3. Análise de Projetos de Investimento

3.1 Como calcular valores atuais e futuros:

- **Capitalização e atualização;**
- **Inflação e taxas reais;**
- **Anuidades e perpetuidades.**

3.2 Análise da rentabilidade de projetos de investimento:

- **Cash-Flows;**
- **Taxa de atualização;**
- **O Valor Atual Líquido (VAL);**
- **A Taxa Interna de Rendibilidade (TIR);**
- **O Período de Recuperação do Investimento (Payback);**
- **Índice de Rendibilidade (IR).**

3.1. Como calcular valores atuais e futuros

Suponha que tem 1.000€ e pretende depositá-los no banco. O que vai acontecer?

Ao depositar os 1.000€ no banco, estes ficam a render a uma dada taxa de juro.

Ao fim de 1 ano há 2 hipóteses:

a) Levantar o juro ficando apenas o capital inicial - deixar nessa conta só o montante inicial, levantando os juros todos os anos (juros simples)

b) Acumular o juro ao capital - depositá-los numa conta a prazo em que os juros vencidos ficam a acumular nessa conta gerando mais juros (juros compostos)

Capital ou depósito inicial = 1000 € ;

r = taxa de juro (anual) = 5%

Fluxo<0 = pagamento ; Fluxo>0 = recebimento

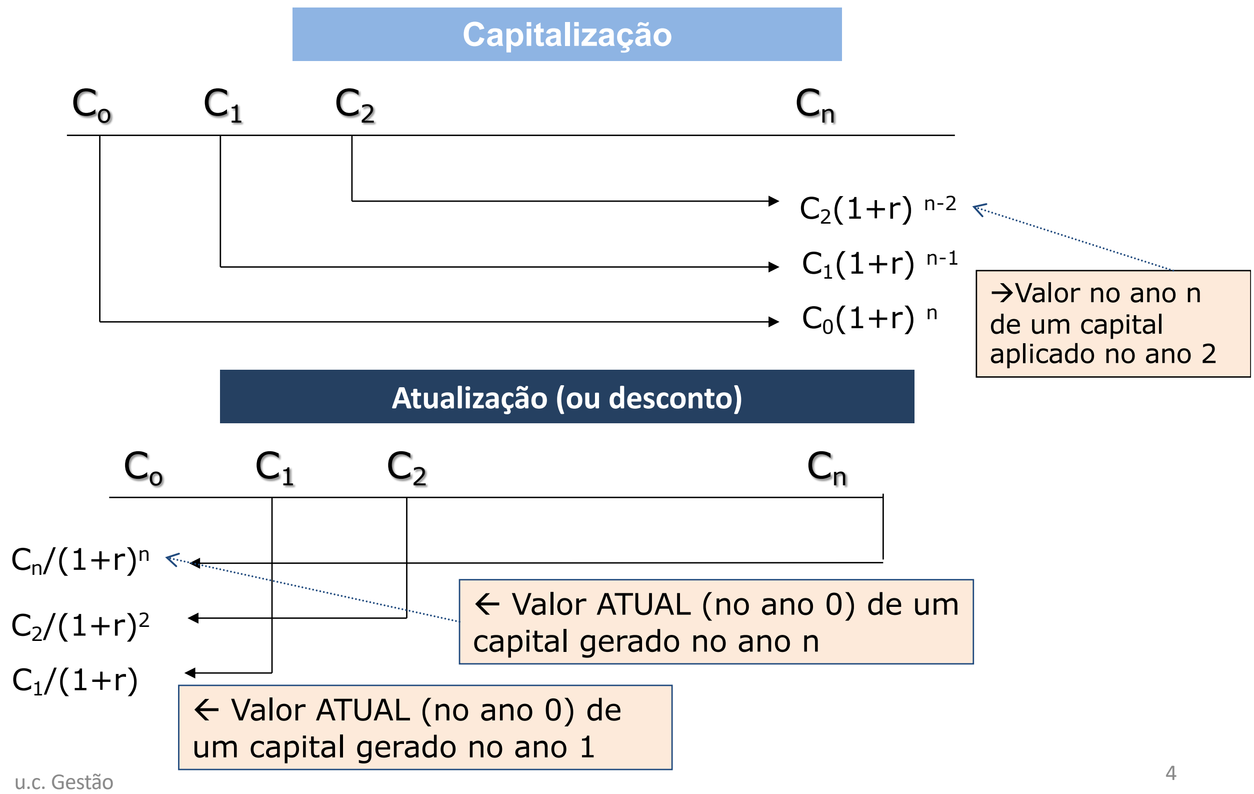
Juros Simples

Período	0	1	2	3	...	n
Fluxos	**-1 000 €**	**+50 €**	**+50 €**	**+50 €**	...	**+1 050 €**
Fórmula	$-C_0$	$r \times C_0$	$r \times C_0$	$r \times C_0$	...	$r\,C_0+C_0= (1+r)C_0$

