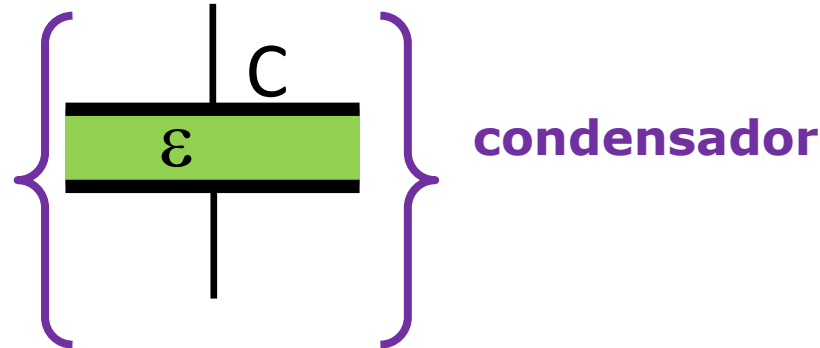


Trabalho Laboratorial Condensador

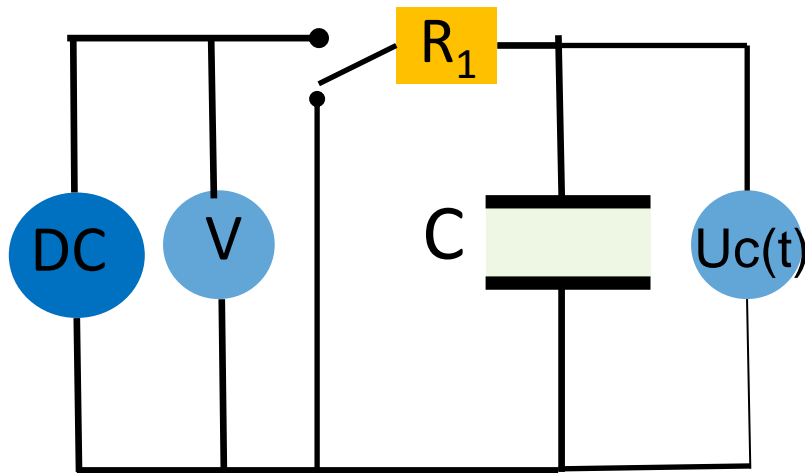
João Figueirinhas e Raquel Crespo

Objetivos do trabalho

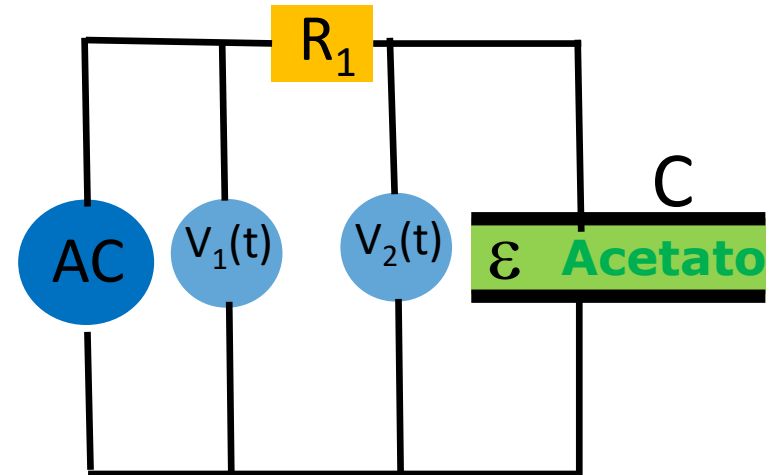
Os objetivos do trabalho consistem em: **I** estudar o processo de carga e descarga de um **condensador** num **circuito RC**. **II** Determinar a variação com a frequência da **permitividade** ϵ de um dielétrico com perdas.



Carga/Descarga



$\epsilon(f)$



Objetivos do trabalho

Concretamente, para cada caso vamos:

1) Carga e descarga do condensador:

- Estudar os processos de carga e descarga do condensador. Em particular:
- Determinar o perfil de variação da tensão aos terminais do condensador ao longo do tempo, $U_C(t)$, e $U_C(t=0)$ e $U_C(t=\infty)$.
- Determinar a constante de tempo, τ
- Determinar a capacidade **C**, do condensador e a resistência de perdas, **R_p**
- Determinar as energias: gerada pela fonte de alimentação, **W_E**, armazenada no condensador **W_C**, e dissipada na resistência, **W_R**,
- Verificar a consistência dos resultados em termos de balanços energéticos.

2) Permittividade do dielétrico com perdas em função de f:

- Determinar a resistência e capacidade equivalentes do condensador,
- Determinar a constante dielétrica do acetato colocado entre as armaduras de um condensador de placas paralelas e o sua variação em função da frequência da tensão aplicada.

Descrição da montagem experimental-I

Estudo dos processos de carga e descarga de um Condensador associado a uma resistência R1. Dispomos da montagem apresentada na figura 1 que inclui o seguinte equipamento:

- 1 – Condensador.
- 2 – Caixas de resistências em série
- 3- Fonte de alimentação E
- 4 - Voltímetro
- 5 - Sistema de aquisição de dados
- 6 – Computador de aquisição de dados

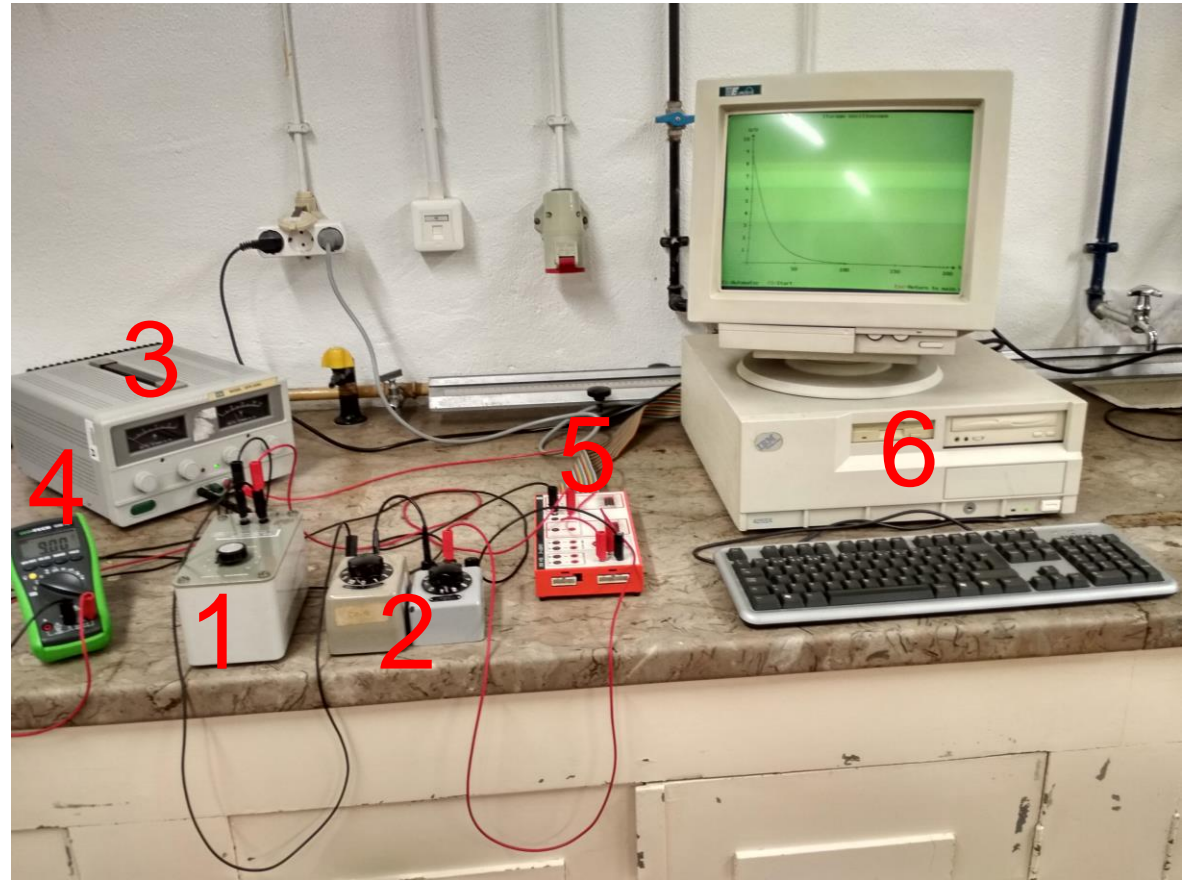


Figura 1. Montagem experimental do circuito RC (carga e descarga de C)

Esquema elétrico da montagem-I

Para realizar o estudo da carga e descarga de um condensador, usou-se a montagem cujo esquema elétrico está representado na figura 2:

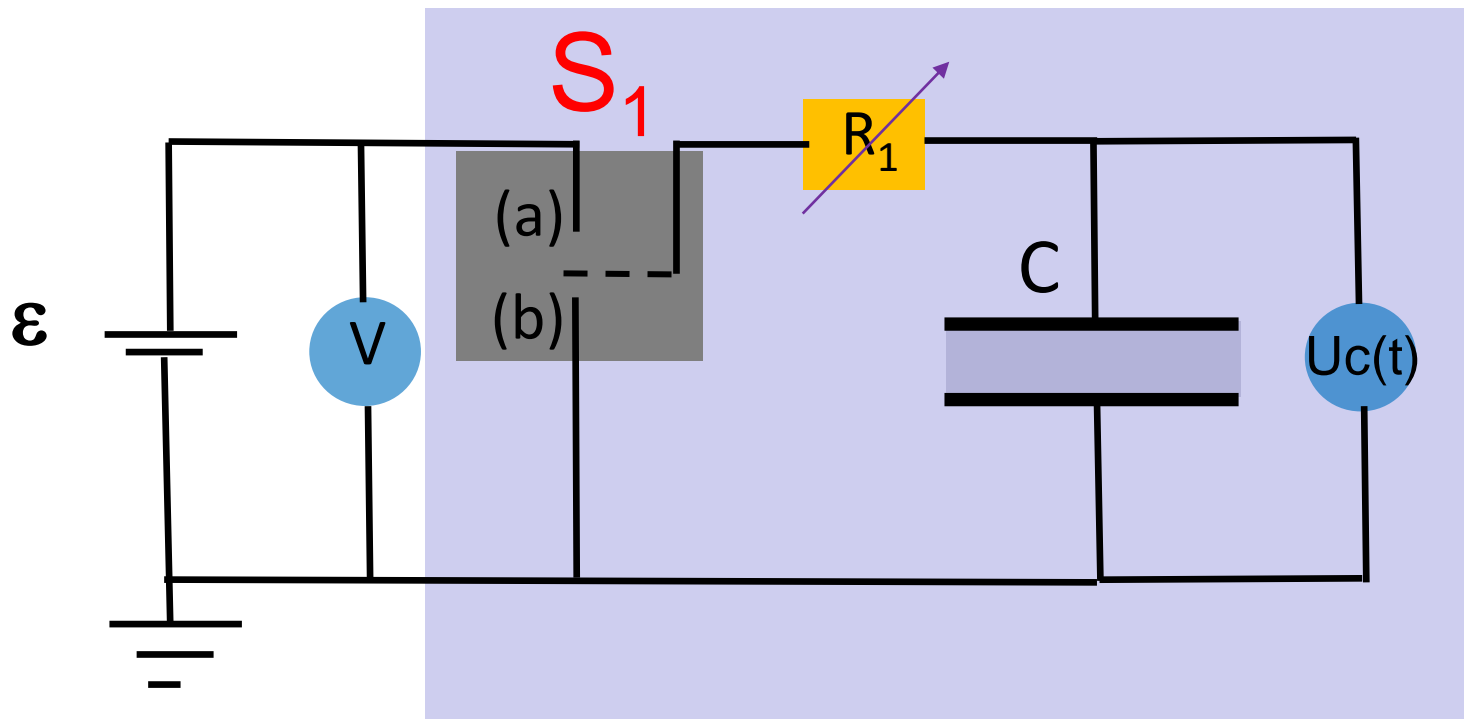


Figura 2: Esquema elétrico da montagem para estudo da carga e descarga de um condensador

