$\lambda - calculation$

Алонзо Чёрч ~ 40 годы. Развитие идеи, что все - функция

Рассмотрим алфавит

$$pre - \lambda - term\,T\ := \begin{cases} x\ (variable; set\ of\ small\ letter\ with\ indices); \\ (T, T)\ (application); \\ \lambda x.\,T\ (abstraction). \end{cases}$$

x, y - метапеременные для переменных
большие буквы - метапеременные для T

Назовем два $pre - \lambda - terms$ (P, Q) α - **эквивалентными**, если

1. P = x Q = y и x = y
2. P = (S_1T_1) Q = (S_2T_2) и S_1 = αS_2, T_1 = αT_2
3. P = $(\lambda x.\,A)\ Q\ =\ \lambda y.\,B\ and\ A[x := t]B[y := t]\ t$ - свободная переменна

Равенство <=> текстовое совпадение

$$A[x := B] = \begin{cases} B,\ A = x \\ A,\ A = y,\ y! = x \\ P[x := B]\ Q[x : B]\ A = (PQ) \\ \lambda y.\,p[x := B]\ if\ A = \lambda y.\,P\ and\ y\ \neq x \\ A\ if\ A = \lambda x.\,P \end{cases}$$

Example
$(\lambda x.\,(\lambda y.\,(yx)))[x := p] \to \lambda t.\,[(\lambda y.\,(y.\,x))][x := p] \to$
$\lambda t.\,\lambda y((y.\,x)[x := p]) \to \lambda t.\,\lambda y.\,y[x := p]x[x := p] \to (\lambda t.\,(\lambda y.\,yp))$

1. аппликация левоассоциативна: $x.\,y.\,r.\,t = (((xy)r)t)$
2. λ берёт всё, что дают: $((\lambda a.\,(\lambda b(((((ab)c)d)e))f)g)$

$$FV(T) = \begin{cases} \{x\}, T = x \\ FV(P) \cup FV(Q), T = PQ \\ FV(P) \setminus \{x\}, T = \lambda x.\,P \end{cases}$$

lambda term - класс эквивалентности lambda-term'ов по отношению эквивалентности

def β-редекс

def α ->$_\beta$ B находятся в отношении β - редукции, если

1. A = PQ B = RS. P ->$_\beta$R Q =$_\alpha$ S либо (знаки отрази)
2. A - B - редекс A = (λ x.P) Q, B = p[x := Q] при условии, что Q обобщается для подстановки для x в P

example

$$\lambda a.\,\lambda b.\,a\ - \text{и}\ = T$$
$$\lambda a.\,\lambda b.\,b\ - \text{л}\ = F$$
$$And = \lambda x.\,\lambda y.\,x\ y\ F$$
$$And\ T\ F = ((\lambda x.\,\lambda yx\ y\ F)T)F \to_\beta ((\lambda y.\,x\ y\ F)[x := T])F =$$
$$= (\lambda y.T\ y\ F)F \to_\beta T\ F\ F = ((\lambda a.\,\lambda b.\,a)F)F) \to_\beta (\lambda b.\,F)F \to_\beta F$$

Чёрчевские нумералы

$\lambda f.\, \lambda x.\, f^n x$

$f^k(x) = \begin{cases} x, n = 0 \\ f(f^{n-1}, n > 0) \end{cases}$

$\overline{2} = \lambda n.\, \lambda f.\, \lambda x.\, n\ f\ (f\ x)$

Карринг: a (+) b: `let plus a = fun x -> x + a`

`plus 1 3 = (plus 1) 3 = 4`

def Нормальная форма - нет ни одного β-редексов (невозможно редуцировать)

example: $\omega = \lambda f.\, \lambda x.\, x.\, x$

$\Omega = \omega\omega$

statement Ω не имеет норм.

