

# Relatório Galvanómetro

David Cristino (96518), Duarte Marques (96523), João Marques (96542), Rodrigo Pereira (96563)

29 de setembro e 1 de outubro

## Grupo B2, Terça e Quinta-feira

*Mestrado Integrado em Engenharia Física e Tecnológica*

*Laboratório de Mecânica Oscilações e Ondas*

*Profs. Pedro Sebastião e António Ferraz*

### Resumo

Com esta atividade experimental, tencionou-se estudar o funcionamento de um galvanómetro e determinar as suas constantes características. Assim, calcularam-se os ângulos de desvio do quadro móvel do mesmo, recorrendo ao método de Poggendorf, nos vários regimes de movimento, dependentes das condições iniciais: estático, oscilatório amortecido, aperiódico limite e aperiódico. Assim, obtiveram-se os seguintes resultados:  $S_i = (5.8 \pm 0.1) \times 10^5 \text{ rad.A}^{-1}$ ,  $A_1 = (3.4 \pm 0.4) \times 10^{-9} \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-1}$ ,  $nA_q B = (0.018 \pm 0.002) \text{ Tm}^2$ ,  $C = (3.0 \pm 0.3) \times 10^{-8} \text{ Nm}$  e  $I_{zz} = (5.0 \pm 0.6) \times 10^{-8} \text{ kgm}^2$ .

## I Introdução teórica

O galvanómetro é um aparelho constituído por um quadro móvel suspenso por um fio, por um íman permanente em ferradura e por um cilindro de ferro macio. O quadro móvel tem  $n$  espiras que, quando sujeitas a uma corrente elétrica, criam um campo magnético que interage com o íman e resulta num movimento oscilatório do quadro.

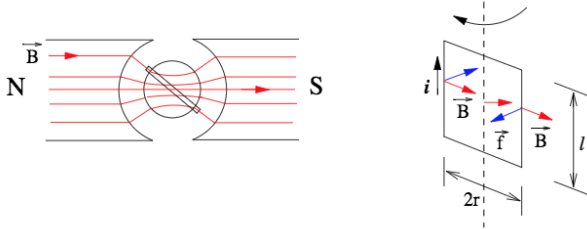


Figura 1: Esquema da corrente no galvanómetro e forças no quadro móvel

O módulo da força exercida no quadro é calculado, pela Lei de Laplace, através de

$$f = inlB \quad (1)$$

Sendo  $i$  a corrente elétrica,  $n$  o número de espiras e  $B$  a intensidade do campo magnético. A força exercida na zona interior do quadro é muito reduzida, pelo que se

considera que a força exercida no quadro é um binário composto por duas forças perpendiculares ao quadro, de igual módulo e sentido oposto, como pode ser visto na figura 1. O momento do binário é obtido por

$$N_1 = n2RliB = A_q niB \quad (2)$$

em que  $A_q$  é a área do quadro. A oscilação resulta na torção do fio que suporta o quadro, o que leva ao aparecimento de um novo binário com tendência para levar o quadro à posição inicial, dado por

$$N_2 = -C\alpha \quad (3)$$

Com  $C$  o coeficiente de torção do fio e  $\alpha$  o ângulo de desvio em relação à posição inicial. Na posição em que os binários se equilibram tem-se:

$$nA_q iB = C\alpha \quad (4)$$

ou seja,

$$\alpha = \frac{nA_q Bi}{C} = S_i i \quad (5)$$

onde  $S_i$  representa a sensibilidade do galvanómetro.

## I Oscilações do quadro móvel

O quadro móvel é um corpo rígido que apenas oscila em torno de um eixo, portanto tem um só grau de liberdade, o ângulo  $\alpha$ . Assim, é importante estudar o seu movimento em função de  $\alpha$ . Com o circuito fechado e corrente a passar no galvanómetro, este tende

para uma nova posição de equilíbrio. Do mesmo modo, ao interromper a corrente, o quadro móvel oscila até regressar ao equilíbrio inicial. A equação que descreve um sistema a rodar em torno do seu eixo é:

$$I_{zz} \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \sum N_i \quad (6)$$

Os binários que atuam no quadro móvel são o binário causado pela corrente ( $N_1$ ), o de torção do fio ( $N_2$ ) e por fim o de amortecimento causado pelo atrito do ar:

$$N_3 = -A_1 \frac{d\alpha}{dt} \quad (7)$$

Substituindo na equação 6, a expressão de cada binário obtém-se

$$I_{zz} \frac{d^2\alpha}{dt^2} + A_1 \frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = nA_q i B \quad (8)$$

Os sinais dos binários dependem de uns favorecerem o movimento e outros não.

## II Atrito eletromagnético

Habitualmente, liga-se uma resistência ( $R_S$ ) em paralelo ao galvanómetro de forma a criar um circuito fechado para que, ao abrir o interruptor que alimenta o galvanómetro, a corrente que o percorre não se anule instantaneamente. Segundo a lei de indução de Faraday, a variação temporal do fluxo B induz no circuito uma força eletromotriz,  $\epsilon$ , que se opõe à variação do fluxo:

$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad (9)$$

O fluxo,  $\phi$ , criado pelo íman é, por sua vez, dado por

$$\phi = \alpha A_q n B \quad (10)$$

Retirando a corrente, o quadro que ocupava uma posição fixa, começa a oscilar, causando uma variação no  $\alpha$  que por sua vez resulta numa força eletromotriz dada por

$$\epsilon^\phi = -A_q n B \frac{d\alpha}{dt} \quad (11)$$

O quadro do galvanómetro também apresenta um coeficiente de auto indução  $L_g$ , que também contribui para a força eletromotriz na forma

$$\epsilon^i = -L_g \frac{di}{dt} \quad (12)$$

No entanto,  $L_g$  é geralmente muito baixo e a sua contribuição é desprezável, resultando na equação

$$\epsilon^\phi \approx -A_q n B \frac{d\alpha}{dt} = (R_S + R_g) i \quad (13)$$

da qual se obtém

$$i \approx -\frac{A_q n B}{R_S + R_g} \frac{d\alpha}{dt} \quad (14)$$

Substituindo i na equação 8:

$$I_{zz} \frac{d^2\alpha}{dt^2} + A_1 \frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = -\frac{(nA_q B)^2}{R_S + R_g} \frac{d\alpha}{dt} \quad (15)$$

