

# Sistemas não-lineares e Caos

## **Objectivos**

O estudo de sistemas não lineares tem tido um grande desenvolvimento nas suas aplicações em vários campos da física, desde a física dos plasmas, biologia, química, mecânica dos fluidos, física do estado sólido. Tipicamente procuram-se soluções estáveis para as equações de evolução não lineares. Neste módulo vamos estudar dois exemplos de sistemas não lineares que resultam em fenómenos característicos: solitões propagando-se em longas distâncias e surgimento de caos em oscilações electrónicas forçadas.

Uma onda solitão resulta do balanço entre efeitos não lineares e dispersivos na propagação de uma perturbação. Iremos verificar experimentalmente a existência de ondas que se propagam mantendo as suas características (forma e velocidade) mesmo após colisão com outras ondas por grandes distâncias. Estes “solitões”, que são descritos pela equação de KdV, serão estudados em laboratório utilizando a propagação numa tina com água.

Outra demonstração de sistemas não-lineares é a resposta de um circuito tipo RLC com um diodo Varicap (com capacidade variável com a tensão). A variação não-linear da capacitância em função da voltagem aplicada pode resultar no aparecimento do caos (resposta não determinística do sistema).

## **Trabalho a efectuar nas sessões**

É espectável que as sessões laboratoriais se dividam entre: 2/3 sessões Solitões numa tina de água, 1/2 sessões Caos e Mapa de Bifurcações.

### **1. Solitões numa tina de água**

Um solitão é genericamente uma perturbação sem dissipação o conservando sempre a sua forma e dimensões. Trata-se, pois, de um fenómeno ondulatório que, no caso deste trabalho, será obtido a partir de perturbações ligeiras no nível da água. No laboratório produzimos solitões a partir da construção de uma onda rectangular de água numa tina de grande comprimento.

### **2. Caos e Mapa de Bifurcações**

Variando um dos parâmetros de controle do circuito pode-se verificar experimentalmente a duplicação de período, que é uma das possíveis rotas para o caos, e que com base nos dados do diagrama de bifurcações obter o número de Feigenbaum [4]. O mapa de bifurcações também é visualizado experimentalmente introduzindo uma onda triangular no parâmetro de controle. Os resultados serão comparados com simulações computacionais para melhor a compreensão.

## Objectivos da aquisição e análise de dados

### 1. Solitões numa tina de água

- Adquira o numero de solitões formados para uma variação combinatória dos diferentes parâmetros da comporta (desnível A e comprimento B) e nível de profundidade h. Deverá usar pelo menos 3 valores para cada parâmetro por forma a testar condições dentro dos limites da teoria KdV e fora dela. (Deverá contar por observação visual e através da aquisição da trajectória de um feixe laser reflectido na superfície, em função do tempo).
- Adquira também a velocidade dos solitões formados para a mesma variação combinatória dos diferentes parâmetros da comporta (desnível A e comprimento B) e nível de profundidade h. Deverá usar pelo menos os mesmos 3 valores para cada parâmetro. (Deverá medir a velocidade com auxílio de um cronometro e através da aquisição da trajectória de dois feixes laser reflectidos na superfície, em duas secções da tina).
- Compare os resultados graficamente através da evolução em função de cada um dos parâmetros. Compare com a teoria KdV e verifique os seus limites.
- **Preparação antes da sessão experimental:** Identifique os parâmetros das condições limite da teoria KdV. Construa uma tabela combinatória (3x3x3) com 3 valores para cada parâmetro da formação dos solitões (h, A e B) por forma a testar os limites de validade das previsões da teoria KdV (a tabela deverá conter as previsões de nº de solitões e velocidade bem como os parâmetros condição da teoria).

### 2. Caos e Mapa de Bifurcações

- Verificar a frequência de ressonância e ~~meça~~ factor de qualidade para o díodo varicap na zona de resposta de linear (baixa amplitude).
- Encontre a frequência e amplitude do sinal injetado no circuito de modo a obter as zonas de caos (obter várias bifurcações de período de resposta do sistema antes de atingir a zona de caos) ~~para dois díodos varicap diferentes.~~
- A partir das tensões em cada período de oscilação e sua ordem construa o mapa de intervalo com a identificação dos pontos fixos e respectivo itinerário (ex: RLRR) esboçando a função iterativa de resposta do sistema com os períodos 1, 2, 4, 8 e 16 crescentes, janelas de estabilidade dentro da zona de caos (3, 6, 5 ...) e ~~períodos 8, 4, 2 e 1 decrescentes.~~
- Obtenha o diagrama de bifurcações experimentalmente com o auxílio de uma onda triangular de baixa frequência a varrer o parâmetro de controle. ~~Medindo os pontos de bifurcação (em tempo e tensão) determine as primeiras razões de convergência (pelo menos duas) das constantes universais de Feigenbaum ( $\delta$  e  $\alpha$ ).~~
- Obtenha as mesmas primeiras razões de convergência da constante universal de Feigenbaum ( $\delta$ ) para a mesma (frequência e amplitude) identificando os pontos de bifurcação através do sinal aos terminais do díodo e do parâmetro de controle (offset

controlado pelo potenciômetro) com o osciloscópio em modo XY (trajectórias) e através das frequências espectrais (Picoscope – spectral mode).

- Simule numericamente com uma função matemática o mapa de bifurcações e determine com precisão (pelo menos até à 3ª casa decimal) a constante de Feigenbaum ( $\delta$ ). Compare com os resultados experimentais.
- **Preparação antes da sessão experimental:** Esboce o mapa de intervalo com a identificação dos pontos fixos para uma condição de oscilação do circuito com a seguinte sequência de amplitudes de oscilação (3.5v, 1v, 4v, 0.2v, 3.5v, 1v, 4v, 0.2v, 3.5v, 1v,...) e respectivo itinerário. Descreva o algoritmo (pseudocódigo) a usar na simulação numérica para determinação da constante de Feigenbaum.

### **Textos de apoio**

Protocolos das montagens: “SistemasDinâmicos\_Protocolos2017.pdf”

#### **1. Solitões numa tina de água**

Guia da montagem: “Guia\_solitoes.pdf”

Manuais: “Manual\_Cinéris.pdf”

Slides: “Slides\_solitoes.pdf” + “Aula\_solitoes.pdf”

Artigo: “Artigo\_solitons.pdf”

#### **2. Caos e Mapa de Bifurcações**

Guia da montagem: “Guia\_Caos.pdf”

Slides: “Slides\_Caos.pdf” + “Aula\_caos.pdf”

Artigo: “Feigenbaum.pdf”