

## Aula Prática P4

**MATÉRIA:** análise de circuitos em regime forçado sinusoidal.

**AULA PRÁTICA:** serão resolvidos alguns dos problemas ou algumas alíneas dos problemas aqui propostos; os restantes problemas e/ou alíneas são deixados como exercício para trabalho autónomo (as soluções estão no final).

**AULA ONLINE:** o acesso à sessão zoom é enviado por email para os alunos inscritos em cada horário das aulas práticas. A validação é feita através das credenciais oficiais no domínio do Técnico. O endereço para envio do email é o que está registado no fenix.

**O QUE É PRECISO:** acesso simultâneo ao enunciado e ao conteúdo da sessão zoom (2 monitores e écran estendido, enunciado em papel, etc.), lápis e papel para notas (ou equivalente digital) e máquina de calcular.

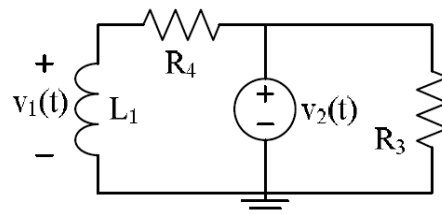
### Problema 1

**11. Sabendo que o circuito está a funcionar em regime forçado sinusoidal, calcule  $v_1(t)$ .**

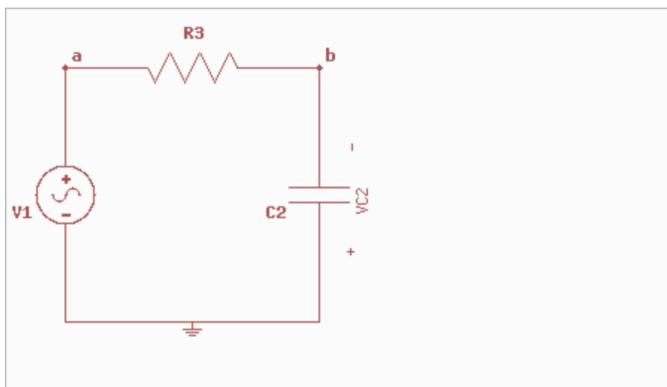
$$L_1 = 50\text{mH}$$

$$R_3 = R_4 = 1.5\text{k}\Omega$$

$$v_2(t) = 8\sqrt{2} \cos(\omega t - 3\pi/4) \text{ V} \quad \omega = 30\text{k rad/s}$$



### Problema 2



What is the RMS value of the voltage across C2?

$$\therefore v_1(t) = |V_1| \cos(\omega t + \phi) \therefore f = 69\text{kHz} \therefore \phi (^{\circ}) = 147^{\circ} \therefore$$

$$|V_1| = 3.9\text{V} \therefore C_2 = 470\text{nF} \therefore R_3 = 27\Omega \therefore$$

180mV

906.98mV

493.17mV

- Calcule  $v_{C2}(t)$ .
- Qual é o valor eficaz de  $v_{C2}(t)$ ?
- Para que frequência se obtém um ganho de tensão igual a -3dB ( $V_1$ =entrada e  $V_{C2}$ =saída)?

$$v_{in}(t) = V_{IM} \cos(\omega t + \theta_{i0}) \quad V_{IM} > 0$$

$$v_{out}(t) = V_{OM} \cos(\omega t + \theta_{o0}) \quad V_{OM} > 0$$

$$G_V = \frac{V_{OM}}{V_{IM}}$$

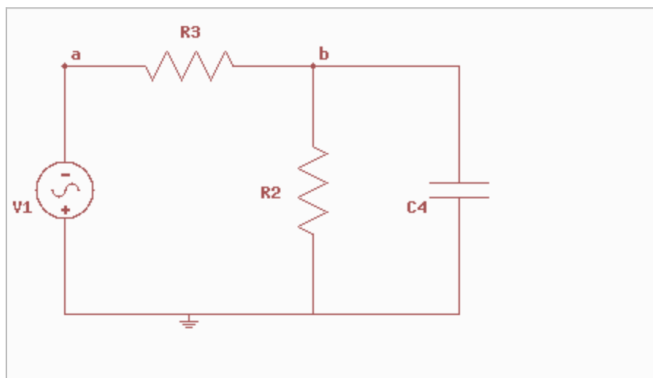
$$G_{dB} = 20 \log \frac{V_{OM}}{V_{IM}}$$

$$G_V = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow G_{dB} = -3\text{dB}$$

- Nas condições da alínea anterior, qual é a desfasagem entre os sinais de saída e de entrada?