$(\lambda x.\, x.\, x)\omega = \omega.\, \omega$

У выражения существует нормальная форма, если существует последовательность $\rightarrow_\beta$, приводящая к нормальной форме

Теорема Чёрча Росса

Существует не более одной нормальной формы у любого выражения

---

def *Транзитивное, рефлексивное и симметричное замыкание* $(\rightarrow_\beta)$ - отношение β-редуцируемости (β-редукции)

Если для A и B существует конечная поледовательность X_n ... X_n X_1 = A, X_n = B, $X_i\ \rightarrow_\beta\ X_{i+1}$

То $A \rightarrow_\beta B$

def *Транзитивное, рефлексивное и симметричное замыкание* $(\rightarrow_\beta)$ - есть $(=_\beta)$

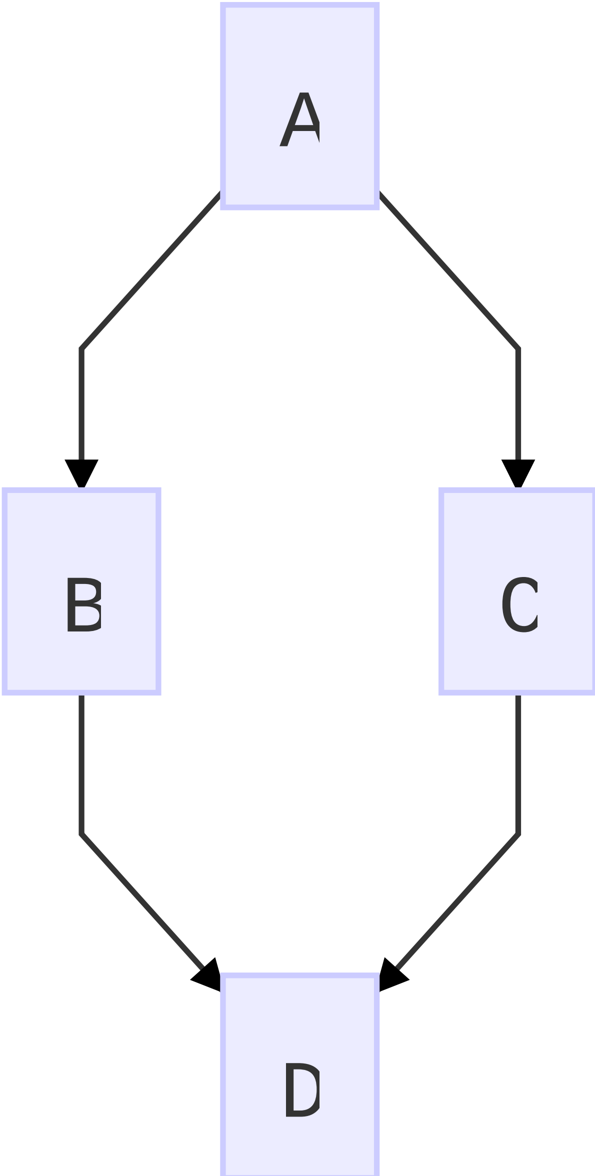
R-отношение $\subseteq U^2$

R обладает ромбовидным свойством, если для любых A, B, C $\in U$

1. $B \neq C$
2. $(A, B) \in R\ \ (A, C) \in R$

Существует $D \in U$:

$(B, D) \in R\ \ (C, D) \in R$



> β-редукция не обладает ромбовидным свойством

def *комбинатор* - λ-выражение без свободных переменных

$Identität = \lambda x.\, x$

$verSchmelrung = \lambda x.\, \lambda y.\, \lambda z.\, x\ z\ (y\ z)$

$Konstant = \lambda x. \lambda y. x$

$I =_\beta S\ K\ K$

Теорема Чёрча Росса

$(\twoheadrightarrow_\beta)$ обладает ромбовидным свойством

def $(\rightrightarrows_\beta)$ отношение параллельной β-редукции

$A \rightrightarrows_\beta$, если

1. $A \equiv \lambda x. P, B = \lambda x. Q, P \rightrightarrows_\beta Q$
2. $A = (\lambda x. P)Q, B = P[x = Q]$ (если есть в каждой подстановке)
3. $A = P_1 Q_1, B = P_2 Q_2$

   $P_1 = P_2\ or\ P_1 \rightrightarrows_\beta P_2$

   $Q_1 = Q_2\ or Q_1 \rightrightarrows_\beta Q_2$
4. $A = x, B = x, x \rightrightarrows_\beta x$

stat схема доказательства Чёрча Росса

1. $(\rightrightarrows_\beta)$ обладает ромбовидным свойством
2. Если R обладает ромбовидным свойством, то R^* - транзитивное замыкание обладает ромбовидным свойством
3. Из (1) и (2) следует, что $(\rightrightarrows_\beta)^*$ обладает ромбовидным свойством
4. $(\rightarrow_\beta) \subseteq (\rightrightarrows_\beta)$
5. $(\rightrightarrows_\beta)^* \subseteq (\twoheadrightarrow_\beta)$
6. $(\rightrightarrows_\beta)^* = (\twoheadrightarrow_\beta)$
7. $(\twoheadrightarrow_\beta)$ обладает ромбовидным свойством

