

Estudo da compressão e expansão de um gás

Ana Sofia Camões de Sousa 96508 | Duarte Miguel de Aguiar Pinto e Moraes Marques 96523

Isabel Maria Jaló Alexandre 96537 | Martim da Costa Graça Marques Ferreira 96554

IST | MEFT | Laboratório de Eletromagnetismo e Termodinâmica

Prof^o João Luís Maia Figueirinhas | Prof^a Maria Raquel Nunes Pereira Crespo

Grupo 5C | Ano letivo 2020/2021

11 de março de 2021

Resumo

Este trabalho experimental teve como objetivo o estudo do comportamento do ar quando sujeito a processos termodinâmicos, de compressão ou de expansão, tanto aproximadamente adiabáticos como isotérmicos, tendo sido considerado o modelo dos gases ideais. Foi determinada a constante adiabática do ar, $\gamma = 1.40 \pm 0.05$ (vs. $\gamma_{teo} = 1.4$ para gases diatômicos), e avaliada a adequação do modelo isotérmico, obtendo-se $\alpha = 1.08 \pm 0.04$ (vs. $\alpha_{teo} = 1$). Os resultados foram comparados com os obtidos ao tratar os processos como politrópicos. No geral, obtiveram-se os resultados esperados.

1 Introdução [2] [3]

Neste trabalho, pretende-se analisar o comportamento do ar quando sujeito a processos politrópicos, mais concretamente compressões e expansões aproximadamente adiabáticas e isotérmicas. Utilizar-se-á, para tal, o modelo de gás ideal, considerando-se que o ar (por ser maioritariamente composto por nitrogénio e oxigénio) se comporta como um gás ideal diatômico. Será determinada a constante adiabática do ar, γ .

1.1 Transformação adiabática

A 1^a Lei da Termodinâmica estipula a variação da energia interna como $\Delta U = Q + W$ (1). Considera-se que uma transformação de um sistema é adiabática quando este não realiza trocas de calor com o exterior, resultando que $\Delta U = W$ (2). Se a transformação for quasi-estática, $dW = -PdV$ (3) (P - pressão, V - volume).

Considerando a lei dos gases ideais,

$$PV = nRT \quad (4)$$

onde $R = 8.31446 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ [2] é a constante dos gases ideais, n é o número de moles e T é a temperatura (em kelvin), e que a energia interna de um gás ideal depende apenas da temperatura, $dU = nC_V dT$ (5), obtém-se a expressão $PV^\gamma = cte$ (6) e, consequentemente,

$$\ln P = -\gamma \ln V + cte^* \quad (7)$$

onde $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v}$. Como o calor específico molar a volume constante é $C_v = \frac{5}{2}R$ para gases ideais diatômicos, $\gamma = 1.4$ é o valor teórico.

1.2 Transformação isotérmica

Uma transformação é isotérmica se não ocorre variação da temperatura, logo $\Delta U = 0 \iff Q = -W$. Recorrendo à equação dos gases ideais, 4, tem-se

$$\ln P = -\ln V + \ln(nRT) \quad (8)$$

1.3 Processos politrópicos

Em muitas ocasiões, verifica-se experimentalmente que

$$\ln P = -\alpha \ln V + cte \quad (9)$$

Estes processos são, então, caracterizados pela relação $PV^\alpha = cte$, donde $Q = -n\beta\Delta T$ e $\beta = -(C_V + \frac{R}{1-\alpha})$,

sendo $\alpha = \frac{C_V + R + \beta}{C_V + \beta}$ (10).

Como $Q = \Delta U - W$ (11), onde $W = \int_{V_i}^{V_f} -P dV$ (12), é possível determinar α e β , utilizando também 5.

Conclui-se, das equações 7, 8 e 9, que as transformações adiabáticas e isotérmicas são casos limite de processos politrópicos ($1 \leq \alpha \leq \gamma$). Se as trocas de calor forem nulas, estamos perante uma transformação adiabática ($\beta = 0$, $\alpha = \gamma$). Caso não ocorra variação de temperatura, um processo politrópico é uma transformação isotérmica ($\beta = \infty$, $\alpha = 1$).