## Aula Prática P4

### Problema 3



What is the equivalent susceptance,  $B_{eq}$ , seen by  $R2$ ?

$\therefore v1(t) = |V1| \cos(\omega t + \phi) \therefore f = 3.5\text{kHz} \therefore \phi (^{\circ}) = -137^{\circ} \therefore$   
 $|V1| = 3.4\text{V} \therefore R2 = 33\text{k}\Omega \therefore R3 = 62\text{k}\Omega \therefore C4 = 16\text{nF} \therefore$

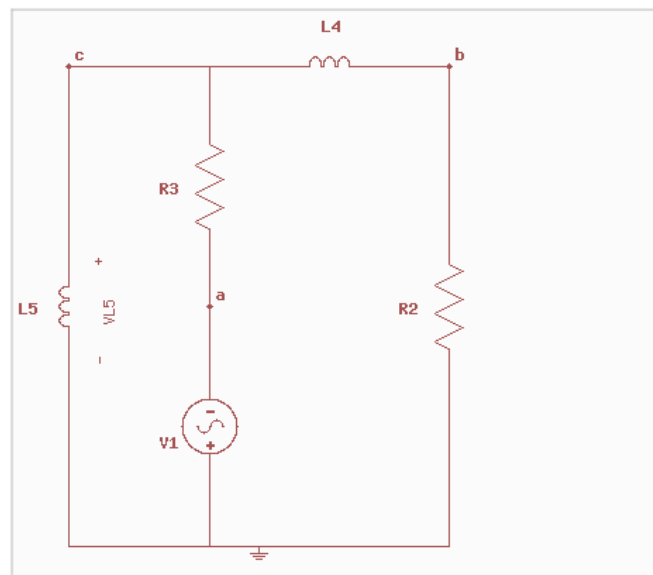
391.88 $\mu\text{S}$

351.86 $\mu\text{S}$

-69.3 $\mu\text{S}$

- Qual é a susceptância equivalente vista por  $R2$ ?
- Trace o diagrama vectorial correspondente às amplitudes complexas das correntes nos vários elementos do circuito e verifique a lei dos nós.
- Calcule a potência média associada a cada elemento do circuito.

### Problema 4



What is the RMS value of the voltage across  $L5$ ?

$\therefore v1(t) = |V1| \cos(\omega t + \phi) \therefore f = 33\text{kHz} \therefore \phi (^{\circ}) = 34^{\circ} \therefore$   
 $|V1| = 4.7\text{V} \therefore R2 = 620\text{k}\Omega \therefore R3 = 560\text{k}\Omega \therefore L4 = 2.7\text{mH} \therefore$   
 $L5 = 1.3\text{mH} \therefore$

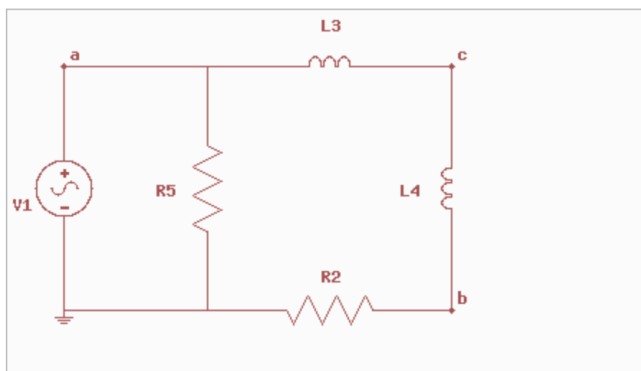
334mV

266.7mV

1.6mV

## Aula Prática P4

### Problema 5



What is the RMS value of the current through V1?

