

## Relatório do 3º trabalho prático de Métodos de Apoio à Decisão

Duarte Alves - up201805437 Simão Rafael - up201604594

Professor - João Pedro Pedroso

4 de junho de 2021

### Resumo

O terceiro trabalho prático de Métodos de Apoio à Decisão consiste na resolução de um problema com modelo de otimização linear. Foi proposta a continuação do problema anterior de maximização do lucro de uma empresa de produção de marmeladas durante o ano de 2057.

No contexto de automatizar o processamento da resolução deste problema foi utilizada a linguagem de programação AMPL.

## 1. Questão 1

Determine o custo total ótimo e o plano de produção correspondente.

### 1.1. Modelo matemático

#### 1.1.1. Dados

- 3 Tipos de marmelada: regular(R), clássica (C) e intensa (I);
- 3 Linhas de produção: Cleaning, Cooking e Packing;
- Número de semanas: 52;
- Pedidos de cada tipo de marmelada por semana:

Week	R	C	I	Week	R	C	I	Week	R	C	I	Week	R	C	I
1	108	59	16	14	123	65	28	27	128	79	42	40	101	53	10
2	106	55	21	15	119	71	34	28	131	86	47	41	107	51	10
3	109	59	16	16	123	70	30	29	130	82	42	42	104	59	17
4	106	60	22	17	126	69	27	30	134	87	49	43	106	58	13
5	113	57	17	18	126	71	37	31	140	89	43	44	100	59	18
6	114	62	23	19	123	76	29	32	134	90	47	45	108	59	11
7	110	64	20	20	129	71	31	33	134	89	43	46	101	59	19
8	111	65	22	21	121	78	35	34	137	93	51	47	105	53	14
9	110	61	24	22	128	78	33	35	138	88	50	48	108	59	15
10	114	63	26	23	124	73	39	36	107	51	18	49	100	59	17
11	119	70	29	24	131	77	38	37	105	51	17	50	109	54	17
12	116	68	31	25	131	81	35	38	106	50	15	51	101	59	17
13	116	69	23	26	128	80	36	39	103	52	12	52	107	52	17

- Capacidade máxima de cada linha de produção por tipo de marmelada:

	R	C	I
Cleaning	1000	1535	1750
Cooking	1850	850	1200
Packing	750	1500	2000

- Custo de armazenamento: 1 solarcoin por unidade de marmelada por semana;
- Custo de atraso na entrega: 2 solacoins por unidade por semana;
- Custo de preparação de cada linha de produção: 5000 solarcoins.

A representação destes dados foi feita através de um ficheiro '.dat' (Trabalho3.dat), estando organizado em duas secções.

Numa primeira secção definiu-se o conjunto das constantes utilizadas para o contexto do problema, sendo este:

- TYPE - o conjunto dos tipos de marmelada (R, C e I);
- OPE - o conjunto das linhas de produção para as diferentes operações (Cleaning, Cooking, Packing).

Na segunda secção representou-se as tabelas de dados anteriormente referidas como parâmetros das formas:

- orders[week, type] - número de pedidos por semana para cada tipo de marmelada;
- ope[op\_line, type] - a capacidade de produção num mês de cada linha op\_line em OPE, quando dedicada à produção de um tipo de marmelada type em TYPE.
- z[type] - limite real de cada tipo de marmelada.
- number\_of\_weeks - número de semanas (52);
- price\_stock - custo de armazenamento;
- price\_delay - custo de atraso de entrega;
- setup\_operation - custo de preparação de cada linha de operação.

### 1.1.2. Variáveis de decisão

Escolheu-se como variáveis de decisão:

- delay[week,type] - quantidade de marmeladas com atraso de entrega de um tipo type em TYPE numa determinada semana;
- s[week0, type] - quantidade de marmeladas armazenadas de um certo tipo type em TYPE numa determinada semana;
- q[week, type] - quantidade de marmeladas produzidas para cada semana e de cada tipo de marmelada type em TYPE;
- productionLine[week,type] – variável com valor binário para cada linha de produção numa certa semana, determinando se uma certa linha de produção foi aplicada.