Juros Compostos - Neste caso há capitalização

Período	0	1	2	3		n
Fluxos	**-1.000 €**	**0**	**0**	**0**	...	$1.000(1+0,05)^n$
Fórmula	$-C_0$	0	0	0	...	$C_n= C_0\,(1+r)^n$

Capitalização versus Atualização



Questão para fazer na aula:

Um capital aplicado à taxa anual de 2% em regime de juros compostos gerou ao fim de quatro anos o valor acumulado de 108 243,216€. Qual o valor do capital inicialmente aplicado?

Análise a preços correntes e constantes – Ex:

Suponha que lhe prometem 1.000 € para daqui a um ano, mas que os preços sobem durante esse ano, ou seja, há inflação. Os 1 000 € daqui a um ano são 1 000 € a preços correntes do ano 1.

Se a taxa de inflação anual for de 1,5%, o valor real desses 1000€, i.e. o valor a preços constantes (preços de hoje, ano 0) será igual a :

1 000 € / (1+ 0,015) = 985,22 €

O que significa o valor obtido? Significa que um bem que custe hoje 985,22€ custa daqui a um ano: 985,22 × 1,015 = 1.000 €

Taxas de Juro: Nominal e Real

- **Taxa de juro nominal (r_n)** - usa-se em avaliação de projetos a preços correntes, não é corrigida do efeito da inflação (i).
- **Taxa de juro real (r_r) –** usa-se em avaliação de projetos a preços constantes = Taxa nominal expurgada do efeito da inflação.

Exemplo:

- Se a taxa de juro nominal (r_n) = **2%** e a a taxa de inflação (i) for 1,5%, qual será a taxa de juro **real (r_r)?**

Resposta:

- Se $(1+r_n) = (1+i) \times (1+r_r) \Rightarrow (1+2\%) = (1+1{,}5\%) \times (1+r_r)$
- $\Rightarrow$ $r_r = (1+r_n)/(1+i)-1 = (1{,}02/1{,}015)-1= 0{,}492\%$.

Cálculo aproximado da taxa de juro real: $\mathbf{r_r = r_n - i} = 2\% - 1{,}5\% = 0{,}5\%$

Períodos inferiores a um ano: Taxas Anuais Nominais (TAN) e Anuais Efetivas (TAE)

Nas taxas há ainda a considerar a equivalência entre taxas de diferentes períodos inferiores ao ano.

Na banca portuguesa usa-se também a designação nominal noutro contexto, para significar que os juros de pagamentos ou recebimentos infra-anuais são calculados proporcionalmente à taxa anual nominal.

Por exemplo, a taxa mensal correspondente à taxa anual nominal **(TAN)** de 12% é: $r_m = 12\%/12=1\%$

Pela lógica da capitalização que estudámos, a taxa mensal equivalente não se obtém daquela maneira, mas considerando a taxa anual efetiva (**TAE**) :
$(1+ r_a) = (1 + r_m)^{12} \Rightarrow r_m=(1+r_a)^{1/12} - 1 = 1{,}12^{1/12} - 1 = 0{,}95\%$.

Questão para fazer na aula:

Se a taxa de juro anual nominal (r_n) for **2%** e a a taxa de inflação (i) for 1,5%, e tendo calculado anteriormente a taxa de juro real como 0,492%**,** 1.000€ recebidos hoje capitalizam ao fim de 1 ano**:**

a) em termos nominais (ou seja, a preços correntes)?

b) em termos reais (ou seja, a preços constantes do ano 0) ?

Anuidades e perpetuidades

Numa situação em que se concede/obtém um empréstimo num período e temos:
Rendas (+) ou Pagamentos (-) em prestações constantes a iniciar no período seguinte, temos uma chamada **Anuidade**
=> Durante **n períodos** (**n** é o nº de anos, trimestres, meses ...)
=> Com **r** – taxa atualização (anual, trimestral, mensal, ...)

