



INSTITUTO  
SUPERIOR  
TÉCNICO

# Sistemas de Processamento Digital de Sinais

Gonçalo Tavares 2012/2013, 2º semestre

## Série de problemas #1

I – Assinale apenas uma resposta correcta.

1) Num sistema com amostragem impulsiva ideal com frequência de amostragem  $f_s$ :

- ☐ as réplicas nas frequências múltiplas de  $f_s$  apresentam distorção.
- ☐ a energia do sinal na banda de Nyquist  $f \in [-f_s/2, f_s/2]$  é preservada.
- ☐ como a amostragem é ideal, não   necessário observar o teorema da amostragem.
- ☐ a energia do sinal na banda  $f \in [-f_s/2, f_s/2]$  depende de  $f_s$ .

2) Num sistema com amostragem rectangular, com frequência de amostragem  $f_s = 1/T_s$  e tempo de retenção  $\tau = T_s/2$ :

- ☐ não existem réplicas de ordem  $n$  par (com excepção de  $n = 0$ ).
- ☐ não existem réplicas de ordem ímpar.
- ☐ todas as réplicas sofrem distorção.
- ☐   necessário compensar a distorção na banda  $f \in [-f_s/2, f_s/2]$ .

3) Um filtro FIR com resposta impulsiva anti-simétrica e  $N$  coeficientes, com  $N$  ímpar, pode ser usado para realizar um filtro:

- ☐ passa-baixo.
- ☐ passa-alto.
- ☐ passa-banda.
- ☐ rejeita-banda.

4) No projecto de filtros FIR, a utilização de janelas tem como objectivo:

- ☐ aumentar a selectividade.
- ☐ diminuir a ondulação na banda de passagem.
- ☐ diminuir a banda de transição.
- ☐ diminuir a atenuação na banda de atenuação.

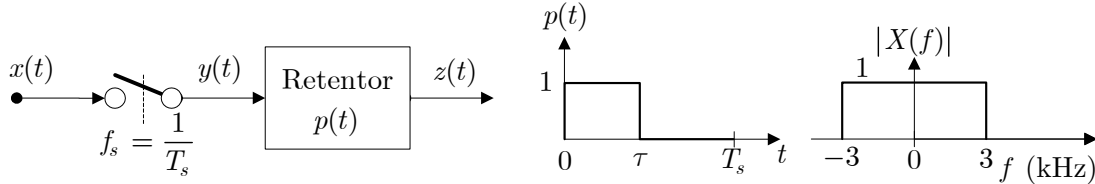
5) Num sistema de processamento multir tmico com factor racional  $L/M$ :

- ☐ independentemente da ordem com que se faz a decimação e a interpolação, nunca ocorre perda de informação se  $L > M$ .
- ☐ ocorre sempre perda de informação se  $L < M$ .
- ☐ pode ocorrer perda de informação independentemente do valor de  $L$  e  $M$ .
- ☐ a ordem com que se faz a decimação e a interpolação é sempre irrelevante quanto à perda de informação.

6) Num conversor A/D sigma-delta (1 *bit*) com filtro de formatação do espectro do ruído de 1ª ordem, equivalente a um A/D de 11 *bit* @  $f_s$ , a frequência de amostragem deve ser:

- ☐ maior ou igual a  $128f_s$  e menor que  $256f_s$ .
- ☐ maior ou igual a  $256f_s$  e menor que  $512f_s$ .
- ☐ maior ou igual a  $512f_s$  e menor que  $1024f_s$ .
- ☐ maior ou igual a  $1024f_s$ .

**II** – Considere o sistema amostrador representado na figura, que utiliza um amostrador ideal seguido de retenção durante um intervalo  $\tau = T_s$ . O módulo do espectro do sinal analógico encontra-se representado na figura. A frequência de amostragem é  $f_s = 10$  kHz.