### 1.1.3. Restrições

subject to

$$s[0, t] = 0, \quad \forall t \in TYPE$$

$$s[52, t] = 0, \quad \forall t \in TYPE$$

$$delay[0, t] = 0, \quad \forall t \in TYPE$$

$$delay[52, t] = 0, \quad \forall t \in TYPE$$

$$\sum_{w \in number\_of\_weeks} q[w, t] = \sum_{w \in number\_of\_weeks} orders[w, t], \quad \forall t \in TYPE$$

- A produção de marmeladas tem de ser garantidamente igual ao valor pedido de marmeladas;

$$\sum_{w \in number\_of\_weeks} productionLine[w, t] \leq 2, \quad \forall t \in TYPE$$

- **Só podem ser produzidos no máximo 2 tipos de marmelada;**

$$s[w, t] = q[w, t] + s[w - 1, t] + delay[w, t] - orders[w, t] - delay[w - 1, t], \\ \forall w \in number\_of\_weeks, \forall t \in TYPE$$

- Relação entre o que é produzido, o stock e a possibilidade de atrasar um pedido;

$$\sum_{t \in TYPE} \frac{q[w, t]}{ope[o, t]} \leq 1, \quad \forall o \in OPE, \forall w \in number\_of\_weeks$$

- A quantidade produzida de cada tipo de marmelada não excede o limite;

$$q[w, t] \leq z[t] * productionLine[w, t], \quad \forall w \in number\_of\_weeks, \forall t \in TYPE$$

- Restrição para garantir que as marmeladas produzidas numa semana respeitam a limitação da produção;

#### 1.1.4. Função objetivo

Pretende-se minimizar as despesas efetuadas pela empresa durante o ano. Dessa forma, foi necessário considerar o somatório entre a adição a quantidade de marmeladas armazenadas, da quantidade de marmeladas com atraso de entrega e a quantidade de linhas de produção. Contudo, foi necessário ter em atenção ao custo do armazenamento das marmeladas, do valor das entregas em atraso e do custo de preparação de cada linha de operação, sendo de tal forma necessário multiplicar estes valores à sua variável correspondente.

minimize cost:

$$\sum_{w \in number\_of\_weeks} \sum_{t \in TYPE} (price\_stock * s[w, t] + price\_delay * delay[w, t] + setup\_operation \\ * productionLine[w, t])$$

## 1.2. Apresentação de resultados

Após a resolução do problema com AMPL, pode-se obter o plano de armazenamento ([ex1\\_stock.txt](#)), atraso ([ex1\\_delay.txt](#)) e produção ([ex1\\_prod.txt](#)). O custo ótimo para a empresa é de 113936 solarcoins, com um total de 219861 *simplex iterations*, 4142 *branch-and-cut nodes* e 339 *simplex iterations for intbasis*.

## 2. Questão 2

O departamento de qualidade determinou que não pode haver produção dos tipos R e I simultaneamente na mesma semana. Além disso, o tipo I não pode ser produzido na semana imediatamente após o tipo R for produzido. Formule e resolva o problema.

### 2.1. Modelo matemático

#### 2.1.1. Dados

Dados homólogos referente ao problema 1.

#### 2.1.2. Variáveis de decisão

Análogos ao problema 1 na secção 1.1.2.

#### 2.1.3. Restrições

Restrições homólogos referente ao problema 1. Com exceção às seguintes restrições:

subject to

$$productionLine[w, 'R'] + productionLine[w, 'I'] \leq 1, \quad \forall w \in number\_of\_weeks$$

- -Numa semana não pode ser produzido marmelada regular (R) e intensa (I) simultaneamente;  
 $productionLine[w - 1, 'R'] + productionLine[w, 'I'] \leq 1, \quad \forall w \in number\_of\_weeks$
- Se na semana anterior foi produzida marmelada do tipo regular (R) então na atual não poderá ser produzida marmelada do tipo intensa (I);

#### 2.1.4. Função objetivo

Pretende-se minimizar as despesas efetuadas pela empresa durante o ano. Dessa forma, foi necessário considerar o somatório entre a adição a quantidade de marmeladas armazenadas, da quantidade de marmeladas com atraso de entrega e a quantidade de linhas de produção. Contudo, foi necessário ter em atenção ao custo do armazenamento das marmeladas, do valor das entregas em atraso e do custo de preparação de cada linha de operação, sendo de tal forma necessário multiplicar estes valores à sua variável correspondente.

minimize cost:

$$\sum_{w \in number\_of\_weeks} \sum_{t \in TYPE} (price\_stock * s[w, t] + price\_delay * delay[w, t] + setup\_operation * productionLine[w, t])$$

## 2.2. Apresentação de resultados

Após a resolução do problema com AMPL, pode-se obter o plano de armazenamento ([ex2\\_stock.txt](#)), atraso ([ex2\\_delay.txt](#)) e produção ([ex2\\_prod.txt](#)). O custo ótimo para a empresa é de 113993 solarcoins, com um total de 155812 *simplex iterations*, 3854 *branch-and-cut nodes* e 347 *simplex iterations for intbasis*.