

LOGO

Đồ thị

Phạm Thi Vương





Nội dung

1

Định nghĩa đồ thị

2

Một số khái niệm trên đồ thị

3

Đường đi, chu trình, tính liên thông

4

Duyệt đồ thị

5

Biểu diễn đồ thị trên máy tính

6

Bài tập



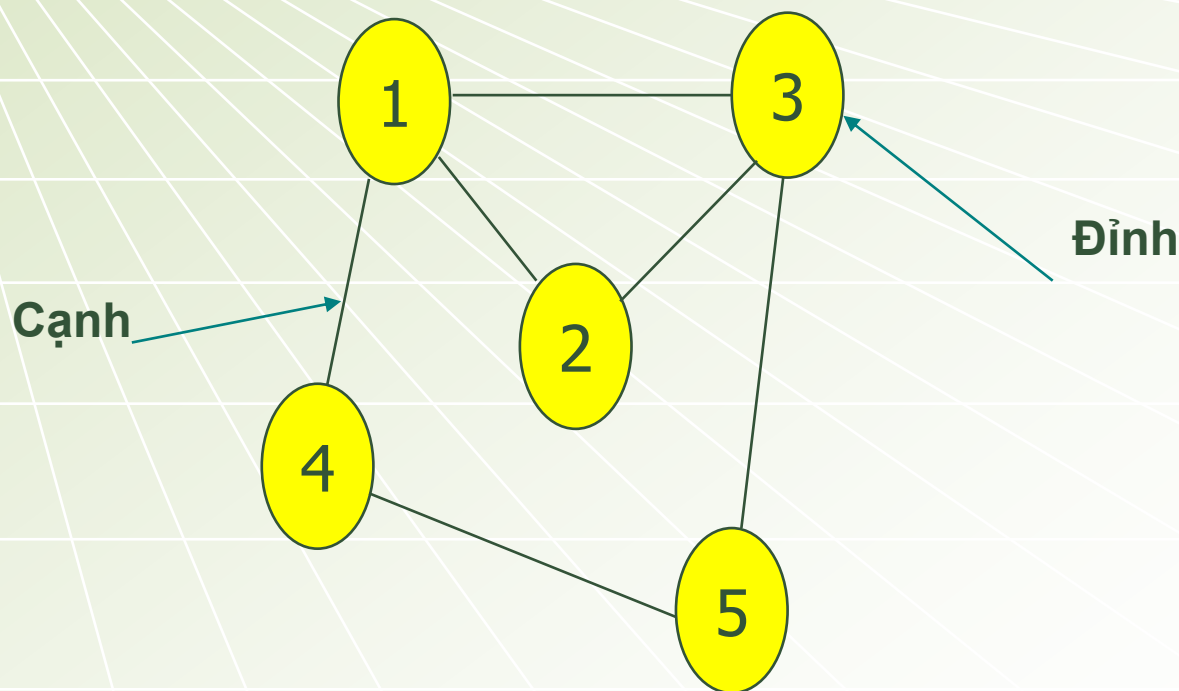
Định nghĩa

- ❖ V, E là các tập hữu hạn và không rỗng các phần tử nào đó và $E \subseteq V \times V$
 $G = (V, E)$ gọi là đồ thị hữu hạn.
- ❖ Mỗi phần tử $v \in V$ gọi là một đỉnh của đồ thị
- ❖ Mỗi phần tử $e = (x, y) \in E$ gọi là một cạnh của đồ thị
- ❖ V gọi là tập các đỉnh, E gọi là tập các cạnh
- ❖ $n = |V|, m = |E|$

Ví dụ



$$G = (V, E)$$

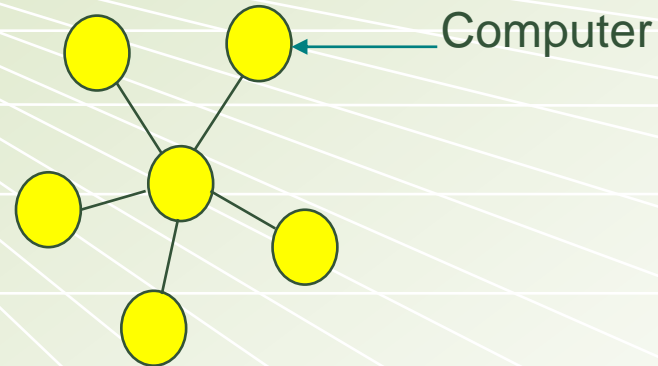


$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

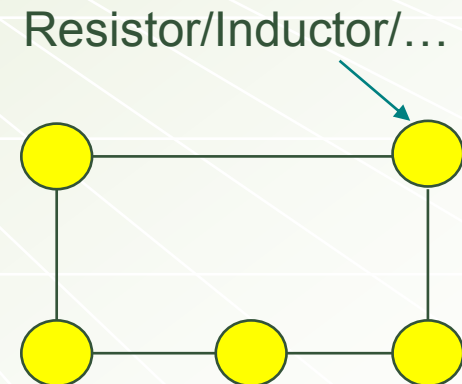
$$E = \{ (1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (3,5), (4,5) \}$$

Ứng dụng

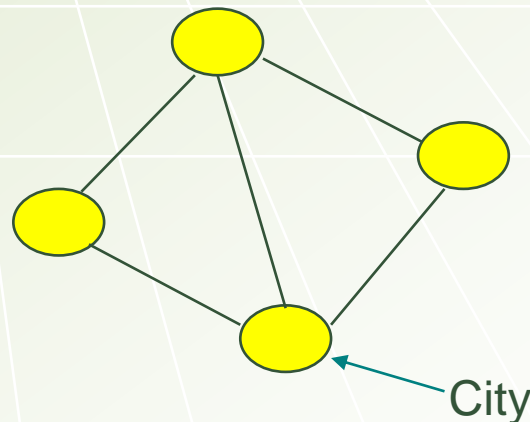
❖ Mạng máy tính



❖ Mạch điện tử



❖ Bản đồ





Đồ thị có hướng

- ❖ $G = (V, E)$ là đồ thị có hướng nếu với mọi cạnh $e = (x, y) \in E$ có phân biệt thứ tự các đỉnh x và y , có hướng x đến y , hay $(x, y) \neq (y, x)$



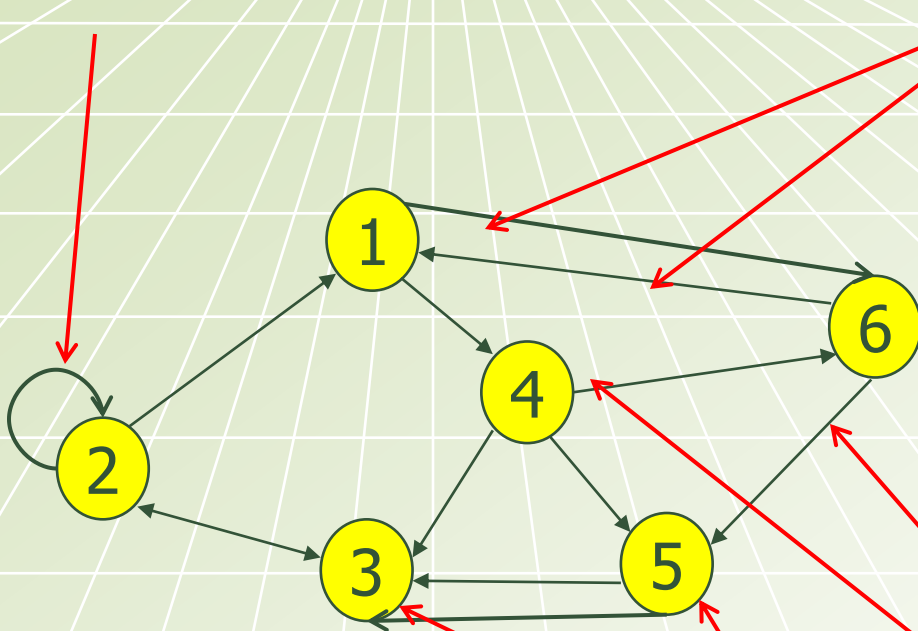
- ❖ Đối với một cung $e = (x, y)$:
 - x là đỉnh đi (gốc, đầu)
 - y là đỉnh đến (ngọn, cuối)
 - Cung e đi từ x và đến y

Đồ thị có hướng



Khuyến

Song song



$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$E = \{ (1,4), (1,6), (2,1), (2,3), (3,2), (4,3), (4,5), (4,6), (5,3), (6,1), (6,5), (5,3) \}$$

$$(1, 4) = 1 \rightarrow 4$$

Đỉnh Kề

Cạnh Kề



Đồ thị có hướng

❖ Cho $G=(V,E)$ là một đồ thị có hướng và $e=(v_i,v_j) \in E$:

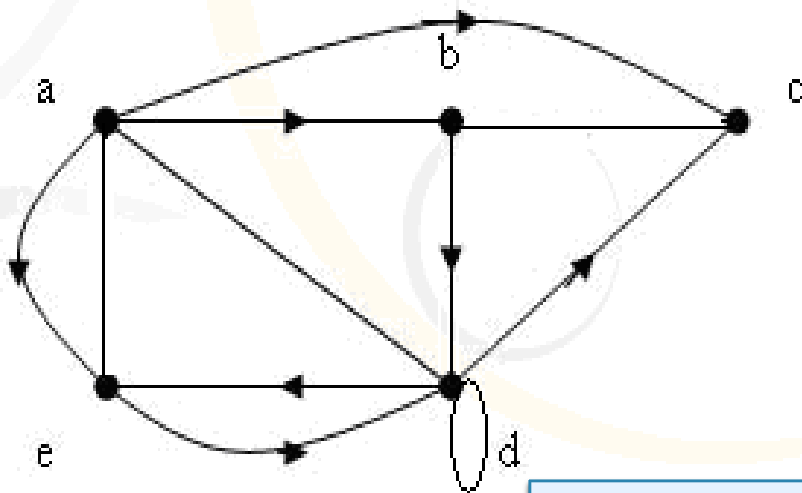
- v_j được gọi là **đỉnh sau** của v_i
- v_i là một **đỉnh trước** của v_j

❖ Tập các đỉnh sau và đỉnh trước của v_i lần lượt được kí hiệu là $\Gamma(v_i)$ và $\Gamma^{-1}(v_i)$

$$\Gamma(x) = \{y \in V \mid (x,y) \in E\}$$

❖ $G=(V,E) = (V, \Gamma)$

Đồ thị có hướng



v_i	$\Gamma(v_i)$	$\Gamma^{-1}(v_i)$	
a			
b			
c			}
d			,d,e}
e			



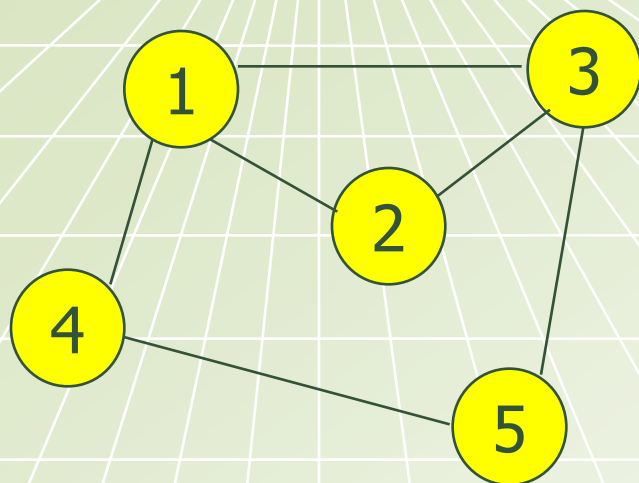
Đồ thị vô hướng

- ❖ $G = (V, E)$ là đồ thị vô hướng nếu với mọi cạnh $e = (x, y) \in E$ không phân biệt thứ tự các đỉnh x và y , tức là từ x đến y không kể hướng, hay $(x, y) = (y, x)$





Đồ thị vô hướng



$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (3,5), (4,5)\}$$

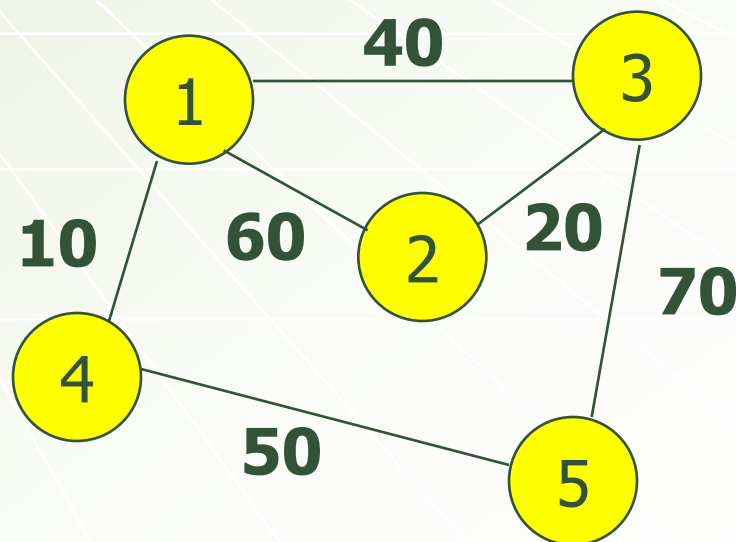
❖ cạnh song song, khuyên?

$$\text{❖ } \Gamma(x) = \{y \in V \mid (x,y) \in E\}$$



Đồ thị có trọng số

- ❖ Một đồ thị $G = (V, E)$ gọi là có trọng lượng hay trọng số nếu mỗi cạnh(hoặc cung) được gán 1 số,
- ❖ nghĩa là có một ánh xạ $\omega: E \rightarrow \mathbb{R}$.
- ❖ Khi đó $\omega(e)$ gọi là trọng lượng của e .

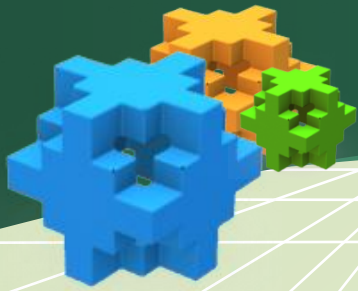




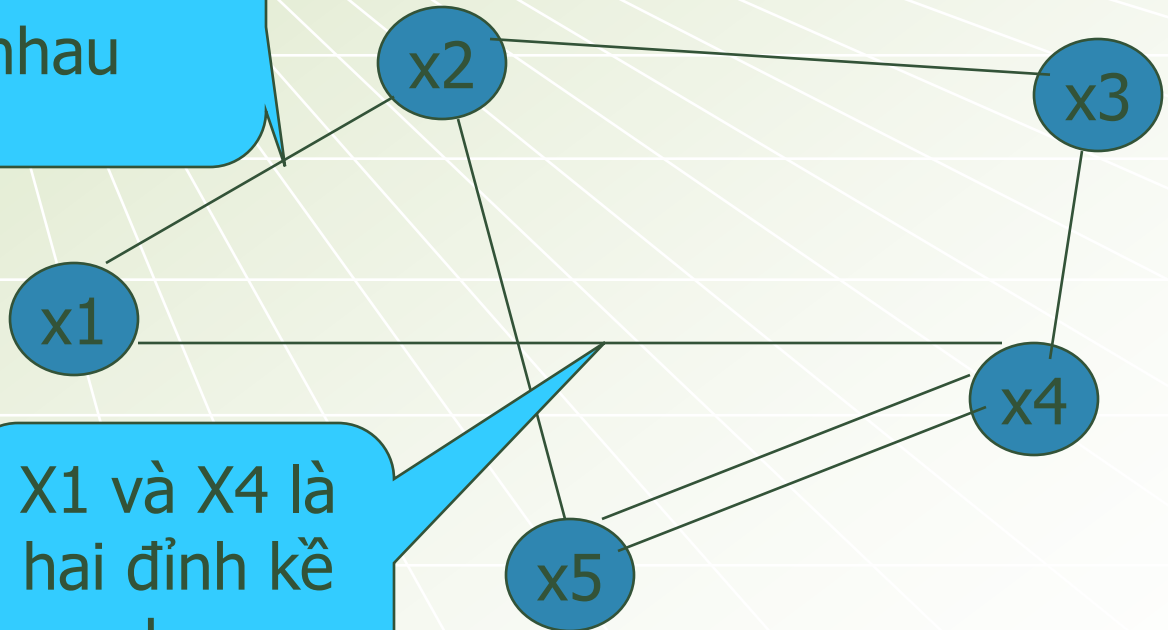
Kề nhau

- ❖ Cho $G = (V, E)$ và $e = (x, y) \in E$ là một cạnh nối đỉnh x và y . Khi đó ta nói
 - e là cạnh chứa đỉnh x, y hoặc x, y là các đỉnh thuộc cạnh e .
 - x, y được gọi là hai đỉnh kề nhau
- ❖ Hai cạnh kề nhau nếu giữa chúng có đỉnh chung
 - Ví dụ với $u = (x, y)$ và $v = (y, z)$ thì u, v là hai cạnh kề nhau

Kề nhau



X1 và X2 là
hai đỉnh kề
nhau



X1 và X4 là
hai đỉnh kề
nhau



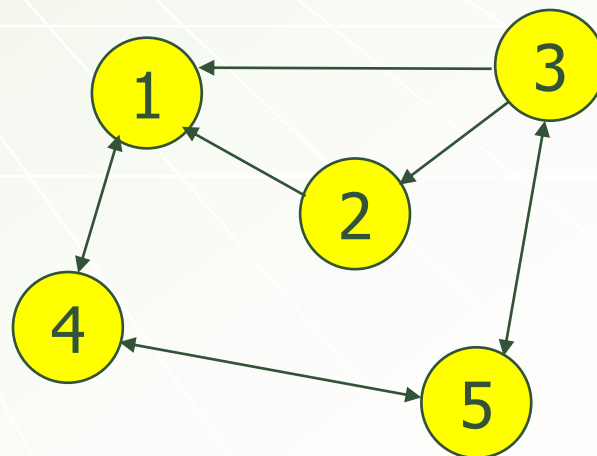
Bậc của đỉnh

❖ $G=(V,E)$ có hướng và $v_i \in V$

- nửa bậc trong (nửa bậc vào) = số các cung kết thúc tại (hay đi vào) v_i : $d^-(v_i) = |\Gamma^-(v_i)|$
- nửa bậc ngoài (nửa bậc ra) = số các cung khởi đầu từ (hay đi ra từ) v_i : $d^+(v_i) = |\Gamma^+(v_i)|$
- bậc của v_i : $d(v_i) = d^-(v_i) + d^+(v_i)$

