Translation Methods

> Лабораторные:
>
> 1. perl
> 2. Ручное построение трансляторов
> 3. Использование автоматических генераторов трансляторов
>   **e.g.** ANTLR (java), Bison + Yacc (c++), Happy (haskell)
> 4. Написание автоматического генератора транслятора
>
> 1 - pcms, 2-4 - защита

$\Sigma, \Sigma^*, L \subset \Sigma^*$ - формальный язык

Базовый класс формальных языков - регулярные (= автоматные). Для порождения - регулярные выражния, для распозования - конечные автоматы

Контекстно-свободные языки: КС грамматики / МП автоматы

токены (лексемы) - единые неделимые элементы языка ($\in \Sigma$)

Лексический анализ

Первый этап любого разбора - *лексический анализ*

Последовательность символов -> последовательность токенов ($\in \Sigma^*$)

> **e.g.** арифмитические выражения
>
> $\Sigma = \{n, +, \times, \text{ (,)}\}$
>
> $(2\ +\ 2) \times 2 \to (n + n) \times n$
>
> $n : (0|1|\dots|9)(0|1|\dots|9)^*$

жадный лексический анализ на базе регулярных выражений: пропускем пробельные символы, смотрим первый непробельный, находим максимальный префикс какого-то возможного токена

---

1. Проверить, что строка выводится в грамматике Γ // алгоритм КЯК $\mathrm{O}(n^3)$
2. Построить дерево разбора
3. Синтаксически управляемая трансляция

   > $E \to T$
   > $E \to E\ +\ T$
   > $T \to F$
   > $T \to T\ \times\ F$
   > $F \to n$
   > $F \to (E)$

   Аттрибуто транслирующие грамматики - КСГ с добавлением двух элементов: аттрибуты и транслирующие символы

   транслирующие символы - фрагменты кода, которые вставляем в грамматику, которые могут взаимодействовать с аттрибутами

   > $E \to E\ +\ T\ \{E_0.v = E_1.v\ +\ T.v\}$

> $T \to T \times F \{T_0.v = T_1.v + F.v\}$

Нужно быстрее, чем за куб => накладываем ограничения на грамматики

Однозначность - если у любого слова не более одного дерева разбора в этой грамматике // Модификация алгоритма Эрли - $\text{O}(n^2)$

LL, LR - грамматики, на которые наложены дополнительные ограничения, чтобы разбор работал за линейное время

$\Gamma,\ w$ на вход

Можем строить дерево разбора сверзу вниз - **нисходящая трансляция**. Шаг называется *раскрытие нетерминала*

Снизу вверх - **восходящий разбор**. Шаг - *свёртка*

Метод нисходящих трансляций для LL грамматик

s - стартовый нетерминал, w - слово, префикс которого разобран (x, y left)

LL(k) - грамматика - если достаточно посмотреть на первые k символов y, чтобы понять, какое правило применить для нетерминала A

Грамматика Γ называется **LL(1) грамматикой**, если $s \Rightarrow^* xA\xi \Rightarrow x\alpha\xi \Rightarrow^* xc\eta$
$s \Rightarrow^* xA\tau \Rightarrow x\beta\sigma \Rightarrow^* xc\zeta$
$\alpha = \beta$

---

def *FIRST*: $(N \cup \Sigma)^* \to 2^{\Sigma \cup \{\epsilon\}}$
$c \in FIRST(\alpha) \Leftrightarrow \alpha \Rightarrow^* cx$
$e \in FIRST(\alpha) \Leftrightarrow \alpha \Rightarrow^* \epsilon$

> **e.g.** $S \to SS$
> $S \to (S)$
> $S \to \epsilon$
>
> $FIRST(S) = \{c, \epsilon\}$
>
> $FIRST('S)') = \{(,)\}$
>
> $FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$
>
> $FIRST('))((') = \{')'\}$

Алгортим удаления бесполезных символов

1. Удалить непорождающие символы
2. Удалить недостижимые

Удаление непорождающих символов

1. Множество непорождающих символов $Gen = \emptyset$

   do {

      for A $\to \alpha$

if $\alpha \in (\Sigma \cup Gen)^*$:

Gen $\cup =$ A

} while Gen change

NonGen = N $\setminus$ Gen

```
A - порождающий, но Алгоритм 1 выбрал как порождающий

$A \Rightarrow \alpha \Rightarrow^{k - 1} x$
```

Лемма о рекурсивном вычислении FIRST

$\alpha = c\beta$

$FIRST(\alpha) = \{c\}$

$\alpha = A\beta$

$FIRST(\alpha) = (FIRST(A)) \setminus \epsilon) \cup (FIRST(\beta)\ if\ \epsilon \in FIRST(A))$

$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$

Алгоритм

FIRST: map<N, set<$\Sigma \cup \epsilon$>>

function getFIRST(α)

if $\alpha = \epsilon$ return $\{\epsilon\}$

if $\alpha[i] \in \Sigma$ return $\{\alpha[i]\}$

// $\alpha[0] \in N$

return $(FIRST[\alpha[0]] \setminus \epsilon) \cup (getFIRST(\alpha[1:]), if\ \epsilon \in FIRST[\alpha[0]])$

Алгоритм построения FIRST

do {

for A $\to \alpha$:

FIRST[A] $\cup = getFIRST(\alpha)$

} while FIRST changes

def *FOLLOW*: $N \to 2^{\Sigma \cup \{\$\}}$

$c \in FOLLOW(A) \Leftrightarrow S \Rightarrow^* \alpha A c \beta$

$\$ \in FOLLOW(A) \Leftrightarrow S \Rightarrow^* \alpha A$

Алгоритм FOLLOW

FOLLOW: map<N, set<$\Sigma \cup$ $>>

FOLLOW(S) = {$}

do {

for A $\to \alpha$

for B in α

let $\alpha = \xi B \eta$

FOLLOW(B) = FIRST(η) $\setminus \epsilon$

if $\epsilon \in FIRST(\eta)$

FOLLOW(B) $\cup =$ FOLLOW(A)

} while FOLLOW changes

Теорема

Γ является LL(1) $\Leftrightarrow \forall A \to \alpha, A \to \beta$:

1. $FIRST(\alpha) \cap FIRST(\beta) = \emptyset$
2. $\epsilon \in FIRST(\alpha) \Rightarrow FIRST(\beta) \cap FOLLOW(A) = \emptyset$

