

Matemática Computacional

Projeto 2 - LECivil

Data de Entrega - 12/01/2025

Notas prévias: O relatório deve ser o mais breve possível e não ultrapassar as 10 páginas. Os programas e algoritmos utilizados deverão ser implementados em Matlab ou Octave e ser entregues juntamente com o relatório. Em particular, para além das rotinas computacionais desenvolvidas, deve ser entregue também um ficheiro script Matlab ou Octave que permita replicar todos os resultados computacionais apresentados no relatório. Deverão submeter um ficheiro único em formato comprimido (ZIP) contendo o ficheiro PDF do relatório bem como todos os ficheiros computacionais.

Pretende-se traçar uma curva plana que passa por cinco pontos dados ou próximo deles. Pretende-se também calcular o comprimento dessa curva.

A curva é definida por uma função $r : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}^2$, tal que $r(t) = (x(t), y(t))$ com $t \in [0, 3]$.

As funções $x(t)$ e $y(t)$ serão obtidas usando primeiro interpolação polinomial e depois o método dos mínimos quadrados.

O comprimento da curva será calculado através de integração numérica usando a quadratura de Simpson.

Na Tabela 1 apresentam-se as coordenadas dos cinco pontos.

Tabela 1:

t_i	x_i	y_i
0	2	1
1	1	$\frac{3}{2}$
2	0	$\frac{7}{3}$
2.5	$\frac{1}{2}$	3
3	1	$\frac{13}{4}$

- [3.0] 1. a) Escreva um programa que determine os polinómios interpoladores de $x(t)$ e de $y(t)$, cujos nós são dados na Tabela 1, usando a fórmula interpoladora de Lagrange.
- [2.0] b) Use os polinómios interpoladores para traçar o gráfico da curva $r(t) = (x(t), y(t))$, no plano (x, y) . No mesmo gráfico represente também os pontos da Tabela 1.
- [3.0] 2. a) Escreva um programa que implemente o método dos mínimos quadrados para obter aproximações das funções $x(t)$ e $y(t)$, que melhor se ajustam aos dados da Tabela 1, dadas por

$$x(t) = a_0 + a_1 \cos(t) + a_2 \sin(t)$$

$$y(t) = b_0 + b_1 \cos(t) + b_2 \sin(t).$$

- [3.0] b) Trace o gráfico da curva $r(t) = (x(t), y(t))$, no plano (x, y) . No mesmo gráfico represente também os pontos da Tabela 1.
- [2.0] c) Calcule a soma dos quadrados dos desvios

$$Q = \sum_{i=0}^4 ((x(t_i) - x_i)^2 + (y(t_i) - y_i)^2).$$

3. O comprimento da curva $r(t)$ é dada pelo integral

$$L = \int_0^3 \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} dt.$$

- [3.0] a) Escreva um programa que, sendo dado um número par n e recorrendo às funções $x'(t)$ e $y'(t)$, calcule o valor aproximado de L , através da quadratura de Simpson com n subintervalos.
- [3.0] b) Para cada uma das curvas obtidas nos problemas 1 e 2, construa uma tabela, como indicado na Tabela 2, onde $E_n = L - S_n$, sendo S_n a aproximação obtida com o método de Simpson com n subintervalos. Utilize para L o valor dado pela função **integral** do MATLAB.
- Analise cada uma das tabelas e justifique se os valores da coluna 4 estão de acordo com o que se espera do comportamento dos erros da regra de Simpson composta S_n .
- [1.0] c) Com base nos resultados obtidos, indique qual dos métodos aplicados permite obter a curva com menor comprimento.

Tabela 2:

n	S_n	E_n	$\frac{ E_{n/2} }{ E_n }$
2			
4			
8			
16			
32			
64			
128			
256			
512			
...			