

Motor de ar quente que
realiza um ciclo de Stirling

IST 2021

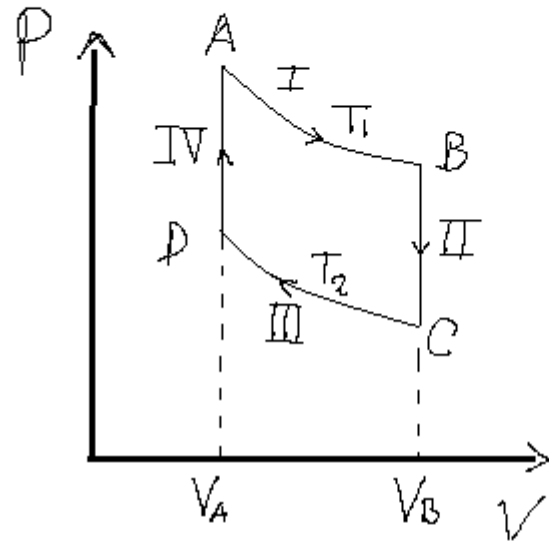
Sumário

- Ciclo de Stirling, máquina térmica, bomba de calor
- Trocas de calor e trabalho, rendimento e eficiência
- Motor de ar quente tipo beta

Ciclo de Stirling (1816 Robert Stirling)

Máquina Térmica

Fluido que realiza o ciclo \rightarrow gás ideal



- Transformações
- I \rightarrow Expansão isotérmica ($T = T_1$ constante)
 - II \rightarrow Arrefecimento isocórico ($V = V_B$ constante)
 - III \rightarrow Compressão isotérmica ($T = T_2$ constante)
 - IV \rightarrow Aquecimento isocórico ($V = V_A$ constante)

$$\text{I} \rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow du = 0 \Rightarrow dQ + dW = 0 \Rightarrow dQ - p dV = 0 \Rightarrow dQ = p dV \Rightarrow$$

$$Q_I = -W_I = \int_{V_A}^{V_B} p dV = \int_{V_A}^{V_B} nRT_1 \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$$\text{II} \rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow du = dQ \Rightarrow Q_{II} = \int_{T_1}^{T_2} du = nC_v(T_2 - T_1) = \Delta U_{II}, W_{II} = 0$$

$$\text{III} \rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow du = 0 \Rightarrow dQ = p dV \Rightarrow Q_{III} = -W_{III} = \int_{V_B}^{V_A} nRT_2 \frac{dV}{V} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)$$

$$\text{IV} \rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow du = dQ \Rightarrow Q_{IV} = nC_v(T_1 - T_2) = -Q_{II}, W_{IV} = 0$$

Trabalho realizado pelo gás no ciclo:

$$W_{\text{ciclo}} = -(W_I + W_{II} + W_{III} + W_{IV}) = -(W_I + W_{III}) = mRT_1 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + mRT_2 \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right) = mR(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

Calor recebido da fonte quente: $Q_{\text{Fq}} = Q_I + \alpha Q_{IV} = mRT_1 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + \alpha mC_V(T_1 - T_2)$

$\alpha \rightarrow$ fator de idealidade do regenerador

$\alpha = 1$ (não há regenerador)

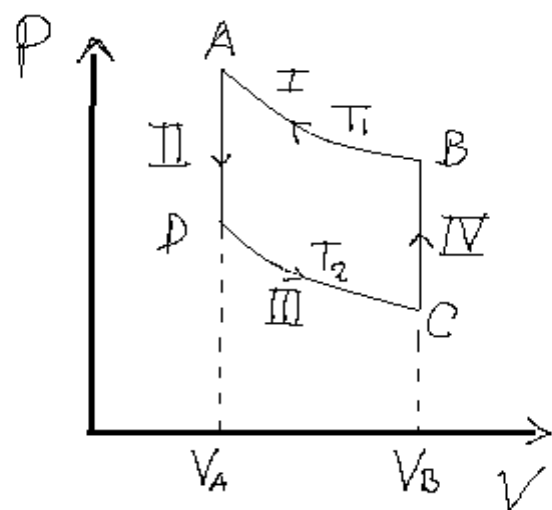
$\alpha = 0$ (regenerador perfeito)

Rendimento da máquina térmica: $\eta \equiv \frac{W_{\text{ciclo}}}{Q_{\text{Fq}}}$

$$\eta = \frac{mR(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}{mRT_1 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + \alpha mC_V(T_1 - T_2)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\alpha C_V}{R \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)}, \quad \eta \Big|_{\alpha=0} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \eta_{\text{Carnot}}$$

