Prof. Guilherme Milhano
Prof. Francisco Duque

Semana 1

Problema 1

Utilizando exponenciais complexas:

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

mostre que:

a) $\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$;

b) $\sin\theta = -i\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2}$;

c) $\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1+\cos\theta)$;

d) $\cos(3\theta) = \cos^3\theta - 3\cos\theta\sin^2\theta$;

e) $\cos(\theta+\theta') + \cos(\theta-\theta') = 2\cos\theta\cos\theta'$.

Problema 2

a) Escreva $z = i + \sqrt{3}$ sob a forma $z = Re^{i\theta}$;

b) Repita o mesmo procedimento para $z = i - \sqrt{3}$;

c) Determine as raízes quadradas de $z = 2i + 2\sqrt{3}$.

Problema 3

A solução mais geral de um oscilador harmónico simples é dada por:

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$$

onde A e B são constantes determinadas a partir das equações iniciais.

a) Determine a forma da solução no instante $t' = t + a$;

b) Considerando exponenciais complexas, mostre que a solução de um oscilador harmónico simples pode ser escrita como:

$$x(t) = R\cos(\omega t - \theta)\,.$$

Determine o valor de R e θ.

c) Nesta nova representação determine a solução do sistema no instante $t' = t + a$;

d) Compare os resultados obtidos ao movimento circular uniforme no plano $x - y$ em torno de um círculo centrado na origem ($x = y = 0$) de raio R e velocidade $v = R\omega$ na direcção dos ponteiros do relógio.