

# Estudo da radiação de um corpo negro

Ana Sofia Camões de Sousa 96508 | Duarte Miguel de Aguiar Pinto e Morais Marques 96523

Isabel Maria Jaló Alexandre 96537 | Martim da Costa Graça Marques Ferreira 96554

IST | MEFT | Laboratório de Eletromagnetismo e Termodinâmica

Prof<sup>o</sup> João Luís Maia Figueirinhas | Prof<sup>a</sup> Maria Raquel Nunes Pereira Crespo

Grupo 5C | Ano letivo 2020/2021

8 de abril de 2021

## Resumo

Um objetivo deste trabalho consiste em estudar a radiação emitida por uma lâmpada, utilizada como modelo de corpo negro. Primeiramente, é testada a Lei de Planck e são obtidos, por dois métodos distintos, os valores  $\omega = (2.64 \pm 0.04)10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$  e  $\omega = (2.67 \pm 0.05)10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$  para a constante de Wien (desvios à exatidão de 9% e 8%, resp.). É também estudada a eficiência luminosa da lâmpada. É ainda abordada a lei de radiação de Stefan, tendo-se obtido  $\alpha = 5.33 \pm 0.05$  na relação  $out = cT^\alpha$  (desvio à exatidão de 33%). Por fim, são comparadas as emissividades das faces preta, branca, cinzenta e espelhada de um cubo de Leslie e é discutido o princípio de funcionamento do termómetro ótico.

## 1 Introdução [3]

De acordo com a idealização proposta pelo físico alemão Gustav Kirchhoff, no século XIX, um corpo negro é aquele que absorve toda a radiação que nele incide, não refletindo nenhuma, e que radia unicamente de acordo com a sua temperatura, numa dada situação de equilíbrio. O poder emissivo (ou emitância) de um corpo,  $I$ , corresponde à energia radiada por unidade de tempo e por unidade de área. Por sua vez, o poder emissivo espectral,  $I_\lambda$ , corresponde à emitância por unidade de comprimento de onda, sendo que  $I = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda$  (1).

Um corpo negro pode ser simulado com uma cavidade com um pequeno orifício, uma vez que a probabilidade da radiação que entra no orifício (radiação "incidente") sair da cavidade (radiação "refletida") será muito baixa. Devido às oscilações das cargas elétricas nas paredes da cavidade, pode considerar-se que estas possuem osciladores harmónicos simples. Em equilíbrio, a densidade de energia espectral na cavidade é, então, dada por  $u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \bar{\epsilon} [Jm^{-3}s]$  (2), sendo  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ . Tem-se também que  $I_\nu = \frac{c}{4} u_\nu$  (3). Recorrendo ao cálculo clássico da energia média do oscilador harmónico, obtém-se  $\bar{\epsilon} = kT$ , sendo  $k$  a constante de Boltzmann e  $T$  a temperatura. Porém, com este valor, surgiam resultados teóricos diferentes das observações experimentais.

No século XX, o físico alemão Max Planck torna-se um dos principais percussores da Mecânica Quântica ao propor que a energia dos osciladores é discretizada, ou seja, dada por  $\epsilon = n\epsilon_0$ . Tendo isto em conta, chega-se a

$$\bar{\epsilon} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (4)$$

onde  $h$  é a constante de Planck. Substituindo esta expressão na equação 2 e o consequente resultado na equação 3, obtém-se

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (5)$$

para a emitância espectral do corpo negro, sendo que esta relação traduz a **Lei de Planck**.

Derivando a equação 5 em ordem a  $\lambda$ , verifica-se que existe uma relação de proporcionalidade inversa entre o valor do comprimento de onda para o qual a emitância é máxima,  $\lambda_{max}$ , e a temperatura do corpo negro. Esta relação corresponde à **lei do deslocamento de Wien** e é dada por

$$\lambda_{max} T = \omega \quad (6)$$

sendo  $\omega = 2.8977729 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$  [3] a constante de Wien.

O espectro de emissão de um suposto corpo negro pode ser obtido utilizando um prima dispersor de índice de refração  $n(\lambda)$ , variando este consoante o comprimento de onda da luz incidente. Aplicando a Lei de Snell [4] a ambas as faces do prisma equilátero ( $\alpha = 60^\circ$ ) apresentado na Figura 1, chega-se a:

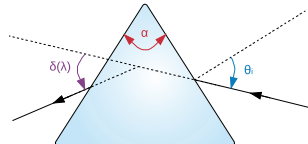


Figura 1: Prisma dispersor

$$n(\lambda) = \sqrt{\sin^2(\theta_i) + \frac{[\sin(\delta(\lambda) - \theta_i + \alpha) + \cos(\alpha) \sin(\theta_i)]^2}{\sin^2(\alpha)}} \quad (7)$$

As leis de radiação de Planck e de deslocamento de Wien

podem ser verificadas experimentalmente com recurso a este prisma.