$\therefore v_1(t) = |V1| \cos(\omega t + \phi) \therefore f = 110\text{Hz} \therefore \phi (^{\circ}) = -153^{\circ} \therefore$   
 $|V1| = 4.3\text{V} \therefore R2 = 11\text{k}\Omega \therefore L3 = 3.6\text{mH} \therefore L4 = 91\text{mH} \therefore$   
 $R5 = 13\text{k}\Omega \therefore$

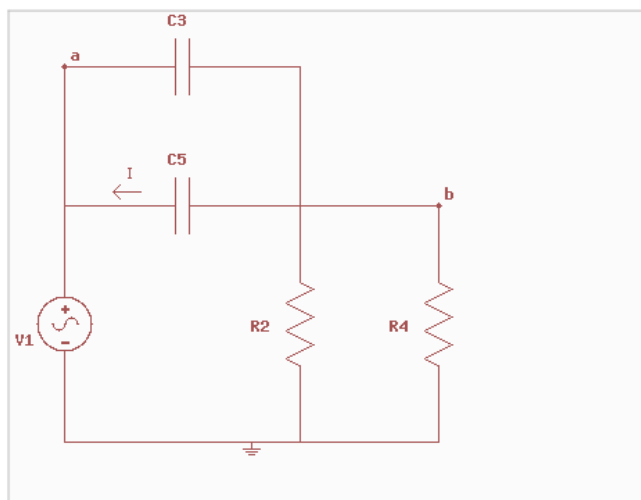
510.3μA

828μA

670.7μA

- Calcule a corrente no gerador de tensão,  $i_1(t)$ , com sentido de cima para baixo.
- Qual é o valor eficaz da corrente no gerador?
- Determine o factor de potência associado à impedância de carga constituída pelas resistências e pelas bobinas.

### Problema 6



What is the phasor of the current through C5?

$\therefore v_1(t) = |V1| \cos(\omega t + \phi) \therefore f = 5.1\text{kHz} \therefore \phi (^{\circ}) = 115^{\circ} \therefore$   
 $|V1| = 1.7\text{V} \therefore R2 = 20\Omega \therefore C3 = 56\mu\text{F} \therefore R4 = 47\Omega \therefore$   
 $C5 = 13\mu\text{F} \therefore$

$600 \angle -7.2^{\circ} \text{ mA}$

$22.82 \angle -63.2^{\circ} \text{ mA}$

$22.82 \angle -10.6^{\circ} \text{ mA}$

## Aula Prática P4

### Problema 7

Considere o circuito da figura P8.2, em regime forçado sinusoidal, com  $i_s(t) = 10 \sin(10^4 t)$  A,  $R = 10 \Omega$ ,  $L = 1$  mH e  $C = 2 \mu\text{F}$ .

- Determine a impedância equivalente vista pelo gerador de corrente.
- Determine o quociente entre as amplitudes complexas da tensão na bobine e da corrente no gerador,  $\bar{V}_L / \bar{I}_s$ .
- Calcule  $\bar{V}_L$  e  $v_L(t)$ .

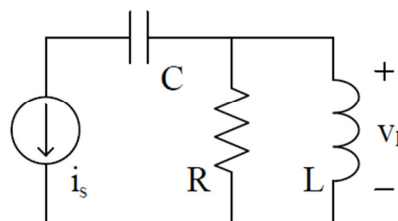


Figura P8.2

- Calcule a potência activa, reactiva, aparente e complexa associada a cada elemento do circuito e verifique a soma dos seus valores.

### Problema 8

Considere o circuito da figura P8.6, a funcionar em regime forçado sinusoidal, com  $R = 5.6 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 0.4 \text{ H}$  e  $i(t) = \cos(10^4 t)$  mA.

- Calcule a tensão na resistência,  $v_r(t)$ , e na bobine,  $v_L(t)$ .
- Determine o valor da capacidade do condensador sabendo que  $v_c(t) = 3.03 \sin(10^4 t)$  V.
- Nas condições da alínea anterior calcule a tensão no gerador de corrente,  $v_i(t)$ .
- Represente no plano complexo as amplitudes complexas das tensões dos elementos do circuito e verifique a validade da lei das malhas.
- Qual deve ser o valor da capacidade do condensador para que a corrente e a tensão no gerador estejam em fase?
- Nas condições da alínea anterior trace o novo diagrama vectorial das amplitudes complexas.