Nửa Bậc vào của 1 là 3

Nửa Bậc ra của 1 là 1



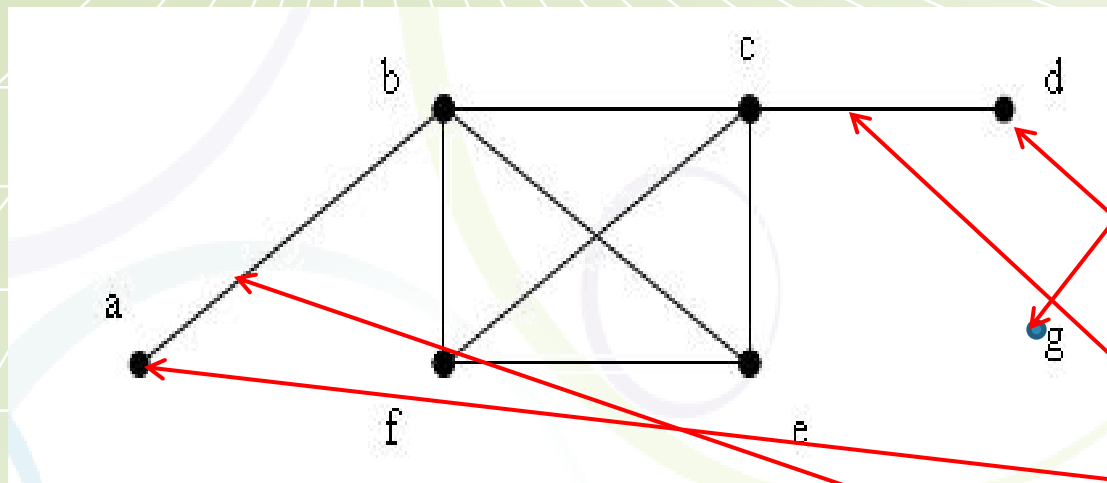


Bậc của đỉnh

- ❖ $G=(V,E)$ vô hướng và $v_i \in V$
 - bậc của v_i : $d(v_i)$ = số cạnh kề với v_i , trong đó **một khuyên được đếm là 2**
- ❖ Đỉnh có bậc = 0 được gọi là đỉnh cô lập
- ❖ Đỉnh có bậc = 1 được gọi là đỉnh treo và cung (cạnh) tới của nó được gọi là cạnh treo



Bậc của đỉnh



Đỉnh cô lập

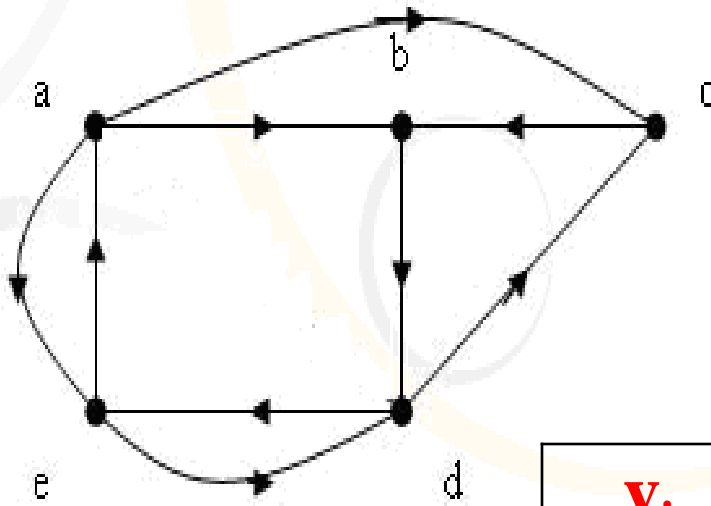
Đỉnh treo

Cạnh treo

$$\begin{aligned}d(a) &= 1, d(b) = 4, d(c) = 4, \\d(d) &= 1, d(e) = 3, d(f) = 3, \\d(g) &= 0\end{aligned}$$

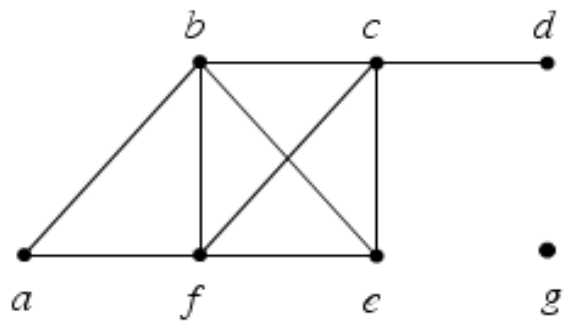


Bậc của đỉnh

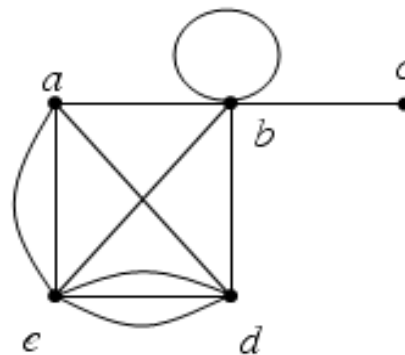


v_i	$d^-(v_i)$	$d^+(v_i)$	$d(v_i)$
a	1	3	4
b	2	1	3
c	2	1	3
d	2	2	4
e	2	2	4

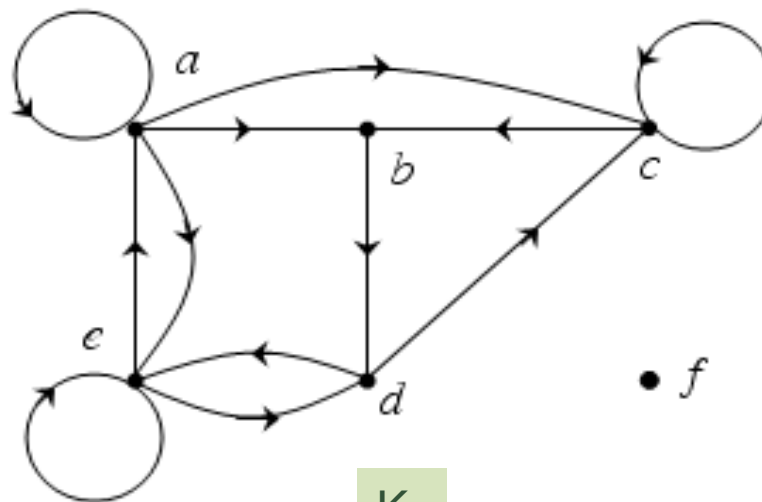
Bậc của đỉnh



G



H



K



Bậc của đỉnh

❖ Sự liên hệ giữa đỉnh và cạnh

- Nếu G có hướng thì

$$m = \sum_{v_i \in V} d^-(v_i) = \sum_{v_i \in V} d^+(v_i)$$

- $2m = \sum_{v_i \in V} d(v_i)$

- Số đỉnh bậc lẻ là số chẵn



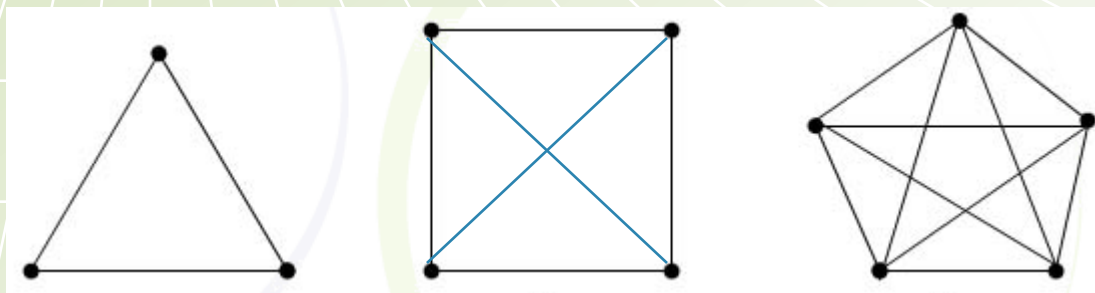
Đơn đồ thị, đa đồ thị

- ❖ Đồ thị $G = (V, E)$ gọi là **đồ thị đơn** nếu giữa hai đỉnh bất kỳ được nối với nhau bởi không quá một cạnh và không có khuyên
- ❖ Đồ thị $G = (V, E)$ gọi là **đa đồ thị** nếu nó có ít nhất một cặp đỉnh được nối với nhau bởi hai cạnh trở lên và không có khuyên



Đồ thị đủ (vô hướng) K_n

- ❖ Là đơn đồ thị cấp n và giữa 2 đỉnh bất kỳ đều có một cạnh (mỗi đỉnh của đồ thị được nối đến tất cả các đỉnh khác trong đồ thị)



- ❖ Một đồ thị đủ có n đỉnh sẽ có $\frac{n(n-1)}{2}$ cạnh
- ❖ Một đồ thị có hướng G gọi là đủ nếu đồ thị vô hướng tương ứng của nó là đầy đủ



❖ Cho $G=(V,E)$ là đồ thị **có hướng**. Ta bảo

- Đồ thị đối xứng : $(x,y) \in E \rightarrow (y,x) \in E$

Đồ thị phản xứng : $(x,y) \in E \rightarrow (y,x) \notin E$.

- G là đối xứng đủ nếu G đơn và giữa 2 đỉnh có 2 cung ngược chiều nhau

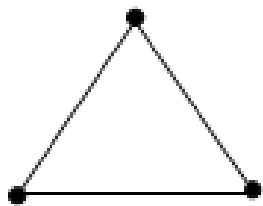
G là phản xứng đủ hay 1 vòng thi đấu nếu G đơn và giữa 2 đỉnh có đúng 1 cung. Kí hiệu T_n

- G là giả đối xứng hay cân bằng nếu $d^-(v_i) = d^+(v_i)$, $\forall v_i \in V$

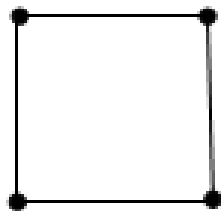
- G là k -đều nếu G đơn và $d^-(v_i) = d^+(v_i)=k$, $\forall v_i \in V$



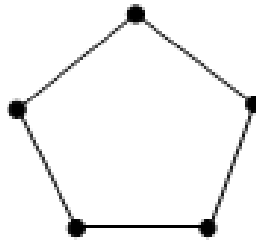
- ❖ Cho $G=(V,E)$ là đồ thị vô hướng. Ta bảo
- G là k -đều nếu G đơn và $d(v_i) = k, \forall v_i \in V$
 - *Chu trình (vòng) C_n* , với $n \geq 3$, là một đồ thị có n đỉnh v_1, v_2, \dots, v_n và các cạnh $\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \dots, \{v_{n-1}, v_n\}$ và $\{v_n, v_1\}$



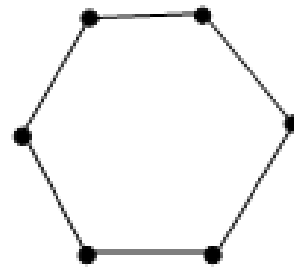
C_3



C_4



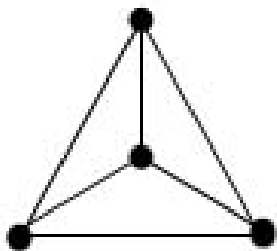
C_5



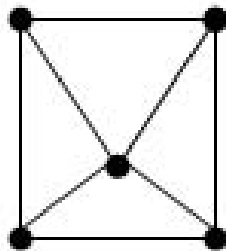
C_6



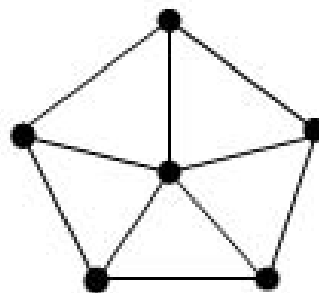
- G gọi là một bánh xe nếu G có :
 - $n-1$ đỉnh và $n-1$ cạnh tạo thành một đa giác đều
 - $n-1$ đỉnh của nó đều nối 1 đỉnh thứ n ở tâm đa giác.
- Kí hiệu W_n



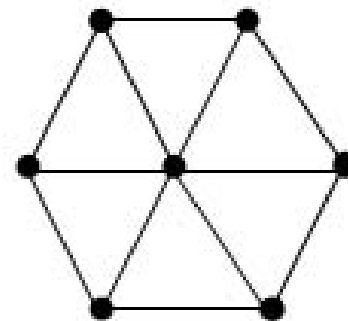
W_4



W_5



W_6

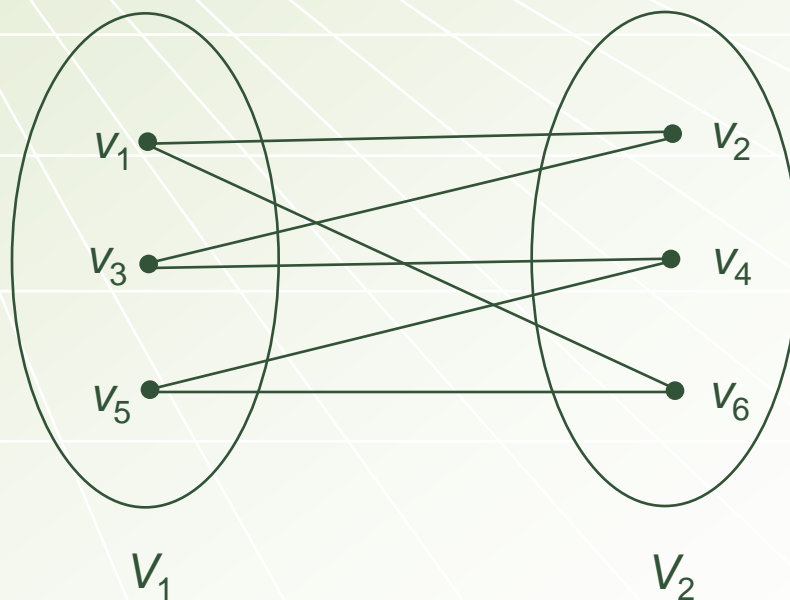


W_7



Đồ thị lưỡng phân

- G gọi là lưỡng phân nếu V có thể phân hoạch thành V_1, V_2 sao cho mọi cạnh của G đều nối 1 đỉnh trong V_1 với một đỉnh trong V_2



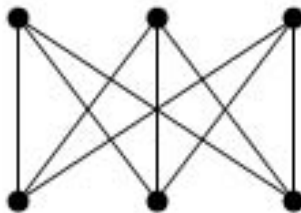


Đồ thị lưỡng phân

- Nếu G đơn và mọi đỉnh trong V_1 đều nối với tất cả các đỉnh trong V_2 thì G gọi là đồ thị lưỡng phân đủ, ký hiệu $K_{n,m}$ với $n=|V_1|$ và $m=|V_2|$.
- Đặc biệt $K_{1,m}$ gọi là đồ thị ngôi sao



$K_{2,3}$



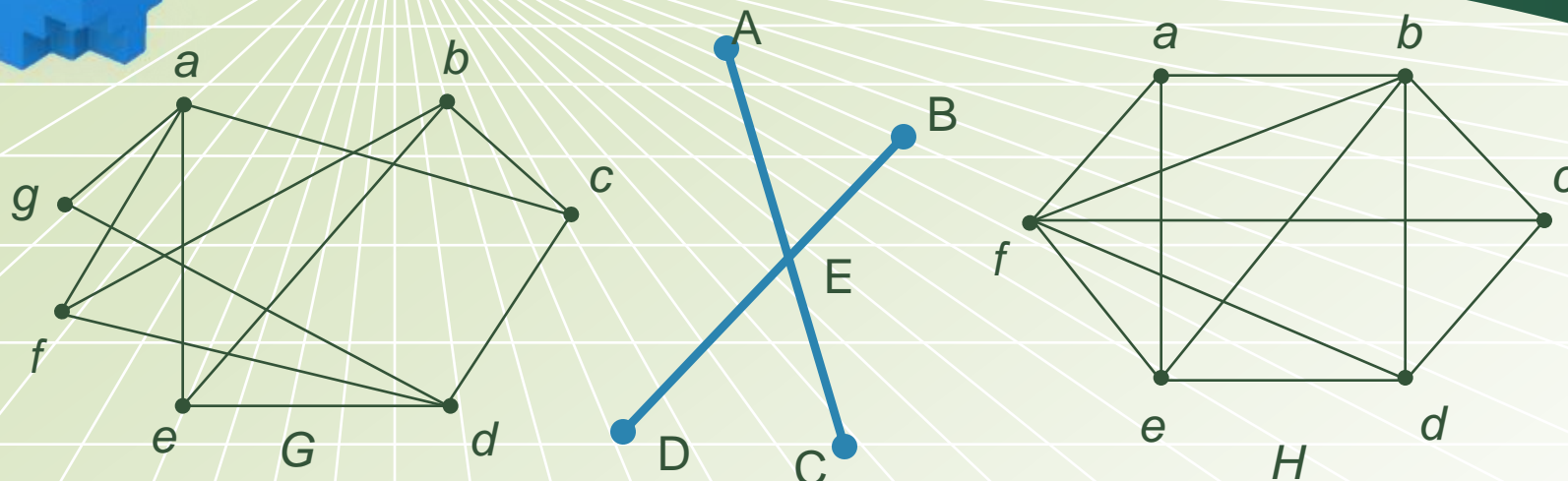
$K_{3,3}$



$K_{3,4}$



Đồ thị lưỡng phân



Đồ thị G là phân đôi, với $\{a, b, d\}$ và $\{c, e, f, g\}$.

