

Estudo da Lei de Indução de Faraday

Ana Sofia Camões de Sousa 96508 | Duarte Miguel de Aguiar Pinto e Morais Marques 96523

Isabel Maria Jaló Alexandre 96537 | Martim da Costa Graça Marques Ferreira 96554

IST | MEFT | Laboratório de Eletromagnetismo e Termodinâmica

Prof^o João Luís Maia Figueirinhas | Prof^a Maria Raquel Nunes Pereira Crespo

Grupo 5C | Ano letivo 2020/2021

13 de maio de 2021

Resumo

Neste trabalho, de forma a estudar a lei de indução de Faraday, foi utilizada uma pequena bobine (fixa ou rotativa) na presença de um campo magnético (variável ou estático, resp.) gerado por bobines de Helmholtz e obtido o valor médio de $L = (8.5 \pm 0.5)10^{-4} H$ para o coeficiente de indução mútua, com desvio de 20% face ao valor esperado, $L = (7.1 \pm 0.5)10^{-4} H$. Foi também estudado o funcionamento de um transformador, tendo-se obtido a relação entre as tensões nos terminais do enrolamento primário (600 esp.) e do secundário (72 esp.) para diferentes frequências f e amplitudes da tensão no gerador. Foi determinado o fator de acoplamento magnético $k = (0.972 \pm 0.048), (0.86 \pm 0.04)$ para $f = 120 Hz, 1 kHz$, respetivamente.

1 Introdução [3]

Este trabalho teve como principal objetivo a verificação experimental da Lei de Faraday. Pretendeu-se utilizar esta lei para estudar a Indução Magnética e o funcionamento de um transformador.

1.1 Lei de Faraday

O fluxo magnético através de uma superfície S é dado por $\phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{N} ds$ (1). Uma das equações de Maxwell estabelece $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (2). Utilizando o teorema de Stokes:

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot \vec{N} ds = \int_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{N} ds \iff \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{N} ds \quad (3)$$

Ou seja, se um circuito elétrico estiver na presença de um fluxo magnético ϕ variável vai surgir uma força eletromotriz dada por:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad (4)$$

1.2 Bobines

O fluxo magnético pode variar por variação de \vec{B} ou de S . Para estudar estes dois tipos de variação, utilizaram-se bobines de Helmholtz. Considerando bobines de raio r_1 , com N_1 espiras a serem percorridas por corrente I_1 , o campo de indução magnética que elas produzem no seu centro é (\vec{e}_z é definido pela regra da mão direita):

$$\vec{B}(0,0,0) = \frac{8\mu_0 N_1 I_1}{5\sqrt{5}r_1} \vec{e}_z = K I_1 \vec{e}_z \quad (5)$$

Se uma bobine com N_2 espiras e área S_2 for colocada a rodar no centro das bobines de Helmholtz com velocidade angular ω , a tensão aos seus terminais será dada por:

$$-\varepsilon = \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{N} ds = \frac{d(N_2 S_2 B \cos(\omega t))}{dt} = -N_2 S_2 B \omega \sin(\omega t) \quad (6)$$

A amplitude máxima dessa tensão será então $V_{max} = N_2 S_2 K I_1 \omega$ (7). O fluxo magnético é também dado por $\phi = L_m I_1$ (8), onde $L_m = N_2 S_2 K \cos(\omega t)$ (9) é o coeficiente de indução mútua. Pode-se reescrever a amplitude máxima da tensão como $V_{max} = L_{m,max} I_1 \omega$ (10).

Caso a bobine esteja fixa no centro das bobines de Helmholtz e a corrente I_1 varie, $I_1(t) = I_{1m} \cos(\omega t)$, as equações obtidas são análogas às obtidas para o caso anterior e tem-se: $V_{max} = L_m \cdot I_{1m} \cdot \omega$ (11). Por outro lado, tem-se também que $L_m = N_2 S_2 K$ (12).

1.3 Transformador

O transformador considerado é constituído por dois circuitos, um primário com n_1 espiras e um secundário com n_2 espiras, ligados através de um núcleo de ferro. Este núcleo de ferro permite que as linhas de campo de indução magnética criadas no primário devido a uma corrente elétrica alternada sejam conduzidas ao secundário. Esta corrente elétrica alternada vai originar um fluxo do campo de indução magnética variável, o que, pela Lei de Faraday, origina uma força eletromotriz induzida, em ambos os circuitos.

