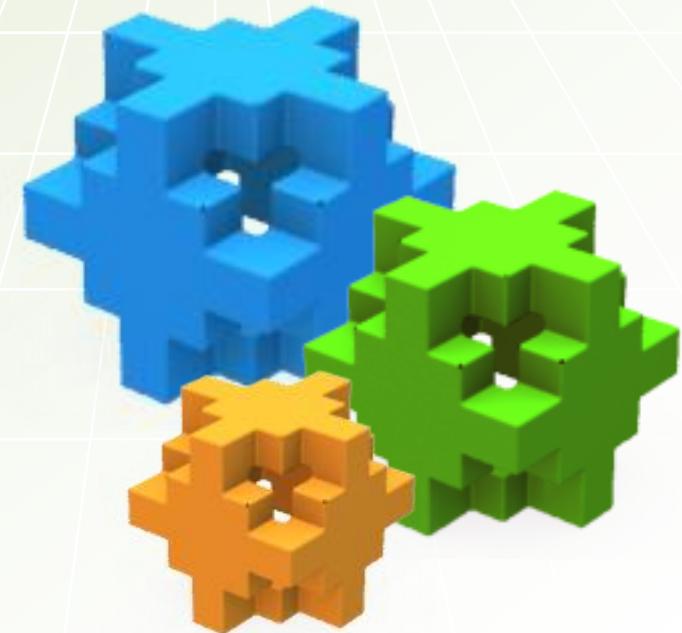
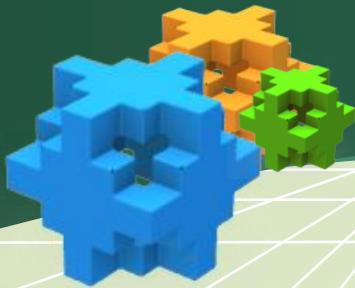


**LOGO**

# Đô thị

**Phạm Thị Vương**





# Nội dung

1

Định nghĩa đồ thị

2

Một số khái niệm trên đồ thị

3

Đường đi, chu trình, tính liên thông

4

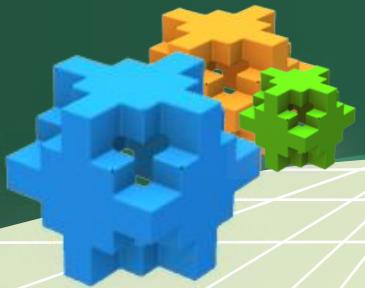
Duyệt đồ thị

5

Biểu diễn đồ thị trên máy tính

6

Bài tập



# Định nghĩa

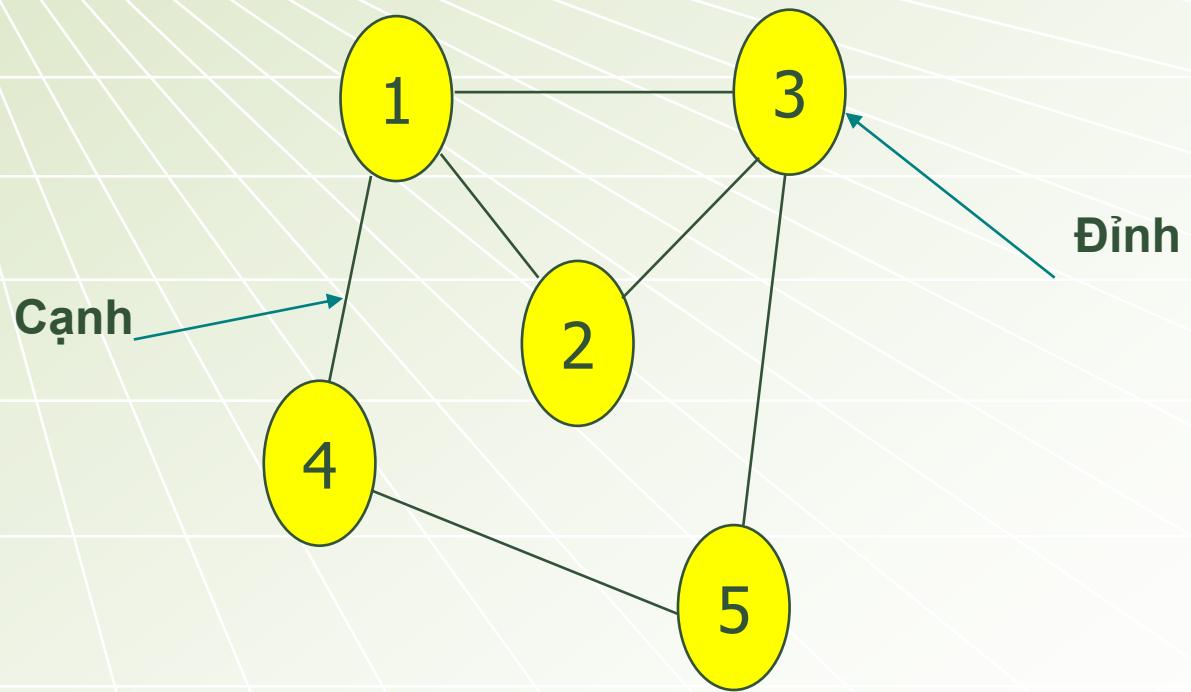
- ❖  $V, E$  là các tập hữu hạn và không rỗng  
các phần tử nào đó và  $E \subseteq V \times V$

**$G = (V, E)$**  gọi là **đồ thị hữu hạn**.

- ❖ Mỗi phần tử  $v \in V$  gọi là một đỉnh của đồ thị
- ❖ Mỗi phần tử  $e = (x, y) \in E$  gọi là một cạnh của đồ thị
- ❖  $V$  gọi là tập các đỉnh,  $E$  gọi là tập các cạnh
- ❖  $n = |V|, m = |E|$

# Ví dụ

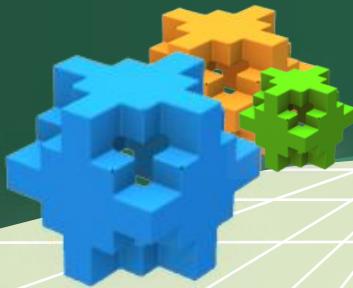
$G = (V, E)$



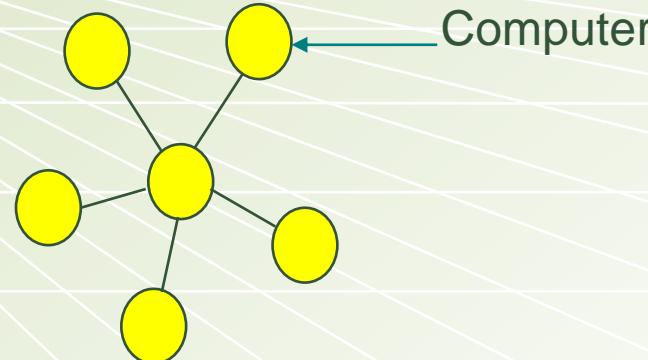
$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (3,5), (4,5)\}$$

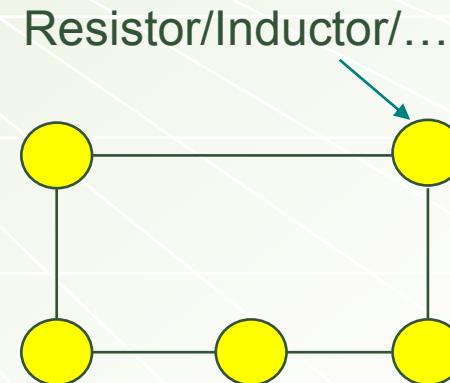
# Ứng dụng



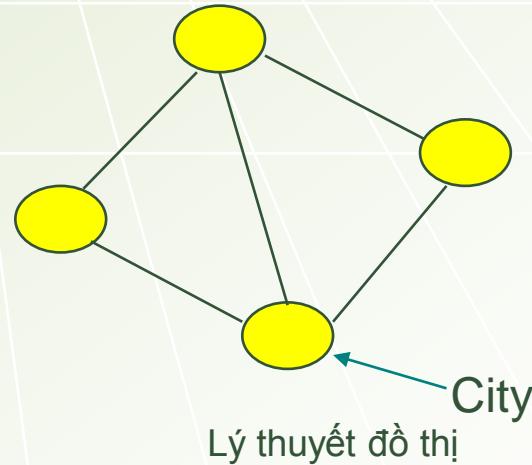
❖ Mạng máy tính

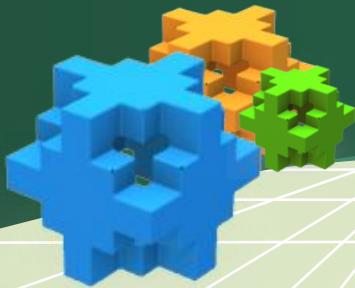


❖ Mạch điện tử



❖ Bản đồ





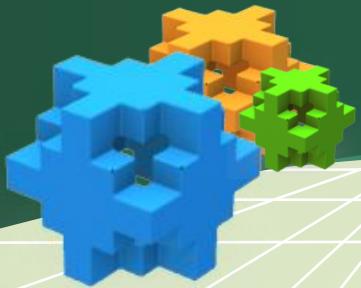
# Đồ thị có hướng

- ❖  $G = (V, E)$  là đồ thị có hướng nếu với mọi cạnh  $e = (x, y) \in E$  có phân biệt thứ tự các đỉnh  $x$  và  $y$ , có hướng  $x$  đến  $y$ , hay  $(x, y) \neq (y, x)$



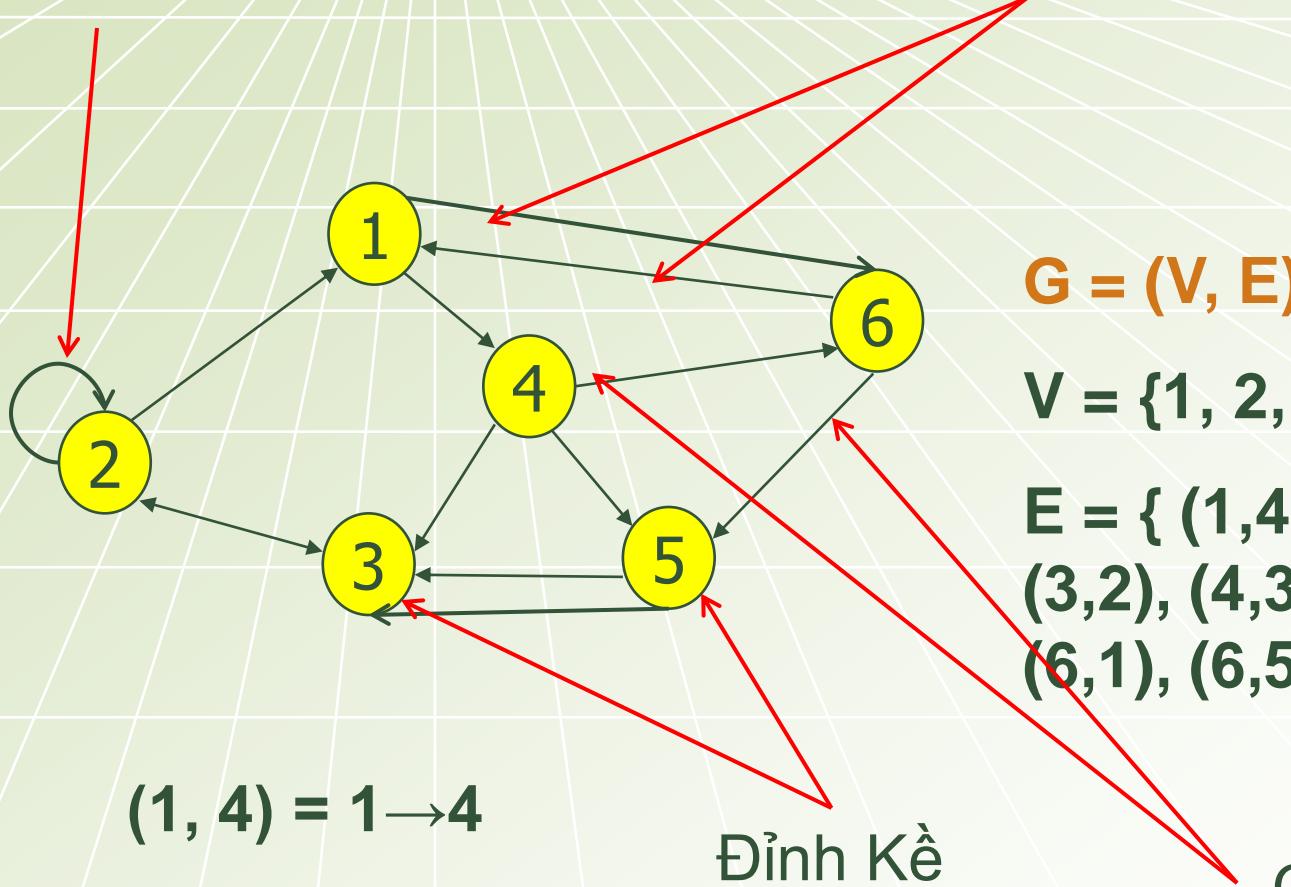
- ❖ Đối với một cung  $e = (x, y)$ :
  - $x$  là đỉnh đi (đầu, gốc)
  - $y$  là đỉnh đến (ngọn, cuối)
  - Cung  $e$  đi từ  $x$  và đến  $y$

# Đồ thị có hướng



Khuyên

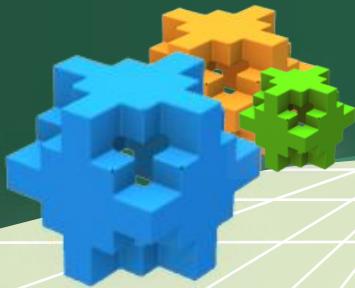
Song song



$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

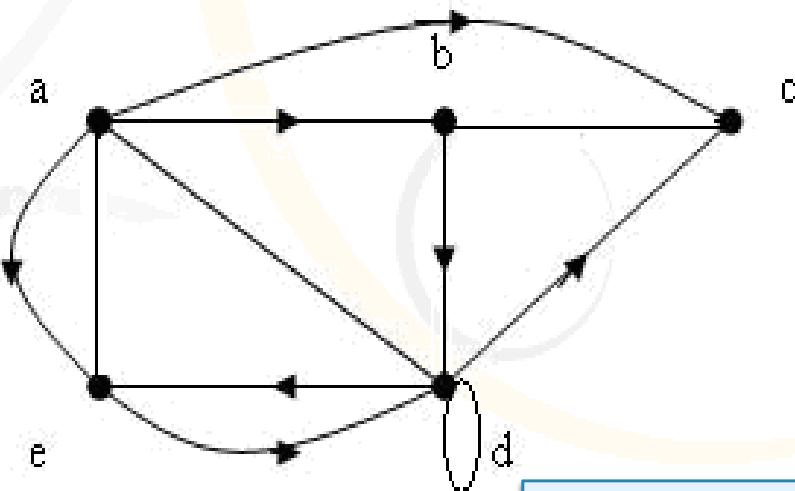
$$E = \{ (1,4), (1,6), (2,1), (2,3), (3,2), (4,3), (4,5), (4,6), (5,3), (6,1), (6,5), (5,3) \}$$



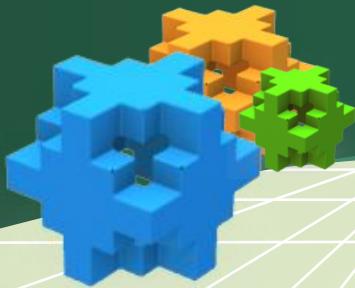
# Đồ thị có hướng

- ❖ Cho  $G = (V, E)$  là một đồ thị có hướng và  $e = (v_i, v_j) \in E$  :
  - $v_j$  được gọi là **đỉnh sau** của  $v_i$
  - $v_i$  là một **đỉnh trước** của  $v_j$
- ❖ Tập các đỉnh sau và đỉnh trước của  $v_i$  lần lượt được kí hiệu là  $\Gamma(v_i)$  và  $\Gamma^{-1}(v_i)$ 
$$\Gamma(x) = \{y \in V \mid (x, y) \in E\}$$
- ❖  $G = (V, E) = (V, \Gamma)$

# Đồ thị có hướng

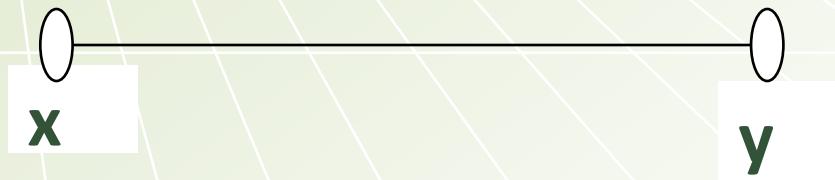


$v_i$	$\Gamma(v_i)$	$\Gamma^{-1}(v_i)$	)
a			
b			
c			}
d			,d,e}
e			



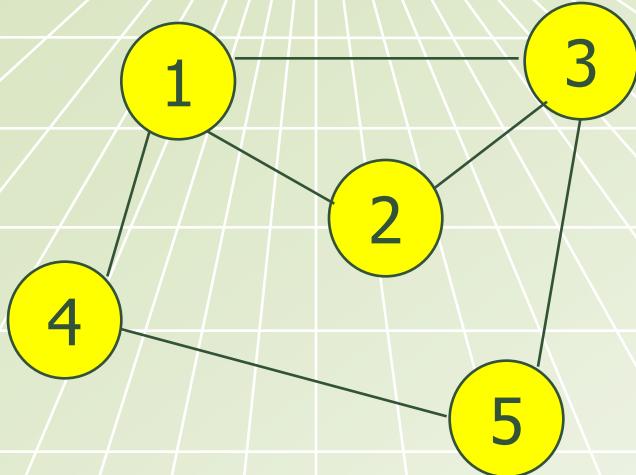
# Đồ thị vô hướng

- ❖  $G = (V, E)$  là đồ thị vô hướng nếu với mọi cạnh  $e = (x, y) \in E$  không phân biệt thứ tự các đỉnh  $x$  và  $y$ , tức là từ  $x$  đến  $y$  không kể hướng, hay  $(x, y) = (y, x)$





# Đồ thị vô hướng

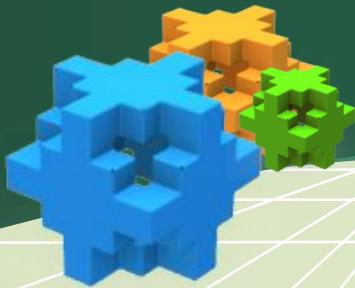


$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

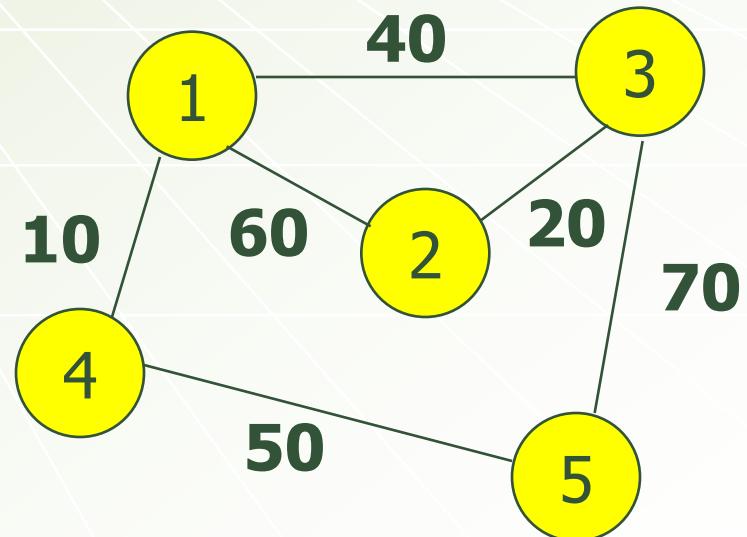
$$E = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (3,5), (4,5)\}$$

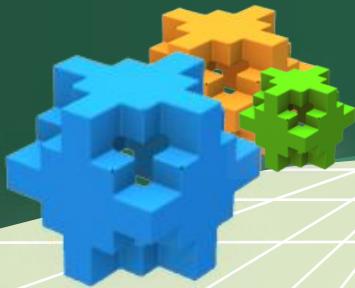
- ❖ cạnh song song, khuyên?
- ❖  $\Gamma(x) = \{y \in V \mid (x,y) \in E\}$



# Đồ thị có trọng số

- ❖ Một đồ thị  $G = (V, E)$  gọi là có trọng lượng hay trọng số nếu mỗi cạnh(hoặc cung) được gán 1 số,
- ❖ nghĩa là có một ánh xạ  $\omega: E \rightarrow \mathbb{R}$ .
- ❖ Khi đó  $\omega(e)$  gọi là trọng lượng của e.



