

Cấu trúc dữ liệu và Thuật toán

Tìm kiếm

Cây - en và Các cây cân bằng khác

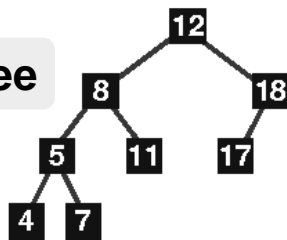
Tóm tắt

- Cây - en (Red-Black)
 - M t thu t toán ph c t p
 - Cho $O(\log n)$ v i Thêm(addition), Xóa(deletion) và Tìm(search)
 - Các k thu t ph n m m
 - Bi t v thu t toán
 - Bi t khi nào có th dùng chúng
 - Bi t v hi u su t
 - Bi t n i có th áp d ng
 - thông minh dùng cho các máy phát minh...
 - H s d ng l i b mã
 - Vì th h c n nhi u th i gian h n cho
 - Chuy n i, n, u ng, ...
- ☺ B t c nh ng gì khác mà tôi s cho vào ây.

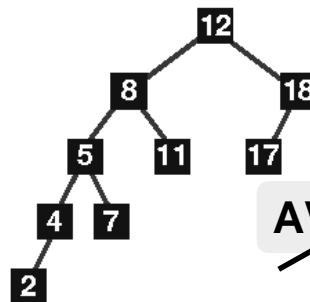
Cây AVL và các cây cân bằng khác

- Cây AVL
 - Thuộc gì về cây cân bằng ưu tiên
 - Khám phá bởi: Adelson-Velskii và Landis
- Tính chất
 - Cây nhị phân tìm kiếm
 - Chiều cao con trái và con phải chênh lệch nhiều nhất là 1
 - Các cây con cũng là cây AVL


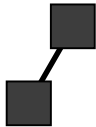
AVL Tree

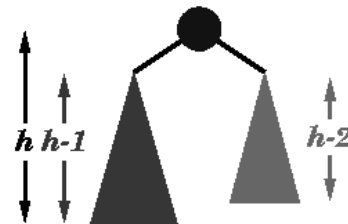


~~AVL Tree~~



Cây AVL – Chiều cao

- Định lý
 - Một cây AVL có chiều cao h có ít nhất $F_{h+3}+1$ node
- Chứng minh
 - S_h là kích thước của cây AVL nhỏ nhất với chiều cao h
 - Rõ ràng, $S_0 = 1$  and $S_1 = 2$ 
 - Hơn nữa, $S_h = S_{h-1} + S_{h-2} + 1$
 - Một cây có chiều cao c có tối thiểu bao gồm những cây có chiều cao nhỏ vì chiều cao của nó là 1
 - Do đó ..
 - $S_h = F_{h+3}+1$



Cây AVL – Chi u cao

- Bây gi , t ng quát cho i , $F_{i+1} / F_i = \phi$,
trong ó $\phi = 1/2(1 + \sqrt{5})$
ho c $F_i \approx c (1/2(1 + \sqrt{5}))^i$
 - $S_h = F_{h+3} + 1 = O(b^h)$
- $n \geq S_h$, vì th n là $\Omega(b^h)$
và $h \leq \log_b n$ ho c h is $O(\log n)$

Cây AVL – Chi u cao

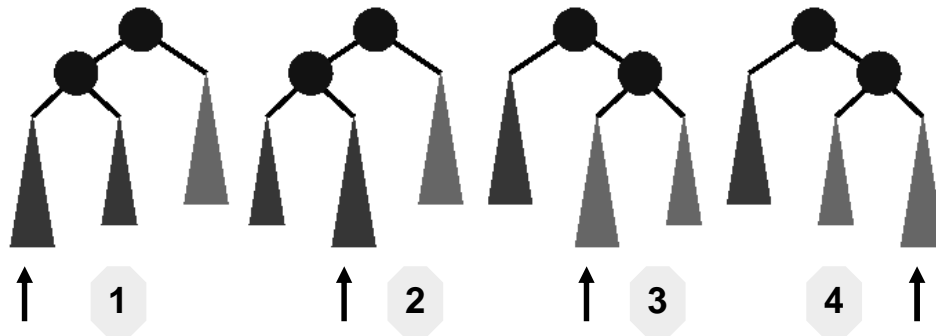
- Bây gi , t ng quát cho i , $F_{i+1} / F_i = \phi$,
 trong ó $\phi = 1/2(1 + \sqrt{5})$
 ho c $F_i \approx c (1/2(1 + \sqrt{5}))^i$
 - $S_h = F_{h+3} + 1 = O(b^h)$
- $n \geq S_h$, vì th n là $\Omega(b^h)$
 và $h \leq \log_b n$ ho c h là $O(\log n)$
- Trong tr ng h p này, ch ra
 - $h \leq \lfloor 1.44 \rfloor \log_b(n+2) - 1.328$

