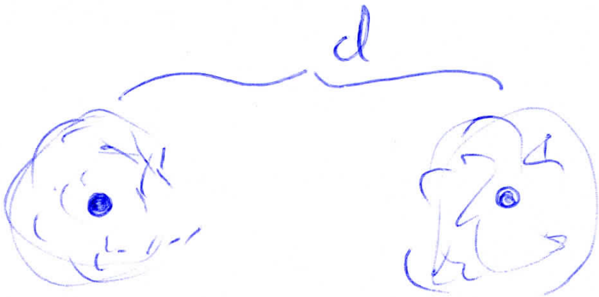
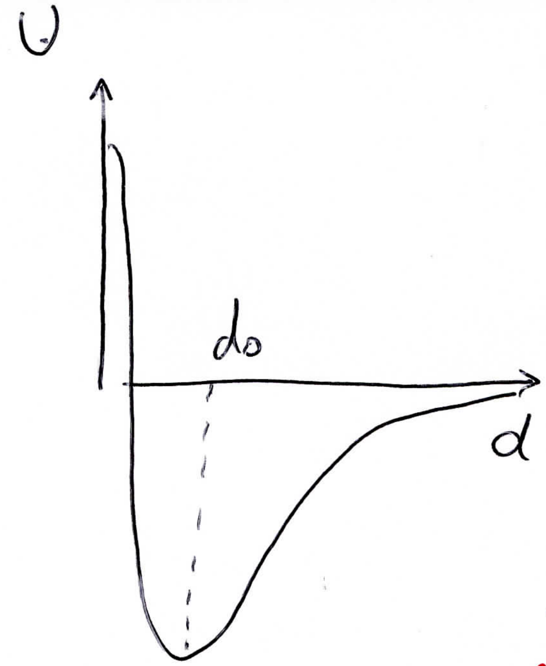
A complexidade dos fenómenos que nos rodeiam é avassaladora. Talvez uma das mais básicas questões seja "porque existimos"? Existe um variedade de instabilidades, desde a de Jeans à de Rayleigh-Plateau, Taylor, etc.
Como é que é possível que existam estados estáveis? Ou serão meta-estáveis?
Para se perceber a complexidade do problema tomemos um átomo de Hidrogénio, num estado esfericamente simétrico, fundamental.



Aproximemos outro átomo. Em princípio, nada acontece... mas uma pequena flutuação na densidade de um deles cria um dipolo temporário que, agora sim, atrai o vizinho!

Pergunta: Qual a dependência da força em d?

Portanto átomos neutros atraem-se, e aproximam-se um do outro (estas são forças de Van der Waals ou London ou...).
Se este fosse o fim da história, não existiriam moléculas, porque os dois átomos simplesmente formariam Hélio. Mas o princípio de Pauli, o princípio da exclusão, cria uma força repulsiva quando as nuvens electrónicas se repelem



A energia de ligação é então algo como o que está na figura... existem pontos de estabilidade! Faça-se matéria!

Freeman Dyson (1923–2020)
Electrodinâmica quântica, astronomia, física nuclear, estado sólido.
Provou que a mecânica quântica era necessária para a estabilidade das moléculas. Introduziu o conceito de "esfera de Dyson", estrutura que ETs poderiam usar como fonte de energia

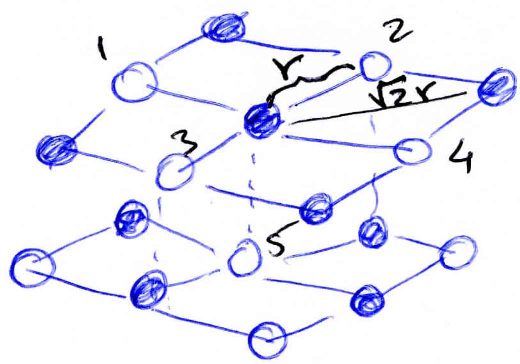
Agora que vimos como é que a matéria se forma, é importante realçar que as combinações são imensas.

1. Materiais iónicos, como o sal NaCl em que um electrão é "transferido" do sódio para o cloro. Assim, estes dois iões atraem-se, enquanto são repelidos por vizinhos do mesmo sinal.

2. Metais, como o ferro ou cobre, em que 1 ou mais electrões soltos vão para um "armazém" comum, onde actuam como ligadores entre os núcleos carregados

3. Materiais covalentes como o diamante ou o polietileno, em que as orbitais atómicas se sobrepõem para formar uma região de grande carga electrónica que atrai ambos os núcleos. Esta ligação é direccional, em que os parceiros nucleares são atraídos para a região negativa mas não para nenhum vizinho.