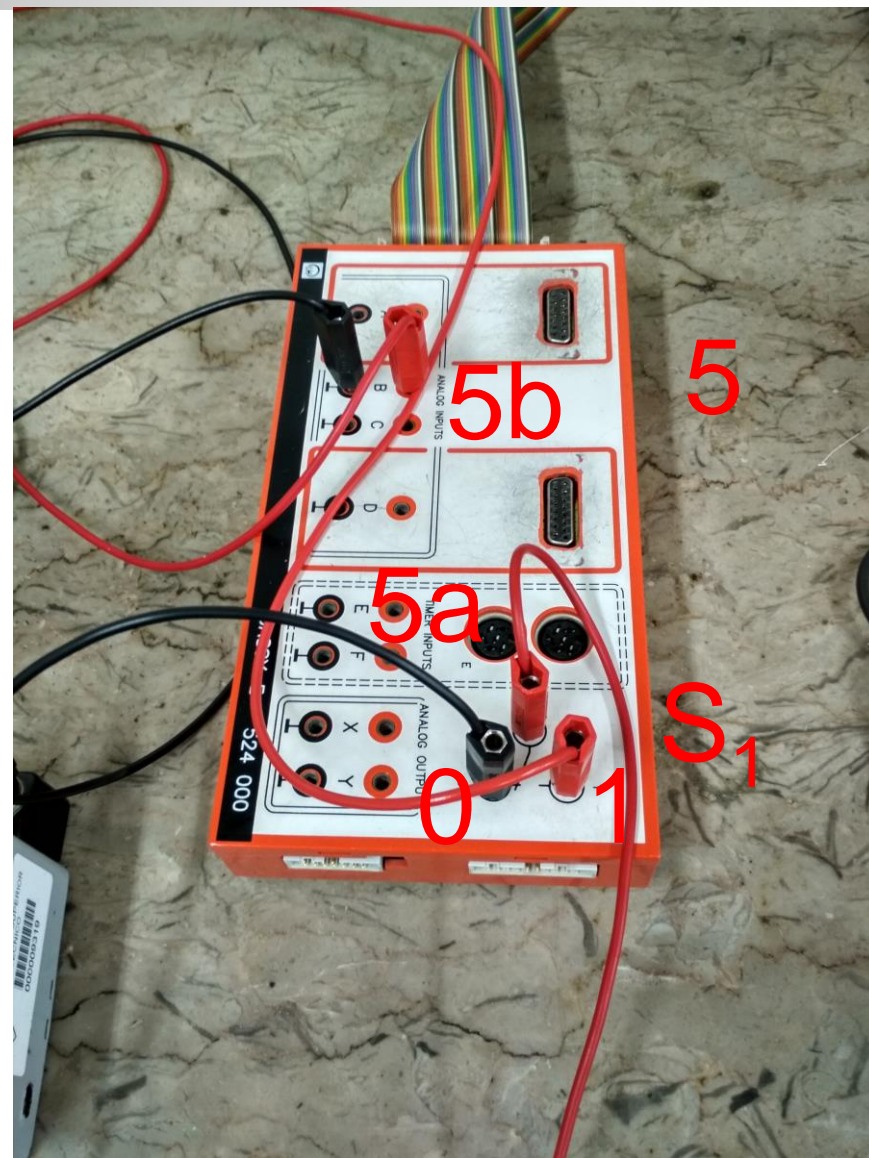
Detalhes da montagem experimental-I

- A **montagem do circuito RC** é constituído pelas seguintes componentes:
- Um **condensador de capacidade C** com capacidade de $1-10\ \mu\text{F}$ (**1**),
- Duas **caixas de resistências** ligadas em série **R_1** (**2**), $1\text{k}\ \Omega - 110\text{k}\ \Omega$



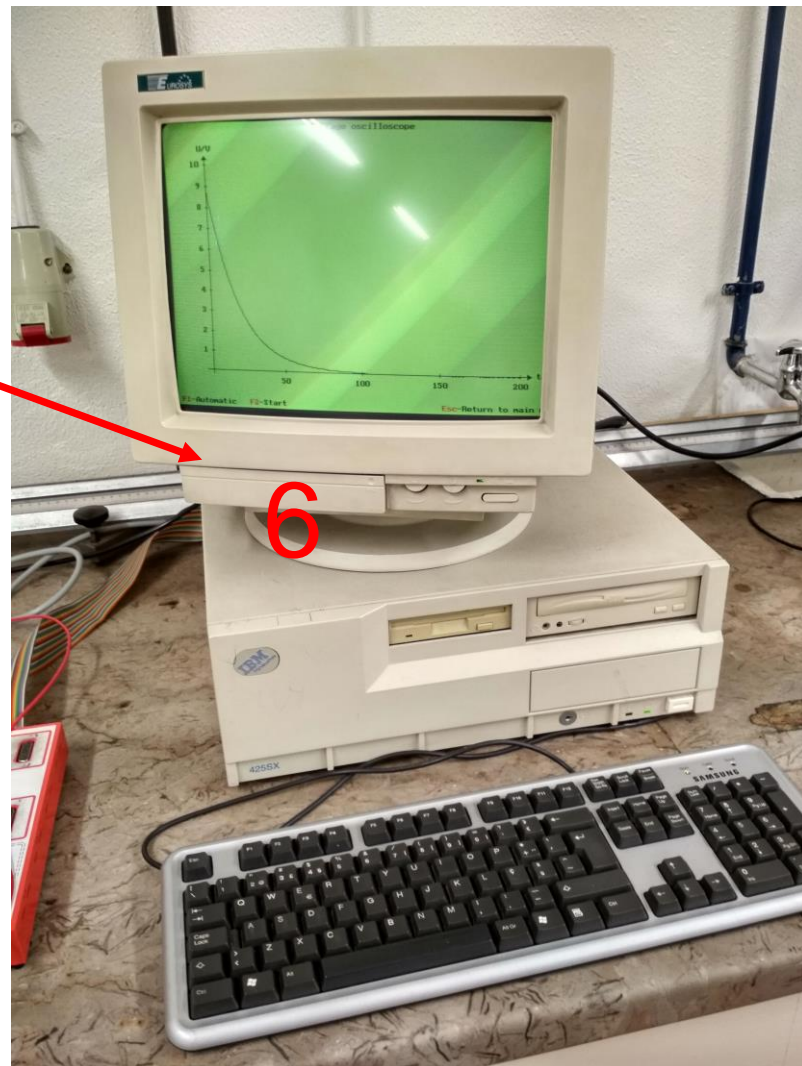
Detalhes da montagem experimental-I

- O **sistema de aquisição de dados (5)**,
- que permite seleccionar através de um interruptor S1 (5a) os processos de carga e descarga,- no processo de **carga (descarga)** a **saída 0** está ligada ao polo positivo (negativo) do gerador e a **saída 1** está ligado ao polo negativo (positivo) do gerador,
- e recolher o sinal de tensão $U_c(t)$ aos terminais do condensador (5b) no canal B.



Detalhes da montagem experimental-I

- **Computador com software apropriado** para comandar o sistema de aquisição de dados e recolher a tensão nos terminais do condensador em função do tempo (6)

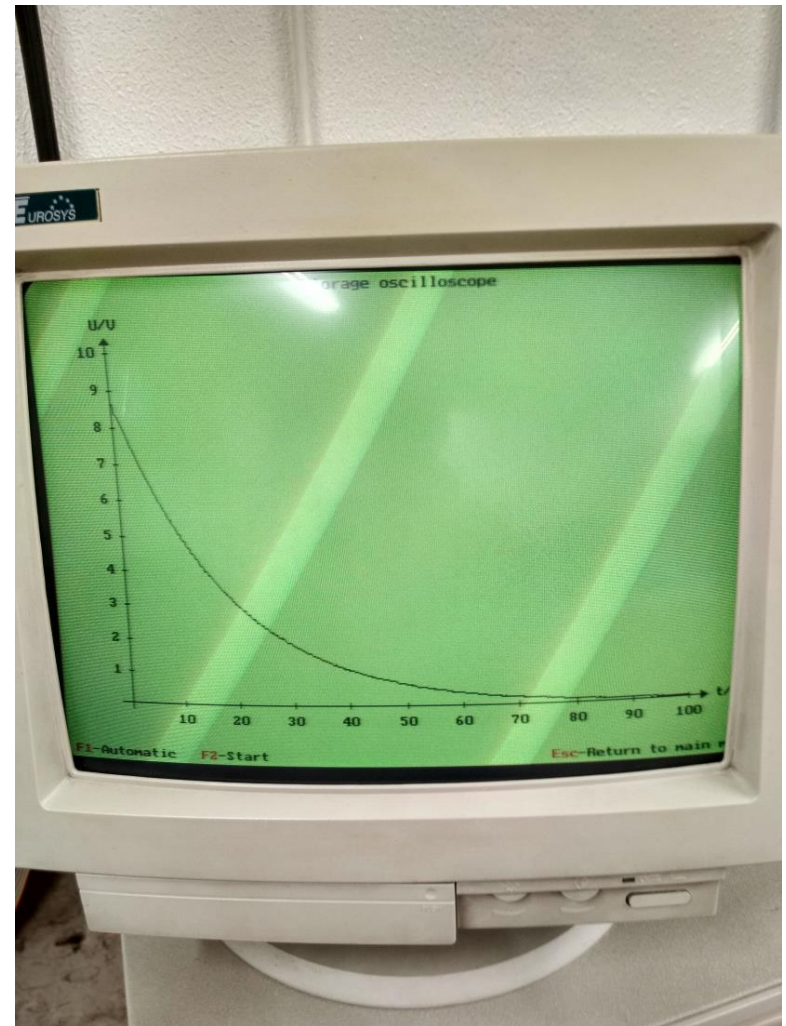


- Menu Principal

Secção de aquisição em modo

osciloscópio:

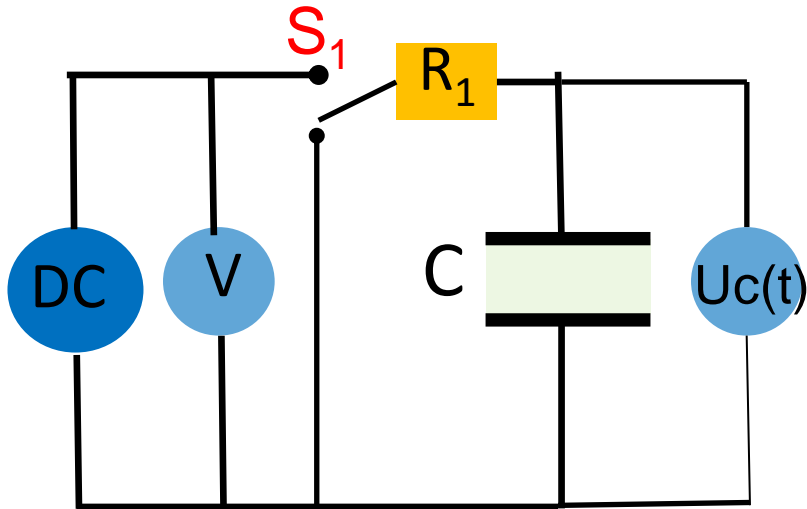
Simula um osciloscópio digital e permite adquirir dados em função do tempo como a tensão aos terminais do condensador $U_C(t)$.



Execução da experiência : I

Descarga do Condensador

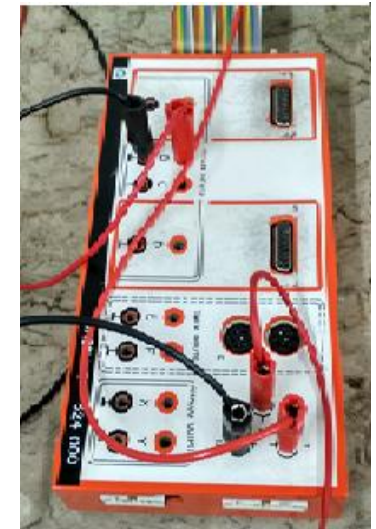
1- Montar o circuito RC com fonte contínua escolhendo o valor para a capacidade do condensador de $C=1\mu\text{F}$



2- Ligar a fonte de tensão contínua e usando o voltímetro selecionar uma tensão $\mathcal{E}_1=9\text{V}$

3- Selecionar uma resistência $R_1=10\text{K}\Omega$.