Considerando um enrolamento, o fluxo originado é $\phi = L \cdot i$, onde L é o coeficiente de auto-indução. Pela lei de Faraday, $\varepsilon = -L \frac{di}{dt}$, sendo possível concluir que a tensão aos terminais do enrolamento será $V = Ri + L \frac{di}{dt}$.

Num transformador, para calcular a tensão aos terminais dos enrolamentos, é necessário ter em conta a influência dos enrolamentos um no outro. Sendo L_m o coeficiente de indução mútua e L_{11} e L_{22} os coeficientes de auto-indução, a tensão aos terminais do primário é dada por $V_1 = R_1 i_1 + \frac{d\psi_1}{dt}$, com $\psi_1 = L_{11} i_1 + L_m i_2$. Para o secundário tem-se $V_2 = R_2 i_2 + \frac{d\psi_2}{dt}$, com $\psi_2 = L_{22} i_2 + L_m i_1$. Como $\varepsilon_x = -\frac{d\psi_x}{dt} = R_x i_x - V_x = -n_x \frac{d\phi}{dt}$, considerando que o transformador é ideal, pode-se desprezar as resistências internas dos enrolamentos, obtendo-se

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad (13)$$

Resolvendo as equações diferenciais das tensões, é possível obter as seguintes equações:

$$\frac{|V_2|}{|V_1|} = \frac{\frac{L_m}{L_{11}}}{\sqrt{1 + (\omega L_{22} \frac{1-k^2}{R})^2}} \quad \Delta\delta = -\arctan(\omega L_{22} \frac{1-k^2}{R}) \quad (14) \quad (15)$$

$\Delta\delta$ é a diferença de fase e $k = \frac{L_m}{\sqrt{L_{11} L_{22}}} \leq 1$ (16) é o fator de acoplamento magnético. Para um transformador ideal, considera-se que não ocorre dispersão das linhas de força, sendo $k = 1$.

Por fim, recorrendo ao Teorema de Ampère e não tendo em conta a dispersão de linhas de força, é possível determinar valores aproximados para os coeficientes de indução, dados por $L_{11} = \frac{\mu S}{\gamma} n_1^2$, $L_{22} = \frac{\mu S}{\gamma} n_2^2$ e $L_m = \frac{\mu S}{\gamma} n_1 n_2$, sendo γ um comprimento associado ao núcleo do transformador. Recorrendo a estas expressões, obtém-se que $L_m = \sqrt{L_{11} L_{22}}$ (17) e:

$$\frac{L_{11}}{L_{22}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2, \quad \frac{L_{22}}{L_{11}} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \quad (18)$$

2 Indução eletromagnética

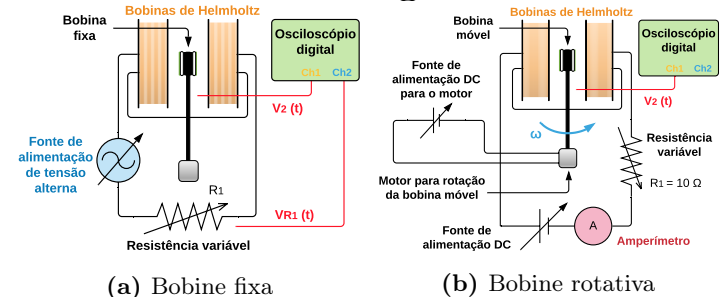


Figura 1: Esquemas das montagens referentes à bobine

2.1 Bobine fixa, gerador AC

2.1.1 Montagem 1a

Para o estudo experimental da indução observada num circuito estático, foi utilizada uma bobine fixa de diâmetro $d_2 = 2.07 cm (\pm 1\%)$ - tendo sido estimada a respetiva incerteza - com $N_2 = 500$ espiras posicionada no centro de duas bobines de Helmholtz de raios $r_1 = (6.8 \pm 0.5) cm$ e $N_1 = 320$ espiras, com a normal ao plano da pequena bobine alinhada com a direção do campo magnético. As bobines de Helmholtz encontram-se ligadas em série a um circuito de alimentação que aplica uma tensão alterna e faz gerar um campo de indução

magnético oscilante no tempo. A diferença de potencial nos terminais da resistência R_1 e da pequena bobine são medidas num osciloscópio digital (nos canais 1 e 2, respetivamente).