2 Procedimento

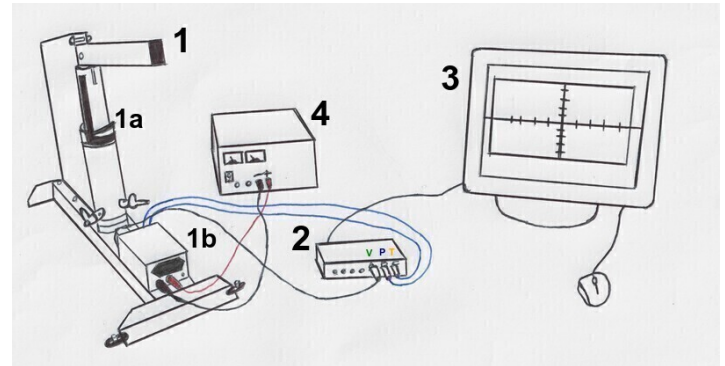


Figura 1: Montagem experimental [2]

Para a realização deste trabalho experimental, foi utilizada a montagem representada na figura 1. Esta contém um aparato (1) onde é possível efetuar a compressão e expansão de um gás dentro de um cilindro, através de uma alavanca conectada ao êmbolo (1a). Este aparato contém ainda duas torneiras que permitem a entrada e saída de ar, o que possibilita, antes do início de cada ensaio, equilibrar a pressão e temperatura do ar no interior do cilindro com as condições no exterior.

No êmbolo (1a), encontra-se um sensor de volume resistivo. Na parte inferior do cilindro, estão presentes sensores de temperatura (também resistivo) e de pressão (piezoelétrico). Os sinais desses três sensores são convertidos em tensões na interface eletrônica (1b), que é alimentada pelo gerador de tensão contínua de 10-15 V (4). De seguida, a informação é enviada para o sistema

de aquisição de dados (2), que se encontra ligado a um computador (3) onde é possível observar, em tempo real, a evolução da temperatura, da pressão e do volume do gás no cilindro. Antes da recolha dos dados, é necessário efetuar a calibração dos sensores. Considera-se que os sensores de pressão e temperatura estão corretamente calibrados, sendo assim apenas necessário calibrar o sensor de volume, utilizando duas posições diferentes do êmbolo para tal.

Para efetuar a aquisição dos dados, é necessário configurar no computador a escala de tempo e o *trigger*. Este último é controlado pelo volume (facilmente regulado), definindo-se o começo da aquisição de dados quando o volume ultrapassa um dado valor, indicando-se ainda se este irá diminuir ou aumentar.

Foram realizados quatro ensaios, considerando expansões e compressões tanto adiabáticas como isotérmicas (aproximadamente).

2.1 Compressão adiabática

Para realizar a compressão adiabática, como não se está perante um sistema perfeitamente isolado, colocou-se o êmbolo numa posição perto do volume máximo e, após efetuar os passos necessários já referidos, pressionou-se a alavanca rapidamente (para evitar trocas de calor) até o êmbolo atingir a posição de volume mínimo. Os dados obtidos podem ser observados na figura 2.

2.2 Expansão adiabática

Repetiu-se o procedimento já descrito, sendo que agora se iniciou o ensaio com o êmbolo na posição de volume mínimo, levantando-se a alavanca novamente de forma rápida (figura 3).

2.3 Compressão isotérmica

Para realizar processos isotérmicos, é necessário movimentar a alavanca lentamente, de forma a possibilitar a ocorrência de trocas de calor que permitam a constância da temperatura. Após configurar o sistema adequadamente, colocou-se o êmbolo numa posição próxima da mais elevada e de seguida baixou-se a alavanca gradualmente até à posição mínima (figura 4), observando-se o gráfico produzido no computador de modo a controlar alterações na temperatura.

2.4 Expansão isotérmica

Por último, colocou-se o êmbolo na posição mínima e, após a configuração, levantou-se, mais uma vez lentamente, a alavanca (figura 5).

3 Dados recolhidos e análise

Observando as figuras 2, 3, 4 e 5, conta-se que os dados recolhidos apresentam ligeiras variações ao longo do tempo. Tais variações são mais evidentes na pressão, podendo ser resultado de ruído nos sensores, sendo de reforçar que, ao contrário dos sensores de volume e temperatura, o sensor de pressão não é resistivo, mas sim piezoelétrico. No caso do volume, as suas oscilações

podem provir da presença do seu sensor no êmbolo, que se movimenta no decorrer dos ensaios.

Como esperado, nas compressões o volume diminui e a pressão aumenta, ocorrendo o oposto nas expansões. Na compressão adiabática, a não ocorrência de trocas de calor levou ao aumento da temperatura, tendo ocorrido o inverso na expansão adiabática. Apesar das retas da temperatura nas transformações isotérmicas serem quase horizontais, é possível observar uma ligeira variação ao longo do tempo. Novamente, na compressão a temperatura aumenta e na expansão diminui.