> Доказательство:
>
> $\Rightarrow$) от противного:
>
>] не (1)
>
> 1. $\exists A \to \alpha, A \to \beta, c \in FIRST(\alpha) \cap FIRST(\beta)$
>
> $S \Rightarrow^* xA\sigma \Rightarrow x\alpha\sigma \Rightarrow^* xc\xi\sigma$
>
> $S \Rightarrow^* xA\sigma \Rightarrow x\beta\sigma \Rightarrow^* xc\eta\sigma$
>
> 2. $\epsilon \in FIRST(\alpha) \cap FIRST(\beta)$
>
> $S \Rightarrow^* xA\sigma \Rightarrow x\alpha\sigma \Rightarrow^* x\sigma \Rightarrow xc\tau$
>
> $S \Rightarrow^* xA\sigma \Rightarrow x\beta\sigma \Rightarrow^* x\sigma \Rightarrow xc\tau$
>
>] не (2)
>
> ...

Рекурсивный спуск

$A \to \alpha_1 | \alpha_2 | \ldots | \alpha_k$

Node:

s: $N \cup \Sigma$

ch: array(Node)

token: $\Sigma \cup \{\$\}$

next()

$FIRST'(A \to \alpha) = (FIRST(\alpha) \setminus \epsilon) \cup (FOLLOW(A)\ if\ \epsilon \in FIRST(\alpha))$

```
Node A() {
    Node res = Node(A)
    switch (token)
        FIRST'(A -> a1):
            // a1 = X1X2...Xl
            // X1 in N
            Node x1 = X1()
            res.addChild(x1)
            // X1 in N
            Node x2 = X2()
            res.addChild(x2)
            // X3 in Sigma
            assert x3 = token or Error()
            res.addChild(token)
            next()

            ...
            // Xl ...
            ...

            return res
       FIRST'(A -> a2)
           ...

       default:
           Error()
}
```

ETF (expression, therm, factor)

Grammar:

$$E \to E + T$$
$$E \to T$$
$$T \to T \times F$$
$$T \to F$$
$$F \to n$$
$$F \to (E)$$

	FIRST
E	`n, (`
T	`n, (`
F	`n, (`

`FIRST (E + T) = {n, (}`
`FIRST(T) = {n, (}`

def Γ называется *леворекурсивной*, если в $\Gamma : A \Rightarrow^+ A\alpha$

comment Γ - леворекурсивная $\Rightarrow \Gamma \notin LL(1)$

$$A \Rightarrow \beta \Rightarrow^* A\alpha$$
$$A \Rightarrow^* B\xi \Rightarrow \gamma\xi \Rightarrow^* A\alpha$$
$$A \Rightarrow^* B\xi \Rightarrow \delta\xi \Rightarrow^* x = cy$$
$$c \in (FIRST(\delta)) \setminus \epsilon \cup (FIRST(\xi)\; if\; \epsilon \in FIRST(\delta))$$
$$c \in FIRST(\gamma) \setminus \epsilon \cup (FIRST(\xi)\; if\; \epsilon\; in FIRST(\gamma))$$

$A \to A\alpha$ - непосредственная левая рекурсия
$A \to \beta$
$\beta\alpha^*$

Устранение левой рекурсии:

$A \to \beta A'$
$A' \to \epsilon$
$A' \to \alpha A'$

$E \to E \overset{\alpha}{+T}$
$E \to \overset{\beta}{T}$

Грамматика с устранённой непосредственной левой рекурсией

$$E \to TE'$$
$$E' \to \epsilon$$
$$E' \to +TE'$$
$$T \to FT'$$
$$T' \to \epsilon$$
$$T' \to \times FT'$$
$$F \to n$$
$$F \to (E)$$

	FIRST	FOLLOW
E	`( n`	`$ )`
E'	`+ e`	`$ )`
T	`( n`	`+ $ )`
T'	`* e`	`+ $ )`
F	`( n`	`* + $ )`

```
Node E()
    Node res = Node(E)
    switch (token)
        case n, (:
            // E -> TE'
            Node t = T()
            res.addChild(t)
            Node e' = E'()
            res.addChild(e')
            return res

        default:
```

```
            Error()

Node E'()
    Node res = Node(E')
    switch (token)
       case $, ):
           // E' -> e
           return res
       case +, e:
           // E' -> +TE'
           assert token == +
           res.addChild(Node(t))
           next()
           Node t = T()
           res.addChild(t)
           Node e' = E'()
           res.addChild(e')
           return res

       default:
           Error()

    // T and T' are similar with above

Node F()
    Node res = Node(F)
    switch (token)
        case n:
            assert token == n
            res.addChild(n)
            next()
            return res
        case (:
            assert token == (
            res.addChild(\()
            next()
            Node e = E()
            res.addChild(e)
            assert token == )
            res.addChild(Node(\)))
            next()
            return res
```

$$
\begin{gathered}
A \rightarrow A\alpha \\
A \rightarrow \beta \\
--- \\
A \rightarrow \beta A' \\
A' \rightarrow \alpha A' \\
A' \rightarrow \epsilon
\end{gathered}
$$

$\beta\alpha^*$

  A

    switch

      FIRST'($A \rightarrow \beta_1$)