Recorrendo agora às equações 1 e 5, obtém-se, para a emitância de um corpo negro, a relação

$$I = \sigma T^4 \quad (8)$$

com  $\sigma = 5.670374419 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$  [5] (constante de Stefan-Boltzmann), sendo que esta equação traduz a **Lei de Stefan**. Por sua vez, para um corpo de emissividade  $\epsilon$  (sendo que  $\epsilon = 1$  para um corpo negro), a emitância é dada pelo **Teorema de Kirchhoff**:

$$F = \epsilon \sigma T^4 \quad (9)$$

Este trabalho experimental tem então três objetivos concretos, com o intuito geral de estudar a radiação que é emitida por um modelo de corpo negro:

- I Verificação da lei de radiação de Planck e da lei de deslocamento de Wien;
- II Verificação da Lei de Stefan;
- III Análise da emissividade de diferentes superfícies (T igual).

## 2 I - Espectro de emissão

### 2.1 Montagem

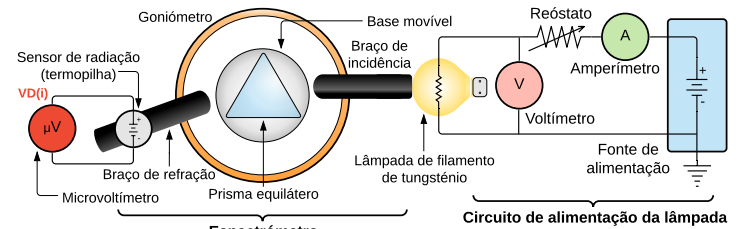


Figura 2: Diagrama de blocos da montagem experimental I

A montagem utilizada no estudo do espectro de emissão de um modelo de corpo negro é a apresentada na figura 2. Nesta, a lâmpada de filamento de tungsténio é o candidato a corpo negro que será alvo de estudo. A lâmpada é controlada pelo respetivo circuito de alimentação, composto por uma fonte de alimentação, um reóstato - previamente ajustado de modo a permitir proteger a lâmpada de tensões acima dos 13 V, o máximo que esta pode receber - um voltímetro e um amperímetro.

A luz da lâmpada é colimada pelo braço de incidência do espectrómetro, seguindo depois para o prisma refrator - um prisma triangular equilátero que está assente sobre uma base móvel - e sendo parcialmente captada pelo braço de refração, que a colima e direciona para a termopilha. A termopilha é um dispositivo altamente sensível que gera tensão - por efeito de Seebeck - proporcional à intensidade da radiação a que é exposta, sendo, neste caso, essa tensão lida pelo microvôltemetro. Tanto a termopilha como o braço de refração incluem coberturas removíveis para proteger as suas entradas.

Tanto o prisma como os dois braços do espectrómetro estão montados sobre um goniómetro com nónio, com resolução de  $30''$ , que permite ler a posição angular destes.

### 2.2 Procedimento

Em primeiro lugar, ligou-se a fonte de alimentação, assegurando-se uma tensão entre os terminais da lâmpada de aproximadamente 12 V. Foram registados os valores desta tensão (lida pelo voltímetro) e da corrente a passar na lâmpada (lida pelo amperímetro), os quais permitem a determinação da

resistência do filamento da lâmpada. A temperatura da lâmpada pode ser obtida através da resistência calculada, realizando uma interpolação linear com recurso a dados tabelados.

De seguida, foi necessário determinar o ângulo de incidência da luz sobre o prisma. Primeiro, foi colocada uma máscara com uma única fenda fina no braço de incidência, rodando-se a base do prisma até a reflexão da fenda se sobrepor à fenda original, momento em que se regista um ângulo  $\theta_1$ . Depois, após remover a máscara, rodou-se novamente a base do prisma de forma a ver-se bem o espectro de refração e mediu-se  $\theta_2$ , sendo que o ângulo incidente será a diferença entre o primeiro e o segundo. Depois destas medições serem feitas, prendeu-se a base do prisma com o parafuso disponível para o efeito.

Ainda antes de realizar medições de tensão, é necessário compensar o ruído nas medições do microvoltímetro. Para tal, destaparam-se o braço de refração e a termopilha e rodou-se o braço até se encontrar a luz verde, registando-se o ângulo medido no goniómetro (é o ângulo inicial para as medições). De seguida, recolocaram-se ambas as coberturas e ligou-se o microvoltímetro na posição mais sensível, carregando-se no interruptor que anula a medição do microvoltímetro (com vista a compensar o ruído). Procedeu-se de seguida às medições, sendo realizadas três medições válidas para cada ângulo (ângulos sucessivos têm uma diferença de  $20'$  ou  $40'$  alternadamente e sempre no mesmo sentido). Considera-se que uma medição é válida se, após realizada e recolocada a cobertura do braço, a leitura do microvoltímetro for inferior a  $3 \mu V$ .