Следствие из теоремы Чёрча Росса

У λ-терма не может быть двух не равных нормальных форм

Пусть $A \twoheadrightarrow_\beta X, A \twoheadrightarrow_\beta Y$, причём $X \neq Y$

Тогда по ромбовидному свойству существует $T : X \twoheadrightarrow_\beta T,\ Y \twoheadrightarrow_\beta T$

Если $X = T, Y = T$, то $\ X = Y$ невозможно

Значит одно из равенств не выполняется, пусть $X \neq T$

Значит X - ненормальная форма A

def $(=_\beta)$ - транзитивное, рефлексивное и симметричное замыкание $(\rightarrow_\beta)$

Y - комбинатор

Оператор неподвижной терма

$\Omega = (\lambda x. x\ x)(\lambda x. x\ x)$

$Y = \lambda f. (\lambda x. f\ (x\ x))(\lambda x. f(x\ x))$

$x =_\beta A\ x, \quad x =?$

Давайте рассмотрим $x = YA$

$YA =_\beta A(YA)$

$YA = (\lambda f.\,(\lambda x.\,f(x\;x))(\lambda x.\,f(x\;x)))A \to_\beta$
$(\lambda x.\,A(x\;x))(\lambda x.\,A(x\;x)) \to_\beta A[(\lambda x.\,A(x\;x))(\lambda x.\,A(x\;x))]$

$$Fact = \lambda f.\,\lambda a.\,((>)\;a\;0)$$
$$((*)\;a\;[f\;((-1)\;a)])\;1$$
$$---$$
$$(Y\;Fact)\;3 \to Fact\;(Y\;Fact)\;3 \to_\beta$$
$$(*)\;3\;((Y\;Fact)\;2) \to (*)\;3\;[(*)\;2\;[(*)\;1\;[Y\;Fact\;0]]]$$

Нормальный порядок редукции

def самый левый редекс - это редекс с минимальной редукцией его первого символа

Нормальный порядок редукции - редуцируете самый левый редекс

Теорема

Если нормальная форма существует, то она может быть получена п. л. (??)

Введём импликацию: $\supset$, аксиомы:

- $(A \supset (A \supset B)) \supset (A \supset B)$
- $(A \supset A)$
- $A =_\beta B \implies A \supset B \,\&\, B \supset A$

Теория противоречива, если $\vdash \alpha$
$\Phi_A : \Phi_A =_\beta \Phi_A \supset A$

$$\Phi_A =_\beta \Phi_A \supset A$$
$$\Phi_A \supset (\Phi_A \supset A)$$
$$(\Phi_A \supset (\Phi_A \supset A)) \supset (\Phi_A \supset A)$$
$$\Phi_A \supset A(\Phi_A \supset A) =_\beta \Phi_A$$

$\Phi_A = Y(\lambda x.\,x \supset A) =_\beta (\lambda x.\,x \supset A)[Y(\lambda x.\,x \supset A)] = [Y(\lambda x.\,x \supset A)] \supset A$

$$X = \{a \mid a \notin a\}$$
$$\emptyset - 0\;type$$
$$\{\emptyset\} - 1\;type$$
$$\{\{\emptyset\}\} - 2\;type$$
$$\{\{\emptyset\}, \emptyset\} = \overline{2}$$
$$a \notin a$$
$$n\;n+1$$

$T ::= T_\lambda \mid T \to T$
$T_\lambda = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ - множество элементарных (атомарных) типов
Λ-выражение A имеет тип τ в контексте Γ
$\Gamma \vdash A : \tau$
$\Gamma = \{x_1 : \tau_1; x_2 : \tau_2; \ldots; x_n : \tau_n\}$
если:

1. $\overline{\Gamma, x : \tau \vdash x : \tau}$ x не входит в Γ (*аксиома*)
2. $\dfrac{\Gamma, x : \tau \vdash A : \sigma}{\Gamma \vdash \lambda x.\,A : \tau \to \sigma}$ x не входит в Γ (*введение имплации*)

