TÉCNICO LISBOA

Data: 31 de Janeiro de 2015
Duração: 1 hora e 30 minutos / 3 horas
Professores responsáveis: Vasco Guerra e Carlos Santos Silva

TERMODINÂMICA E ESTRUTURA DA MATÉRIA
2º Exame

2^o exame: todos os grupos
1^o teste: grupos 1 a 5
2^o teste: grupos 6 a 9

Justifique cuidadosamente as suas respostas e apresente detalhadamente todos os cálculos que efectuar.

1. (2 Val) Considere um tanque isolado, de capacidade calorífica negligenciável, contendo uma quantidade de água de massa m a uma temperatura T_1 e calor específico de c. Uma barra de metal com massa $m/10$ a uma temperatura $T_2 = 3T_1$ e um calor específico $10c$ é introduzida no tanque, fazendo o sistema água com barra de metal evoluir para uma temperatura T_3. Mostre que a variação de entropia do universo é $mc\ln(4/3)$.

2. (2,5 Val) Um fluido absorve $Q_1 = 200$ J de energia de uma fonte a $T_1 = 400$ K e depois $Q_2 = 300$ J de uma fonte a $T_2 = 300$ K. O fluido interage ainda com um terceiro reservatório a uma temperatura T_3. Quando o fluido regressa ao seu estado inicial, realizou trabalho $W = 100$ J. Suponha que o ciclo é feito de modo reversível.
   (a) Represente esquematicamente uma possível concretização do ciclo nos diagramas $P - V$ e $T - S$.
   (b) Determine o valor da temperatura T_3.
   (c) Calcule o rendimento do ciclo e compare com o rendimento máximo que pode ter um motor operando entre as temperaturas extremas.

3. (3 Val) Uma câmara cilíndrica contém n moles de um gás ideal monoatómico, que são comprimidas por um pistão. Verificou-se que a temperatura ao longo da compressão varia de acordo com

$$T = \left(\frac{V}{V_0}\right)^\eta T_0$$

   onde T_0 e V_0 são a temperatura e o volume iniciais e η é uma constante. O gás é comprimido até um volume $V_1 < V_0$. Assuma um processo reversível. Apresente todas as respostas em função de V_0, T_0, V_1 e n.
   (a) Calcule o trabalho feito pelo gás.
   (b) Calcule a variação de energia interna do gás.

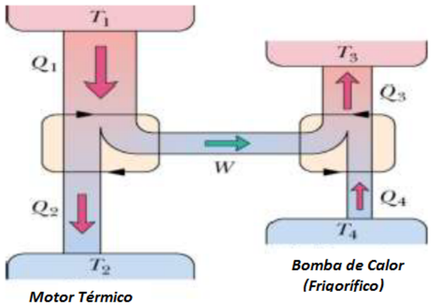
(c) Utilize os resultados das alínas anteriores para calcular o calor fornecido ao gás através das paredes da câmara.

(d) Calcule a variação de entropia no processo.

(e) Para que valor de η é o processo de compressão descrito adiabático? Comente o resultado.

4. (1,5 Val)

A figura representa um motor de Carnot operando entre as temperaturas $T_1 = 400$ K e $T_2 = 150$ K. O motor alimenta um frigorífico de Carnot que funciona entre as temperaturas $T_3 = 325$ K e $T_4 = 225$ K. Determine o quociente Q_3/Q_1.



5. (1 Val) Comente a seguinte afirmação: um motor de Carnot cujo rendimento seja muito elevado é particularmente adequado para trabalhar como frigorífico, se operar no sentido inverso.

6. (2 Val) Considere um painel solar com área $A = 2$ m^2 para aquecimento de água. A temperatura da água à entrada do colector é de 20 ^{o}C e o colector tem uma emissividade de 0,9.

(a) Sabendo que durante o dia, a radiação solar incidente é aproximadamente $0,8$ kW/m^2, calcule a temperatura à saída do painel, sabendo que o caudal é de $0,01$ kg/s e negligenciando as perdas de energia da água.