Considerando  $A_2 = \frac{(nA_q B)^2}{R_S + R_g}$  e dividindo tudo por  $I_{zz}$ , manipula-se a equação para chegar à equação do movimento

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2\lambda \frac{d\alpha}{dt} + \omega_0^2 \alpha = 0 \quad (16)$$

com

$$2\lambda = \frac{A_1 + A_2}{I_{zz}} = 2(\lambda_1 + \lambda_2) \quad (17)$$

$$\omega_0^2 = \frac{C}{I_{zz}} \quad (18)$$

onde  $\lambda_1$  é o coeficiente de amortecimento mecânico e  $\lambda_2$  o coeficiente de amortecimento electromagnético.

Assim, o movimento do quadro do galvanómetro pode ser equiparado a um sistema de oscilações mecânicas livres (por exemplo, o sistema massa-mola). As suas soluções dependem de  $\omega_0$  e  $\lambda$ .

Caso  $\omega_0 > \lambda$ :

$$\alpha = ae^{-\lambda t} \cos(\omega t + \delta) \quad (19)$$

Caso  $\omega_0 = \lambda$ :

$$\alpha = (a_1 + a_2 t) e^{-\lambda t} \quad (20)$$

Caso  $\omega_0 < \lambda$ :

$$\alpha = e^{-\lambda t} \left( a_1 e^{\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} t} + a_2 e^{-\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} t} \right) \quad (21)$$

## III Método de Poggendorf

O galvanómetro utilizado é um galvanómetro de espelho (com o espelho no mesmo plano do quadro móvel). Ilumina-se o espelho com uma fonte luminosa e observa-se a imagem refletida numa escala graduada colocada a uma certa distância do espelho, paralelamente ao mesmo quando na posição inicial de equilíbrio.

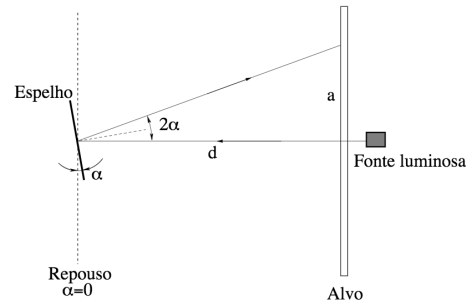


Figura 2: Relação entre  $\alpha$ ,  $d$  e o desvio  $a$

A relação entre o valor do ângulo e o valor medido na escala será

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{a}{d}\right) \quad (22)$$

## II Montagem

Seguindo o procedimento, começou-se por confirmar a presença de todo o material necessário para a realização da experiência. De seguida, confirmou-se os valores dos parâmetros físicos do material a utilizar, como por exemplo as resistências incluídas no sistema elétrico. Este passo é especialmente importante dada a sensibilidade do galvanómetro, dado que a diferença de potencial no galvanómetro não deve ultrapassar os  $6\mu V$ , evitando assim danificar o aparelho. Ao verificar que os valores físicos de todos os aparelhos correspondiam aos previstos, efetuou-se a montagem do circuito elétrico de acordo com o esquema elétrico abaixo.

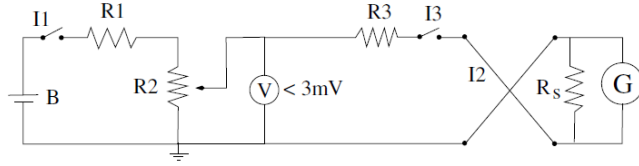


Figura 3: Esquema elétrico do circuito

Após a montagem, ligou-se a fonte luminosa, para que se alinhasse o alvo - escala graduada - com o espelho do galvanómetro, de forma a ficarem paralelos. Tentou-se ainda fazer corresponder o zero da escala com a incidência da luz refletida, contudo tal não foi possível. De forma a confirmar o ajuste inicial feito a “olho”, mediu-se a distância de cada extremo da escala graduada à parede em frente, esperando obter valores iguais. Mediu-se ainda a distância da escala ao espelho do galvanómetro, sendo esta  $d = (92,5 \pm 5)cm$ . De notar que a incerteza é de 5 cm e não metade da menor divisão da escala como seria habitual, já que não se sabe com certeza a posição do espelho do galvanómetro, uma vez que não se pode mexer no aparelho, dada a sensibilidade referida anteriormente. Isto dificulta a medição e aumenta a incerteza da mesma. Montou-se também um suporte para telemóvel, para que se filmasse a escala graduada ao longo da experiência, de forma a obter uma amostra de dados para tratar no *Tracker*.

## III Procedimento

### I Preparação do trabalho

Previamente, foram deduzidas as equações que relacionam a tensão nos terminais do galvanómetro,  $U_g$ , a tensão medida no voltímetro,  $U_V$ , e a tensão do gerador,  $U_B$ . Foram também deduzidas as expressões que permitem calcular  $I_{zz}$ ,  $nA_qB$ ,  $C$  e  $A_1$ , sendo elas

$$U_V = U_B \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (23)$$

$$U_g = U_V \frac{R_S R_g}{R(R_3 + \frac{R_S R_g}{R})} \quad (24)$$

onde  $R = R_S + R_g$ .