h không t i h n 44%
cao h n so v i t i u

Cây AVL – Tái cân bằng

- Chèn các lá vào cây non-AVL

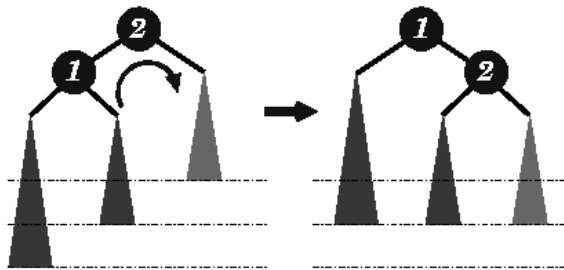
- 4 trường hợp



- 1 và 4 là các trường hợp xoay trái
- 2 và 3 là các trường hợp xoay phải

Cây AVL – Tái cân bằng

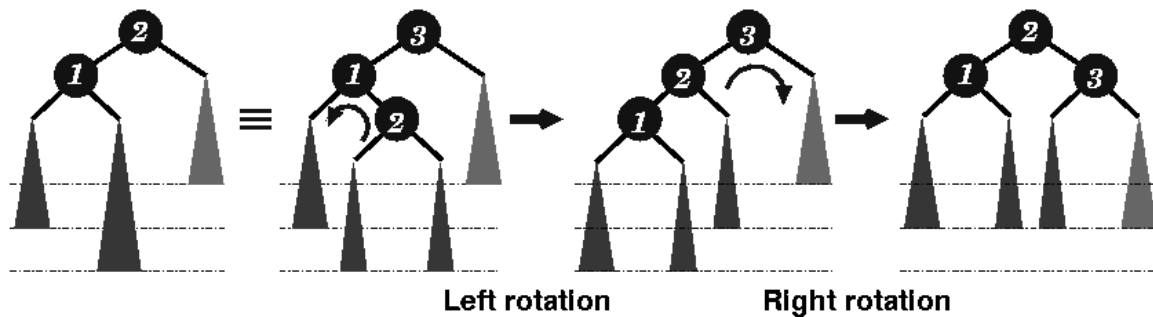
- Trường hợp 1: cần gì để phép quay



- Trường hợp 4 là quay ngược chiều kim đồng hồ

Cây AVL – Tái cân bằng

- Trường hợp 2 cần 2 phép quay kép (*double*)



- Trường hợp 3 là phép quay nhíp

Cây AVL – Cấu trúc dữ liệu

- Các cây AVL có thể thể hiện vị trí của các nút để đảm bảo trạng thái cân bằng

```
typedef enum { LeftHeavy, Balanced, RightHeavy }  
              BalanceFactor;  
  
struct AVL_node {  
    BalanceFactor bf;  
    void *item;  
    struct AVL_node *left, *right;  
}
```

- Chèn (Insertion)
 - Chèn một node mới (giữ nguyên cấu trúc cây như phân nào)
 - Vì cây cân bằng lại cây (duy trì trạng thái cân bằng) cần thiết phải tính các tính chất của AVL

Các cây nhị phân - Red-Black hoặc AVL

- **Chèn (Insertion)**
 - AVL : hai bên cân bằng trên cây
 - Duy trì xu hướng chèn thêm node
 - Duy trì lên tái cân bằng (re-balance)
 - Red-Black : hai bên cân bằng trên cây
 - Duy trì xu hướng chèn thêm node
 - Duy trì lên tái cân bằng (re-balance)

nhân viên Red-Black phải làm gì??

Các cây nhị phân – Cây nhị phân

- **Chèn (Insertion)**

- N u b n c Cormen *et al*,
 - Không có m t lý do nào thích m t cây - en
- *Tuy nhiên*, trong sách c a Weiss
M A Weiss, *Algorithms, Data Structures and Problem Solving with C++*, Addison-Wesley, 1996
- B n tìm th y r ng b n có th cân b ng cây red-black
T ng k t l i !
- T o m t cây red-black nhi u hi u qu h n AVL
N u mã code là h p lý!!!

