

ELETROMAGNETISMO

MEFT

Pré- Conjunto de problemas

(prática em Matemática)

1) *Lei de Coulomb*

A força elétrica que uma carga de prova q sente, quando se coloca no vácuo sob influência de outra carga Q à distância r , é dada por

$$\vec{F} = k_e \frac{qQ}{r^2} \vec{e}_r$$

em que \vec{e}_r é o versor da direção de Q para q , a constante elétrica é $k_e = 9 \times 10^9 \text{ NC}^{-2}\text{m}^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ e a constante dielétrica no vácuo tem o valor $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$.

- Para uma carga $Q = 10 \text{ C}$ colocada no ponto do espaço $\vec{r} = 5\vec{e}_x$, determine a força sentida por uma carga de prova $q = +3 \text{ C}$ em função das suas coordenadas (x, y, z) .
- Para o sistema de 3 cargas iguais a Q colocadas nos vértices de um triângulo equilátero,
 - mostre qualitativamente (para q positivo) que o centro geométrico é um ponto de equilíbrio instável;
 - calcule a força sentida por uma carga de prova q no eixo perpendicular [eixo z] ao plano do triângulo passando no seu centro geométrico; faça uma figura da intensidade do campo em função da coordenada z [Wolfram Alpha].
 - faça uma figura [Wolfram Alpha] da intensidade (e sentido) da força elétrica sentida por uma carga de prova q ao longo de um eixo passando por uma das cargas e pelo centro geométrico do triângulo.

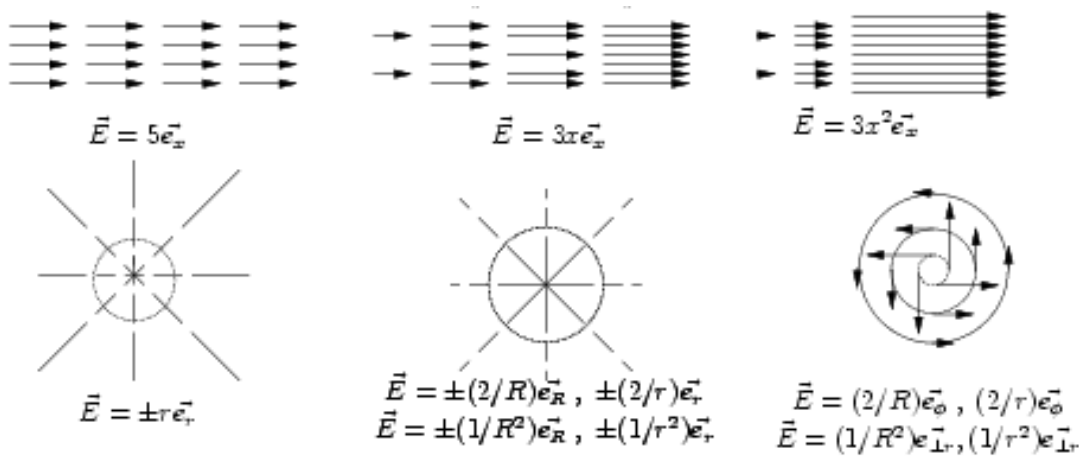
2) *Operadores Gradiente, Divergência, Rotacional*

- Dada a função $f(x, y, z) = 6x + 4y^2z + 3yz^3$, calcule o gradiente de f (**grad** f ou $\vec{\nabla}f$) no ponto $\vec{r} = 3\vec{e}_x + 6\vec{e}_z$.
- Dado o vetor $\vec{E} = 4x\vec{e}_x + 4y\vec{e}_y + 4z\vec{e}_z$ calcule a sua divergência e o seu rotacional no ponto $\vec{r} = 3\vec{e}_x + 6\vec{e}_z$.
- Dado o vetor $\vec{G} = x^2y\vec{e}_x + z^3\vec{e}_y + xy\vec{e}_z$ calcule a sua divergência e o seu rotacional no ponto $\vec{r} = 3\vec{e}_x + 6\vec{e}_z$.

3) *Interpretação gráfica da Divergência e do Rotacional*

Dos campos vetoriais representados pelas linhas de força nas seguintes figuras, analise qualitativamente e determine se as respectivas divergências são nulas, positivas ou negativas, e se os rotacionais são ou não nulos em todos os pontos do espaço.

Nas figuras, as dependências com R representam simetrias cilíndricas, e as dependências com r representam simetrias esféricas.



4) Força Elétrica

Se uma em cada milhão de moléculas de água no corpo humano perdesse um eletrão (permanentemente, não para o meio), ficando as pessoas com um ligeiro excesso de carga positiva, calcule a força de repulsão entre duas pessoas a um metro de distância (massa das pessoas aproximadamente igual a 75 Kg e contendo 70% de água).

Calcule a força gravítica e a força elétrica que atrai o eletrão ao protão no átomo de hidrogénio sabendo que o raio da órbita é aproximadamente igual a $5,292 \times 10^{-11} \text{ m}$ (0,05292 nm), $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$, $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ Kg}$, $G_N = 6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, $k_e = 9 \times 10^9 \text{ NC}^{-2} \text{ m}^2$, e que carga do eletrão e do protão são simétricas e de módulo $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Calcule a força gravítica de atração e a força elétrica de repulsão entre dois protões no núcleo de hélio, sabendo que a distância média entre eles é de aproximadamente $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$, e usando os dados do problema anterior (mas existe o núcleo de Hélio, certo?!).