Ciclo de Stirling Bomba de calor

Fluido que realiza o ciclo \rightarrow gás ideal



Transformações
I \rightarrow Compressão isotérmica ($T=T_1$ constante)
" II \rightarrow Arrefecimento isocórico ($V=V_B$ constante)
" III \rightarrow Expansão isotérmica ($T=T_2$ constante)
" IV \rightarrow Aquecimento isocórico ($V=V_A$ constante)

$$\text{I} \rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow du = 0 \Rightarrow dQ + dW = 0 \Rightarrow dQ - p dV = 0 \Rightarrow dQ = p dV \Rightarrow$$
$$Q_I = -W_I = \int_{V_B}^{V_A} p dV = \int_{V_B}^{V_A} nRT_1 \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right), \quad Q_I < 0$$

$$\text{II} \rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow du = dQ \Rightarrow Q_{II} = \int_{T_1}^{T_2} du = nC_V(T_2 - T_1) = \Delta U_{II} < 0, \quad W_{II} = 0$$

$$\text{III} \rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow du = 0 \Rightarrow dQ = p dV \Rightarrow Q_{III} = -W_{III} = \int_{V_A}^{V_B} nRT_2 \frac{dV}{V} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) > 0$$

$$\text{IV} \rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow du = dQ \Rightarrow Q_{IV} = nC_V(T_1 - T_2) = -Q_{II} > 0, \quad W_{IV} = 0$$

Trabalho realizado sobre o gás
no ciclo pelas forças exteriores:

$$W_{\text{ciclo}} = W_I + W_{II} + W_{III} + W_{IV} = W_I + W_{III} = -MRT_1 \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right) - MRT_2 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = MR(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

Calor cedido à
fonte quente: $Q_{FQ} = -(Q_I + \alpha Q_{IV}) = -MRT_1 \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right) - \alpha MC_V(T_1 - T_2)$

$\alpha \rightarrow$ fator de idealidade do
regenerador

$\alpha = 1$ (não há regenerador)

$\alpha = 0$ (regenerador perfeito)

Eficiência da bomba de calor: $\rightarrow \eta = \frac{Q_{FQ}}{W_{\text{ciclo}}}$

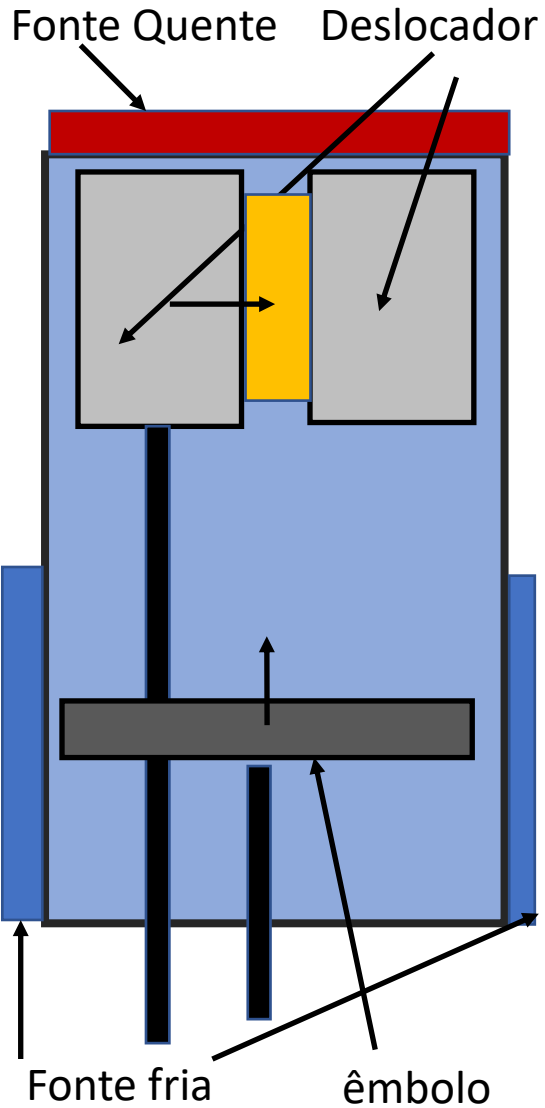
$$\eta = \frac{MRT_1 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) - \alpha MC_V(T_1 - T_2)}{MR(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} - \alpha \frac{C_V}{R \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}$$

$$\eta \Big|_{\alpha=0} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \eta_{\text{Carnot}}$$