Các cây nhị phân – Cây nhị phân

- Chèn (Insertion)

- Nút mới của Cormen *et al*,
 - Không có một lý do nào thích một cây nhị phân
- Tuy nhiên, trong sách của Weiss
M A Weiss, *Algorithms, Data Structures and Problem Solving with C++*, Addison-Wesley, 1996
- Bạn tìm thấy rằng bạn có thể cân bằng cây red-black
Tuyệt vời!
- Thêm một cây red-black thì hiệu quả hơn AVL
Nếu mã code là hợp lý!!!

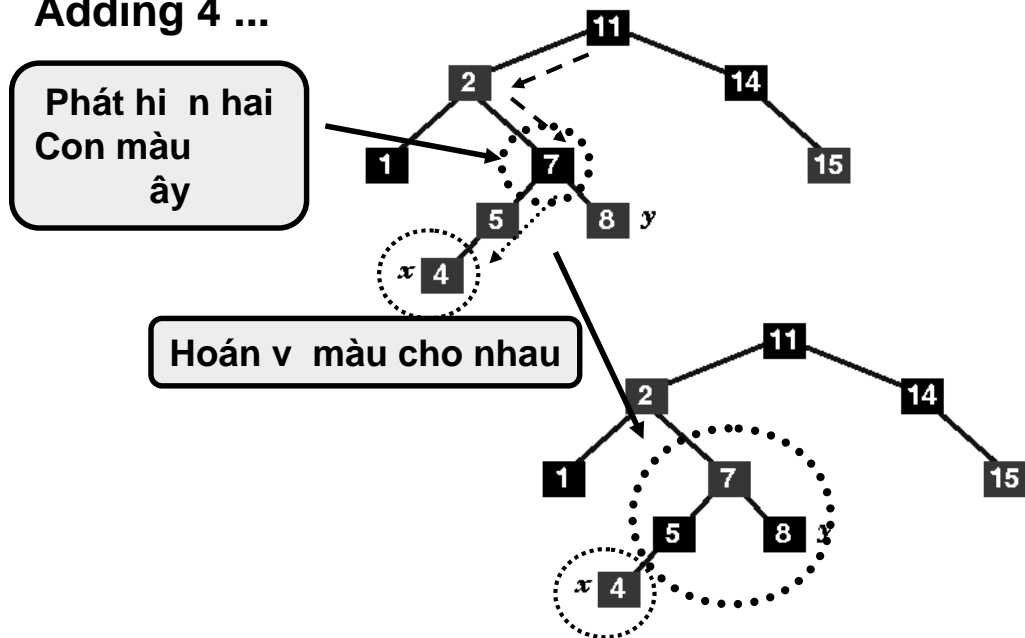
Yêu cầu: Bạn cần thiết các tài liệu!

Các cây nhị phân – Cân bằng

- **Tổng kết cho “chèn” Insertion**
 - Khi bạn đi xuống phía dưới của cây, nếu bạn tìm thấy một node với hai con red, tô nó màu red và con của nó màu black
 - Nếu nó không bị vi phạm thì các node đều trong bộ nhớ nhánh nào
 - Nếu cha của node là màu red, một phép quay là cần thiết ...
 - Có thể cần một phép quay đơn hoặc quay kép

Cây – Chèn (Insertion)

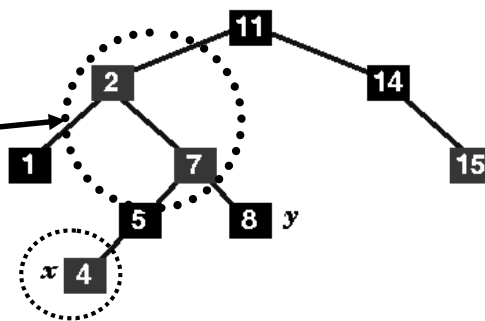
- Adding 4 ...



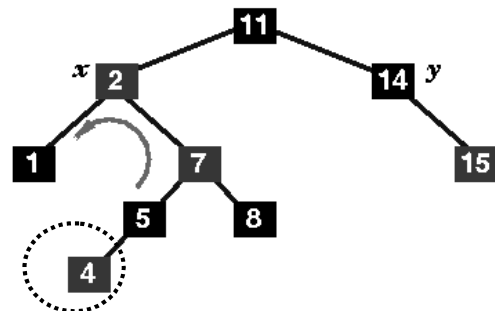
Cây – Chèn (Insertion)

- Adding 4 ...