O procedimento anterior foi repetido para tensões entre os terminais da lâmpada de aproximadamente  $8.5 V$  e  $5 V$ . No final foi retirado o prisma e alinhados os dois braços de modo a maximizar a leitura no microvoltímetro, tendo sido registada a posição angular do braço de refração,  $\xi$ .

## 2.3 Dados recolhidos e análise

Neste trabalho experimental foram determinados os seguintes ângulos:  $\theta_1 = 286^\circ 59' \pm 30''$ ,  $\theta_2 = 239^\circ 57' \pm 30''$  e  $\xi = 274^\circ 21' 30'' \pm 30''$ . Com estes valores, foi possível calcular o ângulo de incidência,  $\theta_i = 47^\circ 2' \pm 1'$ . Na tabela 1, podem ser observados os valores medidos de  $V$  e  $I$  e os consequentes resultados obtidos para  $R$  e  $T$  nos 3 ensaios realizados.

Para comparar o espectro da lâmpada com a equação 5, foi necessário obter, a partir dos ângulos medidos, os respetivos comprimentos de onda. Determinaram-se os valores de  $n(\lambda)$  utilizando 7, onde os ângulos  $\delta(\lambda)$  resultam da subtração de  $\xi$  pelos ângulos medidos. Com os valores de  $n(\lambda)$ , utilizaram-se novamente valores tabelados para obter os valores correspondentes de  $\lambda$ . Normalizou-se então os valores de tensão, tendo-se obtido os gráficos apresentados em 3.

Nos gráficos, observa-se um desvio entre os resultados experimentais e a curva teórica. Para tentar mitigar esta disparidade, realizou-se um ajuste (com *fitteia*, método dos mínimos quadrados) para cada ensaio com a temperatura como parâmetro livre, figura 4, estando os valores obtidos na tabela 1.

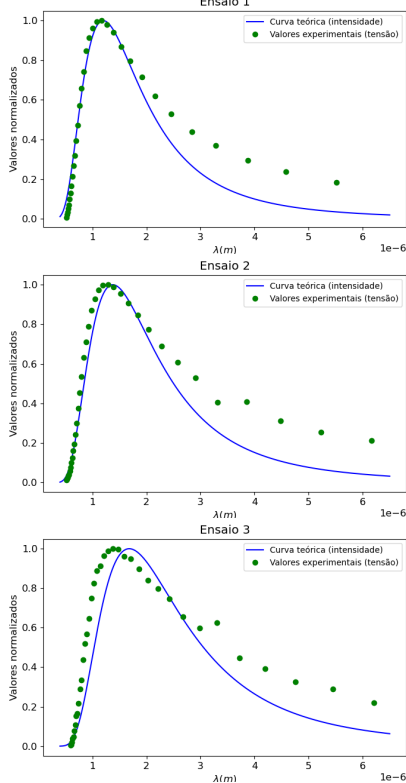


Figura 3: Emitância espectral

Para este ajuste, a incerteza da tensão foi estimada calculando o desvio padrão para 10 valores numa zona mais estável. Foi realizado um ajuste com a equação 6, com  $\omega$  como parâmetro livre. Na figura 5, é possível comparar a teoria com os resultados obtidos com as temperaturas "originais" e as temperaturas obtidas com os ajustes. Para as temperaturas "originais",

obteve-se  $\omega = (2.64 \pm 0.04) \times 10^{-3} m \cdot K$ , desvio à exatidão de aproximadamente 9%. (todos os fits usaram o *fitteia*)

Como visível, com as temperaturas "ajustadas" conseguiram-se resultados ligeiramente mais precisos e exatos, tendo-se obtido  $\omega = (2.67 \pm 0.05) \times 10^{-3} m \cdot K$  (desvio à exatidão de aproximadamente 8%).

Utilizando um *script* de Python, foi possível tratar os dados e estimar a eficiência de iluminação da lâmpada. Para tal, calcularam-se os integrais totais dos dados da figura 3 e os integrais apenas na zona da radiação visível ( $370nm - 750nm$ ), tendo-se determinado o quociente destes últimos pelos primeiros. Foi utilizada a regra dos trapézios. Obtiveram-se valores aproximados para a eficiência: 1.88% para o 1º ensaio, 1.15% para o 2º e 0.46% para o 3º. Tendo em conta o mesmo cálculo e a equação 5, foi estimada a temperatura do corpo negro que permitiria maior eficiência de iluminação, tendo-se realizado o gráfico 6. Obteve-se que para  $T = 7132 K$  se teria a eficiência máxima de 48.36% e  $\lambda_{max}$  aproximadamente  $406nm$ , luz violeta [1].

