

Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Cálculo Diferencial e Integral I
LMAC/MEBIOM/MEFT - 2017-18 - 1º Mini-teste,
MR-T1-VA

Este mini-teste dura 45 minutos. Só deve ter na sua mesa de trabalho o enunciado e a sua caneta. Vire este enunciado para ver a última pergunta.

Nº		Nome		T	MEFT5F
-----------	--	-------------	--	----------	--------

1. Determine o seguinte conjunto: $\{x \in \mathbb{R} : |2x + 5| > 1\}$.

2. Determine o seguinte conjunto: $\{x \in \mathbb{R} : |2x^2 - 3x - 1| > 1\}$.

3. Prove por indução que $\sum_{k=1}^n (2k+1)3^k = n3^{n+1}$, para qualquer $n \in \mathbb{N}$.

Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Cálculo Diferencial e Integral I
LMAC/MEBIOM/MEFT - 2017-18 - 1º Mini-teste,
MR-T1-VB

Este mini-teste dura 45 minutos. Só deve ter na sua mesa de trabalho o enunciado e a sua caneta. Vire este enunciado para ver a última pergunta.

Nº		Nome		T	MEFT5F
----	--	------	--	---	--------

1. Determine o seguinte conjunto: $\{x \in \mathbb{R} : |5 - 2x| < 1\}$.

2. Determine o seguinte conjunto: $\{x \in \mathbb{R} : |2x^2 + 3x - 1| \leq 1\}$.

3. Prove por indução que $\sum_{k=1}^n (k+1)2^k = n2^{n+1}$, para qualquer $n \in \mathbb{N}$.

Este mini-teste dura 40 minutos. Só deve ter na sua mesa de trabalho o enunciado e a sua caneta. Vire este enunciado para ver a última pergunta.

Nº		Nome		T	Biom3F
----	--	------	--	---	--------

Não use a regra de Cauchy na resolução deste mini-teste.

1. Calcule os seguintes limites ou mostre que não existem. Os limites poderão ser finitos ou infinitos.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2 \tan x)}{\sin x} \qquad (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{\sqrt{x+2}}{1+x} \right).$$

2. A função dada por $f(x) = \ln \left(\frac{1 - \cos x}{x^2} \right)$ é prolongável por continuidade a $x = 0$?

3. Seja f uma função contínua em $[0, 1]$, tal que $0 \leq f(x) \leq 1$ para todo o $x \in [0, 1]$. Prove que existe $c \in [0, 1]$ com $f(c) = c$.

Este mini-teste dura 40 minutos. Só deve ter na sua mesa de trabalho o enunciado e a sua caneta. Vire este enunciado para ver a última pergunta.

Nº		Nome		T	Biom3F
----	--	------	--	---	--------

Não use a regra de Cauchy na resolução deste mini-teste.

1. Calcule os seguintes limites ou mostre que não existem. Os limites poderão ser finitos ou infinitos.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x^2)}{3x^2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\pi \frac{1 - x^2}{1 + 2x^2}\right).$

2. A função dada por $f(x) = x^{x^2}$ é prolongável por continuidade a $x = 0$?

3. Seja f uma função contínua em $[0, +\infty[$ e suponha que existe $b > 0$ tal que $f(b) < f(x)$ para todo o $x > b$. Mostre que f tem mínimo em $[0, +\infty[$.

Este mini-teste dura 40 minutos. Só deve ter na sua mesa de trabalho o enunciado e a sua caneta. Vire este enunciado para ver a última pergunta.

Nº		Nome		T	Biom6F
----	--	------	--	---	--------

1. Determine todas as primitivas de $f(x) = \frac{1-x}{1+\sqrt{x}} + \frac{1}{x+2}$.

2. Seja p_2 o polinómio de Taylor de ordem 2 em $a = 0$ de $f(x) = \sin(\sin x)$. Determine p_2 e diga se a diferença $g(x) = f(x) - p_2(x)$ muda de sinal quando $x = 0$.

3. Mostre que a função F definida abaixo é prolongável por continuidade a $x = 0$. Sendo G esse prolongamento, calcule $G'(0)$ se existir. Sugestão: Não tente calcular o integral apresentado, mas recorde a regra de Cauchy.

$$F(x) = \frac{1}{x} \int_0^x e^{\operatorname{sen} t} dt$$

Este mini-teste dura 40 minutos. Só deve ter na sua mesa de trabalho o enunciado e a sua caneta. Vire este enunciado para ver a última pergunta.

Nº		Nome		T	Biom6F
----	--	------	--	---	--------

1. Determine todas as primitivas de $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-2x^2}} + \frac{2}{1+9x^2}$.

2. Seja p_2 o polinómio de Taylor de ordem 2 em $a = 0$ de $f(x) = \cos(1 - x^2)$. Determine p_2 e diga se a diferença $g(x) = f(x) - p_2(x)$ muda de sinal quando $x = 0$.

3. Mostre que a função F definida abaixo é prolongável por continuidade a $x = 0$. Sendo G esse prolongamento, calcule $G'(0)$ se existir. Sugestão: Não tente calcular o integral apresentado, mas recorde a regra de Cauchy.

$$F(x) = \frac{1}{x^2} \int_0^x \arctan(t^2) \, dt$$

Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Cálculo Diferencial e Integral I
LMAC/MEBIOM/MEFT - 2017-18 - 4º Mini-teste,
MR-T3-VA

Este mini-teste dura 45 minutos. Só deve ter na sua mesa de trabalho o enunciado e a sua caneta. Vire este enunciado para ver a última pergunta.

Nº		Nome		S	4F20
----	--	------	--	---	------

1. Calcule primitivas de $f(x) = \frac{x+4}{x^3+4x}$ e $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}} \frac{1}{\sqrt{x}}$.

2. Determine a natureza das seguintes séries. No caso das séries convergentes, diga se a convergência é absoluta ou simples.

(a) $\sum \frac{n^2 + 1}{n^4 + n^2 + 1}$

(b) $\sum \frac{n!2^n}{n^n}$

(c) $\sum \frac{(-1)^n}{n(\ln n)^2}$

Este mini-teste dura 45 minutos. Só deve ter na sua mesa de trabalho o enunciado e a sua caneta. Vire este enunciado para ver a última pergunta.

Nº		Nome		S	4F20
----	--	------	--	---	------

1. Calcule primitivas de $f(x) = \frac{x-2}{(x^2-2x+2)(x-1)}$ e $g(x) = \frac{1}{x \ln x}$.

2. Determine a natureza das seguintes séries. No caso das séries convergentes, diga se a convergência é absoluta ou simples.

(a) $\sum \frac{2^n}{3^n - n}$

(b) $\sum \frac{n!3^n}{n^n}$

(c) $\sum \frac{(-1)^n}{ne^n}$