2.1.2 Procedimento

Após montagem do circuito figurado em 1a, R_1 foi ajustada para 30 Ω . De seguida, e para 6 frequências distintas selecionadas no gerador de sinais, utilizando o osciloscópio, foram recolhidas as amplitudes pico a pico de V_2 e de V_{R_1} . Para além disto, foram recolhidas 3 medições da frequência, como medida no osciloscópio. Nesta altura, dado V_{R_1} ser já muito reduzido, alterou-se $R_1 = 50 \Omega$. Foram recolhidos mais 3 conjuntos de dados. Foi então realizado um segundo ensaio, recolhendo-se 9 valores ao todo, os primeiros 4 dos quais com $R_1 = 30 \Omega$ e os restantes 5 com $R_1 = 50 \Omega$. Foi estimada uma incerteza de 1% para os valores de R_1 .

Para estimar as incertezas, foram considerados tanto a sensibilidade do osciloscópio como o facto da localização dos picos ser pouco clara, devido à distorção do sinal. Verificou-se que existiam incertezas na ordem dos 10% para a amplitude pico a pico de V_2 e de 5% para a amplitude pico a pico de V_{R_1} , sendo estas as incertezas consideradas para os dados recolhidos.

2.2 Bobine rotativa, gerador DC

2.2.1 Montagem 1b

Nesta parte da atividade, foi utilizada uma montagem semelhante à apresentada na Figura 1a. Porém, de forma a estudar a indução observada num circuito móvel na presença de um campo magnético estático, a pequena bobine efetuou um movimento rotatório em torno do eixo perpendicular ao campo de indução magnética, o qual permanecerá constante no tempo, visto que as bobines de Helmholtz são agora ligadas a uma fonte de alimentação DC, sendo percorridas por uma corrente contínua, lida no amperímetro. A tensão nos terminais da bobine móvel é registada no canal 1 do osciloscópio digital. Ao alterar a tensão da fonte de alimentação DC que alimenta o motor, altera-se a frequência de rotação da bobine pequena.

2.2.2 Procedimento

Após montagem do circuito figurado em 1b, a fonte de tensão foi ajustada de forma a fornecer $I_1 = 791 \pm 1 \text{ mA}$, fixos. Foi confirmada com a sonda de Hall a existência de um campo magnético no interior das espiras. Para recolha dos dados experimentais foi então, para cada instância, ajustada a tensão V_m e recolhida a amplitudes pico a pico de V_2 e períodos T do sinal, de modo a determinar a sua frequência. Para além disto, foram recolhidas 3 medições da frequência, como medida no osciloscópio. Ao todo, foram recolhidos 12 conjuntos de dados.

Para obter uma estimativa das incertezas, foi realizado o mesmo processo que na secção anterior, tendo-se obtido os mesmos resultados.

3 Transformador

3.1 Montagem

Recorrendo à montagem experimental apresentada na Figura 2, pretende-se estudar o funcionamento do transformador com $n_1 = 600$ espiras no enrolamento primário e $n_2 = 72$ espiras no enrolamento secundário. O transformador possui um núcleo de material ferromagnético laminado que permite a transferência de potência elétrica entre os enrolamentos primário e secundário. Estes encontram-se ligados, respetivamente, a uma fonte de tensão alterna de frequência e amplitude variáveis e a uma resistência variável R_1 (sendo que o seu valor foi mantido constante a 10 Ω). Nos canais 1 e 2 do osciloscópio digital, são registadas a tensão produzida pelo gerador aplicada ao enrolamento primário e a tensão de saída do transformador nos terminais da resistência, respetivamente.

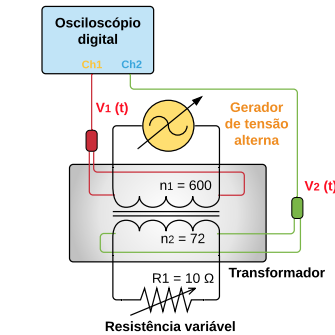


Figura 2: Esquema da montagem referente ao transformador

3.2 Procedimento

Após montagem do circuito figurado em 2, a tensão foi ajustada para $f = 50 \text{ Hz}$. Foi então variado $|V_1|$ e registada a

tensão $|V_2|$, obtendo-se 6 conjuntos de dados, determinados no osciloscópio. Para o valor final de $|V_1|$, foi ainda registada a diferença de fase entre as duas tensões. A frequência foi então ajustada para mais 4 valores distintos, repetindo o processo acima para cada uma. Para cada frequência considerada, foram ainda registados 3 valores para esta, medidos no osciloscópio.