Một dãy node
Vi phạm
Tính chất red-black

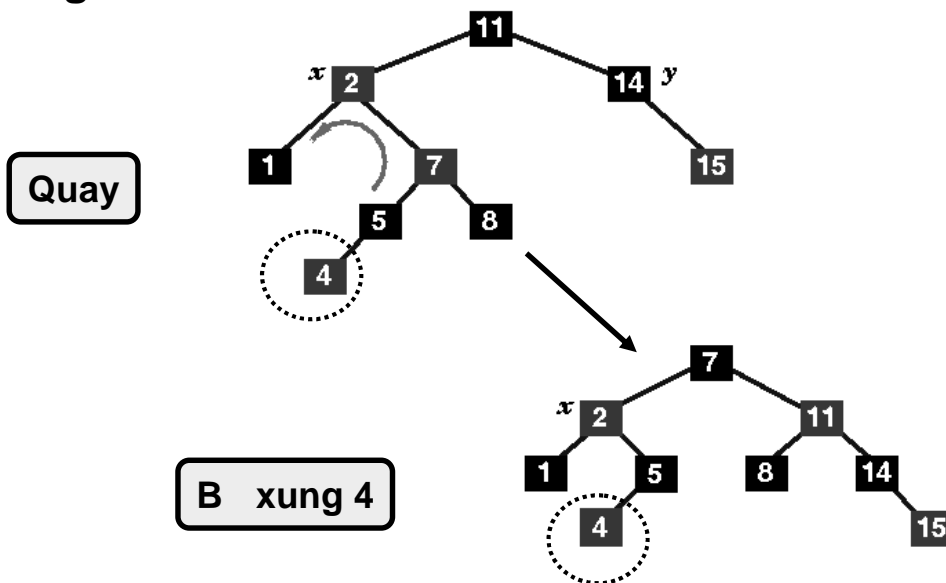


Quay



Cây – Chèn (Insertion)

- Adding 4 ...



Cây cân bằng – Chưa có nhiều bài

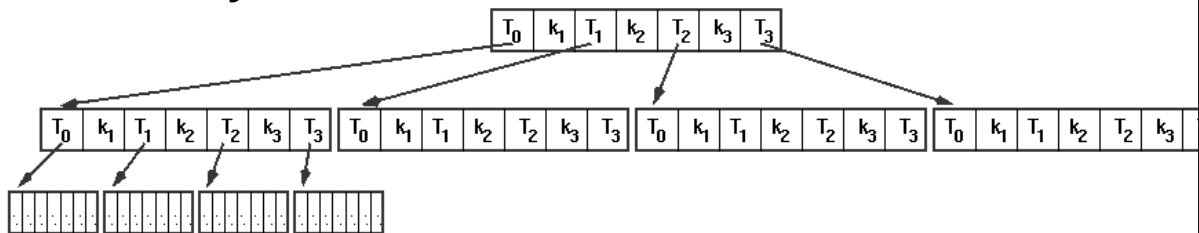
- Cây cân bằng có cùng các ý tưởng
 - 2-3 Trees
 - 2-3-4 Trees
 - Tránh hợp để tránh cây m -way!
 - Số lượng các con cho mỗi node bị giới hạn
 - ← Thích để dễ dàng phân chia
 - 2-3-4 trees
 - Chỉ dùng cây red-black
 - ∴ Có lợi dụng khi dùng cây red-black

Tổng kết

- **Cây AVL**
 - Ưu tiên là cây cân bằng
 - Chi phí cao hơn 44% so với cấu trúc dữ liệu đơn giản
 - Tái cân bằng với các góc quay
 - $O(\log n)$
 - Hiệu suất thấp hơn so với cây red-black
- **2-3, 2-3-4 trees**
 - m-way trees – chi phí có nhiều hơn
 - 2-3-4 trees – chi phí thấp hơn cây red-black

Cây m nhánh (m -way trees)