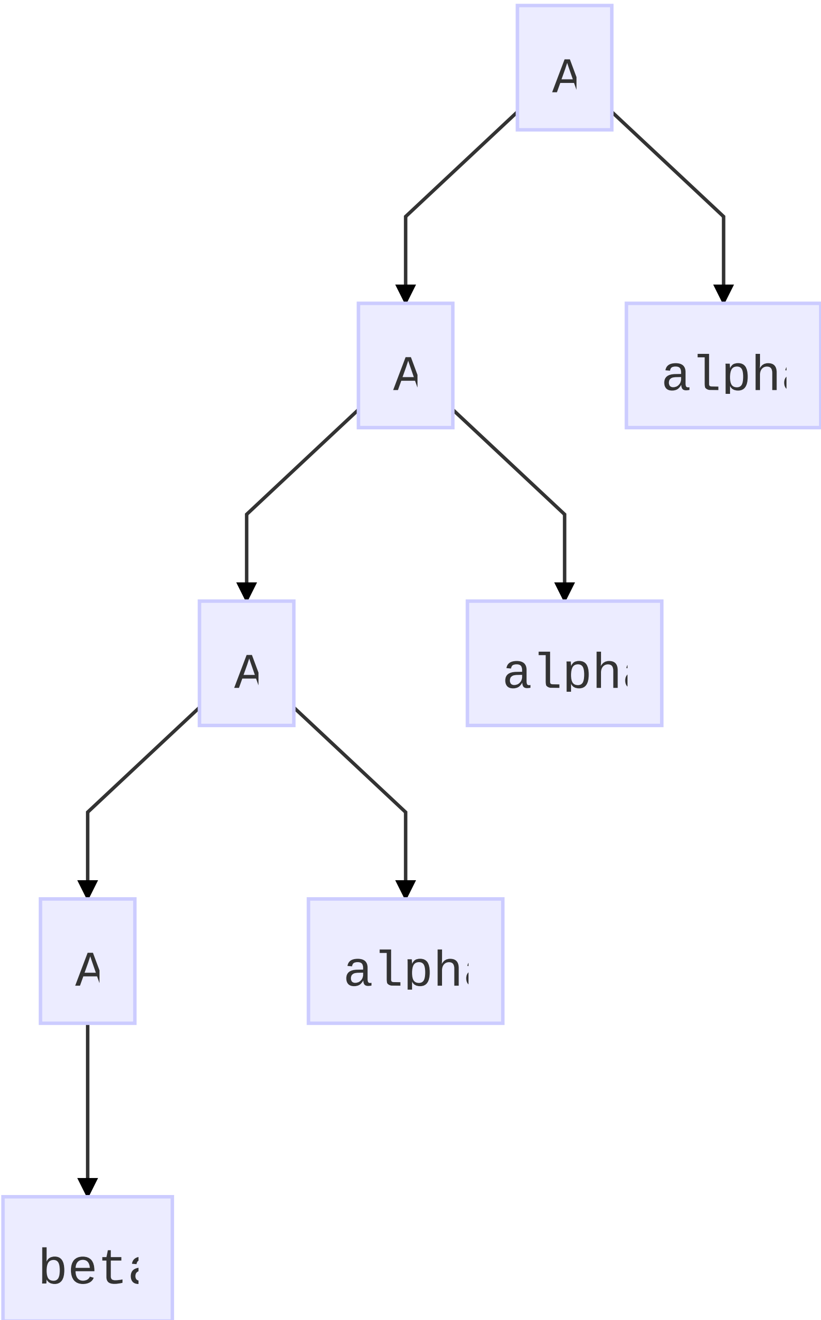
β_1

FIRST'($A \to \beta_2$)

β_2

...

while (token $\in$ FIRST'($A \to A\alpha$))



$A \Rightarrow^+ A\alpha$
$A \to X\alpha,\ X \in \Sigma$ или $\#X > \#A$
$A_1, A_2, \dots, A_n,\ \#A_i = i$

$A_1 \to A_1\alpha$
$A_1 \to \beta$
$A_1 \to \beta A_1'$
$A_1' \to \alpha A_1'$
$A_1' \to \epsilon$

1. Избавиться от ϵ-правила

   $A_1 \to \beta A_1'$
   $A_1 \to \beta$
   $A_1' \to \alpha A_1'$
   $A_1' \to \alpha$

2. $A_2 \to A_1\alpha \rightsquigarrow A_2 \to \xi\alpha \text{ для всех } A_1 \to \xi\ (A_2 \to A_2\beta, A_2 \to \gamma)$
   $A_2 \to A_2\beta$
   $A_2 \to \gamma$

   ```
   for i = 1..n
       for j = 1..i - 1
          A_i -> A_j alpha
          for A_j -> xi alpha
             add A_i -> xi alpha
         remove A_i -> A_j alpha
   ```

$A \to \alpha\beta$
$A \to \alpha\gamma$
$L(\alpha) \neq \{\epsilon\}$, то LL(1)

$A \to \alpha A'$
$A' \to \beta$
$A' \to \gamma$

Построение нерекурснвных нисходящих разборов

Стек, управлящая таблица

			Σ	**c**		**$**
N	A					
					ERROR	
Σ			SKIP			ERROR
		ERROR				
$\perp$						

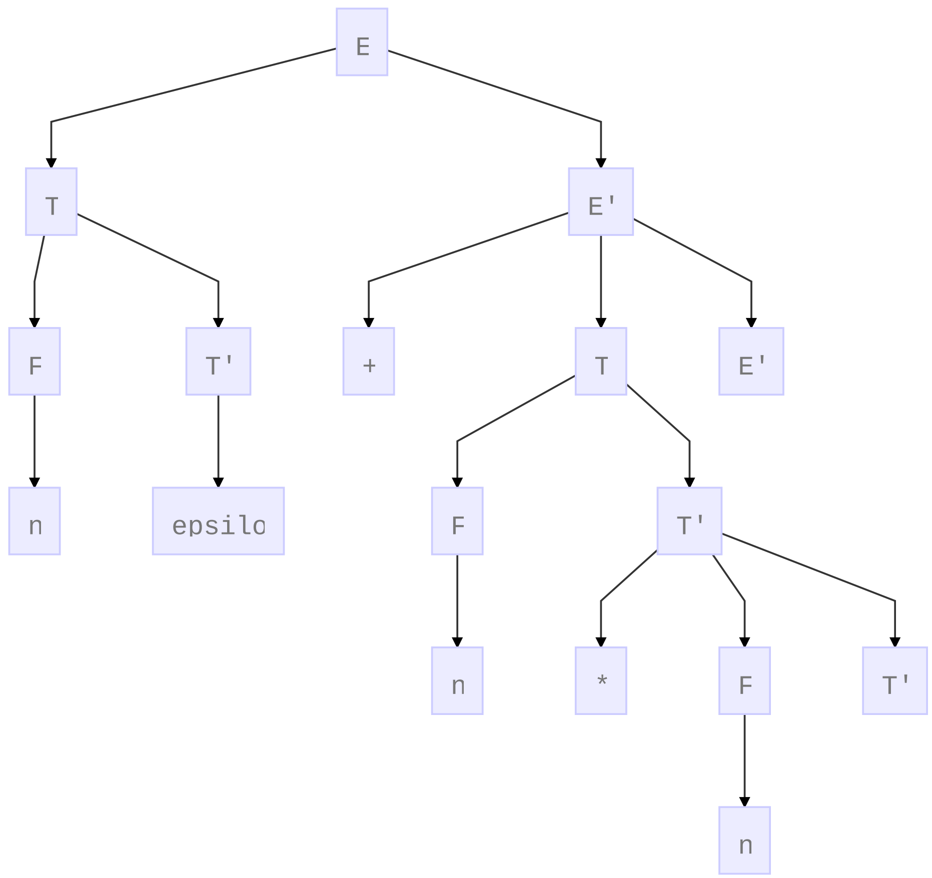
$$E \to TE'$$
$$E' \to \epsilon$$
$$E' \to +TE'$$
$$T \to FT'$$
$$T' \to \epsilon$$
$$T' \to \times FT'$$
$$F \to n$$
$$F \to (E)$$