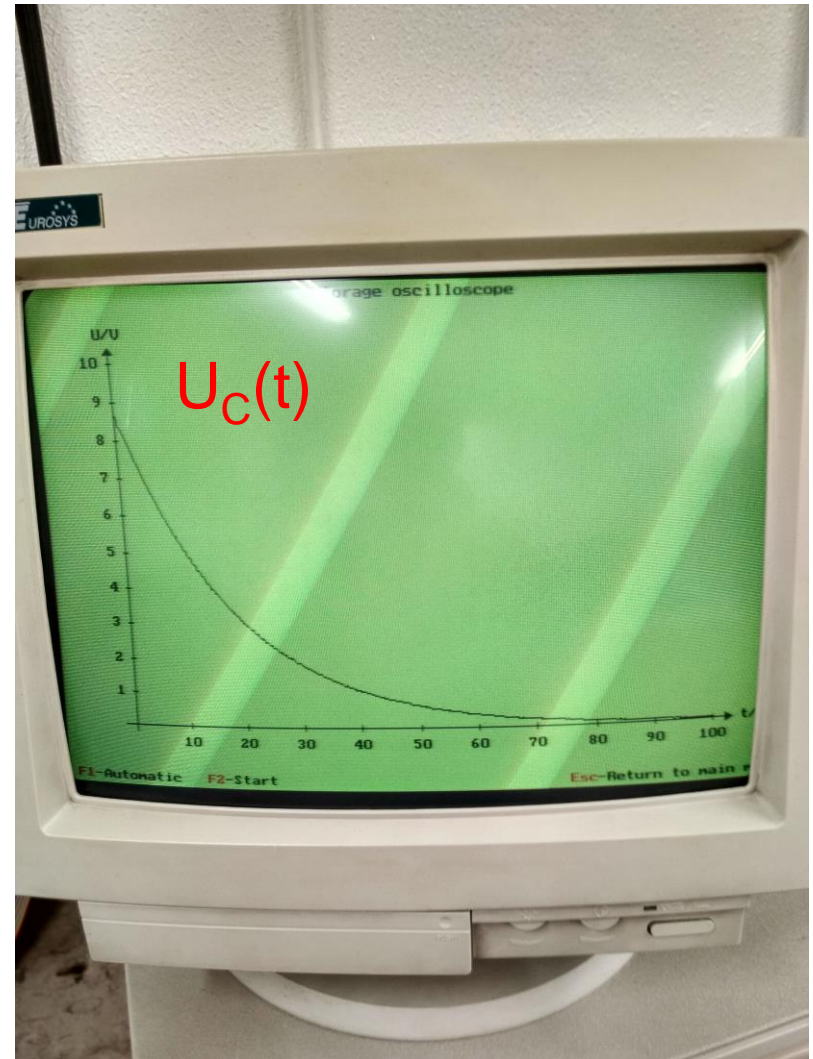
4- Selecionar as ligações ao interruptor S_1 de modo a estudar o processo de descarga do condensador



Descarga do Condensador

5- Selecionar no menu do osciloscópio o tempo adequado para estudar o perfil da tensão aos terminais do condensador, $U_C(t)$, em particular assegurar que a tensão cai para valores essencialmente nulos dentro da janela de aquisição.

6- Escolher a opção de '*Record measurement*' sendo representados no écran os dados referentes à tensão nos terminais do condensador em função do tempo no processo de descarga.



Execução da experiência : I

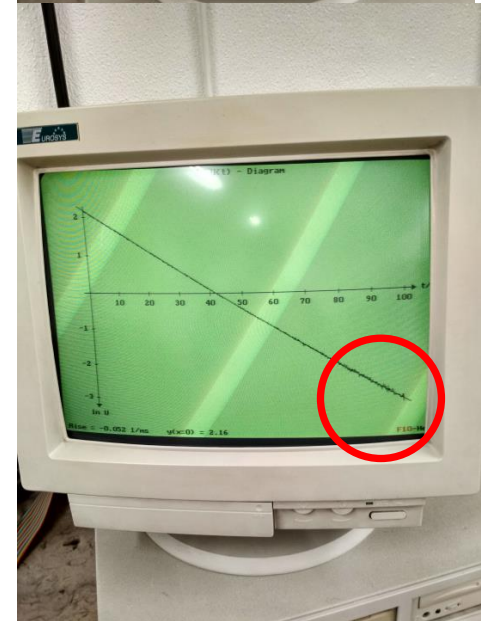
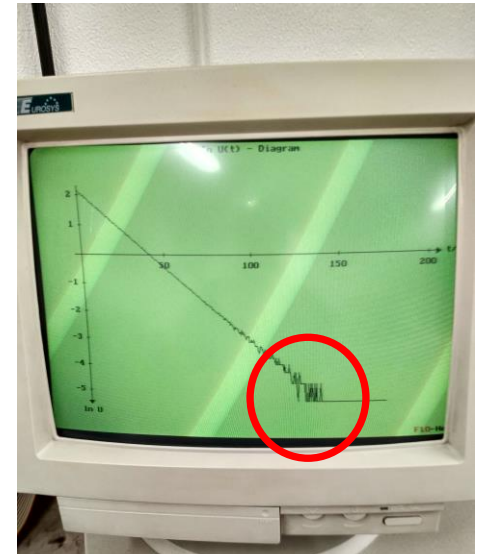
Descarga do Condensador

7- Faça a representação de $\ln(U_C(t))$ versus t .

8- Se observar ruído, deverá repetir o processo escolhendo uma menor escala de tempo.

9- Guardar os dados da aquisição da tensão aos terminais do condensador no disco, sendo estes valores enviados aos alunos.

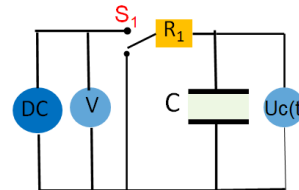
10- Voltar a repetir os pontos anteriores para as resistências, $R_1=20K\Omega$, $R_1=30K\Omega$, $R_1=40K\Omega$, $R_1=50K\Omega$, $R_1=60K\Omega$.



Execução da experiência : I

Carga do Condensador

1- Selecionar o interruptor S_1 de modo a estudar o processo de carga do condensador



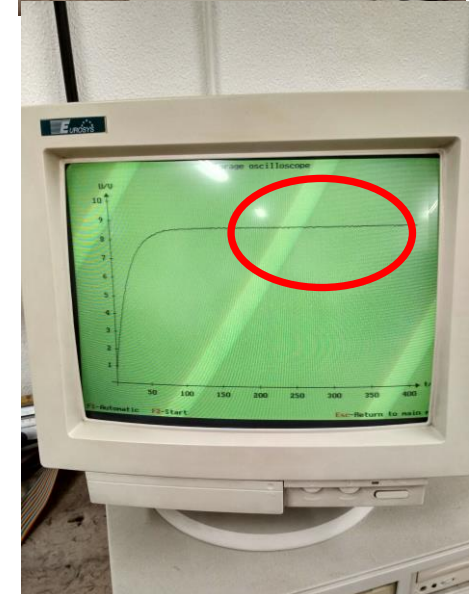
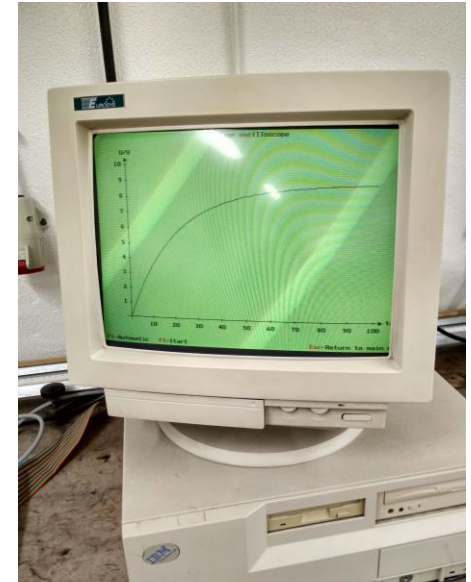
2- Usando o voltímetro ajustar a fonte de alimentação para manter uma tensão

$$\mathcal{E}_1 = 9V$$

3- Seleccionar uma resistência

$$R_1 = 10K\Omega.$$

5- Selecionar no menu do osciloscópio o tempo adequado para estudar o perfil da tensão aos terminais do condensador, $U_C(t)$. Em particular assegurar que foi atingido o valor final da tensão $U_C(t=\text{infinity})$.



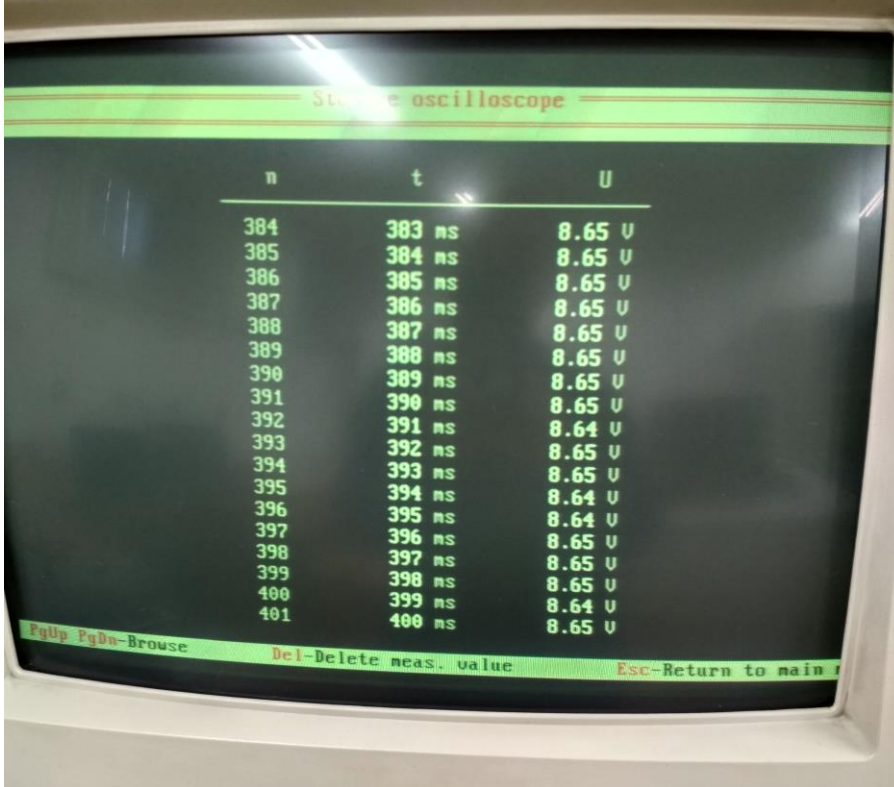
Execução da experiência : I

Carga do Condensador

6- Escolher a opção de *'Output measured values'* para representar no ecran do computador os valores da tensão aos terminais do condensador.

7- Verificar se para tempos infinitos (isto é tempos a partir dos quais a tensão aos terminais do condensador se mantêm identicamente constante) o valor obtido para a tensão aos terminais do condensador é inferior ao valor da tensão de alimentação.

8- Registrar este valor ϵ' .