Đồ thị H là không phân đôi, vì

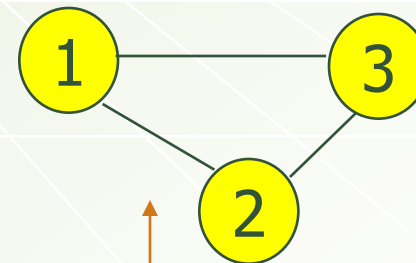
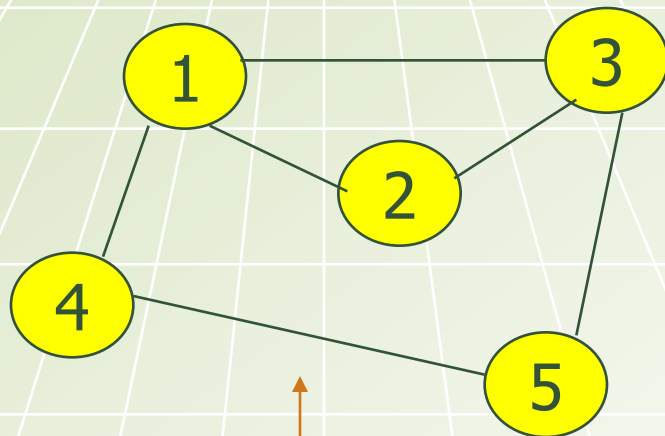
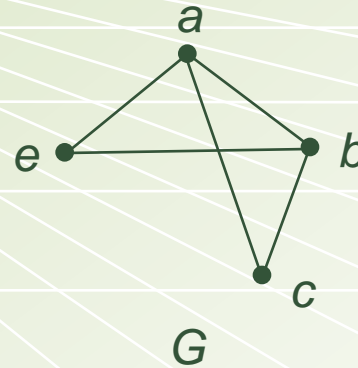
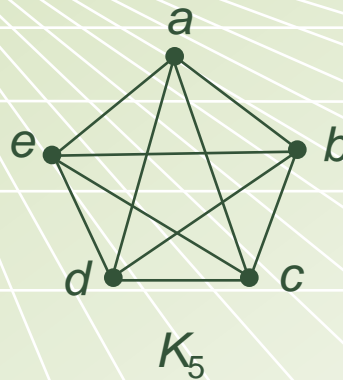
- f nối với tất cả các đỉnh khác; do đó $V1 = \{f\}$
- a và b lại nối với nhau.



Đồ thị con

- ❖ Nếu trong đồ thị ta bỏ đi một số đỉnh nào đó và các cạnh chứa đỉnh đó thì phần còn lại của đồ thị được gọi là **đồ thị con** của đồ thị đã cho.
- ❖ Nếu trong đồ thị ta bỏ đi một số cạnh giữ nguyên các đỉnh thì phần còn lại của đồ thị được gọi là **đồ thị bộ phận** của đồ thị đã cho.

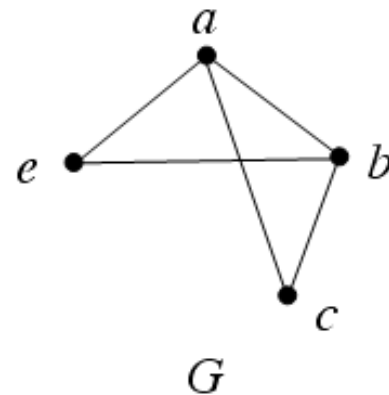
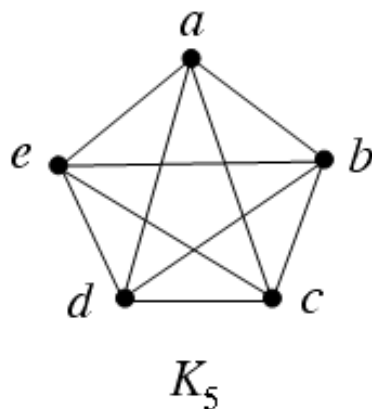
Ví dụ





Đồ thị con

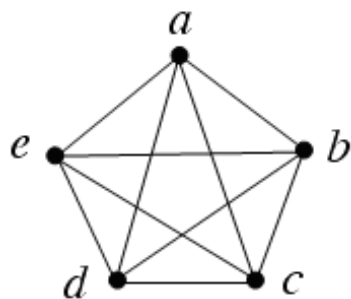
- ❖ Cho $G = (V, E)$ và $G' = (V', E')$ là 2 đồ thị cùng có hướng hoặc cùng không có hướng
- G' được gọi là đồ thị con của G , kí hiệu $G' \leq G$ nếu $V' \subseteq V$, $E' \subseteq E$ và $(v_i, v_j) \in E' \Rightarrow v_i, v_j \in V'$
 - Nếu $G' \leq G$ với $V' = V$ thì G' gọi là *đồ thị bộ phận* hay *đồ thị khung* của G .
 - Nếu $V' = V$ và $E' = E - \{e\}$, $e \in E$ thì G' được viết là $G - e$



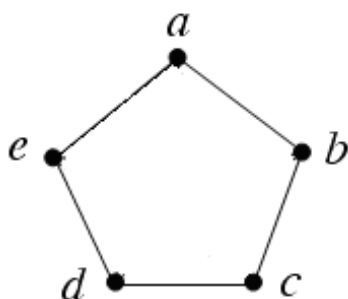


Đồ thị bù

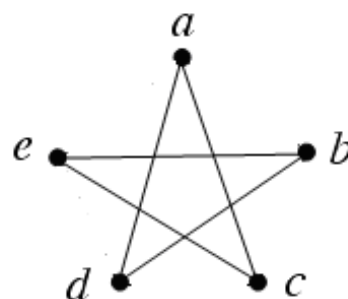
- ❖ Cho $K_n = (V, E)$ và $G = (V, E_1)$ là đồ thị khung của K_n
- ❖ Đặt $\bar{G} = (V, E_2)$ với $E_2 = E - E_1$ thì \bar{G} gọi là *đồ thị bù* của G
- ❖ $K_n = (V, E_1 \cup E_2)$ và $E_1 \cap E_2 = \emptyset$



K_5



G





Đồng cấu (đẳng hình) đồ thị

❖ Hai đồ thị $G = (V, E)$ và $G' = (V', E')$ gọi là đẳng cấu với nhau nếu :

- có một phép tương ứng 1 – 1 (song ánh) giữa 2 tập V, V'
- và có một phép tương ứng 1 – 1 giữa 2 tập hợp E, E'

Sao cho:

nếu cạnh $e = (v, w) \in E$ tương ứng với cạnh $e' = (v', w') \in E'$ thì cặp đỉnh $v, w \in V$ cũng là tương ứng của cặp đỉnh $v', w' \in V'$

❖ G, G' đẳng cấu nếu tồn tại một song ánh $\varphi: V \rightarrow V'$ sao cho: $(i, j) \in E \implies (\varphi(i), \varphi(j)) \in E'$.

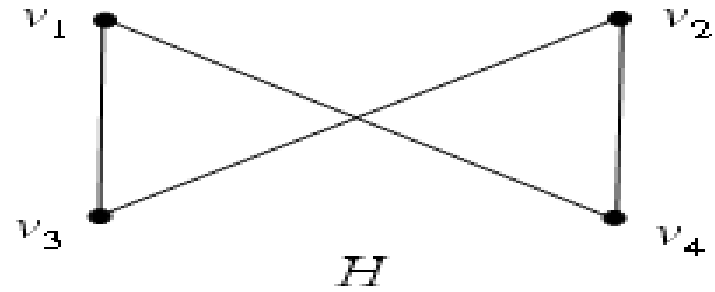
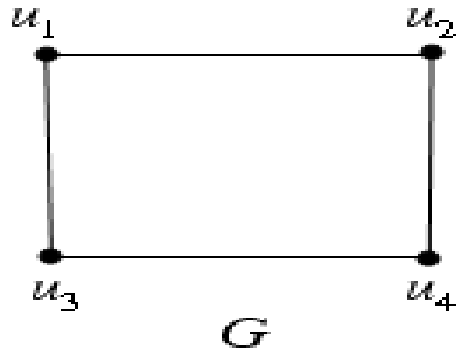


Đồng cấu (đẳng hình) đồ thị

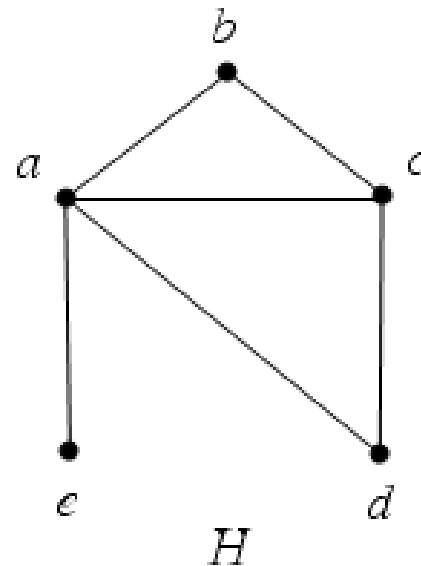
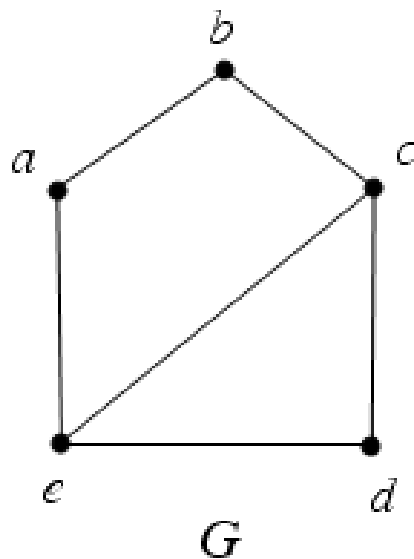
❖ Nếu G, G' là đồng cấu qua ánh xạ φ thì hai đồ thị:

- Có cùng số đỉnh, tức là $|V| = |V'|$
- Có cùng số cạnh: $|E| = |E'|$
- Có cùng số đỉnh với bậc cho sẵn
- Số đỉnh kề với đỉnh $i \in V$ và $\varphi(i) \in V'$ là như nhau.

Ví dụ



Với ánh xạ f thỏa $f(u_1) = v_1$, $f(u_2) = v_4$, $f(u_3) = v_3$, $f(u_4) = v_2$ thì G, H là đẳng cấu

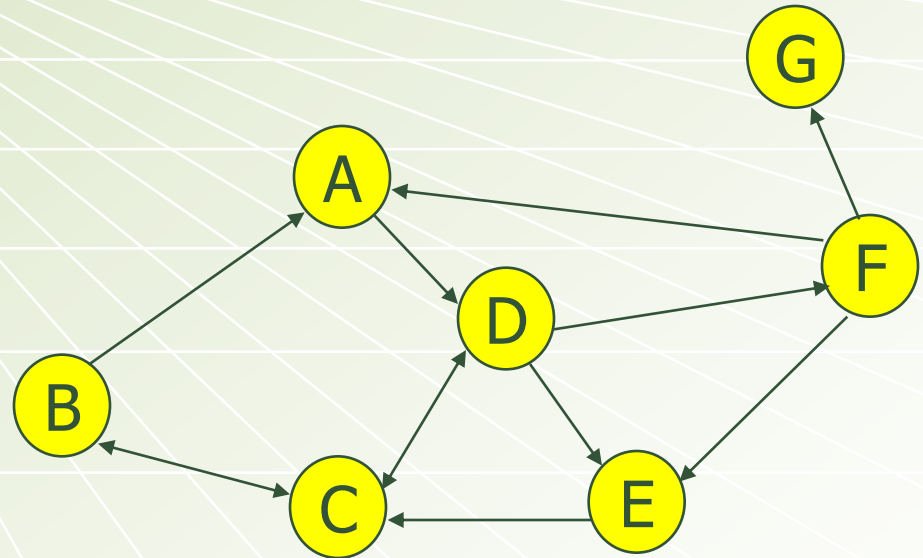
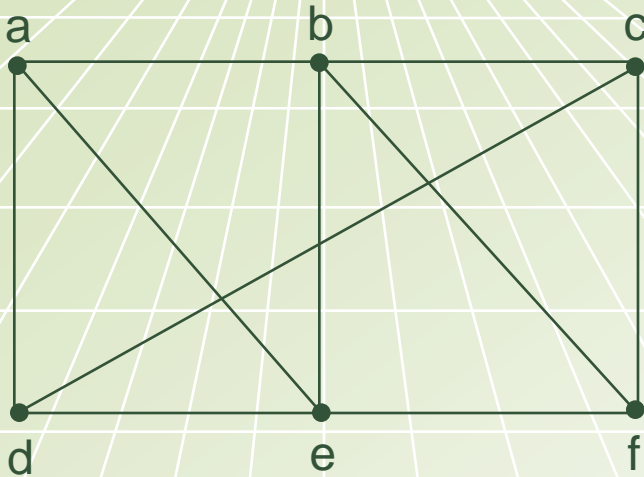




Dây chuyền, đường đi, chu trình, mạch

- ❖ Dây chuyền trong một đồ thị không có định hướng: một **dãy liên tiếp các cạnh**, sao cho mỗi một cạnh có một đỉnh chung với cạnh tiếp theo.
- ❖ Chu trình: dây chuyền có đỉnh khởi đầu và đỉnh kết thúc trùng nhau
- ❖ Dây chuyền sơ cấp: không có **đỉnh** nào xuất hiện **quá một lần**
- ❖ Dây chuyền đơn: không có **cạnh** nào xuất hiện **quá 1 lần**
- ❖ chu trình đơn và chu trình sơ cấp?
- ❖ Đường và mạch là khái niệm dây chuyền và chu trình trong trường hợp đồ thị có định hướng

Ví dụ

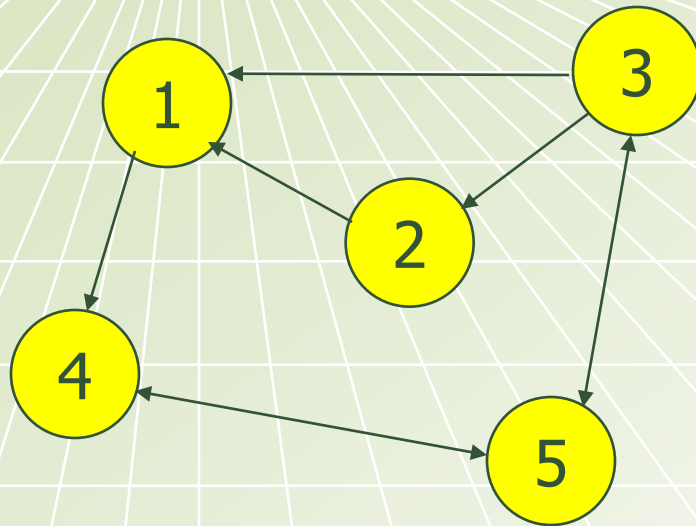


Từ B đến D

- $(B, A), (A, D) = B, A, D$
- B, C, D



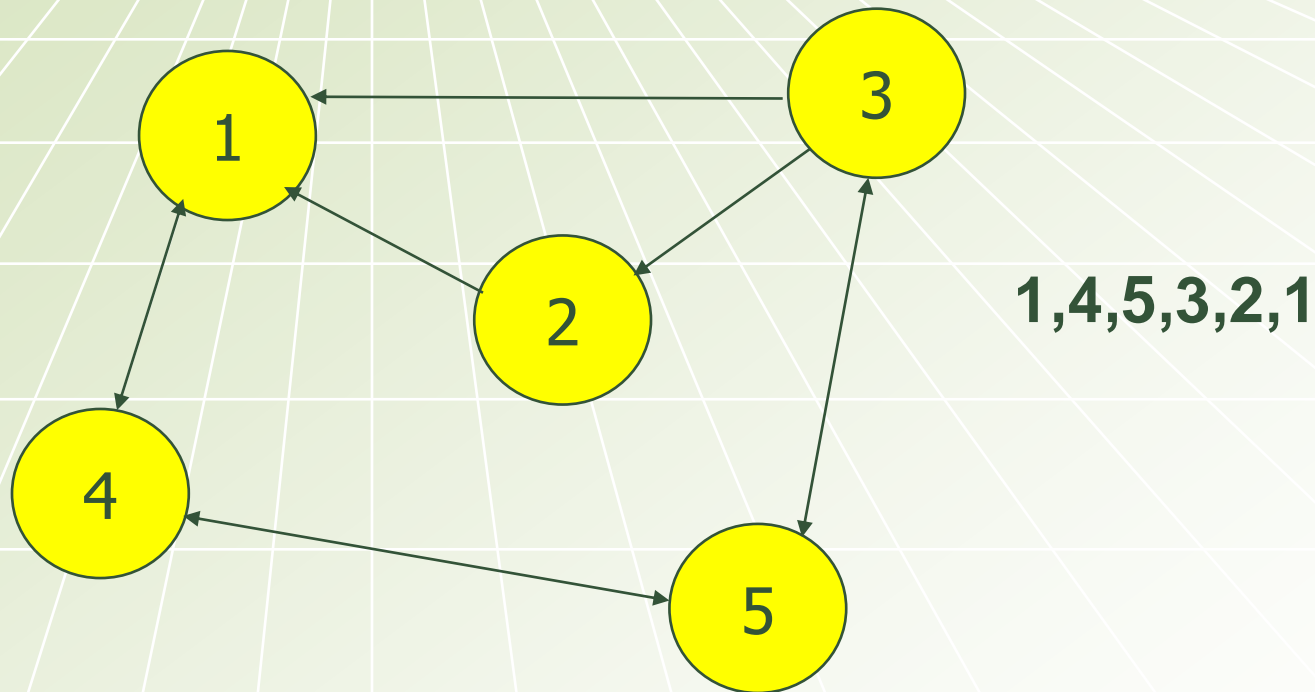
Ví dụ



3,2,1,4,5,3



Chu trình Halmilton



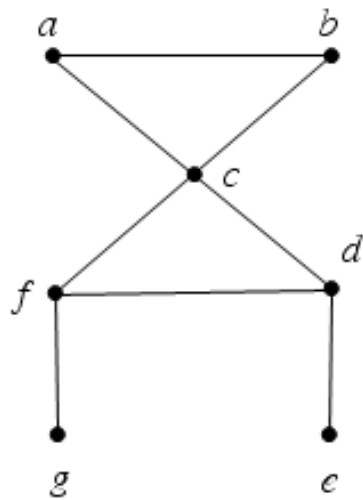


Đồ thị vô hướng liên thông

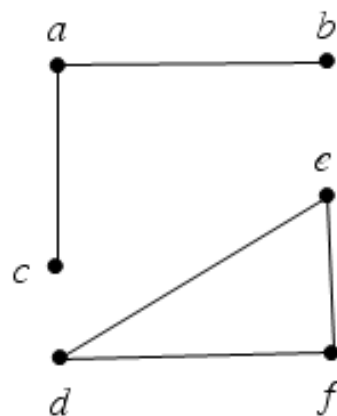
- ❖ Đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ được gọi là liên thông nếu **luôn tìm được đường đi giữa hai đỉnh bất kỳ** của nó.
- ❖ Trên V ta định nghĩa quan hệ tương đương \sim như sau:
$$x \sim y \Leftrightarrow x = y \text{ hay có một dãy chuyển nối } x \text{ và } y$$