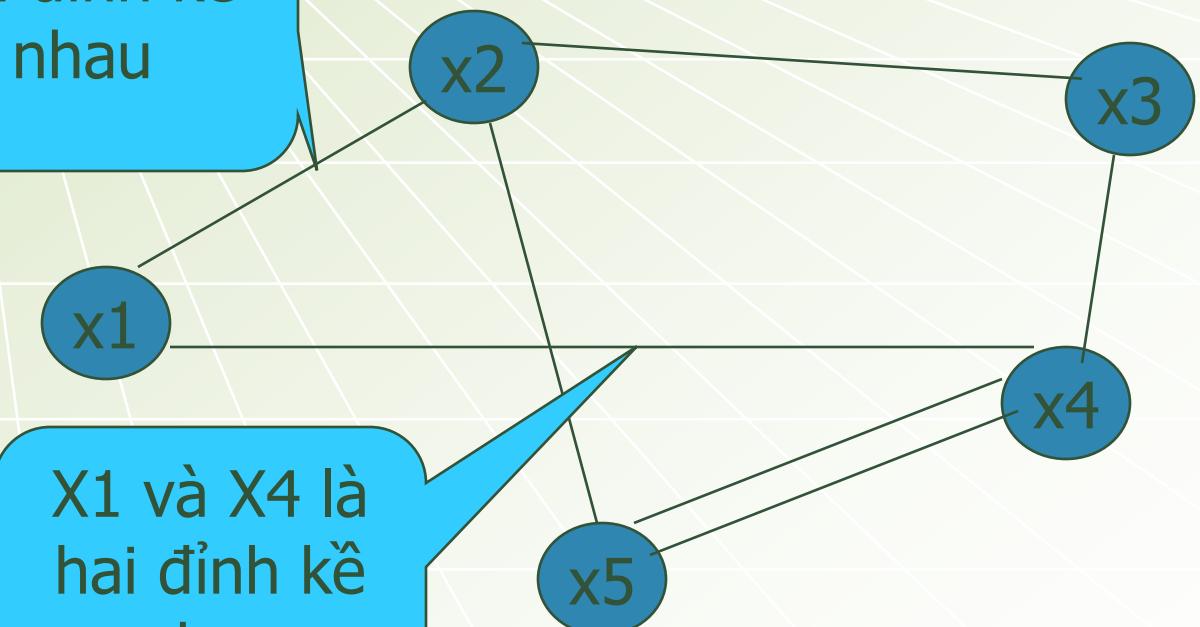


# Kề nhau

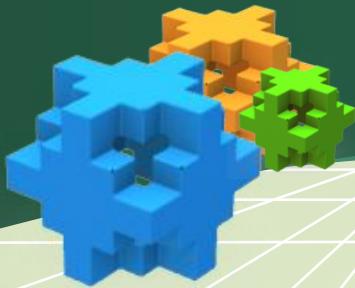
- ❖ Cho  $G = (V,E)$  và  $e = (x,y) \in E$  là một cạnh nối đỉnh  $x$  và  $y$ . Khi đó ta nói
  - $e$  là cạnh chứa đỉnh  $x,y$  hoặc  $x,y$  là các đỉnh thuộc cạnh  $e$ .
  - $x,y$  được gọi là hai đỉnh kề nhau
- ❖ Hai cạnh kề nhau nếu giữa chúng có đỉnh chung
  - Ví dụ với  $u=(x,y)$  và  $v=(y,z)$  thì  $u,v$  là hai cạnh kề nhau

# Kề nhau

X<sub>1</sub> và X<sub>2</sub> là  
hai đỉnh kề  
nhau



X<sub>1</sub> và X<sub>4</sub> là  
hai đỉnh kề  
nhau



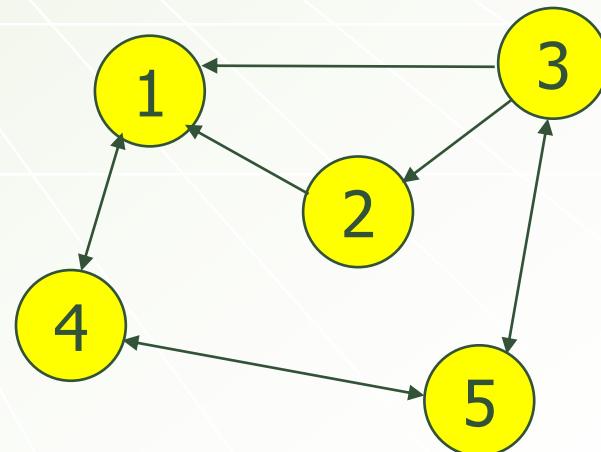
# Bậc của đỉnh

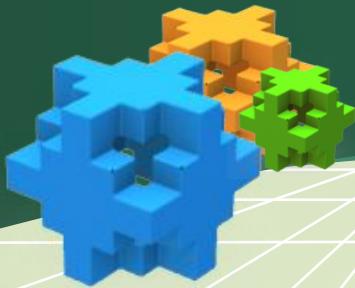
❖  $G=(V,E)$  có hướng và  $v_i \in V$

- nửa bậc trong(nửa bậc vào) = số các cung kết thúc tại (hay đi vào)  $v_i$  :  $d^-(v_i) = |\Gamma^{-1}(v_i)|$
- nửa bậc ngoài (nửa bậc ra) = số các cung khởi đầu từ(hay đi ra từ)  $v_i$  :  $d^+(v_i) = |\Gamma(v_i)|$
- bậc của  $v_i$  :  $d(v_i) = d^-(v_i) + d^+(v_i)$

Nửa Bậc vào của 1 là 3

Nửa Bậc ra của 1 là 1

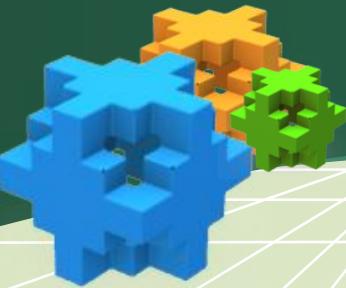




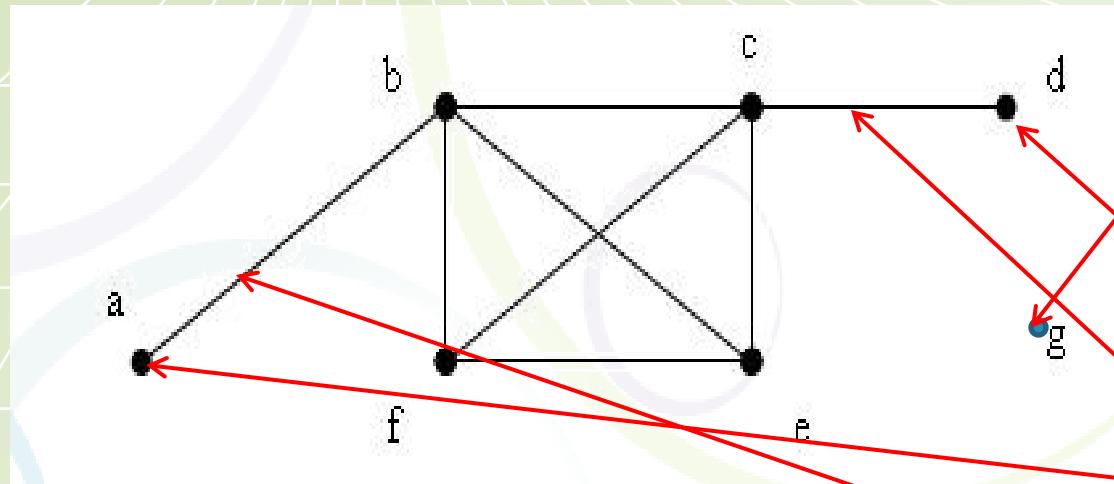
# Bậc của đỉnh

- ❖  $G = (V, E)$  vô hướng và  $v_i \in V$ 
  - bậc của  $v_i$  :  $d(v_i) =$  số cạnh kề với  $v_i$ , trong đó **một khuyên được đếm là 2**
- ❖ Đỉnh có bậc = 0 được gọi là đỉnh cô lập
- ❖ Đỉnh có bậc = 1 được gọi là đỉnh treo và cung (cạnh) tới của nó được gọi là cạnh treo

# Bậc của đỉnh



Đỉnh cô lập

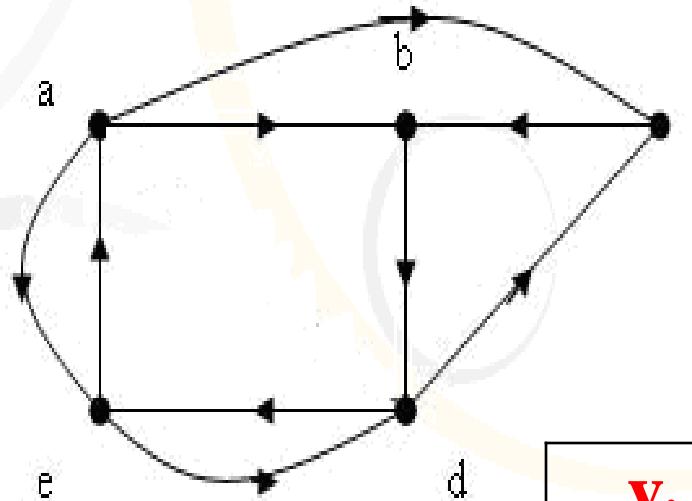


Đỉnh treo

Cạnh treo

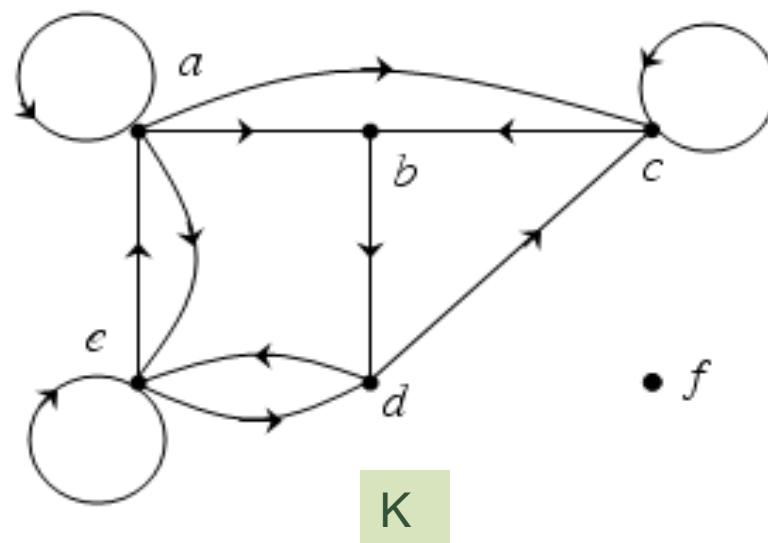
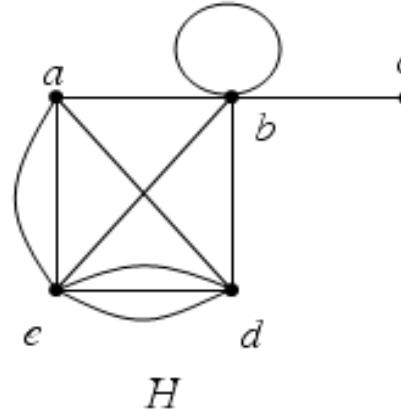
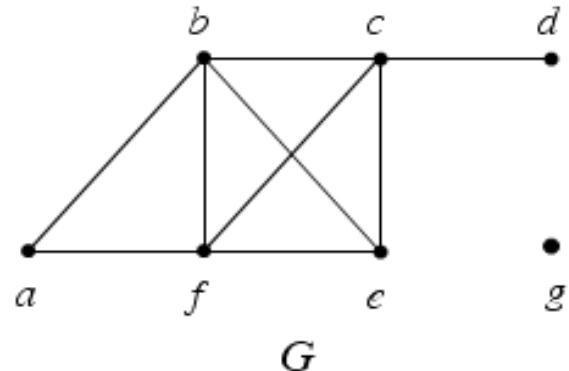
$$\begin{aligned}d(a) &= 1, \quad d(b) = 4, \quad d(c) = 4, \\d(d) &= 1, \quad d(e) = 3, \quad d(f) = 3, \\d(g) &= 0\end{aligned}$$

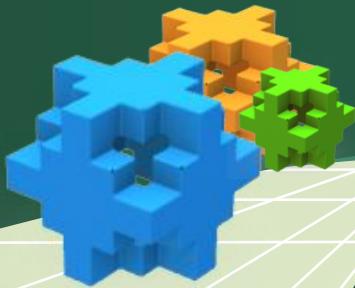
# Bậc của đỉnh



$v_i$	$d^-(v_i)$	$d^+(v_i)$	$d(v_i)$
a	1	3	4
b	2	1	3
c	2	1	3
d	2	2	4
e	2	2	4

# Bậc của đỉnh





# Bậc của đỉnh

- ❖ Sự liên hệ giữa đỉnh và cạnh
  - Nếu G có hướng thì

$$m = \sum_{v_i \in V} d^-(v_i) = \sum_{v_i \in V} d^+(v_i)$$

- $2m = \sum_{v_i \in V} d(v_i)$
- Số đỉnh bậc lẻ là số chẵn



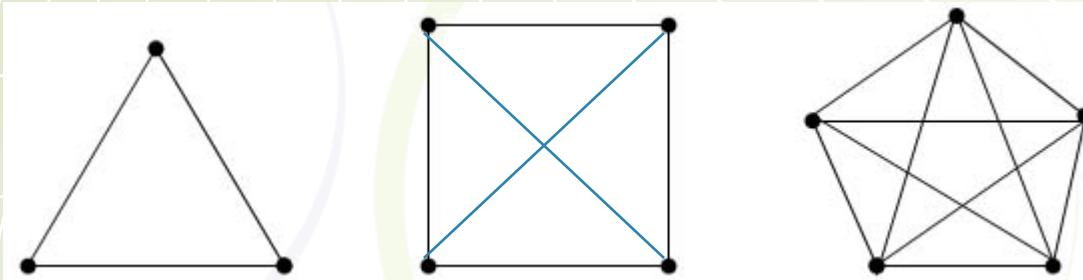
# Đơn đồ thị, đa đồ thị

- ❖ Đồ thị  $G = (V, E)$  gọi là **đồ thị đơn** nếu giữa hai đỉnh bất kỳ được nối với nhau bởi không quá một cạnh và không có khuyên
- ❖ Đồ thị  $G = (V, E)$  gọi là **đa đồ thị** nếu nó có ít nhất một cặp đỉnh được nối với nhau bởi hai cạnh trở lên và không có khuyên

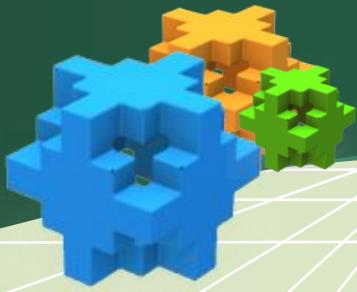


# Đồ thị đú (vô hướng) $K_n$

- ❖ Là đơn đồ thị cấp n và giữa 2 đỉnh bất kỳ đều có một cạnh(mỗi đỉnh của đồ thị được nối đến tất cả các đỉnh khác trong đồ thị)



- ❖ Một đồ thị đú có n đỉnh sẽ có  $\frac{n(n-1)}{2}$  cạnh
- ❖ Một đồ thị có hướng G gọi là đú nếu đồ thị vô hướng tương ứng của nó là đầy đú



❖ Cho  $G = (V, E)$  là đồ thị **có hướng**. Ta bảo

- Đồ thị đối xứng :  $(x, y) \in E \Rightarrow (y, x) \in E$   
Đồ thị phản xứng :  $(x, y) \in E \Rightarrow (y, x) \notin E$ .
- $G$  là đối xứng đủ nếu  $G$  đơn và giữa 2 đỉnh có 2 cung ngược chiều nhau

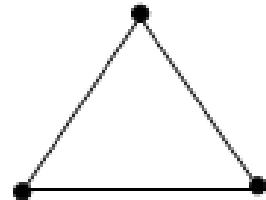
$G$  là phản xứng đủ hay 1 vòng thi đấu nếu  $G$  đơn và giữa 2 đỉnh có đúng 1 cung. Kí hiệu  $T_n$

- $G$  là giả đối xứng hay cân bằng nếu  $d^-(v_i) = d^+(v_i)$ ,  
 $\forall v_i \in V$
- $G$  là k-đều nếu  $G$  đơn và  $d^-(v_i) = d^+(v_i) = k$ ,  $\forall v_i \in V$

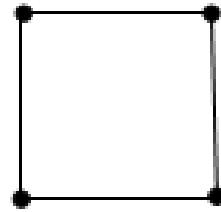


❖ Cho  $G=(V,E)$  là đồ thị vô hướng. Ta bảo

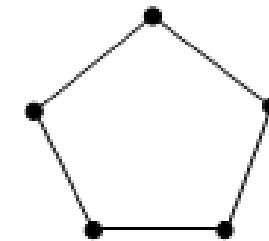
- $G$  là  $k$ -đều nếu  $G$  đơn và  $d(v_i) = k, \forall v_i \in V$
- *Chu trình (vòng)  $C_n$* , với  $n \geq 3$ , là một đồ thị có  $n$  đỉnh  $v_1, v_2, \dots, v_n$  và các cạnh  $\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \dots, \{v_{n-1}, v_n\}$  và  $\{v_n, v_1\}$



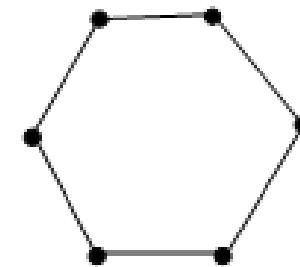
$C_3$



$C_4$



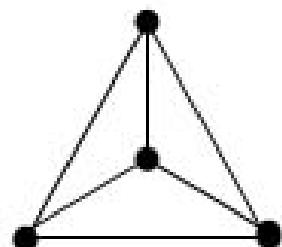
$C_5$



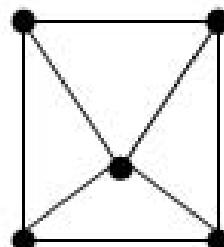
$C_6$



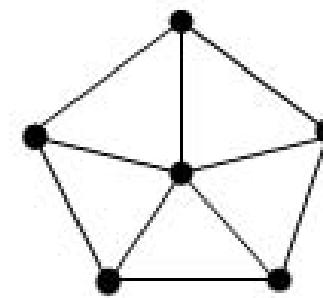
- G gọi là một bánh xe nếu G có :
  - $n-1$  đỉnh và  $n-1$  cạnh tạo thành một đa giác đều
  - $n-1$  đỉnh của nó đều nối 1 đỉnh thứ n ở tâm đa giác.
- Kí hiệu  $W_n$



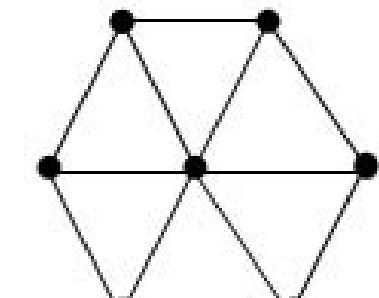
$W_4$



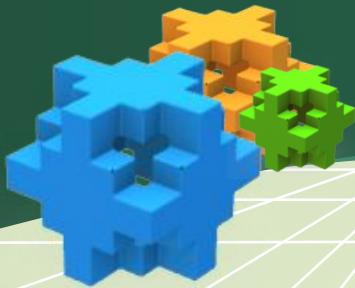
$W_5$



$W_6$

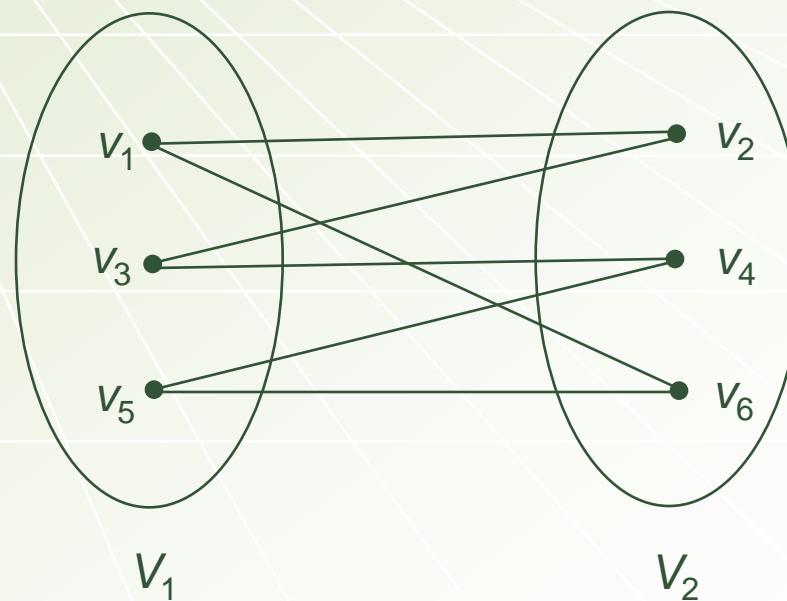


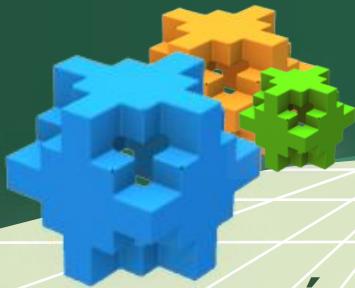
$W_7$



# Đồ thị lưỡng phân

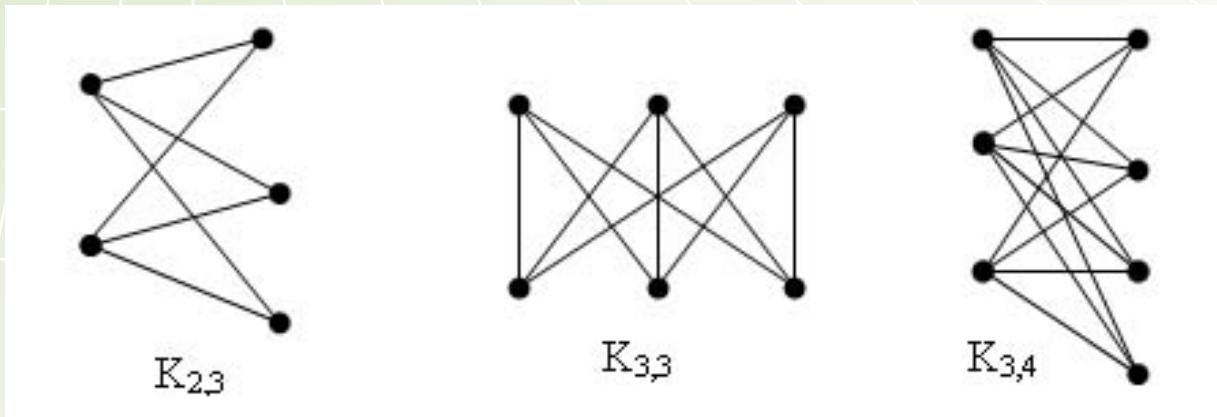
- G gọi là lưỡng phân nếu V có thể phân hoạch thành  $V_1, V_2$  sao cho mọi cạnh của G đều nối 1 đỉnh trong  $V_1$  với một đỉnh trong  $V_2$



