



1. Determine o domínio e calcule as derivadas parciais de cada uma das seguintes funções

(a) $f(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$

(b) $g(x, y) = \log \frac{x+y}{x-y}.$

(c) $h(x, y) = \int_1^{x^2 y} e^{-t^2} dt.$

2. Usando directamente a definição de diferenciabilidade, mostre que a função $f(x, y) = xy$ é diferenciável em todo o ponto $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.

3. Considere f , contínua em \mathbb{R}^2 e tal que para $(x, y) \neq (0, 0)$

$$f(x, y) = 1 + xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}.$$

- (a) Mostre que f é diferenciável em $(0, 0)$.

- (b) Para cada ponto $(a, 0)$, com $a \in \mathbb{R}$, calcule a derivada de f segundo o vector $(2, 3)$.

4. Considere a função

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^6}{(y-x^2)^2 + x^6} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (a) Calcule a derivada de g no ponto $(0, 0)$ segundo cada vector $(u, v) \in \mathbb{R}^2$.

- (b) A função g é contínua em $(0, 0)$?

5. Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|x|^a y}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

com a um parâmetro real positivo. Estude f quanto à sua diferenciabilidade.

6. Dê um exemplo de uma função definida em \mathbb{R}^2 , descontínua em cada ponto de $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, mas que é diferenciável no ponto $(0, 0)$.