

## Aula Prática P3

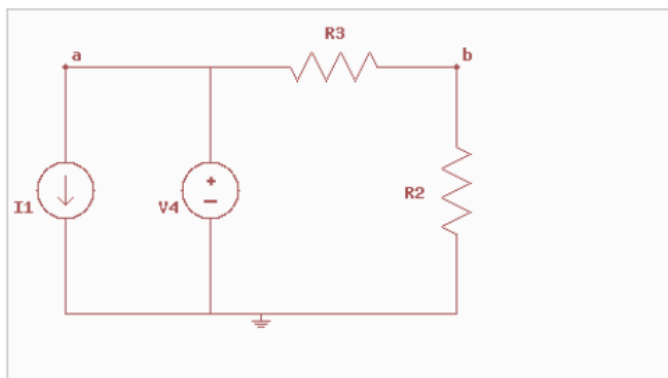
**MATÉRIA:** método dos nós, método das malhas, teorema da sobreposição, equivalentes de Thévenin e de Norton, análise de transitórios em circuitos RL e RC de 1ª ordem, análise de circuitos em regime forçado sinusoidal.

**AULA PRÁTICA:** serão resolvidos alguns dos problemas ou algumas alíneas dos problemas aqui propostos; os restantes problemas e/ou alíneas são deixados como exercício para trabalho autónomo (as soluções estão no final).

**AULA ONLINE:** o acesso à sessão zoom é enviado por email para os alunos inscritos em cada horário das aulas práticas. A validação é feita através das credenciais oficiais no domínio do Técnico. O endereço para envio do email é o que está registado no fenix.

**O QUE É PRECISO:** acesso simultâneo ao enunciado e ao conteúdo da sessão zoom (2 monitores e écran estendido, enunciado em papel, etc.), lápis e papel para notas (ou equivalente digital) e máquina de calcular.

### Problema 1



Find node voltage  $V_b$ .

$\therefore I1 = -5\mu A \therefore R2 = 3k\Omega \therefore R3 = 1k\Omega \therefore V4 = -2mV \therefore$

729.75mS

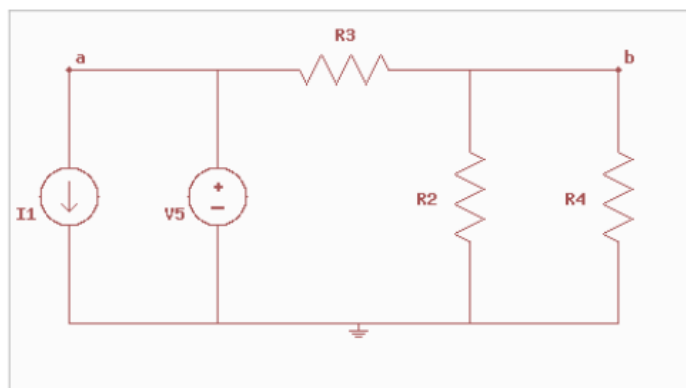
-1.5mV

-1S

- Aplique o método dos nós para calcular  $V_b$ .
- Aplique o método das malhas para determinar as correntes de circulação e depois calcule  $V_b$ .
- Aplique o teorema da sobreposição para calcular  $V_b$ .
- Determine o circuito equivalente de Thévenin visto por  $R_2$ .
- Utilize o resultado da alínea anterior a calcule  $V_b$  (sugestão: considere um divisor de tensão).

## Aula Prática P3

### Problema 2



Determine the power at stake in I1.