	FIRST	FOLLOW
E	`( n`	`$ )`
E'	`+ e`	`$ )`
T	`( n`	`+ $ )`
T'	`* e`	`+ $ )`
F	`( n`	`* + $ )`

	n	**+**	*****	**(**	**)**	**$**
E	1			1		
E'		2			3	3
T	4			4		
T'		6	5		6	6
F	7			8		

> пустые ячейки соответствуют ошибке

> e.g. to parse: `2 + 2 * 2`
> tree:



Атрибутно-транслирующие грамматики (АТГ)

$N, S \in N; \Sigma; P$ - правила
Расширим определние грамматики
N & Σ определяется в Z
атрибуты
Σ, N

0. имя
1. тип
2. значение (может быть не определено)
3. правило вычисления
   S-атрибуты - только присваивание атрибута

Атрибуты бывают:

1. **Синтезируемые атрибуты**
   Если его значение зависит только от поддерева, в том числе, когда этот атрибут - атрибут терминала и его значение на этапе лексического анализа
2. **Наследуемый атрибут**
   Значение зависит от родителей или братьев
   L-атрибутная

Транслирующий символ - специальный нетерминал, у которого единственное правило раскрыть его в ϵ и которого есть связанный с ним код, внутри которого мы можем работать с атрибутами

Могут быть **именными** и **анонимными**

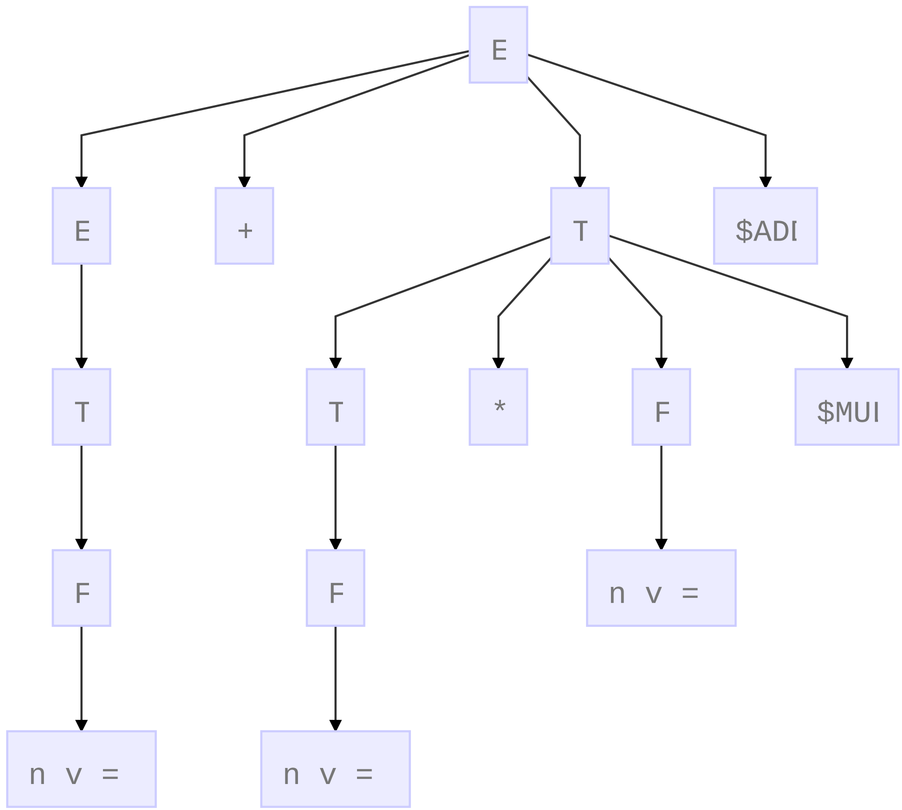
$E \to E + T$	**\$MUL op1 = T_1.v** **\$MUL op2 = F.v** **T_0.v = \$MUL res**
$E \to T$	`E.v = T.v`
$T_0 \to T_1 \ \times_2 \ F_3$	\$MUL op1 = T_1.v \$MUL op2 = F.v T_0.v = \$MUL res
$T \to F$	`T.v = F.v`
$F \to n$	`F.v = n.v`
$F \to (E)$	`F.v = E.v`

```
$MUL {
res = op1 * op2
}
```

$$\$MUL \begin{cases} op1 \text{ наследуемый} \\ op2 \text{ наследуемый} \\ res \text{ синтезируемый} \end{cases}$$

```
$ADD {
add = op1 + op2
}
```