- a) Diga quais as vantagens e inconvenientes que decorrem da utilização de amostragem com retenção face à amostragem ideal.
- b) Calcule a resposta em frequência,  $P(f)$ , do retentor e represente o seu módulo  $|P(f)|$  para  $|f| \leq 2f_s$ . Represente também o módulo dos espectros dos sinais  $y(t)$  e  $z(t)$  para  $|f| \leq 2f_s$ .
- c) Pretende-se compensar digitalmente o efeito do retentor sobre o módulo do espectro do sinal amostrado utilizando um filtro FIR com  $N = 8$  coeficientes e fase linear. Calcule os coeficientes utilizando o método da amostragem da resposta em frequência (não-recursivo). Utilize a aproximação  $\frac{x}{\sin(x)} \approx 1 + \frac{x^2}{6}$ ,  $|x| \leq 1$ .

**III** – Considere os números reais  $x = 3.75$  e  $y = 0.55$  e o seu processamento num processador de vírgula fixa.

- a) Determine os formatos aritméticos que permitem representar com a maior precisão  $x$  e  $y$  com 16 bit e  $z = x \cdot y$  com 32 bit. Determine os valores de  $x$  e  $y$  nesses formatos.
- b) Calcule o valor de  $z$  resultante,  $z_{\text{real}}$  e o erro absoluto relativo de  $z$ ,  $\varepsilon_{\text{rel}}(z) = \left| \frac{z_{\text{ideal}} - z_{\text{real}}}{z_{\text{ideal}}} \right|$ .
- c) Escreva o código C (incluindo as inicializações necessárias) que permite multiplicar, com aritmética de vírgula fixa, dois números de 16 bit em formato  $Q_{14}$  e guardar o resultado em  $Q_{14}$ . Em que condição é que o resultado guardado estará incorrecto?

**IV** – Considere um sistema de processamento de sinal a funcionar com  $f_s = \frac{1}{T_s} = 8$  kHz.

- a) Projecte um filtro FIR passa-baixo ideal com frequência de corte  $f_c = 1$  kHz utilizando o método do desenvolvimento em série de Fourier, com  $N = 9$  coeficientes e fase linear. Determine a função de transferência  $H(z)$ , a equação às diferenças e represente o diagrama de fluxo de sinal. **Sugestão:** substitua os valores numéricos apenas no fim dos cálculos.
- b) Analise e compare as características deste método de síntese de filtros FIR com o método da amostragem da resposta em frequência (não-recursivo).
- c) Represente o diagrama de fluxo de sinal.

**V** – Pretende-se projectar um filtro digital IIR (para operar com  $f_s = 10$  kHz) a partir de um filtro analógico estável utilizando o método da conservação da resposta ao impulso.

- Explique este método de projecto de filtros IIR referindo as suas vantagens e inconvenientes. Mostre que o filtro digital resultante é sempre estável.
- Determine a função de transferência e a equação às diferenças do filtro digital correspondente ao filtro analógico passa-baixo com função de transferência  $H(s) = \frac{K}{(s + \omega_{p_1})(s + \omega_{p_2})}$  com  $\omega_{p_1} = 2\pi \times 1000$  rad/s,  $\omega_{p_2} = 2\pi \times 2000$  rad/s e  $K = 10^4$ .
- Represente o diagrama de fluxo de sinal na forma directa II.

**VI** – Pretende-se projectar um filtro digital IIR (para operar com  $f_s = 10$  kHz) a partir de um filtro analógico estável utilizando o método da transformada Z adaptada (MZT).

- Explique este método de projecto de filtros IIR referindo as suas vantagens e inconvenientes. Mostre que o filtro digital resultante é sempre estável.
- Determine a função de transferência e a equação às diferenças do filtro digital correspondente ao filtro analógico passa-baixo com função de transferência  $H(s) = \frac{K}{(s + \omega_{p_1})(s + \omega_{p_2})}$  com  $\omega_{p_1} = 2\pi \times 1000$  rad/s,  $\omega_{p_2} = 2\pi \times 2000$  rad/s e  $K = 10^4$ .
- Represente o diagrama de fluxo de sinal na forma directa II.

**VII** – Pretende-se projectar um filtro digital IIR (para operar com  $f_s = 10$  kHz) a partir de um filtro analógico estável utilizando o método da transformação bilinear.