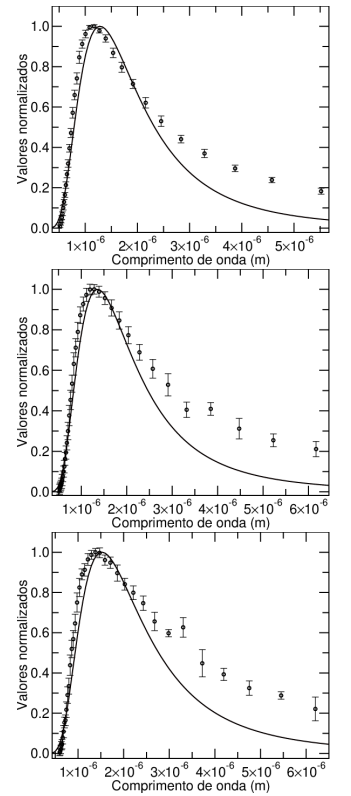


Figura 4: Emitância espectral (T ajustadas)

	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3
$V (V)$	$12.42 \pm 0.01$	$8.42 \pm 0.01$	$4.997 \pm 0.001$
$I (A)$	$1.734 \pm 0.001$	$1.417 \pm 0.001$	$1.091 \pm 0.001$
$R (\Omega)$	$7.16 \pm 0.01$	$5.94 \pm 0.02$	$4.580 \pm 0.006$
$T (K)$	$2417 \pm 3$	$2104 \pm 3$	$1724 \pm 2$
$T_{ajust.} (K)$	$2265 \pm 7$	$2138 \pm 15$	$1906 \pm 11$

Tabela 1: Valores de  $V$ ,  $I$ ,  $R$  e  $T$  para os 3 ensaios

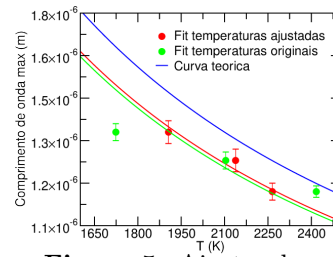


Figura 5: Ajustes dos dados à Lei de Wien

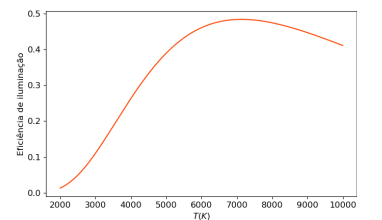


Figura 6: Eficiência de iluminação em função de T

## 3 II - Lei de Stefan

### 3.1 Montagem

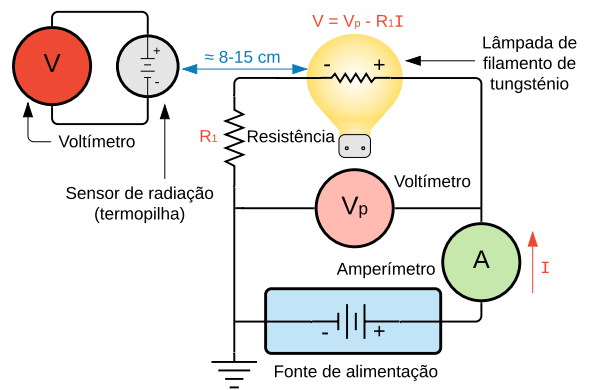


Figura 7: Diagrama de blocos da montagem experimental II

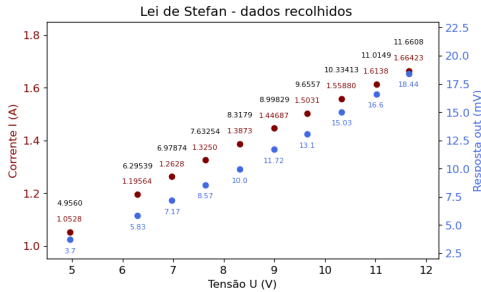
Para o estudo da Lei de Stefan, foi novamente utilizada a lâmpada de filamento de tungstênio e respetivo circuito de alimentação mencionados na Secção 2, bem como a mesma termopilha ligada a um voltímetro. Como se pode ver na Figura 7, a termopilha é agora diretamente exposta à luz da lâmpada, sendo colocada entre 8 e 15 cm desta.

