



Sistemas de Processamento Digital de Sinais

Problemas sobre amostragem e representação

I — Assinale apenas uma resposta.

1) Num processador digital com palavras de n bits com aritmética de vírgula fixa, uma palavra fraccionária (com sinal) no formato Q_m representando um valor x :

- ☐ pode representar valores $-4 \leq x \leq 4 - 2^{-m}$ se $m = n - 3$.
- ☐ tem o menor erro relativo médio quando $m = n - 2$.
- ☐ tem o maior erro relativo médio quando $n = m - 1$.
- ☐ permite representar $\sqrt{2}/2$ com erro relativo nulo desde que $m = n - 1$.

2) Num sistema de amostragem impulsiva com retenção, com frequência de amostragem $f_s = 1/T_s$ e tempo de retenção $\tau = T_s/3$:

- ☐ apenas as réplicas de ordem n para n múltiplo inteiro de 3 sofrem distorção.
- ☐ não existem réplicas de ordem par.
- ☐ todas as réplicas sofrem distorção.
- ☐ não existem réplicas de ordem n para n múltiplo inteiro de 3.

3) A amostragem impulsiva ideal:

- ☐ não se pode utilizar na prática.
- ☐ origina um espectro com distorção nas réplicas pares.
- ☐ origina um espectro finito.
- ☐ origina um espectro infinito com réplicas sem distorção.

4) Num sistema de amostragem ideal com retenção, com frequência de amostragem $f_s = 1/T_s$ e tempo de retenção $\tau = T_s/4$:

- ☐ não existem réplicas de ordem par.
- ☐ todas as réplicas sofrem distorção.
- ☐ não existem réplicas de ordem n para n múltiplo inteiro de 4.
- ☐ não existem réplicas de ordem n para n múltiplo inteiro de 2.

5) Com palavras x , y e z de 16 bit no formato Q_{13} , a operação $w = x^2y + z$ está sempre correcta se for guardada no formato com (w com 16 bit, formato com maior precisão):

- ☐ Q_{12} .
- ☐ Q_{10} .
- ☐ Q_8 .
- ☐ Q_9 .

6) Num sistema de amostragem rectangular com frequência de amostragem $f_s = 1/T_s$ e tempo de seguimento $\tau = T_s/2$:

- ☐ o espectro do sinal amostrado consiste num número finito de réplicas do sinal de entrada.
- ☐ não existem réplicas nos múltiplos pares da frequência de amostragem.
- ☐ as réplicas do espectro no sinal amostrado sofrem distorção.
- ☐ não é necessário observar o teorema da amostragem.

7) Num sistema de amostragem ideal com retenção com frequência de amostragem $f_s = 1/T_s$ e tempo de retenção $\tau = T_s/2$:

- ☐ o número de réplicas no sinal amostrado é finito.
- ☐ não existem réplicas de ordem par.
- ☐ todas as réplicas sofrem distorção.
- ☐ só as réplicas de ordem ímpar sofrem distorção.

8) Com palavras x , y e z de 16 bit no formato Q_{13} , a operação $w = x + y \cdot z$ está sempre correcta se for guardada no formato:

- ☐ Q_{12} .
- ☐ Q_{10} .
- ☐ Q_8 .
- ☐ Q_9 .

9) Considere a equação às diferenças $y_n = 1.3x_n + 0.2x_{n-1} + 0.2x_{n-2} - 1.3x_{n-3}$ e a sua implementação num processador digital com palavras de N bits com aritmética de vírgula fixa. O formato aritmético mais preciso para representar y_n é:

- ☐ Q_{N-3} se as amostras x_n estiverem em Q_{N-1} .
- ☐ Q_{N-4} se as amostras x_n estiverem em Q_{N-4} .
- ☐ Q_{N-6} se as amostras x_n estiverem em Q_{N-3} .
- ☐ Q_{15} independentemente do formato das amostras x_n .

10) Quando se multiplicam dois números fraccionários de 16 bit nos formatos Q_{14} e Q_{12} , o resultado:

- ☐ pode sempre guardar-se correctamente em Q_{10} mas este não é o formato mais preciso.
- ☐ está sempre correcto se for guardado em Q_{12} .
- ☐ nunca está correcto se for guardado em Q_{13} .
- ☐ pode sempre guardar-se correctamente em Q_{13} se tiver valor absoluto inferior a 8.

II — Considere os números reais x e y representados com 16 bit no formato Q_{14} num processador de vírgula fixa.

- a) Determine o formato aritmético mais preciso que garante que $z = x^2 + y^2 - 1$ é sempre calculado correctamente. Justifique.
- b) Escreva o código C (32 bit sempre que possível) que realiza esta operação incluindo as inicializações das variáveis considerando $x = 1.2$, $y = 0.5$ e z do tipo `Int16`.
- c) Calcule o erro relativo que se obtém em z e diga como poderia diminuí-lo.

III — Considere os números reais x e y representados com 16 bit no formato $Q_{1,14}$ num processador de vírgula fixa. **Nota:** Considere que no formato $Q_{i,m}$ o número w é representado no intervalo $-(2^i - 2^{-m}) \leq w \leq 2^i - 2^{-m}$.

- Diga qual é o formato aritmético que garante que $z = x^2 - y^2$ é sempre calculado correctamente. Justifique.
- Escreva o código C que realiza esta operação considerando x , y e z variáveis do tipo `short` (16 bit).
- Determine o erro relativo que se obtém em z para os valores particulares de $x = 1.51$ e $y = -1.31$.

IV — Considere os números fraccionários x Q_{12} , y Q_{15} e z Q_{15} e o seu processamento num processador de vírgula fixa de 16 bit.

- Determine o formato que deve ser utilizado para representar $w = (x + y) \cdot (z - 1)$ com 16 bit de modo que o valor de w esteja sempre correcto quaisquer que sejam os valores de x , y e z nos formatos anteriores. Justifique detalhadamente.
- Considere agora $x = -7.1$, $y = 0.75$ e $z = 0.9$. Escreva o código C em vírgula fixa que permite calcular w , incluindo as declarações de variáveis e as inicializações, utilizando apenas palavras de 16 bit.

V — Considere um sistema de amostragem ideal com retenção a funcionar com $f_s = \frac{1}{T_s}$ e com um tempo de retenção $\tau = T_s / 2$. O sinal de entrada é uma sinusóide com amplitude A e frequência $f_0 = \frac{1}{T_0} = f_s / 4$.

- Represente o sinal de entrada e o sinal amostrado no domínio do tempo para $0 \leq t \leq T_0$ e no domínio da frequência para $0 \leq f \leq 6f_s$.
- Diga se ocorre *aliasing* na amostragem e explique porque é que este tipo de amostragem é muito utilizado quando se pretende passar do domínio digital para o domínio analógico utilizando um conversor D/A seguido de um retentor.

Cotação: I - 8 II - a) 1 b) 1.5 c) 1 III - a) 1 b) 1.5 c) 1 IV - a) 1 b) 1 V - a) 1.5 b) 1.5