Storing oscilloscope

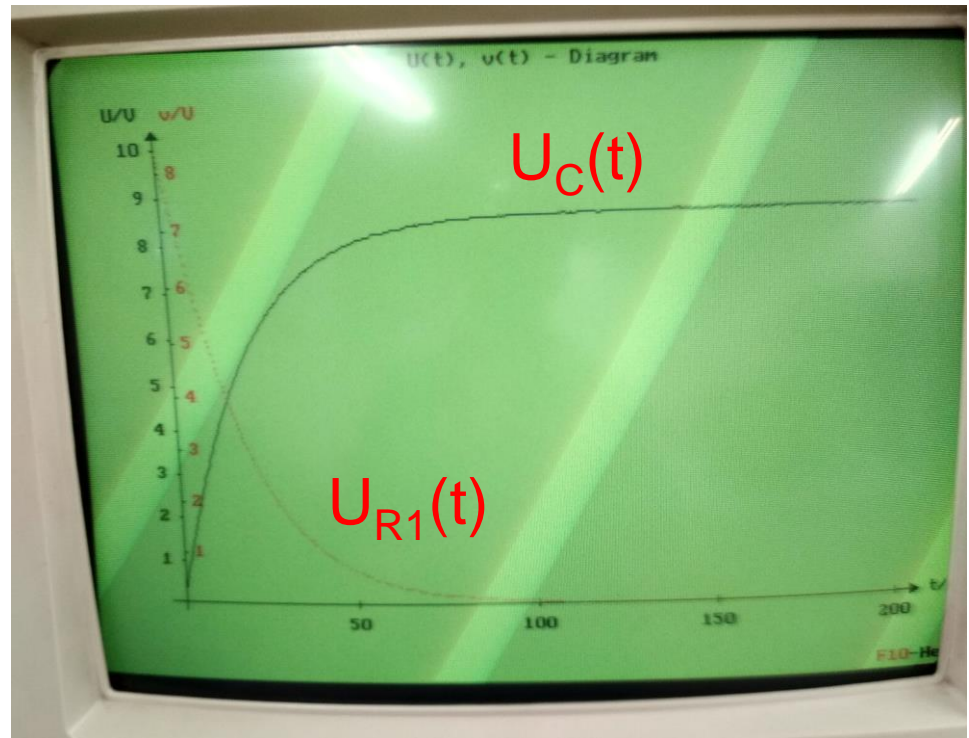
n	t	U
384	383 ns	8.65 V
385	384 ns	8.65 V
386	385 ns	8.65 V
387	386 ns	8.65 V
388	387 ns	8.65 V
389	388 ns	8.65 V
390	389 ns	8.65 V
391	390 ns	8.65 V
392	391 ns	8.64 V
393	392 ns	8.65 V
394	393 ns	8.65 V
395	394 ns	8.64 V
396	395 ns	8.64 V
397	396 ns	8.65 V
398	397 ns	8.65 V
399	398 ns	8.65 V
400	399 ns	8.64 V
401	400 ns	8.65 V

FgUp PgDn-Browse Del-Delete meas. value Esc-Return to main

Carga do Condensador

9- Escolhendo a opção de *'Select formula'* subtrair ao valor encontrado anteriormente para a tensão no infinito o valor da tensão aos terminais do computador, obtendo-se a nova função $U_{R1}(t) = \varepsilon' - U_C(t)$.

10- Escolher a opção de *'Evaluate on graph'* para representar as funções.



Execução da experiência : I

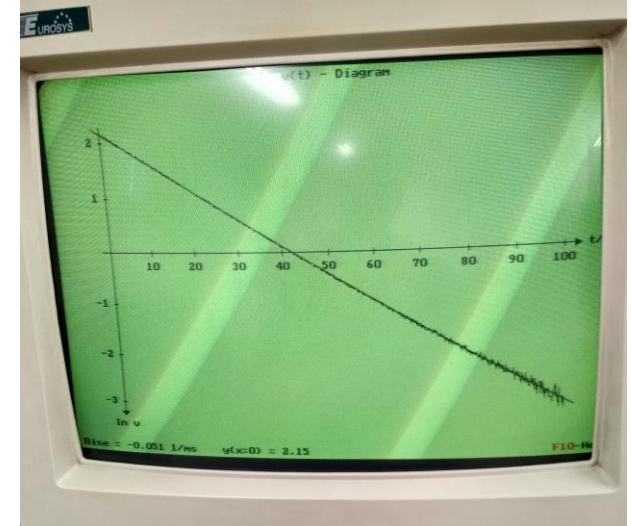
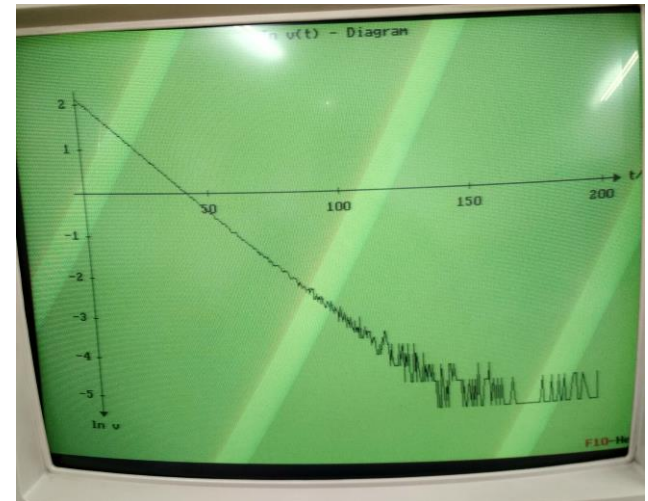
Carga do Condensador

11- Escolher agora a opção de *'select representation'* para escolher a função \ln , e escolha seguidamente a opção *'Evaluate in graph'*, aparecendo no ecrã a função $\ln(U'_{R1}(t))$.

12- Se observar ruído, deverá repetir o processo escolhendo uma menor escala de tempo.

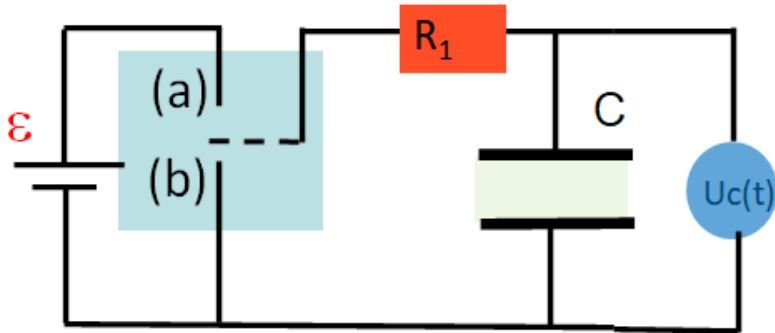
13- Para este valor de tempo, os valores da tensão aos terminais da resistência foram guardados e enviados aos alunos.

14 - Voltar a repetir os pontos anteriores para as resistências, $R_1=20K\Omega$, $R_1=30K\Omega$, $R_1=40K\Omega$, $R_1=50K\Omega$, $R_1=60K\Omega$.



Análise de dados: I

Analiseamos a carga e descarga do condensador no circuito RC:

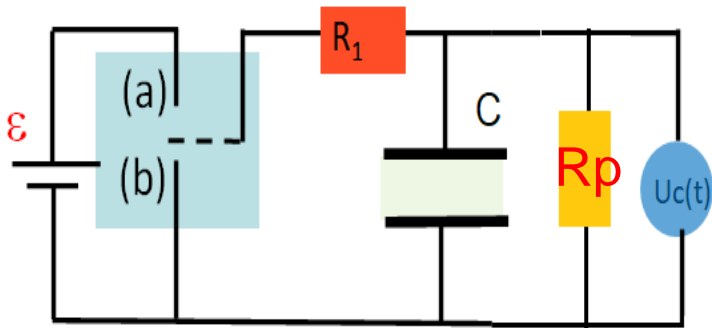


a) Carga: $U_c(t) = \varepsilon' (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

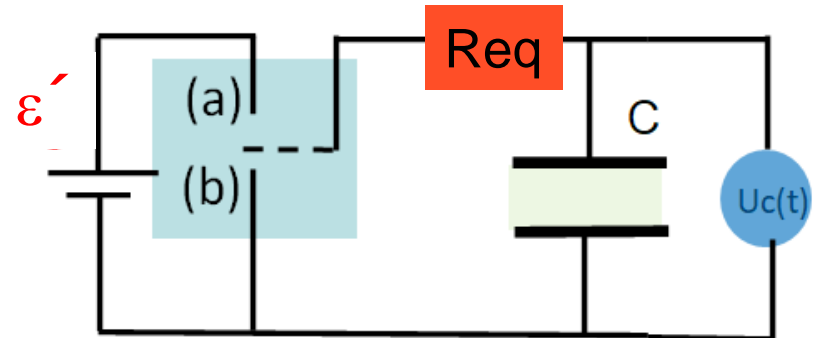
com: $\varepsilon' = \varepsilon$, $\tau = R_1 C$

b) Descarga: $U_c(t) = \varepsilon' e^{-\frac{t}{\tau}}$

Se se observar que: $\varepsilon' < \varepsilon$ e $\tau < R_1 C \Rightarrow$ Existe uma resistência de perdas R_p



Teorema de Thevenin



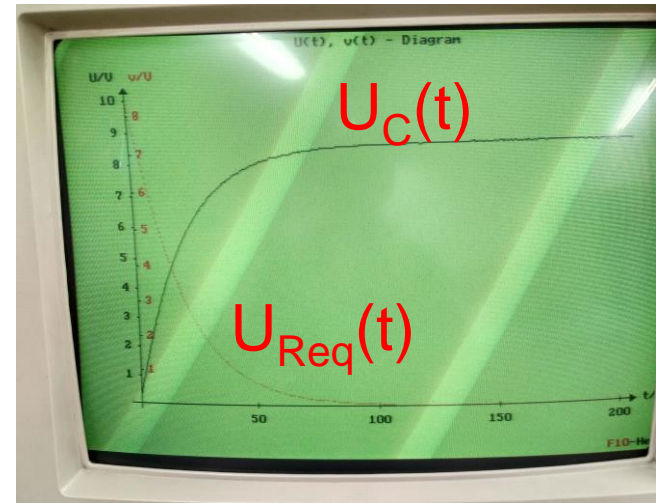
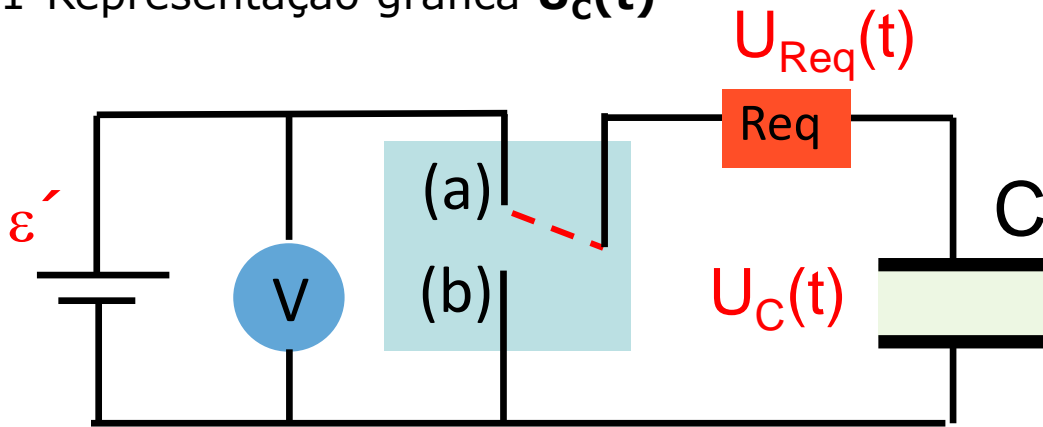
$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{1 + R_1/R_p}, \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_p}, \quad \tau = R_{eq}C$$

Figura 3: Circuito equivalente

A-Carga do Condensador

$E1=9V$, $R_1=10K\Omega$, $R_1=20K\Omega$, $R_1=30K\Omega$, $R_1=40K\Omega$, $R_1=50K\Omega$, $R_1=60K\Omega$.