### 3.2 Procedimento

Em primeiro lugar, ligou-se a fonte de alimentação a aproximadamente 5 V. Após aparente estabilidade dos valores lidos, foram realizadas 10 medições consecutivas dos valores de tensão imposta nos terminais da lâmpada, corrente na lâmpada e tensão gerada pela termopilha, algo necessário uma vez que a tensão entre os terminais da lâmpada não estabiliza completamente em tempo útil. Este procedimento foi repetido de 0.5 em 0.5 V. Para a análise dos resultados, considerou-se a média das medições como sendo o valor real da grandeza e o desvio padrão foi calculado a fim de ajudar a estimar a incerteza desse valor. No final, realizou-se o mesmo procedimento com uma tensão de aproximadamente 0 V, cujo fim é explicado em 3.3.

### 3.3 Dados recolhidos e análise

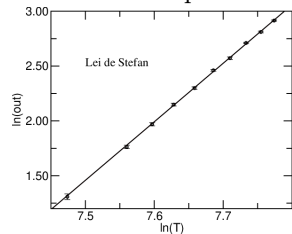
Para o ensaio *baseline*, obteve-se  $U_0 \approx 0.00005$  V,  $I_0 = 0.00003$  A e  $out_0 = 0.18 \pm 0.07$  mV. Considerando que, com a fonte desligada, os três deveriam ser nulos, considerou-se para os valores subsequentes como incerteza o máximo entre o desvio padrão dos dados e  $U_0$  ou  $I_0$ , respetivamente, e aos valores de  $out$  subtraiu-se  $out_0$  (considerando-se este ruído de fundo) e somou-se à incerteza a incerteza de  $out_0$ .



**Figura 8:** Dados recolhidos (apresentados os dígitos significativos, omitidas incertezas dado não serem perceptíveis)

Para cálculo da temperatura, utilizou-se um processo análogo ao referido em 2.3.

De forma a determinar se a Lei de Stefan se verifica, foi realizado um ajuste à expressão 10, tendo-se obtido  $\alpha = 5.33 \pm 0.05$ ,  $c' = -38.5 \pm 0.4$ . Estes resultados figuram em 9.



**Figura 9:** Ajuste à Lei de Stefan

$$out = cT^\alpha \iff \ln out = \ln c + \alpha \cdot \ln T = c' + \alpha \cdot \ln T \quad (10)$$

## 4 III - Emissividade

### 4.1 Montagem

Para o estudo da emissividade, foi utilizada a montagem representada na figura 10. A peça essencial desta montagem é o cubo de Leslie, um cubo com quatro faces diferentes (uma espelhada, uma branca, uma cinzenta e uma preta) o qual contém uma fonte de calor regulável por tensão (em particular uma lâmpada incandescente).

O cubo de Leslie está ligado a um termopar, que permite ler a temperatura do cubo. Próximos do cubo são colocados um termómetro ótico (a aproximadamente um dedo de distância, e perpendicularmente à face do cubo) e a termopilha utilizada nas secções 2 e 3 (a aproximadamente três dedos de distância), ligada a um voltímetro.

### 4.2 Procedimento

Primeiro, ligou-se a fonte de tensão associada à lâmpada no interior do cubo. De seguida, verificando-se que a temperatura

medida no termopar tinha estabilizado e estando a termopilha e o termómetro ótico apontados à mesma face do cubo e às distâncias indicadas deste, foram registados os valores lidos pelo termopar e pelo voltímetro ligado à termopilha. Para além disso, ajustou-se a emissividade definida no termómetro ótico (utilizando o botão SET) de forma a que a temperatura lida fosse aproximadamente igual à indicada pelo termopar, registando-se tanto o valor de temperatura lido como a emissividade inserida.

O procedimento anterior foi repetido para as quatro faces do cubo sempre com a mesma tensão de alimentação, tendo-se realizado diversas medições com o termómetro ótico (para diferentes emissividades) para a face espelhada.

### 4.3 Dados recolhidos e análise

Na tabela 2, são apresentados os valores medidos para as faces preta (*p*), cinzenta (*c*), branca (*b*) e espelhada (*e*), sendo que a emissividade  $\epsilon$  e a temperatura  $T$  foram lidas no termómetro ótico, a tensão  $V$  no voltímetro ligado à termopilha e a temperatura  $T'$  no termopar. Foram registados quatro valores de temperatura, com o termómetro ótico, para a face espelhada, correspondendo estes a diferentes valores de emissividade selecionados no aparelho. As incertezas apresentadas correspondem aos menores algarismos significativos.