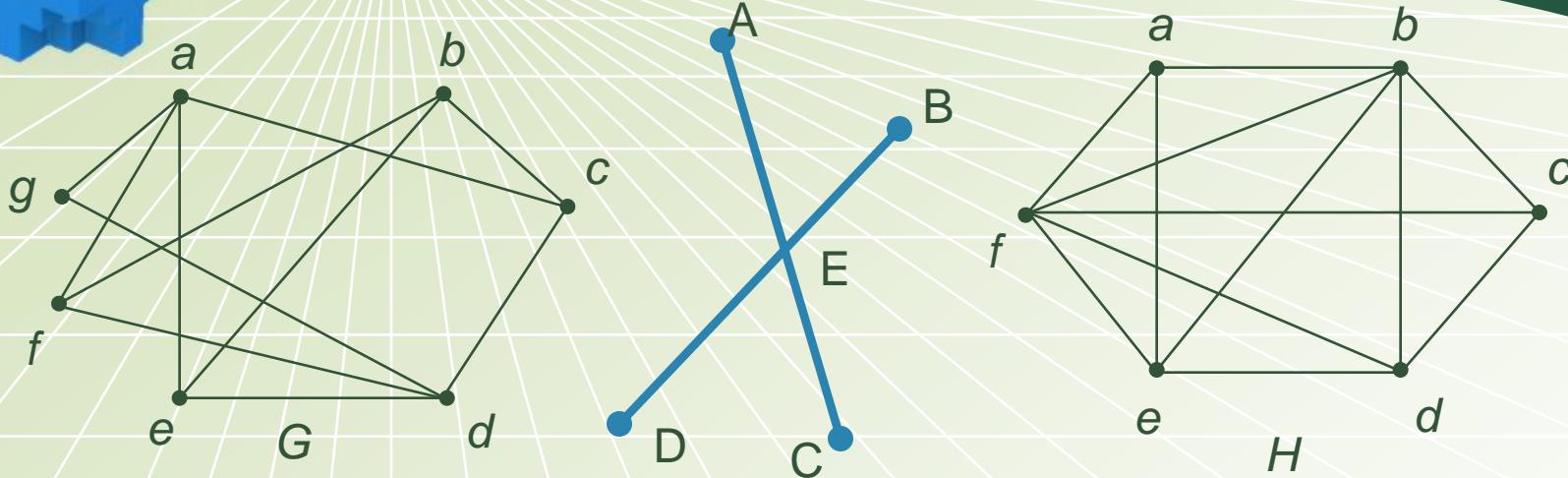
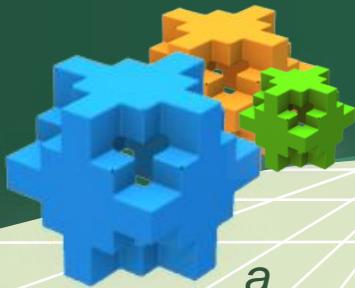


# Đồ thị lưỡng phân

- Nếu  $G$  đơn và mọi đỉnh trong  $V_1$  đều nối với tất cả các đỉnh trong  $V_2$  thì  $G$  gọi là đồ thị lưỡng phân đủ, ký hiệu  $K_{n,m}$  với  $n=|V_1|$  và  $m=|V_2|$ .
- Đặc biệt  $K_{1,m}$  gọi là đồ thị ngôi sao



# Đồ thị lưỡng phân



Đồ thị G là phân đôi, với  $\{a, b, d\}$  và  $\{c, e, f, g\}$ .

Đồ thị H là không phân đôi, vì

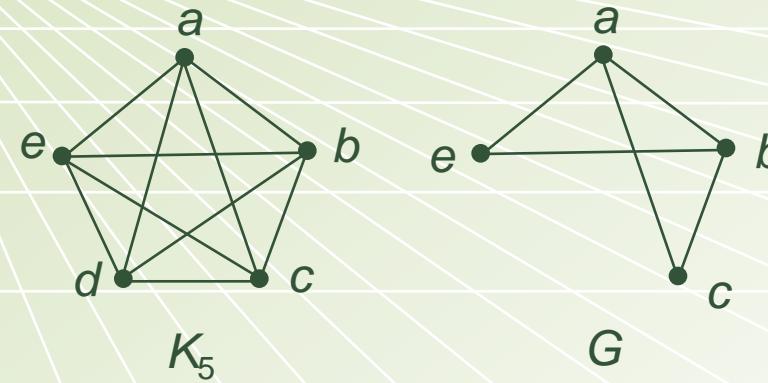
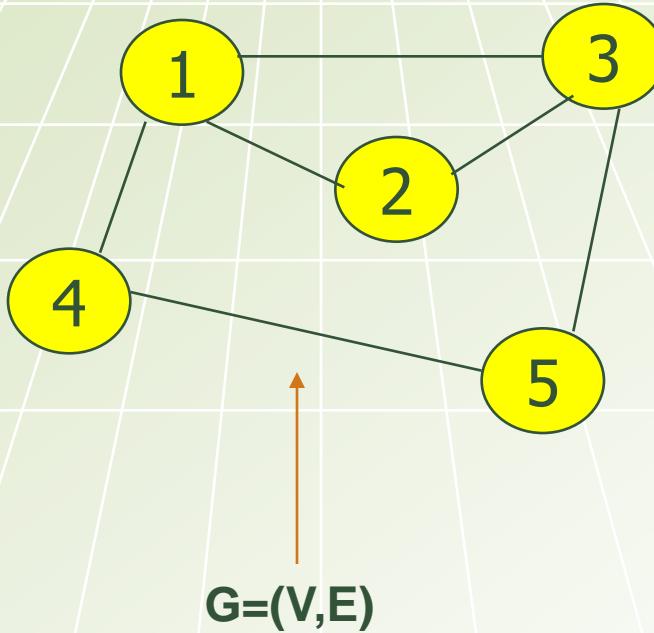
- f nối với tất cả các đỉnh khác; do đó  $V_1 = \{f\}$
- a và b lại nối với nhau.



# Đồ thị con

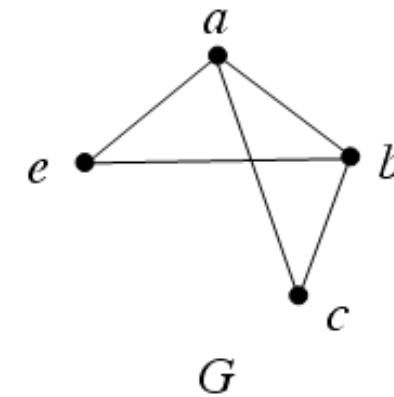
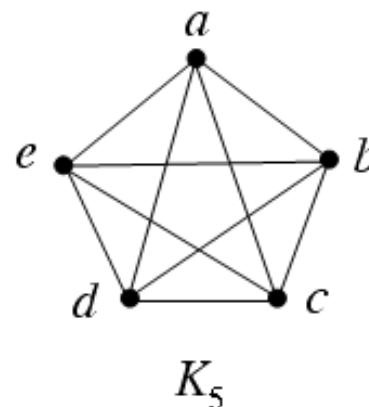
- ❖ Nếu trong đồ thị ta bỏ đi một số đỉnh nào đó và các cạnh chứa đỉnh đó thì phần còn lại của đồ thị được gọi là **đồ thị con** của đồ thị đã cho.
- ❖ Nếu trong đồ thị ta bỏ đi một số cạnh giữ nguyên các đỉnh thì phần còn lại của đồ thị được gọi là **đồ thị bộ phận** của đồ thị đã cho.

# Ví dụ



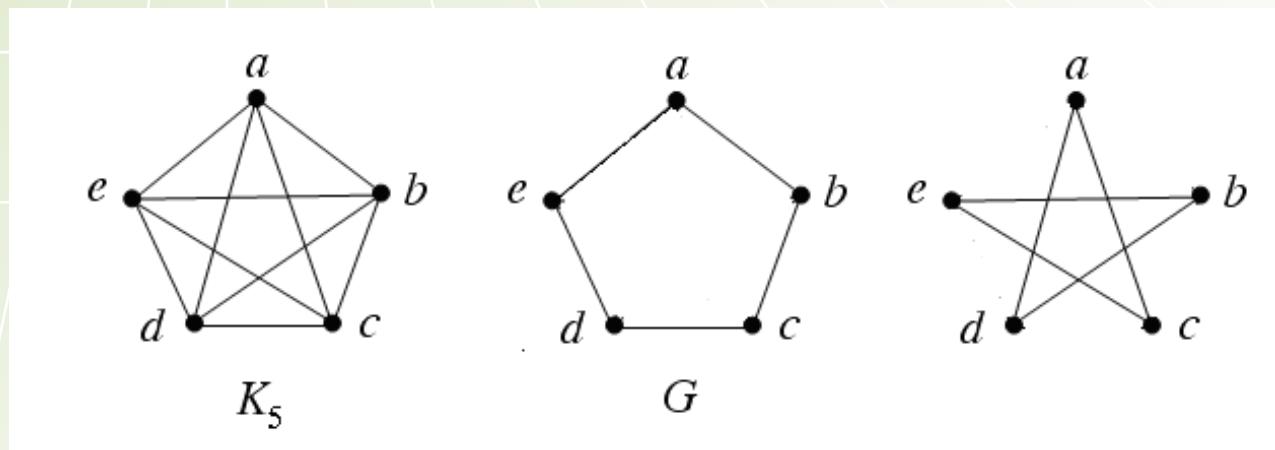
# Đồ thị con

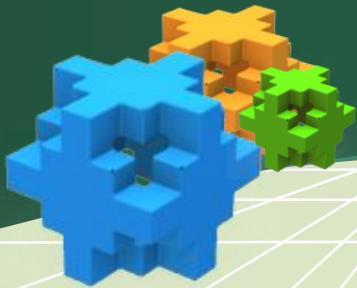
- ❖ Cho  $G = (V, E)$  và  $G' = (V', E')$  là 2 đồ thị cùng có hướng hoặc cùng không có hướng
  - $G'$  được gọi là đồ thị con của  $G$ , kí hiệu  $G' \leq G$  nếu  $V' \subseteq V$ ,  $E' \subseteq E$  và  $(v_i, v_j) \in E' \rightarrow v_i, v_j \in V'$
  - Nếu  $G' \leq G$  với  $V'=V$  thì  $G'$  gọi là *đồ thị bộ phận* hay *đồ thị khung* của  $G$ .
  - Nếu  $V'=V$  và  $E'=E - \{e\}$ ,  $e \in E$  thì  $G'$  được viết là  $G - e$



# Đồ thị bù

- ❖ Cho  $K_n = (V, E)$  và  $G = (V, E_1)$  là đồ thị khung của  $K_n$
- ❖ Đặt  $\bar{G} = (V, E_2)$  với  $E_2 = E - E_1$  thì  $\bar{G}$  gọi là *đồ thị bù* của  $G$
- ❖  $K_n = (V, E_1 \cup E_2)$  và  $E_1 \cap E_2 = \emptyset$





# Đẳng cấu (đẳng hình) đồ thị

- ❖ Hai đồ thị  $G = (V, E)$  và  $G' = (V', E')$  gọi là đẳng cấu với nhau nếu :
  - có một phép tương ứng 1 – 1(song ánh) giữa 2 tập  $V, V'$
  - và có một phép tương ứng 1 – 1 giữa 2 tập hợp  $E, E'$
- Sao cho:  
nếu cạnh  $e = (v, w) \in E$  tương ứng với cạnh  $e' = (v', w') \in E'$  thì cặp đỉnh  $v, w \in V$  cũng là tương ứng của cặp đỉnh  $v', w' \in V'$
- ❖  $G, G'$  đẳng cấu nếu tồn tại một song ánh  $\varphi: V \rightarrow V'$  sao cho:  $(i, j) \in E \quad (\varphi(i), \varphi(j)) \in E'$ .

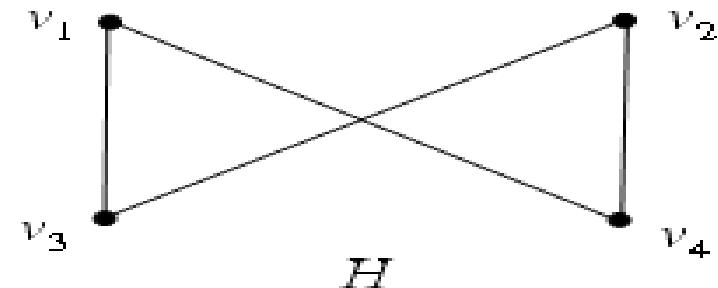
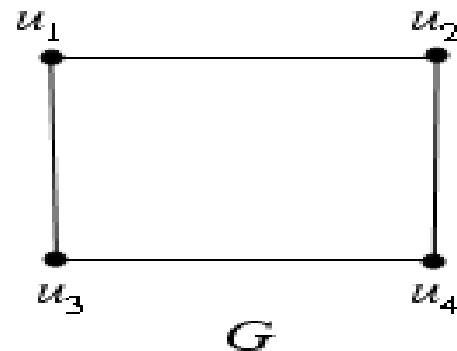


# Đẳng cấu (đẳng hình) đồ thị

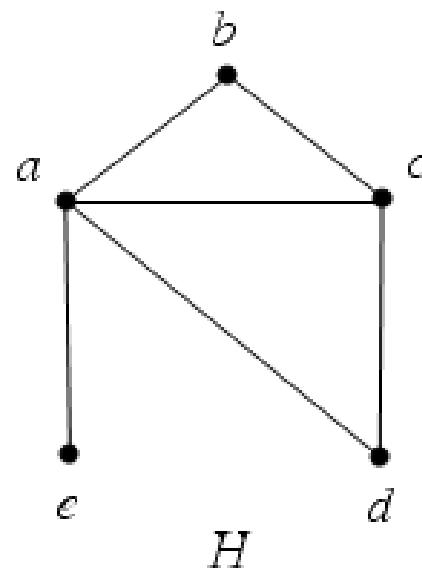
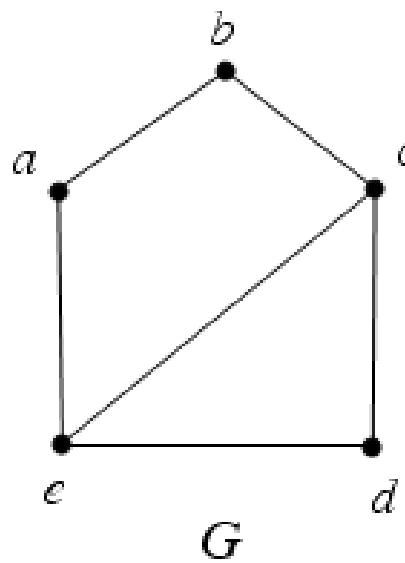
❖ Nếu  $G, G'$  là đẳng cấu qua ánh xạ  $\varphi$  thì hai đồ thị:

- Có cùng số đỉnh, tức là  $|V| = |V'|$
- Có cùng số cạnh:  $|E| = |E'|$
- Có cùng số đỉnh với bậc cho sẵn
- Số đỉnh kề với đỉnh  $i \in V$  và  $\varphi(i) \in V'$  là như nhau.

# Ví dụ



Với ánh xạ  $f$  thỏa  $f(u_1) = v_1, f(u_2) = v_4, f(u_3) = v_3, f(u_4) = v_2$  thì  $G, H$  là đẳng cấu

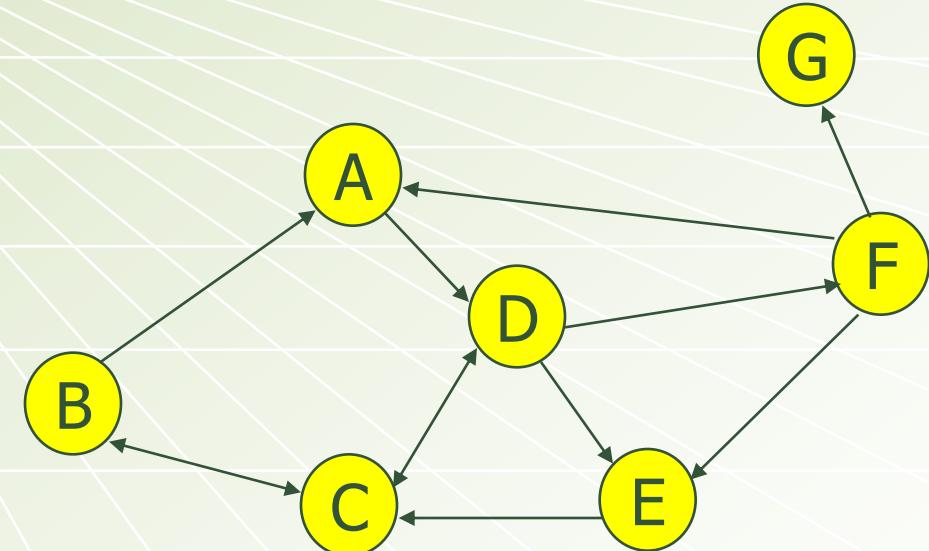
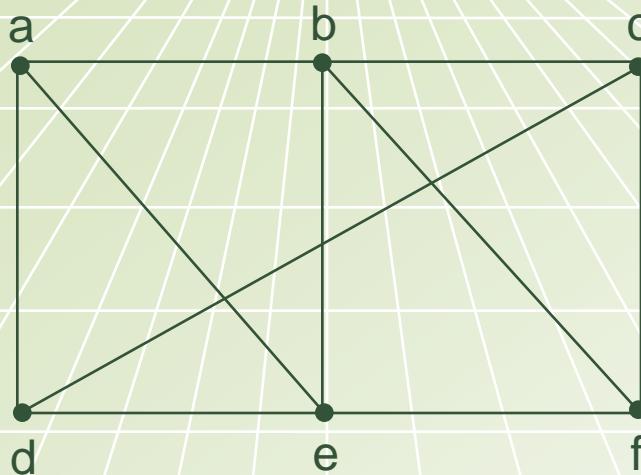




# Dây chuyền, đường đi, chu trình, mạch

- ❖ Dây chuyền trong một đồ thị không có định hướng: một **dãy liên tiếp các cạnh**, sao cho mỗi một cạnh có một đỉnh chung với cạnh tiếp theo.
- ❖ Chu trình: dây chuyền có đỉnh khởi đầu và đỉnh kết thúc trùng nhau
- ❖ Dây chuyền sơ cấp: không có **đỉnh** nào xuất hiện **quá một lần**
- ❖ Dây chuyền đơn: không có **cạnh** nào xuất hiện quá **1 lần**
- ❖ chu trình đơn và chu trình sơ cấp?
- ❖ Đường và mạch là khái niệm dây chuyền và chu trình trong trường hợp đồ thị có định hướng