1-Representação gráfica $U_C(t)$



$$U_C(t) = \varepsilon' \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad \tau = R_{eq} C$$

$$U_{Req}(t) = \varepsilon' - U_C(t) = \varepsilon' e^{-\frac{t}{\tau}} = R_{eq} I(t)$$

$$U_{Req}(0) = \varepsilon'$$

2-Representação gráfica $U_C(t)$ e $U_{Req}(t)$

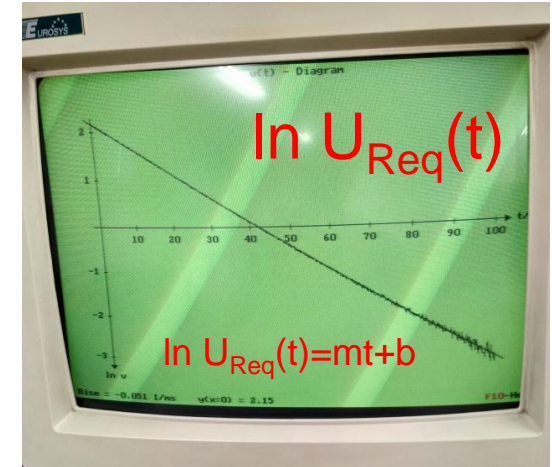
A-Carga do Condensador

3- Representação gráfica de $\ln(U'_{\text{C}})$ versus t e determinação de τ por regressão linear:

$$\ln U_{\text{Req}}(t) = \ln \varepsilon' - t/\tau$$

$$\tau = C R_{\text{eq}}$$

$$\varepsilon' = \varepsilon \frac{R_p}{R_p + R_1}$$



4- Determinação da resistência de perdas R_p :

$$\varepsilon'(R_1) = \varepsilon \frac{R_p}{R_p + R_1} \quad \text{por ajuste da função obtém-se } R_p$$

5- Determinação da Capacidade do condensador, C :

$$R_{\text{eq}}(R_1) = \frac{R_1 R_p}{R_p + R_1} \quad \tau = C R_{\text{eq}} \quad \text{por regressão linear de } \tau \text{ versus } R_{\text{eq}}, \text{ obtém-se } C$$

A-Carga do Condensador-Balanco energético

6- Cálculo das energias envolvidas no processo:

$$W_{\varepsilon} = \int_0^{+\infty} \varepsilon' i(t) dt = \frac{\varepsilon'}{R_{eq}} \int_0^{+\infty} U_{Req}(t) dt$$

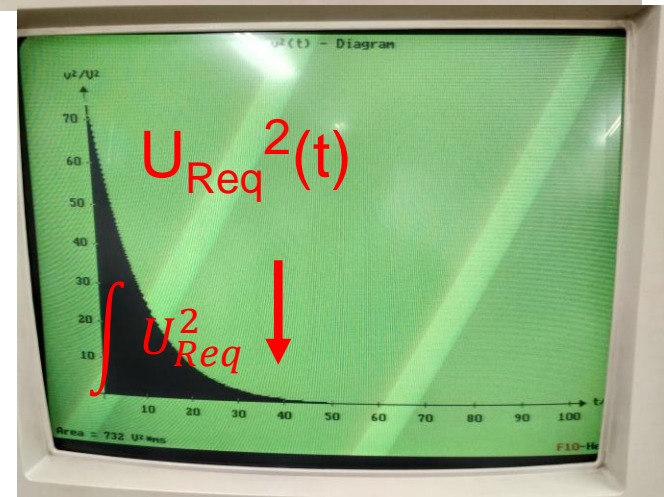
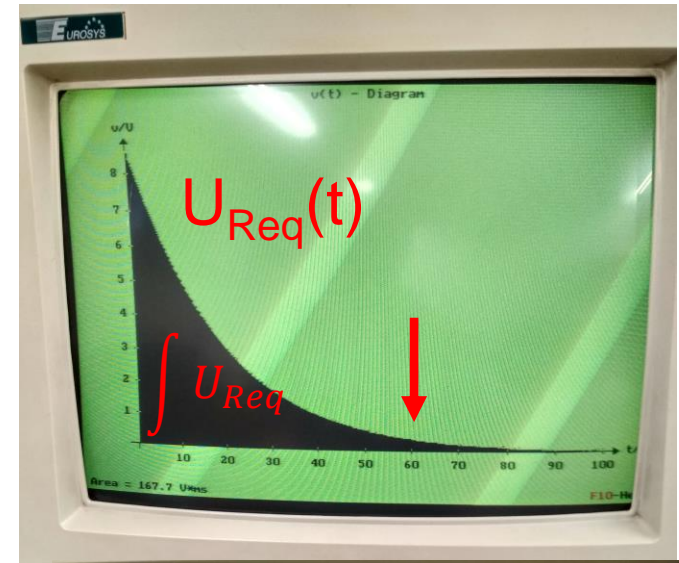
$$W_{Req} = \int_0^{+\infty} R_{eq} i^2(t) dt = \frac{1}{R_{eq}} \int_0^{+\infty} U_{Req}^2(t) dt$$

$$W_C = W_{\varepsilon} - W_{Req} \quad \text{Por conservação de energia}$$

7- Consistência dos resultados:

$$W_C = \frac{C}{2} (U_C(\infty))^2$$

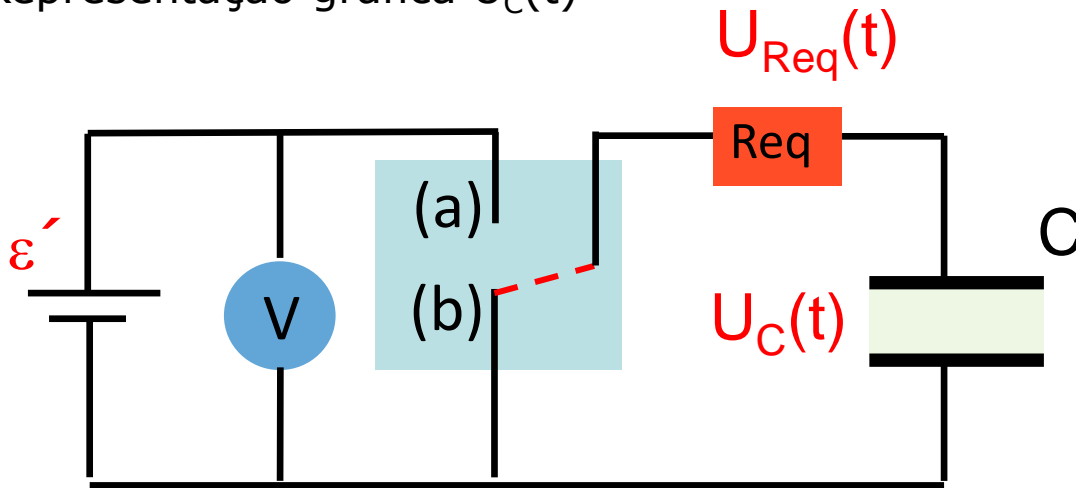
Verificação e análise da consistência do resultado obtido por balanço energético.



B-Descarga do Condensador

$E1=9V$, $R_1=10K\Omega$, $R_1=20K\Omega$, $R_1=30K\Omega$, $R_1=40K\Omega$, $R_1=50K\Omega$, $R_1=60K\Omega$.

1-Representação gráfica $U_C(t)$



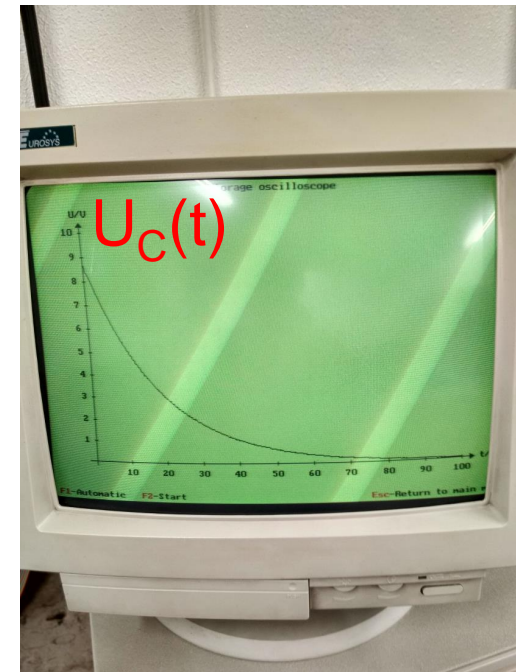
$$U_C(t) = U_{Req}(t) = R_{eq}I(t) = R_{eq}I_0 e^{-t/\tau}$$

$$U_C^0 = \varepsilon' = R_{eq}I_0 = \varepsilon \frac{R_p}{R_p + R_1}$$

$$U_C(t) = U_C^0 e^{-t/\tau}$$

$$\tau = CR_{eq}$$

$$U_C^0 = \varepsilon \frac{R_p}{R_p + R_1}$$



B-Descarga do Condensador

2- Representação gráfica de $\ln(U_C)$ versus t e determinação de τ por regressão linear:

$$U_C(t) = U_C^0 e^{-t/\tau}$$

$$\ln U_C(t) = \ln U_C^0 - t/\tau$$

$$\tau = R_{eq} C$$

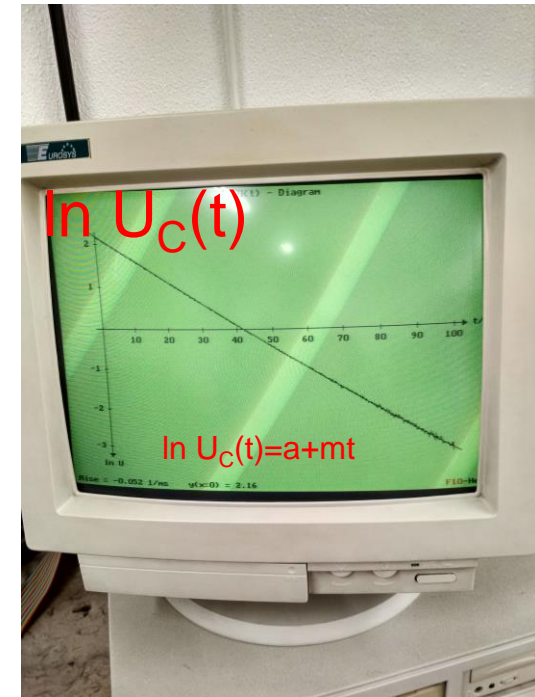
$$U_C^0 = \varepsilon \frac{R_i}{R_i + R}$$

3- Determinação da Capacidade C do condensador:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_p}{R_p + R_1}$$

$$\tau = R_{eq} C$$

A partir dos valores de τ versus R_{eq} , obtém-se C por regressão linear



Descarga do Condensador-Balanco energético

5- Cálculo das energias envolvidas no processo:

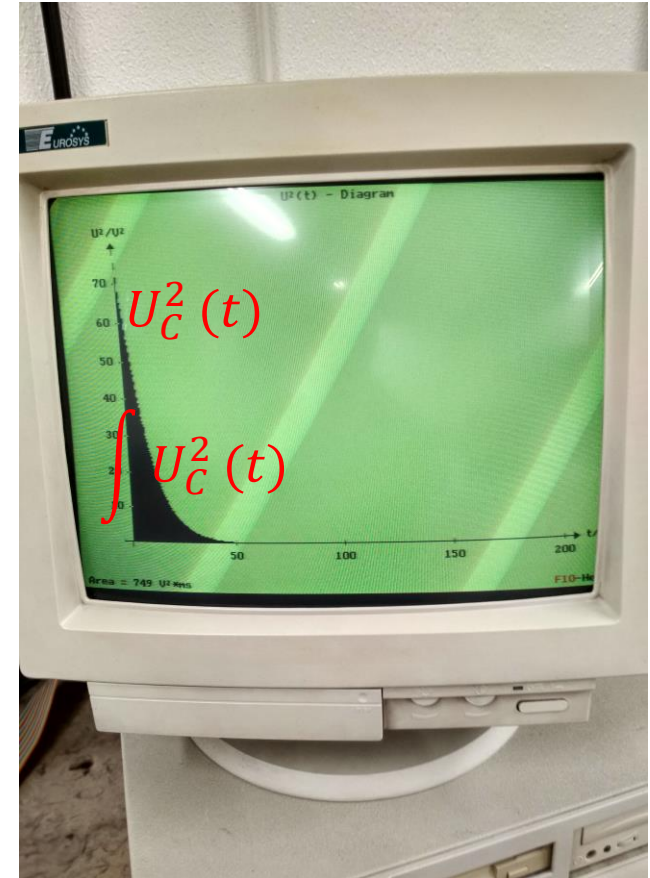
$$W_{Req} = \int_0^{+\infty} R_{eq} i^2(t) dt = \frac{1}{R_{eq}} \int_0^{+\infty} U_C^2(t) dt$$

$$W_C = W_{Req} \quad \text{Por conservação de energia}$$

6- Consistência dos resultados:

$$W_C = \frac{C}{2} (U_C^0)^2$$

Verificação e análise da consistência com o resultado obtido por balanço energético.