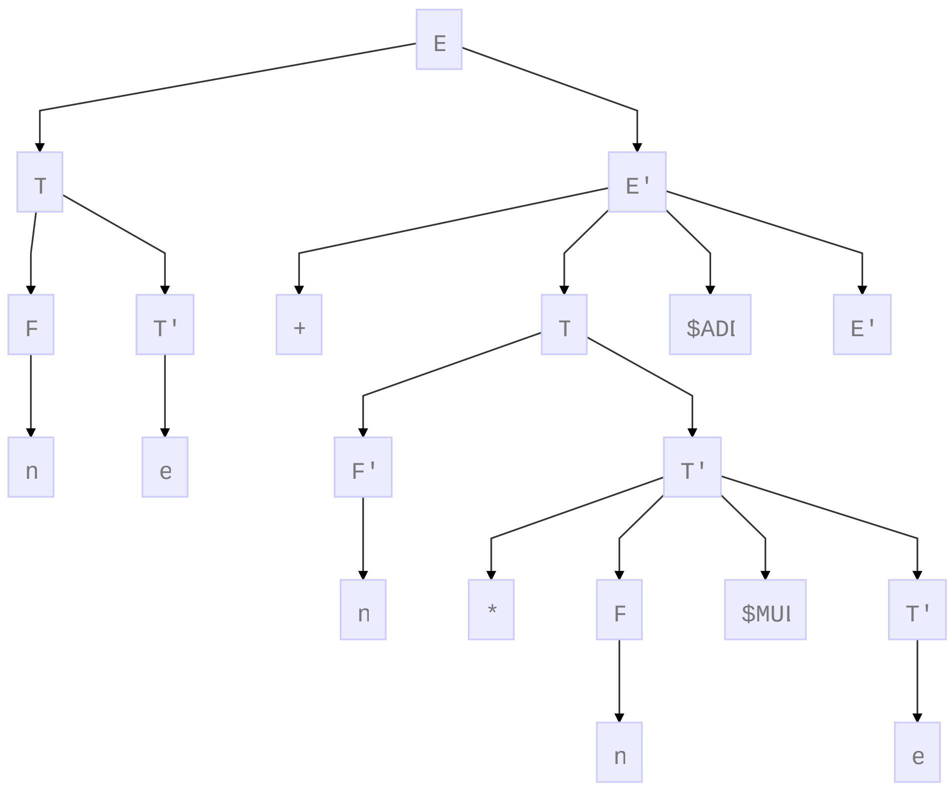
E	**v**	
T	v	
F		синтезируемый
n		синтезируемый



$E \to TE'$		**E'.a = T.v** **E.v = E'.v**
$E' \to +TE'$	$ADD E'	$ADD op1 = E'$_0$a $ADD op2 = T.v E'$_4$.a = $ADD.res
$E' \to \epsilon$		E'.v = E'.a
$T \to FT'$		T'.a = E'.a T.v = T'.v
$T' \to \times FT'$	$MUL T'	$MUL op1 = T'$_0$.a $MUL op2 = F.v T'$_4$.a = $MUL res
$T' \to \epsilon$		T'.v = T'.a
$F \to n$		F.v = n.v
$F \to (E)$		F.v = E.v

E	v
T	v
F	v синтезируемый
n	v синтезируемый
E'	a наследуемый v синтезируемый
T'	a наследуемый v синтезируемый

`2 + 3 * 4`




```
E'(a: int): int
    switch
        case // -> e
            return a
        case // +T $ADD E'
            skip +
            T.v = T()
            $ADD.res = $ADD(a, T.v)
            E'.v = E'($ADD.res)
            return E'.v
```

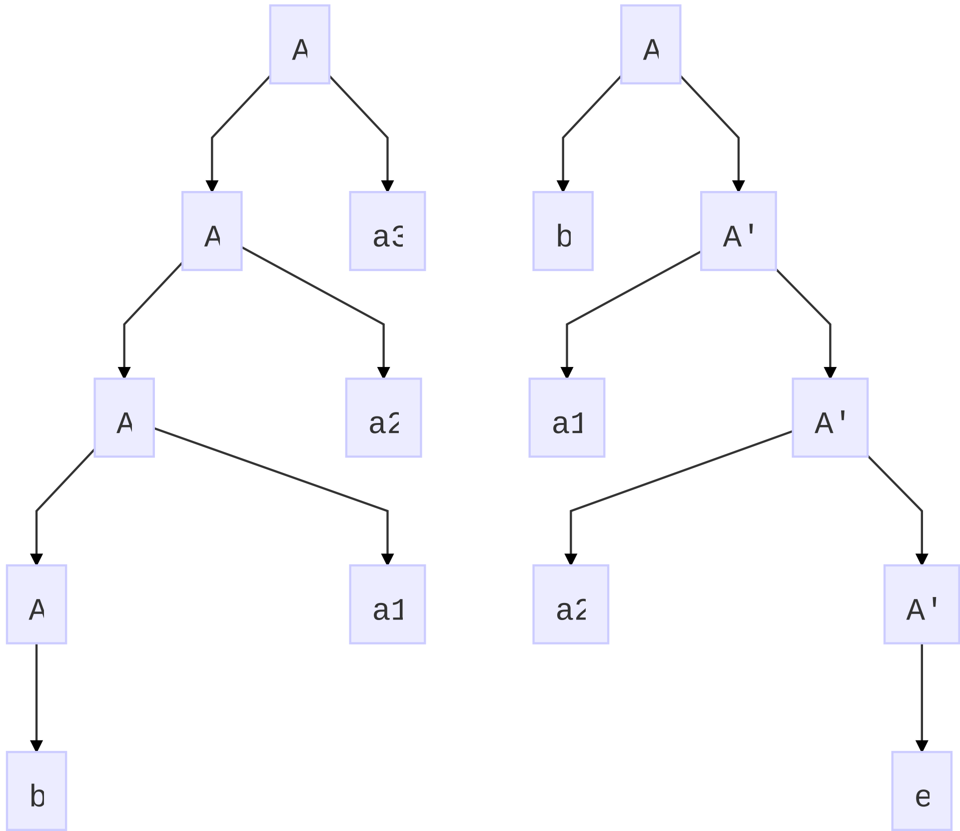
```

E(): int
   switch
       case
           T.v = T()
           E'v. = E'(T.v)
           return E'.v

$ADD(op1, op2: int): int
   return op1 + op2

// alternative:
Node E'(a)
    Node res = Node(E, atr = {a.a})

    switch
        -> e
           res v = res.a
           return res
        -> +TE'
           skip +
           T = T()
           E'4.a = res.a + T.v
           E' = E'(E'4.a)
           res.v = E'v
           return res
```

Регистровые машины и **Стековые** машины
операции регистровых машин: load загрузить значение и store выгрузить в память
преимущество перед регистровыми, в регистровых конечное количество регистров, здесь есть стек и операции push, pop

---

Непосредственная левая рекурсия
$A \to A\alpha$
$A \to \beta$
x - синтезируемый атрибут A

$A \to \beta A'$
$A' \to \epsilon$
$A' \to \alpha A'$



A' x - соответствует Ax - синтезируемый
a - аккумулятор - наследуемый

$$A \to \beta A' \qquad A'a = f(\beta)$$
$$A' \to \epsilon$$
$$A' \to \alpha A'$$

