

Cálculo Diferencial e Integral I (CDI-I)

LMAC/MEFT - 1º Semestre de 2019-2020

Nota Informativa

Esta nota é do [regente](#) desta disciplina e apresenta informações, recomendações e comentários iniciais que se espera sejam úteis. Os alunos devem conhecê-la, além de consultar com regularidade a respectiva [página](#) no sistema Fénix, que é o nosso principal canal de informação além das aulas.

Aqui ficam também votos de boas vindas ao IST para os alunos que iniciam os seus estudos nesta Escola, que passa agora a ser também sua.

1. Introdução

É difícil exagerar a importância do Cálculo Diferencial e Integral para quem deseja dominar alguma área da Ciência ou da Tecnologia modernas. Excepto em casos triviais, a formulação e aplicação dos princípios da Mecânica, da Termodinâmica, do Electromagnetismo e de outros ramos científicos que estão na sua base são, na prática, incompreensíveis para quem não conhece o Cálculo. Em larga medida, a Ciência Moderna só se tornou possível com as descobertas de Newton, Leibnitz e outros pioneiros dos séculos XVII e XVIII sobre os temas que vamos estudar, e que envolvem sobretudo as noções de *derivada* e *integral*, o seu relacionamento pelos *Teoremas Fundamentais do Cálculo*, e a noção de *série* (soma com um número infinito de termos), que é essencial, por exemplo, na obtenção de resultados numéricos. De acordo com um antigo Presidente do Departamento de Investigação e Desenvolvimento da EXXON (uma das maiores empresas tecnológicas do Mundo),

“The high technology so celebrated today is essentially mathematical technology.”

Sendo certo que os assuntos leccionados neste Instituto supõem, em geral, que os alunos conhecem e dominam o Cálculo Diferencial e Integral, esta disciplina é especialmente relevante, porque é a primeira duma série de três cadeiras centrais no IST (CDI-I, CDI-II e ACED) ligadas por *precedências*, ou seja, a inscrição em CDI-II (resp., ACED) é impossível sem aprovação em CDI-I (resp., CDI-II), com todos os inconvenientes que daí decorrem para o normal progresso escolar.

É no entanto comum que os alunos desta disciplina, apesar de em geral trazerem excelentes classificações do Ensino Secundário⁽¹⁾, sintam algumas

¹As médias de entrada no IST para LMAC e MEFT são das mais elevadas do País.

dificuldades na sua aprendizagem. Estas dificuldades devem ser sempre consideradas um desafio ultrapassável, nunca um motivo de desencorajamento. O objectivo último da aprendizagem no IST que agora iniciam é o domínio de temas tecnicamente sofisticados. Esse domínio requer naturalmente níveis de estudo, esforço e empenhamento pessoal mais elevados do que os característicos do Ensino Secundário. Por óbvio que possa parecer, recomendo vivamente que ESTUDEM COM MUITA REGULARIDADE, identifiquem assuntos que não entenderam bem, questionem colegas e docentes, frequentem sessões de dúvidas, exponham o vosso pensamento com clareza, etc. *A ausência de dúvidas demonstra apenas ignorância e falta de estudo!* O PLANEAMENTO do vosso trabalho, dividindo o tempo disponível pelas várias disciplinas que frequentam, é fundamental. Reforçar estes hábitos será um passo significativo para uma vida compensadora e produtiva, independentemente dos vossos percursos futuros, e das notas que vierem a ter no IST.

Enquanto regente desta disciplina, cabe-me garantir um nível de exigência apropriado, o que faço na convicção de que qualquer aluno(a) que entra no IST pode atingir esse nível, *desde que trabalhe o suficiente para isso*. Em primeira aproximação, o tempo de estudo individual é da ordem do tempo de aulas, e é normal que seja bastante superior a este no caso de alunos menos bem preparados!

2. Programa

O programa da disciplina é resumidamente o seguinte, onde as referências a capítulos dizem respeito às Folhas indicadas em Textos de Apoio.

- Números reais: propriedades algébricas elementares e desigualdades. Os números naturais e o método de indução. Racionais e irracionais, propriedade do supremo. (Capítulo 1)
- Funções reais de variável real: limites, continuidade e derivadas; indeterminações e a Regra de Cauchy; aproximação de funções por polinómios: a fórmula de Taylor. (Capítulos 2 e 3)
- Integrais de funções reais de variável real: definição de Riemann; funções integráveis; teoremas fundamentais do cálculo; primitivação de funções, primitivação por partes e por substituição. (Capítulo 4)
- Sucessões e séries numéricas: convergência; critérios de comparação; séries absolutamente convergentes; séries de potências. (Capítulo 5)

3. Textos de Apoio

Os alunos devem conhecer e UTILIZAR, desde já, os seguintes instrumentos que são regularmente actualizados e disponibilizados na página da disciplina:

- Folhas: são do Prof. Miguel Tribolet de Abreu, do IST, do Prof. Rui Loja Fernandes, da Universidade do Illinois em Urbana-Champaign (E.U.A.) e minhas, e são uma boa indicação do que fazemos nas aulas teóricas. Devem ser lidas e estudadas antes e depois das aulas teóricas. Estes apontamentos são regularmente actualizados, pelo que podem ser publicadas novas versões ao longo do semestre.
- Fichas de exercícios: são listas de exercícios, para estudo individual, utilização nas aulas e suporte aos “mini-testes” que decorrerão durante o semestre, descritos mais abaixo. Apenas alguns destes exercícios serão resolvidos nas aulas. Estas fichas, tal como as “Folhas”, são antes do mais instrumentos de trabalho individual! As fichas devem-se sobretudo ao Prof. Miguel Abreu.
- Outros materiais de estudo: Estão disponíveis alguns enunciados e resoluções de exames finais de semestres anteriores (um “exame final” de semestres anteriores corresponde à combinação “1º Teste + 2º Teste” deste semestre). Poderão ser disponibilizados outros elementos que se revelem úteis no decorrer do semestre.

4. Bibliografia

As referências (1) e (2) estão disponíveis na página da cadeira em [Outras informações](#)

(1) M. Abreu, R. L. Fernandes, M. Ricou, *Folhas*, DMIST, 2019.

(2) M. Abreu, M. Ricou, *Fichas de Exercícios*, DMIST, 2019.

Outras referências bibliográficas

- (3) M. Spivak, *Calculus, 3rd Ed.*, Cambridge University Press, 2006.
- (4) J. Campos Ferreira, *Introdução à Análise Matemática*, Gulbenkian, 1995.
- (5) T. M. Apostol, *Cálculo*, Volumes I e II, Reverté, 1994.
- (6) *Exercícios de Análise Matemática I e II* - DM, IST Press, 2003.
- (7) J. P. Santos, *Cálculo Numa Variável Real*, IST Press, 2013.
- (8) W. Trench, *Introduction to Real Analysis*, Trinity University, free edition, 2009.
- (9) J. Campos Ferreira, *Lógica Matemática e Teoria dos Conjuntos*, DMIST, 2001.

A nossa exposição é baseada em (1), e é também próxima de (7). A referência (6) é um trabalho colectivo de docentes do DMIST, e inclui exercícios resolvidos e por resolver recolhidos literalmente durante décadas no IST. As referências (4) e (5) são clássicos, sendo que o livro do Professor Campos Ferreira é um marco no ensino da Matemática no IST, e uma excelente referência para complementar (1) e as aulas. Existem múltiplos outros recursos que podem usar, por exemplo, na [Biblioteca de Matemática](#) do DMIST, de que (9) é um exemplo, e na quase infinidade de outros sítios a explorar na *internet*, desde páginas de grandes escolas como o [MIT](#) até à já clássica [Kahn Academy](#).

5. Avaliação de Conhecimentos

A avaliação de conhecimentos da disciplina consiste essencialmente em **dois testes obrigatórios**, cada um com **90 minutos** de duração. A nota final (**NF**) é a média aritmética (**MT**) das notas obtidas em cada um destes testes, salvo as excepções referidas abaixo, sobre

- avaliação contínua OPCIONAL e
- orais para defesa de notas superiores a 17.

Na **época de recurso**, os alunos podem **fazer ou repetir** qualquer um dos testes ou ambos. Caso o aluno já tenha obtido outras classificações na época normal, a classificação na época de recurso contará apenas se for superior a essas. As datas das provas são apresentadas no Fénix, em [avaliação](#), e em princípio serão as seguintes:

1º Teste	2º Teste	Recurso
09-NOV-19	06-JAN-20	28-JAN-20

A avaliação contínua OPCIONAL consiste em **3 mini-testes**, formados por exercícios análogos aos que *constam das fichas* de exercícios distribuídas (referência bibliográfica (2)). Cada mini-teste dura **40 minutos**, e realiza-se na parte final das aulas práticas das semanas abaixo indicadas

mini-teste	1º	2º	3º
Semana de	21/10 a 25/10	25/11 a 29/11	16/12 a 20/12

Cada mini-teste é classificado como A (= 3 valores), B (2 val), C (1 val) ou D (0 val)⁽²⁾. A nota dos mini-testes (**nmt**) é a soma destes resultados, ou seja, é um número de 0 a 9. A nota dos mini-testes serve apenas para **bonificar** a nota final de acordo com o quadro seguinte, que se aplica tanto na época normal como na época de recurso:

MT	8	9	10	11	12	13	14	15
nmt	≥ 4	≥ 4	≥ 4	≥ 5	≥ 6	≥ 7	≥ 8	$= 9$
NF	10	10	11	12	13	14	15	16

Os alunos com **MT** > 17 poderão, se o desejarem, apresentar-se a **oral de defesa de nota**. Caso o não façam, terão **NF** = 17.

6. Regras e Organização

Esta disciplina tem um número muito significativo de alunos, e por isso requer algumas precauções e regras elementares, indicadas a seguir.