Foi de seguida ajustada e fixa a amplitude máxima do gerador para $|V_1| = 9 \text{ V}$. Para 11 frequências distintas selecionadas no gerador de sinais, utilizando o osciloscópio, foram recolhidas as amplitudes pico a pico de V_2 e de V_{R_1} , bem como a fase entre estas (por meio de um intervalo de tempo). Para alguns valores, registou-se também um valor médio da fase fornecida pelo osciloscópio, de forma a comparar.

Foram fixas a amplitude e a frequência do gerador, determinando a amplitude pico a pico de $|V_1|$ e de $|V_2|$, bem como a fase entre os sinais. Foi então retirada a resistência do circuito secundário (deixando-o em aberto) e repetido o processo anterior.

Foram ainda medidos os coeficientes de auto-indução dos enrolamentos primário e secundário, com recurso a um indutímetro de bolso, para duas frequências distintas.

4 Dados recolhidos e análise

4.1 Indução eletromagnética

De forma a determinar os valores pretendidos, foram realizados dois ensaios. Partindo da equação 11, foram realizados ajustes pelo método dos mínimos quadrados para os dois ensaios realizados. Foi ainda determinado o valor teórico a partir da equação 12. Os resultados encontram-se apresentados na tabela 1.

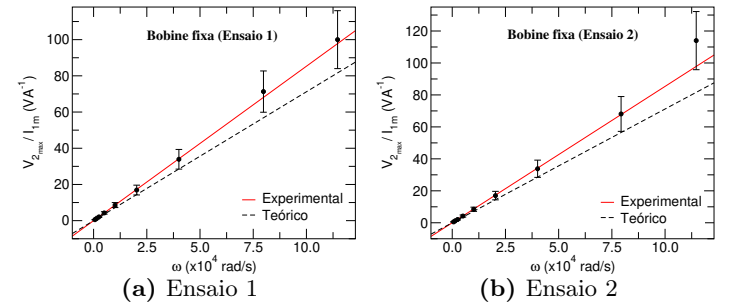


Figura 3: Quociente entre a tensão máxima e a corrente em função da frequência angular da corrente com a bobine fixa.

Partindo da equação 10, foi realizado um ajuste pelo método dos mínimos quadrados, de forma a obter um valor experimental para $L_{m,max}$. Os resultados encontram-se na tabela 1.

Tendo em conta os valores de $L_{m,max}$ e L_m obtidos destes ajustes, verificou-se que apresentavam um erro experimental bastante elevado, tal como é apresentado na tabela 1.

Deste modo, decidiram-se fazer novos ajustes, recorrendo às mesmas equações, mas somando uma ordenada na origem b , de forma a avaliar possíveis erros sistemáticos. Os parâmetros de ajuste obtidos encontram-se na tabela abaixo, embora os gráficos não tenham sido apresentados acima, devido à indistinguíbilidade face aos ajustes anteriores.

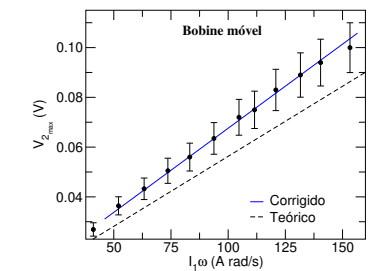


Figura 4: Tensão máxima em função da frequência angular de rotação com a bobine móvel.

	Fixa (1)	Fixa (2)	Móvel
$L_m (\times 10^{-4} \text{ H})$	8.5 ± 0.4	8.5 ± 0.4	8.5 ± 0.2
Desvio à exatidão	20%	20%	20%
$L_m (\times 10^{-4} \text{ H})$	8.6 ± 0.6	8.6 ± 0.6	8.5 ± 0.6
Desvio à exatidão	21%	21%	20%
$b (\times 10^{-2})$	-0.6 ± 9.1	-1.0 ± 9.2	0.0 ± 0.4
$L_m = N_2 S_2 K (\times 10^{-4} \text{ H})$	$L = 7.1 \pm 0.8$		

Tabela 1: Resultados obtidos para as bobines fixa e móvel.

Nos intervalos de incerteza dos valores de b obtidos encontram-se, nas três situações, a origem, sendo estes valores bastante baixos. Assim, não é possível concluir, a partir

destes novos ajustes, que houve erros sistemáticos a afetar as medidas. Porém, são aparentes desvios dos resultados experimentais face aos valores teóricos esperados. Nas Figuras 3a e 3b, os desvios ocorrem sobretudo para as frequências mais altas. Estas discrepâncias serão discutidas na Secção 5.