Face	$\epsilon$ [ $\pm 0.01$ ]	$T$ [ $\pm 0.1^\circ\text{C}$ ]	$V$ [ $\pm 0.01\text{mV}$ ]	$T'$ [ $\pm 1^\circ\text{C}$ ]	$\frac{ T-T' }{T'}$ (%)
p	0.93	134.3	25.95	134	0.2
c	0.25	133.4	7.51	134	0.4
b	0.96	134.3	24.42	134	0.2
e (1)	0.10	103.4	1.55	134	23
e (2)	1.00	40.8	1.55	134	70
e (3)	0.50	50.5	1.55	134	62
e (4)	0.30	62.8	1.55	134	53

**Tabela 2:** Dados obtidos para o estudo das emissividades das faces do cubo de Leslie

A tensão lida no voltímetro ligada à termopilha é proporcional à intensidade da radiação emitida pela superfície *e*, para cada face *i*, ter-se-á que  $I_i = \epsilon_i \sigma T^4$  (de acordo com a equação 9), pelo que:

$$\frac{\epsilon_i}{\epsilon_j} = \frac{I_i}{I_j} = \frac{V_i}{V_j} \quad (11)$$

Assim, compararam-se os quocientes obtidos com os valores das emissividades, relativos às medições efetuadas com o termómetro ótico, com os quocientes entre as tensões lidas no voltímetro ligado à termopilha. Obtiveram-se os resultados apresentados na tabela 3.

Par ( <i>i, j</i> )	$\epsilon_i/\epsilon_j$	$V_i/V_j$	$\frac{ \epsilon_i/\epsilon_j - V_i/V_j }{V_i/V_j}$ (%)
( <i>p, c</i> )	$3.7 \pm 0.2$	$3.455 \pm 0.006$	7
( <i>p, b</i> )	$0.97 \pm 0.02$	$1.0626 \pm 0.0008$	9
( <i>b, c</i> )	$3.8 \pm 0.2$	$3.252 \pm 0.006$	17

**Tabela 3:** Quocientes entre emissividades e entre tensões

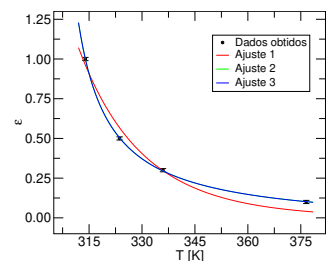
É aparente na tabela 2 que o termómetro ótico e o termopar são consistentes para as faces *p*, *b* e *c* mas divergem para a face *e*. Isto dever-se-á ao facto de a emissividade real da face ser inferior a  $\epsilon = 0.1$ , o menor valor que se pode selecionar no aparelho, o que impossibilita o estudo dos quocientes apresentado em 3. Porém, recorrendo à equação 11, obtém-se a expressão  $\epsilon_{e,i} = \frac{\epsilon_i V_e}{V_i}$ ,  $i \equiv p, b, c$  (12), com a qual se poderá determinar a emissividade da face espelhada. Resulta que  $\epsilon_{e,p} = 0.056 \pm 0.001$ ,  $\epsilon_{e,c} = 0.052 \pm 0.002$  e  $\epsilon_{e,b} = 0.061 \pm 0.001$ , sendo que a média destes valores é dada por  $\epsilon_e = 0.056 \pm 0.005$  (8.9%) (13).

Em seguida, recorreu-se à equação 9, esperando-se obter uma emitância igual para os quatro conjuntos de valores ( $\epsilon_e, T_e$ ). Contudo, isto não aconteceu, tendo-se obtido resultados bastante diferentes entre si ( $\approx 114, 551, 311$  e  $217 \text{ Wm}^{-2}$ , respetivamente), o que indica que estes pares de valores não satisfazem o Teorema de Kirchhoff.

Ora, recorrendo agora aos valores medidos nos quatro ensaios para a emissividade da face espelhada, procurou-se, então, encontrar uma equação que relacionasse os valores de  $\epsilon$  e  $T$ , de forma a extrapolar o valor de  $\epsilon_e$ . Começou-se por testar uma relação do tipo  $\epsilon = \frac{a}{T^b}$  (Ajuste 1), semelhante à equação 9, mas esta não se ajustou bem aos pontos em causa, como se verifica na Figura 11.