Como se atualizam as rendas ou pagamentos?

Valor Atual (VA) $= \sum_{t=1 \ldots n} A_t/(1+r)^t$

T	0	1	2	...	n
Empréstimo	E				
Pagamentos		$A/(1+r)^1$	$A/(1+r)^2$		$A/(1+r)^n$

Série em Progressão Geométrica com razão [1/(1+r)]

$$\text{Soma} = \frac{1^{\text{o}}\text{termo-último termo x razão}}{1\text{-razão}}$$

Ex: Aquisição de um automóvel ou de uma habitação

$$VA = A\frac{\frac{1}{1+r} - \frac{1}{(1+r)^n}\times\frac{1}{1+r}}{1-\frac{1}{1+r}} = A\frac{\frac{(1+r)^n-1}{(1+r)^{n+1}}}{\frac{1+r-1}{1+r}} =$$

Valor Atual de uma anuidade
de prestações constantes

$$= A\frac{(1+r)^n-1}{(1+r)^{n+1}}\times\frac{1+r}{r} = A\frac{(1+r)^n-1}{(1+r)^n\times r}$$

Factor de anuidade: a (r, n)

C= Valor atual de uma perpetuidade
de prestações constantes

$$C = A\frac{\frac{1}{1+r} - \frac{1}{\infty}\times\frac{1}{1+r}}{1-\frac{1}{1+r}} = A\frac{1}{1+r}\times\frac{1+r}{r} = A \times \frac{1}{r}$$

Factor de perpetuidade: a(r, ∞) = 1 / r ,
Com o crescimento da prestação ou da renda a g % por período, a fórmula é: a (r, ∞) = 1 / (r-g), desde que g<r.

Questões :

1. Quer comprar um apartamento e para isso necessita de um empréstimo de 250 000 €. Se as mensalidades de pagamento forem constantes, a taxa de juro média for de 1% ao mês (TAN=12%) e o prazo for de 30 anos, qual o valor de cada mensalidade a pagar ao banco?

3.2 Análise da rentabilidade de projetos de investimento

Cash Flows

Um investimento é ...

- Uma sequência de **fluxos financeiros (cash flows)** distribuídos por diversos períodos:

Período	0	1	2	3	...	n
	CF_0	CF_1	CF_2	...	...	CF_n

- O primeiro ou primeiros cash flows são normalmente negativos:
  - **despesas de investimento** em terrenos, edifícios, equipamentos, licenças e patentes ou, até, em fundo de maneio, como a constituição e reforço de stocks de matérias primas ou mercadorias.

- **No final do tempo de vida do projeto**, o valor destas despesas que seja recuperável dará origem ao **valor residual do investimento**.

Valor Residual do Investimento

- A venda no fim do seu tempo de vida de um dado ativo fixo origina geralmente um ganho ou uma perda extraordinários (uma mais ou uma menos-valia).

- Se a **empresa for lucrativa** este valor vai ter impacto fiscal, pagando-se mais ou menos imposto.

- Assim, calcula-se O **VALOR RESIDUAL LÍQUIDO DE IMPOSTOS (VR) = Valor Mercado $_n$ - (Valor Mercado $_n$ – Valor Contabilístico $_n$) * Taxa imposto**

em que:

Valor Mercado $_n$ = Valor esperado de venda do ativo no ano n

Valor Contabilístico = Valor de compra – Amortizações Acumuladas

Cash Flows de Exploração

- Os Cash Flows durante a fase de exploração (passada a fase inicial de investimento) serão habitualmente positivos se o projeto for lucrativo.
- Os Cash Flows de exploração correspondem a:

  = Resultados Antes de Juros e Impostos × (1 - tx. imposto) + Amortizações e Depreciações

Com

Resultados Antes de Juros e Impostos **(**RAJI)= EBIT (Earnings before interest and tax)*

= RESULTADOS OPERACIONAIS

Considera-se aqui o EBIT x (1-t), resultado operacional líquido de impostos, em vez de EBT x (1-t) = Resultado Líquido do Período, para não deduzir os custos financeiros de financiamento que aparecem como taxa de juro na taxa de atualização dos cash flows. Isso é coerente com o facto de se considerar o montante total do investimento e não só a parte financiada por capitais próprios