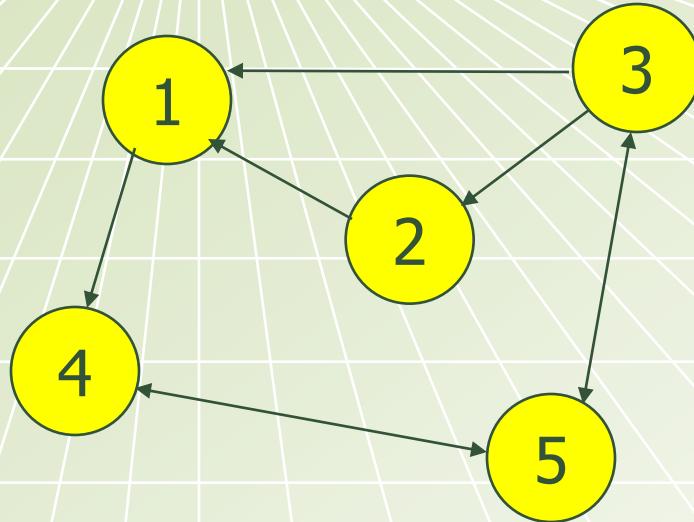
# Ví dụ



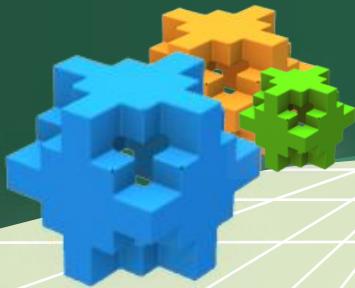
Từ B đến D

- $(B,A),(A,D) = B, A, D$
- B, C, D

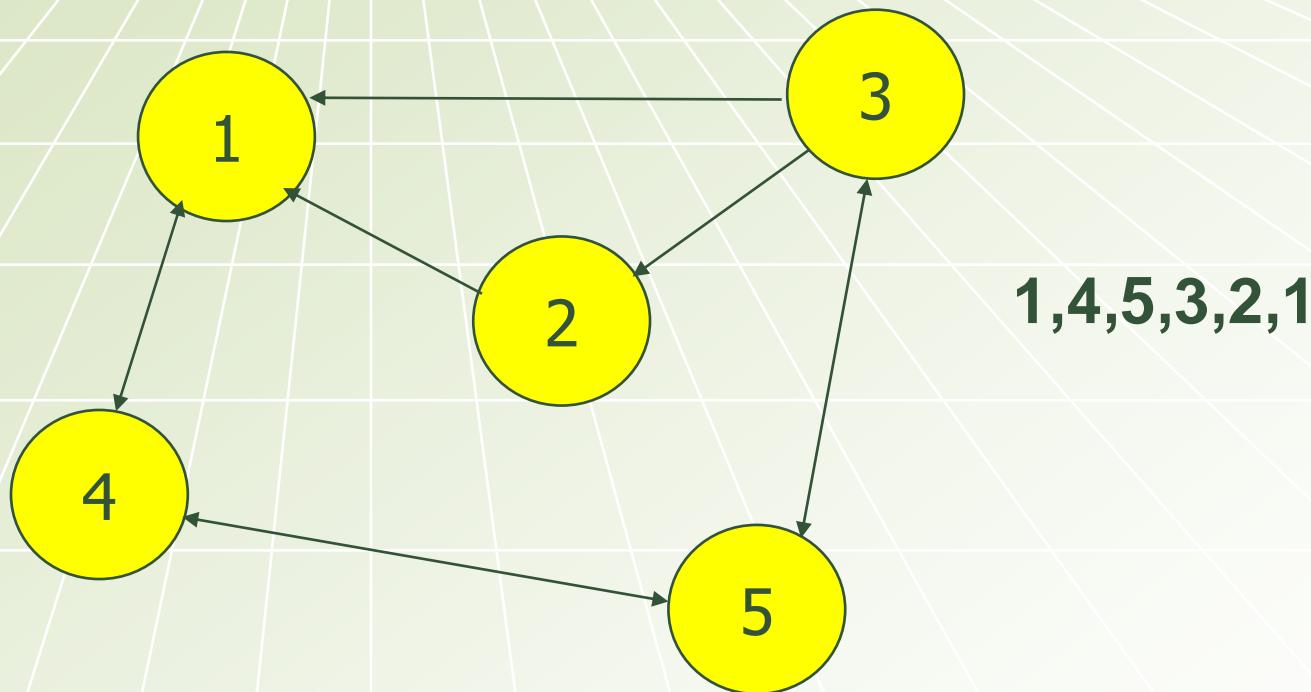
# Ví dụ

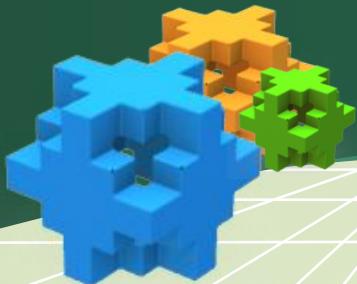


3,2,1,4,5,3



# Chu trình Hamilton





# Đồ thị vô hướng liên thông

- ❖ Đồ thị vô hướng  $G = (V, E)$  được gọi là **liên thông** nếu luôn tìm được đường đi giữa hai đỉnh bất kỳ của nó.
- ❖ Trên  $V$  ta định nghĩa quan hệ tương đương  $\sim$  như sau:

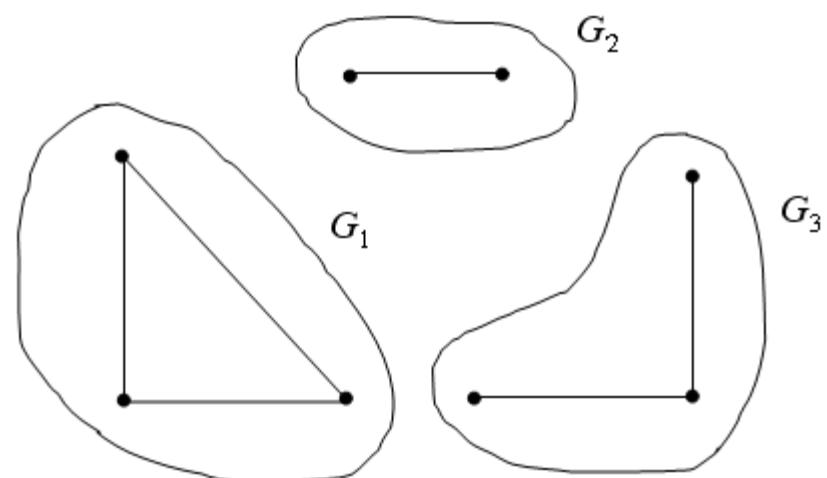
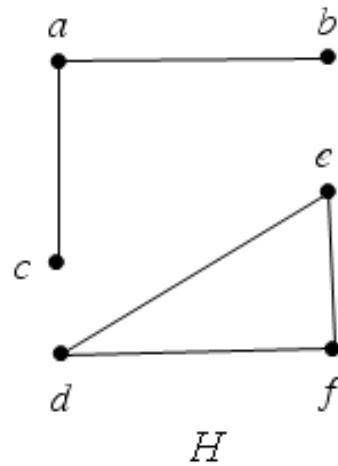
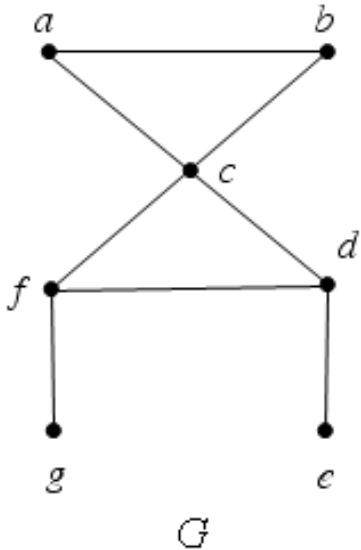
$x \sim y \Leftrightarrow x = y$  hay có một dây chuyền nối  $x$  và  $y$

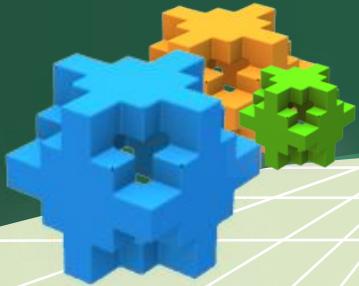
Nếu  $x \sim y$  thì ta nói  $x$  **liên thông** với  $y$

Quan hệ  $\sim$  sẽ phân  $G$  thành các lớp tương đương gọi là **các thành phần liên thông**.

Nếu  $G$  chỉ có 1 thành phần liên thông thì  $G$  **liên thông**

# Ví dụ

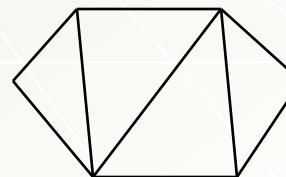
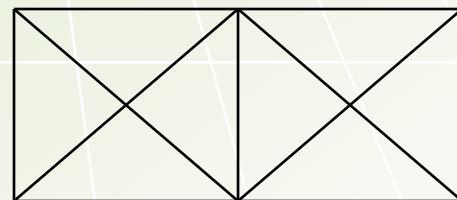
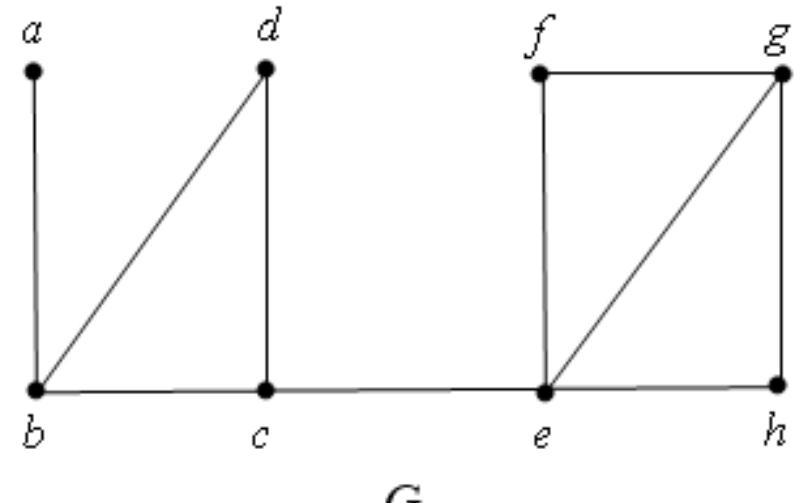
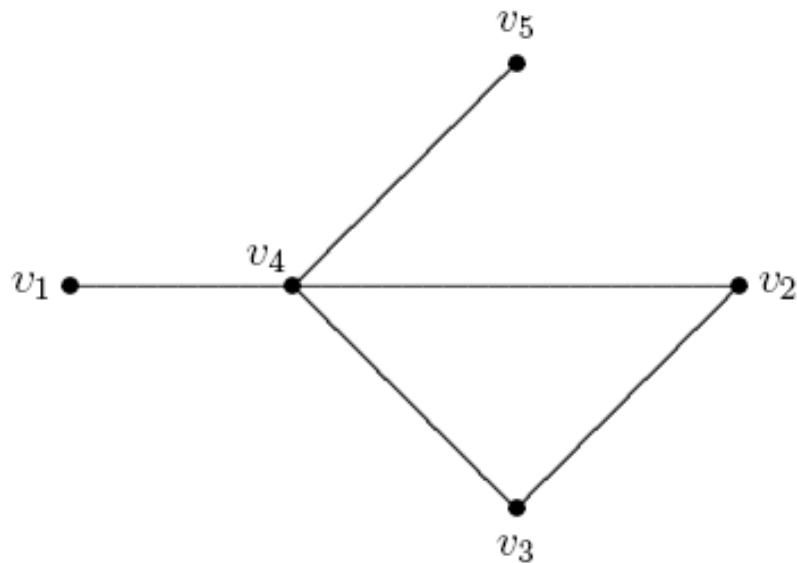


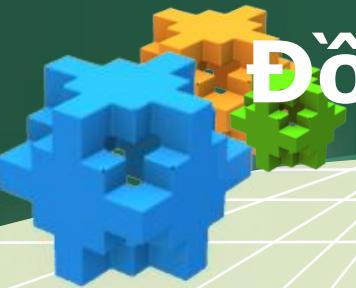


# Đồ thị vô hướng liên thông

- ❖ Cho đồ thị vô hướng  $G = (V, E)$  liên thông
  - Đỉnh  $i$  gọi là điểm khớp của  $G$  nếu  $G-i$  không liên thông
  - Cạnh  $e \in E$  gọi là cầu nếu  $G-e$  không liên thông
  - Số **liên thông cạnh** của  $G$ , kí hiệu là  $e(G)$  là số cạnh ít nhất xoá đi  $G$  không còn liên thông(1 đỉnh xem như không liên thông)
  - Số **liên thông đỉnh** của  $G$ , kí hiệu là  $v(G)$  là số đỉnh ít nhất xoá đi  $G$  không còn liên thông

# Ví dụ





# Đồ thị hữu hướng liên thông mạnh

- ❖ Đồ thị có hướng  $G = (V, E)$  được gọi là **liên thông mạnh** nếu luôn tìm được đường đi giữa hai đỉnh bất kỳ của nó
- ❖ Trên  $V$  ta định nghĩa quan hệ tương đương  $\sim$  như sau

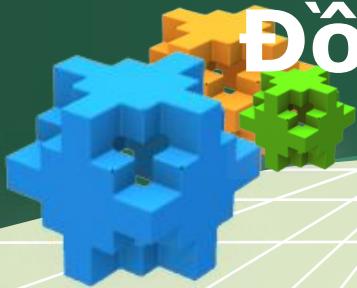
$x \sim y \Leftrightarrow x = y$  hay có một đường đi từ  $x$  đến  $y$  và có một đường đi từ  $y$  đến  $x$

Nếu  $x \sim y$  thì ta nói  $x$  liên thông mạnh với  $y$

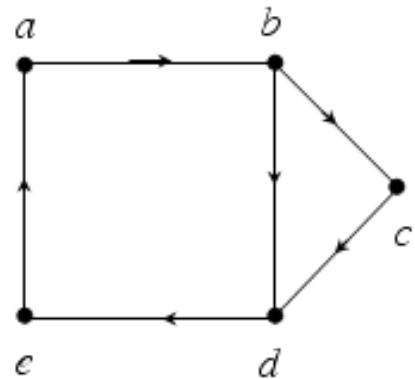
Quan hệ  $\sim$  sẽ phân  $G$  thành các lớp tương đương gọi là các thành phần liên thông mạnh.

Nếu  $G$  chỉ có 1 thành phần liên thông mạnh thì  $G$  liên thông mạnh.

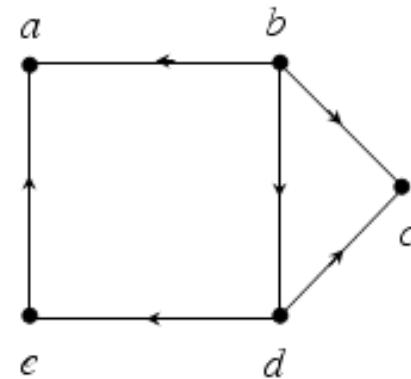
# Đồ thị hữu hướng liên thông mạnh



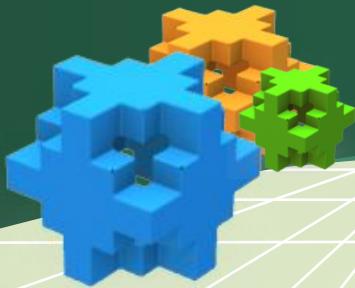
- ❖ Đồ thị có hướng  $G = (V, E)$  được gọi là **liên thông yếu** nếu đồ thị vô hướng tương ứng với nó là **vô hướng liên thông**



$G$

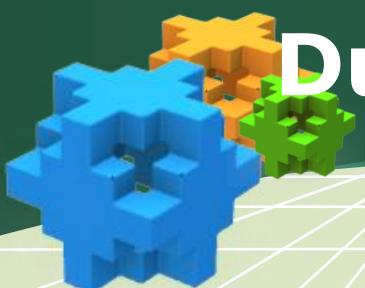


$H$



# Duyệt đồ thị

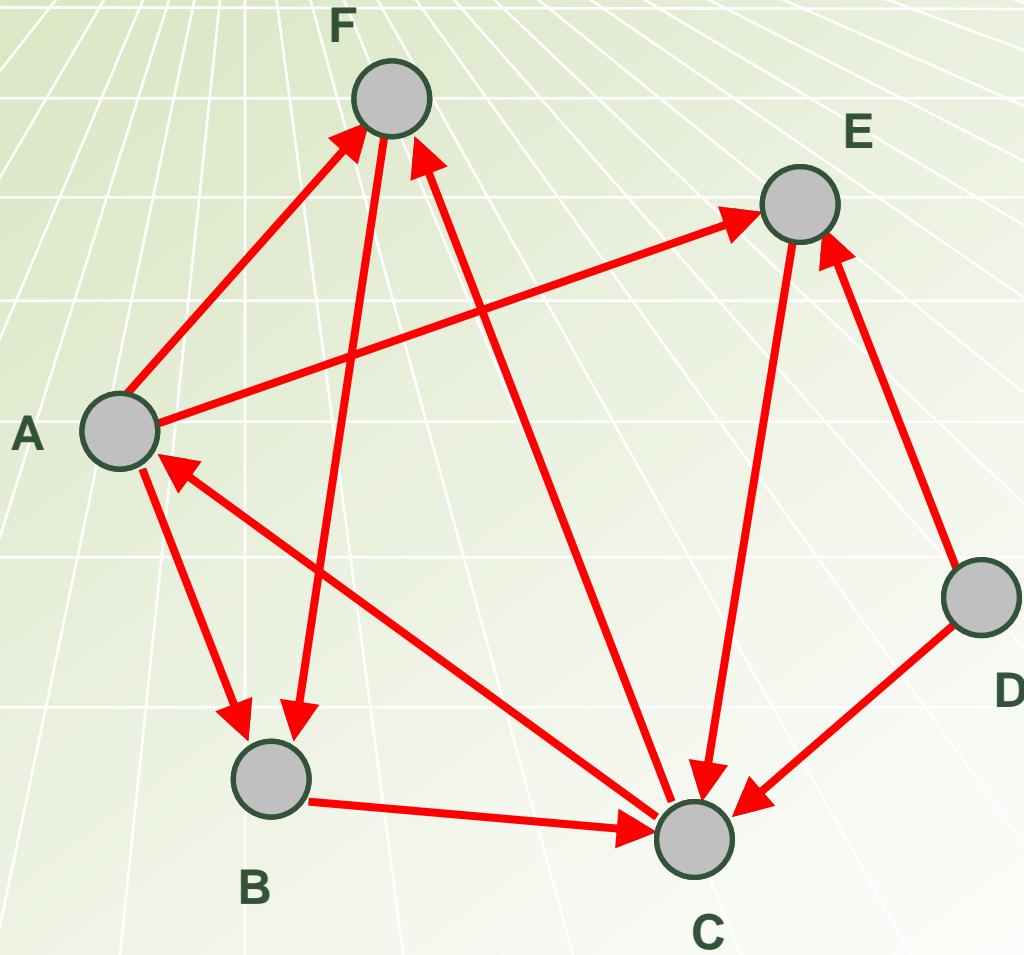
- ❖ Duyệt đồ thị theo chiều sâu
- ❖ Duyệt đồ thị theo chiều rộng



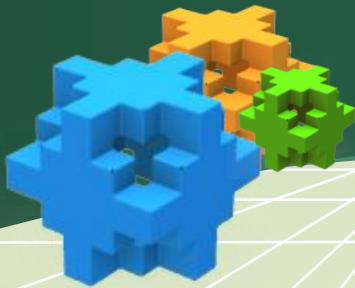
# Duyệt đồ thị theo chiều sâu - DFS

- ❖ Khởi từ một đỉnh,
- ❖ đi theo các cung (cạnh) xa nhất có thể.
- ❖ Trở lại đỉnh trước của cạnh xa nhất, tiếp tục duyệt như trước, cho đến đỉnh cuối cùng

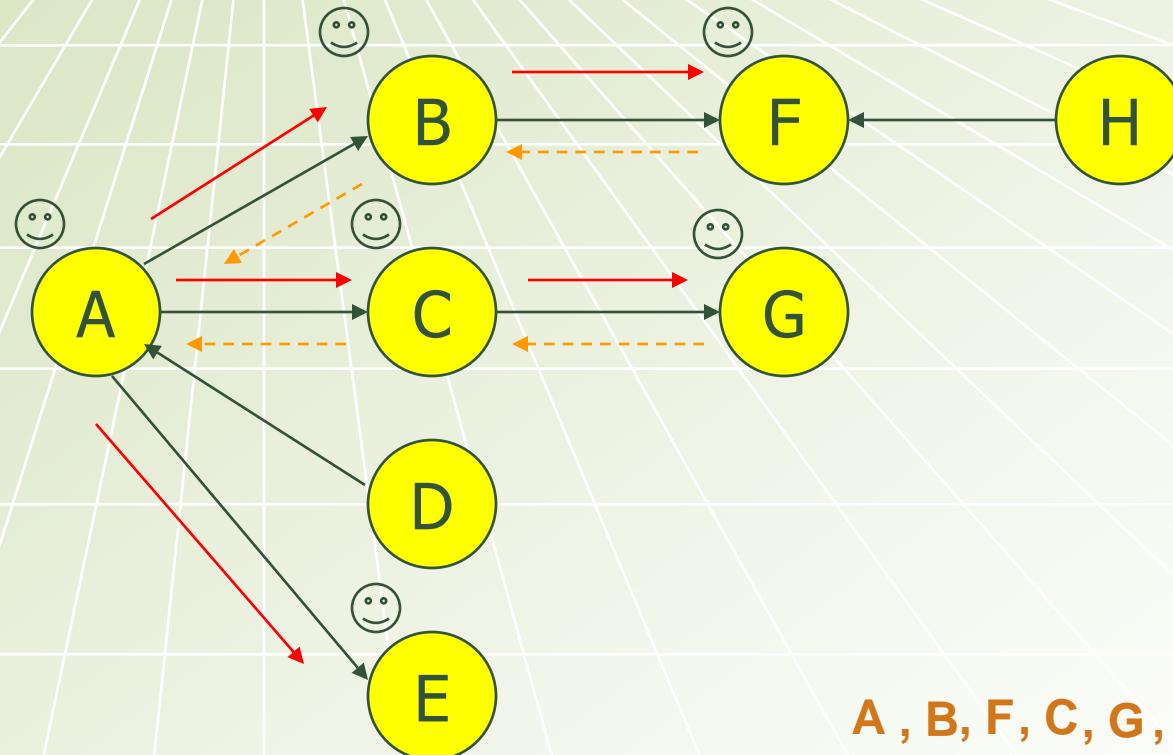
# DFS



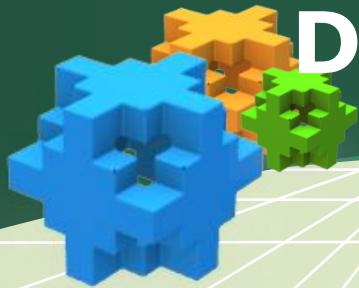
- Chưa duyệt
- Đã duyệt



# Duyệt theo chiều sâu



# Duyệt đồ thị theo chiều sâu - DFS



- ❖ O: tập các đỉnh sẽ xét
- ❖ C: tập các đỉnh đã xét, không xét nữa
- ❖ s: đỉnh bắt đầu

# Duyệt đồ thị theo chiều sâu - DFS



❖ Bước 0:

$$O = \{S\}, C = \{\}$$

❖ Bước 1:

while ( $O \neq \{\}$ )

{

lấy đỉnh N từ **đầu** O.