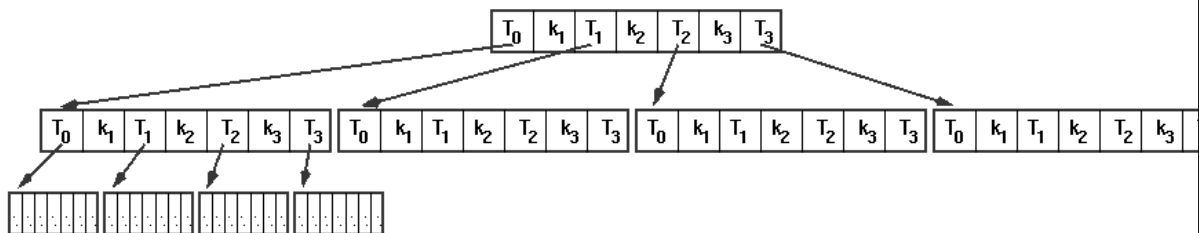
- Ch hai con cho m t node?
- Rút g n sâu c a cây n $O(\log_m n)$ v i m -way trees



- m con, $m-1$ khóa cho node
- $m = 10$: 10^6 khóa trong 6 m c khác 20 cho cây nh phân
- nh ng

Cây m nhánh (m -way trees)

- Những bước tìm kiếm
 m khóa trong mỗi node!
 - Ánh xạ giữa các mức và thời gian tìm kiếm!
- ← Ch là m t s h i u k ?



Cây B(Block) (B-trees)

- Tất cả các lá nằm trên cùng một mức
- Tất cả các node ngoài trừ gốc và các lá có:
 - Ít nhất $m/2$ con
 - Nhiêu nhất m con

Mỗi node chứa ít nhất một khóa

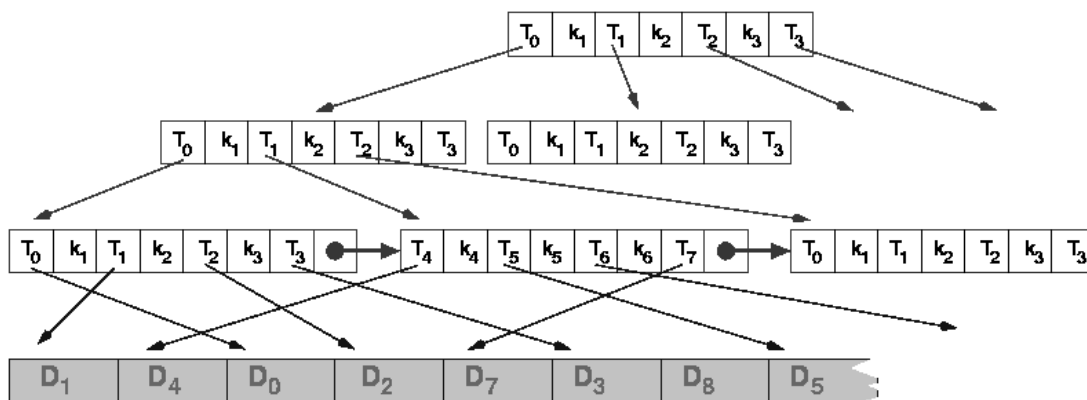
- **Cây B+ (B+ trees)**

- Tất cả các khóa trong các node là gì
- Chỉ các khóa trong các lá nhận giá trị thực “real”
- Liên kết các lá
 - Có khả năng duy trì danh sách *theo thứ tự* giá trị mà không cần thông qua các node cao hơn.

Cây B+

- Cây B+

- Tất cả các khóa trong các node là gì
- Chỉ các khóa trong các lá mới là giá trị thực “real”
- Các bản ghi dữ liệu được lưu trữ trong các vùng riêng

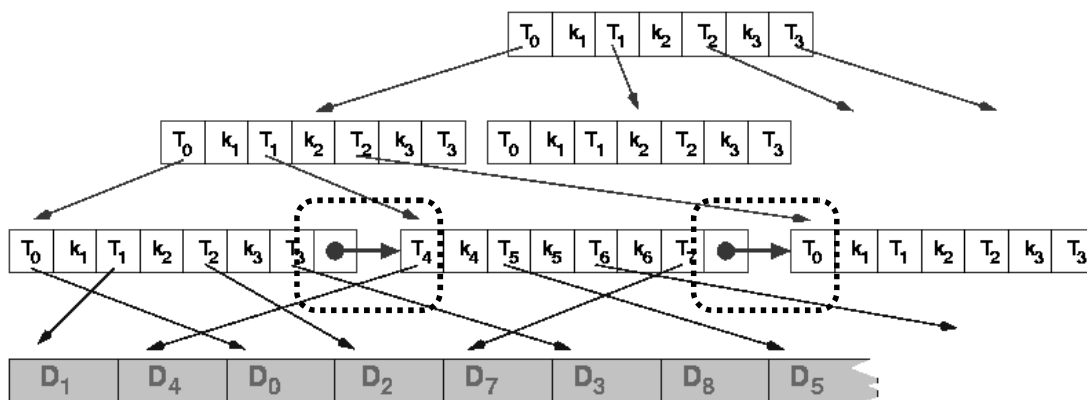


Cây B+ - Duy t theo th t gi a

- Cây B+ (B+ trees)