Olhemos para um cristal de sal



$$U_{att} = -K\frac{q^2}{r}\left[6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{4}} + \frac{24}{\sqrt{5}} - \cdots\right]$$

$$= -A\frac{Kq^2}{r} \quad , \quad A = 1.747558 \text{ constante de Madelung}$$

A constante A depende do arranjo do cristal ($A = 1.763$ para CsCl e 1.638 para ZnS)

A pequenas distâncias, a força atractiva é ~~balançada~~ equilibrada por forças repulsivas que provém do princípio de exclusão,

$$U_{rep} = \frac{B}{r^n} \quad \text{logo}$$

$$U = -A\frac{Kq^2}{r} + \frac{B}{r^n}$$

O equilíbrio dá-se em $\frac{dU}{dr} = 0 \Rightarrow r_0 = \left[\frac{nB}{AKq^2}\right]^{\frac{1}{n-1}}$

Portanto a força $f = \frac{dU}{dr}$ é nula em $r = r_0$

Na prática, n e B são medidos experimentalmente. Usamos difracção para medir r_0. Para calcular o declive de $U(r)$, aplicamos uma força F a uma amostra de área S. A distância vai variar de δr_0 para re-entrar em equilíbrio,

$$F = \delta f \, N_{iões} = \delta f \frac{S}{r_0^2} \Rightarrow \frac{F}{A} = \frac{\delta f}{r_0^2}$$

$$\text{Mas } \delta f = \frac{d}{dr}(f)\,\delta r_0 = r_0 f' \times \left(\frac{\delta r_0}{r_0}\right)$$

logo,

$$\sigma \equiv \frac{F}{A} = \frac{f'(r_0)}{r_0} \cdot \frac{\delta r_0}{r_0}, \text{ com } \frac{f'}{r_0} = \frac{AKq^2}{r_0^4}(n-1)$$

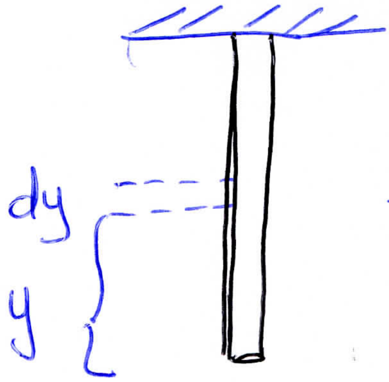
$$\Leftrightarrow \sigma = E \frac{\delta r_0}{r_0}$$

Lei de Hooke

módulo Young

Young foi um dos gigantes da ciência. Licenciou-se em medicina, mas foi pioneiro em Física, Mecânica, Linguística e Música. É mais conhecido pela experiência das duas fendas. Fez experiências de capilaridade, analisou 400 línguas e ele próprio falava 14. Foi um dos primeiros a estudar os hieróglifos egípcios, e contribui para decifrar a pedra Roseta. Sobre si mesmo, antes de morrer: "Pode-se dizer que nasceu velho e morreu novo"

Exemplo: A lei de Hooke diz-nos que corpos pendurados se esticam. Tomemos um cabo pendurado, com área transversal S, e comprimento L e densidade ρ.



Para usar a lei de Hooke temos que tomar em linha de conta que porções superiores do cabo tem que aguentar com maior peso do cabo em baixo

Calculemos a expansão $d\delta$ de uma fatia dy à altura y,

$$P = E\frac{d\delta}{dy} \Rightarrow d\delta = \frac{P}{E}dy = g\rho\frac{Ay}{AE}dy = g\frac{\rho}{E}y\,dy$$

$$\delta = \int_0^L d\delta = g\frac{\rho L^2}{2E} \quad \left[= g\frac{\rho A L}{2AE}\cdot L = \frac{Peso}{2AE}\cdot L \right.$$

Portanto equivalente à extensão quando metade do peso é aplicada horizontalmente

Para o aço, $E = 210\ GPa = 210\times10^9\ N/m^2$

Para um cabo de 10m

$$\delta = \left(7.85\times10^3\right)\times\frac{9.8\cdot10^2}{2\cdot 210\times10^9} \sim \cancel{10}\ 2\times10^{-5}\ m$$