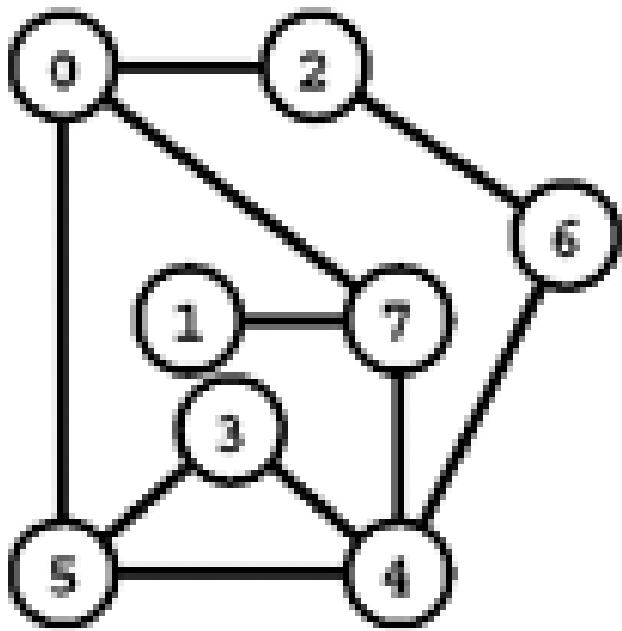
Nếu N chưa duyệt

đánh dấu đã duyệt đỉnh N.(bỏ N vào C)

Với  $\forall$  đỉnh P kề N

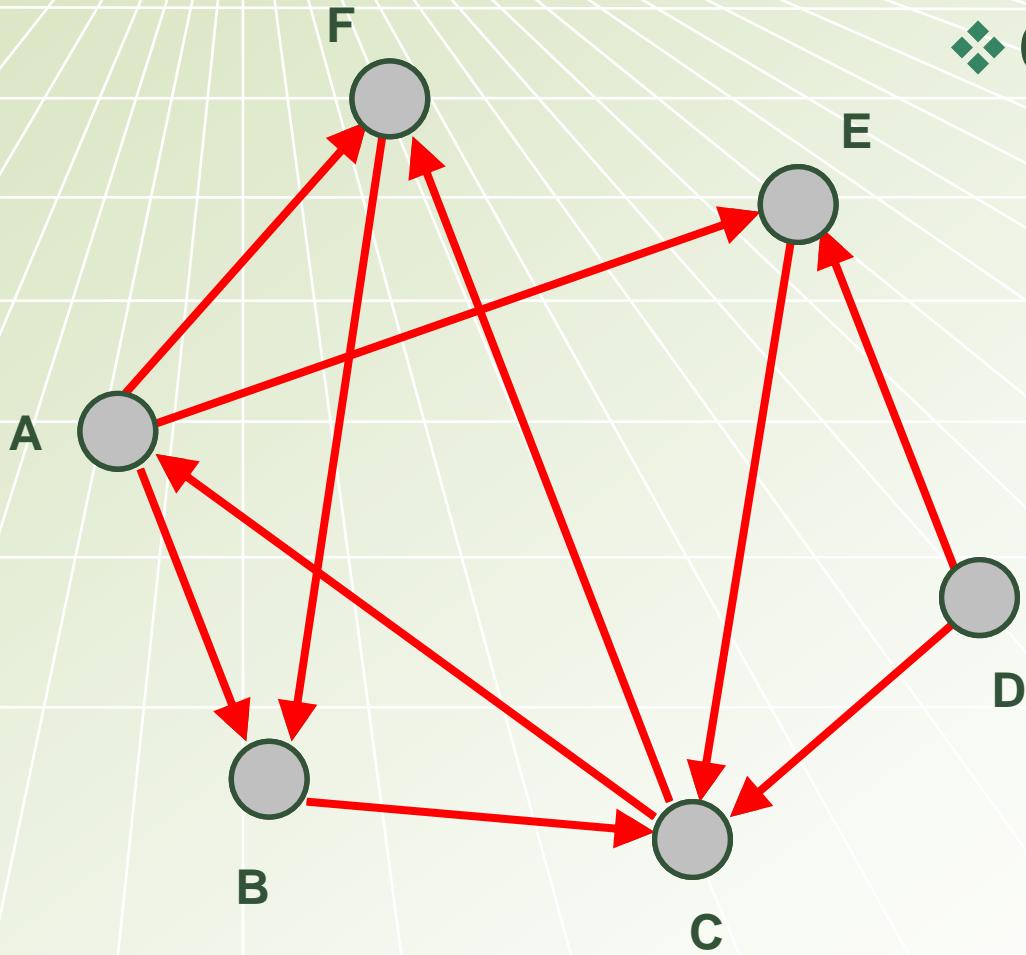
Nếu đỉnh P chưa xét: bỏ P vào **đầu** O

# Ví dụ



- ❖  $O = \{0\}$
- ❖  $C = \{\}$

# DFS - Ví dụ



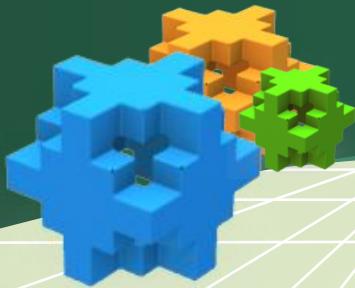
❖  $O = \{A\}$

❖  $C = \{\}$

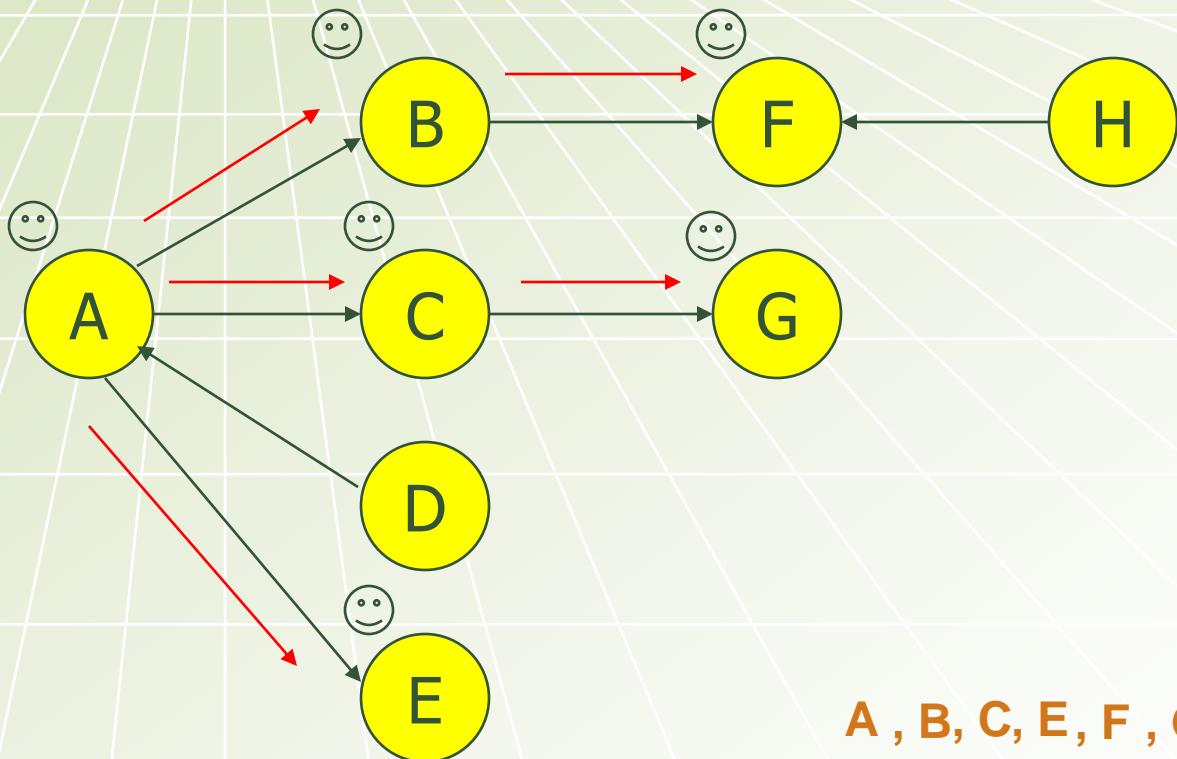


# Duyệt theo chiều rộng - BFS

- ❖ Duyệt trên tất cả các nút của một mức trong không gian bài toán trước khi chuyển sang các nút của mức tiếp theo



# Duyệt theo chiều rộng



A , B , C , E , F , G

# Duyệt đồ thị theo chiều rộng - BFS



❖ Bước 0:

$$O = \{S\}, C = \{\}$$

❖ Bước 1:

while ( $O \neq \{\}$ )

{

lấy đỉnh N từ **đầu** O.

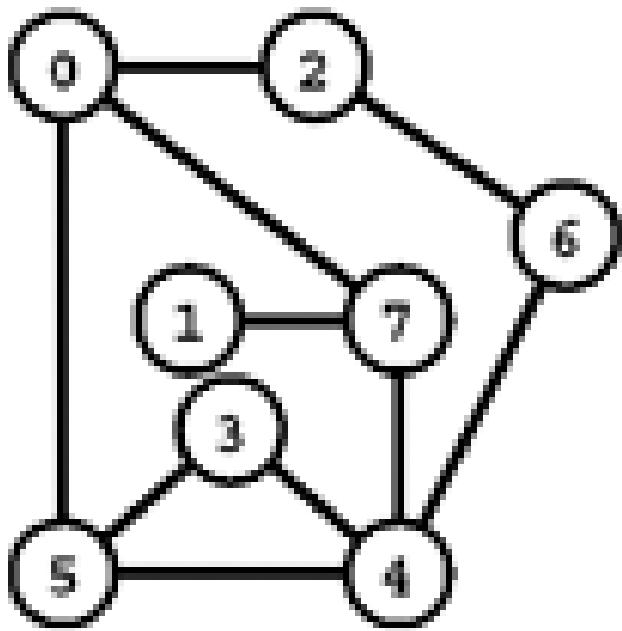
Nếu N chưa duyệt

đánh dấu đã duyệt đỉnh N.(bỏ N vào C)

Với  $\forall$  đỉnh P kề N

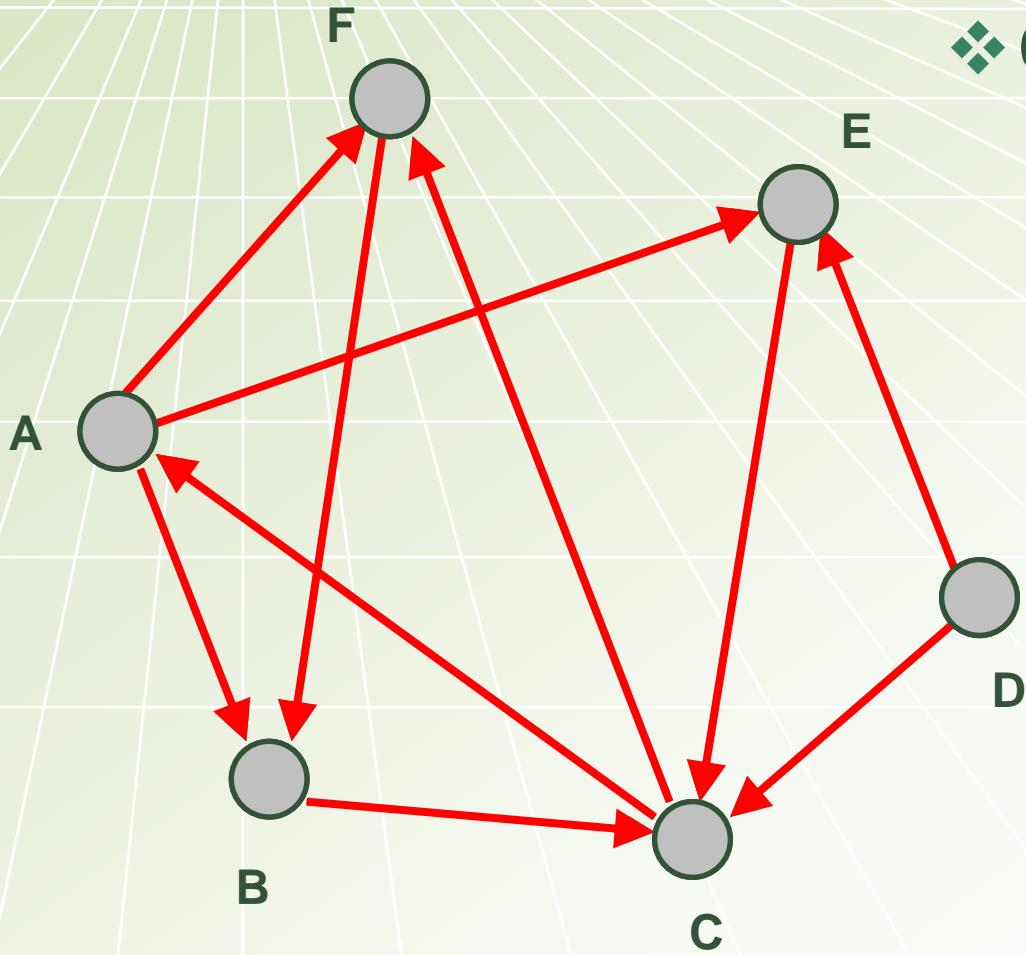
Nếu đỉnh P chưa xét: bỏ P vào **cuối** O

# Ví dụ



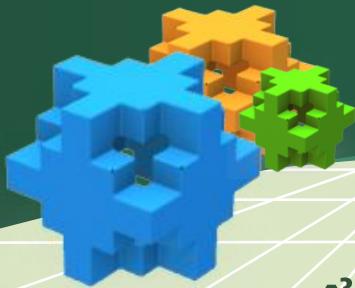
- ❖  $O = \{0\}$
- ❖  $C = \{\}$

# BFS - Ví dụ



❖  $O = \{A\}$

❖  $C = \{\}$



# Biểu diễn đồ thị

- ❖ Biểu diễn hình học
- ❖ Biểu diễn bằng ma trận liên kết đỉnh cạnh
- ❖ Biểu diễn bằng ma trận kề
- ❖ Biểu diễn bằng danh sách kề

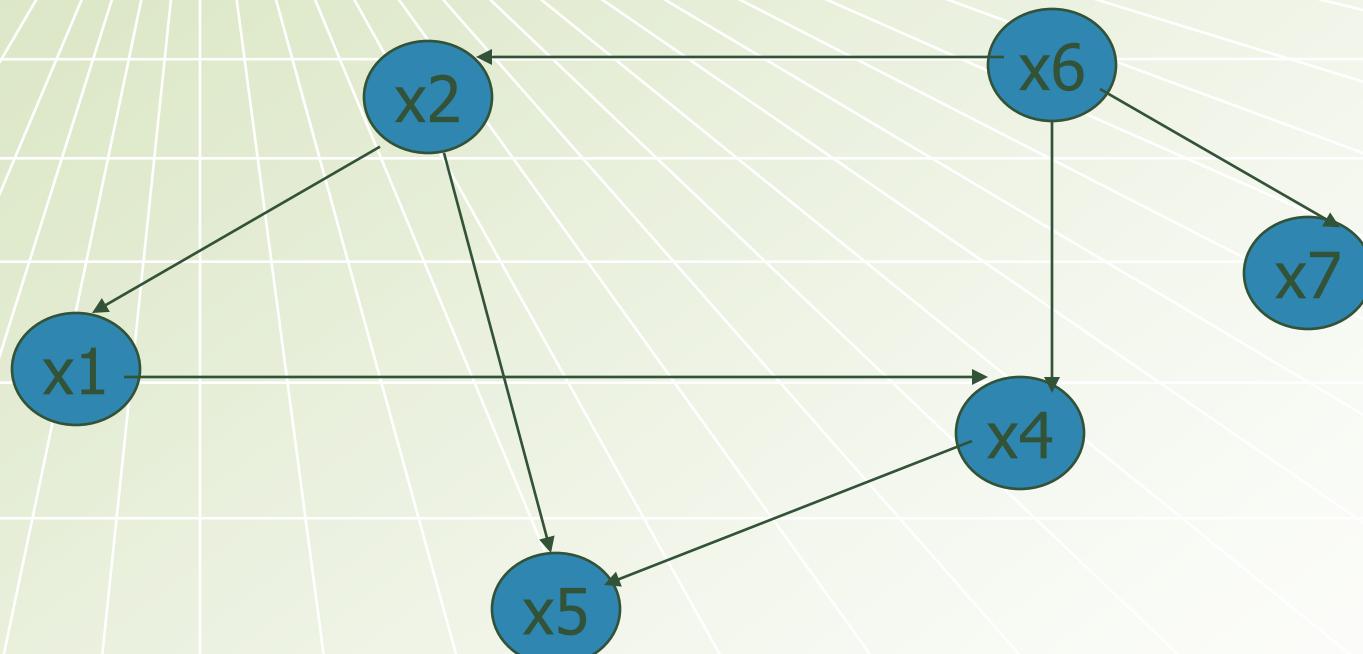


# Biểu diễn hình học

- ❖ Mỗi đỉnh  $v \in V$  ta đặt tương ứng với mỗi điểm trên một mặt phẳng.
- ❖ Với  $G = (V, E)$  là đồ thị có hướng. Trong trường hợp này nếu  $e = (x, y) \in E$  thì trong mặt phẳng sẽ có một cung có hướng đi từ đỉnh  $x$  đến đỉnh  $y$
- ❖ Nếu  $(x, x) \in E$  thì tại đỉnh  $x$  sẽ có một khuyên có hướng vào chính nó



# Biểu diễn hình học





# Ma trận liên kết đỉnh cạnh

❖ Cho  $G = (V, E)$

- $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
- $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$

❖ Ma trận liên kết đỉnh cạnh của  $G$  là ma trận  $A = (a_{ij})_{n \times m}$  định bởi:



# Ma trận liên kết đỉnh cạnh

## ■ Nếu G vô hướng

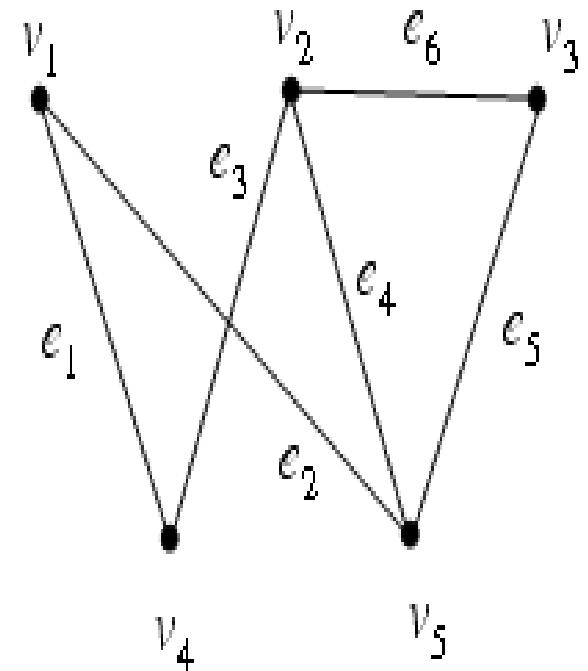
$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{nếu đỉnh } v_i \text{ không kề với cạnh } e_j \\ 1 & \text{nếu đỉnh } v_i \text{ kề với cạnh } e_j \text{ không là khuyên} \\ 2 & \text{nếu đỉnh } v_i \text{ kề với khuyên } e_j \end{cases}$$

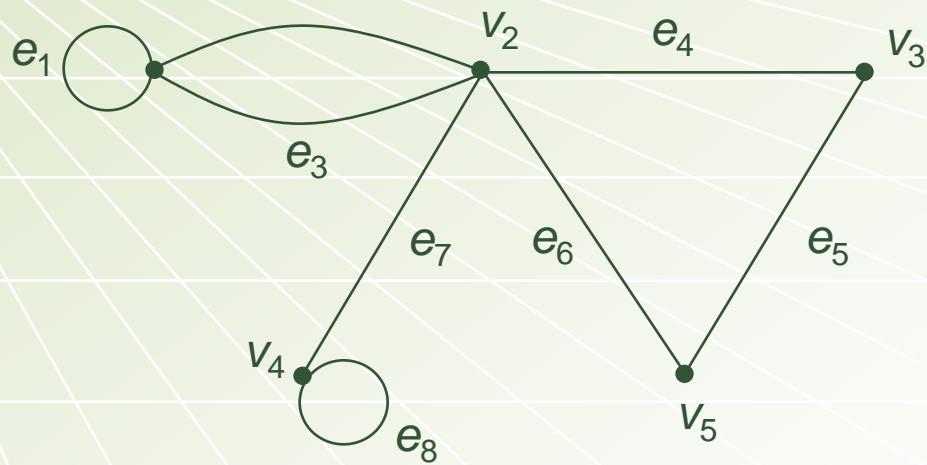
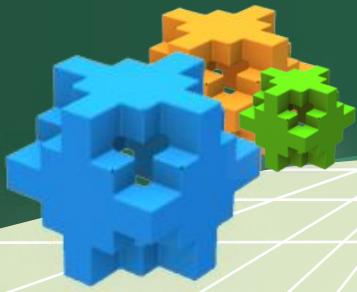
## ■ G có hướng

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{nếu đỉnh } v_i \text{ không kề với cung } e_j \\ 1 & \text{nếu } v_i \text{ là đỉnh đầu của cung } e_j \text{ không là khuyên} \\ -1 & \text{nếu } v_i \text{ là đỉnh cuối của cung } e_j \text{ không là khuyên} \\ 2 & \text{nếu } v_i \text{ là đỉnh của khuyên } e_j \end{cases}$$

# Ví dụ

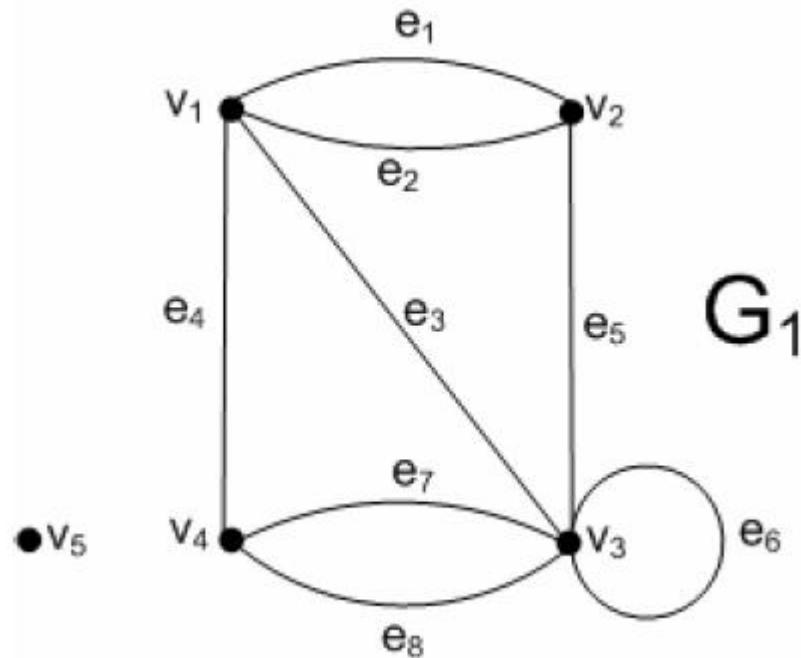
	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$
$v_1$	1	1	0	0	0	0
$v_2$	0	0	1	1	0	1
$v_3$	0	0	0	0	1	1
$v_4$	1	0	1	0	0	0
$v_5$	0	1	0	1	1	0



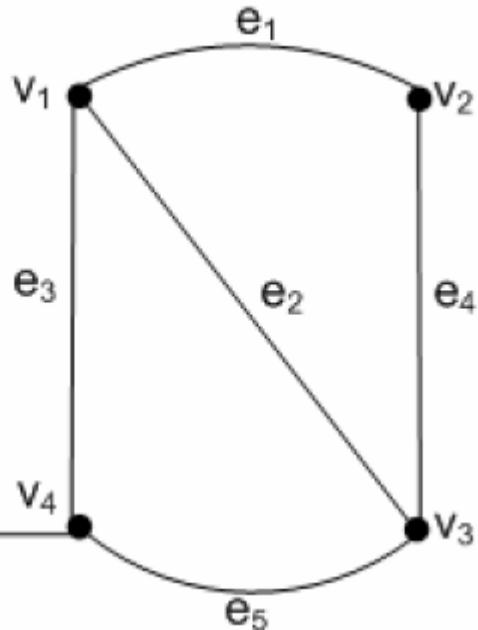
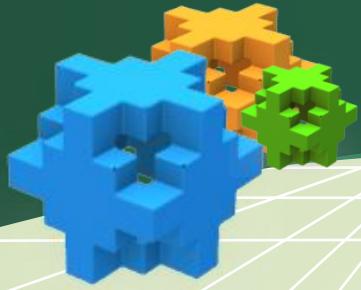


	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$	$e_8$
$v_1$	2	1	1	0	0	0	0	0
$v_2$	0	1	1	1	0	1	1	0
$v_3$	0	0	0	1	1	0	0	0
$v_4$	0	0	0	0	0	0	1	2
$v_5$	0	0	0	0	1	1	0	0

# Ví dụ

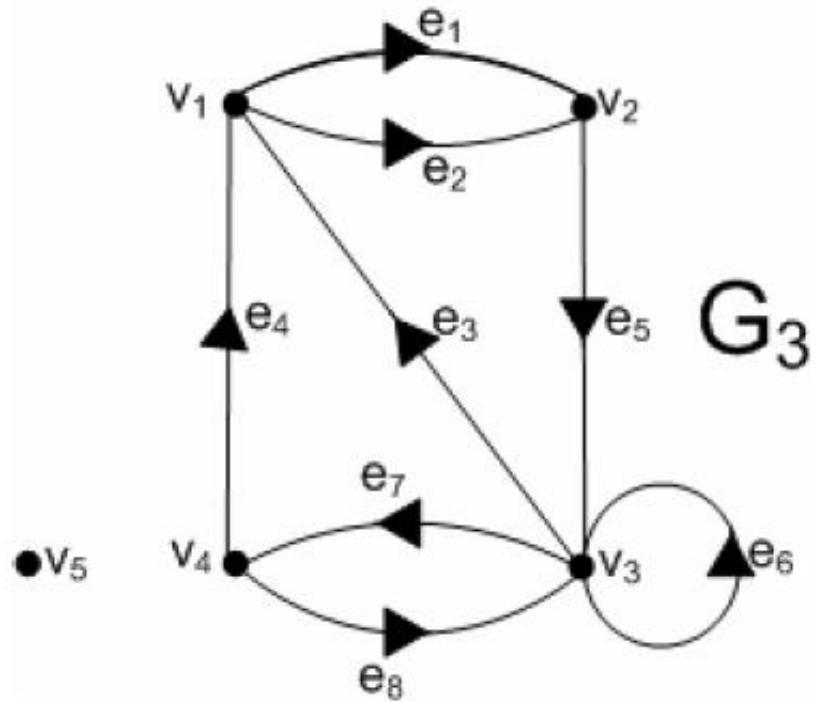


1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	2	1	1
0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0

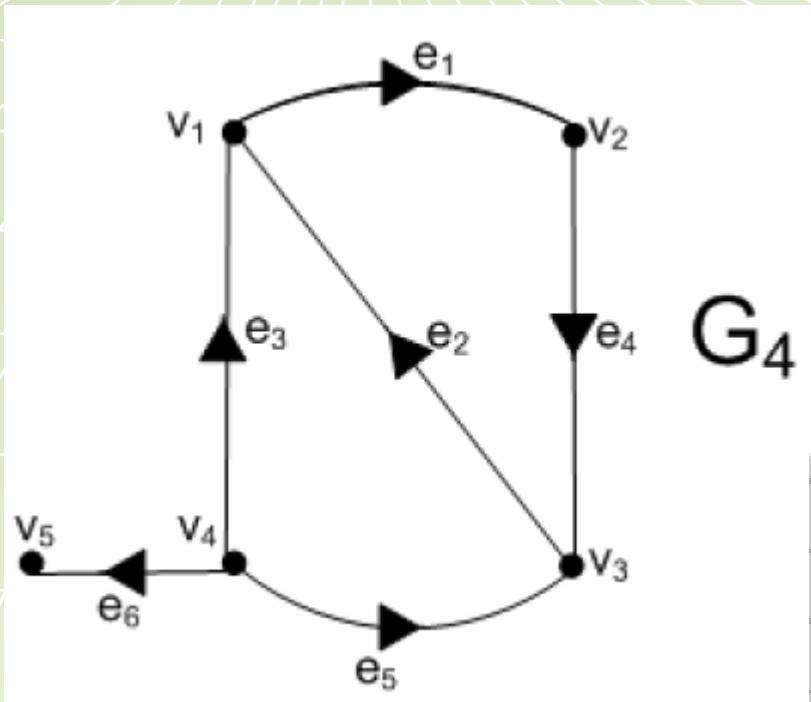


$G_2$

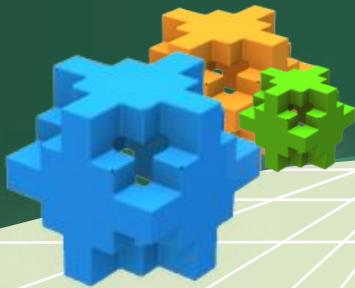
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

 $G_4$ 

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

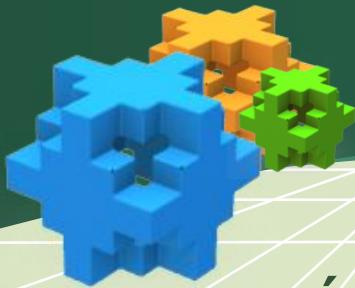


# Ma trận kề

❖ Cho  $G = (V, E)$

- $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
- $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$

❖ Ma trận kề của  $G$  là ma trận  $A = (a_{ij})_{n \times n}$  định bởi:



# Ma trận kề

- Nếu  $G$  vô hướng

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{Số cạnh kề với hai đỉnh } v_i \text{ và } v_j \text{ nếu } i \neq j; \\ \text{Hai lần số khuyên kề với đỉnh } v_i \text{ nếu } i = j. \end{cases}$$

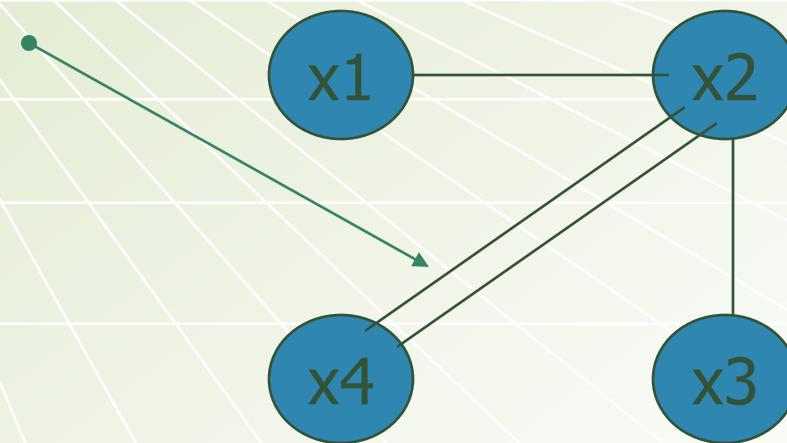
- $G$  có hướng

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{Số cung đi từ đỉnh } v_i \text{ đến đỉnh } v_j \text{ nếu } i \neq j; \\ \text{Số khuyên kề với đỉnh } v_i \text{ nếu } i = j. \end{cases}$$

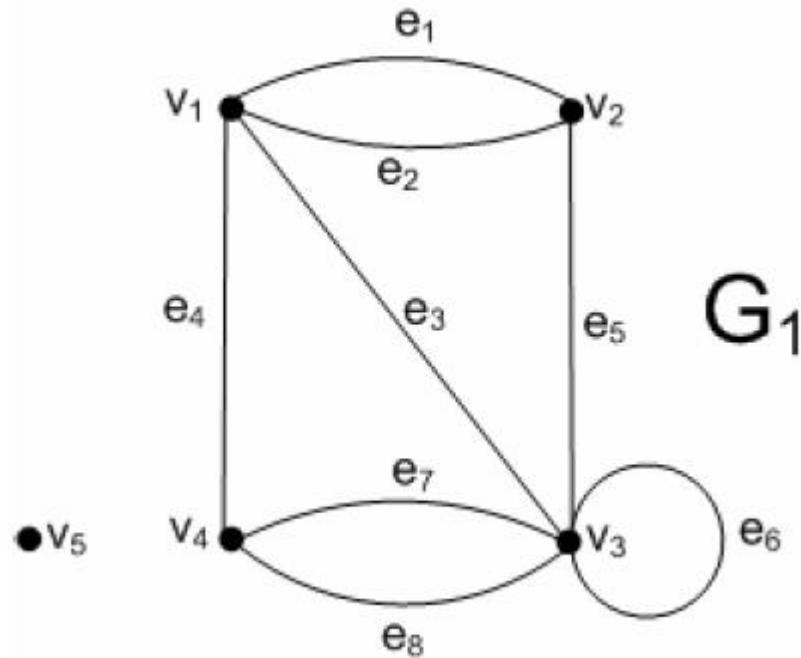


# Biểu diễn bằng ma trận kế

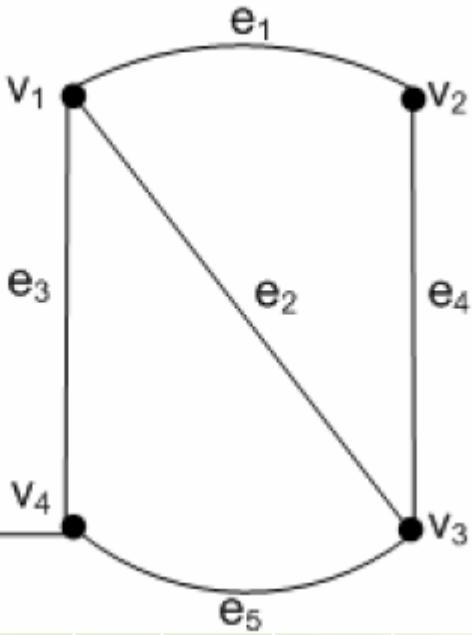
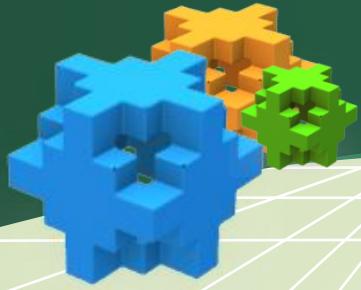
0	1	0	0
1	0	1	2
0	1	0	0
0	2	0	0



# Ví dụ

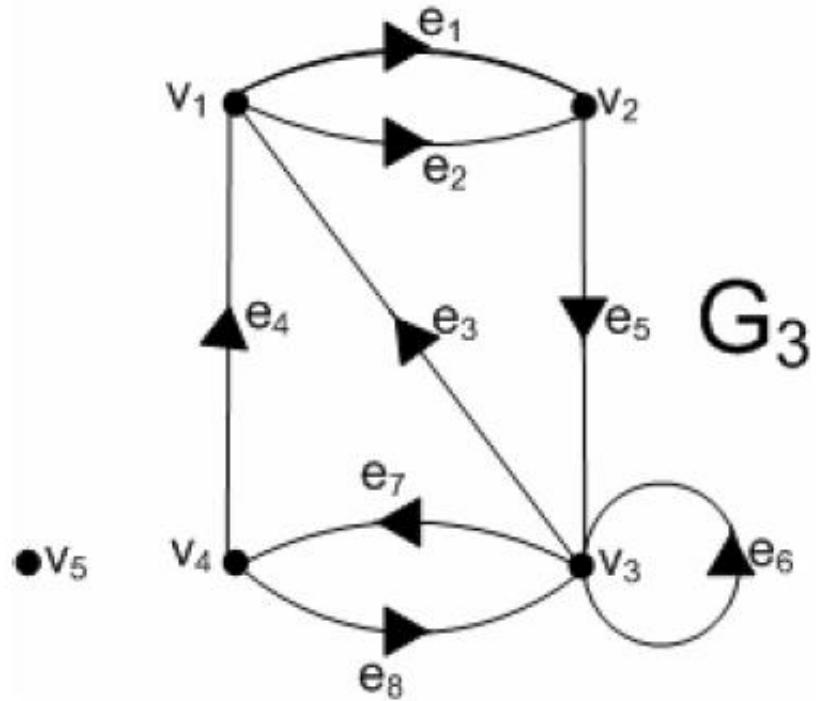
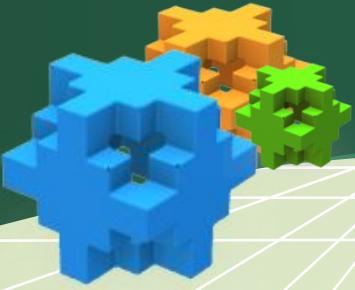


$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

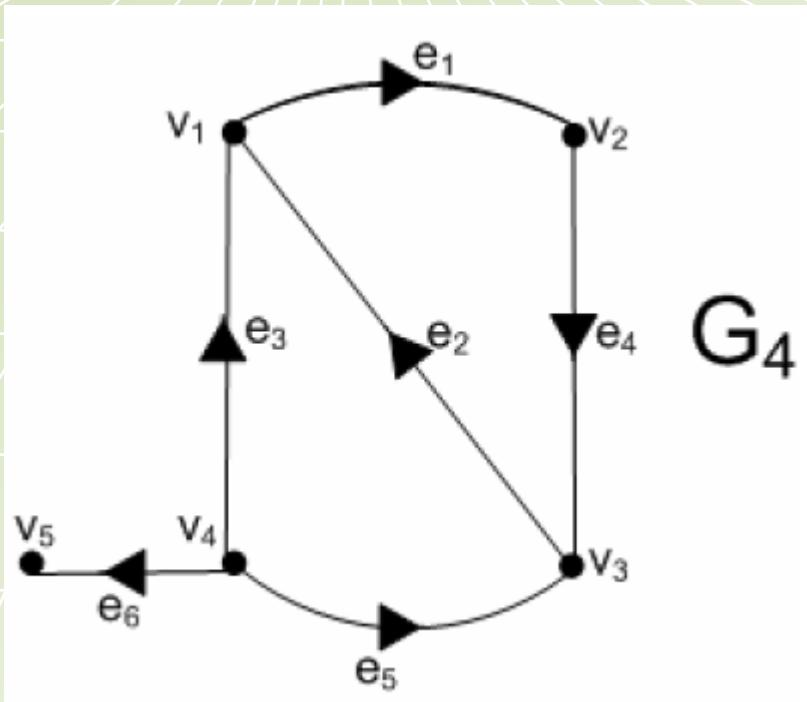


$G_2$

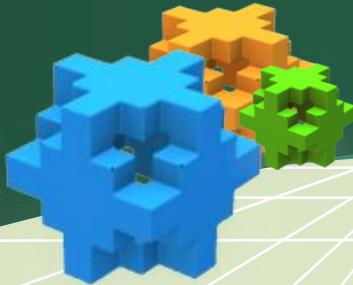
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

 $G_4$ 

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



# Đếm đường đi giữa các đỉnh

- ❖ Cho  $G$  là một đồ thị với ma trận liền kề  $A$  theo thứ tự các đỉnh  $v_1, v_2, \dots, v_n$  (với các cạnh vô hướng hoặc có hướng hay là cạnh bội, có thể có khuyên).
- ❖ Số các đường đi khác nhau độ dài  $r$  từ  $v_i$  tới  $v_j$ , trong đó  $r$  là một số nguyên dương, bằng giá trị của phần tử  $(i, j)$  của ma trận  $A^r$ .