$\therefore I1 = -4A \therefore R2 = 20\Omega \therefore R3 = 30\Omega \therefore R4 = 30\Omega \therefore V5 = 10V \therefore$

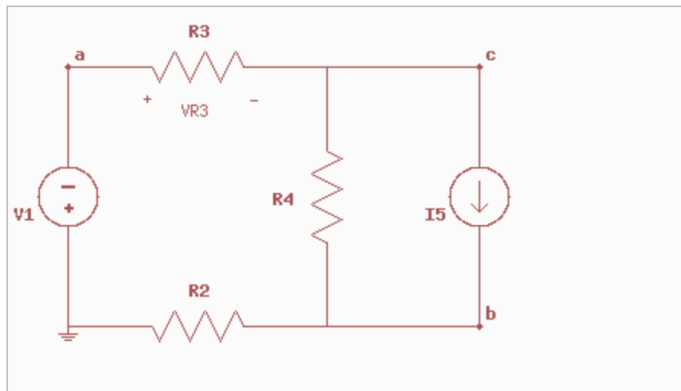
-40.4S

-125.24W

-40W

Calcule a potência posta em jogo na fonte  $V_5$  usando o procedimento: (i) determine o circuito equivalente de Norton visto pela fonte  $V_5$ ; e (ii) calcule a potência.

### Problema 3



Determine the power at stake in R3.

$\therefore V1 = 20V \therefore R2 = 50\Omega \therefore R3 = 20\Omega \therefore R4 = 20\Omega \therefore$

$I5 = -400mA \therefore$

15.15W

1.94W

1.92A

a) Aplicar o método dos nós (ou o método das malhas) e calcular as tensões nodais (correntes de circulação). Depois calcular  $P_3$ .

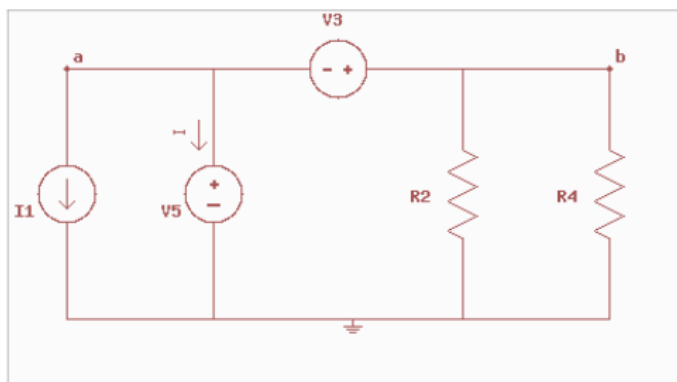
b) Utilizar o teorema da sobreposição para calcular  $V_{R3}$  e depois calcular  $P_3$ .

c) Usar conversão entre geradores reais de tensão e corrente (equivalentes de Thévenin e de Norton) e técnicas de simplificação de circuitos para simplificar o circuito. Calcular  $V_{R3}$  ou  $I_3$  e depois  $P_3$ .

d) Determinar o circuito equivalente de Thévenin visto pela resistência  $R_3$  (para simplificar o circuito). Depois calcular  $V_{R3}$  (por exemplo, usando um divisor de tensão) e, finalmente,  $P_3$ .

## Aula Prática P3

### Problema 4



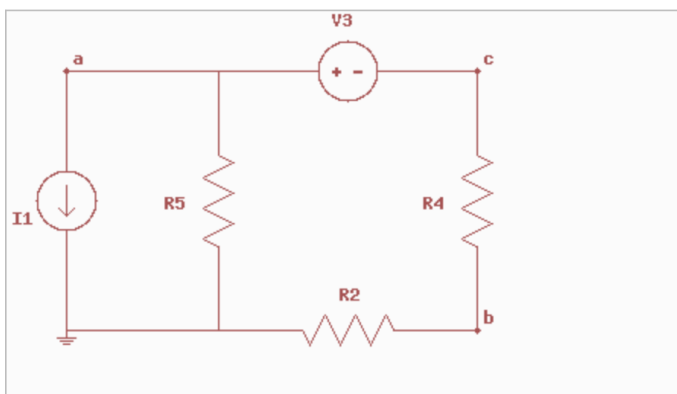
What is the current that flows through V5? Use the circuit simplification methods you've learned.

$\therefore I1 = -40\mu A$   $\therefore R2 = 10k\Omega$   $\therefore V3 = -200mV$   $\therefore R4 = 10k\Omega$   $\therefore V5 = 100mV$




- Usar o método das malhas para calcular a corrente I na fonte V<sub>5</sub>.
- Usar o teorema da sobreposição para calcular a corrente I na fonte V<sub>5</sub>.
- Usar equivalentes de Thévenin/Norton e simplificação de circuitos para calcular a corrente I na fonte V<sub>5</sub>.