No limite  $R_S \rightarrow \infty$ , obtém-se

$$U_g = U_V \frac{R_g}{R_3 + R_g} \quad (25)$$

Para os restantes valores, demonstra-se que

$$I_{zz} = \frac{2\lambda_2 R}{S_i^2 \omega_0^4} \quad (26)$$

$$nA_qB = \frac{2\lambda_2 R}{S_i \omega_0^2} \quad (27)$$

$$C = \frac{2\lambda_2 R}{S_i^2 \omega_0^2} \quad (28)$$

$$A_1 = \frac{4\lambda_1 \lambda_2 R}{S_i^2 \omega_0^4} \quad (29)$$

As fórmulas de propagação de incertezas utilizadas foram obtidas recorrendo aos módulos das derivadas parciais e às incertezas de cada variável, sendo elas:

$$\epsilon_\alpha = \frac{1}{2} \frac{d\epsilon_\alpha + |x|\epsilon_d}{d^2 + x^2} \quad (30)$$

$$\epsilon_\omega = \frac{2\pi\epsilon_T}{T^2} \quad (31)$$

$$\epsilon_{\omega_0} = \frac{\omega\epsilon_\omega + \lambda\epsilon_\lambda}{\omega_0} \quad (32)$$

$$\epsilon_{\lambda_2} = \epsilon_{\lambda_1} + \epsilon_\lambda \quad (33)$$

$$\epsilon_{A_1} = \frac{4\lambda_2 R}{\omega_0^4 S_i^2} \epsilon_{\lambda_1} + \frac{4\lambda_1 R}{\omega_0^4 S_i^2} \epsilon_{\lambda_2} + \frac{4\lambda_1 \lambda_2}{\omega_0^4 S_i^2} \epsilon_R + \frac{16\lambda_1 \lambda_2 R}{\omega_0^5 S_i^2} \epsilon_{\omega_0} + \frac{8\lambda_1 \lambda_2 R}{\omega_0^4 S_i^3} \epsilon_{S_i} \quad (34)$$

$$\epsilon_{nA_qB} = \frac{2R}{\omega_0^2 S_i^2} \epsilon_{\lambda_2} + \frac{2\lambda_2}{\omega_0^2 S_i^2} \epsilon_R + \frac{4\lambda_2 R}{\omega_0^3 S_i^2} \epsilon_{\omega_0} + \frac{2\lambda_2 R}{\omega_0^2 S_i^2} \epsilon_{S_i} \quad (35)$$

$$\epsilon_C = \frac{2R}{\omega_0^2 S_i^2} \epsilon_{\lambda_2} + \frac{2\lambda_2}{\omega_0^2 S_i^2} \epsilon_R + \frac{4\lambda_2 R}{\omega_0^3 S_i^2} \epsilon_{\omega_0} + \frac{4\lambda_2 R}{\omega_0^2 S_i^3} \epsilon_{S_i} \quad (36)$$

$$\epsilon_{I_{zz}} = \frac{2R}{\omega_0^4 S_i^2} \epsilon_{\lambda_2} + \frac{2\lambda_2}{\omega_0^4 S_i^2} \epsilon_R + \frac{8\lambda_2 R}{\omega_0^5 S_i^2} \epsilon_{\omega_0} + \frac{4\lambda_2 R}{\omega_0^4 S_i^3} \epsilon_{S_i} \quad (37)$$

Tentou-se também ajustar cuidadosamente a fonte luminosa de forma a que a posição de equilíbrio correspondesse ao zero da escala, embora se tenha acabado por escolher como posição de equilíbrio um ponto diferente do zero da escala.

## II Regime Estático

Nesta parte do trabalho, o objetivo foi determinar a sensibilidade,  $S_i$ , do galvanómetro. Para isso, mediu-se o desvio,  $x$ , na escala graduada, em função da tensão,  $U_V$ , medida no multímetro, impondo-se  $R_S \rightarrow \infty$ . Assim, o galvanómetro foi desconectado do circuito, utilizando o inversor de cavilhas. Começou-se com  $U_V = 6mV$ , sendo que, através do anulamento da resistência imposta pelo reóstato,  $R_2$ , (sem alterar o valor da tensão no gerador), se foi diminuindo  $U_V$  até  $3mV$ , em intervalos de cerca de  $0.5mV$ . Esta diferença de potencial media-se nos terminais do voltímetro. Simultaneamente, registavam-se as medições de  $x$ .

## III Regime oscilante amortecido pelo ar

Nesta parte do trabalho experimental, estudaram-se as oscilações “livres” do galvanómetro, só com atrito do ar.

Ainda com  $R_S \rightarrow \infty$  (e  $U_V = 6mV$ ), de modo a que não atuasse atrito de cariz eletromagnético no sistema, procedeu-se à análise das oscilações do quadro móvel do galvanómetro. Para tal, fechou-se o circuito com o inversor de cavilhas, de modo a que o ponto luminoso se deslocasse até à posição extrema, e, depois de estabilizar, retirou-se uma das cavilhas, fazendo a tensão aplicada cair para zero. O galvanómetro, em seguida, começou a oscilar livremente no ar. Foram efetuados dois ensaios e, de seguida, inverteu-se o sentido da corrente, recorrendo ao inversor de cavilhas, e foram efetuados mais dois. Obteve-se, para cada ensaio, os valores do desvio  $x$ , na escala graduada, ao longo do tempo, filmando o movimento do ponto luminoso na escala e recorrendo ao software *Tracker*. Com estes mesmos vídeos, foi posteriormente medido o tempo correspondente a 3 períodos, isto é, 3 oscilações em torno da posição de equilíbrio, recorrendo a um cronómetro digital. Com estes valores, foi calculada uma média e determinado o período,  $T$ . Este processo foi repetido para cada vídeo (cada ensaio).

## IV Regime oscilante amortecido também pelo atrito eletromagnético

Com a montagem anterior, efetuou-se apenas uma alteração, de modo a estudar o comportamento do galvanómetro quando sujeito a um efeito adicional de atrito eletromagnético: alterou-se o valor da resistência de “shunt”,  $R_S$ , primeiro para  $50k\Omega$  e, de seguida, para  $100k\Omega$ . Para cada um destes valores, efetuaram-se medições tal como descritas para o regime anterior: novamente dois ensaios para cada sentido da corrente.