Nếu $x \sim y$ thì ta nói **x liên thông với y**
Quan hệ \sim sẽ phân G thành các lớp tương đương gọi là các thành phần liên thông.
Nếu G chỉ có 1 thành phần liên thông thì G liên thông

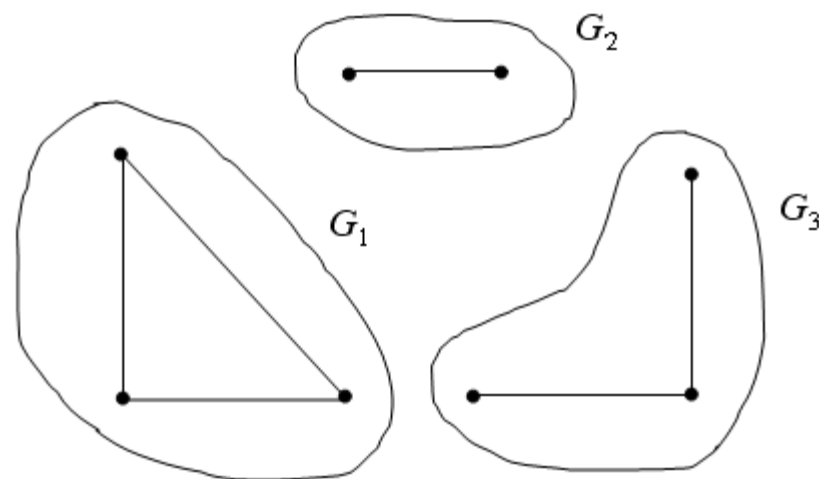
Ví dụ



G



H

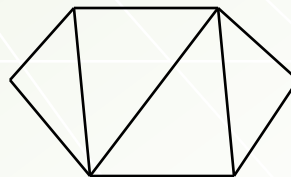
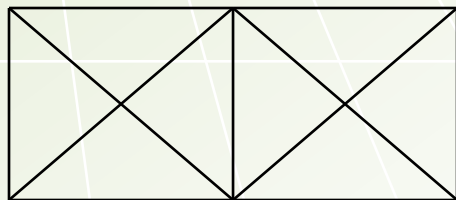
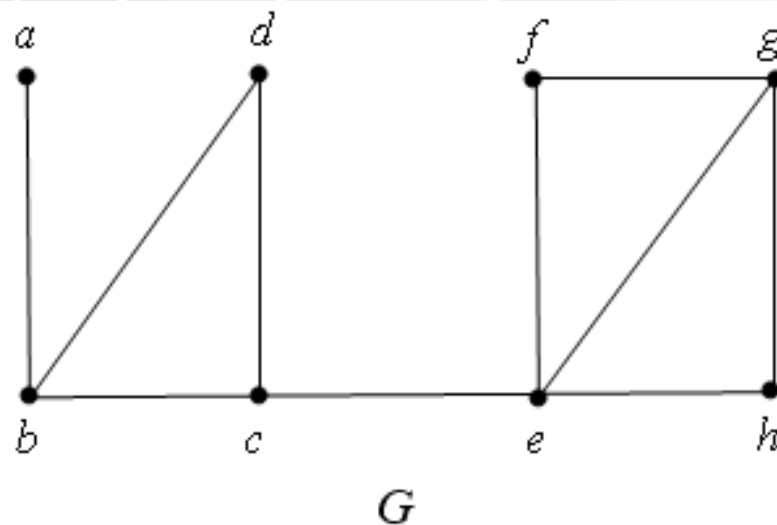
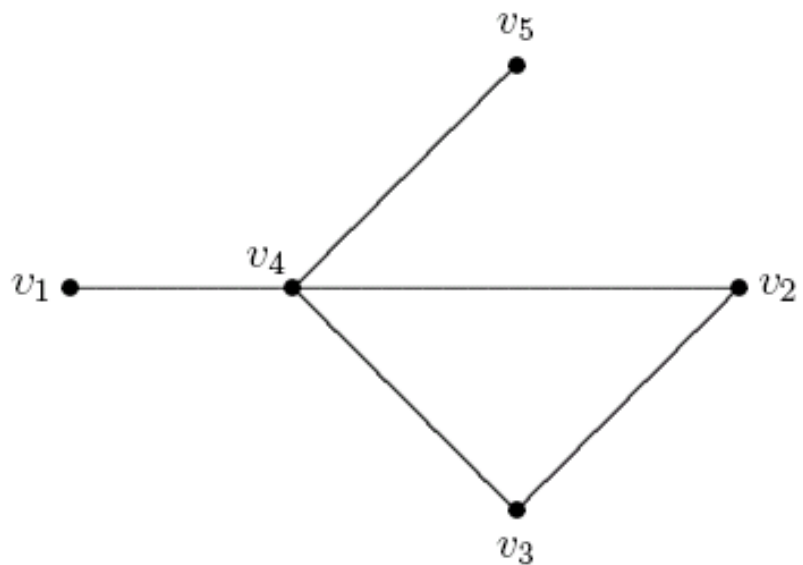




Đồ thị vô hướng liên thông

- ❖ Cho đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ liên thông
 - Đỉnh i gọi là điểm khớp của G nếu $G-i$ không liên thông
 - Cạnh $e \in E$ gọi là cầu nếu $G-e$ không liên thông
 - Số **liên thông cạnh** của G , kí hiệu là $e(G)$ là số cạnh ít nhất xoá đi G không còn liên thông (1 đỉnh xem như không liên thông)
 - Số **liên thông đỉnh** của G , kí hiệu là $v(G)$ là số đỉnh ít nhất xoá đi G không còn liên thông

Ví dụ



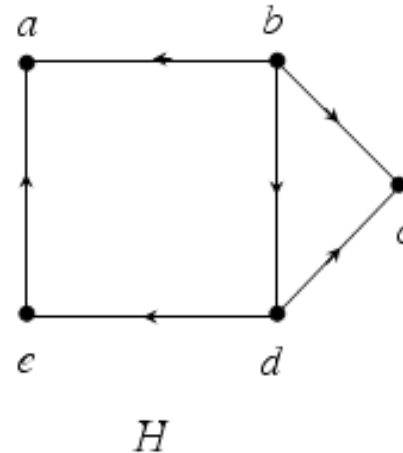
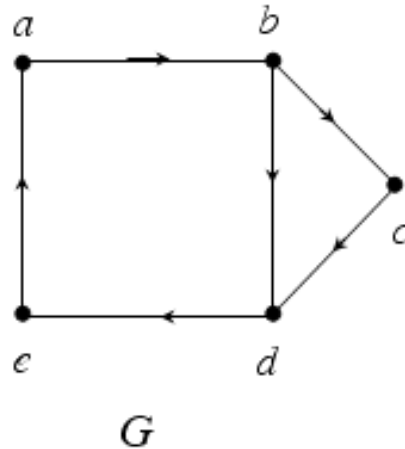


Đồ thị hữu hướng liên thông mạnh

- ❖ Đồ thị có hướng $G = (V, E)$ được gọi là **liên thông mạnh** nếu luôn tìm được đường đi giữa hai đỉnh bất kỳ của nó
- ❖ Trên V ta định nghĩa quan hệ tương đương \sim như sau
 - $x \sim y \Leftrightarrow x = y$ hay có một đường đi từ x đến y và có một đường đi từ y đến x
 - Nếu $x \sim y$ thì ta nói x liên thông mạnh với y
 - Quan hệ \sim sẽ phân G thành các lớp tương đương gọi là các thành phần liên thông mạnh.
 - Nếu G chỉ có 1 thành phần liên thông mạnh thì G liên thông mạnh.

Đồ thị hữu hướng liên thông mạnh

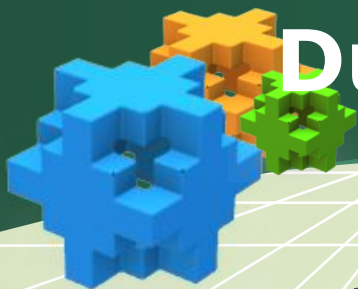
- ❖ Đồ thị có hướng $G = (V, E)$ được gọi là liên thông yếu nếu đồ thị vô hướng tương ứng với nó là vô hướng liên thông





Duyệt đồ thị

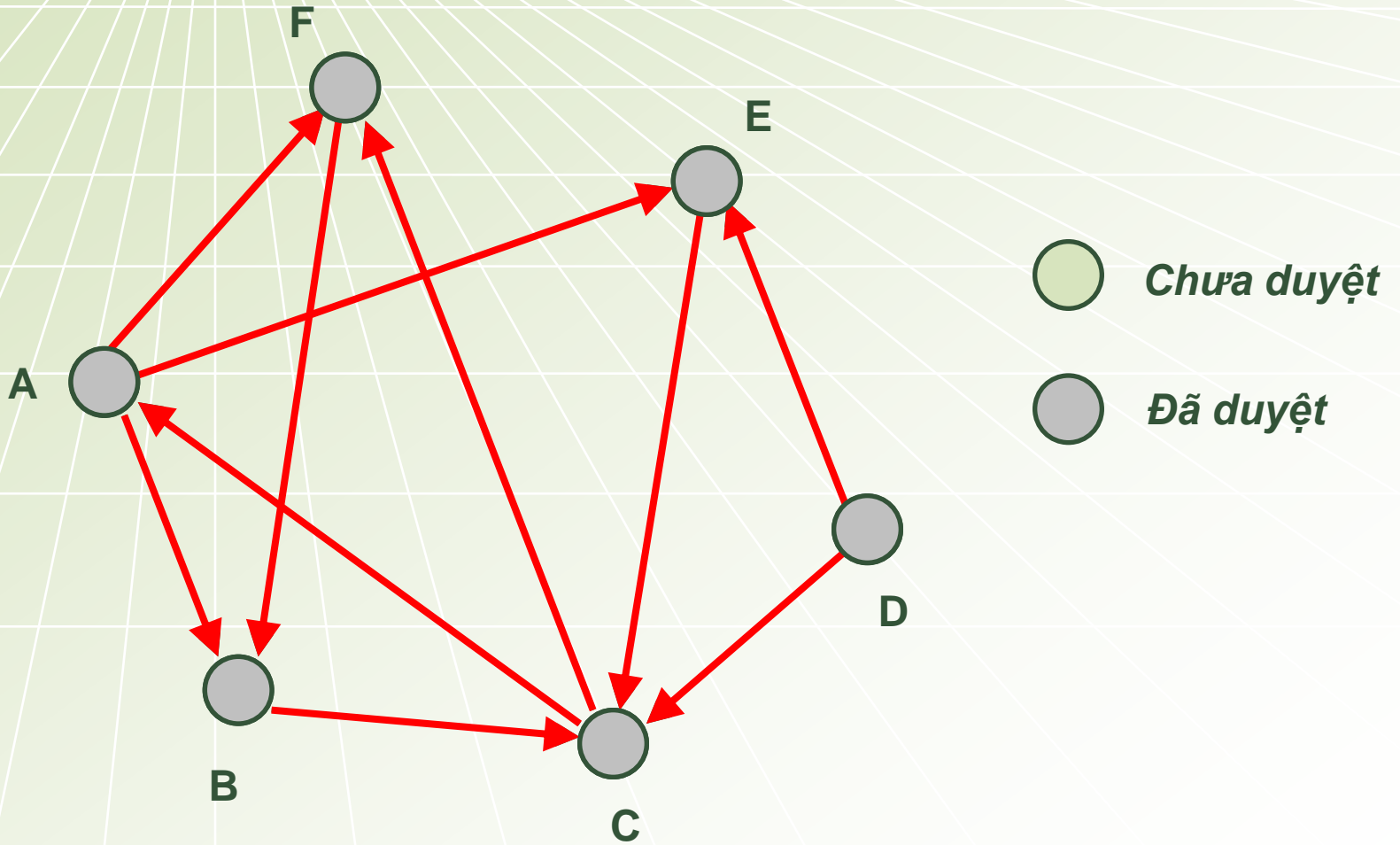
- ❖ Duyệt đồ thị theo chiều sâu
- ❖ Duyệt đồ thị theo chiều rộng



Duyệt đồ thị theo chiều sâu - DFS

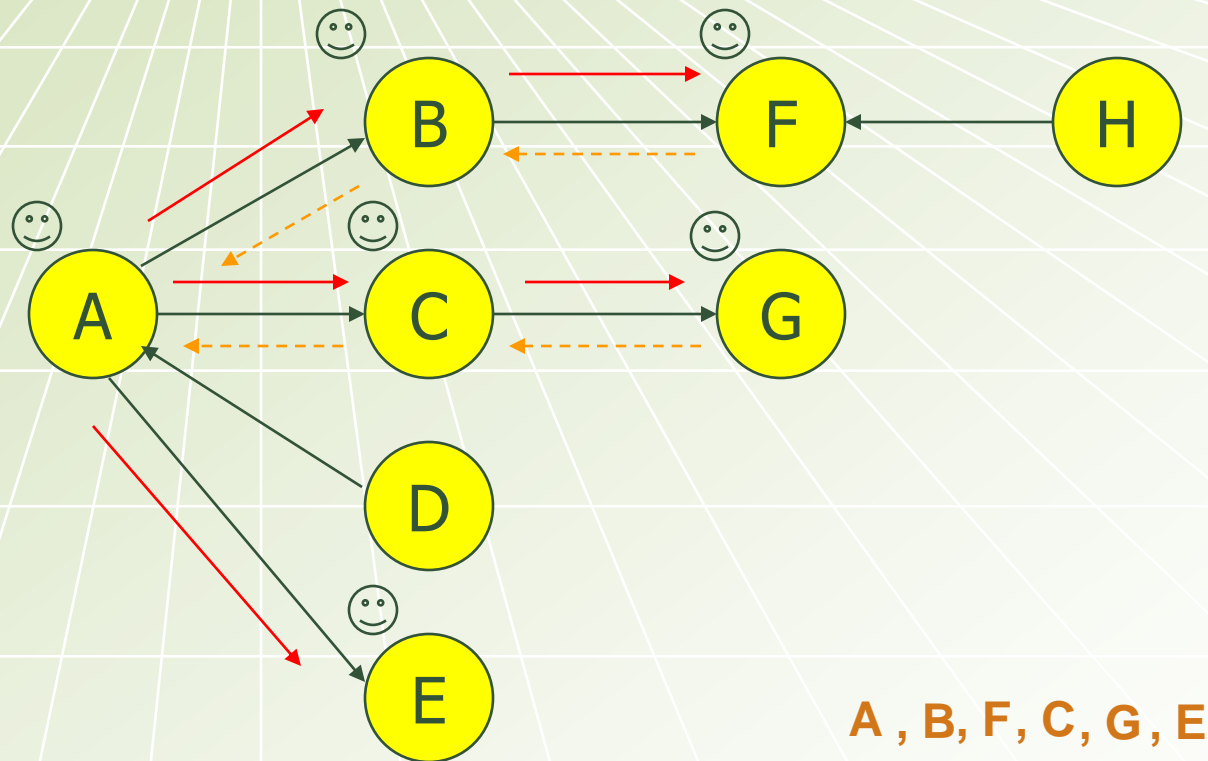
- ❖ Khởi từ một đỉnh,
- ❖ đi theo các cung (cạnh) xa nhất có thể.
- ❖ Trở lại đỉnh trước của cạnh xa nhất, tiếp tục duyệt như trước, cho đến đỉnh cuối cùng

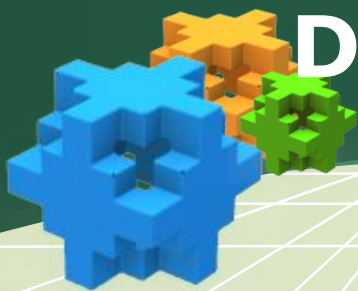
DFS





Duyệt theo chiều sâu





Duyệt đồ thị theo chiều sâu - DFS

- ❖ O: tập các đỉnh sẽ xét
- ❖ C: tập các đỉnh đã xét, không xét nữa
- ❖ s: đỉnh bắt đầu



Duyệt đồ thị theo chiều sâu - DFS

❖ Bước 0:

$O = \{S\}, C = \{\}$

❖ Bước 1:

while ($O \neq \{\}$)

{

lấy đỉnh N từ **đầu** O.