### Problema 5



Find node voltage V<sub>a</sub>. Use the superposition theorem.

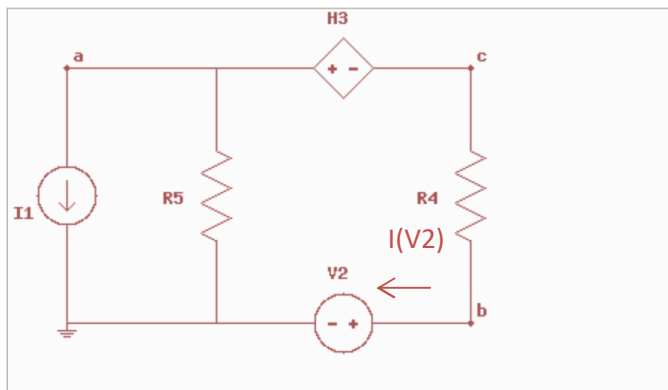
$\therefore I1 = -200\mu A$   $\therefore R2 = 160k\Omega$   $\therefore V3 = -10mV$   $\therefore R4 = 910k\Omega$   $\therefore R5 = 330k\Omega$




Sugestão: usar equivalentes de Thévenin/Norton para calcular V<sub>a</sub>.

## Aula Prática P3

### Problema 6



Find node voltage  $V_a$ . Use nodal or loop analysis.

$\therefore I1 = 970\text{mA} \therefore V2 = -26\text{V} \therefore V(H3) = -3.7 \cdot I(V2) \therefore$   
 $R4 = 43\Omega \therefore R5 = 24\Omega \therefore$

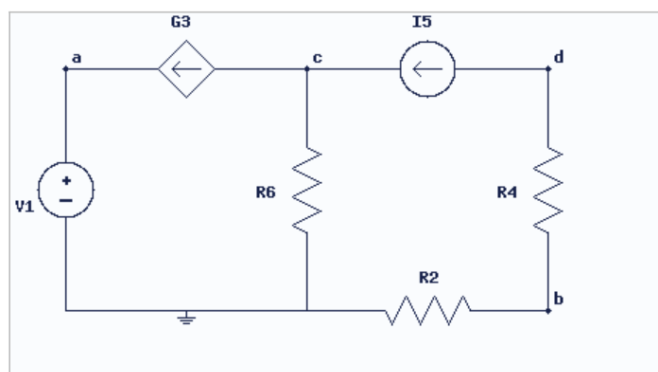
799V

-24.31V

-24.55V

- Calcule  $V_a$  usando o método dos nós.
- Calcule  $V_a$  usando o método das malhas.
- Calcule  $V_a$  usando o teorema da sobreposição.
- Calcule  $V_a$  usando equivalentes de Thevenin/Norton.

### Problema 7



Find  $V_{bc}$ . Use Nodal analysis.

$\therefore V1 = -23\text{V} \therefore R2 = 30\text{k}\Omega \therefore I(G3) = 0.002 \cdot V(\text{dc}) \therefore$   
 $R4 = 33\text{k}\Omega \therefore I5 = -6\text{mA} \therefore R6 = 11\text{k}\Omega \therefore$

-219V

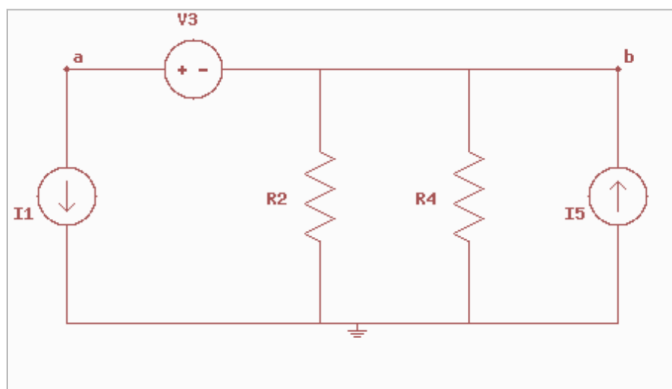
-329V

-285V

- Aplicar o método dos nós e calcular  $V_{bc} = V_b - V_c$ .
- Aplicar o método das malhas para calcular as correntes de circulação e depois calcular  $V_{bc} = V_b - V_c$ .
- Aplicar o teorema da sobreposição e calcular  $V_{bc} = V_b - V_c$ .