3. $\dfrac{\Gamma \vdash A : \tau \to \sigma \;\; \Gamma \vdash B : \tau}{\Gamma \vdash (A\,B) : \sigma}$ (*удаление импликации*)

Просто-типизированное λ-исчисление (по Карри)

Импликационный фрагмент ИИВ

Термы:

1. α, β, γ (переменные)
2. $(\tau \to \sigma)$

A. Гильбертовский вид:

1. $\alpha \to \beta \to \alpha$
2. $(\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \beta \to \gamma)$
3. M.P. $\dfrac{\alpha \;\; \alpha \to \beta}{\beta}$

B. Нормальный вывод:

$\dfrac{[\text{посылка } 1, [\text{посылка } 2\ [\dots]]]}{\text{заключение}}$

1. Аксиома: $\overline{\tau \to \tau}$
2. Ввод импликации: $\dfrac{\sigma\,\tau}{\sigma \to \tau}$
3. Удаление импликации: $\dfrac{\sigma\,\sigma \to \tau}{\tau}$

$$\overline{\Gamma, x : \tau \vdash x : \tau}$$
$$\dfrac{\Gamma, x : \sigma \vdash B : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x.\,B : \sigma \to \tau}$$
$$\dfrac{\Gamma \vdash A : \sigma \;\; \Gamma \vdash B : \sigma \to \;\tau}{\Gamma \vdash B\,A : \tau}$$

Закон Пирса: $((\alpha \to \beta) \to \alpha) \to \alpha$

0. Сохранение типа: $A \to_\beta B, \Gamma \vdash A : \alpha \implies \Gamma \vdash B : \alpha$
1. Теорема Чёрча-Россера для просто-типизированного λ-исчисленияС

$$\vdash A : \alpha$$
$$A \twoheadrightarrow_\beta B$$
$$A \twoheadrightarrow_\beta C$$

   Тогда существует $\Gamma \vdash D : \alpha$, что $B \twoheadrightarrow_\beta D$ и $C \twoheadrightarrow_\beta D$

2. **Теорема об Изоморфизме Карри-Ховарда**

   $(\implies)$ Пусть $\Gamma \vdash A : \alpha$, тогда $|\Gamma \Vdash_{\text{иив}} |\alpha|$
   $|\Gamma| = |\{x_1 : \tau_1, \dots, x_n : \tau_n\}| = \{|\tau_1|, \dots, |\tau_n|\}$
   $|\tau|$ - отображение типа в высказывание

   $(\Longleftarrow)$ Пусть $\Gamma \vdash \alpha$
   Тогда найдётся $\Gamma' : |\Gamma'| = \Gamma, |\alpha'| = \alpha'$. существует A, что $\Gamma' \vdash A : \alpha'$

   > Доказательство: индукция по структуре

   Изоморфизм К-Х

   тип - высказывание

   терм - докозательство

свободная переменная - гипотеза

3. О замкнутости ИФИИВ (интуиционный фрагмент ИИВ)

   Пусть α - формула с "$\to$" только (без &, |, !)

   Тогда $\vdash_{\text{и и в}} \alpha \iff \vdash_{\text{и ф и и в}} \alpha$

Исчисление по Чёрчу

$\Lambda ::= X \ - \ variable \ |(\Lambda\ \Lambda)|\ (\lambda x^\tau.\Lambda),$ х имеет тип τ

> e.g. паскаль чуть больше, чем Чёрчу
> хаскель и окамль - типизация по Карри
>
> по Черчу - точно определяем тип

$\lambda x : \sigma. A$ - альтернативный синтаксис

Теорема: ИФИИВ замкнут относительно доказуемости

$\vdash_{\text{и и в}} \alpha \implies \vdash_{\text{и ф и и в}} \alpha$

$\Leftarrow \ : \ \vdash_{\text{и ф и и в}} \alpha \implies \vdash_{\text{и и в}} \alpha$ очевидно
$\Rightarrow \ : \ \vdash_{\text{и и в}} \alpha \implies \vdash_{\text{и ф и и в}} \alpha$

Теорема: модели Крипке полны для ИИВ

$\Gamma \vdash \phi \Leftrightarrow \forall$ шкал (моделей) Крипке C $\Vdash_C \Gamma \implies \Vdash_C \phi$

Теорема Полнота интуционного фрагмента

$\Gamma \vdash_{\text{и ф}} \alpha \Leftrightarrow C-$ модель Крипке $\Vdash_C \Gamma \implies \Vdash_C \alpha$ (вынуждено)

