

Duração: 90 minutos

**1º teste**

**Justifique convenientemente todas as respostas!**

**Grupo I**

10 valores

1. Determinado tipo de mensagens são transmitidas com igual probabilidade por uma de três máquinas,  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ . Na transmissão de uma mensagem pela máquina  $M_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , ocorre erro de codificação–descodificação com probabilidade 0.2, 0.4 e 0.1, respetivamente. Escolhida ao acaso uma dessas mensagens:

- (a) Determine a probabilidade de não ocorrer erro de codificação–descodificação na sua transmissão. (2.0)

**Solução:** 23/30

- (b) Sabendo que não ocorreu erro de codificação–descodificação na sua transmissão, calcule a probabilidade de a mensagem ter sido transmitida por uma das duas máquinas com maior qualidade de codificação–descodificação. (1.5)

**Solução:** 17/23

2. Sabe-se que 4% das peças produzidas numa fábrica são defeituosas.

- (a) Seleccionadas ao acaso 20 peças da produção da fábrica, calcule a probabilidade de o número de peças defeituosas seleccionadas não ultrapassar 2 peças. (2.0)

**Solução:** 0.9561

- (b) Qual é a probabilidade de ser necessário seleccionar (ao acaso) pelo menos 10 peças até encontrar uma peça defeituosa? (2.0)

**Solução:** 0.6925

- (c) Dois compradores, A e B, apresentam propostas para adquirir um lote de 1000 peças da fábrica. (2.5)
- O comprador A oferece 38 euros por peça sem efetuar qualquer inspeção prévia de peças do lote.
  - O comprador B examina (com reposição) 20 peças, pagando: 50 euros por peça caso o número de peças defeituosas encontradas não ultrapasse 2 peças; 30 euros por peça caso contrário.

Qual é a melhor proposta para a fábrica em termos de valor esperado do preço de venda do lote?

**Solução:**  $E[B] = 49122 > 38000 = E[A]$

**Grupo II**

10 valores

1. A quantidade de água (em milhares de litros, Kl) vendida diariamente nos restaurantes de um centro comercial é uma variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx, & 0 \leq x < 4 \\ k(12 - 2x), & 4 \leq x < 6 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Justifique que o valor de  $k$  é igual a  $\frac{1}{12}$ . (1.0)

- (b) Sabendo que num dado dia foram vendidos entre 3 e 5 milhares de litros de água nos restaurantes do centro comercial, calcule a probabilidade de terem sido vendidos mais de 4 milhares de litros de água nesse dia. (1.5)

**Solução:** 6/13

- (c) Sabendo que  $E(X) = \frac{10}{3}$  Kl e  $E(X^2) = \frac{38}{3}$  Kl<sup>2</sup>, determine a probabilidade aproximada de a quantidade total de água vendida mensalmente (30 dias) pelos restaurantes desse centro comercial ser superior a 100 Kl. (2.5)

**Solução:** 1/2

2. Admita que a função de probabilidade conjunta de um par aleatório discreto  $(X, Y)$  é a seguinte:

$X \backslash Y$	0	1
0	0.1	0.2
1	0.3	0.2
2	0.1	0.1

- (a) Determine os valores mais provável e mediano de  $X$ .

(1.5)

**Solução:**  $\text{Moda}(X) = \text{Mediana}(X) = 1$

- (b) Calcule  $E[Y^2|X = 1]$ .

(1.5)

**Solução:** 0.4

- (c) Calcule o coeficiente de correlação entre  $X$  e  $Y$ .

(2.0)

**Solução:**  $-1/7$