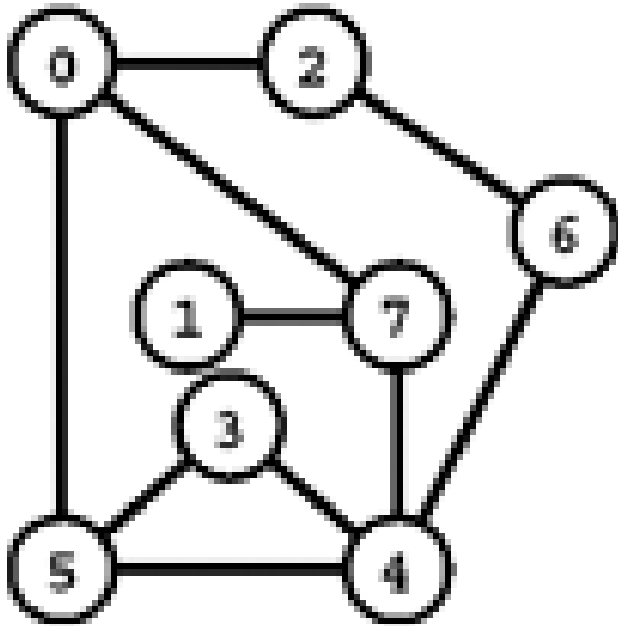
Nếu N chưa duyệt

đánh dấu đã duyệt đỉnh N. (bỏ N vào C)

Với \forall đỉnh P kề N

Nếu đỉnh P chưa xét: bỏ P vào **đầu** O

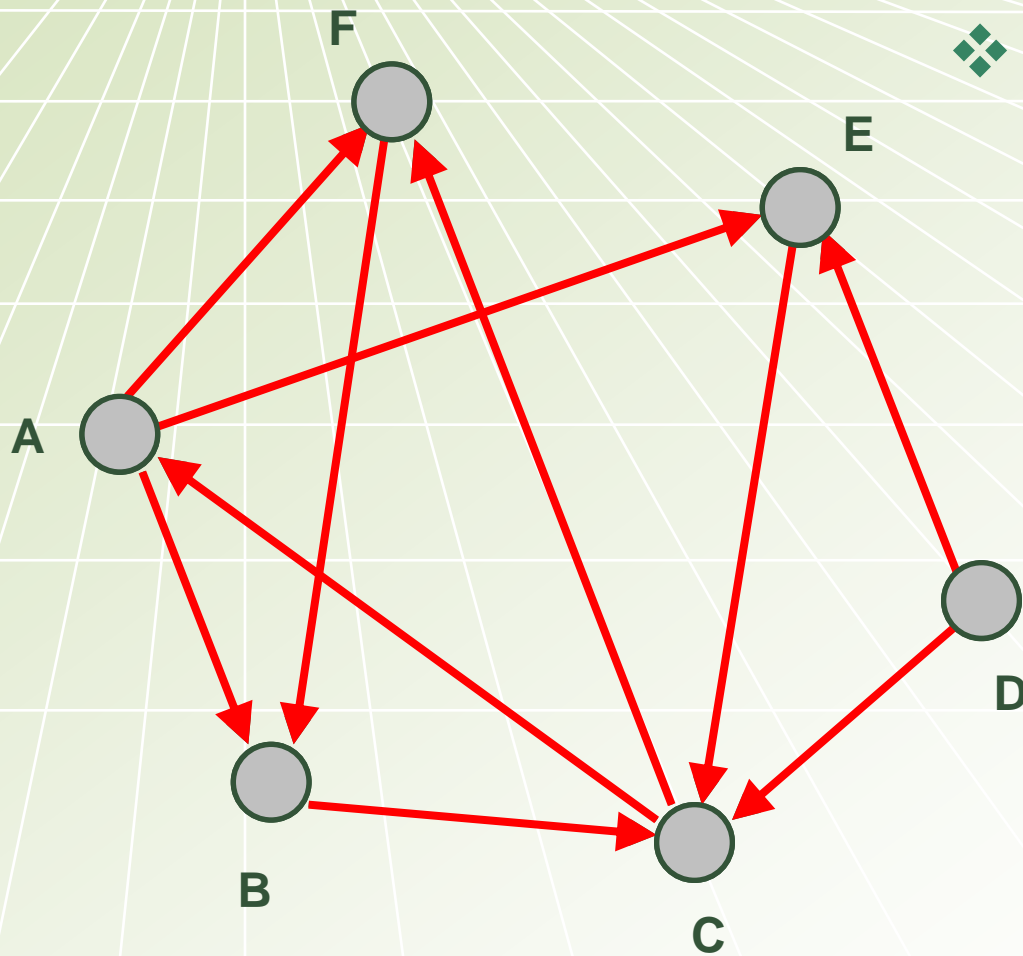
Ví dụ



$$\diamond O = \{0\}$$

$$\diamond C = \{\}$$

DFS - Ví dụ



❖ $O = \{A\}$

❖ $C = \{\}$

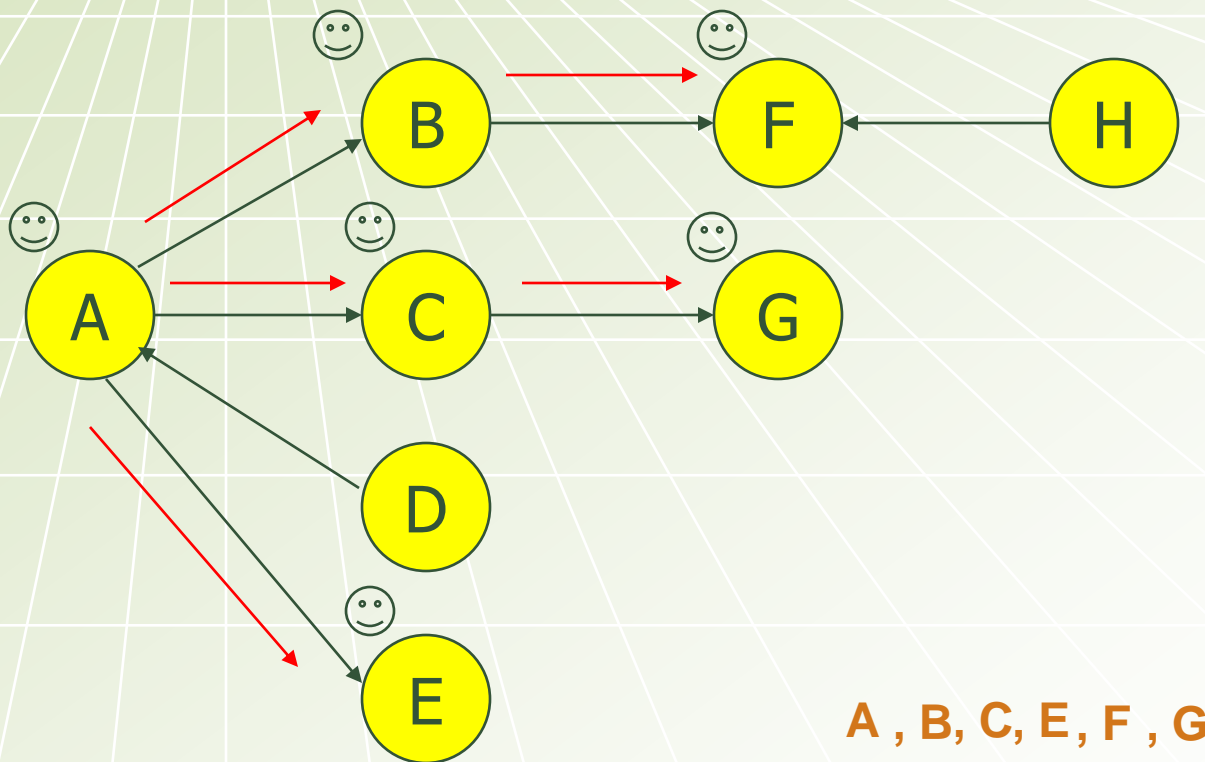


Duyệt theo chiều rộng - BFS

- ❖ Duyệt trên tất cả các nút của một mức trong không gian bài toán trước khi chuyển sang các nút của mức tiếp theo



Duyệt theo chiều rộng



A , B, C, E, F , G

Duyệt đồ thị theo chiều rộng - BFS



❖ Bước 0:

$O = \{S\}, C = \{\}$

❖ Bước 1:

while ($O \neq \{\}$)

{

lấy đỉnh N từ **đầu** O.

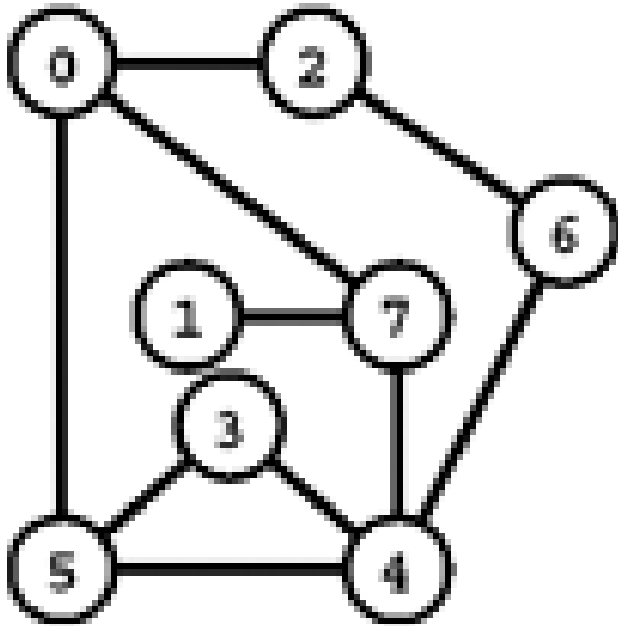
Nếu N chưa duyệt

đánh dấu đã duyệt đỉnh N. (bỏ N vào C)

Với \forall đỉnh P kề N

Nếu đỉnh P chưa xét: bỏ P vào **cuối** O

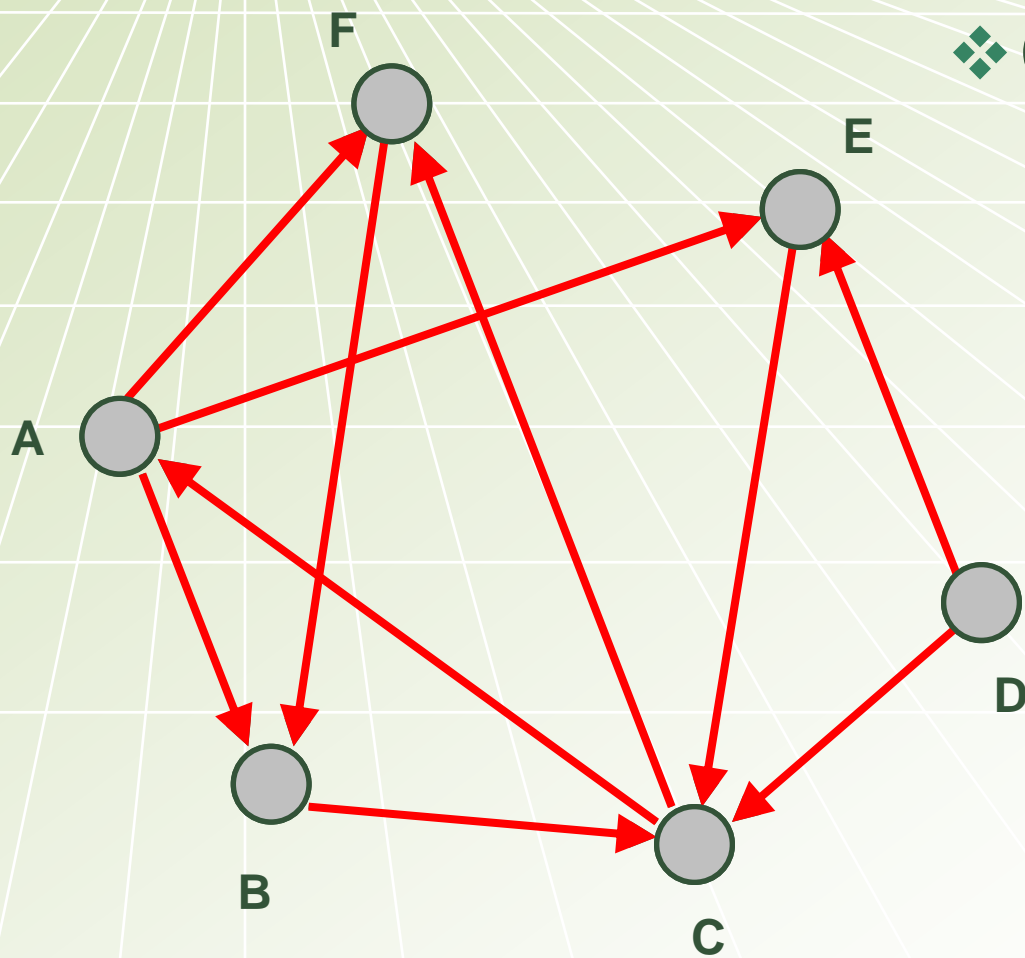
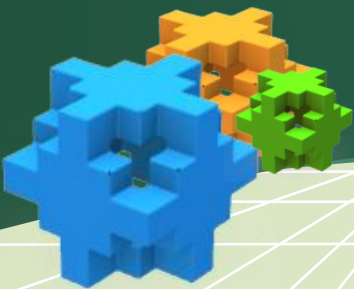
Ví dụ



$$\diamond O = \{0\}$$

$$\diamond C = \{\}$$

BFS - Ví dụ



❖ $O = \{A\}$

❖ $C = \{\}$



Biểu diễn đồ thị

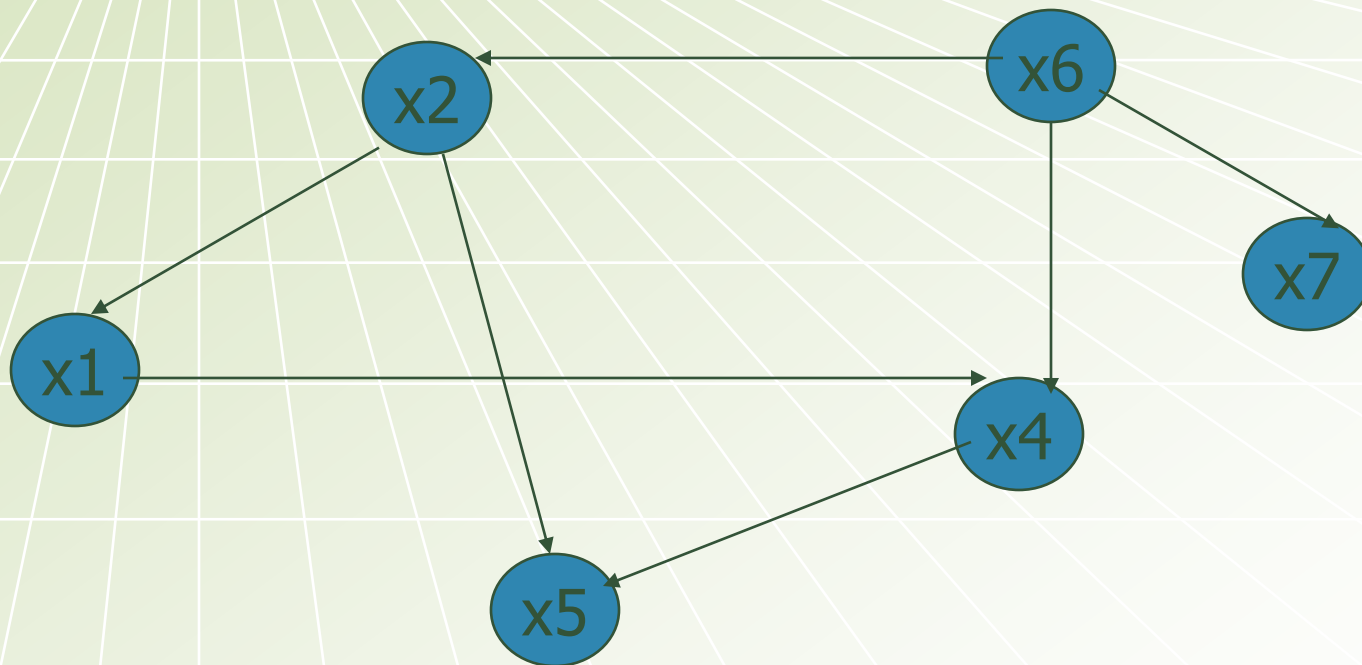
- ❖ Biểu diễn hình học
- ❖ Biểu diễn bằng ma trận liên kết đỉnh cạnh
- ❖ Biểu diễn bằng ma trận kề
- ❖ Biểu diễn bằng danh sách kề



Biểu diễn hình học

- ❖ Mỗi đỉnh $v \in V$ ta đặt tương ứng với mỗi điểm trên một mặt phẳng.
- ❖ Với $G = (V, E)$ là đồ thị có hướng. Trong trường hợp này nếu $e = (x, y) \in E$ thì trong mặt phẳng sẽ có một cung có hướng đi từ đỉnh x đến đỉnh y
- ❖ Nếu $(x, x) \in E$ thì tại đỉnh x sẽ có một khuyên có hướng vào chính nó

Biểu diễn hình học





Ma trận liên kết đỉnh cạnh

❖ Cho $G=(V,E)$

- $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
- $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$

❖ Ma trận liên kết đỉnh cạnh của G là ma trận $A = (a_{ij})_{n \times m}$ định bởi:



Ma trận liên kết đỉnh cạnh

- Nếu G vô hướng

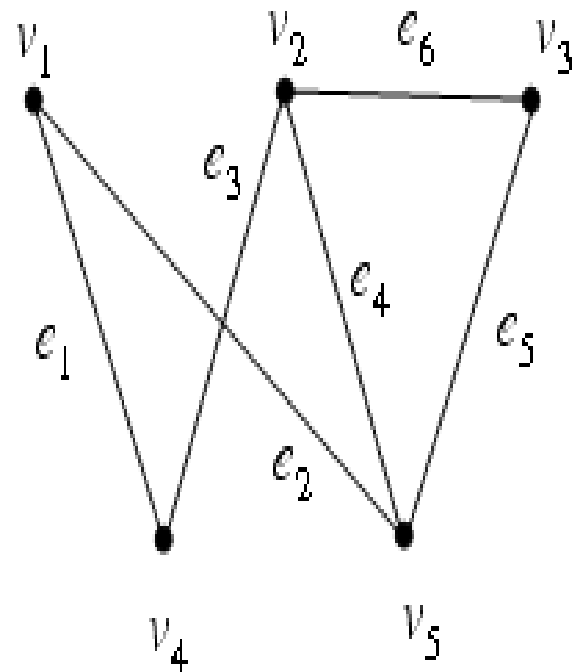
$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{nếu đỉnh } v_i \text{ không kề với cạnh } e_j \\ 1 & \text{nếu đỉnh } v_i \text{ kề với cạnh } e_j \text{ không là khuyên} \\ 2 & \text{nếu đỉnh } v_i \text{ kề với khuyên } e_j \end{cases}$$

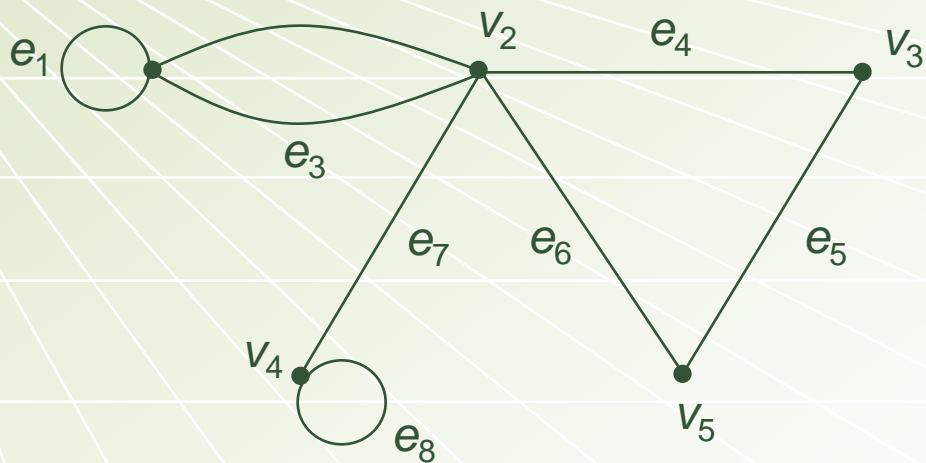
- G có hướng

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{nếu đỉnh } v_i \text{ không kề với cung } e_j \\ 1 & \text{nếu } v_i \text{ là đỉnh đầu của cung } e_j \text{ không là khuyên} \\ -1 & \text{nếu } v_i \text{ là đỉnh cuối của cung } e_j \text{ không là khuyên} \\ 2 & \text{nếu } v_i \text{ là đỉnh của khuyên } e_j \end{cases}$$

Ví dụ

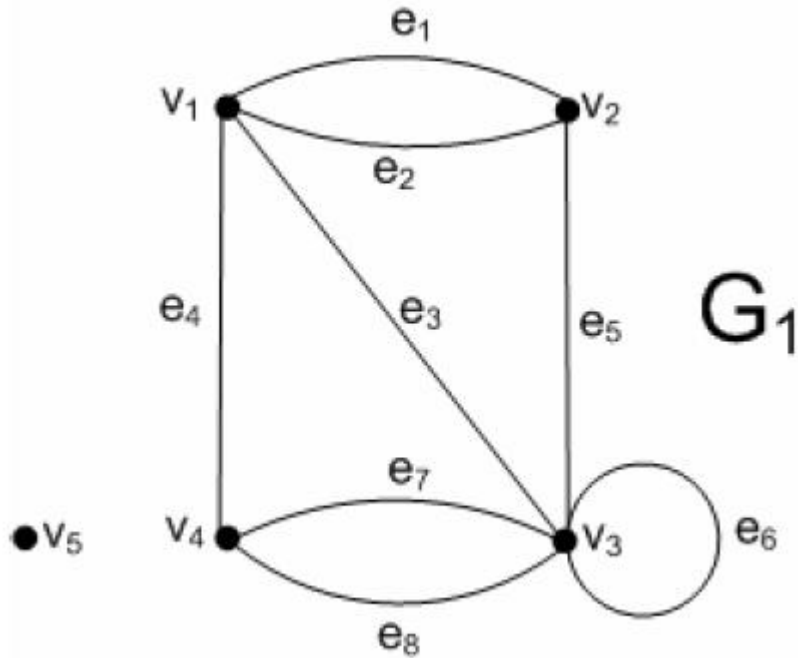
$$\begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$



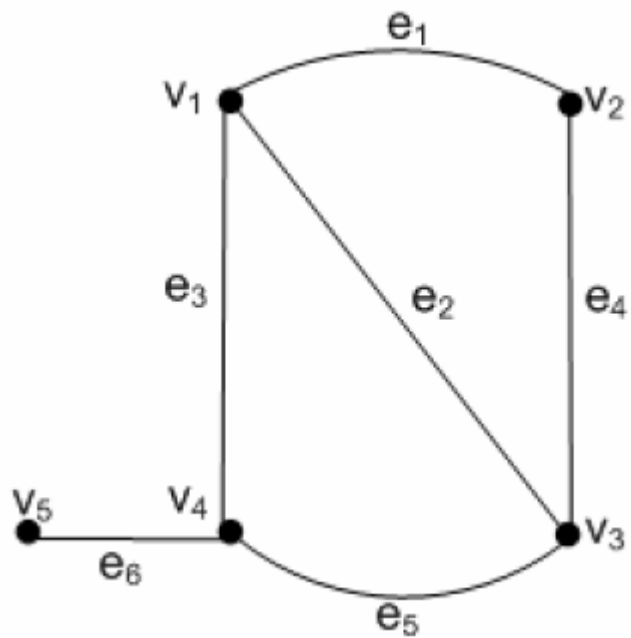


	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8
v_1	2	1	1	0	0	0	0	0
v_2	0	1	1	1	0	1	1	0
v_3	0	0	0	1	1	0	0	0
v_4	0	0	0	0	0	0	1	2
v_5	0	0	0	0	1	1	0	0

Ví dụ

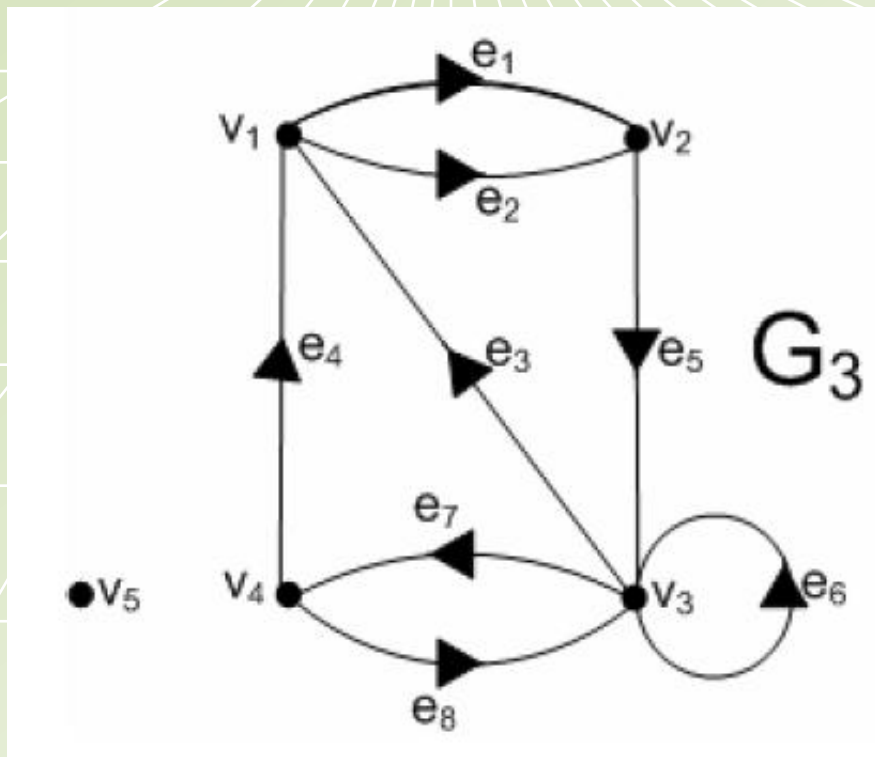


$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

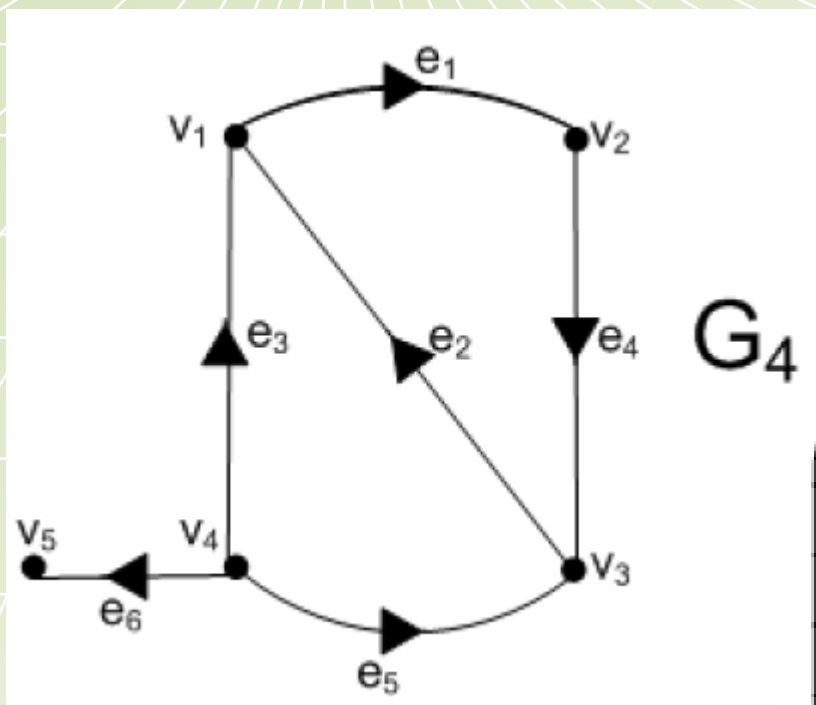


G_2

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$



Ma trận kề

❖ Cho $G=(V,E)$

- $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
- $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$

❖ Ma trận kề của G là ma trận $A = (a_{ij})_{n \times n}$ định bởi:



Ma trận kề

- Nếu G vô hướng

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{Số cạnh kề với hai đỉnh } v_i \text{ và } v_j \text{ nếu } i \neq j; \\ \text{Hai lần số khuyên kề với đỉnh } v_i \text{ nếu } i = j. \end{cases}$$

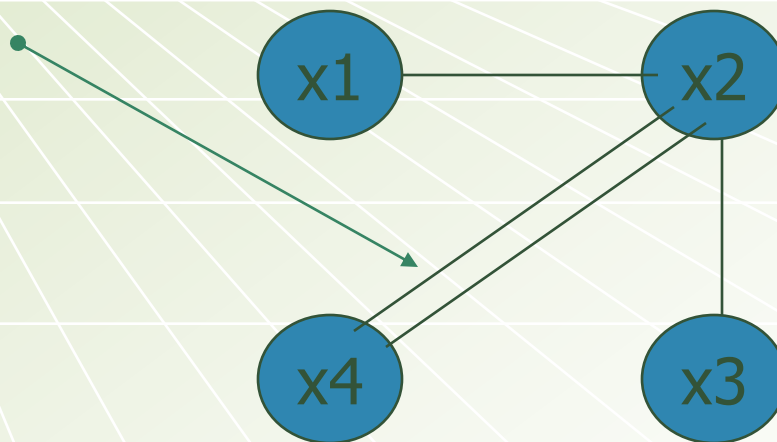
- G có hướng

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{Số cung đi từ đỉnh } v_i \text{ đến đỉnh } v_j \text{ nếu } i \neq j; \\ \text{Số khuyên kề với đỉnh } v_i \text{ nếu } i = j. \end{cases}$$

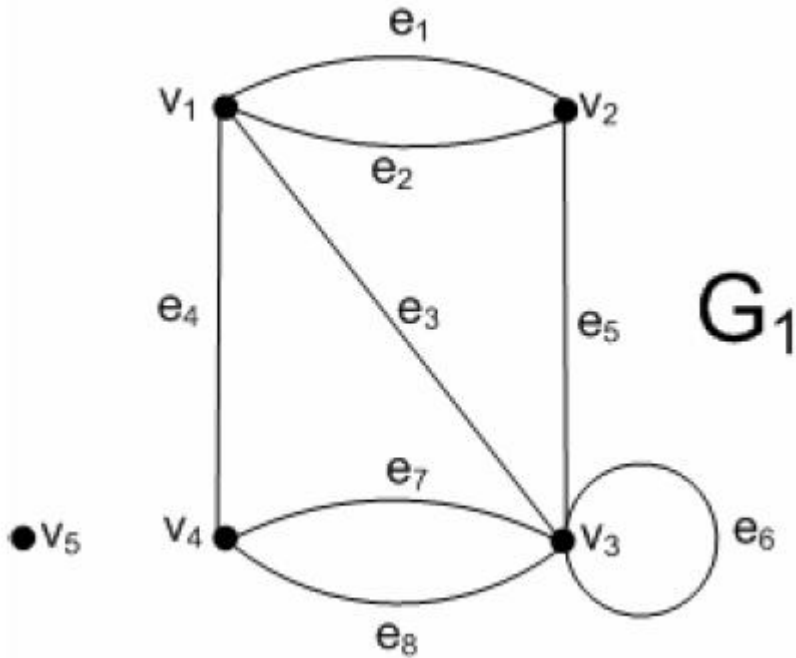


Biểu diễn bằng ma trận kề

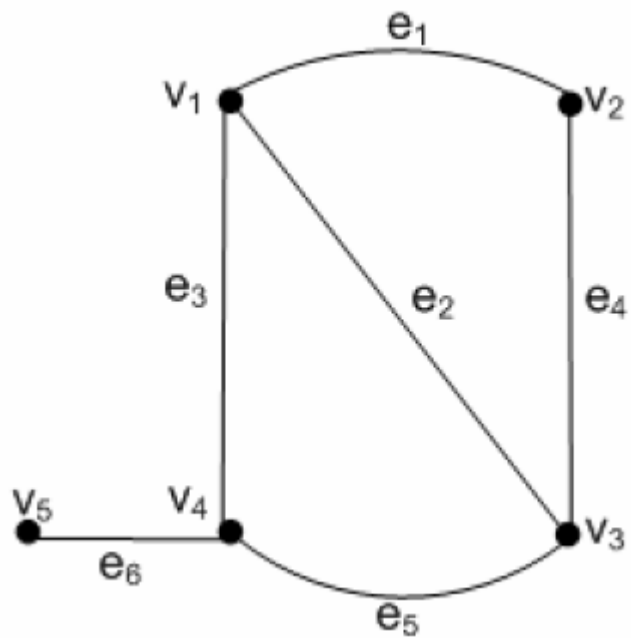
0	1	0	0
1	0	1	2
0	1	0	0
0	2	0	0



Ví dụ

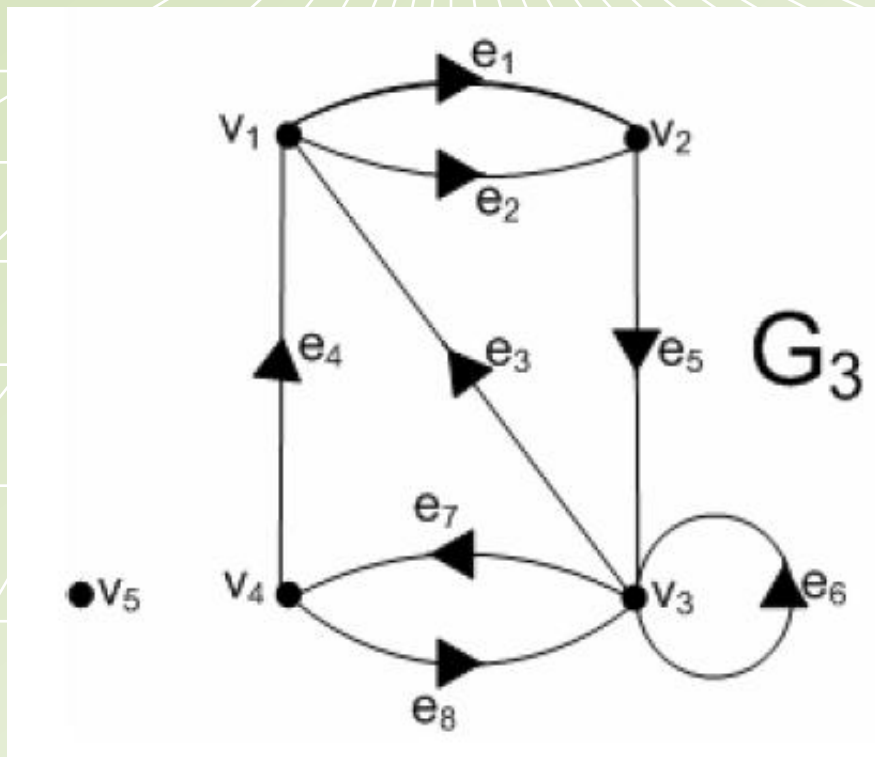


$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

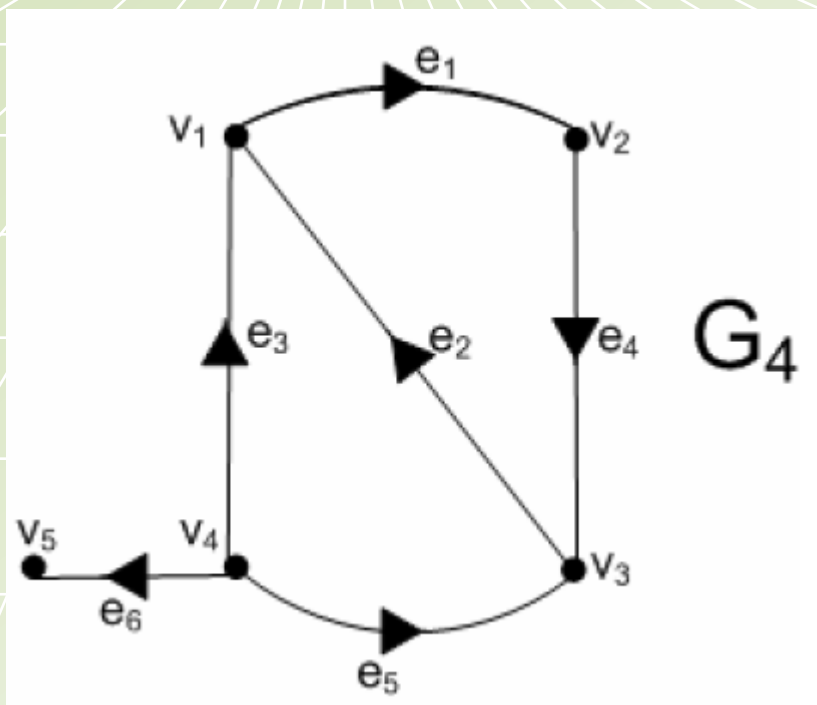


G_2

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Đếm đường đi giữa các đỉnh

- ❖ Cho G là một đồ thị với ma trận liên kề A theo thứ tự các đỉnh v_1, v_2, \dots, v_n (với các cạnh vô hướng hoặc có hướng hay là cạnh bội, có thể có khuyên).
- ❖ Số các đường đi khác nhau độ dài r từ v_i tới v_j , trong đó r là một số nguyên dương, bằng giá trị của phần tử (i, j) của ma trận A^r .

