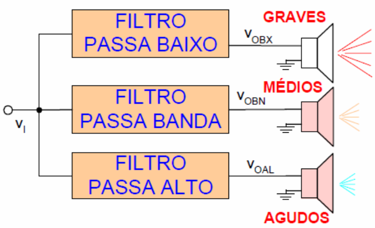
Problema

Filtros 2 – Filtro activo de 3 vias para audio

Considere um filtro separador de sinais em 3 bandas de frequência, representado na figura, constituído por um filtro passa-baixo, um filtro passa-banda e um filtro passa-alto, com entradas em paralelo, mas com 3 saídas diferenciadas (neste caso, o amplificador de potência já está incluído no filtro) atacando cada uma o seu altifalante. Os filtros têm função de transferência do tipo Butterworth com um erro máximo (ondulação) de 3 dB na banda de passagem e ganho 0 dB.



I- Determinação das funções de transferência

a) Determine a função de transferencia do filtro passa-baixo normalizado de 2ª ordem.

b) Determine a função de transferência do filtro passa-baixo com frequência de corte de 400 Hz.

c) Determine a função de transferência do filtro passa-alto de 2ª ordem, com frequência de corte de 4000 Hz.

d) Determine a função de transferência do filtro passa-banda de 4ª ordem, com frequências de corte de 400 Hz e de 4000 Hz.

II- Realização com circuitos RC-activos

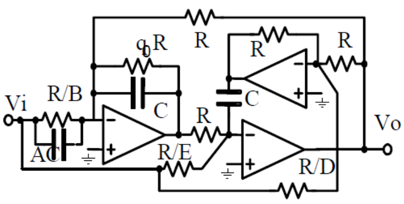
e) Determine os valores dos componentes do filtro RC-activo que realiza o filtro passa-baixo usando a secção de Sallen & Key (utilize, se possível, condensadores com o mesmo valor).

f) Determine os valores dos componentes do filtro RC-activo que realiza o filtro passa-alto usando a secção de Kervin Huelsman Schaumann (utilize, se possível, condensadores com o mesmo valor).

g) Determine os valores dos componentes do filtro RC-activo que realiza o filtro passa-banda usando duas secções de Sallen & Key do tipo passa-banda (utilize, se possível, condensadores com o mesmo valor).

h) Resolva as três alíneas anteriores utilizando as Secções biquadráticas de Rauch.

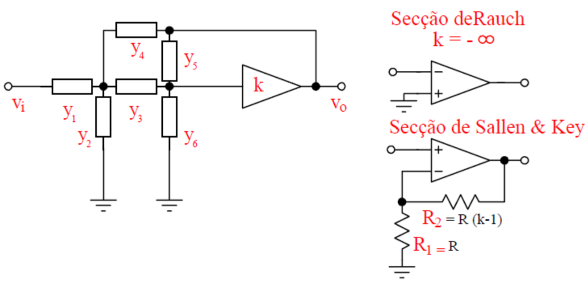
Secção de Kervin, Huelsman, Schaumann



$$D(s) = s^2 + \frac{\omega_0}{q_0} s + \omega_0^{\ 2} \qquad \text{com } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$T(s) = -\frac{As^2 + \omega_0 (B - D)s + E\omega_0^{\ 2}}{D(s)}$$

Secções de Sallen & Key e de Rauch



$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{k.y_1.y_3}{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)[y_5(1-k) + y_3 + y_6] - y_3(y_3 + k.y_4)}$$

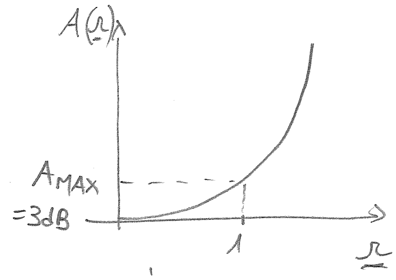
Rauch, quando $k = -\infty$					
y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	Tipo de Filtro
$1/R_1$	sC_2	$1/R_3$	$1/R_4$	sC_5	Passa-baixo
sC_1	$1/R_2$	sC_3	sC_4	$1/R_5$	Passa-banda
$1/R_1$	$1/R_2$	sC_3	sC_4	$1/R_5$	Passa-alto

Sallen & Key, k finito, $y_5 = 0$					
y_1	y_2	y_3	y_4	y_6	Tipo de Filtro
$1/R_1$	0	$1/R_3$	sC_4	sC_6	Passa-baixo
sC_1	0	sC_3	$1/R_4$	$1/R_6$	Passa-alto
$1/R_1$	sC_2	sC_3	$1/R_4$	$1/R_6$	Passa-banda