A s - синтезируемый атрибут
a - наследуемый атрибут

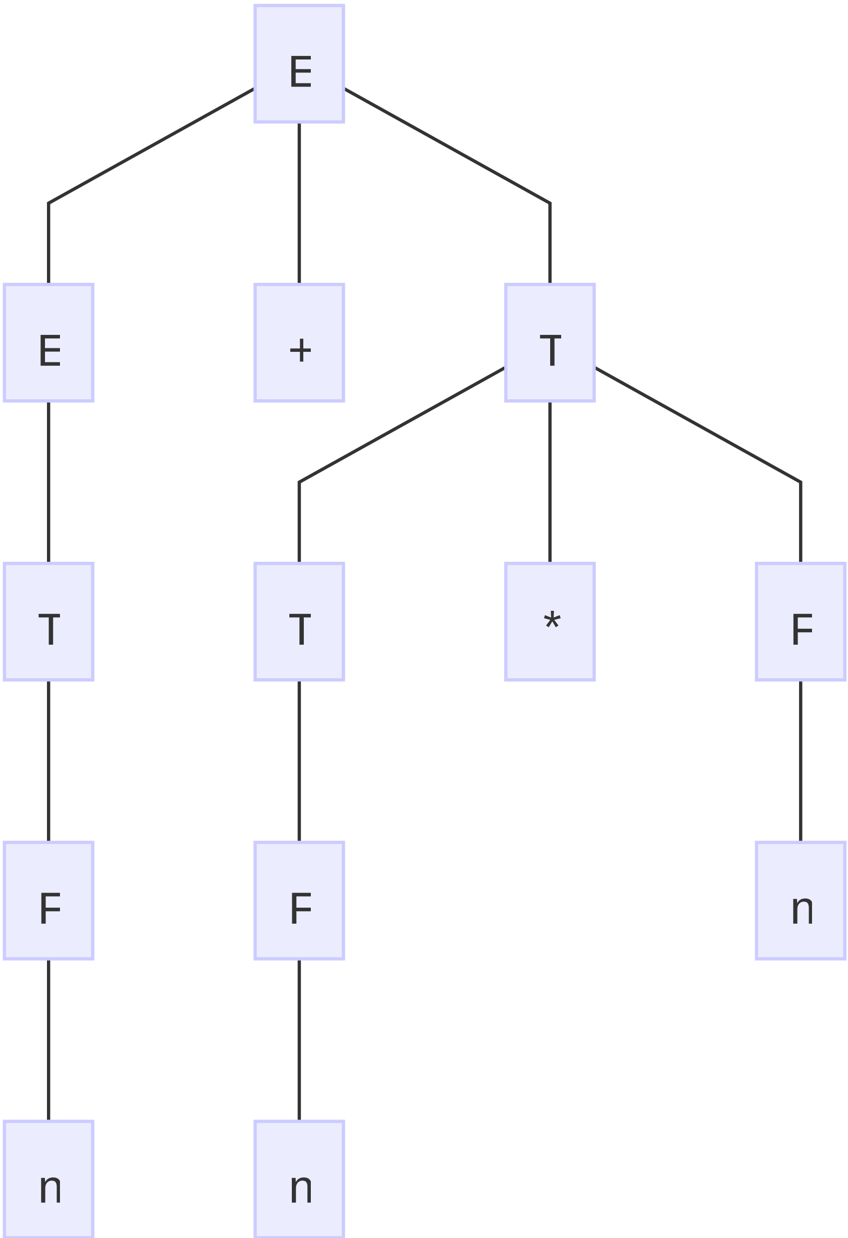
```
A(a) -> s
    switch ()
        ...
        // A -> a
        s = f(alpha)
        // alpha_k = B
        B(<->)
```

Но вообще генерируются парсеры со стеком

Восходящий разбор

перенос - свёртка

`shift - reduce`



LR - анализ

LR(0) редко используется, есть LR(1)

LR -> SLR (Simple LR) -> LALR -> LR(1)

$$\eta B u \Rightarrow \eta \beta u = \xi A t \Rightarrow \xi \alpha t = \omega$$

$$\gamma = \xi t \qquad S \Rightarrow^* \gamma \qquad \xi \in (\Sigma \cup N)^*, t \in \Sigma^*$$

