

Homework 1

Ngày 12 tháng 8 năm 2022

1. Consider the following bivariate distribution $p(x, y)$ of two discrete random variables X and Y

Y	y_1	0.01	0.02	0.03	0.1	0.1
	y_2	0.05	0.1	0.05	0.07	0.2
	y_3	0.1	0.05	0.03	0.05	0.04
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
		X				

Compute

- (a) The marginal distributions $p(x)$ and $p(y)$
 - (b) The conditional distributions $p(x|Y = y_1)$ and $p(x|Y = y_3)$
2. Consider two random variables x, y with joint distribution $p(x, y)$. Show that:

$$E_X[X] = E_Y[E_X[x|y]]$$

Here, $E_X[x|y]$ denotes the expected value of x under the conditional distribution $p(x, y)$

3. Một cuộc điều tra cho thấy, ở 1 thành phố 20.7% dân số dùng sản phẩm X, 50% dùng loại sản phẩm Y và trong những người dùng Y thì 36.5% dùng X. Phỏng vấn ngẫu nhiên một người dân trong Thành phố đó, tính xác suất để người ấy:

(a) Dùng cả X và Y.

(b) Dùng Y, và biết rằng người đó không dùng X.

4. Prove the relationship: $V_X = E_X[x^2] - (E_X[x])^2$, which relates the standard definition of the variance to the raw-score expression for the variance

5. Giả sử bạn đứng trước ba ô cửa mà đằng sau nó là một trong hai thứ: con dê hoặc một chiếc xe hơi giá trị. Bạn mong muốn mở trúng ô cửa có chiếc xe để được nhận nó (nếu mở trúng ô cửa có dê thì bạn phải rình nó về nhà).

Monty yêu cầu bạn chọn một trong các ô cửa. Dĩ nhiên bạn chọn một cách “hú họa” tại xác suất lúc này để nhận xe hơi ở mỗi ô cửa đều là $\frac{1}{3}$. Giả sử bạn chọn ô cửa số 1.

Monty sẽ giúp bạn LOẠI TRỪ 1 ĐÁP ÁN SAI bằng cách mở một ô cửa có dê trong hai ô cửa còn lại (dĩ nhiên ông ta đã biết mỗi ô cửa có gì). Sau đó bạn được lựa chọn LẦN HAI: Giữ nguyên ô cửa ban đầu hay đổi sang ô cửa còn lại chưa được lật mở?