Exercício - Mapa de Cash-Flows **(unidade: 1000 €)**

1.Uma empresa investiu 100 mil € numa nova máquina para os próximos 4 anos
2. Esta é depreciável em 5 anos e pode ser vendida ao fim de 4 anos por 10 mil € (valor comercial).
3. Sabe-se que as vendas anuais adicionais serão de 150 mil € durante todo o projeto.
4. Os custos operacionais anuais adicionais com pessoal, fse e matéria prima serão de 100 mil €, acrescidos dos custos com amortizações (depreciações).
6. A taxa de imposto a pagar pela empresa é de 25% **.**

Rubrica / Período	0	1	2	3	4
1. Despesas de Investimento	-100				
2. Valor Residual do Investimento					12,5
3. Cash Flow do Investimento (=1+2)	-100	0	0	0	12,5
4. Vendas		150	150	150	150
5. Custos Operacionais (RH, fse, m.pr)		-100	-100	-100	-100
6. Amortizações (Depreciações)		-20	-20	-20	-20
7. Resultado Operacional (EBIT)		30	30	30	30
8. EBIT x (1 - 0,25)		22,5	22,5	22,5	22,5
9. CF Exploração (=-6+8)		42,5	42,5	42,5	42,5
10. CFlow Total = CF Inv. + CF Expl.	-100	42,5	42,5	42,5	55

Quando temos um EBIT negativo, e vamos calcular EBIT x (1 - t) como procedemos?

Exemplo: Para t=25% e EBIT = -30 000

R:

a) Tratando-se de uma **empresa, o pressuposto geral é que com resultado (EBIT) negativo não há imposto**, ou seja ele é ZERO => EBIT x (1-t) = -30 000 (é também a situação de um projeto desligado de qualquer empresa já existente).

b) Se o EBIT é negativo, mas se trata de um projeto implementado por uma **empresa lucrativa** apesar do projeto, então para calcular o EBIT líquido e o seu cash flow, o imposto tem que ser calculado e neste caso ele é negativo. EBIT x (1-t) = -30 000x(1-25%) =

⇒=-30 000+7 500 = -22 500 que é melhor do que -30 000

A empresa pagará menos impostos. Há obviamente um contributo positivo para o cash flow do projeto porque essa diferença corresponde a um benefício fiscal que contará assim positivamente no projeto.

Taxa de atualização

Na Avaliação de Projetos de Investimento estamos confrontados com a necessidade de comparar Fluxos financeiros aplicados numa fase inicial (hip. ano 0), com Fluxos gerados nos anos seguintes (anos 1, 2, 3 , 4, ..)

A solução é ATUALIZÁ-LOS, dividindo cada CF_j (cash flow do período j) por $(1+r)^j$, sendo r a taxa de atualização.

Avaliação de Projetos e Atualização

Exemplo

Ano	0	1	2	3	4
Cash Flows C_t	-100	40	50	60	80
Fator de atualização F_t (r = 5%)	valor atual de uma unidade obtido no ano t com a taxa de atualização r => **$F_t = 1/(1+r)^t$**				
$1/(1+r)^t$	$1/(1{,}05)^0$	$1/(1{,}05)^1$	$1/(1{,}05)^2$	$1/(1{,}05)^3$	$1/(1{,}05)^4$
$1/1{,}05^t$	1	0,952381	0,907029	0,863838	0,822702
Valor Atual (t)= $C_t \times F_t$	-100	38,09524	45,35147	51,83026	65,8162
Valor Atual VA	**Soma dos cash flows futuros atualizados sem incluir o investimento inicial**				201,0932
Valor Atual Líquido	**Soma de C_0 + VA = $\sum C_t$ atualizados**				**101,0932**

Rubrica / Período	0	1	2	3	4
1. Despesas de Investimento	-100				
2. Valor Residual do Investimento					12,5
3. Cash Flow do Investimento (=1+2)	-100	0	0	0	12,5
4. Vendas		150	150	150	150
5. Custos Operacionais (RH, fse, m.pr)		-100	-100	-100	-100
6. Amortizações (Depreciações)		-20	-20	-20	-20
7. Resultado Operacional (EBIT)		30	30	30	30
8. EBIT x (1 - 0,25)		22,5	22,5	22,5	22,5
9. CF Exploração (=-6+8)		42,5	42,5	42,5	42,5
10. CFlow Total = CF Inv. + CF Expl.	-100	42,5	42,5	42,5	55
C.F. Atualizados=10/(1+tx atualiz.)^i	-100	38,636364	35,12	31,93	37,56574
Σ C. F. Atualiz.	-100	-61,36364	-26,24	5,69	43,26

Taxas de Atualização (1)

- **As taxas de atualização são em geral NOMINAIS, aplicadas a CASH FLOWS a preços correntes**

- Quando os Cash Flows são reais ou a preços constantes, utilizam-se taxas de atualização reais

Taxas de atualização (2)

- A determinação das **taxas de atualização deve ter em conta o risco** associado ao investimento .