1. Mini-testes: Os alunos só podem realizar mini-testes NAS TURMAS EM QUE ESTÃO INSCRITOS.
2. Inscrições para provas: A inscrição prévia no Fénix é OBRIGATÓRIA para todas as provas, excepto os mini-testes.
3. Identificação pessoal: Sempre que realizam alguma prova, os alunos devem ter consigo identificação pessoal válida (por exemplo, cartão de cidadão ou cartão de aluno do IST).
4. Sessões de esclarecimento de dúvidas: Em horário e salas a afixar na página da disciplina em [horário de dúvidas](#).

²A ausência a um mini-teste é equivalente a “D”, i.e., 0 valores, nesse mini-teste.

5. Telemóveis, computadores e calculadoras: Não são necessários, e não podem estar ligados durante as nossas aulas e provas (no caso de provas, sob pena de anulação imediata da prova do aluno envolvido).
6. Fraudes ou tentativas de fraudes: levarão sempre à anulação das provas de todos os envolvidos, sem prejuízo de outras medidas disciplinares.
7. Normal funcionamento das aulas: Queiram por favor manter a ordem e o silêncio na sala de aula, que é local de trabalho de todos nós, e sejam pontuais.
8. Registo de presenças nas aulas: Não existe. A vossa comparência às aulas é estritamente VOLUNTÁRIA, e nunca será usada como base para atribuição de classificações. Claro que a vossa participação é bem vinda e desejável, assim como as questões que queiram colocar, e que procuraremos sempre responder, dentro das naturais limitações de tempo, oportunidade e capacidade.
9. Início de actividades: As aulas teóricas e práticas iniciam-se a **16 de Setembro**, nos termos do [calendário escolar do IST para 2019-2020](#).
10. Excepções: Quaisquer excepções aos princípios expostos nesta nota que venham a ser legitimamente necessários (por exemplo, alunos com estatuto de atleta de alta competição, etc.) terão que ser acordadas com o regente da disciplina. Os pedidos deverão ser sempre convenientemente documentados. Os alunos com necessidades educativas especiais por razões de saúde, por exemplo dificuldades de visão ou audição, devem contactar o Núcleo de Apoio ao Estudante ([NAPE](#)) o mais rapidamente possível para formalizar o seu estatuto.

Para terminar, e porque penso que efectivamente não devemos ter apenas preocupações utilitárias com os temas que estudamos, sobretudo no início do nosso percurso universitário, incluo aqui uma outra citação, desta vez de um matemático alemão do século XIX, cujo nome ([Jacobi](#)) ouvirão pelo menos quando estudarem o *determinante Jacobiano* referido, por exemplo, na fórmula de mudança de variáveis em integrais múltiplos e no clássico *Teorema da Função Inversa*. Jacobi critica um outro matemático ([Fourier](#)), cujo nome ouvirão muitas vezes no decurso dos vossos estudos, em expressões como “série de Fourier”, “transformada de Fourier”, ou mais geralmente “análise de Fourier”⁽³⁾. Disse Jacobi:

³A análise de Fourier é uma potente ferramenta matemática que permite *decompor* funções “arbitrárias” em somas de funções trigonométricas. Foi criada para resolver al-

“É verdade que o Sr. Fourier pensava que o objectivo principal da Matemática era a utilidade pública e a explicação dos fenómenos naturais; mas um filósofo como ele devia saber que o objectivo único da ciência é a glória do espírito humano, e que a este título um problema da teoria dos números vale tanto como uma questão sobre o Universo.”

Em última análise, julgo que Jacobi e Fourier têm ambos parcialmente razão. Seria quase certamente fatal para a Matemática que passasse a ser desenvolvida apenas com preocupações utilitárias, ou apenas pelo prazer da exploração ociosa de um reino imaginário e imaginado. Mas não duvido que o Cálculo é, antes do mais, uma magnífica construção intelectual da qual a Humanidade se deve justamente orgulhar, e cujo estudo e compreensão pode ser uma inesgotável fonte de prazer, estímulo e satisfação, para além de ser uma área do conhecimento de inegável relevância na produção de efectiva riqueza no mundo moderno. Gostaria de contribuir para que mais alguns dos alunos desta disciplina venham a concordar com esta minha convicção.

Numa perspectiva mais ligeira e algo lúdica, deixo aqui hiperligações para pequenos videos que, a meu ver, ilustram de forma muito sugestiva o poder da combinação Matemática + Tecnologia + Imaginação. Dos imperdíveis “*TED talks*”, [Voo de quadrorotor](#) e [O robot que voa como um pássaro](#) e da *BBC News*, [Resolver o cubo de Rubik em 637 ms](#).

Bom trabalho,

Manuel Ricou

Professor responsável
Cálculo Diferencial e Integral I
1º Semestre de 2019-2020
Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

gumas das principais equações da Física Clássica, mas hoje, com recurso aos modernos computadores, tem aplicações muito para lá dos seus objectivos iniciais. Por exemplo, está na base de alguns dos milagres da Imagiologia moderna na Medicina, como as [Tomografias](#), mas é igualmente essencial em aplicações tão distantes desta como a *prospecção geofísica*, que é também um problema de “imagiologia” (do subsolo em vez do interior do corpo humano).