	Fixa (1)	Fixa (2)	Móvel
$L_m (\times 10^{-4} \text{ H})$	8.1 ± 0.5	8.1 ± 0.5	8.5 ± 0.2
Desvio à exatidão	14%	14%	20%
$L_m = N_2 S_2 K (\times 10^{-4} \text{ H})$	$L = 7.1 \pm 0.8$		

Tabela 2: Resultados obtidos para a bobine fixa e móvel.

4.1.1 Correção dos valores experimentais

Uma das possíveis causas dos desvios verificados é a existência de correntes induzidas na bobine pequena. Tendo simultaneamente em conta a equação 11 e uma corrente $I_2(t) = I_{2m} \cos \omega t = \frac{V_2}{R}$ na bobine pequena, fez-se um ajuste recorrendo à equação $V_{max} = L_m \cdot I_{1m} \cdot \omega + L_2 \cdot I_{2m} \cdot \omega$ (19), sendo que o coeficiente de auto-indução da bobine pode ser dado por $L_2 = \frac{\mu_0 N^2}{l} \pi r^2$ [1], tendo-se estimado $r = (1.035 \pm 0.005) \text{ cm}$ para o raio da bobine, $l = (0.50 \pm 0.05) \text{ cm}$ para a sua espessura e $R = 100 \text{ k}\Omega$ para a resistência interna do condensador inerente ao voltímetro incorporado no osciloscópio (a resistência interna em paralelo com o condensador num voltímetro tende a ter valores da ordem dos $M\Omega$, daí não ter sido considerada). Desta forma, obtiveram-se os valores corrigidos e os gráficos apresentados abaixo.

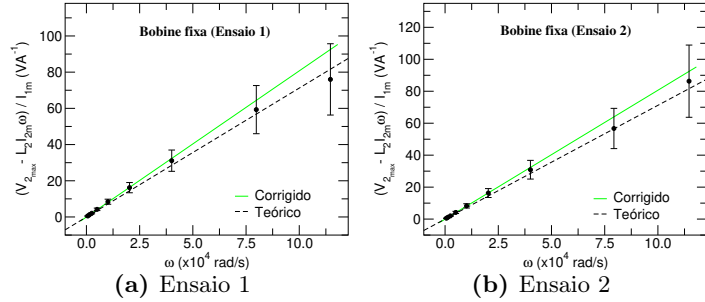


Figura 5: Resultados obtidos com a bobine fixa, tendo em conta o seu coeficiente de auto-indução.

Verificou-se que, para o caso da bobine móvel, se obteve o mesmo coeficiente L_m , sendo o ajuste indistinguível ao da Figura 4, daí não ter sido apresentado. Tal terá acontecido devido às baixas frequências da tensão no gerador. Tendo-se suposto uma igual frequência angular ω para a corrente induzida, a parcela $L_2 I_{2m} \omega$ torna-se bastante pequena, obtendo-se, assim, valores das ordenadas do gráfico semelhantes às anteriores, o que inviabiliza este modelo corretivo. Quanto ao caso da bobine fixa, obtiveram-se resultados mais exatos, embora ainda haja um elevado desvio percentual. Porém, nota-se, nos ajustes, uma aproximação maior dos pontos face à reta teórica. As maiores discrepâncias continuam a verificar-se para as maiores frequências. Supõe-se, então, que, na verdade, os coeficientes de indução, considerados constantes, poderão variar com a frequência. É também de apontar que se poderiam obter resultados mais exatos se as grandezas que foram estimadas para realizar estas correções tivessem sido medidas em laboratório.

4.2 Transformador

Partindo da equação 13, foram realizados cinco ajustes, um para cada frequência considerada, obtendo-se os valores apresentados em 3. Em teoria, o enrolamento secundário tinha 72 espiras enquanto que o primário tinha 600, pelo que se deveria ter $m = \frac{72}{600} = 0.12$.