## Aula Prática P3

### Problema 8



Determine the power at stake in  $I_1$ . Use Thévenin's or Norton's theorem.

$\therefore I_1 = 780\mu\text{A}$   $\therefore R_2 = 300\text{k}\Omega$   $\therefore V_3 = -120\text{mV}$   $\therefore R_4 = 680\text{k}\Omega$   $\therefore I_5 = 470\mu\text{A}$

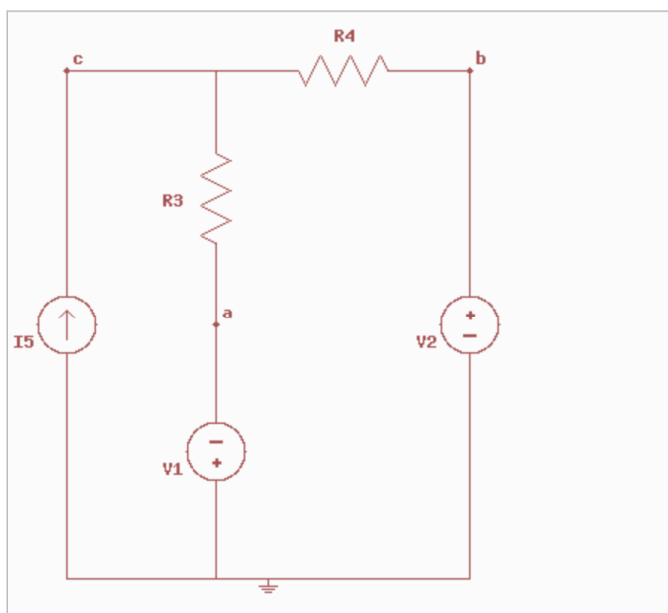
144mW

-50.43mW

-877.14mW

- Usar o método dos nós para calcular  $V_1=V_a$ . Depois calcular  $P_1$ .
- Usar o teorema da sobreposição para calcular  $V_1=V_a$ . Depois calcular  $P_1$ .
- Simplificar o circuito fazendo a conversão entre fontes reais de tensão e de corrente (equivalentes de Thévenin/Norton). Calcular  $V_1=V_a$  e depois calcular  $P_1$ .
- Determinar o circuito equivalente de Norton visto pela fonte  $I_1$ . Depois calcular  $P_1$ .

### Problema 9



Find node voltage  $V_c$ . Use the superposition theorem.

$\therefore V_1 = 1\text{mV}$   $\therefore V_2 = -20\text{mV}$   $\therefore R_3 = 20\text{k}\Omega$   $\therefore R_4 = 24\text{k}\Omega$   $\therefore I_5 = -46\mu\text{A}$

-511.45mV

516.56mV

-133.32mV

- Calcule  $V_c$  usando o teorema da sobreposição.
- Usar o método dos nós / método das malhas para calcular  $V_c$ .
- Usar equivalentes de Thévenin e de Norton (conversão entre fontes de tensão/corrente reais) para calcular  $V_c$ .

## Aula Prática P3

### Problema 10

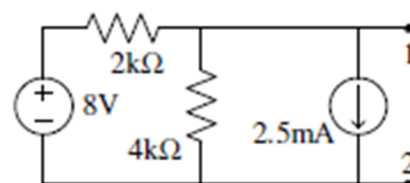
4. Considere o circuito da figura e determine os conjuntos de parâmetros que permitem caracterizar os seus equivalentes de Thévenin/Norton, vistos dos terminais 1-2.

a)  $I_{SC} = I_{21} = 2.5\text{mA}$  e  $V_{OC} = V_{21} = -16/3\text{V}$ .