(b) Calcule a temperatura nas superfícies interior e exterior do painel, assumindo que: o painel tem uma espessura 1mm e uma condutividade térmica de 100 W/mK; o coeficiente de convecção entre a água e o painel é de 300 W/m^2 K e coeficiente de convecção entre o painel e o ar é de 5 W/m^{2}K; a temperatura ambiente exterior é $T_a = 25$ ^{o}C.

[Nota: se não resolveu a alínea anterior consider que a temperatura da água à saída do painel é de 55 ^{o}C]

(c) Assuma que durante a noite, a água não circula. Considere que o efeito do céu se traduz por uma temperatura equivalente de $T_c = 5$ ^{o}C para as trocas de calor por radiação, que a temperatura ambiente é $T_a = 15$ ^{o}C. Calcule as perdas de calor pelo painel quando se inicia a noite.

(d) Descreva qualitativamente a função de perda de calor ao longo do tempo, $P(t)$.

7. (4 Val) A energia livre de Helmholtz de um cristal onde os iões têm apenas dois estados quânticos é dada por

$$F = -NkT \log\left[1 + \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)\right]$$

onde ε é a energia do nível superior (sendo a energia do estado fundamental nula).

(a) Obtenha a entropia do sistema, S.

(b) Mostre que a energia interna do sistema é dada por

$$U = \frac{N\varepsilon}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right)} \ .$$

(c) Mostre que a capacidade calorífica em função da temperatura é dada por

$$\frac{C_V}{Nk} = \frac{x^2 e^x}{(1+e^x)^2}$$

onde $x = \varepsilon/kT$.

(d) Calcule os valores limite de C_V quando $T \to 0$ e $T \to \infty$ e mostre que há forçosamente uma temperatura para a qual C_V é máximo. Este fenómeno é conhecido como anomalia de Schottky. Interprete o resultado.

8. (1 Val) Uma das identidades termodinâmicas é $dU = TdS - PdV + \mu dN$. Indique, justificando, qual ou quais das seguintes afirmações são verdadeiras:

(a) A identidade pode aplicar-se a quaisquer transformações entre estados de equilíbrio.

(b) A identidade só se pode aplicar-se a transformações reversíveis entre estados de equilíbrio.

(c) $P = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S,N}$

(d) $P = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T,\mu}$

9. (3 Val) Considere dois sistemas isolados, A e B, cada um deles consistindo em duas partículas distinguíveis que se podem distribuir por um conjunto de níveis de energia discretos e equidistantes, de energias $0, \varepsilon, 2\varepsilon, \cdots$

O subsistema A tem uma energia $E_A = 3\varepsilon$, enquanto o subsistema B tem uma energia $E_B = \varepsilon$.

(a) Determine qual o número de microestados acessíveis a cada um dos subsistemas e qual o número total de microestados do sistema composto, Ω_0

(b) Suponha agora que os dois subsistemas podem trocar energia entre si (mas não partículas!), mantendo-se a energia do sistema total constante $E = E_A + E_B = 4\varepsilon$. Nesta nova configuração, determine o número de microestados acessíveis para cada valor possível da energia no subsistema A.

[Sugestão: faça uma tabela em que, para cada valor de $E_A = 0, 1, \cdots, 4\varepsilon$, marca quantos microestados há no subsistema A, $\Omega_A(E_A)$, qual a energia no subsistema B (E_B), quantos microestados há no subsistema B, $\Omega_B(E_B)$, e quantos microestados há no sistema composto, $\Omega(E_, E_B)$.]

(c) Calcule as probabilidades de encontrar o subsistema A com cada valor possível de energia E_A, $P_A(E_A)$.

(d) Calcule a variação de entropia ao se retirar o isolamento térmico entre os dois sistemas.

(e) Determine a probabilidade, de após se retirar o isolamento térmico entre os sistemas, o subsistema A aumentar, manter, e diminuir a sua energia. Comente o resultado.

- Constantes e factores de conversão

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} \quad ; \quad 1 \text{ cal} = 4,184 \text{ J}$$

$$k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/k} \qquad \sigma = 5.67 \times 10{-}8 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$$

$$c_{agua} = 1 \text{ cal}/^o\text{Cg} \qquad \lambda_f(agua) = 80 \text{ cal/g}$$