$f \text{ (Hz)}$	$m = \frac{n_2}{n_1}$	b
50	0.11 ± 0.03	0.0 ± 0.2
100	0.11 ± 0.03	0.0 ± 0.2
500	0.10 ± 0.03	0.0 ± 0.2
1000	0.08 ± 0.02	0.1 ± 0.2
2500	0.05 ± 0.02	0.0 ± 0.1

Tabela 3: Razão experimental entre o número de espiras no secundário e no primário consoante a frequência considerada

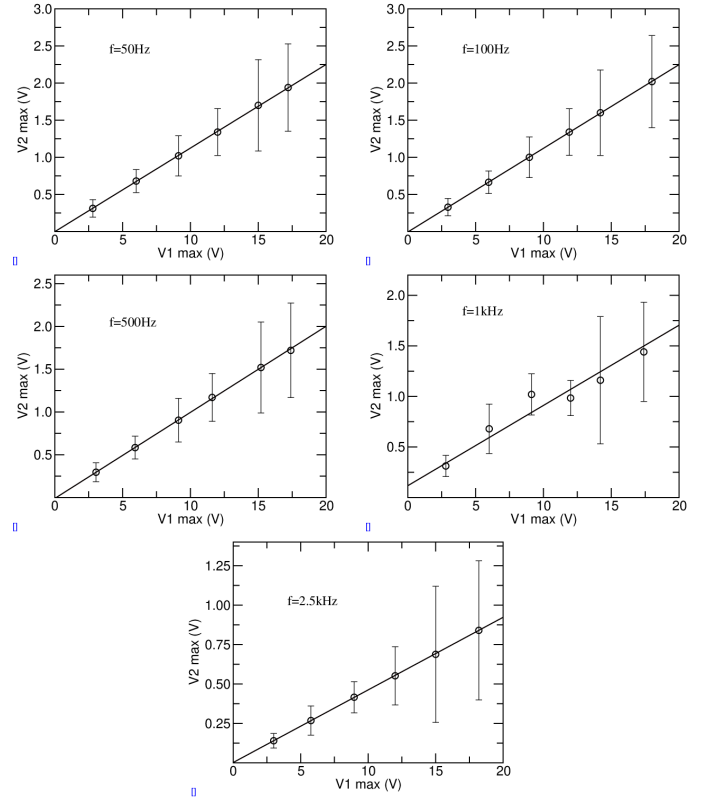


Figura 6: Dados recolhidos para as várias f consideradas

Partindo agora das equações 14 e 16, realizou-se um novo ajuste da forma $\frac{|V_2|}{|V_1|} = \frac{A}{\sqrt{1 + (\omega \frac{B}{R})^2}}$, conjuntamente com um ajuste da forma $\Delta\delta = -\arctan(\omega \frac{B}{R})$, de acordo com 15 e 16 (em que $A = \frac{L_m}{L_{11}}$ e $B = L_{22}(1 - k^2)$). Obteve-se $A = 0.109 \pm 0.003$ e $B = (1.34 \pm 0.06) \times 10^{-3} (\Omega \cdot s \cdot \text{rad}^{-1})$. Sendo o transformador ideal, deveríamos ter $A \approx \frac{n_2}{n_1} = 0.12$ e $B = 0$.

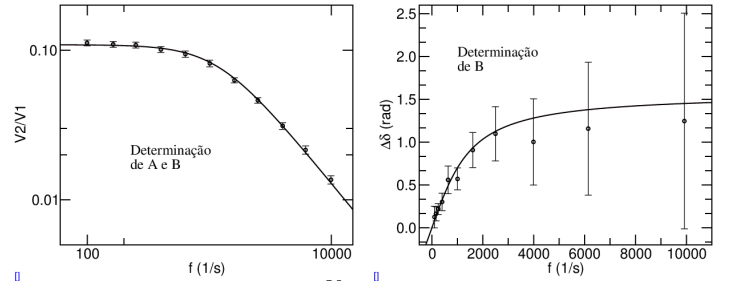


Figura 7: Variação de $\frac{V_2}{V_1}$ e de $\Delta\delta$ com a frequência f , respetivamente.

$f \text{ (Hz)}$	$L_{11} \text{ (H)}$	$L_{22} \text{ (H)}$
120	0.8175 ± 0.0001	0.009246 ± 0.000001
1000	0.3713 ± 0.0001	0.006602 ± 0.000001

Tabela 4: Coeficientes de auto-indução medidos com inductímetro

Tendo em conta estes resultados, pode-se estimar o valor de k , tanto através do B ajustado (k_b) como dos coeficientes de indução obtidos com o inductímetro e do ajuste de A (k_L).