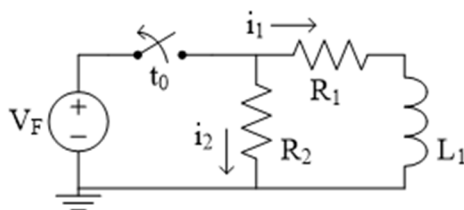
b)  $R_N = 6\text{k}\Omega$  e  $I_{SC} = I_{12} = 1.5\text{mA}$ .

c)  $R_{Th} = 4/3\text{k}\Omega$  e  $V_{OC} = V_{12} = 2\text{V}$ .

d) Nenhuma das respostas anteriores.



### Problema 11



$$R_1 = 12\Omega$$

$$R_2 = 6\Omega$$

$$V_F = 12\text{V}$$

$$L_1 = 2\text{H}$$

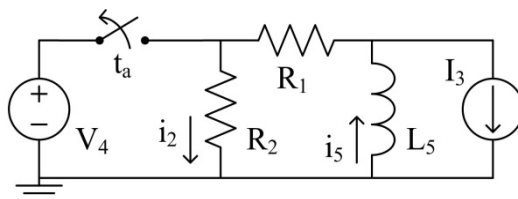
$$t_0 = 0\text{s}$$

a) Calcule  $i_1(t)$  e  $i_2(t)$ . Faça os seus gráficos.

b) Apresente o circuito equivalente de Thévenin visto pela bobine, quando o interruptor está fechado.

c) Considere o interruptor fechado e substitua a bobine por uma fonte de tensão dependente (com o terminal + em baixo), que é controlada pela corrente  $i_2(t) = I_2$ :  $V_F = 20 \times I_2$ . Determine o circuito equivalente de Norton visto pela fonte de tensão de 12V.

### Problema 12



$$R_2 = 2R_1 = 3\text{k}\Omega \quad I_3 = 0.5\text{mA} \quad V_4 = 3\text{V} \quad L_5 = 45\text{mH}$$

Os geradores do circuito estão ligados há muito tempo e o interruptor abre em  $t_a = 25\mu\text{s}$ .

a) Calcule  $i_2(t)$ , para  $t \geq 0\text{s}$ , e faça o seu gráfico.

b) Determine o circuito equivalente de Thévenin visto pela bobine quando o interruptor está aberto (admita  $V_{Th} = V_{OC}$  definida com o terminal + no nó superior).

## Aula Prática P3

c) Considere o interruptor fechado e substitua a bobine por uma fonte de corrente dependente:  $I_5 = 4I_2$  (mesmo sentido de  $i_5$ ). Determine o circuito equivalente de Thévenin visto pela fonte  $V_4$  (admita  $V_{Th} = V_{oc}$  definida com o terminal + no nó superior).

d) Determine o circuito equivalente de Norton visto pela bobine quando o interruptor está fechado (admita o gerador da  $I_N = I_{SC}$  definido com sentido para cima).

### Problema 13

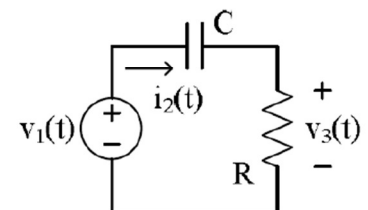
7. Escolha a afirmação verdadeira para o circuito da figura a funcionar em regime forçado sinusoidal com  $R = 6.4k\Omega$ ,  $C = 22nF$  e  $v_1(t) = 12\cos(1.9 \times 10^3 t - \pi/6)V$ .

a) A admitância equivalente vista pelo gerador é  $Y_{eq} = \frac{j\omega C}{1 + j\omega RC}$ .

b)  $v_3(t) = 3.1\cos(19t - \pi/4)V$ .

c) No condensador a tensão e a corrente estão em quadratura, por isso a corrente  $i_2(t)$  está em avanço relativamente à tensão  $v_3(t)$ .

d) Nenhuma das respostas anteriores.