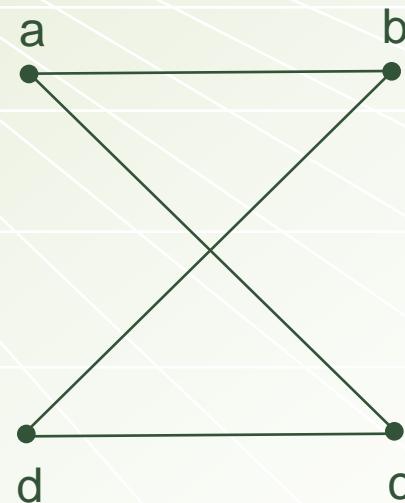


# Đếm đường đi giữa các đỉnh

- ❖ Có bao nhiêu đường đi độ dài 4 từ a tới d trong đồ thị đơn G?

$$A = \begin{matrix} & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \end{matrix}$$

$$A^4 = \begin{matrix} & 8 & 0 & 0 & 8 \\ 8 & 0 & 8 & 8 & 0 \\ 0 & 8 & 8 & 0 & \\ 8 & 0 & 0 & 8 & \end{matrix}$$



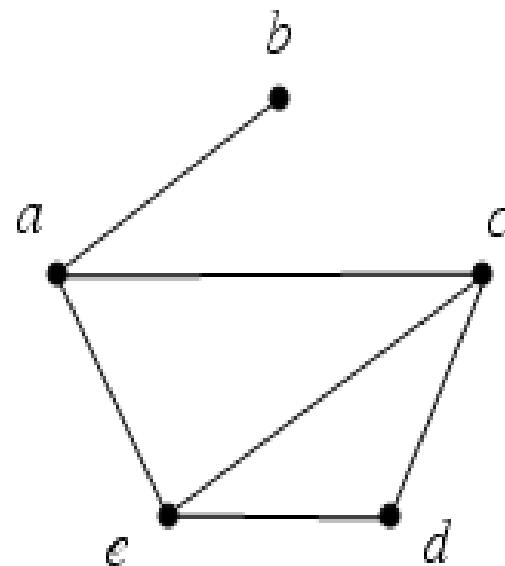
Đồ thị G



# Danh sách kê

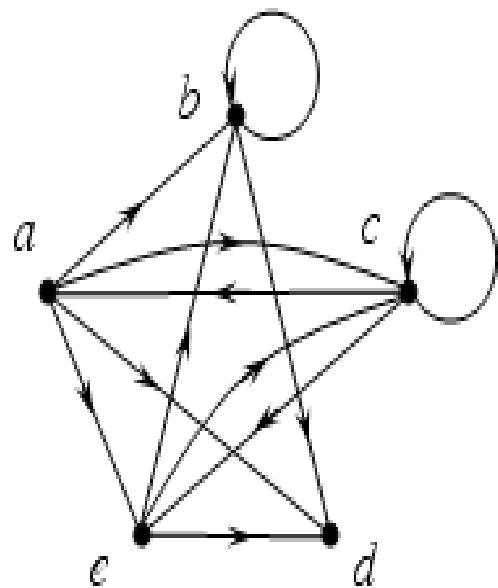
- ❖ Dùng danh sách liền kề để mô tả đồ thị vô hướng: liệt kê tất cả các đỉnh liền kề với mỗi đỉnh của đồ thị
- ❖ Đồ thị có hướng: liệt kê tất cả các đỉnh cuối của các cung xuất phát từ mỗi đỉnh của đồ thị

# Ví dụ



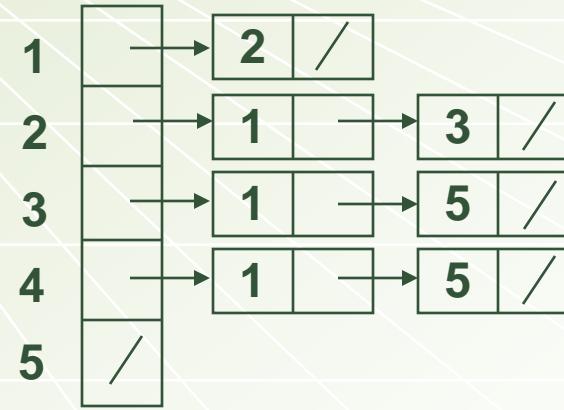
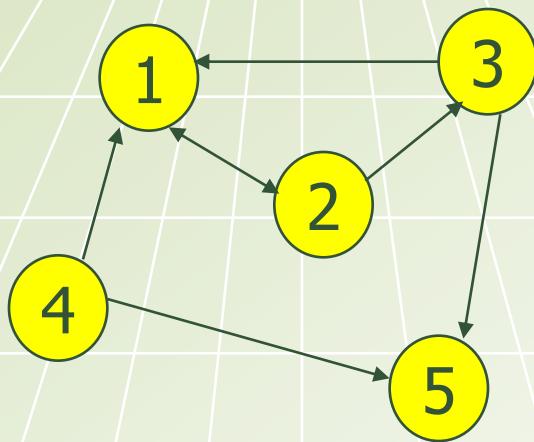
Định	Định liên kề
a	b, c, e
b	a
c	a, d, e
d	c, e
e	a, c, d

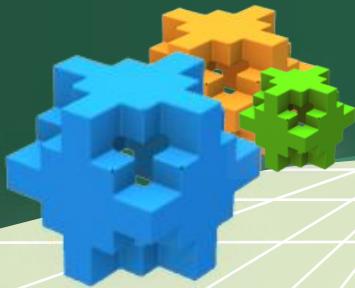
# Ví dụ



Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
a	b, c, d, e
b	b, d
c	a, c, e
d	
e	b, c, d

# Danh sách kê

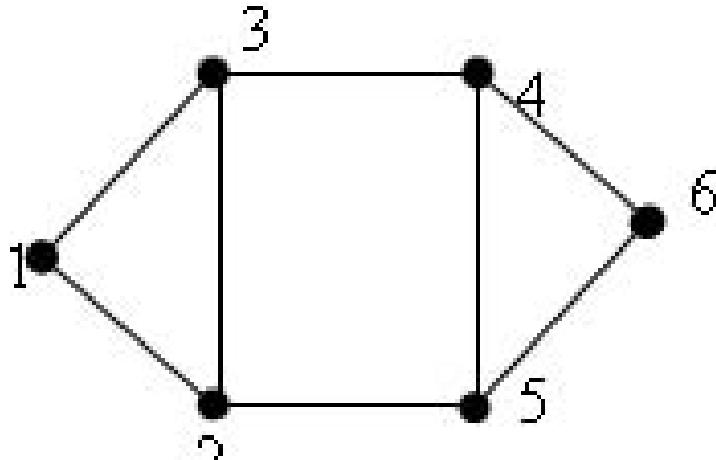




# Danh sách cạnh (cung)

❖ Lưu trữ tập E

# Ví dụ



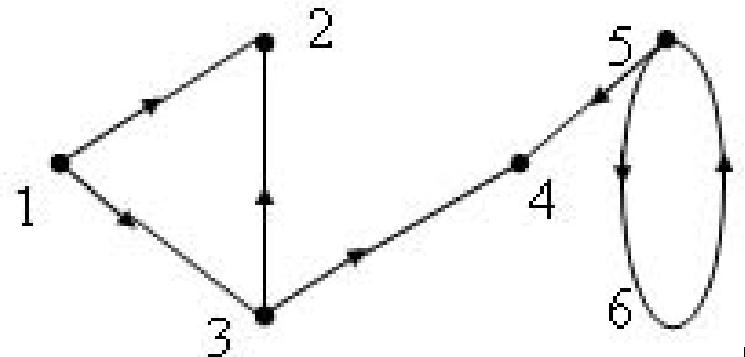
Đầu

1  
1  
1  
2  
2  
3  
4  
4  
5

Cuối

2  
3  
5  
3  
5  
4  
5  
6  
6

# Ví dụ



Đầu

1

1

3

3

5

5

6

Cuối

2

3

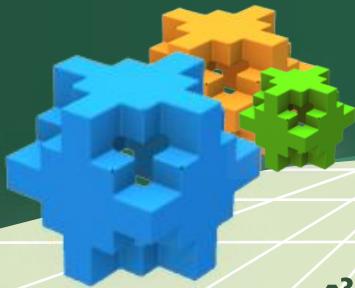
2

4

4

6

5

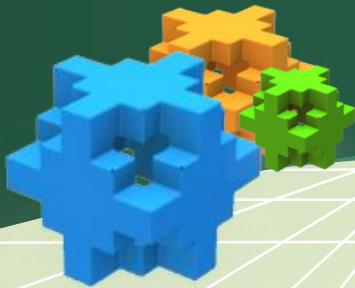


# Bài tập

- ❖ Kiểm tra đồ thị có hướng, vô hướng
- ❖ Đếm số bậc của một đỉnh
- ❖ DFS, BFS
- ❖ Tìm đường đi từ đỉnh  $v_i$  đến  $v_j$
- ❖ Kiểm tra tính liên thông, đếm số thành phần liên thông
- ❖ ....



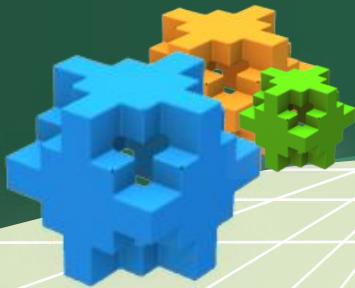
- ❖ Đại dương được xem như là một mặt phẳng toạ độ trên đó có n hòn đảo với toạ độ lần lượt là  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ .
- ❖ Một chiếc ca nô xuất phát từ đảo  $d_1$  muốn tuần tra đến đảo  $d_2$ . bình xăng của ca nô chỉ chứa đủ xăng để đi được một quãng đường dài không quá  $m$  (km).
- ❖ Trên đường đi ca nô có thể ghé một số đảo nào đó để tiếp thêm xăng, lúc này ca nô được tiếp thêm xăng đầy bình chứa.
- ❖ Hãy chỉ ra một đường đi từ đảo  $d_1$  đến đảo  $d_2$  sao cho số lần ghé đảo trung gian để tiếp thêm xăng là ít nhất.



# Hot Tip

❖ **How do I incorporate my logo to a slide that will apply to all the other slides?**

- On the [View] menu, point to [Master], and then click [Slide Master] or [Notes Master]. Change images to the one you like, then it will apply to all the other slides.



# Diagram



**ThemeGallery**

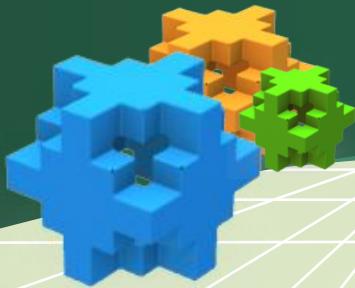
is a Design Digital  
Content & Contents  
mall developed by  
Guild Design Inc.



**ThemeGallery**

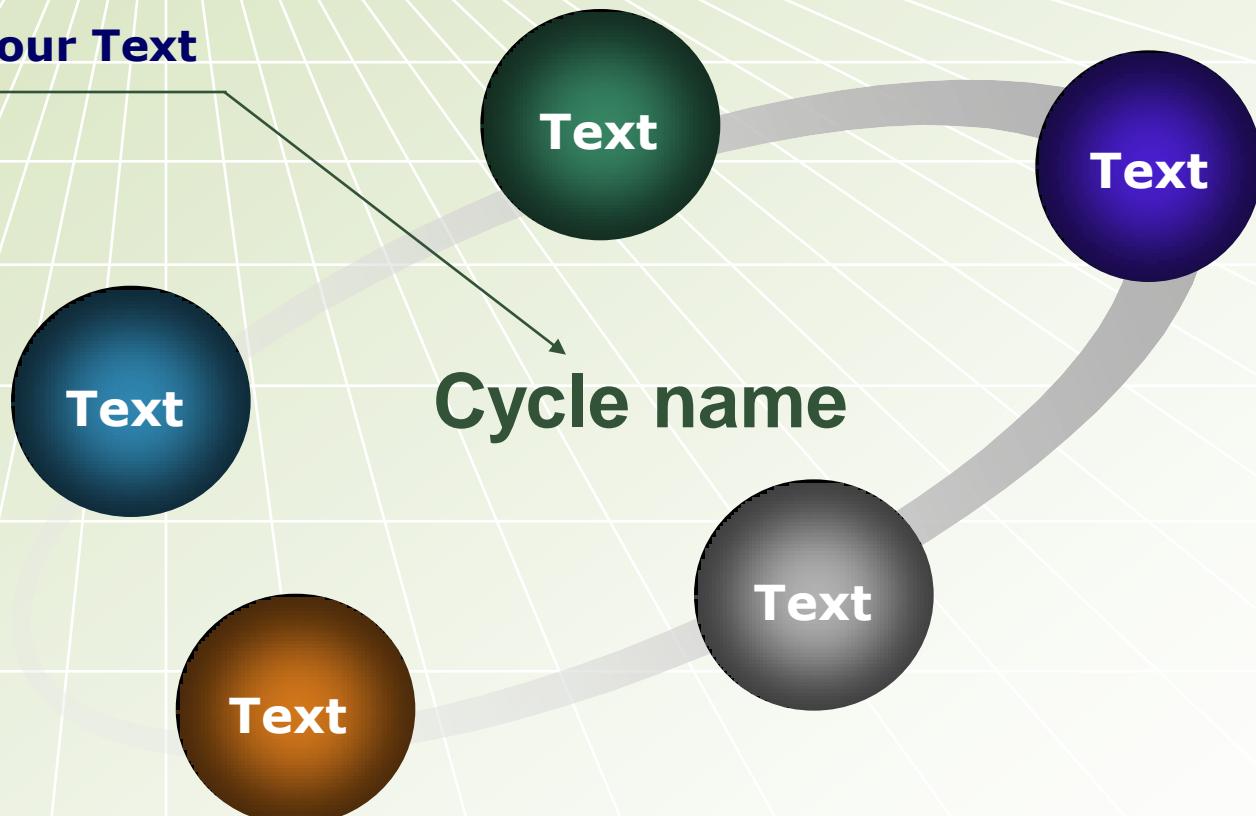
is a Design Digital  
Content & Contents  
mall developed by  
Guild Design Inc.