$f \text{ (Hz)}$	k_B	k_L
120	0.925 ± 0.003	1.02 ± 0.03
1000	0.893 ± 0.005	0.82 ± 0.02

Tabela 5: Determinação de k

	$V_1 \text{ (V)}$	$V_2 \text{ (V)}$	$\Delta\delta \text{ (°)}$
com resistência	9.1 ± 0.2	0.118 ± 0.004	72.624 ± 72.824
sem resistência	9.0 ± 0.2	0.93 ± 0.02	0 ± 72.824

Tabela 6: Tensões máximas e diferença de fase para frequência $f = 10 \text{ kHz}$ com e sem a resistência

4.2.1 Variação dos coeficiente de indução com a frequência

Tendo em conta os valores apresentados na Tabela 4 e as relações dadas em 18, obtêm-se os valores esperados de $\frac{L_{11}}{L_{22}} \approx 69.44$ e $\frac{L_{22}}{L_{11}} = 0.0144$ e os resultados apresentados na Tabela 7, tendo-se obtido desvios percentuais pouco elevados, o que traduzem que, apesar de tudo, o modelo teórico considerado oferece boas aproximações.

f (Hz)	L_{11}/L_{22}	Desvio	L_{22}/L_{11}	Desvio
120	88.42 ± 0.02	27%	$(1.1310 \pm 0.0003) \times 10^{-2}$	21.4%
1000	56.24 ± 0.02	19%	$(1.7781 \pm 0.0007) \times 10^{-2}$	23%

Tabela 7: Valores experimentais para os quocientes entre os coeficientes de auto-indução e os respetivos desvios percentuais (em módulo) face aos valores esperados

Em primeiro lugar, sendo o núcleo ferromagnético, era esperado que os coeficientes dependessem da frequência f . De forma a deduzir as equações em 18, não se considerou a dispersão das linhas de força e assumiu-se uma relação linear entre o fluxo do campo magnético e as correntes. Devido à natureza ferromagnética do núcleo, este comportamento será, contudo, não-linear. Verificou-se que ambos os coeficientes de indução medidos diminuíram com o aumento da frequência, assim como o fator de acoplamento magnético, dado pela equação 16. As grandezas L_{11} e L_{22} traduzem a resposta dos enrolamentos à corrente que os atravessa e k está associado à transferência de potência elétrica entre os dois circuitos por parte do núcleo. Assim, estes decréscimos poderão indicar que as perdas energéticas são maiores para frequências mais altas, sendo que podem ser apontadas diversas causas que corroboram esta hipótese. Por um lado, as correntes levam a perdas de energia por **efeito Joule** devido à resistência dos próprios fios, a qual tende a aumentar com a frequência [4]. Por outro lado, as **correntes de Foucault** [2] que poderão surgir nos circuitos levam a uma perda de energia que é diretamente proporcional a f^2 . Além disso, as perdas por **histerese** [4] levam a perdas proporcionais a f .

5 Discussão dos resultados

5.1 Indução eletromagnética

Tendo em conta os resultados apresentados anteriormente, é notória uma disparidade entre os valores obtidos e os valores teóricos esperados, sendo que os coeficientes de indução apresentaram desvios de 20% ou 21% face ao resultado esperado. Consequentemente, será de esperar que algumas das condições impostas pelos modelos teóricos considerados não se tenham verificado.

Em primeiro lugar, a secção da bobine pequena poderá não ter estado perpendicular ao campo de indução gerado pelas bobines de Helmholtz, o que introduziria, no caso do estudo com a bobine estática, o fator $\cos \alpha$ (sendo α o ângulo entre o campo magnético e a normal à secção da bobine pequena) no declive. Além disso, o alinhamento da bobine no centro da linha que une os centros das bobines de Helmholtz terá sido feita de modo pouco rigoroso. Consequentemente, a validade da utilização da equação 5 é posta em causa. Embora estes erros possam ter existido, levariam a um campo magnético menos intenso e a um menor valor de L_m experimental. Porém, não foi isso que se verificou, pelo que estes fatores não terão sido os mais significativos. O modelo teórico considerado também poderá ser inadequado pois admite a existência de um campo magnético constante ou sinusoidal de amplitude constante, o que poderá não ter acontecido. É também possível que, na pequena bobine, tenha surgido a corrente induzida, tendo-se obtido melhores resultados para a bobine fixa na secção 4.1.1 ao considerá-la. Este aspeto poderá também justificar as maiores discrepâncias entre os resultados experimentais e teóricos para as maiores frequências, visto que as correntes de Foucault [2] que poderão ter sido induzidas na pequena bobine aumentam com a frequência. Isto também poderá levar a concluir que, na verdade, os coeficientes de indução poderão, na verdade, variar com a frequência. Finalmente, para maiores frequências, poderá ocorrer uma dispersão mais significativa das linhas de campo magnético.