## V Regime aperiódico limite

Este regime, também denominado de “criticamente amortecido”, dá-se quando o valor de  $R_S$  é baixo o suficiente para que  $\omega_0 = \lambda$ , situação em que o movimento do sistema é descrito através da equação 20. Neste caso, observa-se que o quadro não oscila, mas apenas tende para uma nova posição de equilíbrio.

Para encontrar o valor de  $R_S$  crítico que satisfizesse estas condições, considerou-se um valor inicial de  $50k\Omega$ , o qual se foi diminuindo gradualmente até ser possível observar o fenómeno descrito, e registou-se o valor de  $R_{S_{crítico}}$  em questão, o valor designado por “resistência crítica de shunt”.

## VI Regime aperiódico

Com o mesmo *setup* que os ensaios anteriores, procurou-se estudar o comportamento do sistema quando o valor de  $R_S$  se encontrava abaixo do valor crítico encontrado no ensaio anterior. Neste caso, sabe-se que o movimento do quadro móvel é descrito pela equação 21, já que  $\omega_0 < \lambda$ .

## IV Exposição dos resultados

De modo a tornar esta secção mais apresentável, optou-se por apenas colocar os gráficos correspondentes aos primeiros ensaios, sendo que os restantes ajustes se encontram em anexo.

É importante também salientar que se decidiu não contabilizar os valores dos segundos ensaios com corrente negativa para  $R_S = 50k\Omega$  e  $R_S = 100k\Omega$ . Isto deve-se ao facto de os resultados obtidos serem absurdos face ao esperado e aos anteriores, sendo que os ajustes correspondentes tinham elevados valores do qui-quadrado, causando enormes incertezas relativas. Não se sabe ao certo o que causou estes erros, no entanto pensa-se que pode ter sido o facto de não se ter dado tempo suficiente para a luz estabilizar, ou que se tenha começado a filmar um pouco tarde demais, ou, talvez, se tenha dado uma pequena pancada no sistema, perturbando-o.

## I Regime Estático

Com o objetivo de determinar experimentalmente a sensibilidade do galvanómetro, efetuou-se um ajuste gráfico dos valores de  $\alpha$  em função de  $i$ , com o método dos quadrados mínimos e a ferramenta *fitteia*, à equação 5. Estes valores foram calculados a partir das medições de  $x$  e  $U_V$ , recorrendo às equações 22 e 25, respetivamente. As fórmulas de propagação de erros encontram-se em anexo. O ajuste correspondente ao primeiro ensaio apresenta-se em baixo.

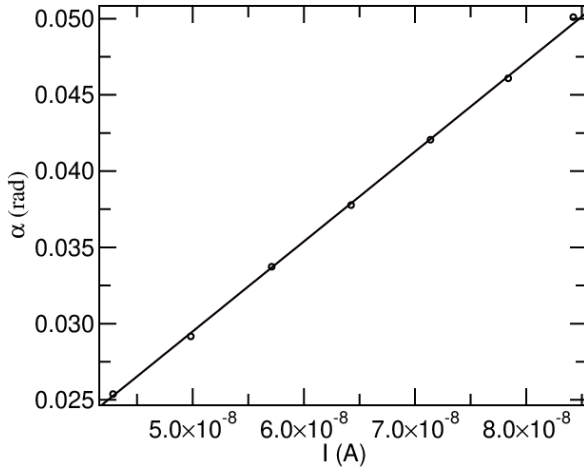


Figura 4: Ajuste gráfico dos valores de  $\alpha$  em função de  $i$  para a corrente de valor positivo

O valor obtido neste ensaio para  $S_i$  foi de  $(5.9 \pm 0.1) \times 10^5$  rad/A, com uma incerteza relativa percentual de 1.7% e, para o segundo ensaio (com a corrente no sentido inverso), foi de  $(5.6 \pm 0.1) \times 10^5$  rad/A, com uma incerteza relativa percentual de 1.8%.

O valor tabelado fornecido no guia é de  $\approx 4600$  mm/A (desvio medido a 1 metro de distância). Logo, sendo  $a = 4.6$  m e  $\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{a}{d}\right)$  ( $d = 1$  m),  $S_{i_{teórico}} \approx 0.678$  rad/ $\mu$ A =  $6.78 \times 10^5$  rad/A.

Fazendo a média dos dois valores de  $S_i$ , obtemos  $S_i = (5.8 \pm 0.1) \times 10^5$  rad/A, com uma incerteza relativa percentual de 1.7%. Assim, o erro experimental é de aproximadamente 14.4%.

## II Regime oscilante amortecido pelo atrito do ar

Com o objetivo de determinar o período de oscilação do galvanômetro, foram realizados vários ensaios, tal como descrito no procedimento experimental.

Medindo-se com o cronômetro, obteve-se um período médio, para os quatro ensaios, de  $T = (7.905 \pm 0.186)$  s, com uma incerteza relativa percentual de 2.4%. A incerteza absoluta associada às medições do período  $T$  calculou-se fazendo uma média do tempo de reação humana, para 5 ensaios, multiplicando por 2 e, por fim, dividindo por 3 (multiplicou-se por 2 para contabilizar o efeito da reação humana no começo e no fim da contagem do tempo; divide-se por 3 porque foram medidos 3 períodos). Portanto, obtém-se um valor para a frequência de  $\omega = (0.7948 \pm 0.0187)$  rad/s, com incerteza relativa percentual de 2.4%.

A equação a utilizar para os ajustes gráficos é  $\alpha = a_0 e^{-\lambda t} \cos(\omega t + \delta) + a_1$  (o termo  $a_1$  permite detectar possíveis erros sistemáticos e está presente também porque a posição de equilíbrio estabelecida não era o zero da escala graduada). Através da equação 22,

calcularam-se os valores de  $\alpha$  a partir dos desvios,  $x$ . O objetivo destes ajustes foi obter o valor de  $\lambda_1$ , ainda desconhecido, mas também obter o valor de  $\omega$ , de modo a comparar com o valor obtido através da medição do período com o cronômetro. A figura 5 mostra o ajuste obtido para este movimento e para um valor positivo da corrente.

