) Calcule a frequência de oscilação do corpo na aproximação de pequenas oscilações.

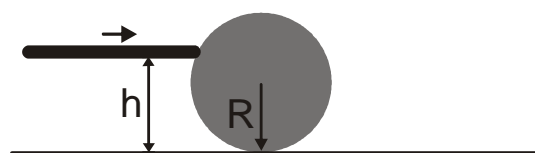
7. Um cilindro de raio $R = 10$ cm e $m = 200$ g de massa é libertado do repouso num plano inclinado que faz um ângulo de 25° com a horizontal. O cilindro atinge o plano horizontal AB depois de descer uma altura $H = 3$ m. O momento de inércia do cilindro é $I_{CM} = \frac{1}{2}mR^2$. Considere que não existe qualquer atrito entre o plano inclinado e o cilindro.



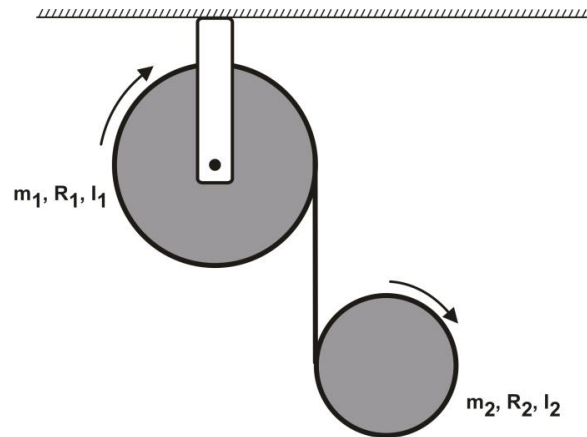
- 7.a)** Calcule a aceleração a que o cilindro se encontra submetido durante a descida do plano inclinado.
- 7.b)** Determine a velocidade do centro de massa do cilindro quando este atinge o plano horizontal.
- 7.c)** Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre o plano horizontal e o cilindro deixa de ser desprezável e vale $\mu_c = 0.25$, determine a velocidade final do cilindro.
- 8.** Uma esfera de raio $R=10$ cm e 200 g de massa, rola sem deslizar. Inicialmente rola no plano horizontal com movimento rectilíneo uniforme da esquerda para a direita com uma velocidade do centro de massa $V_{CM}=5$ m/s, após o que desce segundo um plano inclinado que faz um ângulo com a horizontal de 25° . O momento de inércia da esfera é $I_{CM} = \frac{2}{5}mR^2$. O ponto A encontra-se no plano horizontal e o ponto B no plano inclinado a $H=1$ m abaixo da cota do plano horizontal.



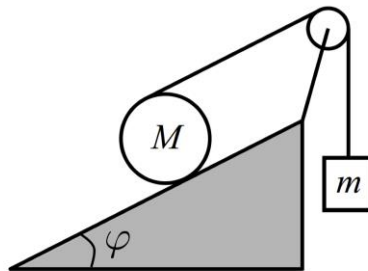
- 8.a)** Calcule a velocidade angular de rotação da esfera em torno do CM, ω , quando a esfera passa em A.
- 8.b)** Calcule a energia cinética de translação e de rotação quando a esfera atinge o ponto B.
- 8.c)** Calcule a aceleração do centro de massa, a_{CM} , nos pontos A e B.
- 8.d)** Calcule as forças de contacto tangenciais entre a esfera e o plano nos pontos A e B.
- 8.e)** Suponha que o movimento inicial da esfera tinha sido transmitido com uma tacada de bilhar como mostra a figura. Calcule a que altura h se deveria ter dado a tacada para que a condição rodar sem deslizar fosse sempre satisfeita independentemente da existência, de uma qualquer força de contacto tangencial entre a bola e o plano.



9. A figura mostra um sistema constituído por duas roldanas de massas $m_1=0,5$ kg e $m_2=1.8$ kg, raios $R_1=0.25$ m e $R_2=0.15$ m e momentos de inércia em torno do centro de massa $I_1=0.5 m_1 R_1^2$ e $I_2=0.5 m_2 R_2^2$ respectivamente. Em torno as duas roldanas encontra-se enrolada uma fita inextensível e de espessura e massa desprezáveis. A roldana fixa ao tecto roda em torno do seu eixo sem atrito. Calcule a aceleração do centro de massa da roldana em queda sabendo que tem um movimento puramente vertical. O que aconteceria se R_1 se reduzisse para metade?



10. Um cilindro uniforme de massa M e raio $R=0.08$ m está ligado, através de uma corda enrolada à sua superfície, a um corpo de massa $m=2$ kg, como mostra a figura.



O cilindro está apoiado num plano inclinado fixo que faz um ângulo $\phi=30^\circ$ com a horizontal. Considere que o cilindro roda sem deslizar pelo que a corda (inextensível e de espessura desprezável) enrola (ou desenrola) em torno do cilindro durante o movimento.

- 10.a) Represente todas as forças que atuam sobre cada um dos corpos M e m .
- 10.b) Escreva o sistema de equações que permite determinar a tensão do fio (T), a força de atrito (F_a) e aceleração do CM do cilindro (a_{CM}).
- 10.c) Qual é o mínimo valor da razão M/m para que o cilindro desça o plano inclinado? Qual é a aceleração do corpo suspenso se $M=4$ kg?