# Cycle Diagram

Add Your Text



# Diagram

**Add Your  
Title Text**

- .Text 1
- .Text 2
- .Text 3
- .Text 4
- .Text 5

Text

Text

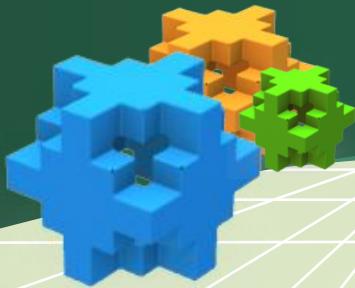
Text

Text

**Add Your  
Title Text**

- .Text 1
- .Text 2
- .Text 3
- .Text 4
- .Text 5

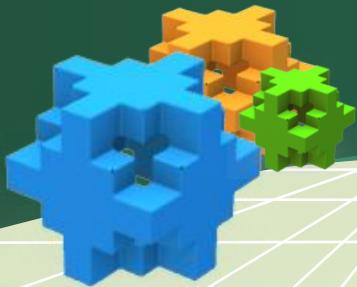
Text



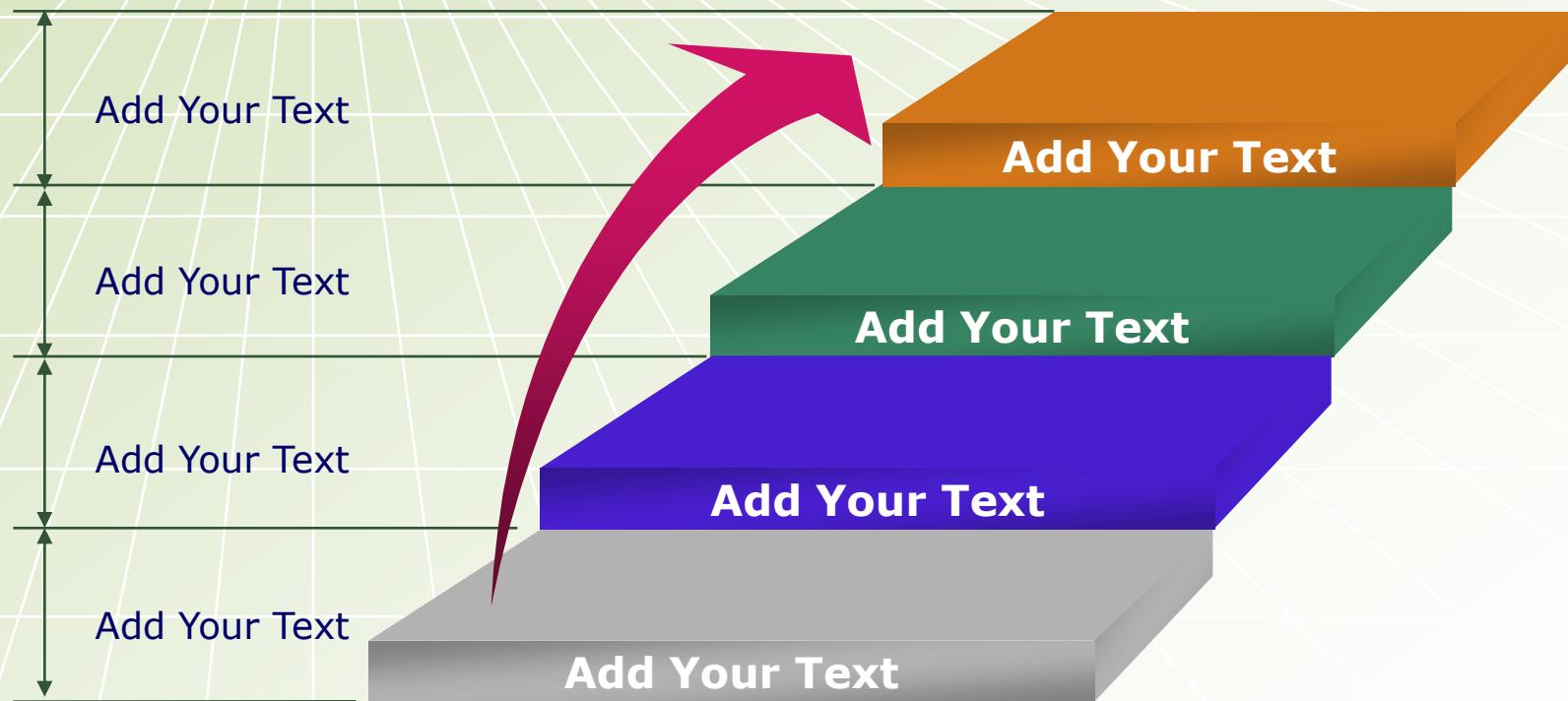
# Diagram



Add Your Text



# Diagram





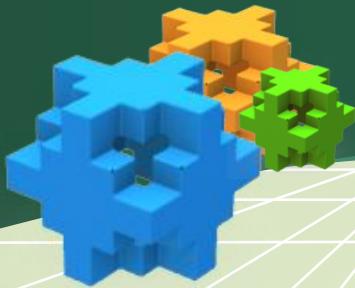
# Diagram

Add Your Text

Add Your Text

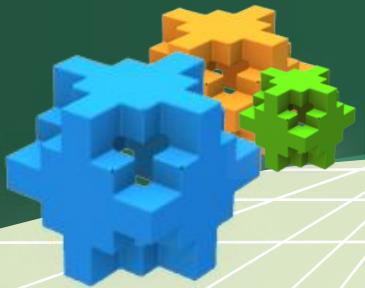
Add Your Text

**Add Your  
Title**



# Diagram





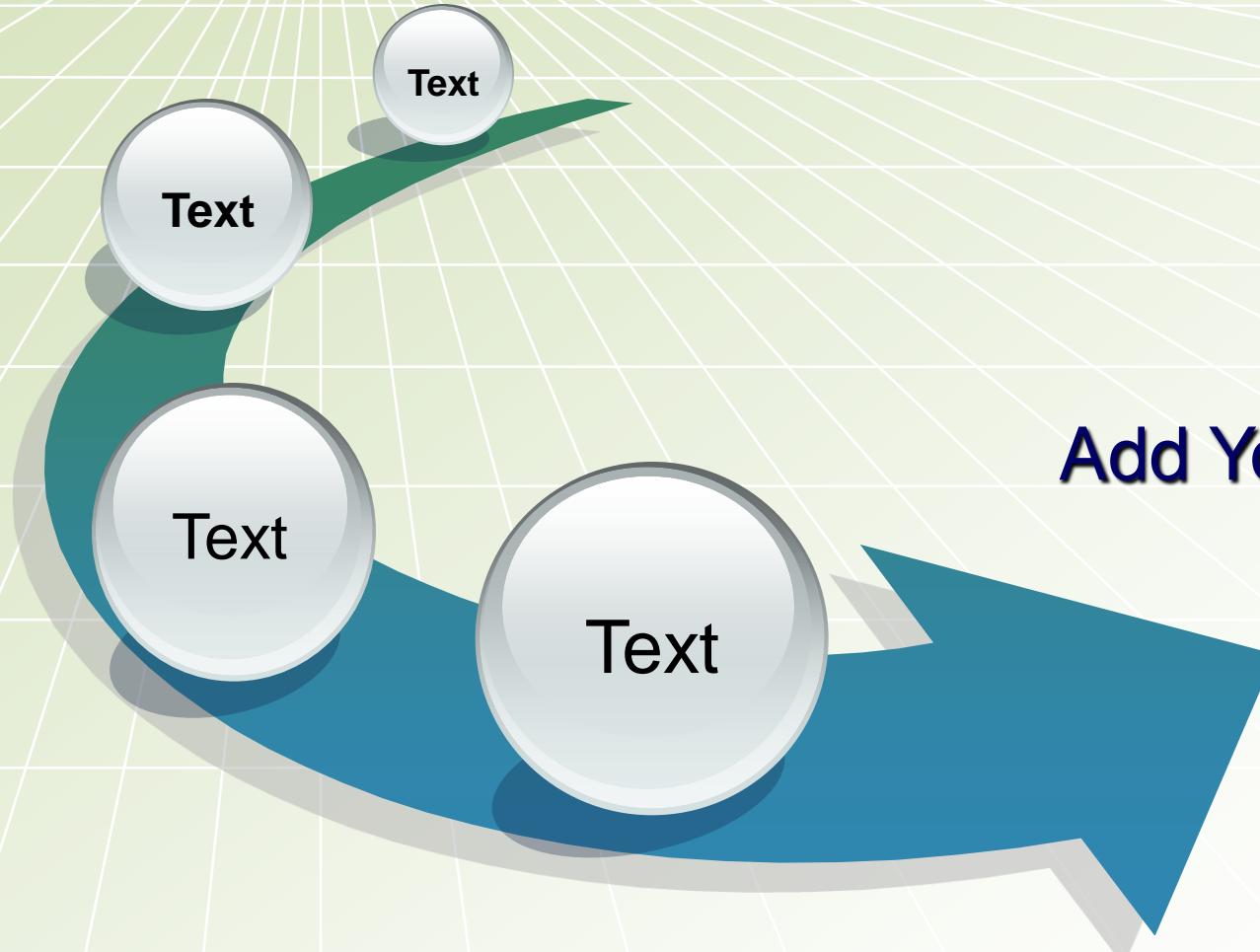
# Diagram

Text

Text

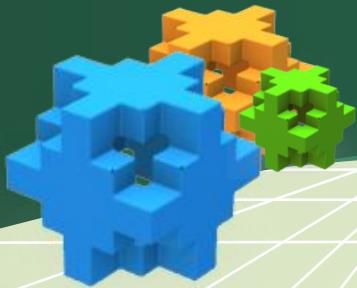
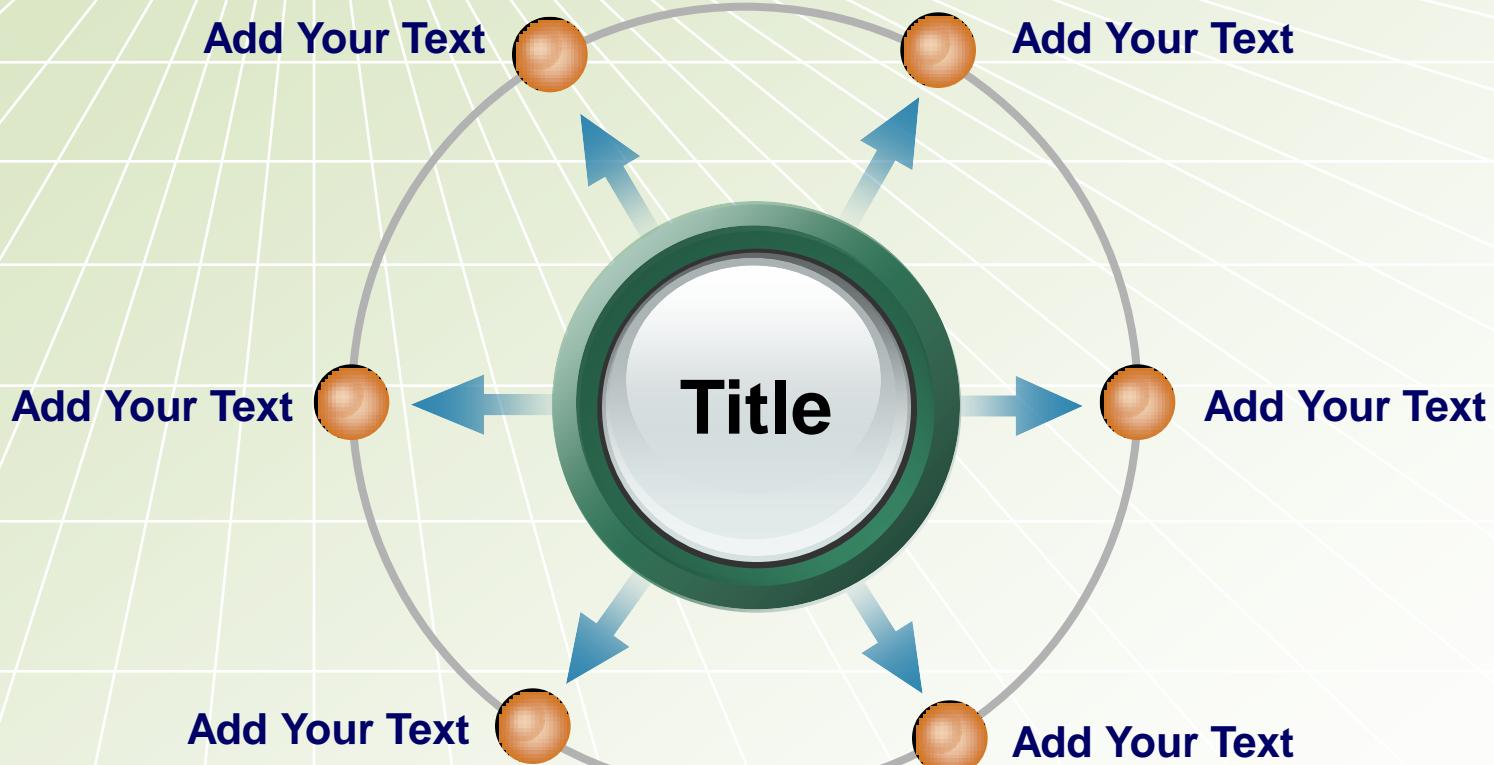
Text

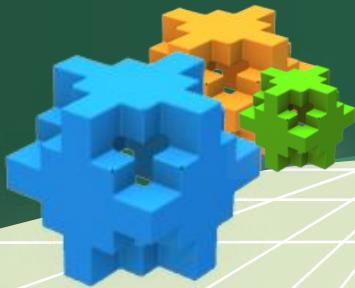
Text



Add Your Title

# Diagram





# Diagram

1

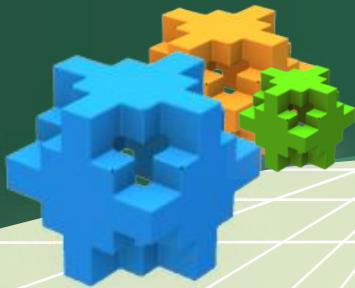
ThemeGallery is a  
Design Digital  
Content & Contents  
mall developed by  
Guild Design Inc.

2

ThemeGallery is a  
Design Digital  
Content & Contents  
mall developed by  
Guild Design Inc.

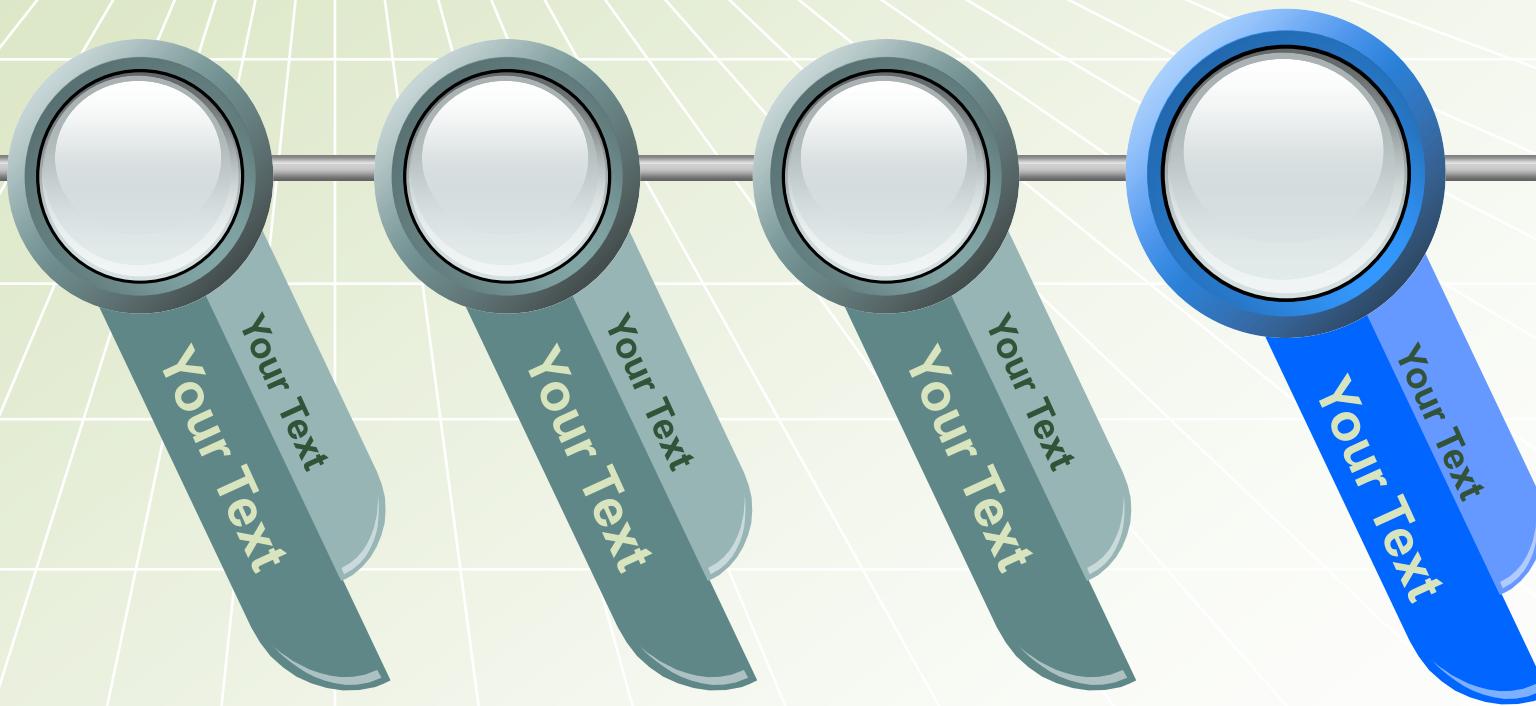
3

ThemeGallery is a  
Design Digital  
Content & Contents  
mall developed by  
Guild Design Inc.



# Diagram

2001 → 2002 → 2003 → **2004**





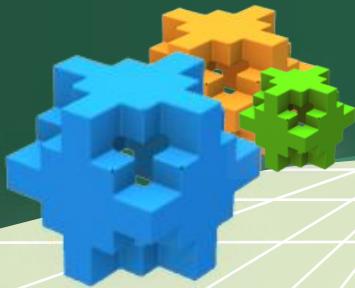
# Progress Diagram

Phase 1

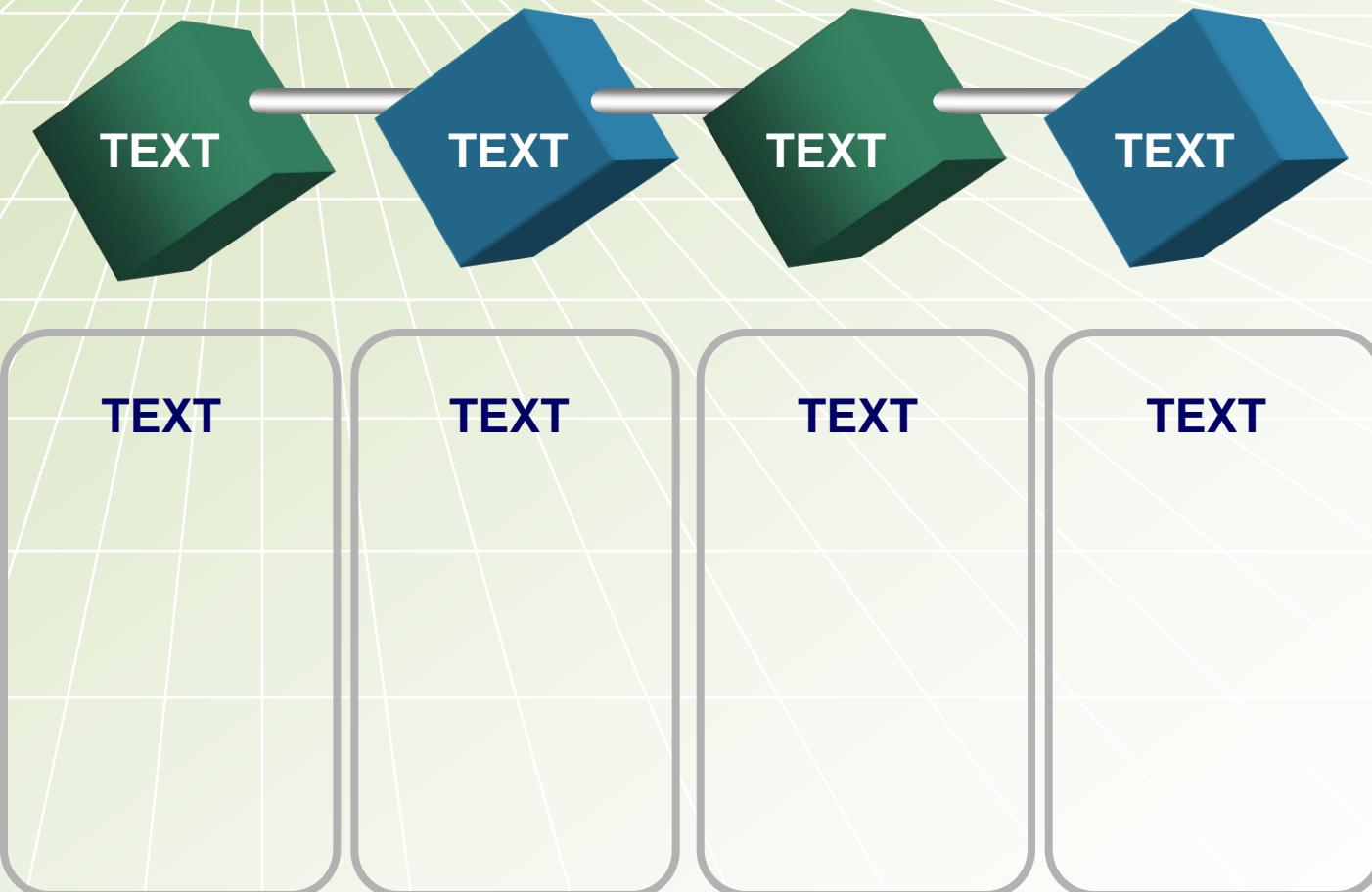
Phase 2

Phase 3



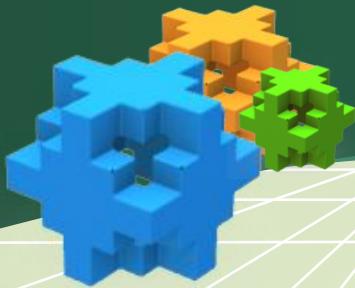


# Block Diagram

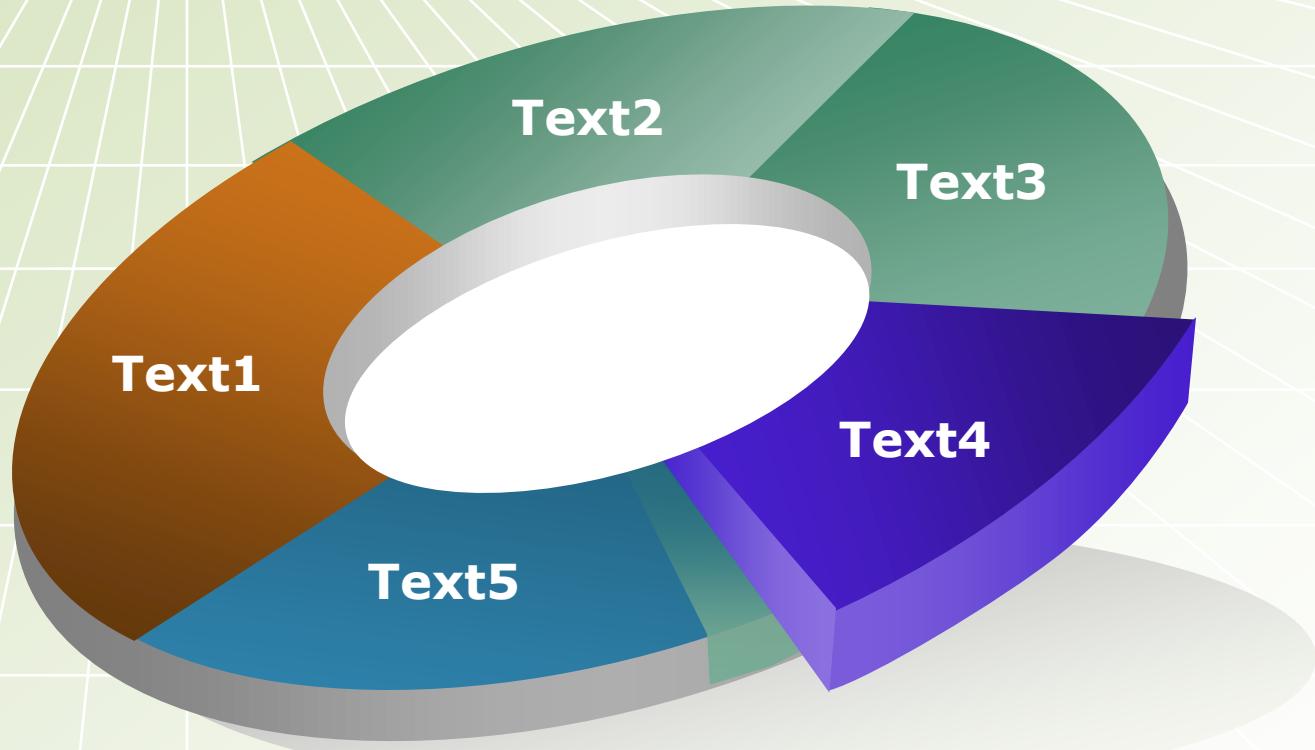


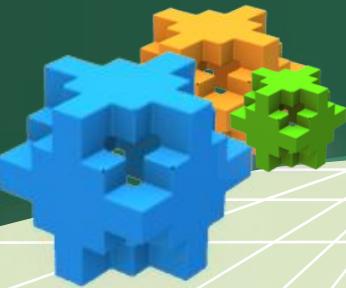
# Table

	Title	Title	Title	Title	Title
Title	O	O	O	O	O
Title	O	O	O	O	O
Title	O	O	O	O	O
Title	O	O	O	O	O
Title	O	O	O	O	O
Title	O	X	O	X	O



# 3-D Pie Chart

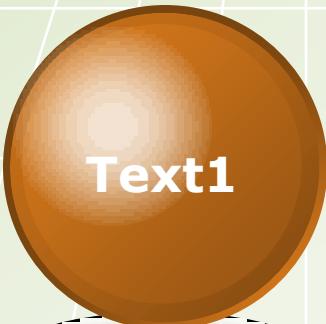




# Marketing Diagram

Add Your Text

Add Your Title here



Text1



Text1



Text1



Text1

**LOGO**

**Thank You !**

[www.themegallery.com](http://www.themegallery.com)