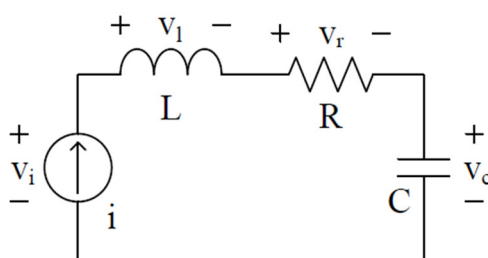


Figura P8.6

## Aula Prática P4

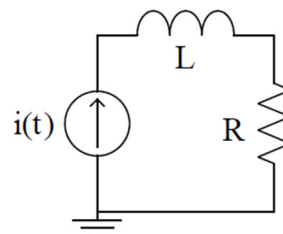
### Problema 9

$$i(t) = 18 \cos(\omega t) \text{ mA}$$

$$f = 8640 \text{ Hz}$$

$$R = 12 \text{ k}\Omega$$

$$L = 82 \text{ mH}$$



- Calcule a potência activa e a potência aparente postas em jogo na resistência, na bobine e na série dos dois componentes.
- Determine o valor da capacidade de um condensador a colocar no circuito, por forma a compensar o carácter indutivo da carga e a permitir um factor de potência unitário.
- Qual deve ser a capacidade do condensador para o factor de potência ser 0.95?

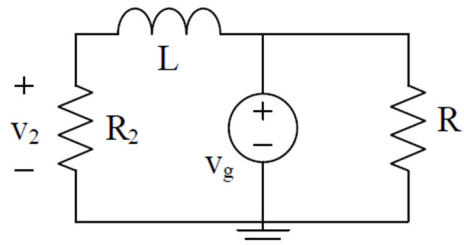
### Problema 10

$$R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$L = 300 \text{ mH}$$

$$v_g(t) = 6 \cos\left(\omega t + 90.5^\circ \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ V}$$

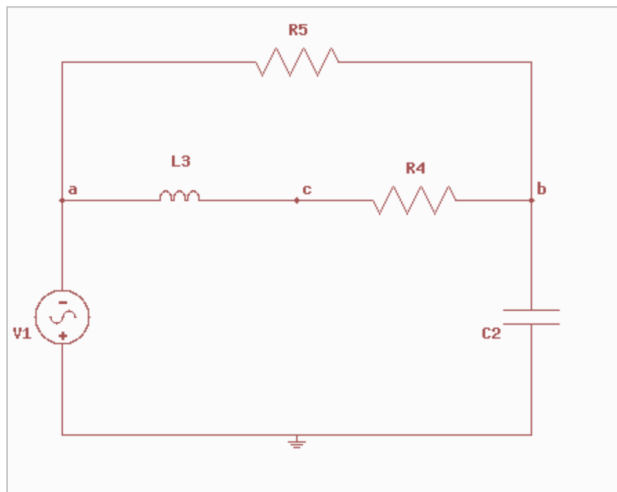
$$f = 1.5 \text{ kHz}$$



- Calcule  $v_2(t)$ .
- Calcule a potência activa, a potência aparente e a potência complexa, associadas a todos os elementos do circuito.
- Calcule o factor de potência associado à impedância de carga ligada ao gerador.
- Altere o circuito, a fim de ajustar o factor de potência para  $\text{fp}=0.99$ .
- É possível compensar o carácter indutivo da impedância de carga e obter  $\text{fp}=1$ ?

## Aula Prática P4

### Problema 11



What is the equivalent resistance  $R_{eq}$ , seen by  $R4$ ?

$\therefore v_1(t) = |V1| \cos(\omega t + \phi) \therefore f = 3.1 \text{ kHz} \therefore \phi (^{\circ}) = 68^{\circ} \therefore$   
 $|V1| = 2.8 \text{ V} \therefore C2 = 11 \mu\text{F} \therefore L3 = 6.2 \text{ mH} \therefore R4 = 120 \Omega \therefore$   
 $R5 = 820 \Omega \therefore$