### Problema 14

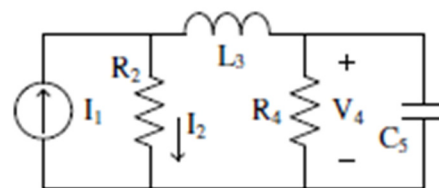
5. Escolha a afirmação verdadeira sabendo que a fonte  $I_1$  foi ligada há muito tempo.

a) A energia armazenada na bobine é nula.

b) A energia armazenada no condensador é  $288\mu J$ .

c) A energia armazenada na bobine é  $60mW$ .

d) Nenhuma das respostas anteriores.



$$\begin{aligned} I_1 &= 2A \\ R_2 &= 30\Omega \\ L_3 &= 100\mu H \\ R_4 &= 20\Omega \\ C_5 &= 1\mu F \end{aligned}$$

### Problema 15

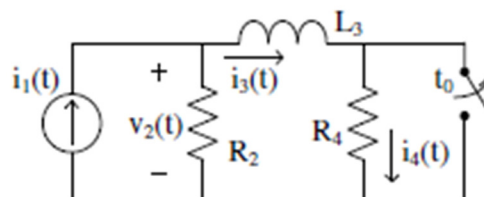
6. Escolha a afirmação correcta para o circuito da figura, sabendo que a fonte foi ligada há muito tempo e que o interruptor é ideal e abre em  $t_0 = 10\mu s$ .

a) Se  $L_3$  passar para o dobro, a duração do regime transitório aumentará dez vezes.

b)  $v_2(+\infty) = 10V$  e  $i_4(t_0^-) = 0A$ .

c)  $i_4(+\infty) = 2mA$  e  $v_2(+\infty) = 6V$ .

d) Nenhuma das respostas anteriores.



$$\begin{aligned} i_1(t) &= 5mA \\ R_2 &= 2k\Omega \\ L_3 &= 20mH \\ R_4 &= 3k\Omega \end{aligned}$$

## Aula Prática P3

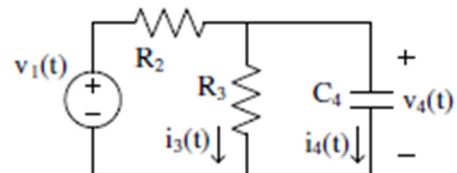
### Problema 16

10. No circuito da figura, considere um escalão de 12V no gerador de tensão:

$$v_1(t) = 12u(t - 0.4)V = \begin{cases} 0V, & t < 0.4s \\ 12V, & t > 0.4s \end{cases} \quad \begin{matrix} R_2 = 6k\Omega & R_3 = 3k\Omega \\ C_4 = 20\mu F \end{matrix}$$

a) Calcule  $v_4(t)$ .

b) Calcule o instante de tempo em que termina o transitório e faça o gráfico de  $v_4(t)$ .



### Problema 17

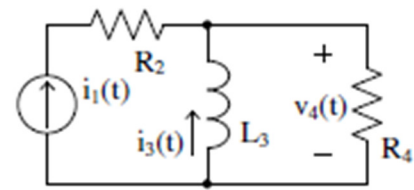
11. Considere o circuito a funcionar em regime forçado sinusoidal e calcule  $i_3(t)$  quando  $f = 2kHz$ .

$$i_1(t) = 30 \cos(\omega t - 59.5^\circ \pi / 180^\circ) \text{ mA}$$

$$R_2 = 250\Omega$$

$$L_3 = 45\text{mH}$$

$$R_4 = 200\Omega$$



### Problema 18

3. Escolha os parâmetros que caracterizam os equivalentes de Thévenin/Norton, vistos dos terminais a e b.

a)  $V_{OC} = V_{ab} = -4V$  e  $R_{Th} = -500\Omega$ .

b)  $I_{SC} = I_{ab} = 2\text{mA}$  e  $V_{OC} = V_{ab} = 8/3V$ .

c)  $R_{Th} = 2k\Omega$  e  $V_{OC} = V_{ba} = 4V$ .