Descrição da montagem experimental-II

Para determinar a permitividade elétrica de um dielétrico em função da frequência dispomos da montagem apresentada na figura 1, que inclui o seguinte equipamento:

1 - Condensador de placas paralelas com folha de acetato

2 – Resistência variável

3 - Multímetro

4 – Osciloscópio digital e gerador de sinal

5 - Computador de simulação e visualização

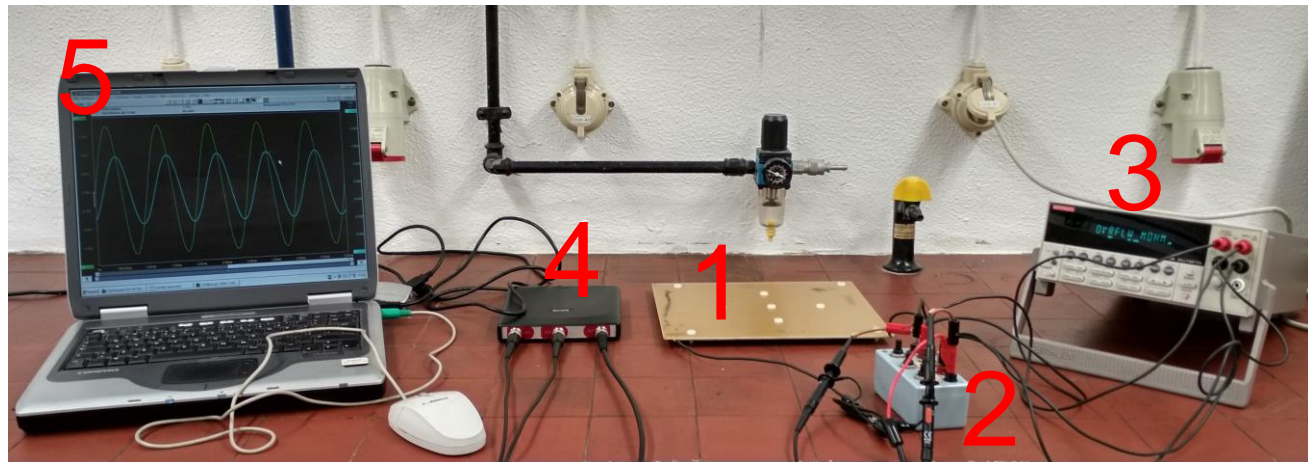


Figura 1. Montagem experimental-II

Esquema de blocos da montagem-II

Para realizar o estudo da determinação da constante dielétrica de um condensador usou-se a seguinte montagem:

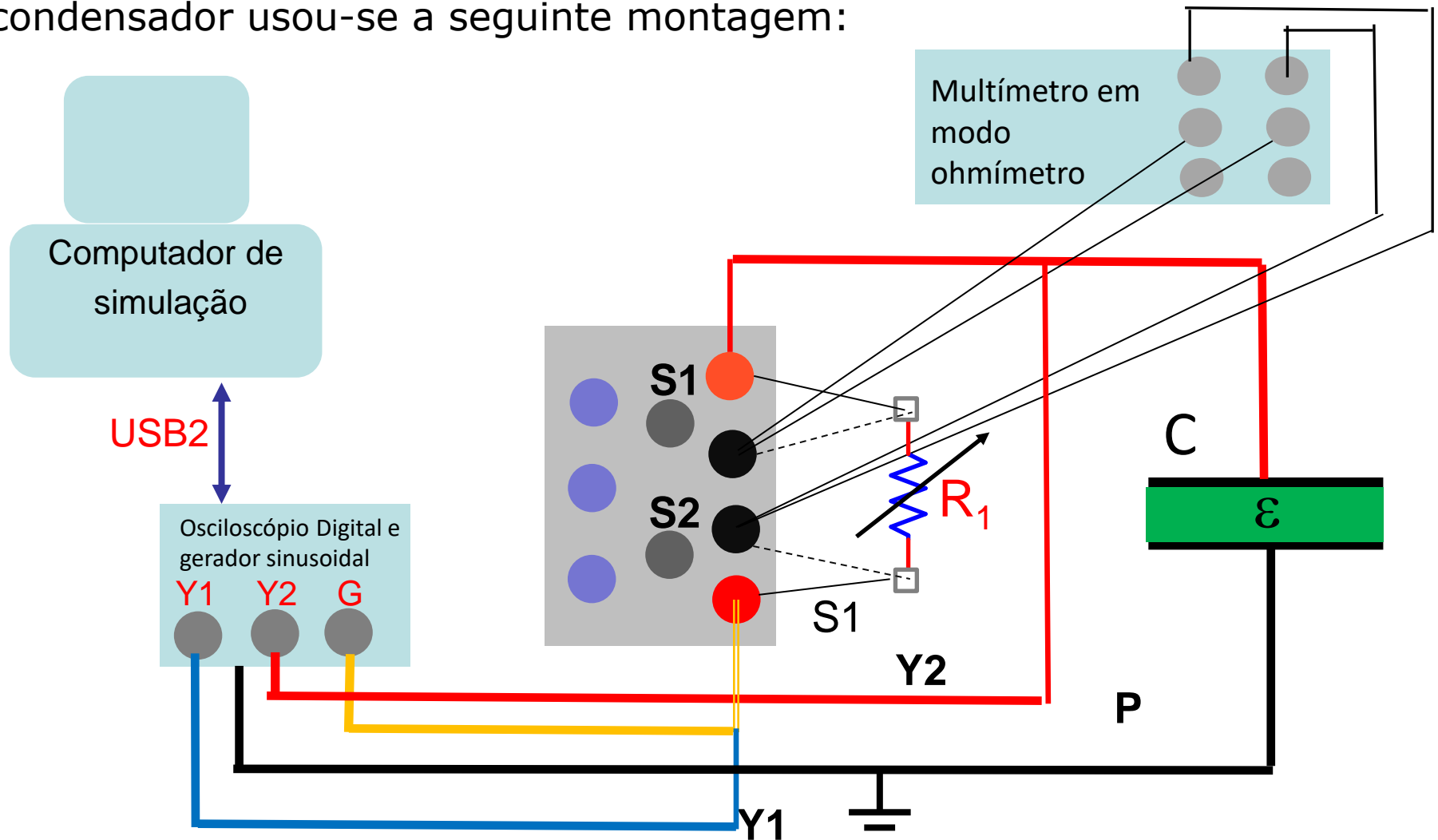
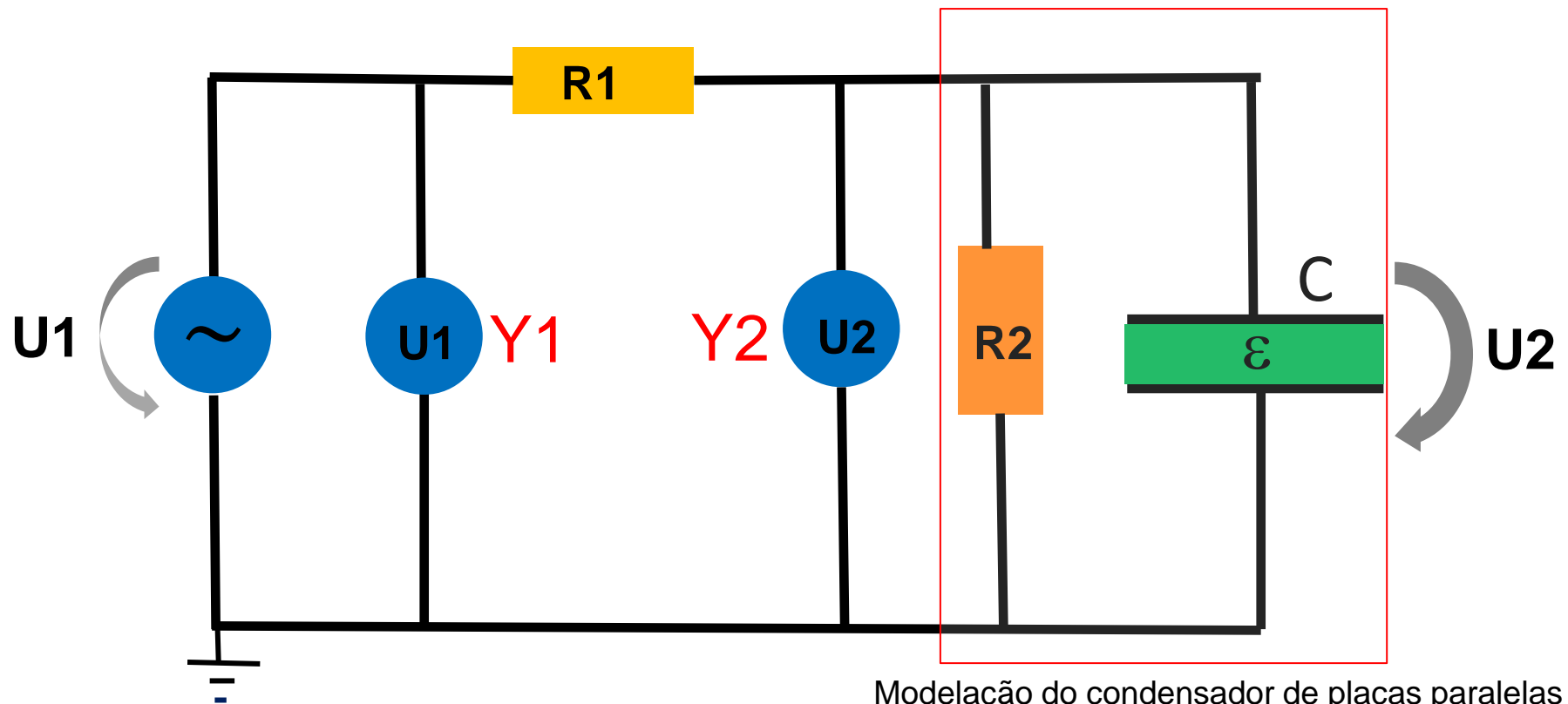


Figura 2: Esquema de blocos da montagem para estudo da constante dielétrica

Esquema elétrico da montagem-II

Esquema elétrico de circuito assumindo uma resistência de perdas no condensador. Y1 e Y2 são as pontas de prova do osciloscópio, R1 é a resistência variável e R2 a resistência de perdas do condensador:



Modelação do condensador de placas paralelas com dielétrico com perdas

Detalhes da montagem experimental-II

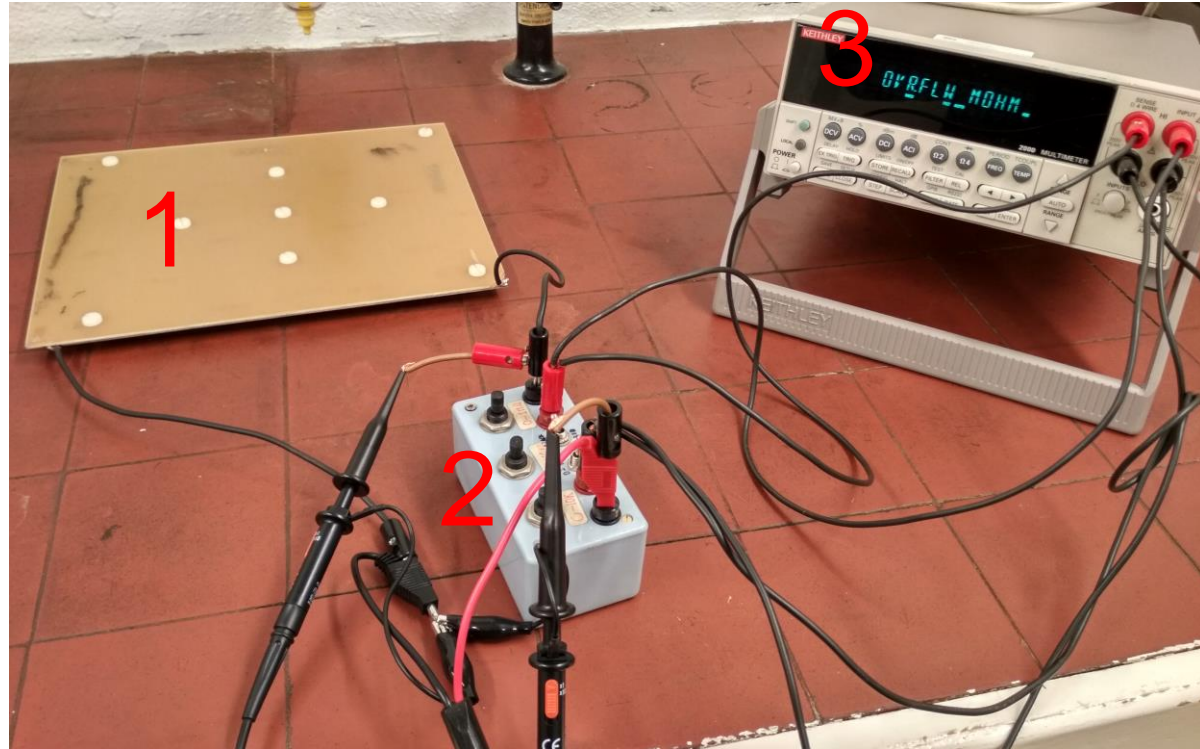
- O **Condensador de placas paralelos (1)** composto por duas placas de área
 $S=(5.28 \pm 0.05) \times 10^{-2} \text{ m}^2$,



O **Condensador de placas paralelas** tem no seu interior um **acetato** de espessura $d=1 \times 10^{-4} \text{ m}$, com uma constante dielétrica $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ ($\epsilon_r = 2.5$).