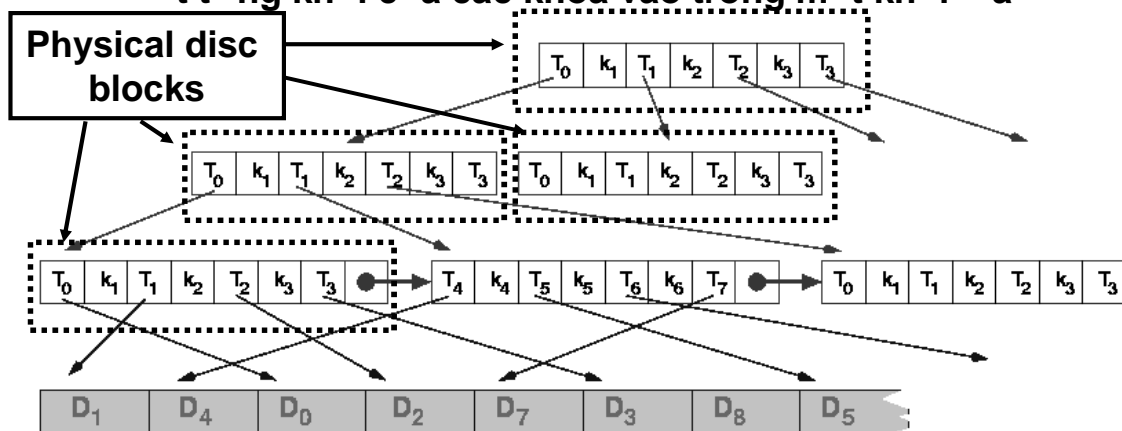
- Liên k t các lá

- Có kh n ng duy t h t danh sách *theo th t gi a* không c n thông qua các node cao h n.



Cây (B+) – S d n g

- S d n g - C s d l i u l n
 - c m t k h i a c h m h n n h i u s o v i c b n h ($\sim ms$ vs $\sim ns$)
 - t t n g k h i c a c c h o a v a o t r o n g m t k h i a



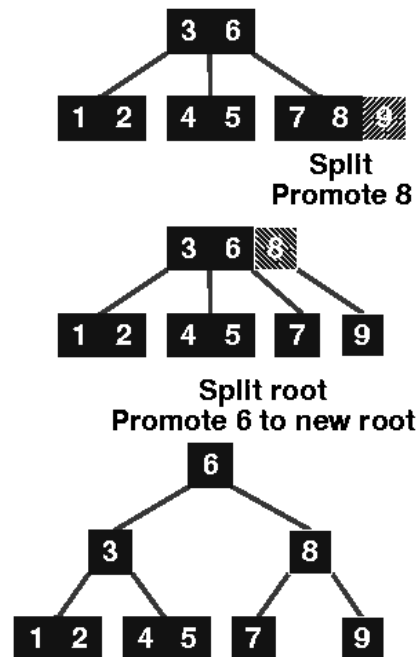
Cây B (B-trees) - Chèn

- **Chèn (Insertion)**
 - Tính chất cây B (B-tree): mỗi khố có ít nhất một nửa số khóa
 - Chèn vào trong khố *vi m khóa*
 - Tràn khố
 - Phân tách khố
 - y m t khóa
 - Phân tách cha m n u c n thi t
 - N u g c b tách, cây c t m c sâu h n

Cây B – Chèn

- Chèn

- Chèn 9
- Node b tràn, phân tách nó
- y node gi a (8)
- G c b tràn, phân tách nó
- y node gi a (6)
- Node g c m i hình thành
- Chi u cao t ng 1



Cây B trên đĩa

- Các khối dữ liệu
 - 512 - 8k bytes
 - ∴ 100s of keys
 - ← Dùng tìm kiếm nhị phân cho các khối dữ liệu
- Thời gian quát
 - $O(\log n)$
 - Làm việc với phần cứng!
- Thuật toán xóa (Deletion)
 - Tuy nhiên, phải hình dung các khối dữ liệu (block) bố trí tính chất B-tree (ít nhất bằng nửa số lượng khóa)