4.20. Prove que o conjunto dos pontos de descontinuidade de uma função monótona (em sentido lato) $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ tem medida nula.

9.2. Considere as funções $f(x)=\int_0^x e^{-t^2}dt$ e $g(x)=\int_0^1 e^{-x^2(t^2+1)}/(t^2+1)\ dt$. Prove que $f^2(x)+g(x)=\pi/4$ e que $\lim_{x\to+\infty}\int_0^x e^{-t^2}dt=\sqrt{\pi}/2$.

9.4. Seja $f(t)=\int_{\log t}^{t} e^{-t^2x^2}/x\ dx$, para $t>1$. Determine $f'(t)$.

9.5. Verifique que se $f,f',f''\in L(\mathbb{R})$ então $u(t,x)=\int_{-\infty}^{+\infty}(e^{-\tau^2/(4kt)}/\sqrt{4\pi kt}\,)f(x-\tau)\ d\tau$, para $t>0$, $x\in\mathbb{R}$, é solução da equação do calor $\partial u/\partial t=k\ \partial^2u/\partial x^2$, com $k>0$. Prove que essa solução satisfaz a condição inicial $u(0,x)=f(x)$ no sentido de que $u(t,x)\to f(x)$ quando $t\to0$, em todos os pontos x onde f é contínua.

9.6. Seja $g(t)=\int_0^{+\infty}f(t,x)\ dx$, onde $f(t,x)=(e^{-tx}\text{sen}\ x)/x$. Mostre que:

1) $g'(t)=-1/(1+t^2)$.
2) $g(t)\to0$ quando $t\to+\infty$
3) $\lim_{r\to+\infty}\int_0^r(\text{sen}\ x)/x\ dx=\pi/2$.
4) $\int_0^{+\infty}|(\text{sen}\ x)/x|\ dx$ não existe.

11.14. Determine se as funções dadas são ou não integráveis nos seus domínios:

a) $f(\mathbf{x})=(||\mathbf{x}||^2+1)^{-\alpha/2}$, $\alpha>n$, definida em $\mathbb{R}^n$.
b) $f(\mathbf{x})=||\mathbf{x}||^{-||\mathbf{x}||}$, definida em $\mathbb{R}^n\setminus\{\mathbf{0}\}$.