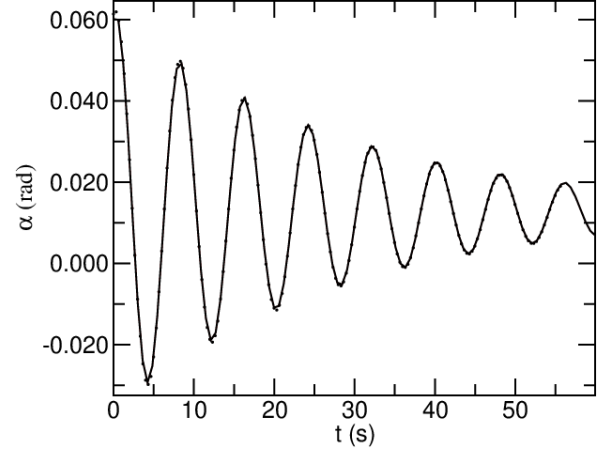


Figura 5: Evolução de  $\alpha$  no tempo sob a ação de atrito do ar, no primeiro ensaio com corrente de valor positivo

Obteve-se  $T = (7.979 \pm 0.003)$  s, sendo o respectivo erro relativo percentual 0.04%, e  $\lambda_1 = (0.0347 \pm 0.0004)$  rad/s, de erro relativo percentual 1.2%. Daqui, é possível retirar um valor de  $\omega = \frac{2\pi}{T} = (0.7875 \pm 0.0003)$  rad/s, com erro relativo percentual de 0.04%.

A figura 6 mostra o ajuste obtido para este movimento e para um valor negativo da corrente.

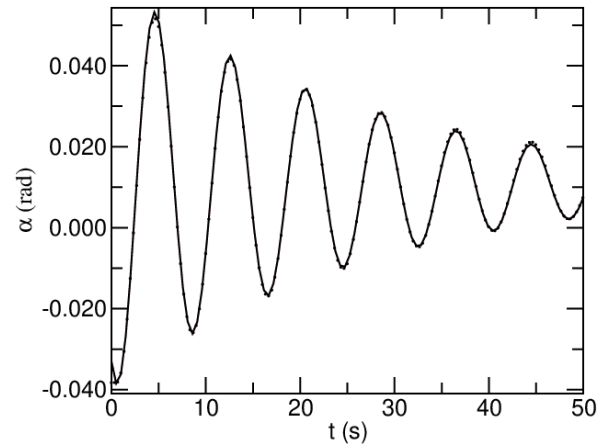


Figura 6: Evolução de  $\alpha$  no tempo sob a ação de atrito do ar, no primeiro ensaio com corrente invertida

Tem-se que  $T = (7.978 \pm 0.003)$  s, de erro relativo 0.04%, e  $\lambda_1 = (0.0365 \pm 0.0004)$  rad/s, de erro relativo 1.1%. É possível retirar um valor de  $\omega = (0.7876 \pm 0.0003)$  rad/s, de erro relativo 0.04%.

Para os quatro ensaios, obtém-se o valor médio seguinte:  $\omega = (0.7875 \pm 0.0002) \text{ rad/s}$ , de incerteza relativa 0.02%. Para o cronómetro, o valor obtido foi de  $\omega = (0.7948 \pm 0.0187) \text{ rad/s}$ , de incerteza relativa 2.4%. Dado que o valor obtido para a frequência usando o *Tracker* teve uma incerteza bastante menor, conclui-se que o método do cronómetro é substancialmente pior, o que já seria de esperar, pois o erro associado a uma máquina costuma ser sempre menor do que o erro humano. Esta é uma das razões referidas pela qual se optou por estudar todos os movimentos com ajuda de software.

Para a média do coeficiente de amortecimento mecânico obteve-se  $\lambda_1 = (0.035 \pm 0.001) \text{ rad/s}$ , de incerteza relativa 2.8%.

### III Regime oscilante amortecido também pelo atrito eletromagnético

Considerou-se, de seguida, o atrito eletromagnético no sistema, sendo  $R_S = 50 \text{ k}\Omega$  e, de seguida,  $R_S = 100 \text{ k}\Omega$ . Recorrendo novamente ao método dos quadrados mínimos, no software *fitteia*, fez-se o ajuste, com a mesma equação utilizada na secção anterior, aos dados obtidos. Procedeu-se, tal como descrito para o regime anterior, ao cálculo dos valores de  $\alpha$  através dos desvios  $x$ . Para o primeiro ensaio com  $R_S = 50 \text{ k}\Omega$ , obteve-se o gráfico apresentado na figura 7, abaixo apresentada.

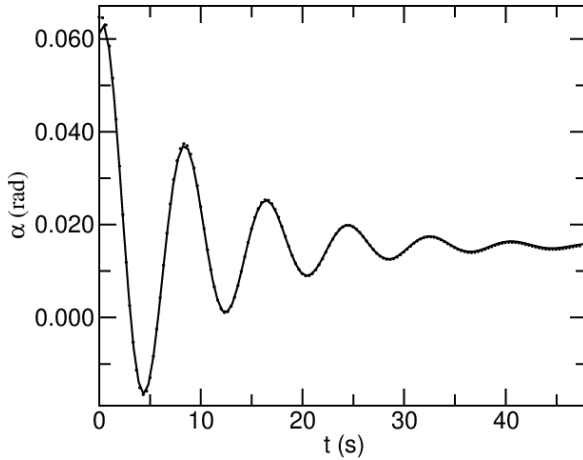


Figura 7: Evolução de  $\alpha$  no tempo sob a ação de atrito do ar e atrito eletromagnético, no primeiro ensaio com corrente de valor positivo e  $R_S = 50 \text{ k}\Omega$

Obteve-se assim, que  $T = (8.03 \pm 0.02) \text{ s}$ , de incerteza relativa percentual 0.2%, e  $\lambda = (0.099 \pm 0.002) \text{ rad/s}$ , de incerteza relativa 2.0%. Deste modo,  $\omega = (0.782 \pm 0.002) \text{ rad/s}$ , de incerteza relativa 0.2%.