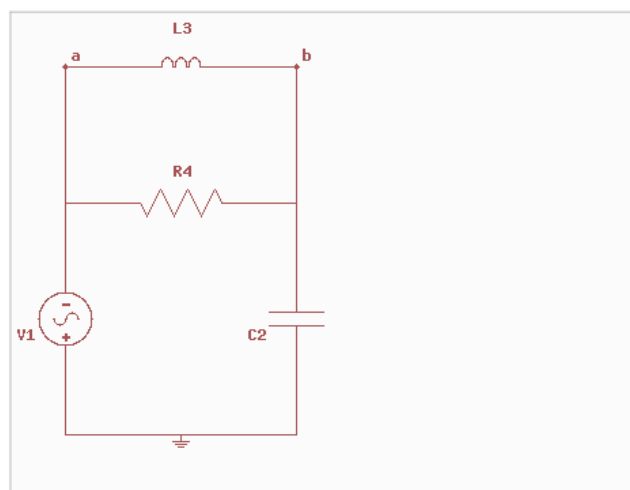
27.89m $\Omega$

-25.23m $\Omega$

26.56m $\Omega$

- Qual é a impedância equivalente  $Z_{eq}$  vista por  $R5$ ?
- Qual é a resistência equivalente  $R_{eq}$  vista por  $R4$ ?
- Determine o circuito equivalente de Thévenin visto por  $R5$ .
- Utilize o resultado da alínea anterior para calcular a corrente em  $R5$ ,  $i_5(t)$ , com sentido da esquerda para a direita.
- Calcule a potência activa posta em jogo nas resistências e a potência complexa associada ao gerador de tensão (tire partido do trabalho realizado nas alíneas anteriores).

### Problema 12



What is the complex power on  $C2$ ?

$\therefore v_1(t) = |V1| \cos(\omega t + \phi) \therefore f = 380 \text{ Hz} \therefore \phi (^{\circ}) = -142^{\circ} \therefore$   
 $|V1| = 1.8 \text{ V} \therefore C2 = 3.3 \text{ nF} \therefore L3 = 2.4 \text{ mH} \therefore R4 = 680 \text{ k}\Omega \therefore$

12.77  $\angle$  25.2°  $\mu\text{VA}$

-j12.77  $\mu\text{VA}$

12.77  $\angle$  -90.9°  $\mu\text{VA}$

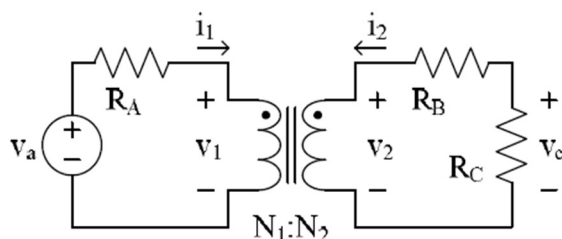
- Calcule a corrente no condensador (sentido de cima para baixo).
- Calcule a potência complexa no condensador.

## Aula Prática P4

### Problema 13

Considere o transformador ideal e calcule:

- A tensão no primário do transformador,  $v_1(t)$ , a tensão no secundário,  $v_2(t)$  e a tensão na resistência de carga,  $v_c(t)$ .
- A potência média posta em jogo no gerador de tensão e a potência média na resistência de carga.
- Calcule a tensão na resistência de carga,  $v_c(t)$ , quando a resistência  $R_B$  é substituída por um condensador,  $C_B = 20\mu F$ , e o sinal sinusoidal tem frequência  $f = 110Hz$ .



$$R_A = 120\Omega$$

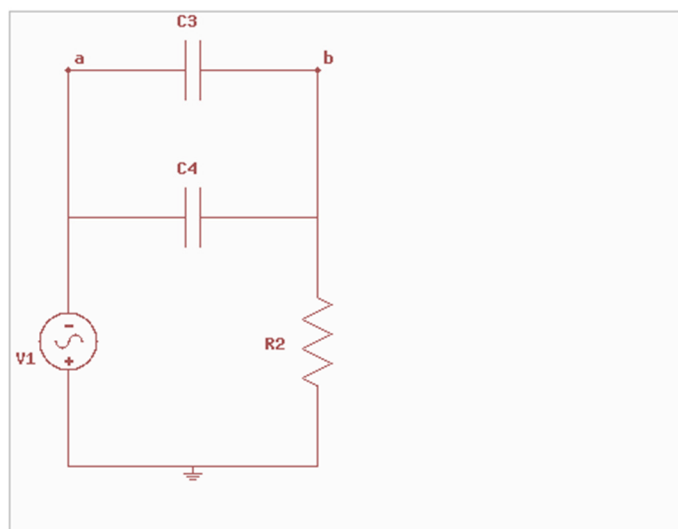
$$R_B = 10\Omega$$

$$R_C = 30\Omega$$

$$N_1/N_2 = 3$$

$$v_a(t) = 16\cos(\omega t)V$$

### Problema 14



Find the reactive power on element V1.