$\Rightarrow$ очевидно

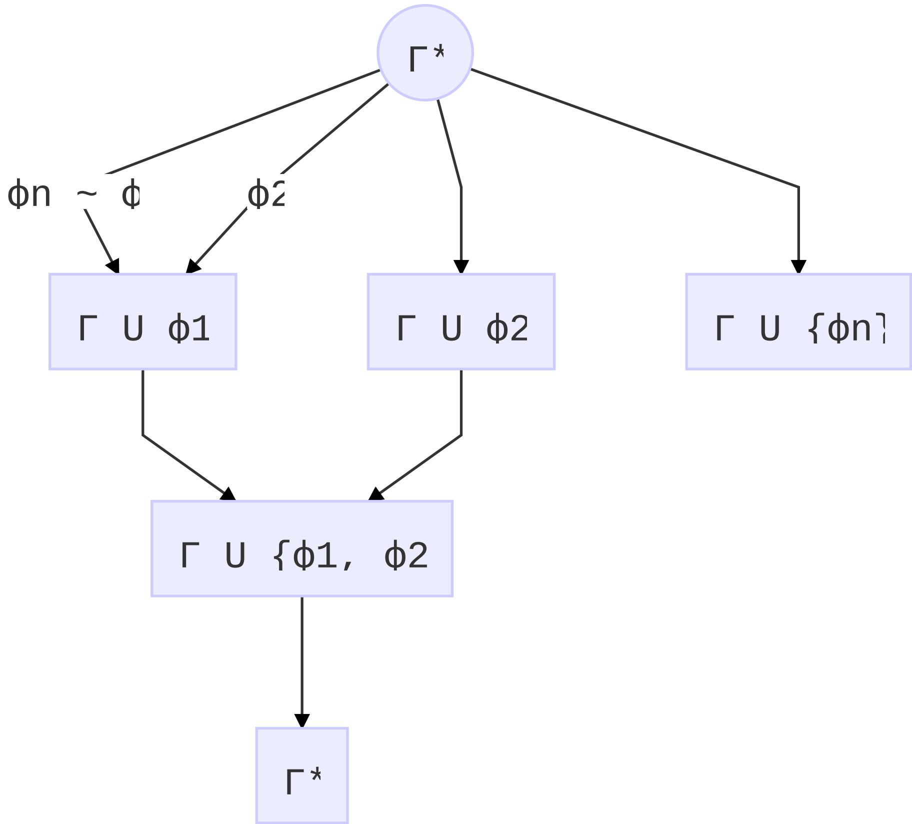
$\Leftarrow$ пусть $\Gamma \nvdash_{\text{и ф}} \alpha$
$W = \{\Delta \mid \Gamma \subseteq \Delta, \Delta$ замкнуто относительно $\vdash_{\text{и ф}}\}$
$\{\Delta\ |\Gamma \subseteq \Delta, if\ \Delta \vdash \beta, then\ \beta \in \Delta\}$

$w_0 \leqslant w_1 \Leftrightarrow w_0 \subseteq w_1$
$w_2 \Vdash p \Leftrightarrow p \in w_2$
(p - пропозициональная переменная)

Покажем, что $w_i \Vdash \alpha \Leftrightarrow \alpha \in w_2$

По предположению теоремы $\Gamma \Vdash \alpha$ во всех моделях, в том числе и в этой, значит, $\Vdash_w \alpha$
Значит, $\Gamma \vdash_{\text{и ф}} \alpha$ (по определению $\Vdash$)

По предположению теоремы, $\Vdash_C \Gamma$ влечёт $\Vdash_C \alpha$ в любой C
Возьмём w в каждой C
Заметим, что $\Vdash_w \Gamma \implies \Vdash_w \alpha$ (по ф Т)
Также очевидно $\Vdash_w \Gamma$. Значит, $\Vdash_w \alpha$
Значит, $\Gamma \vdash_{\text{и ф}} \alpha$ (по определению $\Vdash$)



1. Пусть $A : (\alpha \to \alpha) \to (\alpha \to \alpha) \quad (= \nu)$
   $F : \nu \to \nu \to \nu \quad$ (ν - это тип числа)

   def

$$E(a, b) = \begin{cases} p_1, a = b = 0 \\ p_2(a), b = 0 \\ p_3(b), a = 0 \\ p_4, (a, b), a, b > 0 \end{cases}$$