Testou-se então um modelo diferente: a equação de uma hipérbole, dada por  $\epsilon = a + \frac{b}{cT+d}$ . Os parâmetros de ajuste obtidos foram:  $a = (-5.4 \pm 1.3) \cdot 10^{-2}$ ,  $b = (1.56 \pm 0.09) \cdot 10^5$ ,  $c = (1.36 \pm 0.02) \cdot 10^4 \text{ K}^{-1}$  e  $d = (-4.11 \pm 0.07) \cdot 10^6$ . Recorrendo à equação de ajuste obtida e à temperatura  $T' = (134 \pm 1)^\circ\text{C}$  medida pelo termopar, chega-se a  $\epsilon_e = 0.055 \pm 0.031(56\%)$ . Efetuou-se



**Figura 11:** Ajustes gráficos para determinar  $\epsilon_e$

ainda o Ajuste 3, de equação  $\epsilon = a + \frac{b}{T^c+d}$ , tendo-se obtido  $a = (-5.2 \pm 1.3) \cdot 10^{-2}$ ,  $b = (2.9 \pm 0.2) \cdot 10^1$ ,  $c = 1.141 \pm 0.002$  e  $d = (-6.77 \pm 0.08) \cdot 10^2$ , donde  $\epsilon_e = 0.054 \pm 0.028(52\%)$ . O ajuste é visualmente indistinguível do anterior. Recorrendo aos dois resultados obtidos, chega-se a um valor médio de  $\bar{\epsilon}_e = 0.054 \pm 0.030(56\%)$ .

## 5 Discussão dos resultados

Como já referido, os dados experimentais presentes na figura 3 apresentam uma grande discrepância em relação ao esperado teoricamente. Essa discrepância é principalmente visível para comprimentos de onda superiores, podendo ser o resultado de diversos erros. A termopilha utilizada, que mede tensões muito baixas, pode ser facilmente afetada por ruído eletromagnético, o que pode originar erros aleatórios e valores desviados dos restantes. Os resultados também podem ser afetados pela determinação incorreta da temperatura do filamento da lâmpada. A realização de um ajuste linear utilizando valores tabelados não é um método muito exato para calcular temperaturas e comprimentos de onda. De forma a tentar obter melhores resultados, realizaram-se ajustes para obter a temperatura. Analisando a figura 4, só se consegue realmente visualizar uma melhoria dos resultados para o terceiro ensaio, que apresentava na figura 3 o maior desvio.

No entanto, na figura 5, constata-se que, apesar dos valores serem apenas ligeiramente mais exatos, são mais consistentes. Em ambos os casos, o desvio à exatidão foi satisfatório, tendo em conta as limitações da experiência.

A estimativa da eficiência de iluminação permitiu concluir que a lâmpada é muito ineficiente. Tal já era esperado por análise do espectro, uma vez que os comprimentos de onda correspondentes a máximos de intensidade, na ordem de grandeza dos  $\mu\text{m}$ , se encontram na gama dos infravermelhos e não da luz visível [1]. Nos ensaios realizados, quanto menor a temperatura, menor a eficiência. Observando a figura 6, é possível observar que a eficiência energética aumenta até aproximadamente  $T = 7132 \text{ K}$ , começando depois a diminuir. Os ensaios realizados apresentaram uma temperatura muito inferior a esta temperatura de máxima eficiência. Colocar a lâmpada a maior temperatura (maior diferença de potencial) iria danificá-la.

Para a Lei de Stefan, seria de esperar, confrontando 8 e 10, que  $\alpha = 4$ , o que não se verificou experimentalmente. Este corpo não se comporta, então, como um corpo negro, nem obedece ao Teorema de Kirchhoff, o que é congruente com os resultados obtidos na Secção 2.

Quanto à parte do Secção da emissividade das faces coloridas, verificou-se a existência de disparidades entre os 7% e os 17% entre os valores dos quocientes das emissividades e dos quocientes das tensões, sendo particularmente surpreendentes os resultados da comparação entre a face branca e preta, verificando-se que a emissividade medida no termómetro ótico era maior para a face branca, mas a tensão lida no voltímetro era maior para a face preta (quando ambas as faces se encontravam à mesma temperatura).

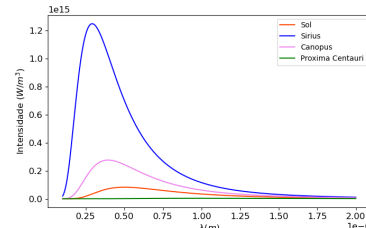
Quanto à face espelhada, verificou-se que nenhuma das medições realizadas permitiram determinar a emissividade através do termómetro ótico (já que a temperatura lida no termómetro ótico foi sempre inferior à lida no termopar), entendendo-se apenas que seria inferior a 0.1. Já as determinações indiretas da emissividade (através da expressão 12 e dos Ajustes 2 e 3) permitiram chegar a valores razoáveis (consideravelmente mais baixos que os das faces pintadas, como seria de esperar de um corpo muito refletor) e consistentes, apesar de o valor obtido através dos ajustes apresentar uma incerteza relativa muito elevada (de cerca de 56%), causada essencialmente pela grande incerteza dos parâmetros de ajuste 'a'. Os ajustes realizados

com os dados relativos à face espelhada parecem sugerir uma relação hipérbolica entre a emissividade e a temperatura indicadas pelo termómetro ótico, mas não é possível ter certezas com tão poucos pontos experimentais.