Efetuada as médias dos valores obtidos para os 3 ensaios, ficou-se com os seguintes resultados:  $\lambda = (0.100 \pm 0.003) \text{ rad/s}$ , sendo a incerteza relativa percentual 3.0%, e  $\omega = (0.781 \pm 0.002) \text{ rad/s}$ , sendo a incerteza

relativa percentual 0.2%.

É possível, então obter:  $\lambda_2 = \lambda - \lambda_1 = (0.065 \pm 0.004) \text{ rad/s}$ , sendo a incerteza relativa 6.2% e  $\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \lambda^2} = (0.787 \pm 0.002) \text{ rad/s}$ . A incerteza relativa associada é 0.2%.

Para o primeiro ensaio com  $R_S = 100 \text{ k}\Omega$ , obtém-se o gráfico apresentado na figura 8.

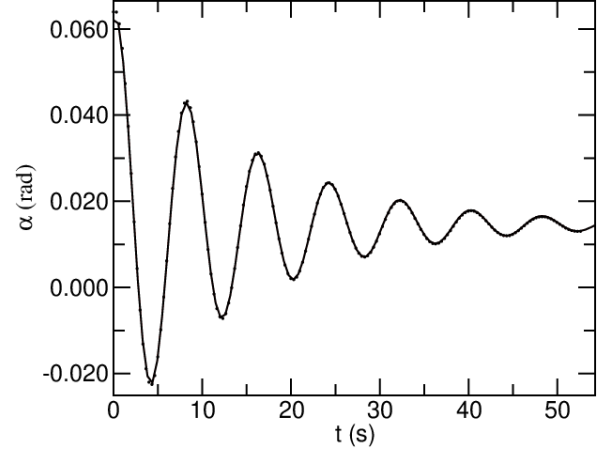


Figura 8: Evolução de  $\alpha$  no tempo sob a ação de atrito do ar e atrito eletromagnético, no primeiro ensaio com corrente de valor positivo e  $R_S = 100 \text{ k}\Omega$

Para esta amostra, obtém-se que  $T = (8.004 \pm 0.008) \text{ s}$ , sendo a incerteza relativa percentual 0.1%, e  $\lambda = (0.0663 \pm 0.0008) \text{ rad/s}$ , de incerteza relativa 1.2%. Deste modo,  $\omega = (0.7850 \pm 0.0008) \text{ rad/s}$ , com incerteza relativa 0.1%.

Efetuada as médias de todos valores obtidos para  $R_S = 100 \text{ k}\Omega$ , obtém-se os seguintes valores:  $\lambda = (0.0667 \pm 0.0008) \text{ rad/s}$ , sendo a incerteza relativa percentual 1.2% e  $\omega = (0.7849 \pm 0.0008) \text{ rad/s}$ , sendo a incerteza relativa percentual 0.1%.

É possível, então, obter:  $\lambda_2 = (0.0317 \pm 0.0018) \text{ rad/s}$ , sendo a incerteza relativa 5.7%, e  $\omega_0 = (0.7878 \pm 0.0009) \text{ rad/s}$ . A incerteza relativa é 0.1%.

Assim, obtém-se os seguintes valores finais para as grandezas características do galvanómetro:

Para  $R_S = 50 \text{ k}\Omega$ :

Variável	Valor	Inc. rel.(%)
$A_1$	$(3.5 \pm 0.5) \times 10^{-9} \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-1}$	14.3
$nA_q B$	$(0.018 \pm 0.002) \text{ Tm}^2$	11.1
$C$	$(3.1 \pm 0.3) \times 10^{-8} \text{ Nm}$	9.7
$I_{zz}$	$(5.0 \pm 0.6) \times 10^{-8} \text{ kgm}^2$	12.0

Para  $R_S = 100k\Omega$ :

Variável	Valor	Inc. rel.(%)
$A_1$	$(3.4 \pm 0.4) \times 10^{-9} kgm^2s^{-1}$	11.8
$nA_qB$	$(0.018 \pm 0.001) Tm^2$	5.6
$C$	$(3.0 \pm 0.3) \times 10^{-8} Nm$	10.0
$I_{zz}$	$(4.9 \pm 0.5) \times 10^{-8} kgm^2$	10.2

Fazendo a média, obtêm-se:

Variável	Valor	Inc. rel.(%)
$A_1$	$(3.4 \pm 0.4) \times 10^{-9} kgm^2s^{-1}$	11.8
$nA_qB$	$(0.018 \pm 0.002) Tm^2$	11.1
$C$	$(3.0 \pm 0.3) \times 10^{-8} Nm$	10.0
$I_{zz}$	$(5.0 \pm 0.6) \times 10^{-8} kgm^2$	12.0

#### IV Regime aperiódico limite

Seguindo o procedimento experimental descrito, determinou-se que  $R_S = (5280 \pm 20)\Omega$ , com incerteza relativa percentual de 0.4%.

Com o intuito de obter possíveis novas informações acerca do sistema em estudo, fez-se um ajuste aos dados obtidos aquando da determinação da resistência crítica de "shunt". Para esse valor de  $R_S$  determinado, eis o gráfico obtido:

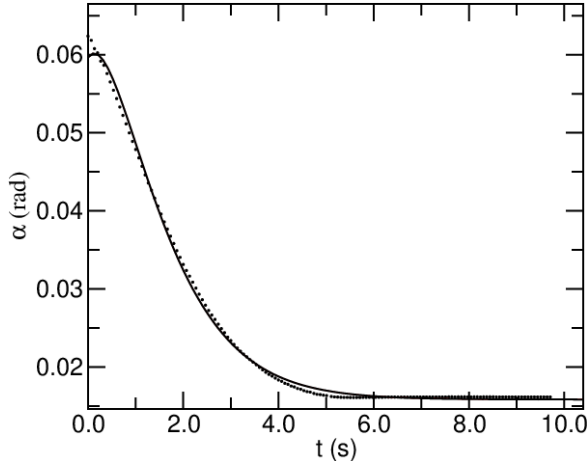


Figura 9: Evolução de  $\alpha$  no tempo sob a ação de atrito do ar e atrito eletromagnético, com  $R_S = R_{S_{crítico}}$

Assim, obteve-se o seguinte valor para o coeficiente de atrito:  $\lambda = (1.14 \pm 0.04)$ , com incerteza relativa de 3.5%.