Embora erros aleatórios não sejam tão notórios, devido às baixas incertezas obtidas, podem apontar-se como possíveis

fontes de erro a medição das amplitudes e dos períodos no osciloscópio digital, assim como flutuações na corrente.

5.2 Transformador

Quanto aos dados recolhidos de diferentes tensões no gerador e terminais do transformador para diversas frequências (apresentados na Figura 6), verifica-se claramente que, à medida que a frequência aumenta, o declive afasta-se cada vez mais do declive teórico de um transformador em que não há dispersão das linhas de campo magnético. Isto seria de esperar quando $k \neq 0$, já que a equação 14 nos diz que o declive deverá diminuir à medida que a frequência aumenta.

Quanto aos parâmetros A e B determinados e à constante de acoplamento magnético, verifica-se que os valores são diferentes do esperado, sendo que A apresenta um desvio de aproximadamente 9%, B é da ordem de 10^{-3} em vez de ser 0 e k parece variar à medida que a frequência aumenta e, mais uma vez, claramente é diferente de 1, havendo apenas uma das quatro estimativas de k para a qual 1 pertence ao intervalo de incerteza. Isto deverá dever-se à variação dos coeficientes de indução com a frequência, conforme visto em 4.2.1.

Sobre os dados recolhidos de tensão máxima e diferença de fase com frequência de 10kHz com e sem resistência, nota-se que, sem resistência, o resultado obtido é muito mais parecido com o que se esperaria num transformador ideal ($\frac{V_2}{V_1} \approx \frac{n_2}{n_1}$ e $\Delta\phi = 0$). A menor diferença de potencial e maior diferença de fase no circuito com resistência sugere que o transformador está a impôr uma corrente no circuito secundário e que, seguindo a Lei de Ohm, a perda de tensão no secundário será tanto maior quanto maior for a resistência no circuito (a qual será maior no caso do circuito sem resistência já que ainda temos o osciloscópio ligado ao circuito, que, em conjunto com as pontas de prova, tem uma grande resistência).

6 Conclusão e crítica

Neste trabalho, foram cumpridos os objetivos inicialmente definidos, tendo sido obtido resultados bastante satisfatórios.

No estudo experimental da indução gerada pelas bobines de Helmholtz, obtiveram-se resultados com desvios percentuais relativamente elevados face aos valores esperados. Contudo, tendo-se considerado a possível corrente induzida na pequena bobine, foi possível obter menores erros experimentais, o que indicará que a consideração do coeficiente de auto-indução da mesma não poderá ser desprezada. Mesmo com esta correção, continuaram a verificar-se discrepâncias, tendo-se, deste modo, apontado várias limitações do modelo teórico considerado.

É no entanto de referir que os resultados experimentais obtidos são bastante próximos entre si, o que reduz a possibilidade de terem ocorrido erros aleatórios. Os erros dever-se-ão então à inadequação dos modelos considerados ou a falhas devido ao aparato ou método experimental.

No estudo do transformador ficou claro que este não é ideal, verificando-se que as relações entre o fluxo de campo magnético e as correntes no circuito não eram lineares e que os coeficientes de acoplamento magnético e de indução variavam com a frequência do sinal imposto. Isto deverá dever-se a perdas de energia por efeito Joule, por correntes de Foucault, por histerese e por dispersão de linhas de campo magnético, conforme mencionado anteriormente.

Face às ligeiras discrepâncias encontradas, pode-se admitir que os modelos considerados constituem aproximações boas, mas que poderiam ser refinadas. Foi interessante estudar experimentalmente o limite da aproximação da não dispersão de linhas de força, bem como explorar, através da pesquisa, outros fenómenos que possam estar em jogo.

Referências

- [1] *Coefficiente de auto-indução*. URL: http://fisica.uc.pt/fa/discs/wc.show_doc.php?id_disc=13&id_turma=&id_typ=19&id_typedoc=2&id_doc=21571&anolect=20092010.
- [2] *Foucault's currents*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Eddy_current.
- [3] *Guia Experimental e Apresentações (página da cadeira)*.
- [4] *Transformer*. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Transformer>.