- As taxas de atualização exprimem o **custo de oportunidade do capital** ou seja o rendimento que o investidor pretende tendo em conta o risco do investimento. O investidor exige receber pelo menos a taxa que obteria em investimentos alternativos com o mesmo grau de risco.

- Se:
  - A taxa de juro sem risco (obrigações do tesouro) = 2%
  - Se o risco inerente a um projeto x = 5%
  - Então a taxa de atualização deveria ser $\mathbf{r = j_{sr} + Pr = 7\%}$
  - J_{sr} – taxa de juro sem risco (obrigações do tesouro)
  - Pr – prémio de risco

Taxas de atualização (3)

A taxas de atualização de um projeto financiado exclusivamente por capital próprio deve corresponder à soma de:

+ rendimento esperado de activos sem risco *(rendimentos previsíveis a priori com precisão, como a remuneração dos títulos de dívida do Estado, geralmente mais elevada que a dos depósitos bancários)*
+ com um prémio de risco inerente à atividade económica em causa e ao risco financeiro associado ao grau de endividamento da empresa.

Taxas de atualização (4)

Quando houver financiamento também com capital alheio, dívida, a taxa de atualização deve incorporar também a taxa de juro da dívida líquida de impostos, uma vez que as empresas podem deduzir aos resultados os juros pagos e com isso pagar menos impostos.

Nesse caso a taxa de atualização deve ser igual ao custo médio ponderado do capital, sendo a ponderação dada pelas percentagens dos dois tipos de capital, calculadas ao valor de mercado:

(CMPC ou WACC – Weighted Average Cost of Capital) =
r_{CP} **x % CP +** r_D **x (1-t) x % D**

(taxa de remuneração do capital próprio x % capital próprio +
taxa de juro dos empréstimos líquida de impostos x % capital alheio)

CMPC – WACC.

Exercício:

- a) Qual a taxa de atualização a utilizar num projeto de investimento por uma empresa que se financia em valores de mercado a 70% de capital próprio (Equity) e 30% em capital alheio (Debt) , sendo o custo médio da dívida (juros) de 6% e a rentabilidade esperada pelos acionistas (custo do capital próprio) de 7%? (Nota: assuma que a empresa é lucrativa e paga uma taxa de imposto de 30%).

- b) E se o risco deste novo projeto for maior que o da atividade principal da empresa, situando-se em 10 p.p. (pontos percentuais) acima da taxa de juro sem risco dos títulos do Estado, que paga um juro de 2% ?

VAL - Valor Atual Líquido

$$\boxed{VAL\ (r) = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+r)^k}}$$

Se VAL (r) >0 **=> PROJECTO RENTÁVEL** a essa taxa de atualização r

Entre dois projetos A e B **Se $VAL_A > VAL_B$**

P_A preferível a P_B

Questão:

Que tipo de **juros** sugere o projeto abaixo?

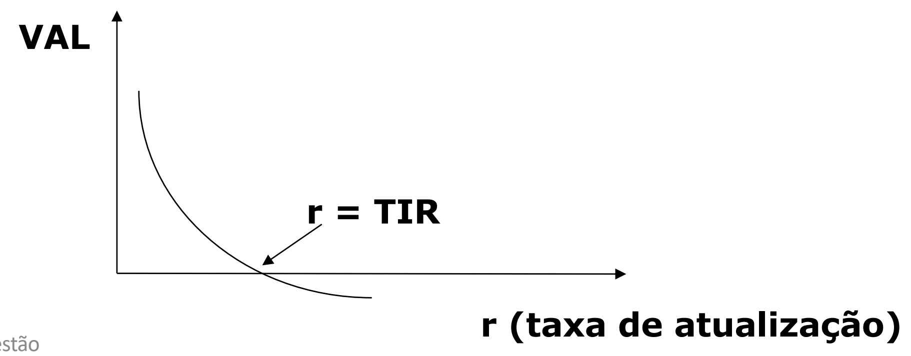
A taxa de atualização como limiar de rentabilidade: exemplo de cálculo do VAL com três taxas diferentes