   $E : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$
   $p_i(a, b)$ - полином
   $p^{k_i}(a, b) = x_1 a^{k_1} b^0 + x_2 a^{k_1 - 1} b^1 + \ldots + x_{k_1 + i, k_1} a^0 b^{k_1} + p^{k_1 - 1}(a, b) = \sum_{0 \leqslant i, j < k} y_{ij} a^i b^j$
   $p^0(a, b) = x_0$

   def f(a, b) - полином от a и b, если существует k, существует $\{y_{ij}\}_{0 \leqslant i, j < k}$, что $f(a, b) = \sum_{0 \leqslant i, j, < k} y_{ij} a^i b^j$
   Тогда существует E(a, b): для любых a и b: $F\overline{a}\overline{b} =_\beta \overline{E(a, b)}$ (результат функции β-эвивалентен)

Теорма $\lambda_\to$ сильно нормализуемо

Любой терм $A : \alpha$ сильно нормализуем

> 3 задачи:

> | | λ | | **логика** | **решение** |
> |---|---|---|---|---|
> | e.g. | $? \vdash ? : ?$ // ($\vdash \lambda x.\, x : \alpha \to \alpha$) | | | |
> | 1. | $\Gamma / ? \vdash ? : \alpha$ | "Задача обитаемости типа" | существует ли доказательство α в контексте Γ | перебор деревьев |
> | 2. | $\Gamma / ? \vdash M : ?$ | "Вывод типа / реконструкция типа" | Понять, что доказываем | унификация |
> | 3. | $\Gamma \vdash M : \alpha$ | "Проверка вывода" | дз номер 2 по мл | сводится ко второй |
>
> все 3 задачи решаются в $\lambda_{\to}$ (экспоненциальные алгоритмы)

В исчислении сложнее, чем лямбда-исчисление неразрешимы все 3 задачи. (ex: исчисление предикатов)

Алгоритм унификации, Задача реконструкции типа, Расширение языка

$\Gamma \vdash M : \ ?$
$? \vdash M : \ ?$
$? \vdash Y : \ ?$

Алгебраический терм - либо переменная: $A ::= X \mid (f\ A \ldots A)$

> **e.g.** `f (u a a) (u b x)`
> X - множество переменных
> F - множество функциональных символов $\{f_n\}$
> $f_n\ T_1 \ldots T_n$, где f_n - n-местный функциональный символ

Подстановка: S_o - подстановка переменных
$S_0 : X \to A$
S_0 тождественна почти везде (кроме конечного количества переменных)
S_0 задаётся $(< x_1, T_1 >, \ldots, < x_k, T_k >)$
$S : A \to A$

$S_o(P) = Q$
S_0 задаётся $(< a, f\ x\ x >)$
Тогда $S_0(a) = f\ x\ x$
$S_0(x) = x$
$S_o(b) = b$

$$S_0(a) = \begin{cases} T_i, a = x_i \\ a, \text{нет } i :\ a = x_i \end{cases}$$

$$S(T) = \begin{cases} f_n(S(T_1)) \ldots (S(T_n)), T = f_n\ T_1 .. T_n \\ S_0(x), T = x \end{cases}$$

def *задача унификации*: пусть задано уравнение в алгебраических термах: $T_A = T_B$. Найти такую S (<все такие S>), что $S(T_A) \equiv S(T_B)$.

> **e.g.** $f\ (g\ a\ b)\ t = f\ p\ (g\ a\ b)$
> $S_0(p) = S_0(t) = g\ a\ b$ - решение
> $S_o(a) = h\ u\ v\ w$ - тоже решение. И если соберём подстановки вместе - тоже решение

def S, T - подстановки, $S \circ T$, $S \circ T(A) = S(T(A))$

def будем говорить, что S - *наиболее общее решение*, если для любого U существует $T:\ U = T \circ S$

$S(p) = S(t) = g\ a\ b$ - более общее решение, так как $T(a) = h\ u\ v\ w$, $U = T \circ S$

def подстановка U - *частный случай подстановки* S, если существует $T:\ U = T \circ S$

def решение $\equiv$ *унификатор*

def система уравнений $\begin{cases} P_1 = Q_1 \\ \dots \\ P_n = Q_n \end{cases}$ *эквивалента* $\begin{cases} M_1 = N_1 \\ \dots \\ M_k = N_k \end{cases}$, если для любой подстановки при $i = \overline{1, n}$ $S(P_i) \equiv S(Q_i)$ выполнено $S(M_j) \equiv S(N_j)$ при $j = \overline{1, k}$ и наоборот