Butterworth: $D(S) = S^2 + 1.414\ S + 1$ $\qquad S = s/\omega_0 \qquad S = \omega_0/s \qquad S = (s^2+\omega_0^2)/(b\ s)$

PROBLEMA - FILTROS 2

a) BUTTERWORTH DE 2ª ORDEM



Normalizado: $$T(\underline{s}) = \frac{1}{\underline{s}^2 + 1.414\,\underline{s} + 1}$$

$$A(\underline{\Omega}) = 10 \log\left[1 + \varepsilon^2\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{2n}\right] = 10\log\left[1 + \underline{\Omega}^{2n}\right] \qquad \underline{s} = j\underline{\Omega}$$

$$A(\omega_p) = A_{max} = 10\log(1+\varepsilon^2) \Rightarrow \varepsilon = \sqrt{10^{A_{max}/10} - 1} = 1$$

b) $$T_{LP}(s) = T(\underline{s})\Big|_{\underline{s} = \varepsilon^{\frac{1}{n}}\frac{s}{\omega_p}} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_p^2} + 1.414\frac{s}{\omega_p} + 1} = \frac{\omega_p^2}{s^2 + 1.414\,\omega_p s + \omega_p^2}$$

$\omega_p = 2\pi \times 400 = 2513$ rads^{-1}

$$\boxed{T_{LP}(s) = \frac{6.317\times10^6}{s^2 + 3.554\times10^3 s + 6.317\times10^6}}$$

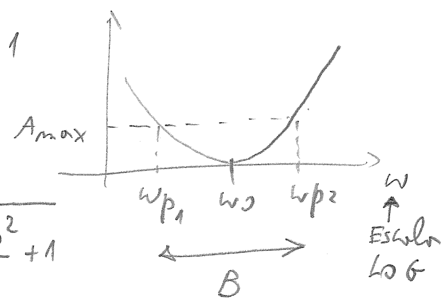
c) $$T_{HP}(s) = T(\underline{s})\Big|_{\underline{s} = \varepsilon^{\frac{1}{n}}\frac{\omega_p}{s}} = \frac{1}{\frac{\omega_p^2}{s^2} + 1.414\frac{\omega_p}{s} + 1} = \frac{s^2}{s^2 + 1.414\,\omega_p s + \omega_p^2}$$

$\omega_p = 2\pi \times 4000 = 25133$ rads^{-1}

$$\boxed{T_{HP}(s) = \frac{s^2}{s^2 + 3.554\times10^4 s + 6.317\times10^8}}$$

d) $f_{p_1} = 400$ Hz $\qquad f_{p_2} = 4000$ Hz $\qquad B = 2\pi(f_{p_2} - f_{p_1}) = 2\pi \times 3600$ rads^{-1}

$\omega_0^2 = \omega_{p_1}\omega_{p_2} \Rightarrow \omega_0 = 2\pi \times 1264.9$ rads^{-1}

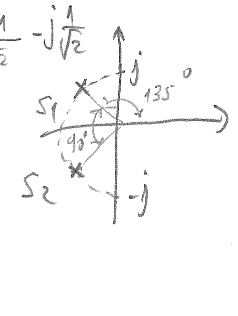


$$T_{BP}(s) = T(\underline{s})\Big|_{\underline{s} = \varepsilon^{\frac{1}{n}}\frac{s^2+\omega_0^2}{Bs}} = \frac{1}{\left(\frac{s^2+\omega_0^2}{Bs}\right)^2 + 1.414\frac{s^2+\omega_0^2}{Bs} + 1}$$

Polos passa-baixo normalizados:

$$\underline{s}_k = e^{j\frac{\pi}{2}\left(\frac{2k+n-1}{n}\right)}$$

$$\underline{s}_1 = e^{j\frac{3}{4}\pi} = -\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \underline{s}_2 = e^{j\frac{5}{4}\pi} = -\frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$T(\underline{s}) = \frac{1}{(\underline{s} - \underline{s}_1)(\underline{s} - \underline{s}_2)} \qquad \underline{s}_2 = \underline{s}_1^*$$