Taxa e período	r	0	1	2	3	Σ = VAL
CF's		-1000	100	100	1100	
$CF's/(1+r)^j$	10%	-1000	90.91	82.64	826.45	**0.00**
$CF's/(1+r)^j$	5%	-1000	95.24	90.70	950.22	**136.16**
$CF's/(1+r)^j$	15%	-1000	86.96	75.61	723.27	**-114.16**

TIR - Taxa Interna de Rentabilidade

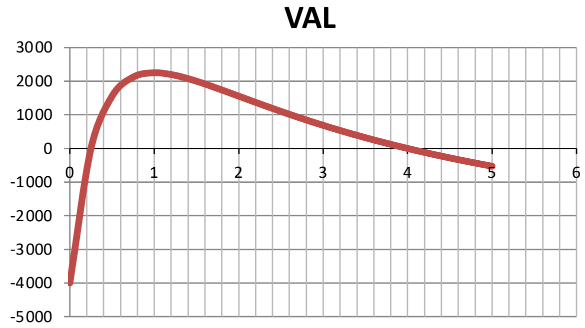
$$\boxed{\sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+r)^k} = 0}$$

- TIR → é a taxa **r** de atualização para a qual o VAL = 0
- Calcula-se iterativamente.
- Aceitar um projeto com VAL(r)>0 é equivalente a aceitá-lo quando TIR>r.



Problemas no cálculo e na utilização da TIR

1º Pode existir mais do que uma TIR. É o caso, p. ex., da existência de cash-flows negativos intermédios ou finais (investimentos não convencionais).



Ex : C_0 C_1 C_2 TIR's

-4.000 25.000 -25.00 25% e 400%

$$-4.000+25.000/(1+0{,}25)-25.000/(1+0{,}25)^2=0$$
$$-4.000+25.000/(1+4)-25.000/(1+4)^2=0$$

2º Pode não existir TIR

Ex: C_0 C_1 C_2
1.000 -3.000 2.500

3º A TIR é inadequada para projetos mutuamente exclusivos
(i.e., em que só podemos fazer um deles)

EXEMPLO :

	CF_0	$CF_{1\ a\ 10}$	$VAL_{5\%}$	
CF_A	-40.000	8.000	21.774	TIR_A=15%
CF_B	-20.000	5.000	18.608	TIR_B=21%
CF_{A-B}	-20.000	3.000	3.165	TIR_{A-B}=8%

→VAL_A > VAL_B
→A melhor que B a menos que se consiga aplicar o dinheiro excedente A-B num projeto com rentabilidade maior do que 8%

PRI - Período de Recuperação do Investimento atualizado (Payback period)

Tempo necessário para que os cash flows atualizados gerados pelo projeto igualem (recuperem) o capital investido inicialmente.

$$\sum_{i=0}^{PB} CF_i/(1+r)^i = 0$$

CF_i = cash flow do período i
PB = nº de períodos do "Payback"
r = taxa de atualização

Período(anos)	0	1	2	3	4	5	6
Cash Flows atualizados	-1000	200	300	400	420	500	700
C.F. acumulados até t	-1000	-800	-500	-100	320	820	1520

Payback= 3 + 100/420 = 3,238 anos
≈ 3 anos e 3 meses (0,238×12 meses ≈ 3 meses)

IR - Índice de Rendibilidade

$$IR = \frac{VA\ (=\sum_{1}^{n} CF_k/(1+r)^k)}{Inv.\ inicial} = \frac{VAL + Inv.Inicial}{Inv.Inicial}$$

(critério de aceitação: ser >1)

Problema idêntico ao da TIR: Investimentos Mutuamente Exclusivos

Projeto de Investimento	C_0	C_1	r	VAL	IR VA/C_0
A	-1	3,3	10%	2 = -1 + 3,3/1,1	**3,00**
B	-10	22	10%	10 = -10 +22/1,1	**2,00**
B-A	-9	18,7	10%	8 = -9 + 18,7/1,1	**1,89**

Exercício: Suponha dois investimentos A e B de carácter idêntico, mas dimensão diferente. O A proporciona um VAL(12%) de 15.000 u.m. para 10.000 u.m. de investimento e o B um VAL(12%) de 120.000 para 150.000 de investimento.

a) Calcule os índices de rendibilidade dos dois investimentos e diga se aconselha ou não a sua realização;
b) Diga justificadamente qual dos investimentos acha preferível.