- Explique este método de projecto de filtros IIR referindo as suas vantagens e inconvenientes. Mostre que o filtro digital resultante é sempre estável.
- Determine a função de transferência e a equação às diferenças do filtro digital correspondente ao filtro analógico passa-banda com função de transferência  $H(s) = K \frac{s}{(s + \omega_{p_1})(s + \omega_{p_2})}$  com  $\omega_{p_1} = 2\pi \times 1000$  rad/s,  $\omega_{p_2} = 2\pi \times 2000$  rad/s e  $K = 10^4$ .
- Represente o diagrama de fluxo de sinal na forma directa II.

**VIII** – Um sistema de processamento digital de sinal opera com uma frequência de amostragem  $f_{s_1} = 3$  kHz mas existe a necessidade de aumentar esta frequência para  $f_{s_2} = 5$  kHz.

- Represente o diagrama de blocos do processamento multirritmo que permite efectuar esta operação sem perda de informação. Especifique as características de cada bloco e represente o módulo dos espectros dos diversos sinais. Explique o que acontece se a decimação for realizada antes da interpolação.
- Admitindo que o filtro anti-imagem é um filtro FIR com 15 coeficientes, represente a realização do interpolador utilizando uma estrutura polifase e indique quais as vantagens desta implementação.

**IX-** Um sistema de rádio digital transmite 128 canais (0 a 127) com uma largura de banda individual de 8 kHz .

- a) Determine a frequência de amostragem necessária para amostrar correctamente o sinal recebido cujo espectro se encontra centrado em  $\pm 520$  kHz .
- b) Qual é a frequência de amostragem necessária para representar correctamente cada um dos canais após a desmodulação? Determine o factor de decimação e desenhe o esquema do receptor explicitando o processamento de sinal necessário para a desmodulação do canal  $i$ . Represente o espectro dos diversos sinais no caso da desmodulação do canal 0.

**X** – Num sistema de rádio digital é necessário realizar uma operação de decimação de  $f_{s_1} = 5.12$  MHz para  $f_{s_2} = 20$  kHz .

- a) Represente o diagrama de blocos do processamento multirritmo que permite efectuar esta operação utilizando uma estrutura com 4 estágios decimadores idênticos. Qual a vantagem desta solução face à utilização de apenas 1 estágio?
- b) Represente o diagrama de blocos de cada estágio e o módulo dos espectros dos diversos sinais do 1º estágio. Diga em que condições poderá ocorrer perda de informação.
- c) Represente um estágio de um filtro *anti-aliasing* CIC (*Cascade Integrator Comb*). Determine a sua função de transferência e represente o seu módulo. Diga quais as vantagens e inconvenientes destes filtros.

**XI** – Num sistema de processamento digital de sinal é necessário realizar uma operação de interpolação de  $f_{s_1} = 20$  kHz para  $f_{s_2} = 7.68$  MHz .

- a) Represente o diagrama de blocos do processamento multirritmo que permite efectuar esta operação utilizando uma estrutura com 3 estágios interpoladores em que o 1º tem um factor de interpolação  $L = 6$  . Qual a vantagem desta solução face à utilização de apenas 1 estágio?
- b) Represente o diagrama de blocos de cada estágio e represente o módulo dos espectros dos diversos sinais do 1º estágio. Diga se poderá ocorrer perda de informação.
- c) Admita que os filtros anti-imagem de cada estágio são realizados com um filtro FIR com 12 coeficientes. Represente a realização do interpolador utilizando uma estrutura polifase e indique quais as vantagens desta implementação.

**XII** – Pretende-se construir um sistema de processamento de sinal multirritmo que permita converter amostras de sinais com frequência de amostragem  $f_{s_1} = 5$  kHz para  $f_{s_2} = 3$  kHz .

- a) Represente o diagrama de blocos do processamento multirritmo mais simples que permite efectuar esta operação. Especifique as características de cada bloco e represente o módulo dos espectros dos diversos sinais. Diga se poderá ocorrer perda de informação e porquê.
- b) Admitindo que o filtro anti-imagem é um filtro FIR com 15 coeficientes, represente a realização do interpolador utilizando uma estrutura polifase e indique quais as vantagens desta implementação.