Para se aplicar a equação 20, ter-se-ia de verificar a igualdade  $\lambda = \omega_0$ . Porém, obteve-se  $\omega_0 = (0.7878 \pm 0.0009) rad/s$ . Considerando este valor como "verdadeiro", o erro experimental de  $\lambda$  é 44.7%. Sendo  $\lambda > \omega_0$ , deveria ter-se aplicado a equação 21. O valor da resistência crítica de "shunt" será, na verdade, superior ao valor encontrado. Este resultado será discutido na análise de dados.

#### V Regime aperiódico

Ao diminuir  $R_{S_{crítico}}$  em  $280\Omega$ , verificou-se que o ponto luminoso adotou um movimento bastante mais lento e não atingiu a posição extrema à qual chegara no regime aperiódico limite, tendo aparentemente estabilizado num ponto anterior na escala graduada.

#### V Análise de dados e conclusão

No geral, não existiam valores tabelados das grandezas a medir indiretamente, o que impediu a determinação de erros experimentais. Pôde-se, contudo, determinar a exatidão associada à sensibilidade do galvanómetro: 14.4%, um valor bastante aceitável tendo em conta o baixo número de pontos experimentais, assim como a elevada incerteza associada à medição da distância do galvanómetro à escala graduada e todos os outros possíveis erros (sistemáticos e aleatórios) a que as medidas se encontraram sujeitas.

Verificou-se, também, que as precisões eram maiores para o regime oscilatório no qual apenas existe o atrito do ar, em oposição aos valores obtidos para o regime de amortecimento com atrito eletromagnético, embora também estes últimos tenham sido bastante precisos, sobretudo os valores de  $\omega$ . Deste modo, poder-se-á concluir que o adicional atrito torna os dados menos fiáveis.

Os valores obtidos para  $\omega$ ,  $\omega_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda$  são bastante precisos, apresentando incertezas relativas inferiores a 10%. Todavia, as incertezas relativas para os valores finais de  $A_1$ ,  $nA_qB$ ,  $C$  e  $I_{zz}$  foram todas superiores ou iguais a 10%. Tal poder-se-á justificar tendo em conta a dependência destes valores finais de inúmeras medidas indiretas calculadas anteriormente, inclusive calculadas em regimes diferentes de oscilação e em diferentes dias da semana: não se tendo terminado todas as medições no primeiro dia do laboratório, foi necessário efetuar de novo a montagem experimental.

Verifica-se também que as incertezas relativas dos valores  $\lambda$ ,  $\lambda_2$ ,  $\omega$  e  $\omega_0$  obtidos para  $R_S = 100k\Omega$  são inferiores às correspondentes incertezas para  $R_S = 50k\Omega$ . Ora, isto vem corroborar ainda mais a conclusão de que o atrito adicional afeta a precisão dos resultados obtidos: com  $R_S$  inferior, o atrito ao qual o galvanómetro está sujeito é superior.

Relativamente à determinação de  $R_{S_{crítico}}$ , verificou-se que o valor de  $\lambda$  correspondente é bastante superior ao valor de  $\omega_0$  calculado. Assim, obteve-se um valor de  $R_S$  para o qual já existia regime aperiódico. Isto permite concluir que deveria ter sido aplicada outra metodologia para determinar este valor. Considerou-se este regime limite quando o ponto luminoso não oscilava perto da posição final. Possivelmente, deveria ter-se considerado a situação na qual o ponto luminoso

passava duas e só duas vezes pela posição de equilíbrio, algo que pode acontecer quando  $\lambda = \omega_0$ .

Por fim, analisando o regime aperiódico, conclui-se que quanto maior for  $\lambda$ , ou seja, quanto maior for o atrito, mais lentamente ocorre o movimento e mais tarde o ponto luminoso estabiliza próximo da posição de equilíbrio.

Com intuito de melhorar o procedimento experimental, como já foi referido, recorreu-se à ferramenta computacional *Tracker*, de modo a obter um maior número de pontos experimentais, sendo estes, em geral, mais exatos comparativamente a medidas obtidas por leitura direta da escala. Acredita-se que, tendo mais dados experimentais, possibilitou-se a obtenção de ajustes mais precisos, o que dimanou resultados mais precisos.

Concluindo, considera-se que se cumpriram os objetivos propostos para esta atividade experimental, sendo que os valores finais obtidos apresentam precisões bastante satisfatórias, que sustentam a fiabilidade dos resultados obtidos. Foi, porém, difícil de caracterizar a exatidão destas medidas, dada a inexistência dos respetivos valores tabelados. Além disso, deveriam ter sido aplicados outros critérios na determinação da resistência crítica de "shunt".

## Referências

- [1] Sebastião P., Estudo das Oscilações de um Galvanómetro (T3), *Guia dos Trabalhos Experimentais*, Departamento de Física (IST), Lisboa, 2016.