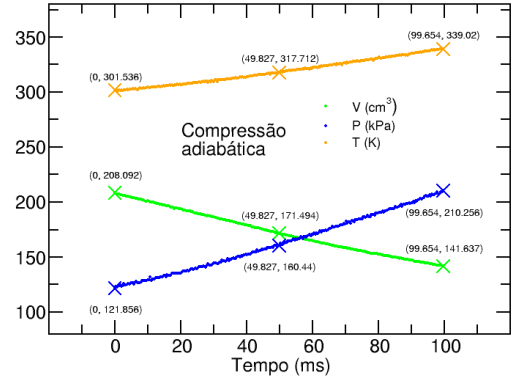


Figura 2: Compressão adiabática

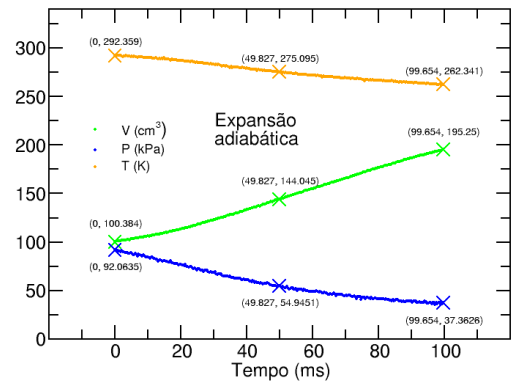


Figura 3: Expansão adiabática

A fim de se estimarem as incertezas das medidas, foi realizado um ajuste linear da evolução das grandezas V , P e T ao longo do tempo e calculado o desvio padrão face à reta de ajuste para grupos de 30 valores. Esse desvio padrão foi considerado como a incerteza desses valores. De forma a aproximar os integrais dados em 12, e após ordenamento dos pontos (V, P) por ordem crescente de volume, considerou-se a Regra dos Trapézios [4] aplicada a cada dois pontos consecutivos. Para obter uma estimativa do erro associado ao seu cálculo, recorreu-se à fórmula de erro da regra considerada. A segunda derivada foi aproximada, para cada intervalo, recorrendo a fórmulas de diferenças centrais [1]. Nos processos de compressão, nos quais o volume diminui ao longo do tempo, foi considerado o simétrico do valor do integral calculado.

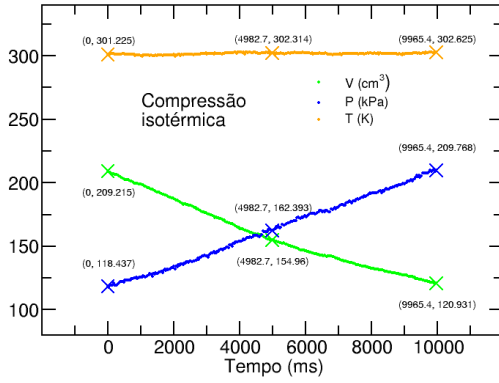


Figura 4: Compressão isotérmica

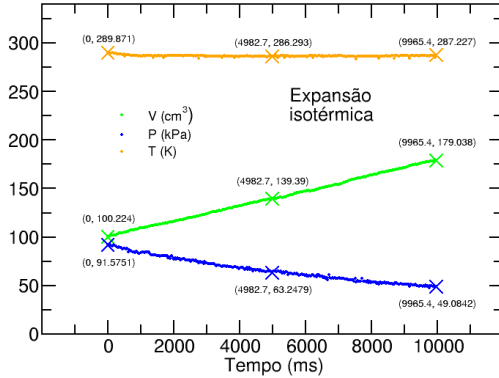


Figura 5: Expansão isotérmica

Para o ajuste dos dados aos modelos referidos na Introdução, foi utilizado o método dos mínimos quadrados, através do *fitteia*.

O sensor de temperatura apresenta um certo atraso. Esse atraso é particularmente considerável quando se consideram transformações rápidas como as adiabáticas. Procurando-se obter um valor mais fiável para o número de moles do sistema, n , recorreu-se aos 10 tripletos (V, P, T) iniciais, calculou-se os correspondentes 10 valores de n e fez-se a média. Recorrendo a este valor médio e aos 10 valores finais de pressão e volume, procurou-se ainda obter um valor mais fiável para a temperatura final, T_f , fazendo também a média para esta grandeza.