$$\therefore v_1(t) = |V1| \cos(\omega t + \phi) \therefore f = 33kHz \therefore \phi (^{\circ}) = -52^{\circ} \therefore |V1| = 4.4V \therefore R2 = 160\Omega \therefore C3 = 4.7nF \therefore C4 = 47pF \therefore$$

$$-9.21mVar$$

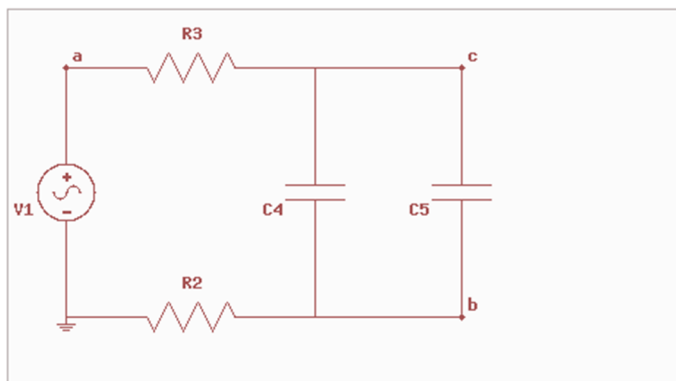
$$9.3mVar$$

$$-9.39mVar$$

- Calcule as potências complexa, aparente, activa e reactiva associadas ao gerador  $v_1(t)$ .
- Calcule o factor de potência associado à impedância de carga constituída pela resistência e pelos condensadores.

## Aula Prática P4

### Problema 15



$$v_1(t) = 15 \cos(100\pi t) \text{ V} \quad R_2 = 75 \, \Omega \quad R_3 = 225 \, \Omega \quad C_4 = 13 \, \mu\text{F} \quad C_5 = 10 \, \mu\text{F}$$

- Calcule a potência reactiva associada ao condensador C5.
- Qual é a impedância equivalente vista por R3?
- Considere a resistência R2 e os condensadores como uma impedância de carga. Como se pode alterar o circuito para que haja máxima transferência de potência para a carga?



# Aula Prática P4

## Soluções

### P1

$$v_1(t) = 8 \sin(3 \times 10^4 t) \text{ V}$$

### P2

$$\text{a) } v_2(t) = 697.5 \cos\left(138\pi \times 10^3 t - 113^\circ \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ mV}$$

$$\text{b) } 493.2 \text{ mV}$$

$$\text{c) } 12541.8 \text{ Hz} \approx 12.54 \text{ kHz}$$

$$\text{d) } \theta_2 - \theta_1 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$$

### P3

$$\text{a) } 351.86 \mu\text{S}$$

$$\text{b) } \bar{I}_1 = \bar{I}_3 = 54.569 e^{j45.6^\circ \frac{\pi}{180^\circ}} \mu\text{A} \quad \bar{I}_2 = 4.682 e^{-j39.5^\circ \frac{\pi}{180^\circ}} \mu\text{A} \quad \bar{I}_4 = 54.367 e^{j50.5^\circ \frac{\pi}{180^\circ}} \mu\text{A}$$

$$\text{c) } P_1 = -92.67 \mu\text{W} \quad P_2 = 0.36 \mu\text{W} \quad P_3 = 92.31 \mu\text{W} \quad P_4 = 0 \text{ W}$$

### P4

$$1.6 \text{ mV}$$

### P5

$$\text{a) } 721.7 \cos\left(220\pi t + 26.8^\circ \frac{\pi}{180^\circ}\right) \mu\text{A}$$

$$\text{b) } 510.3 \mu\text{A}$$

$$\text{c) } 0.999995 \approx 1$$

### P6

$$22.82 e^{-j63.2^\circ \frac{\pi}{180^\circ}} \text{ mA}$$

### P7

$$\text{(a) } 5 - j45 \Omega$$

$$\text{(b) } 5\sqrt{2} \angle -135^\circ \Omega$$

$$\text{(c) } 50\sqrt{2} \cos(10^4 t + \frac{3\pi}{4}) \text{ V}$$

(d)	gerador	$P_{\text{cplx}} = -250 + j2250 \text{ VA}$	$P_{\text{act}} = -250 \text{ W}$	$P_{\text{react}} = 2250 \text{ VAR}$	$P_{\text{ap}} = 2263.85 \text{ VA}$
	condensador	$P_{\text{cplx}} = -j2500 \text{ VA}$	$P_{\text{act}} = 0 \text{ W}$	$P_{\text{react}} = -2500 \text{ VAR}$	$P_{\text{ap}} = 2500 \text{ VA}$