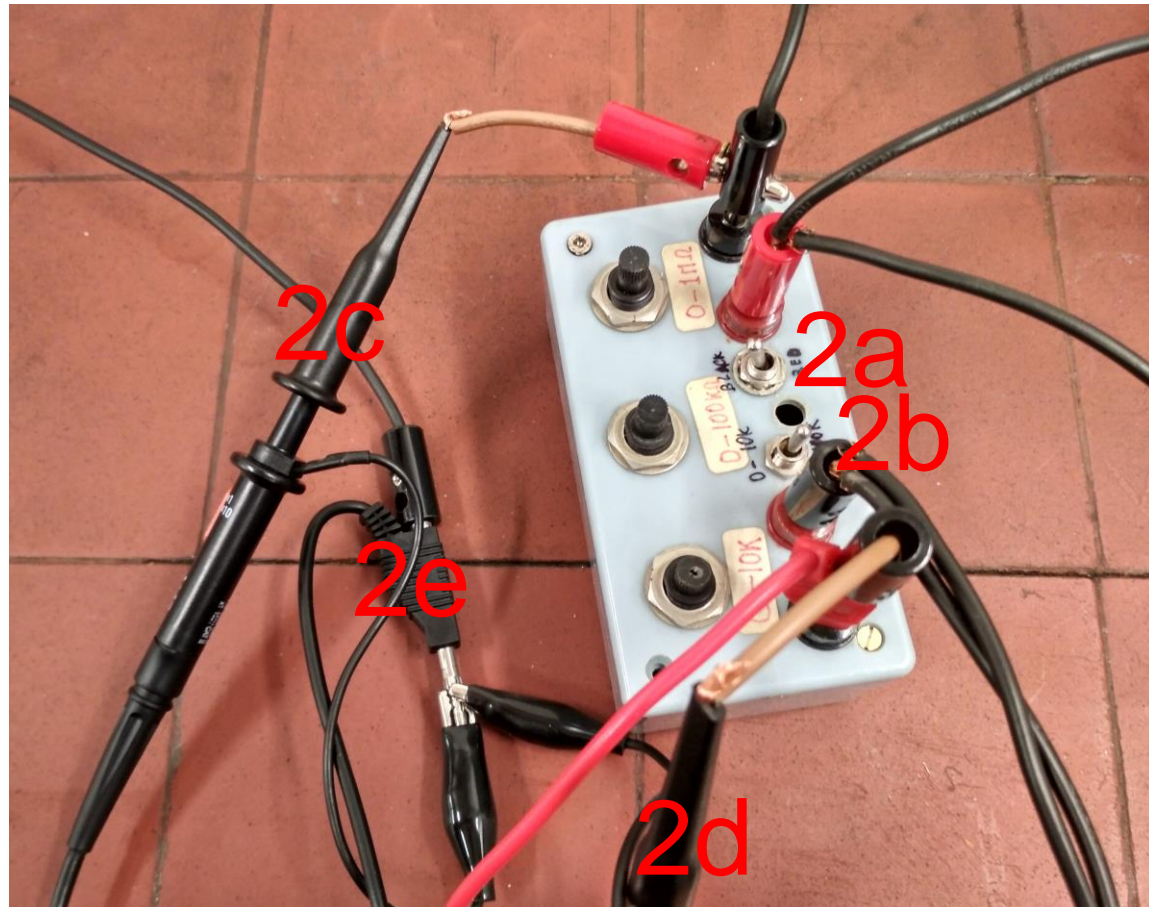
Detalhes da montagem experimental-II

- O condensador de placas paralelas (1) está ligado em série com o **caixa de resistências** (2). O valor da resistência é medido por um multímetro (3) que pode ser ligado em paralelo com a resistência através do interruptor S1 para medição do valor desta.



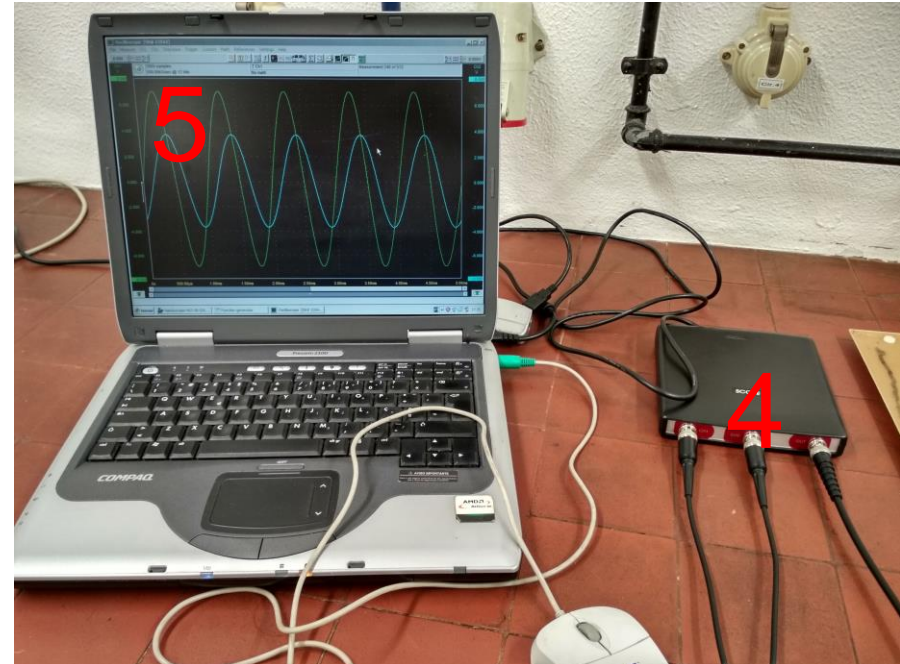
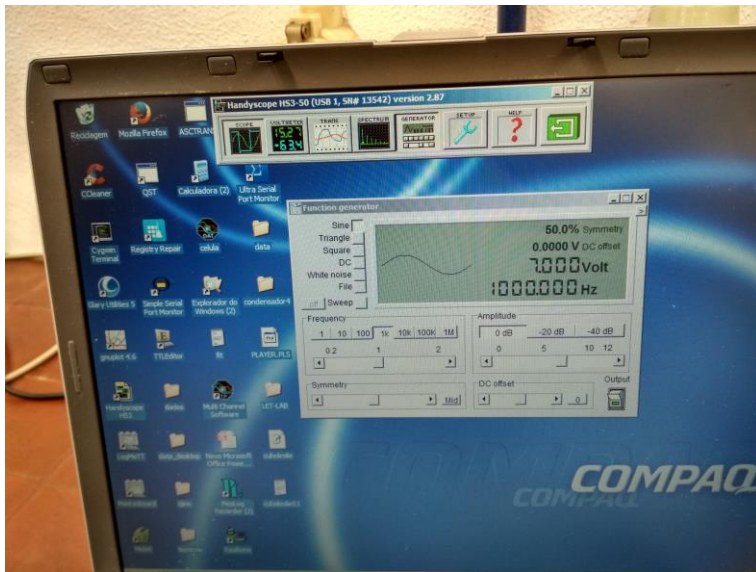
Detalhes da montagem experimental-II

- **A caixa de resistências** (2) tem associados dois interruptores S1 (2a) e S2 (2b). S1 permite conectar ou desconectar as resistências em série, ligando-as ao circuito ou ao multímetro, sendo que o valor da resistência é escolhido através de 3 potenciômetros ligados em série. S2 curto-circuita o potenciômetro de valor mais alto.



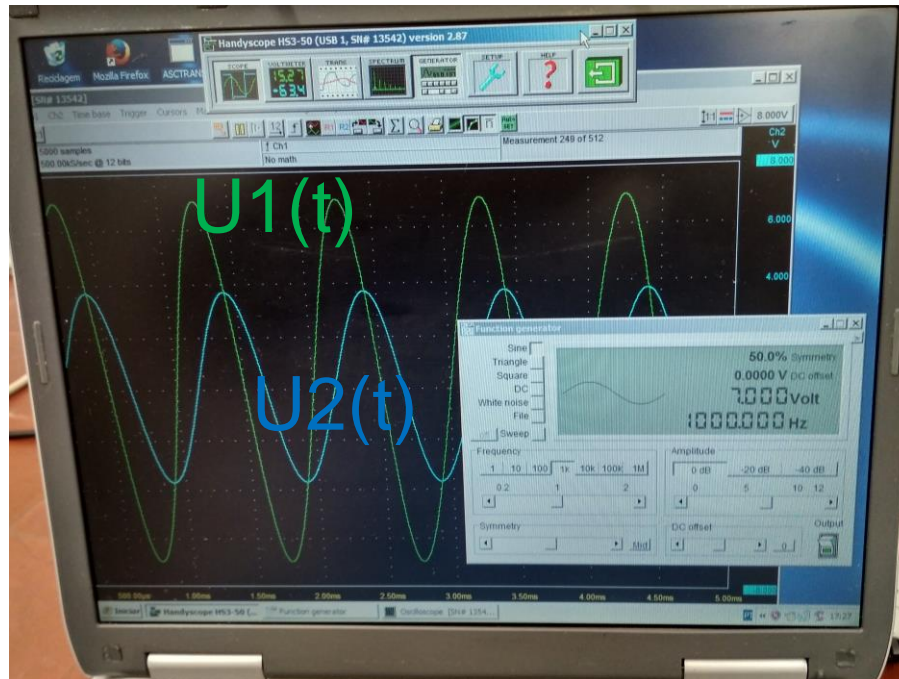
Detalhes da montagem experimental-II

- Osciloscópio digital (4) ligado a um computador com software apropriado (5) que permite ler a tensão aos terminais do condensador (Y2) e do gerador (Y1) e comandar um gerador de sinais de corrente alterna (G).



Execução da experiência : II

1- Montar o circuito, com o condensador composto por duas placas paralelas ligado a um sistema composto por um **gerador** de sinais sinusoidal e um osciloscópio que representa em tempo real a tensão aos terminais do gerador **$U_1(t)$** e do **condensador**, **$U_2(t)$** .



2- **Ajustar R_1** de modo a que a tensão U_2 tenha uma amplitude máxima de cerca de metade da amplitude máxima de U_1 de forma a garantir a que as grandezas $U_{R1} = U_1 - U_2$ e U_2 tenham um menor erro associado.

3- Registrar os valores eficazes de **U_2 , U_1 e $\langle U_1 U_2 \rangle$** para vários valores da frequência do gerador a partir dos dados $U_1(t)$ e $U_2(t)$, usando programa auxiliar

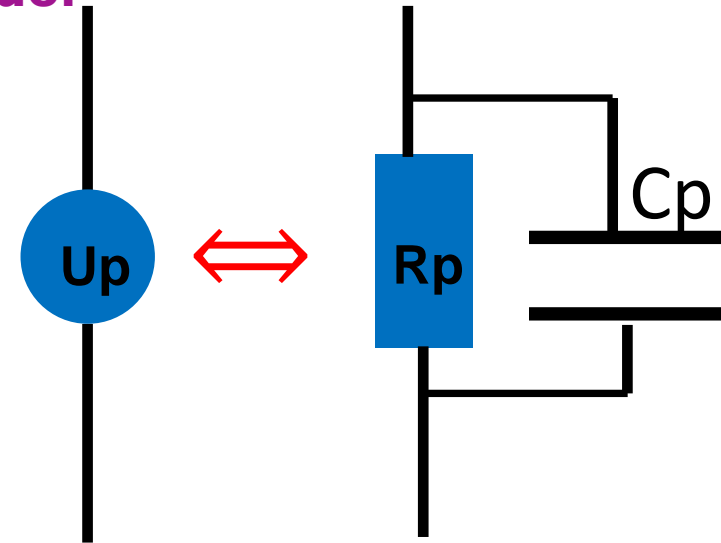
1- Determinação da **resistência do condensador, R2** **para vários valores da frequência gerador**

A ponta de prova é constituída por uma resistência de **R_p**= 1 MΩ e um condensador **C_p**=120 pF ligados em paralelo.