## 6 Espectros de estrelas [2] [3]

Por curiosidade e para comparação com o "corpo negro" estudado, decidiram-se analisar os espectros de outros corpos negros: o Sol ( $T = 5773 \text{ K}$ ,  $\lambda_{max} = 502 \text{ nm}$  - verde) e as 3 estrelas mais brilhantes no nosso céu noturno, sendo estas, de mais brilhante para menos: Sirius ( $T = 9940 \text{ K}$ ,  $\lambda_{max} = 292 \text{ nm}$  - ultravioleta, distância à Terra ( $d_T$ )=8.6 anos-luz), Canopus ( $T = 7350 \text{ K}$ ,  $\lambda_{max} = 394 \text{ nm}$  - violeta,  $d_T$ =310 anos-luz) e Proxima Centauri ( $T = 3042 \text{ K}$ ,  $\lambda_{max} = 953 \text{ nm}$  - infravermelho,  $d_T$ =4.4 anos-luz), a estrela mais próxima do nosso Sistema Solar. Obtiveram-se os espectros presentes na figura 12 e as seguintes eficiências, todas significativamente superiores à da lâmpada: Sol - 44.91%; Sirius 41.30%; Canopus 48.29%; Proxima Centauri 11.67%.

Como facilmente se observa na figura 12, a estrela Sirius tem uma emitância consideravelmente superior às restantes, como consequência da sua temperatura significativamente mais elevada, o que a torna a estrela mais brilhante no nosso céu, apesar da sua eficiência de iluminação ser inferior à do Sol e à da estrela Canopus. No outro extremo, a



**Figura 12:** Emitância espectral do Sol, Sirius, Canopus e Proxima Centauri

Proxima Centauri, ao ter uma temperatura relativamente baixa, apresenta uma emitância muito reduzida em relação às outras estrelas, tendo também a mais baixa eficiência de iluminação. No entanto, ao ser a estrela mais próxima da Terra depois do Sol, é a terceira estrela mais brilhante. Canopus apresenta valores muito próximos da eficiência máxima. Tal facto, combinado com a sua emitância elevada, apenas ultrapassada pela estrela Sirius, permite que esta estrela, apesar da sua distância considerável à Terra, seja a segunda estrela mais brilhante.

## 7 Conclusão e crítica

A realização deste trabalho permitiu abordar os objetivos definidos. No geral, os resultados obtidos para o corpo negro foram consistentes; não se verificou independência da emissividade face à temperatura, como acontece para um corpo negro. Verificaram-se algumas discrepâncias em relação ao espectro de emissão (Lei de Planck) e na comparação com a Lei de Wien. Alguns erros poderiam ter sido mitigados ao considerar expressões exatas para os cálculos em vez de interpolações com valores tabelados.

Durante a recolha dos dados referentes à Lei de Stefan, verificou-se alguma dificuldade em obter dados estáveis, verificando-se só que não o estariam já *a posteriori*. Teria sido conveniente confirmar visualmente ao observar o gráfico dos dados, em direto, mas tal não foi possível. Por este motivo, dois ensaios foram descartados logo à partida.

Tanto a Secção 2 como a 3 permitem concluir que a lâmpada utilizada não se comporta como um corpo negro. Na Secção 3, observando a Figura 9, é visível que os pontos se ajustam à reta obtida, logo, a tensão respeita uma lei de potência, mas não a esperada. Na Secção 2, concluiu-se ainda que a lâmpada é muito pouco eficiente como fonte de iluminação.

Teria sido também proveitosa a recolha de mais dados para a parte III, com diferentes  $\epsilon$  consideradas no termómetro ótico, de forma a melhor compreender o princípio do seu funcionamento. Idealmente, teria sido melhor utilizar um termómetro ótico que permitisse calibração para emissividades inferiores, de forma a realizar uma medida correta da emissividade da face espelhada.

## Referências

- [1] *Espectro eletromagnético*. URL: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Espectro\\_vis%C3%ADvel](https://pt.wikipedia.org/wiki/Espectro_vis%C3%ADvel).
- [2] *Estrelas mais brilhantes no céu*. URL: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Lista\\_das\\_estrelas\\_mais\\_brilhantes](https://pt.wikipedia.org/wiki/Lista_das_estrelas_mais_brilhantes).
- [3] *Guia Experimental e Apresentações (página da cadeira)*.
- [4] *Snell's Law*. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Snell's Law>.
- [5] *Stefan-Boltzmann constant*. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?sigma>.