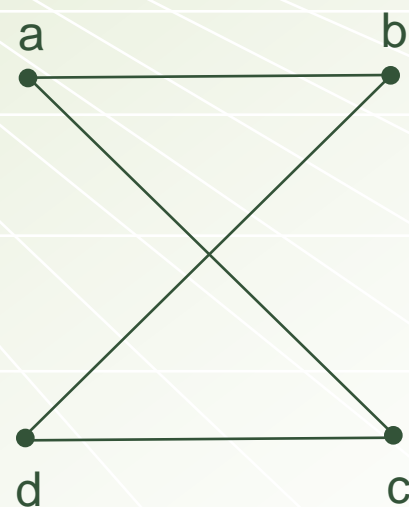


Đếm đường đi giữa các đỉnh

❖ Có bao nhiêu đường đi độ dài 4 từ a tới d trong đồ thị đơn G?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 8 & 8 & 0 \\ 0 & 8 & 8 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$



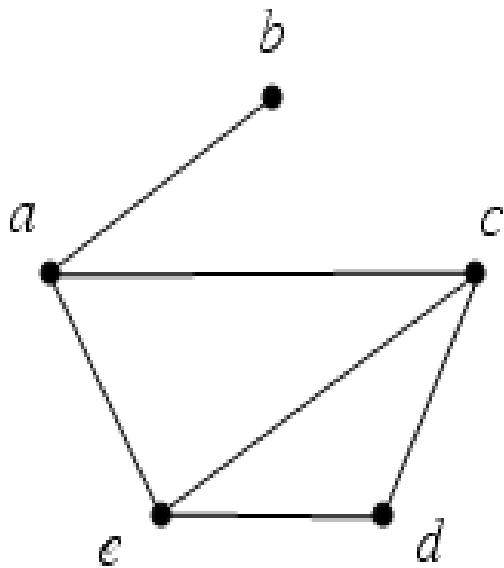
Đồ thị G



Danh sách kề

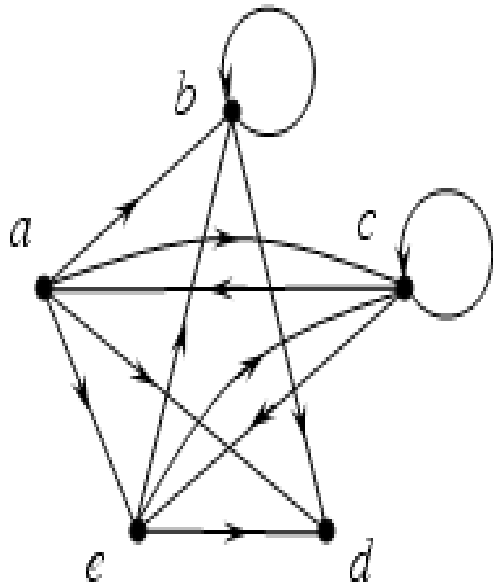
- ❖ Dùng danh sách liền kề để mô tả đồ thị vô hướng: liệt kê tất cả các đỉnh liền kề với mỗi đỉnh của đồ thị
- ❖ Đồ thị có hướng: liệt kê tất cả các đỉnh cuối của các cung xuất phát từ mỗi đỉnh của đồ thị

Ví dụ



Đỉnh	Đỉnh liền kề
<i>a</i>	<i>b, c, e</i>
<i>b</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>a, d, e</i>
<i>d</i>	<i>c, e</i>
<i>e</i>	<i>a, c, d</i>

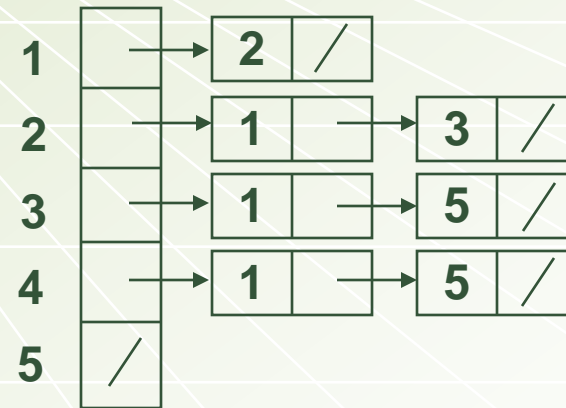
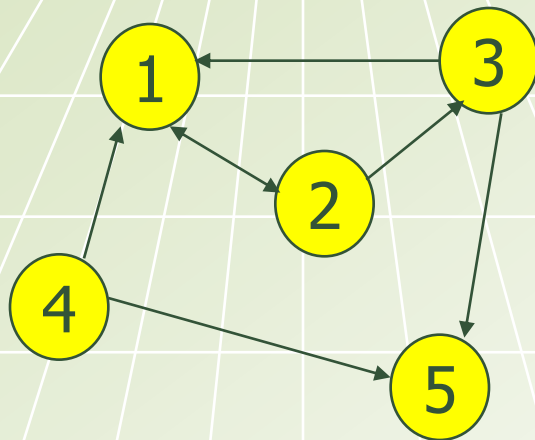
Ví dụ



Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
<i>a</i>	<i>b, c, d, e</i>
<i>b</i>	<i>b, d</i>
<i>c</i>	<i>a, c, e</i>
<i>d</i>	
<i>e</i>	<i>b, c, d</i>



Danh sách kề



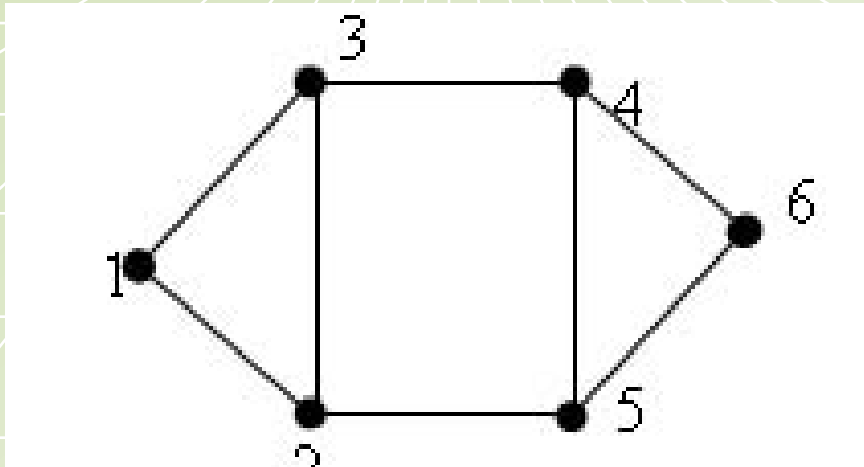
Danh sách cạnh (cung)



❖ Lưu trữ tập E



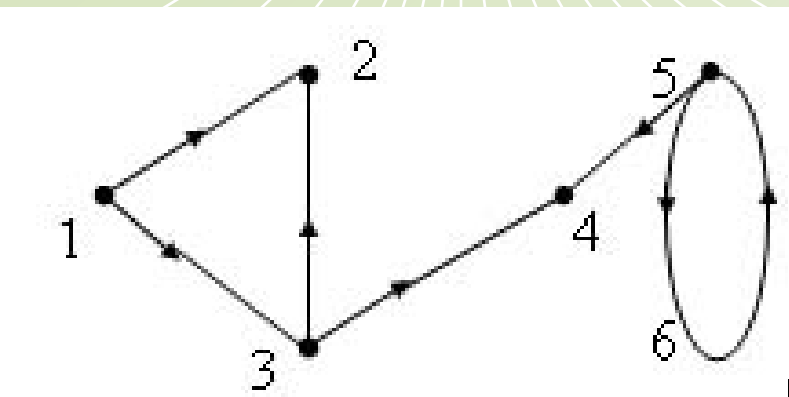
Ví dụ



Đầu	Cuối
1	2
1	3
1	5
2	3
2	5
3	4
4	5
4	6
5	6



Ví dụ



Đầu	Cuối
1	2
1	3
3	2
3	4
5	4
5	6
6	5



Bài tập

- ❖ Kiểm tra đồ thị có hướng, vô hướng
- ❖ Đếm số bậc của một đỉnh
- ❖ DFS, BFS
- ❖ Tìm đường đi từ đỉnh v_i đến v_j
- ❖ Kiểm tra tính liên thông, đếm số thành phần liên thông
- ❖



- ❖ Đại dương được xem như là một mặt phẳng toạ độ trên đó có n hòn đảo với toạ độ lần lượt là $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$.
- ❖ Một chiếc ca nô xuất phát từ đảo d_1 muốn tuần tra đến đảo d_2 . bình xăng của ca nô chỉ chứa đủ xăng để đi được một quãng đường dài không quá m (km).
- ❖ Trên đường đi ca nô có thể ghé một số đảo nào đó để tiếp thêm xăng, lúc này ca nô được tiếp thêm xăng đầy bình chứa.
- ❖ Hãy chỉ ra một đường đi từ đảo d_1 đến đảo d_2 sao cho số lần ghé đảo trung gian để tiếp thêm xăng là ít nhất.

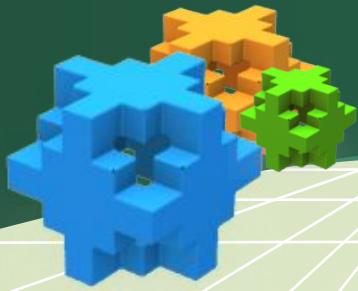


Hot Tip

❖ **How do I incorporate my logo to a slide that will apply to all the other slides?**

- On the [View] menu, point to [Master], and then click [Slide Master] or [Notes Master]. Change images to the one you like, then it will apply to all the other slides.

Diagram



ThemeGallery

is a Design Digital
Content & Contents
mall developed by
Guild Design Inc.



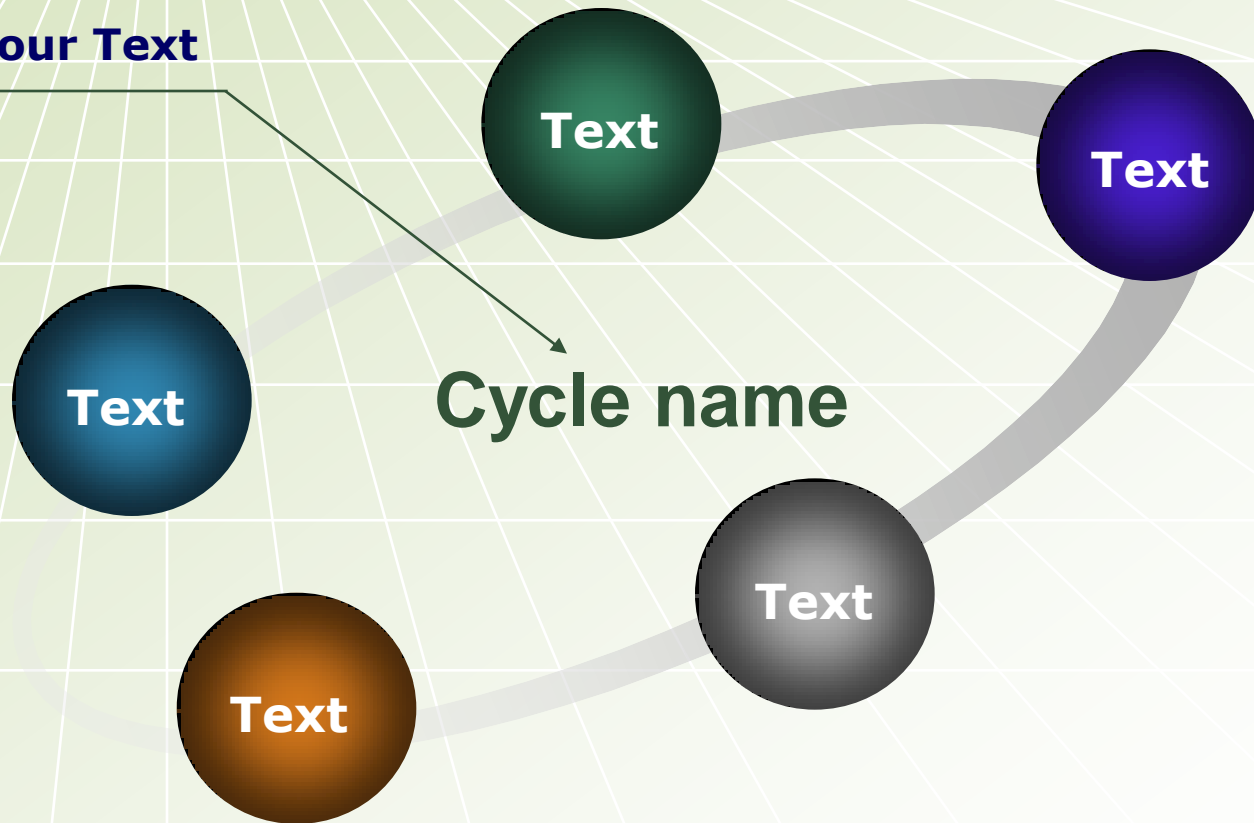
ThemeGallery

is a Design Digital
Content & Contents
mall developed by
Guild Design Inc.