Deste modo quando a ponta é colocada em paralelo com o condensador com uma capacidade **C** e uma resistência de perdas, **R₂**, teremos de considerar para o conjunto condensador +ponta uma resistência equivalente **R_{eq}** e uma capacidade **C_{eq}**.

$$R_{eq} = \frac{R_2 R_p}{R_2 + R_p} \Rightarrow R_2 = \frac{R_{eq} R_p}{R_p - R_{eq}} \quad (\text{Eq. 1}) \quad C_{eq} = C + C_p, \quad C = C_{eq} - C_p \quad (\text{Eq. 2})$$

Observações: **R₂** deverá ter um valor positivo e menor que **R_p**. Na eventualidade do seu valor vir a dar negativo deve-se tomar **R₂** infinito (isto é o condensador não tem perdas).

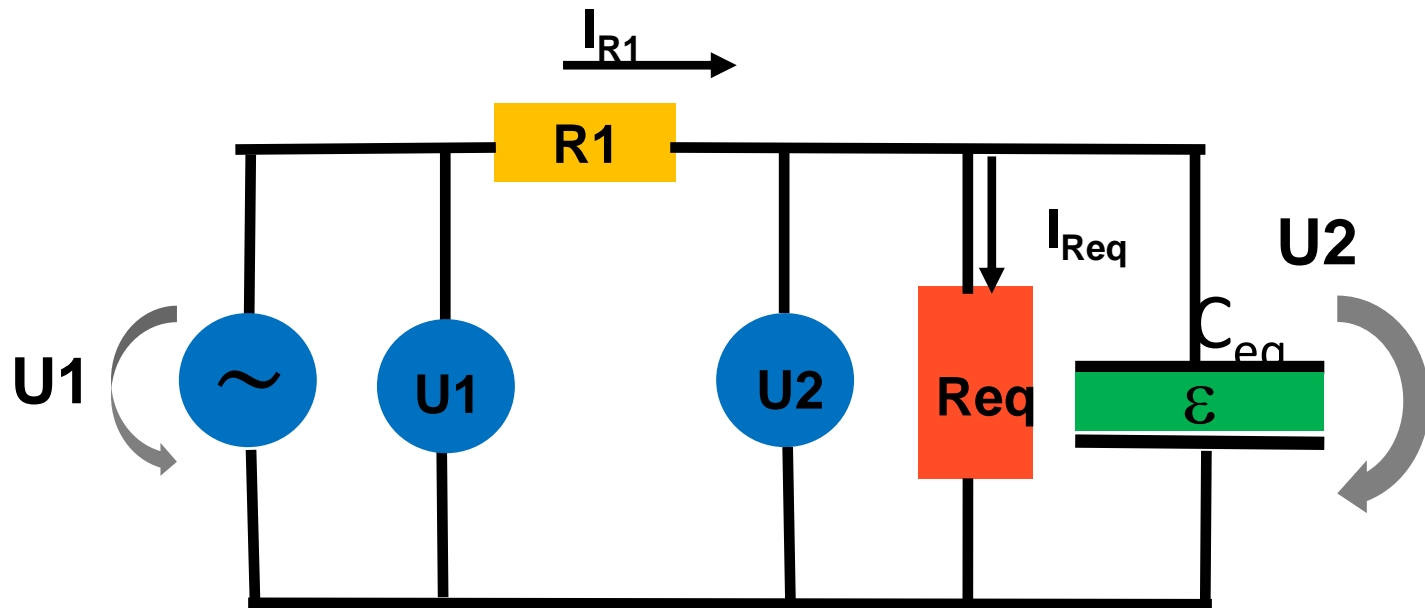


$$P_{Req} = \langle U_2 I_{Req} \rangle = \left\langle \frac{U_2^2}{R_{eq}} \right\rangle \quad (\text{Eq. 3})$$

$$P_{Req} = \langle U_2 I_{R1} \rangle = \left\langle \frac{U_2 U_1}{R1} \right\rangle - \left\langle \frac{U_2^2}{R1} \right\rangle \quad (\text{Eq. 4})$$

$$\langle U_2^2 \rangle = U_{2ef}^2 \quad (\text{Eq. 5})$$

$$R_{eq} = R1 \frac{U_{2ef}^2}{\langle U_1 U_2 \rangle - U_{2ef}^2} \quad (\text{Eq. 6})$$



2- Determinação da **capacidade do condensador**

Para vários valores da frequência do gerador

$$I_{R1} = \frac{U_1 - U_2}{R_1} \quad (\text{Eq. 7})$$

$$I_{R1} = \frac{U_2}{R_{eq}} + C_{eq} \frac{dU_2}{dt} \quad (\text{Eq. 8})$$

De onde resulta:

$$\frac{U_{1ef}}{U_{2ef}} = \sqrt{\left(1 + \frac{R_1}{R_{eq}}\right)^2 + (\omega R_1 C_{eq})^2}$$

(Eq. 9)

$$C_{eq} = \frac{1}{\omega R_1} \sqrt{\left(\frac{U_{1ef}}{U_{2ef}}\right)^2 - \left(1 + \frac{R_1}{R_{eq}}\right)^2}$$

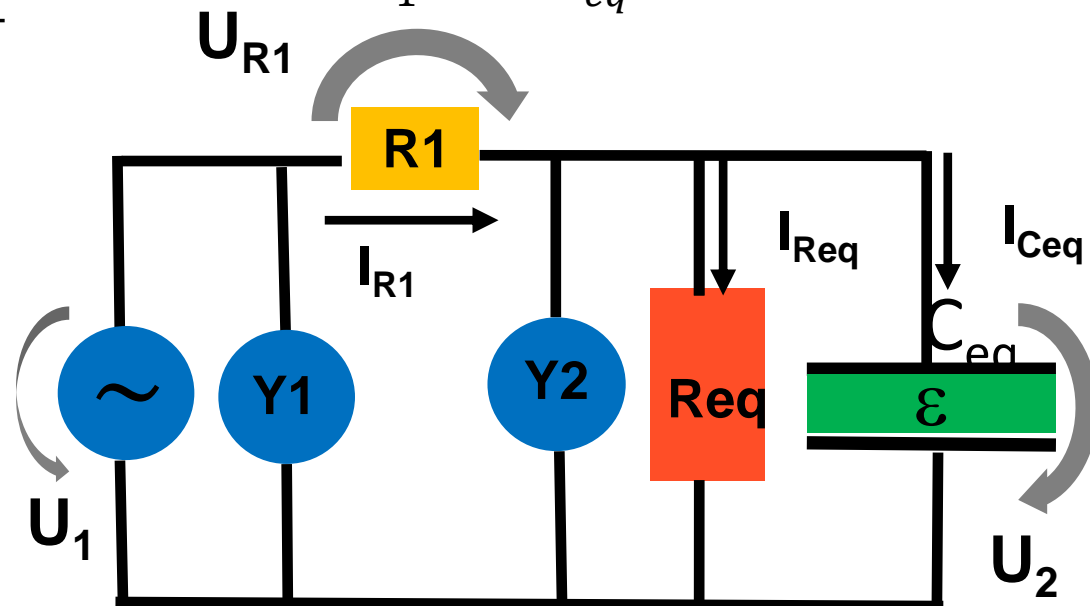
(Eq. 10)

Igualando as duas equações:

$$\frac{U_1 - U_2}{R_1} = \frac{U_2}{R_{eq}} + C_{eq} \frac{dU_2}{dt}$$

passando para amplitudes complexas:

$$\frac{\bar{U}_1 - \bar{U}_2}{R_1} = \frac{\bar{U}_2}{R_{eq}} + j\omega C_{eq} \bar{U}_2$$



3- Determinação da **constante dielétrica**

Para um condensador de placas paralelas, com superfície **S**, e distância entre elas **d** tem-se:

$$C = \frac{\epsilon S}{d} \quad (\text{Eq. 11})$$

Num circuito com gerador de corrente alterna (com frequência ω) com uma Resistência, **R₂**, em paralelo com um condensador, **C**, é descrito por uma impedância complexa **Z** resultante da combinação em paralelo da impedância da resistência; **Z_R** e da impedância do Condensador, **Z_C**:

$$Z_R = R_2 \quad Z_C = -j \frac{1}{\omega C} \quad \frac{1}{Z} = \frac{1}{R_2} + j\omega C$$

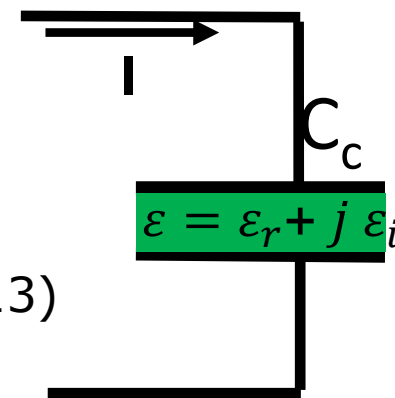
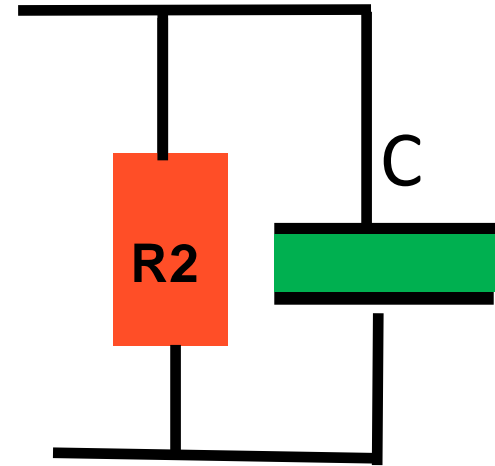
$$\bar{I} = \bar{U} \left(\frac{1}{R_2} + j\omega C \right) \quad (\text{Eq. 12})$$

Tomando o Condensador com uma capacidade complexa:

$$C_C = C'_C + jC''_C$$

$$\bar{I} = j\omega(C'_C + jC''_C) \bar{U}$$

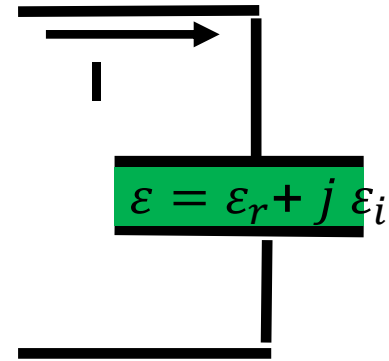
$$\bar{I} = \bar{U}(-\omega C''_C + j\omega C'_C) \quad (\text{Eq. 13})$$



$$\varepsilon = \varepsilon_r + j \varepsilon_i$$

$$C'_c = (C') \Rightarrow (\text{Eq.14}) \quad \varepsilon_r = \frac{d C}{S}$$

$$C''_c = \left(\frac{-1}{\omega R_2} \right) \Rightarrow (\text{Eq. 15}) \quad \varepsilon_i = \frac{-d}{\omega R_2 S}$$



4- Representação gráfica das grandezas calculadas,
 R_2 , C , ε_r , $-\varepsilon_i$ em função de $\ln f$.

5- Caso ε_r seja da ordem de ε_0 teremos de considerar um modelo mais complexo para descrever o dispositivo usado no lab.. Esse modelo deve incluir uma possível camada de ar de espessura desconhecida (d_{ar}) entre o filme polimérico e as armaduras do condensador. Nesse caso estaremos em presença de um sistema formado por dois condensadores de placas paralelas ligados em série um com dielétrico polimérico de espessura d_p e outro com dielétrico de ar de espessura d_{ar} , as equações 14) e 15) já não serão válidas.