## VI Anexos

### I Gráficos de outros ensaios

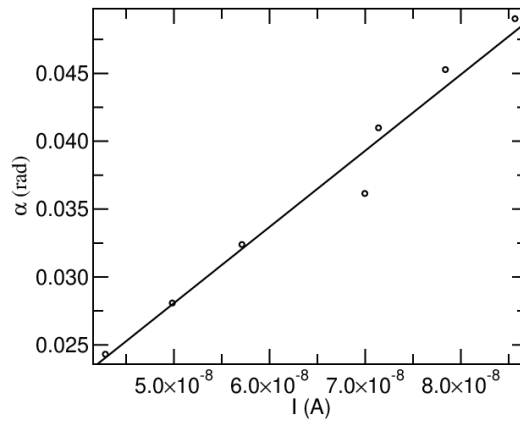


Figura 10: Ajuste gráfico dos valores de  $\alpha$  em função de  $i$  para a corrente de valor negativo

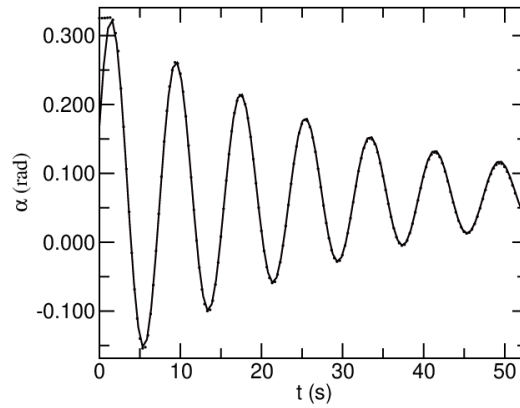


Figura 11: Evolução de  $\alpha$  no tempo sob a ação de atrito do ar, no segundo ensaio com corrente de valor positivo

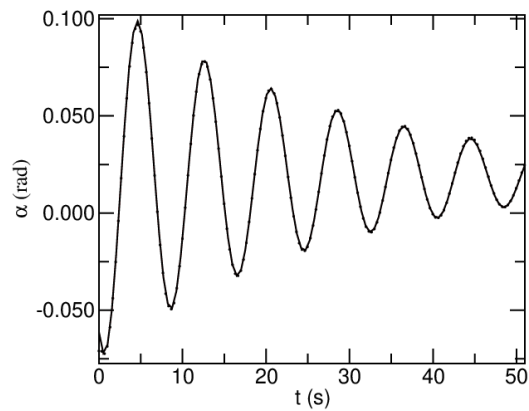


Figura 12: Evolução de  $\alpha$  no tempo sob a ação de atrito do ar, no segundo ensaio com corrente de valor negativo

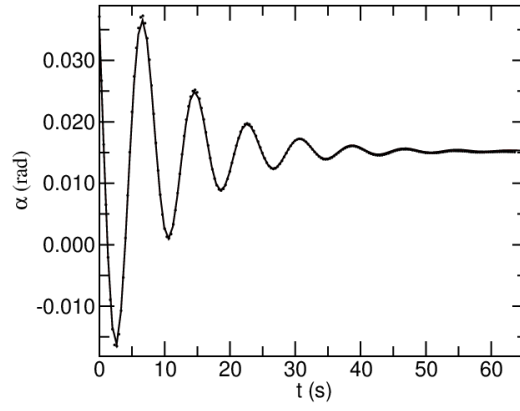


Figura 13: Evolução de  $\alpha$  no tempo sob a ação de atrito do ar e atrito eletromagnético, no segundo ensaio com corrente de valor positivo e  $R_S = 50k\Omega$

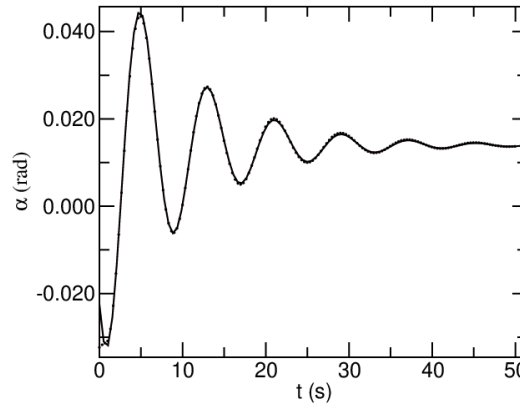


Figura 14: Evolução de  $\alpha$  no tempo sob a ação de atrito do ar e atrito eletromagnético, no primeiro ensaio com corrente de valor negativo e  $R_S = 50k\Omega$

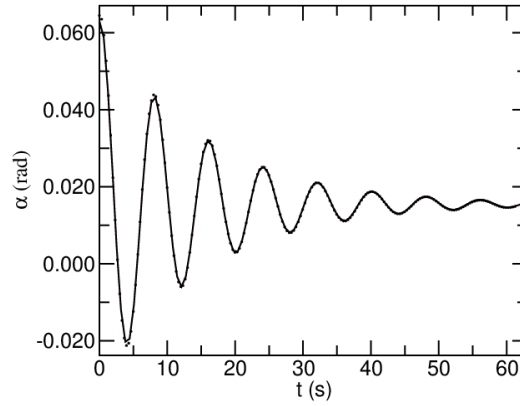


Figura 15: Evolução de  $\alpha$  no tempo sob a ação de atrito do ar e atrito eletromagnético, no segundo ensaio com corrente de valor positivo e  $R_S = 100k\Omega$

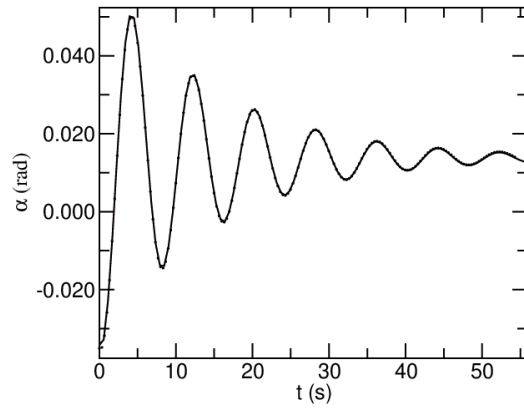


Figura 16: Evolução de  $\alpha$  no tempo sob a ação de atrito do ar e atrito eletromagnético, no primeiro ensaio com corrente de valor negativo e  $R_S = 100k\Omega$