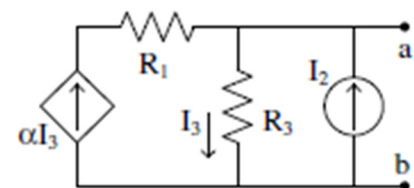
d) Nenhuma das respostas anteriores.

$$R_1 = 1k\Omega$$

$$R_3 = 2k\Omega$$

$$I_2 = 8\text{mA}$$

$$\alpha = 5$$



### Problema 19

8. Considere o circuito da figura a funcionar em regime forçado sinusoidal.

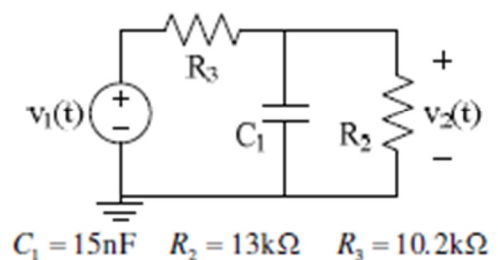
a) Calcule a potência média na resistência  $R_3$ , quando se

tem  $v_1(t) = 5.7 \cos(\omega t)V$  e  $f = 3.5kHz$ .

b) Calcule  $v_2(t)$  quando  $v_1(t) = 18.3 \cos(\omega t + 75^\circ \pi / 180^\circ)V$

e  $f = 1.3kHz$ .

c) Se a resistência  $R_2$  for substituída por uma bobine, qual é a função de filtragem realizada pelo circuito?



$$C_1 = 15\text{nF} \quad R_2 = 13k\Omega \quad R_3 = 10.2k\Omega$$



## Aula Prática P3

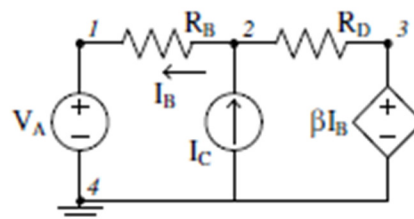
### Problema 20

8. No circuito da figura tem-se:  $V_A = 11.9\text{V}$ ,  $I_C = 3.5\text{mA}$ ,  $R_B = 2.5\text{k}\Omega$ ,  $R_D = 3.5\text{k}\Omega$  e  $\beta = 5.5\text{k}\Omega$ .

a) Apresente o circuito equivalente de Norton, visto pela fonte dependente (considere  $I_{SC} = I_{34}$ ).

b) Apresente uma equação matricial simbólica correspondente à aplicação do método dos nós, que permita calcular as tensões nodais ( $V_1, V_2, V_3$ ).

c) Calcule  $I_B$  usando o teorema da sobreposição.



Considere a fonte dependente substituída por uma bobine com  $L_{34} = 200\text{mH}$ .

d) Considere  $V_A = 0\text{V}$  e o circuito a funcionar em regime forçado sinusoidal com o sinal do gerador de corrente  $i_c(t) = 6.1\cos(5 \times 10^3 t - \pi/8)\text{mA}$ . Calcule a corrente na bobine,  $i_{34}(t)$ .

e) Admita  $R_D = 0\Omega$ ,  $I_C = 3.5\text{mA}$  e que o sinal do gerador de tensão varia no tempo:  $v_A(t) = \begin{cases} 0\text{V}, & t < 0\text{s} \\ 5\text{V}, & t > 0\text{s} \end{cases}$ .

Calcule a tensão na bobine,  $v_{34}(t)$ .

## Aula Prática P3

---

### Soluções

#### P1

$$V_b = -1.5 \text{ mV}$$

#### P2

$$P_1 = -40 \text{ W}$$

$$P_5 = 37.6 \text{ W} \quad \text{receber}$$

#### P3

$$V_3 = -6.2222 \approx -6.2 \text{ V}$$

$$P_3 = 1.9358 \approx 1.94 \text{ W}$$

#### P4

$$60 \text{ uA}$$

#### P5

$$V_a = 50.44 \text{ V}$$

#### P6

$$V_a = -24.31 \text{ V}$$

#### P7

$$V_{bc} = -219.143 \approx -219 \text{ V}$$

#### P8

$$P_1 = -50.4275 \approx -50.4 \text{ mW}$$

#### P9

$$V_c = -511.5 \text{ mV}$$

#### P10

C

#### P11

$$\text{a) } i_1(t) = \begin{cases} 1\text{A} & , \quad t < 0\text{s} \\ e^{-9t}\text{A} & , \quad t \geq 0\text{s} \end{cases} \quad i_2(t) = \begin{cases} 2\text{A} & , \quad t < 0\text{s} \\ -e^{-9t}\text{A} & , \quad t > 0\text{s} \end{cases}$$