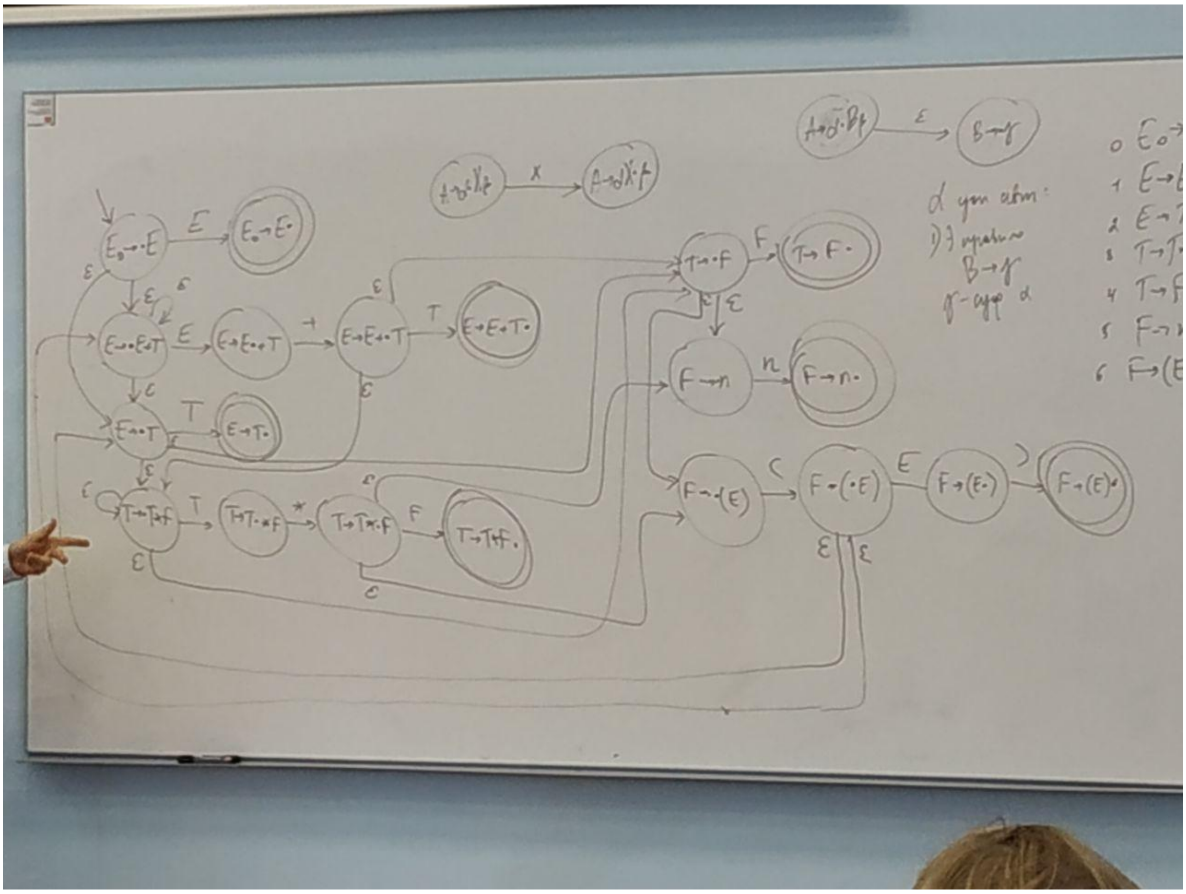
α - подстрока γ

$\gamma = \xi' \alpha t' \quad \xi'$ - подстрока ξ, t' - суффикс t

$S \Rightarrow^* \xi' A t' \Rightarrow \xi' \alpha t' = \xi t$

Ситуации (items)

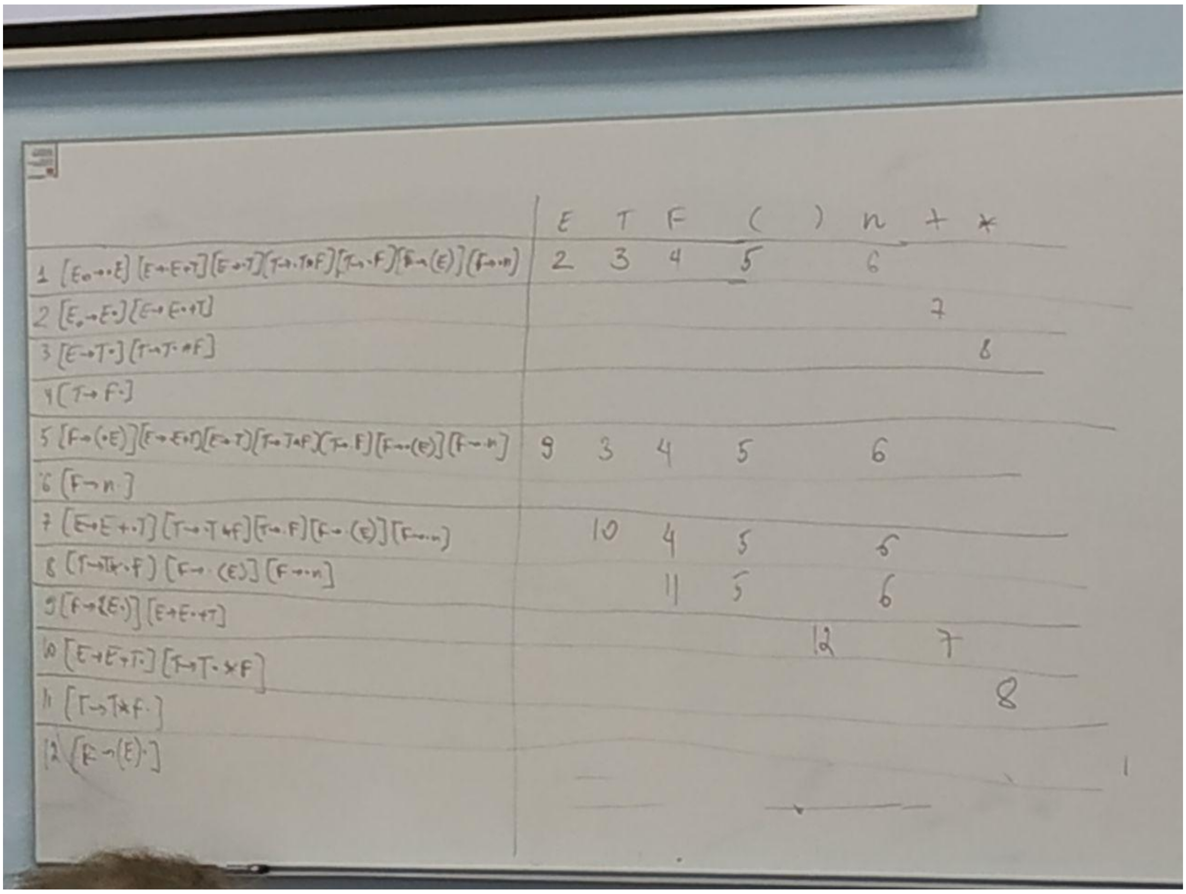
LR(1) - ситуация ($A \rightarrow \alpha, K \in \{0, ..., |\alpha|\}$)