Polos: $\begin{cases} s_{1a} = -14302 + j18142 \\ s_{1b} = -1693 - j2147 \\ s_{2a} = -14302 - j18142 \\ s_{2b} = -1693 + j2147 \end{cases}$ $s_{1a} = s_{2a}^*$ $s_{1b} = s_{2b}^*$

$$T_{BP}(s) = T(S)\Big|_{S = \varepsilon^{\frac{1}{n}} \frac{s^2+\omega_0^2}{Bs}}$$

$$T_{BP}(s) = \underbrace{\frac{2.26\times10^4 s}{s^2 + 2.86\times10^4 s + 5.337\times10^8}}_{(s-s_{1a})(s-s_{2a})} \times \underbrace{\frac{2.26\times10^4 s}{s^2 + 3.39\times10^3 s + 7.48\times10^6}}_{(s-s_{1b})(s-s_{2b})}$$

e) LP → Sallen&Key

$Y_1 = \frac{1}{R_1}$ $Y_3 = \frac{1}{R_3}$

$Y_4 = sC_4$ $Y_6 = sC_6$

$Y_5 = 0$ $Y_2 = 0$

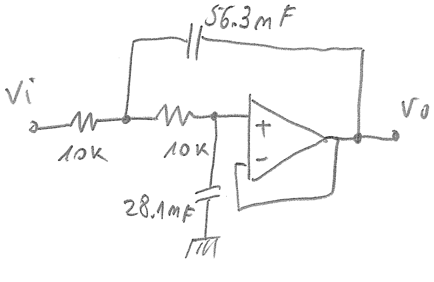
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{k\frac{1}{R_1R_3}}{\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}+sC_4\right)\left(\frac{1}{R_3}+sC_6\right) - \frac{1}{R_3}\left(\frac{1}{R_3}+ksC_4\right)}$$

$$= \frac{\frac{k}{R_1R_3C_4C_6}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1C_4} + \frac{1}{R_3C_4} + \underbrace{\cancel{\frac{1-k}{C_6R_3}}}_{k=1}\right)s + \frac{1}{R_1R_3C_4C_6}}$$

0dB na banda de passagem ⇒ $k=1$

Critério: $\begin{cases} R_1 = R_3 = 10k\Omega \\ k = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{R_1C_4} + \frac{1}{R_3C_4} = 3.554\times10^3 \\ \frac{1}{R_1R_3C_4C_6} = 6.317\times10^6 \end{cases}$

⇒ $\begin{cases} C_4 = 56.3\ mF \\ C_6 = 28.1\ mF \end{cases}$

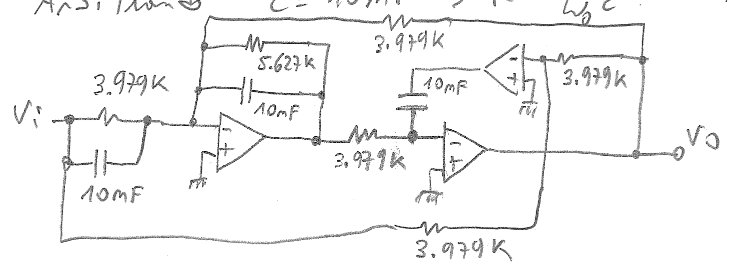


f) Secção de Kervin, Huelsman, Schaumann:

$$T(s) = -\frac{As^2 + \omega_0(B-D)s + E\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_0}s + \omega_0^2}$$

HP: $\begin{cases} A = 1 \\ B = D = 1 \\ E = 0 \end{cases}$ $\omega_0^2 = 6.317\times10^8$
$\omega_0 = 25134$
$\frac{\omega_0}{Q_0} = 3.554\times10^3$
$Q_0 = 1.414$

Arbitrando $C = 10mF \Rightarrow R = \frac{1}{\omega_0 C} = 3.979\ k\Omega$



g) Passa-banda Sallen & Key

$Y_1 = \frac{1}{R_1}$ $Y_2 = sC_2$ $Y_3 = sC_3$ $Y_4 = \frac{1}{R_4}$ $Y_5 = 0$ $Y_6 = \frac{1}{R_6}$

$$T(s) = \frac{k \frac{1}{R_1} sC_3}{\left(\frac{1}{R_1} + sC_2 + sC_3 + \frac{1}{R_4}\right)\left(sC_3 + \frac{1}{R_6}\right) - s^2C_3^2 - k\, sC_3 \frac{1}{R_4}}$$

$$= \frac{\frac{k}{R_1C_2} s}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_6C_2} + \frac{1}{R_6C_3} + \frac{1-k}{R_4C_2}\right) + \frac{1}{R_4R_6C_2C_3}}$$

<u>Para o 1º Filtro:</u>

arbitrando: $\begin{cases} k = 1 \\ C_3 = 100\,nF \\ R_6 = 10\,k\Omega \end{cases} \Rightarrow$ $C_2 = 3{,}62\,nF$, $R_1 = 12.2\,k\Omega$, $R_4 = 517\,\Omega$

<u>Para o 2º Filtro</u>

arbitrando $\begin{cases} k = 1 \\ C_3 = 100\,nF \\ R_6 = 10\,k\Omega \end{cases} \Rightarrow$ $C_2 = 41.84\,nF$, $R_1 = 1.06\,k\Omega$, $R_4 = 3.20\,k\Omega$