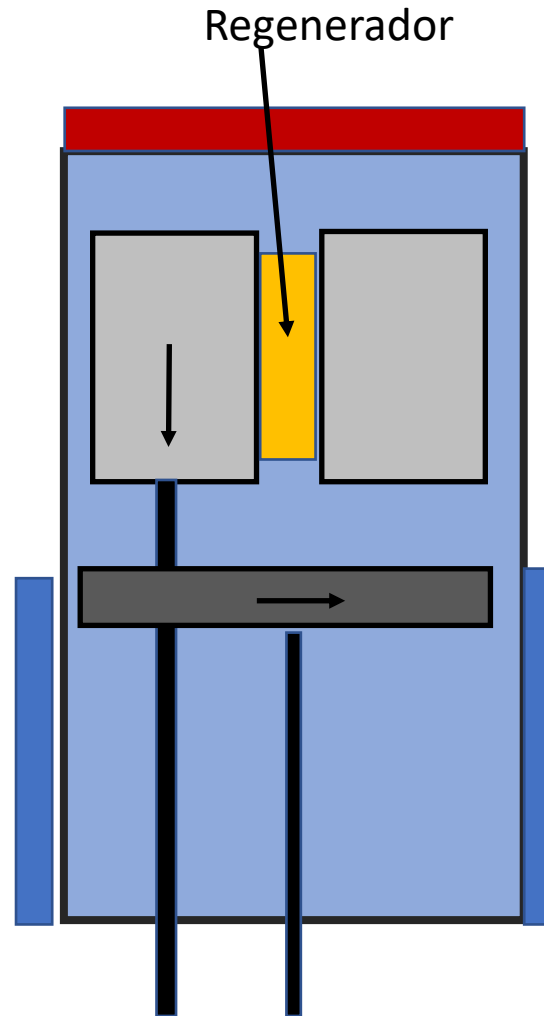
Motor de Stirling tipo β (com deslocador)

Máquina Térmica

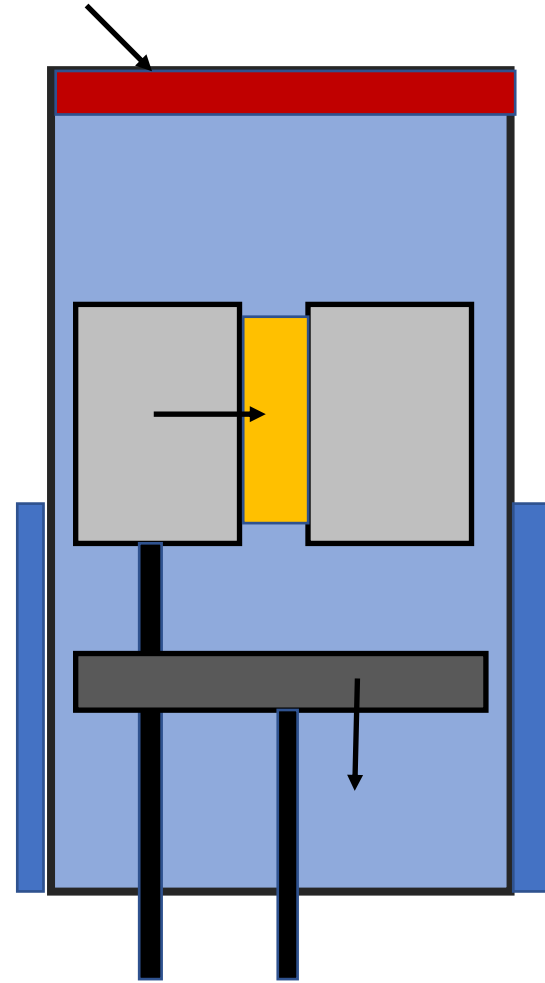
III Compressão



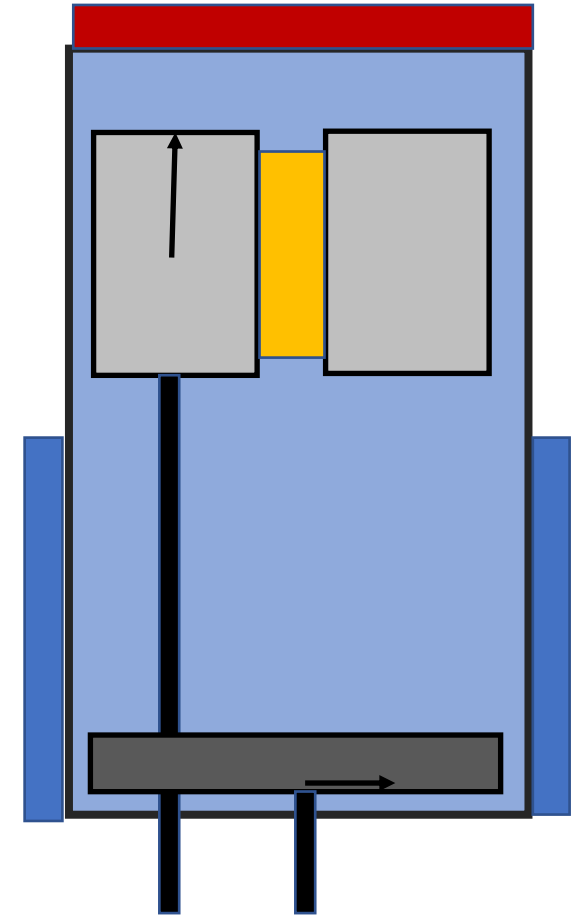
IV Aquecimento



I Expansão



II Arrefecimento



FIM