Теорема

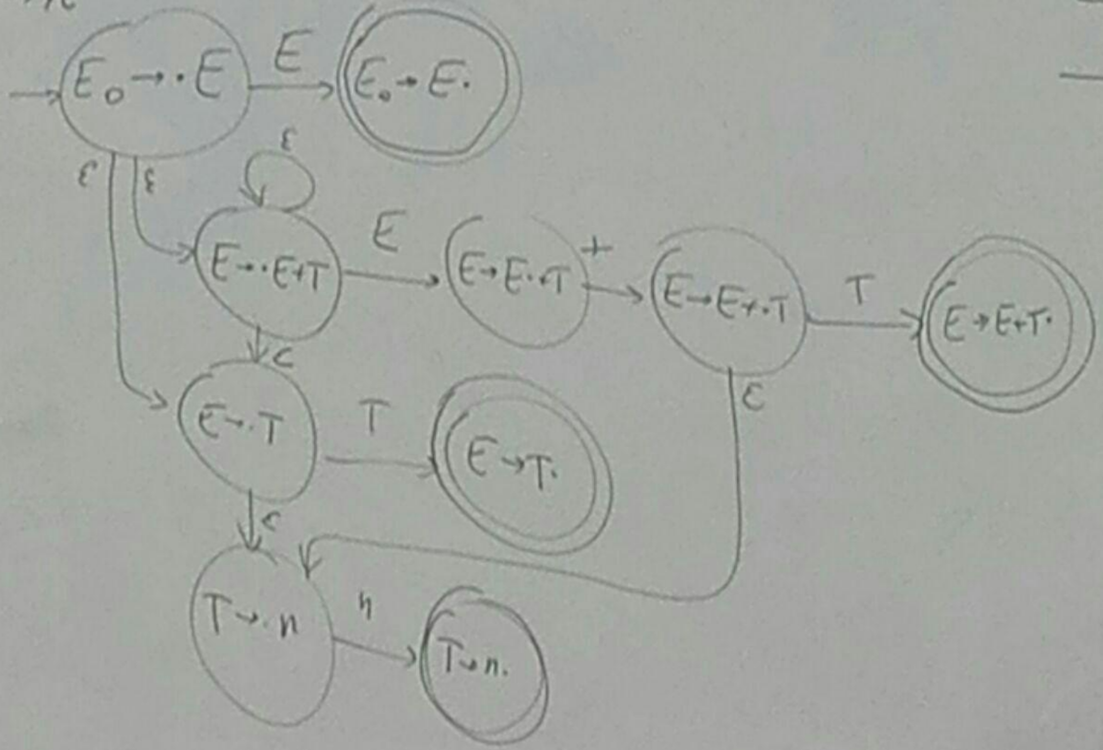
Ели строка альфа допускается автоматом, построенным по этим правилам, то:

1. Существует правио $B \rightarrow \gamma$, γ - суффикс α



	E	T	F	(	)	n	+	*
1 [E_0→·E] [E→·E+T] [E→·T] [T→·T*F] [T→·F] [F→·(E)] [F→·n]	2	3	4	5		6		
2 [E_0→E·] [E→E·+T]							7	
3 [E→T·] [T→T·*F]								8
4 [T→F·]								
5 [F→(·E)] [E→·E+T] [E→·T] [T→·T*F] [T→·F] [F→·(E)] [F→·n]	9	3	4	5		6		
6 [F→n·]								
7 [E→E+·T] [T→·T*F] [T→·F] [F→·(E)] [F→·n]		10	4	5		6		
8 [T→T*·F] [F→·(E)] [F→·n]			11	5		6		
9 [F→(E·)] [E→E·+T]					12		7	
10 [E→E+T·] [T→T·*F]								8
11 [T→T*F·]								
12 [F→(E)·]								

$E_0 \to E$
$E \to E+T$
$E \to T$
$T \to n$

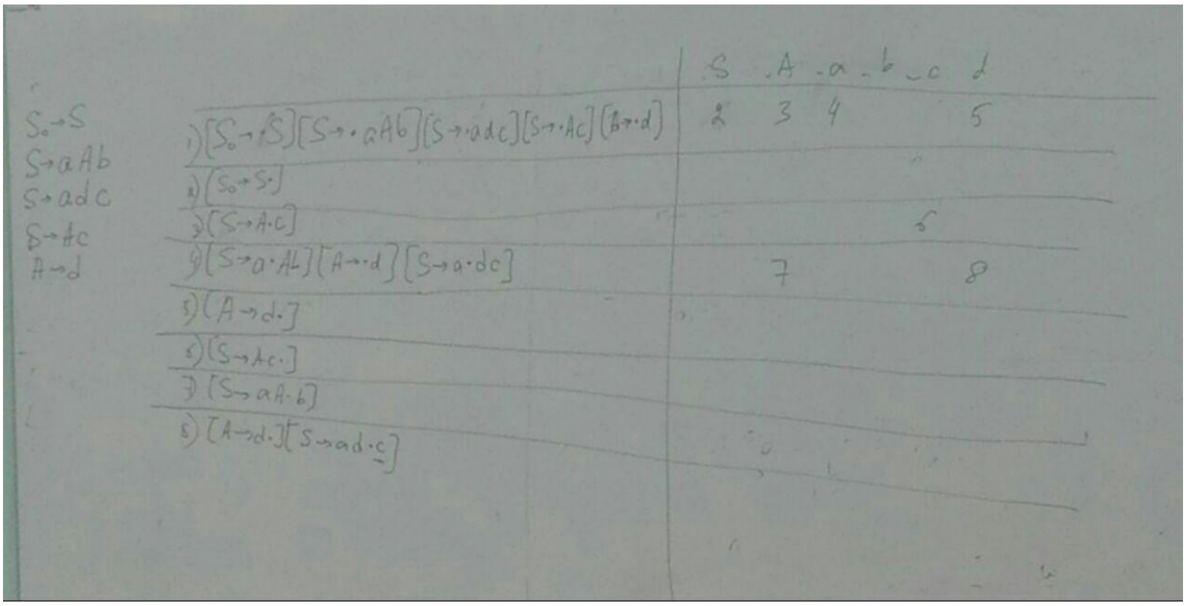


		E	T	n	+
старт →	1) $[E_0\to\cdot E][E\to\cdot E+T][E\to\cdot T][T\to\cdot n]$	2	3	4	
	2) $[E_0\to E\cdot][E\to E\cdot+T]$				5
	3) $[E\to T\cdot]$				
	4) $[T\to n\cdot]$				
	5) $[E\to E+\cdot T][T\to\cdot n]$		6	4	
	6) $[E\to E+T\cdot]$				

def Грамматика называется *LR0 грамматикой*, если детерминированная версия автомата по поиску основы каждое состояние содержит либо одно состояние недетерминированного автомата и ничего больше, либо содержит только нетерминальные состояния недетермнированного автомата.

Конфликт свёртки/свёртки ноль нетерминальных и больше одного терминала
Конфликт переноса/свёртки: больше нуля нетерминальных и больше нуля терминальных

Когда не работает SLR:



LR1

def *LR1-ситуация* - это тройка из правила, числа от 0 до длины правой части и символа, который называется *символом предпросмотра (look ahead)

$[A \to \alpha \bullet \beta, c]$
$[A \to \alpha \bullet d\, \beta, c] \xrightarrow{d} [A \to \alpha a \bullet \beta, c]$

lr1 - грамматике - если в детерминированном автомате по поиску lr1 основ

одно из них терминальное,а другое нетерминальное, то их символ предпросмотра отличается от символа перед которым находится позиция в правой части нетерминального

если они оба терминальные, то их символ предпросмотра не совпадает

lr1 приколюхи