

Duração: 90 minutos

1º teste C

Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I

10 valores

1. Para avaliar se os residentes estão ou não satisfeitos face a três diferentes plantas (P1, P2 e P3) usadas em fogos de habitação social, 120 agregados familiares foram inquiridos. Desses, 60 habitavam em fogos com a planta P1, 45 em fogos com a planta P2 e os restantes em fogos com a planta P3. O inquérito revelou que 40% dos agregados alojados em fogos com a planta P1, 60% dos alojados em fogos com a planta P2 e 80% dos alojados em fogos com a planta P3 estavam satisfeitos com a planta do seu fogo.

- (a) Qual é a probabilidade de um agregado familiar que se declarou satisfeito com a planta do seu fogo estar alojado num fogo com a planta P1? (2.5)

Solução: 0.381

- (b) Qual é a probabilidade de um agregado familiar que se declarou insatisfeito com a planta do seu fogo não estar alojado num fogo com a planta P3? (2.0)

Solução: 0.947

2. Um lote de 1000 peças produzidas numa fábrica contém 4% de peças defeituosas.

- (a) Ao examinar 20 peças, amostradas ao acaso e com reposição, desse lote, qual é a probabilidade de o número de peças defeituosas examinadas não ultrapassar 2 peças? (2.5)

Solução: 0.9561

- (b) Um potencial comprador apresenta as seguintes propostas de compra do lote: (3.0)

- Examina 5 peças, sem reposição, dispondo-se a pagar 55 euros por cada peça do lote no caso de todas as peças examinadas serem perfeitas, ou 20 euros por cada peça do lote no caso contrário.
- Oferece 38 euros por peça sem efectuar uma inspecção prévia de peças do lote.

Qual é a melhor proposta (em termos de preço médio por peça do lote) para a fábrica?

Solução: Proposta 1 pois $E(L_1) = 48526.12 > 38000 = E(L_2)$.

Grupo II

10 valores

1. O volume potencial de vendas semanais de combustível (X , em dezenas de milhares de litros) numa pequena estação de gasolina é uma variável aleatória com função densidade de probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} 6(5x - x^2 - 6), & 2 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Mostre que X possui valor esperado 2.5 e variância 0.05. (2.0)

Solução: $E(X) = \int_2^3 x 6(5x - x^2 - 6) dx = 2.5$ e $Var(X) = \int_2^3 (x - E(X))^2 6(5x - x^2 - 6) dx = 0.05$

- (b) Calcule um valor aproximado para a probabilidade de que num ano (52 semanas) o volume potencial de vendas de combustível nessa estação seja superior a 134 dezenas de milhares de litros, supondo independentes os volumes referidos para semanas distintas. (3.0)

Solução: 0.0066

2. Seja X a variável aleatória que indica o nível de concentração de um poluente num cruzamento no centro de uma grande cidade, tomando os valores 0 (concentração pouco significativa), 1 (concentração moderada) e 2 (concentração elevada). Pretende-se estabelecer a relação entre o nível de concentração do poluente e a intensidade de tráfego nesse cruzamento. Seja Y a variável aleatória que indica o tipo de intensidade de tráfego no cruzamento, classificada em três categorias: 0 (tráfego ligeiro), 1 (tráfego moderado) e 2 (tráfego congestionado). Assuma que a função de probabilidade conjunta do par (X, Y) é dada pela seguinte tabela:

$Y \setminus X$	0	1	2
0	0.2	0.1	0
1	0.1	0.2	0.1
2	0	0.1	0.2

- (a) Determine a função de probabilidade do nível de concentração do poluente na situação de tráfego não ligeiro ($Y \neq 0$). (2.5)

Solução:
$$P(X = x | Y \neq 0) = \begin{cases} 1/7, & x = 0, \\ 3/7, & x = 1, 2, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- (b) Quando a intensidade do tráfego é moderada, qual é a mediana da concentração do poluente? (2.5)

Solução: Mediana ($X | Y = 1$) = 1.