$$\text{b) } V_{Th} = V_{OC} = 12\text{V} \quad R_{Th} = 12\Omega$$

# Aula Prática P3

c)  $I_N = I_{SC} = 0A$   $R_{Th} = \frac{36}{19}\Omega$

## P12

a)  $i_s(t) = \begin{cases} -1.5\text{mA} & , \quad t \leq 25\mu\text{s} \\ 0.5 - 2e^{\frac{t-25 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{-6}}} \text{mA} & , \quad t > 25\mu\text{s} \end{cases}$   $i_2(t) = \begin{cases} 1\text{mA} & , \quad t < 25\mu\text{s} \\ -2e^{\frac{t-25 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{-6}}} \text{mA} & , \quad t > 25\mu\text{s} \end{cases}$

b)  $V_{Th} = V_{OC} = -2.25V$   $R_{Th} = 4.5k\Omega$

c)  $V_{Th} = V_{OC} = 0.5V$   $I_N = I_{SC} = -0.5\text{mA}$   $R_{Th} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}} = -1k\Omega$

d)  $I_N = I_{SC} = 1.5\text{mA}$   $R_{Th} = 1.5k\Omega$

## P13

A

## P14

B

## P15

C

## P16

10a)  $v_4(t) = \begin{cases} 0V & , \quad t \leq 0.4s \\ 4 - 4e^{\frac{t-0.4}{0.04}} V & , \quad t > 0.4s \end{cases}$

10b)  $t_f = 0.6s$

## P17

$i_3(t) = 10 \cos\left(4\pi \times 10^3 t + \frac{5\pi}{18}\right) \text{mA}$

## P18

A

# Aula Prática P3

## P19

$$8a) \quad P_3 = R_3 (I_{3ef})^2 = 1.31 \text{mW}$$

$$8b) \quad v_2(t) = 8.4 \cos\left(2.6\pi 10^3 t + 40^\circ \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{V}$$

$$8c) \quad \text{Passa-banda}$$

## P20

$$8a) \quad R_{Th} = R_B + R_D = 6 \text{k}\Omega \quad I_{SC} = I_{34} = \frac{V_{OC}}{R_{Th}} = \frac{V_{34}}{R_{Th}} = \frac{V_A + R_B I_C}{R_{Th}} = \frac{20.65}{6} = 3.442 \text{mA}$$

$$8b) \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_B} & \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_D} & -\frac{1}{R_D} \\ \frac{\beta}{R_B} & -\frac{\beta}{R_B} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_A \\ I_C \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{exemplo ilustrativo})$$

$$8c) \quad I_B = (-23.8 \text{mA}) + (24.5 \text{mA}) = 0.7 \text{mA}$$

$$8d) \quad \overline{I_{34}} = \frac{R_B}{R_B + R_D + j\omega L_{34}} \overline{I_C} \quad i_{34}(t) = 2.5 \cos\left(5 \times 10^3 t - 32^\circ \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{mA}$$

$$8e) \quad i_{34}(t) = \begin{cases} 3.5 \text{mA} & , \quad t \leq 0 \text{s} \\ 5.5 - 2e^{-\frac{t}{8 \times 10^{-5}}} \text{mA} & , \quad t > 0 \text{s} \end{cases} \quad v_{34}(t) = L_{34} \frac{di_{34}(t)}{dt} = \begin{cases} 0 \text{V} & , \quad t < 0 \text{s} \\ 5e^{-\frac{t}{8 \times 10^{-5}}} \text{V} & , \quad t > 0 \text{s} \end{cases}$$