

Cálculo Diferencial e Integral II

Ficha de trabalho 9 (modificada)

(Variedades. Espaço Tangente. Espaço Normal)

1. Mostre que o conjunto dado é uma variedade, determine a respectiva dimensão e descreva-o parametricamente:

a) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 = 1, y > 0, z > 0, |x| < 1\}.$

b) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z < 1\}.$

c) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (\sqrt{x^2 + y^2} - 3)^2 + z^2 = 1, x > 0\}.$

d) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z > 0, y > |x|\}.$

e) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 = y^2 + 1, |y| < 1, x > 0\}.$

f) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2 < 1, x + y = 1; x > 0, y > 0\}.$

2. Determine os espaços tangente e normal no ponto $(0, 1, 0)$ à variedade

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2 + 1\}.$$

3. Determine equações cartesianas para a recta normal e para o plano tangente no ponto $(1, 1, 1)$ à superfície $\{(x, y, xy) : x, y \in \mathbb{R}\}.$