3.1 Processos adiabáticos

A análise dos dados (2 e 3) foi realizada com recurso à expressão 7, estando representado este ajuste ao modelo na figura 6. Obteve-se, como valor experimental para a constante adiabática do ar, $\gamma = 1.40 \pm 0.05(4\%)$. O ajuste foi realizado considerando ambos os conjuntos de dados simultaneamente.

	Compressão	Expansão
$W (J)$	10.64 ± 0.05	-5.31 ± 0.03
$n (mol)$	0.0102 ± 0.0005	0.0038 ± 0.0004
$T_f (K)$	350 ± 30	227 ± 60
$Q (J)$	-0.5 ± 7.2	0.2 ± 5.3

Tabela 1: Valores obtidos pela análise dos dados relativos aos processos adiabáticos

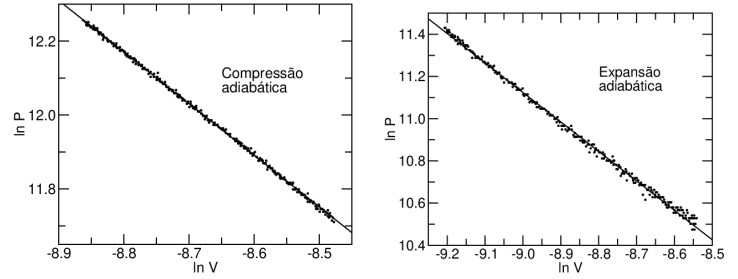


Figura 6: Compressão e expansão adiabáticas

3.2 Processos isotérmicos

A análise dos dados (4 e 5) foi realizada com recurso à expressão 8, estando representado este ajuste ao modelo na figura 7. Obteve-se, como valor experimental para o módulo do declive, $\alpha = 1.08 \pm 0.04(4\%)$, considerando novamente ambos os conjuntos de dados. Obtiveram-se ainda os seguintes valores:

	Compressão	Expansão
$W (J)$	13.81 ± 0.02	-5.21 ± 0.01
$n (mol)$	0.0099 ± 0.0004	0.0039 ± 0.0002
$T_f (K)$	309 ± 31	274 ± 33
$Q (J)$	-12 ± 7	4 ± 3

Tabela 2: Valores obtidos pela análise dos dados relativos aos processos isotérmicos

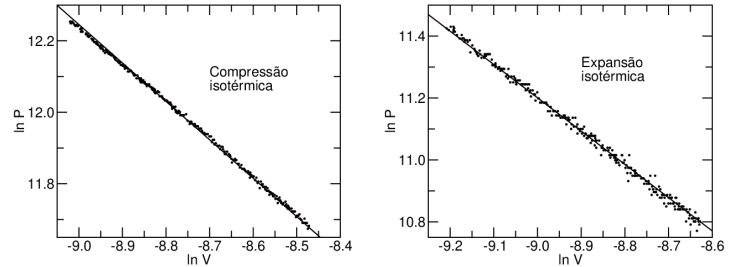


Figura 7: Compressão e expansão isotérmicas

3.3 Processos politrópicos

Foi ainda aplicado aos dados recolhidos o modelo mais geral de processos politrópicos. Determinou-se W através da aproximação de 12 e ΔU através de 5 para calcular o α esperado para esses valores utilizando a equação 10. Determinou-se ainda α_{fit} diretamente do ajuste dos dados, considerando agora os conjuntos individualmente. Obteve-se então:

		α	α_{fit}
Adiabático	Comp.	1.38 ± 0.27	1.40 ± 0.06
	Exp.	1.38 ± 0.39	1.39 ± 0.11
Isotérmico	Comp.	1.05 ± 0.19	1.04 ± 0.06
	Exp.	1.10 ± 0.22	1.10 ± 0.05

Tabela 3: Valores obtidos para os *fits* realizados com os resultados relativos aos processos politrópicos

4 Discussão dos resultados

Relativamente aos processos adiabáticos, o valor obtido para a constante do ar foi tanto exato (próximo de 1.4) como preciso. No caso dos processos isotérmicos, houve algum desvio à exatidão (cerca de 8%), tendo o valor obtido sido, não obstante, preciso. O balanço energético reforça a ideia de que os processos ocorridos eram, de facto, aproximadamente adiabáticos e isotérmicos, sendo que, para os primeiros, o 0 está no intervalo de incerteza de Q e, para os segundos, o intervalo de incerteza de W está incluído no de $-Q$.