Теорема

Для любой решение системы $\begin{cases} P_1 = Q_1 \\ \dots \\ P_n = Q_n \end{cases}$ существует эквивалентное уравнение $M = N$

> Доказательство:
>
> Пусть z_n - свежий (не используемый выражением выше) n-местный функциональный символ
> Тогда $M := z_n \quad P_1 .. P_n$
> $N := z_n \quad Q_1 ... Q_n$
> (индукция дальше)
> $\square$

def система уравнений имеет *разрешенную форму*, если оно имеет следующий вид:

1. $\begin{cases} X_1 = T_1 \\ \dots \\ X_n = T_n \end{cases}$
2. Каждый X_i входит в систему ровно 1 раз

Теорема

Если система в разрешенном виде, то наиболее общее решение устроино так:
$(< x_1, T_1 >,\ < x_2, T_2 >, \dots, < x_n, T_n >)$

> Доказательство: индукция $\square$

def система *несовместна*, если в системе есть уравнение вида: $x_i = f \dots x_i \dots$, x_i входит в правую часть, но не равен ей
А также: $g_k\ T_1 \dots T_k = f_n\ Q_1 \dots Q_n$
$x_i = f \dots x_i \dots$
$g_k \neq f_n$

fact несоместная система не имеет решений (доказывается по индукции)

Алгоритм унификации

последовательность шагов - переписывание системы

1. $T = x$, где T - не переменная $\Rightarrow x = T$
2. $x = x \Rightarrow \emptyset$
3. $f_k\ P_1 .. P_k = g_l\ Q_1 \dots Q_l$
   - Если $l = k$ и $f_k = g_l \Rightarrow \begin{cases} P_1 = Q_1 \\ \dots \\ P_k = Q_k \end{cases}$ (*редукция терма*)
   - система несовместна
4. Пусть $x = T$ и x входит куда-то ещё
   $P = Q$
   (*ислючение переменной*)
   $\begin{cases} P_1 = Q_1 \\ \dots \\ P_s = Q_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1[x := T] = Q[x := T] \\ \dots \\ P_s[x := T] = Q_s[x := T] \end{cases}$

Теорема

1. Алгоритм завершается за конечное время
2. Каждый шаг приводит к эквивалентной системе

> Доказательство (hint):
> Второй пункт - рутинная проверка
>
> Первый пункт - индукция по тройке:
> (n_1, n_2, n_3):
> n_1 - количество "неразрешённых" переменных
>
> > *Разрешённая* переменная - входящая в одно уравнение слева от равенства
>
> n_2 - общее количество вхождений функциональных символов в систему
> n_3 - количество уравнений типов (1) и (2)
>
> Дальше индукция в лексикографическом порядке - упорядочить и have fun
>
> // Неформально можно доказать:
>
> 1. Каждый шаг уменьшает тройку
> 2. У тройки есть минимум (невозможно уменьшать бесконечно)
> 3. Алг м либо приводит к несовместной, либо к разершённой
>
> Аккуратное доказательство: 3 индукции
> Когда мы доходим до (0, p, 0) - система в разрешённо форме

Сведние задачи унификации к задаче типизации

Рассморим λ-терм M по терму построим E_M - систему уравнений в алгебраических термах, где переменные - это переменные, а $f_2 \equiv (\to)$ и τ_M - тип

	E_M	τ_M
$M \equiv x$	$\emptyset$	α_x - свежая типовая переменная
$M \equiv PQ$	$E_p \cup E_Q \cup \{\tau_p = \tau_q \to \alpha_M\}$	α_M - свежая типовая переменная
$M \equiv \lambda x. P$	E_p	$\tau_m = \alpha_x \to \tau_p$

Теорема

1. $\Gamma \vdash M : \sigma$, то существует решение S для E_M, чт $\sigma = S(\tau_M), S(\alpha_x) = \Gamma(x), (x : S(\alpha_x \in \Gamma))$
2. Пусть S - решение E_M, $\Gamma = \{x : S(\alpha_x)\}_x$. Тогда $\Gamma \vdash M : S(\tau_m)$