Prof. Guilherme Milhano
Prof. Francisco Duque

Semana 9

Oscilações e Ondas
2019/2020

Problema 1

Considere ondas sonoras a propagaram-se ao longo do eixo dos xx num tubo de orgão. O tubo está fechado de um lado, em $x = 0$, e aberto de outro, em $x = L = 1.5\,m$.

- Escreve a equação de ondas para o deslocamento longitudional ψ de um elemento de volume do ar no tubo de orgão.
- Esboce os primeiros 3 modos normais ao longo do intervalo $0 \leq x \leq L$, e escreva as frequências normais para cada um.
- Para os primeiros 3 modos normais, esboce um gráfico da pressão em função de x.
- Se o tubo for aberto dos dois lados, quão grande tem de ser de modo a que a frequência do modo fundamental permaneça igual.

Problema 2

Considere uma corda de comprimento L fixa em ambos os lados.

- Encontre a energia total de vibração do n modo normal com amplitude A. A tensão na corda é T e a massa total de corda é M.
- Calcule a energia total de vibração da mesma corda se estiver na seguinte sobreposição de modos normais

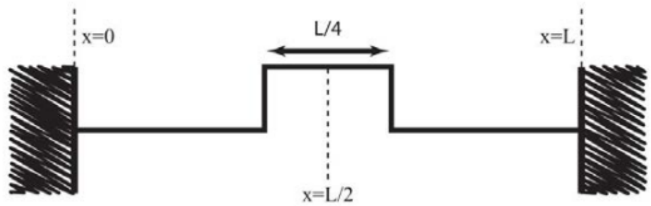
$$\psi(x,t) = A_1 \sin\frac{\pi x}{L}\cos(\omega_1 t) + A_3 \sin\frac{3\pi x}{L}\cos(\omega_3 t - \pi/4)\ . \tag{1}$$

Problema 3

Uma corda de comprimento L, tensão T e massa por unidade de comprimento ρ_L fixa em ambos os lados é distorcida como ilustrado na figura. A altura do pulso é h. A corda está constrangida a vibrar somente na direção vertical. Em $t = 0$, a corda é solta de forma a que a sua velocidade inicial seja nula

- Qual é velocidade da onda progressiva nesta corda?
- Esboce a forma da corda em $t = \frac{L}{4}\sqrt{\rho_L/T}$
- Esboce a forma da corda em $t = L\sqrt{\rho_L/T}$

$$\psi(x,t) = A_1 \sin\frac{\pi x}{L}\cos(\omega_1 t) + A_3 \sin\frac{3\pi x}{L}\cos(\omega_3 t - \pi/4)\ . \tag{2}$$



Problema 4

Consiere uma corda de densidade ρ sobre uma tensão T. Um pulso a viajar na corda, causa um desvio vertical da forma

$$y(x,t) = y_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-vt}{\sigma}\right)^2\right] \tag{3}$$

- Encontre uma expressão para a densidade de energia cinética da corda num instante t. Esboce o resultado em função de x
- Encontre uma expressão para a densidade de energia potencial na corda. Compare com a densidade de energia cinética.
- Encontre uma expressão para a energia total do pulso em termos de T, y_0 e σ ($\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$)
- Encontre uma expressão para o fluxo (energia por unidade de tempo) a atravessar $x = x_0$ como função do tempo. Faça um esboço do resultado.

Problema 5

Uma corda de densidade de massa μ e tensão T está ligada a um pequeno aro de massa desprezável. O aro desliza na vertical através de uma vara e é sujeito a uma força vertical $F_y = -b\frac{\partial y}{\partial t}$ quando se move.

a) Aplicando a segunda lei de Newton ao aro determine a condição fronteira no final da corda.

b) Mostre que a condição fronteira é satisfeita por um pulso incidente, $f(t-x/v)$, e um pulso reflectido, $g(t+x/v)$. Determine g em função de f assumindo que o aro se encontra em $x=0$.

c) Mostre que o resultado obtido tem o comportamento correcto no limite $b \to 0$ (extremidade da corda livre) e $b \to \infty$ (extremidade da corda fixa).