Para processos politrópicos, foram considerados dois métodos para calcular α , tendo os resultados obtidos sido relativamente consistentes. Verifica-se que o desvio no α do tratamento conjunto da expansão e compressão isotérmicas se deve essencialmente a um desvio nos dados da expansão. Verificou-se ainda que a constante α determinada com recurso ao cálculo do calor Q , que pode ser afetado pela correção à temperatura final, devido ao atraso do sensor, apresenta maiores incertezas do que quando determinada por ajuste aos dados.

4.1 Transformações isotérmicas

Devido à menor exatidão observada para os dados obtidos para as transformações isotérmicas, decidiu-se tentar analisar mais detalhadamente esses dois ensaios.

A primeira hipótese colocada foi que o modelo teórico utilizado não corresponde à realidade. Para testar esta hipótese, decidiu-se comparar os dados da pressão e do volume com o gráfico da equação 4, considerando como temperatura a média das temperaturas final e inicial.

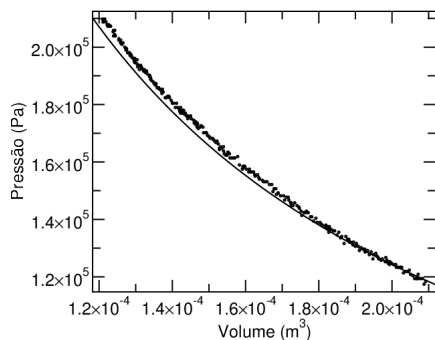


Figura 8: Compressão isotérmica - equação 4

Como se pode observar na figura 8, existe grande concordância entre os dados e a equação 4, principalmente no início da compressão. Outro fit realizado para a expansão isotérmica permitiu observar o mesmo comportamento. Esta concordância sugere que o modelo é adequado a este trabalho. Para testar melhor esta hipótese, poderiam utilizar-se outros modelos para estudar esta experiência, como a Expansão de Virial ou a equação de van der Waals. O afastamento dos dados da curva teórica com o passar do tempo sugere que os resultados menos exatos obtidos podem ser consequência da variação da temperatura do sistema ao longo do ensaio. Por outro lado, a realização desta compressão envolve a movimentação de uma ala-

vanca por um ser humano. Esta movimentação deve ser contínua, algo difícil de conseguir. "Solavancos" durante os ensaios podem também ter afetado os resultados.

5 Conclusão e crítica

Os dados obtidos permitiram o estudo dos fenómenos em questão e a realização dos objetivos pretendidos, mas a existência de ruído na recolha destes resultou em incertezas por vezes elevadas, o que originou alguns valores com baixa precisão. O estudo poderia ser aprofundado e de melhor qualidade se realizado com sensores mais sensíveis ou menos suscetíveis a flutuações. Estas poderiam ser minimizadas se a movimentação da alavanca fosse automática, diminuindo a interferência do experimentalista. Esta automatização também permitiria uma melhor repetibilidade da experiência e seria menos provável a ocorrência de erros aleatórios.

Em toda a experiência, considerou-se que não ocorriam trocas de gás entre o cilindro e o exterior. No entanto, apesar de existir gordura de silicone no êmbolo para o evitar, não se pode excluir essa hipótese como uma possível fonte de erro.

Como expectável, obteve-se um valor de n maior para as compressões. Os valores calculados de n são muito próximos para as transformações adiabáticas e isotérmicas, o que evidencia a sua validade.

Em relação às transformações adiabáticas, pode-se observar na tabela 1 que se obtiveram, como esperado, valores praticamente nulos para o calor. No entanto, a elevada incerteza desses resultados tira-lhes credibilidade e sugere a necessidade de outro método para estimar as incertezas ou de recolher os dados em si.

Em relação às transformações isotérmicas, como já foi discutido, os resultados não foram tão exatos. Analisando a tabela 2, observa-se que o calor é aproximadamente o simétrico do trabalho. O desvio observado é devido, provavelmente, à variação da temperatura ao longo dos ensaios, o que é consistente com o facto de o módulo do calor ser inferior ao do trabalho. A realização da integração numérica com outros métodos seria uma forma de validar os resultados obtidos para o trabalho.

Conclui-se que o modelo do gás ideal (diatómico, neste caso) foi adequado a esta experiência e permitiu obter resultados significativamente exatos.

Referências

- [1] *Finite difference*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Finite_difference.
- [2] *Guia Experimental e Apresentações (disponibilizados na página da cadeira)*.
- [3] K. M. Blundell S. J. Blundell. *Concepts in Thermal Physics*. Oxford University Press, 2006.
- [4] *Trapezoidal Rule*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Trapezoidal_rule.