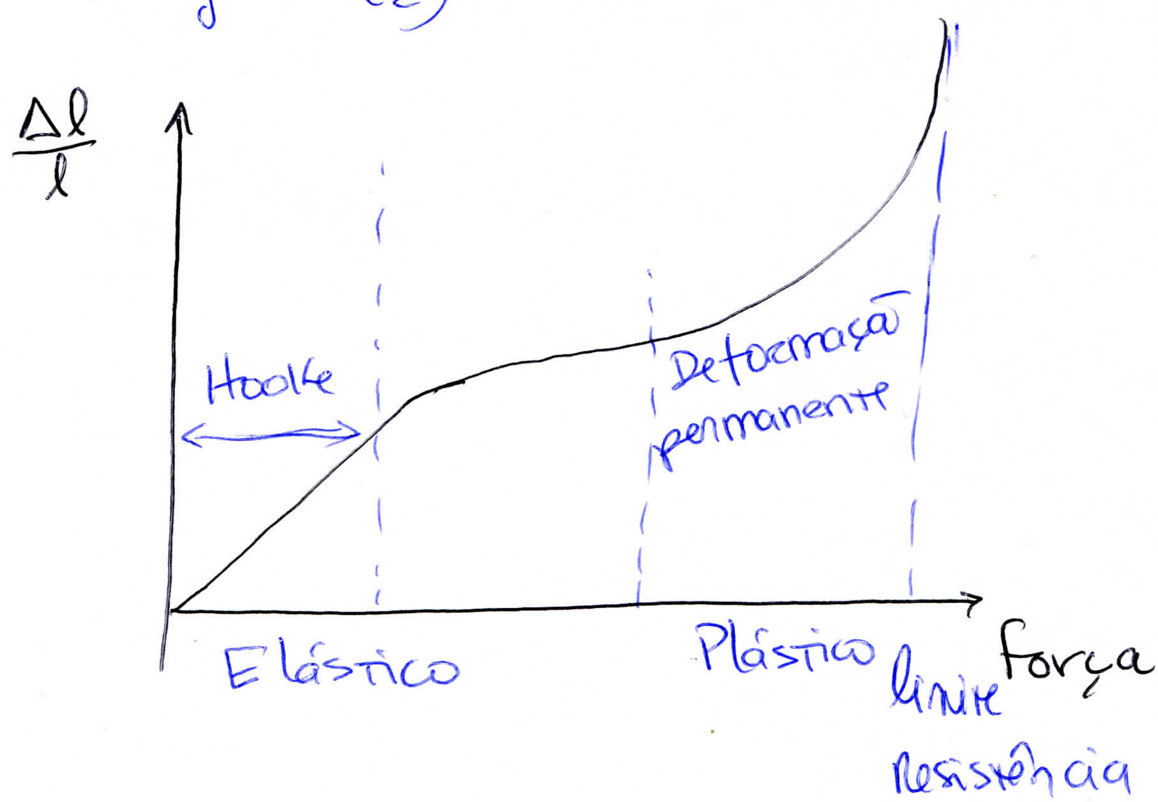
Todo o formalismo que vamos usar vai assumir linearidade. Contudo, a lei de Hooke nem sempre é válida. Por exemplo, nós vimos que o deslocamento de uma peça é proporcional à pressão, porque expandimos em série de Taylor. Mas todos os materiais têm um limite crítico, chamado de limite de resistência à tracção

$$\sigma_f = \frac{F_f}{A}$$

Para o aço $\sigma_f \sim 1200 \times 10^6$ Pa

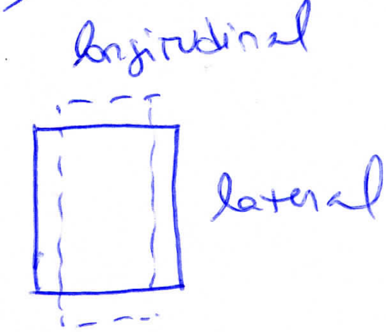
Exemplo: Precisamos de pendurar uma massa de 5 toneladas num cabo de aço com secção circular de diâmetro d. Qual o d mínimo?

R: $5 \times 10^3 g = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot 1200 \times 10^6 \Rightarrow d \sim 7$ mm



O efeito de Poisson

Uma tensão aplicada num material leva, como vimos, a uma deformação na direcção da força aplicada. Contudo, a direcção transversal também é deformada. Esta contracção lateral é chamada de efeito de Poisson, e o rácio é uma propriedade do material



$$\nu = - \frac{\left.\delta l / l\right|_{lateral}}{\left.\delta l / l\right|_{longitudinal}}$$

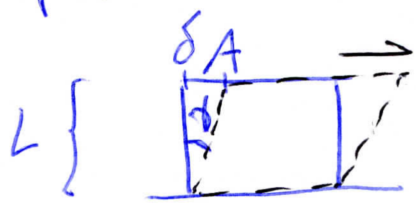
Um material sujeito a uma tensão σ_x na direcção x vai sofrer um deslocamento na direcção x de $\frac{\delta x}{x} = \frac{\sigma_x}{E}$. Um stress ~~em~~ σ_y na direcção y vai induzir uma variação também em x: $\frac{\delta x}{x} = -\nu \frac{\delta y}{y}$

$$= -\frac{\nu \sigma_y}{E} \Rightarrow \frac{\delta x}{x} = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu \sigma_y)$$

Material	Poisson rácio ν
Cerâmica	0.2
metal	0.3
Plástico	0.4
Borracha	0.5

Tensão de corte, cisalhamento ou tangencial
["shear stress"]

Até agora, olhamos para forças normais à superfície em que actuam. Mas em geral, podemos também ter cisalhamento:



Neste caso, a força ou tensão é aplicada paralelamente à superfície. Podemos também definir o stress como

$$\tau_s \text{ ou } \tau = \frac{F}{A}$$

Experimentalmente $$\tau_s = G\frac{\delta}{L} = G\gamma$$

G é o coeficiente de cisalhamento.

Isto mostra a complexidade de deformações a que um corpo pode estar sujeito. Analisemos então o caso geral.