# Aula Prática P4

resistência       $P_{cplx}=250 \text{ VA}$        $P_{act}=250 \text{ W}$        $P_{react}=0 \text{ VAR}$        $P_{ap}=250 \text{ VA}$

bobine       $P_{cplx}=j250 \text{ VA}$        $P_{act}=0 \text{ W}$        $P_{react}=250 \text{ VAR}$        $P_{ap}=250 \text{ VA}$

$$\sum_k P_{cplx_k} = \sum_k P_{act_k} = \sum_k P_{react_k} = 0 \quad \sum_k P_{ap_k} = 5.26 \text{ kVA}$$

## P8

(a)  $v_r(t) = 5.6 \cos(10^4 t) \text{ V}$      $v_l(t) = -4 \sin(10^4 t) \text{ V}$

(b)  $33 \text{ nF}$

(c)  $5.68 \cos(10^4 t + 9.8^\circ \frac{\pi}{180^\circ}) \text{ V}$

(d)  $-\bar{V}_i + \bar{V}_l + \bar{V}_c + \bar{V}_r = 0$

(e)  $25 \text{ nF}$

## P9

	$R$	$L$	série
$P_{med} \text{ (W)}$	1.94	0	1.94
$P_{ap} \text{ (VA)}$	1.94	0.72	2.07

a)

b)  $C=500 \text{ pF} \rightarrow Z_{eq}=13.7 \text{ k}\Omega$

c) (i)  $C=940 \text{ pF} \rightarrow Z_{eq}=12.32 - j4.05 \text{ k}\Omega$     (ii)  $C=57 \text{ pF} \rightarrow Z_{eq}=12.32 + j4.05 \text{ k}\Omega$

## P10

(a)  $v_2(t) = 2 \cos\left(3\pi 10^3 t + \frac{\pi}{9}\right) \text{ V}$

	$P_{act} \text{ (kW)}$	$P_{ap} \text{ (kVA)}$	$P_{cplx} \text{ (kVA)}$
$R_1$	18	18	18
$R_2$	2	2	2
$L$	0	5.66	$j5.66$
$V_g$	-20	20.79	$-20 - j5.66$

(c)  $0.96$

(d) (i)  $C = 50 \text{ nF}$     (ii)  $C = 17 \text{ nF}$

(e)  $C = 33.3 \text{ nF}$

# Aula Prática P4

## P11

- (a)  $9.4 \times 10^{-2} - j4.8 \, \Omega$
- (b)  $27 \, \text{m}\Omega$
- (c)  $Z_{Th} = 9.4 \times 10^{-2} - j4.8 \, \Omega \quad \bar{V}_{Th} = \bar{V}_{ba} = 2.85 e^{j69.1^\circ \pi/180^\circ} \text{V}$
- (d)  $i_5(t) = 3.48 \cos\left(6.2\pi 10^3 t - 110.5^\circ \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{mA}$
- (e)  $P_{act4} + P_{act5} = 21.8 \, \text{mW} \quad P_{cplx1} = -21.8 - j16.1 \, \text{mVA}$

## P12

- (a)  $14.2 \cos\left(760\pi t + \frac{32\pi}{45}\right) \mu\text{A}$
- (b)  $-j12.8 \, \mu\text{VA}$

## P13

- a)  $v_1(t) = 12 \cos(\omega t) \text{V} \quad v_2(t) = 4 \cos(\omega t) \text{V} \quad v_c(t) = 3 \cos(\omega t) \text{V}$
- b)  $P_a = -266.67 \text{mW} \quad P_c = 150 \text{mW}$
- c)  $v_c(t) = 1.9 \cos\left(220\pi t + 59^\circ \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{V}$

## P14

- (a)  $P_{cplx} = 9.412 e^{-j99^\circ \frac{\pi}{180^\circ}} \text{mVA} = -1.464 + j9.297 \text{mVA} \quad P_{ap} = 9.412 \text{mVA} \quad P_{act} = -1.464 \text{mW} \quad P_{react} = 9.297 \text{mVAr}$
- (b)  $f_p = 0.16$

## P15

- (a)  $-62 \, \text{mVAr}$
- (b)  $75 - j138.4 \, \Omega$
- (c)  $R_3 \rightarrow Z_6 = R_6 + j\omega L_6 \quad R_6 = 75 \, \Omega \quad L_6 = 0.44 \, \text{H}$