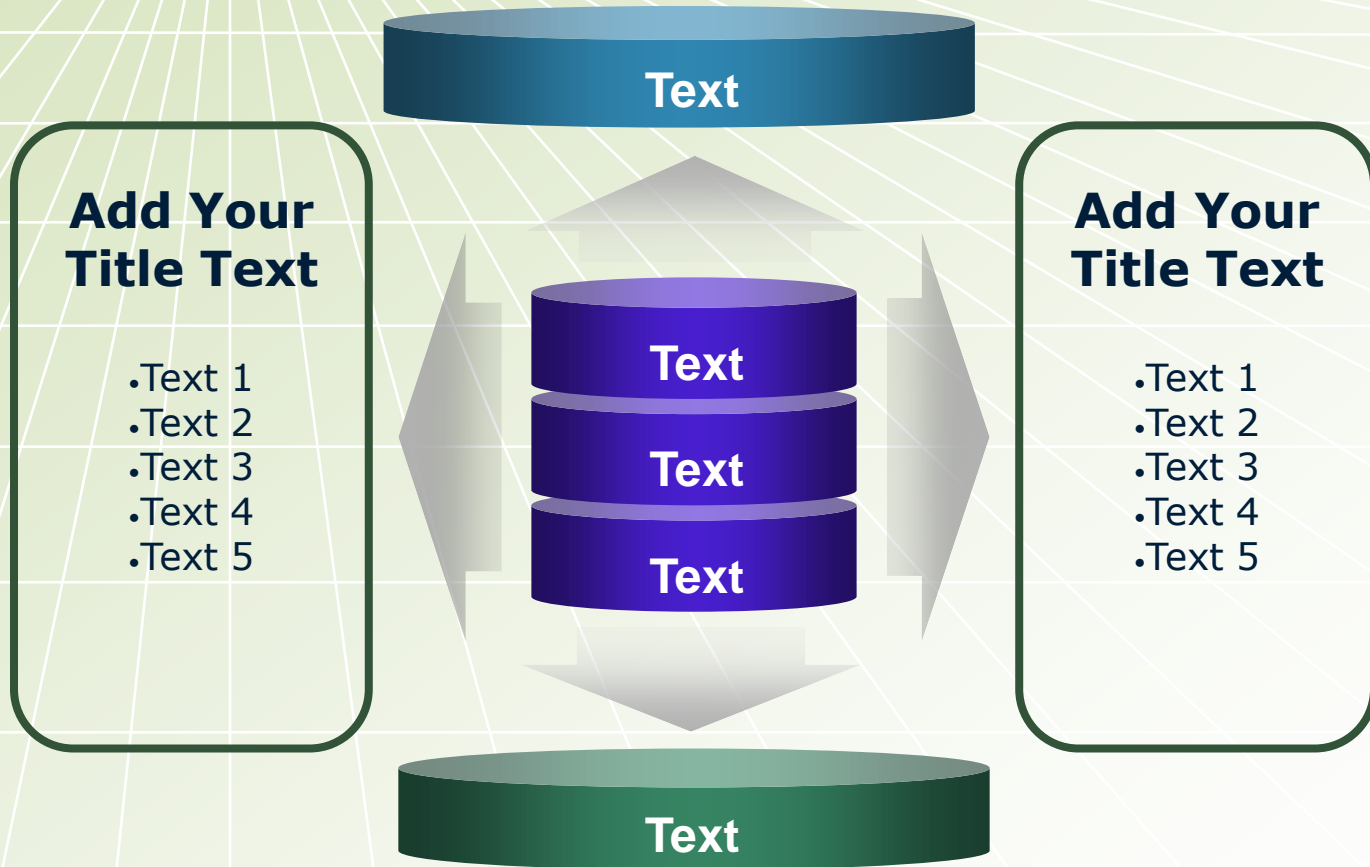
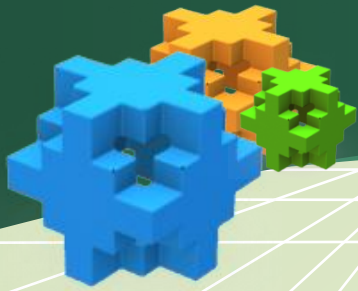
Cycle Diagram



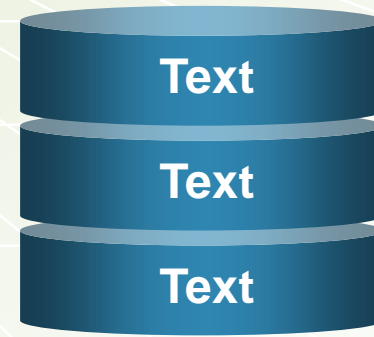
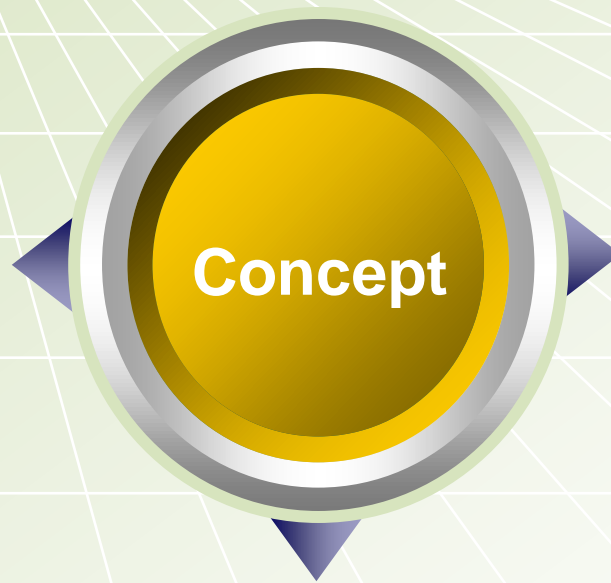
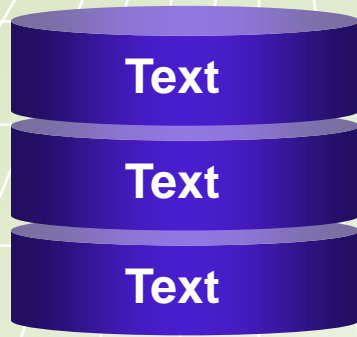
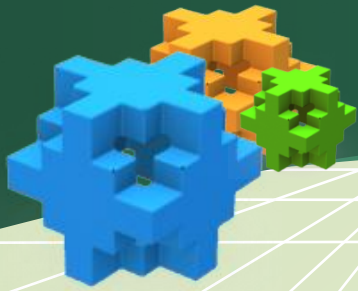
Add Your Text



Diagram

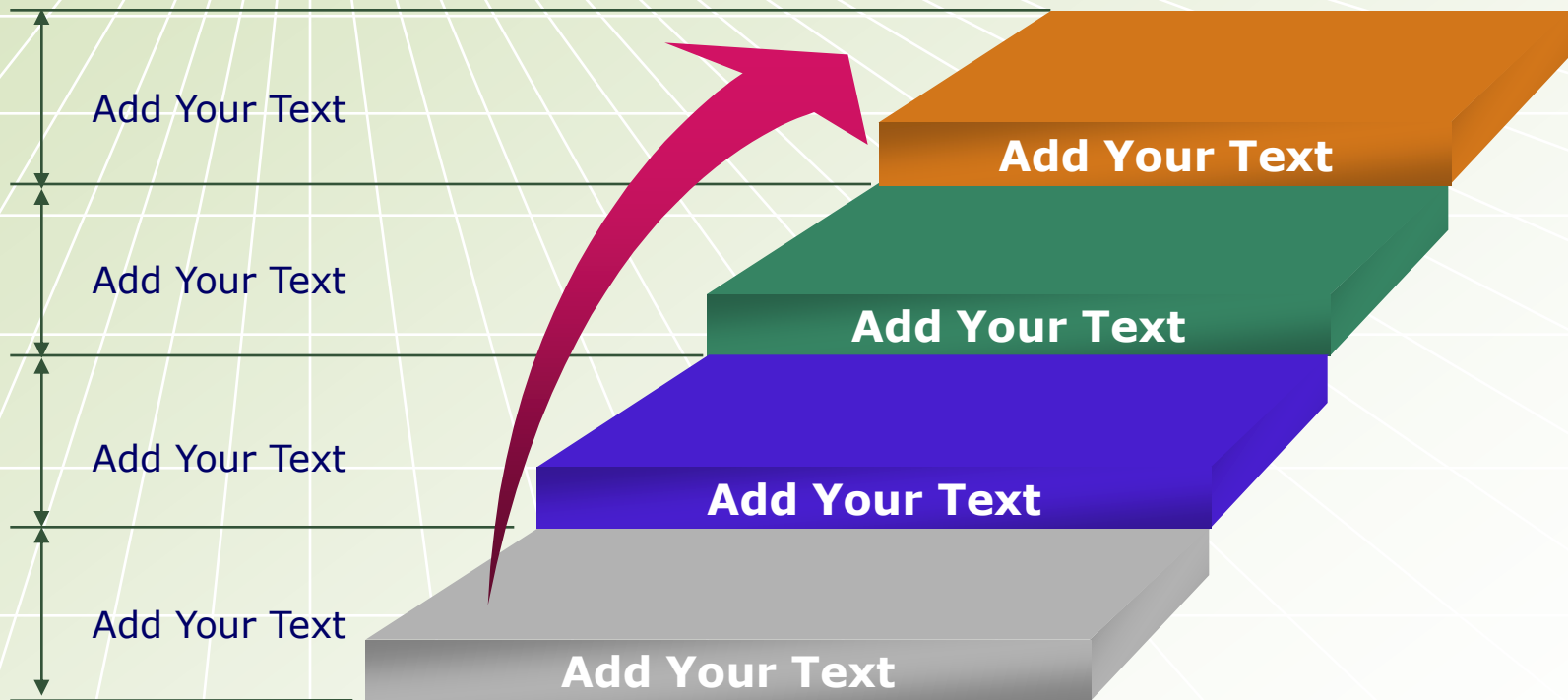


Diagram

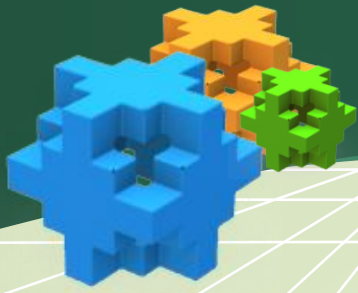


Add Your Text

Diagram



Diagram



Add Your Text

Add Your Text

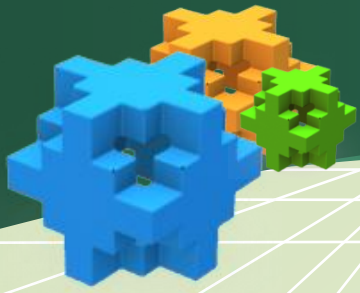
Add Your Text

**Add Your
Title**

Diagram



Diagram



Text

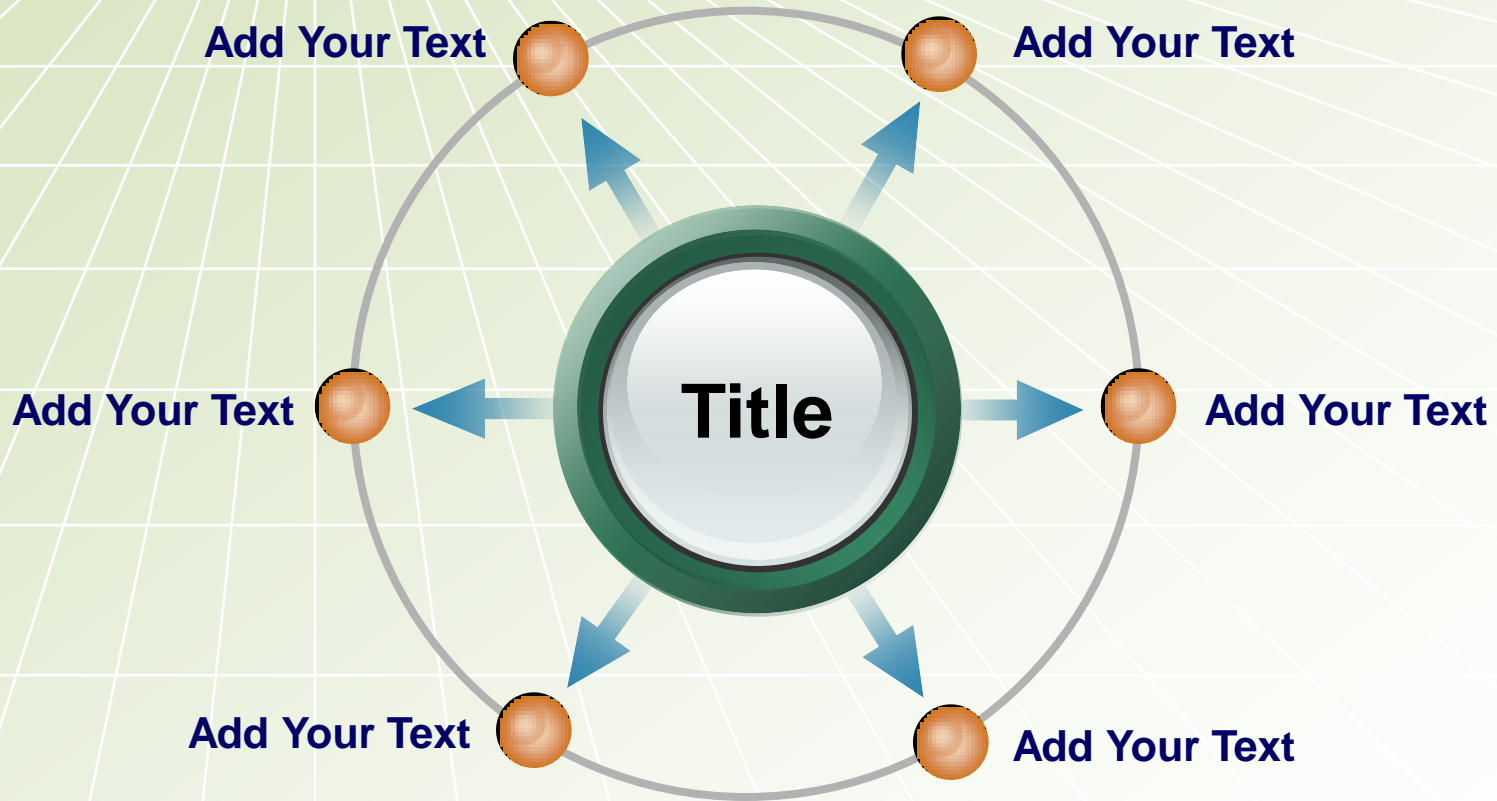
Text

Text

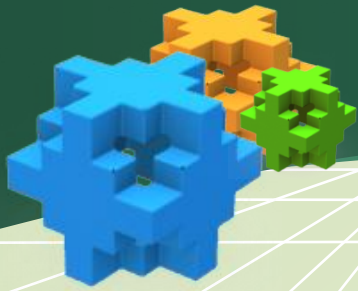
Text

Add Your Title

Diagram



Diagram



1

ThemeGallery is a Design Digital Content & Contents mall developed by Guild Design Inc.

2

ThemeGallery is a Design Digital Content & Contents mall developed by Guild Design Inc.

3

ThemeGallery is a Design Digital Content & Contents mall developed by Guild Design Inc.

Diagram

2001 → 2002 → 2003 → **2004**



Progress Diagram



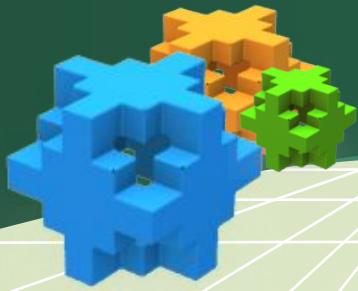
Phase 1

Phase 2

Phase 3



Block Diagram



TEXT

TEXT

TEXT

TEXT

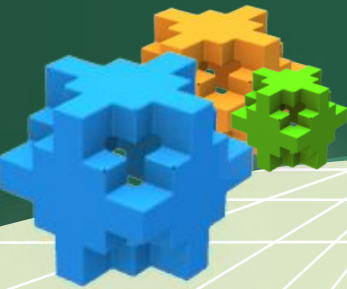
TEXT

TEXT

TEXT

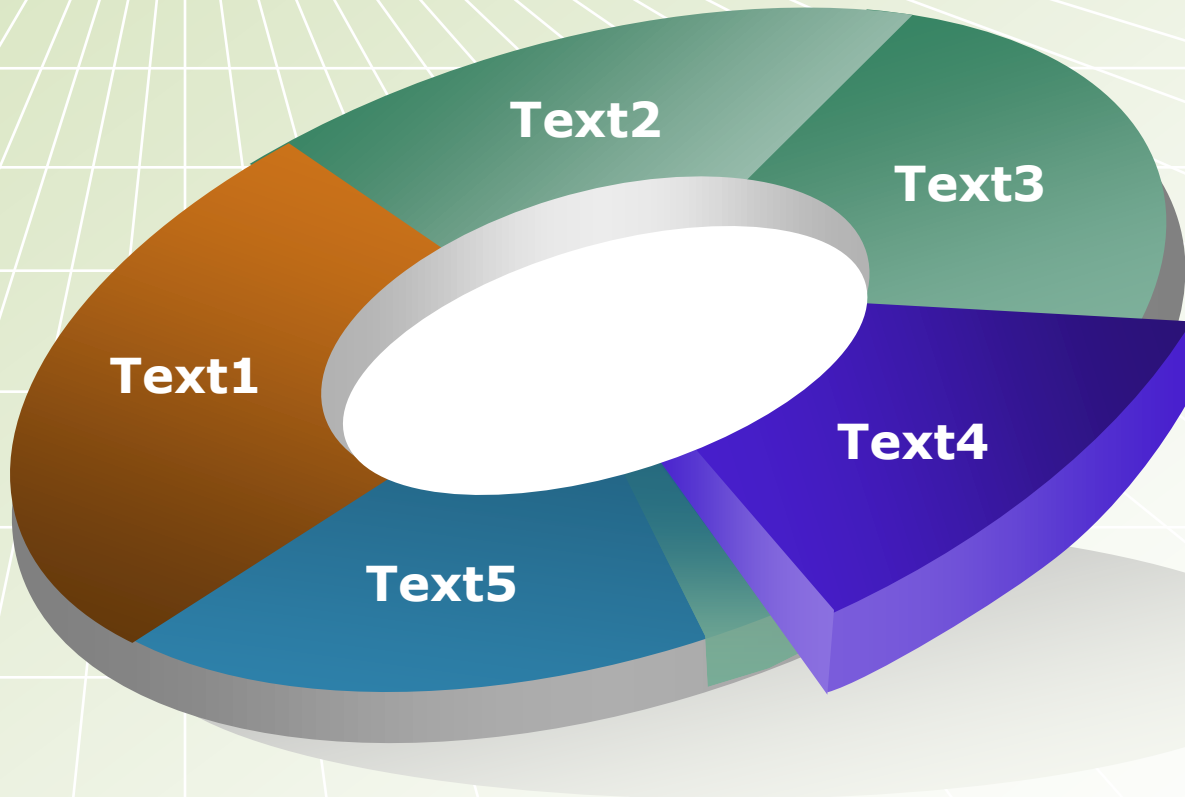
TEXT

Table

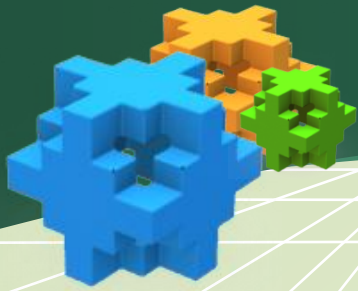


	Title	Title	Title	Title	Title
Title	O	O	O	O	O
Title	O	O	O	O	O
Title	O	O	O	O	O
Title	O	O	O	O	O
Title	O	X	O	X	O

3-D Pie Chart



Marketing Diagram



Add Your Text

Add Your Title here

Text1

Text1

Text1

Text1

LOGO

Thank You !

www.themegallery.com

