

## CONTEST 5: GRAPH

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| DFS TRÊN ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG.....    | 1  |
| BFS TRÊN ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG.....    | 2  |
| KIỂM TRA ĐƯỜNG ĐI.....           | 3  |
| ĐƯỜNG ĐI CÓ HƯỚNG.....           | 4  |
| ĐƯỜNG ĐI THEO BFS.....           | 5  |
| KẾT BẠN.....                     | 6  |
| LIÊN THÔNG MẠNH.....             | 7  |
| ĐỈNH TRỤ VÀ CẠNH CẦU.....        | 8  |
| KHÔNG LIÊN THÔNG VỚI ĐỈNH 1..... | 10 |
| FLOYD.....                       | 11 |
| DIJKSTRA.....                    | 12 |
| ĐẾM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT.....      | 14 |

### DFS TRÊN ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh  $u \in V$  ( $\text{DFS}(u) = ?$ )

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E| + 1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị, và  $u$  là đỉnh xuất phát;  $|E|$  dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u \in V$ ,  $v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T$ ,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán  $\text{DFS}(u)$  của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

#### Ví dụ:

| Input:  | Output:     |
|---|-------------|
| 1<br>6 9 5<br>1 2<br>1 3<br>2 3<br>2 4<br>3 4<br>3 5<br>4 5<br>4 6<br>5 6 | 5 3 1 2 4 6 |

### **BFS TRÊN ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu tại đỉnh  $u \in V$  ( $BFS(u) = ?$ )

#### **Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$ ,  $u \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh bắt đầu duyệt; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### **Output:**

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán  $BFS(u)$  của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

#### **Ví dụ:**

| <b>Input:</b>                       | <b>Output:</b> |
|-------------------------------------|----------------|
| 1                                   | 1 2 3 5 4 6    |
| 6 9 1                               |                |
| 1 2 1 3 2 3 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6 |                |

### KIỂM TRA ĐƯỜNG ĐI

Cho đồ thị vô hướng có N đỉnh và M cạnh. Có Q truy vấn, mỗi truy vấn yêu cầu trả lời câu hỏi giữa 2 đỉnh x và y có tồn tại đường đi tới nhau hay không?

#### Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 20$ ).
- Mỗi test gồm 2 số nguyên N, M ( $1 \leq N, M \leq 1000$ ).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v.
- Dòng tiếp là số lượng truy vấn Q ( $1 \leq Q \leq 1000$ ).
- Q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên x và y.

**Output:** Với mỗi truy vấn, in ra “YES” nếu có đường đi từ x tới y, in ra “NO” nếu ngược lại.

#### Ví dụ:

| Input: | Output |
|--------|--------|
| 1      | NO     |
| 6 5    | YES    |
| 1 2    |        |
| 2 3    |        |
| 3 4    |        |
| 1 4    |        |
| 5 6    |        |
| 2      |        |
| 1 5    |        |
| 2 4    |        |

## **ĐƯỜNG ĐI CÓ HƯỚNG**

Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh.

Hãy tìm đường đi từ đỉnh  $u \in V$  đến đỉnh  $v \in V$  trên đồ thị bằng **thuật toán BFS**.

### **Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số  $|V|, |E|, u \in V, v \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh xuất phát u, đỉnh kết thúc v;
- $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $x \in V, y \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

### **Output:**

- Đưa ra đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t của mỗi test theo thuật toán BFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây. Nếu không có đáp án, in ra -1.

### **Ví dụ:**

| <b>Input</b>  | <b>Output</b> |
|---|---------------|
| 1<br>6 9 1 6<br>1 2<br>2 5<br>3 1<br>3 2<br>3 5<br>4 3<br>5 4<br>5 6<br>6 4 | 1 2 5 6       |

### ĐƯỜNG ĐI THEO BFS

Cho đồ thị vô hướng  $G$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh  $s$  đến tất cả các đỉnh còn lại bằng thuật toán BFS.

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $N, M, s$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh xuất phát.
- Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u, v$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T, N, M$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq N \leq 10^3$ ;  $1 \leq M \leq N(N-1)/2$ ;

#### Output:

- Đưa ra đường đi từ đỉnh  $s$  đến lần lượt từng đỉnh từ 1 đến  $N$  (trừ chính đỉnh  $s$ ).
- Nếu đỉnh nào không có đường đi từ  $s$  thì ghi ra "No path"

#### Ví dụ:

| Input:                              | Output: |
|-------------------------------------|---------|
| 1                                   | 1 2     |
| 6 9 1                               | 1 3     |
| 1 2 1 3 2 3 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6 | 1 3 4   |
|                                     | 1 2 5   |
|                                     | 1 2 5 6 |

### KẾT BẠN

Trường học X có N sinh viên, trong đó có M cặp là bạn bè của nhau. Bạn của bạn cũng là bạn, tức là nếu A là bạn của B, B là bạn của C thì A và C cũng là bạn bè của nhau.

Các bạn hãy xác định xem số lượng sinh viên nhiều nhất trong một nhóm bạn là bao nhiêu?

#### Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 20$ ). Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N và M ( $N, M \leq 100\,000$ ). M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v ( $u \neq v$ ) cho biết sinh viên u là bạn của sinh viên v.

#### Output:

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

#### Ví dụ:

| Input: | Output |
|--------|--------|
| 2      |        |
| 3 2    |        |
| 1 2    |        |
| 2 3    |        |
| 10 12  |        |
| 1 2    |        |
| 3 1    |        |
| 3 4    | 3      |
| 5 4    | 7      |
| 3 5    |        |
| 4 6    |        |
| 5 2    |        |
| 2 1    |        |
| 7 1    |        |
| 1 2    |        |
| 9 10   |        |
| 8 9    |        |

## **LIÊN THÔNG MẠNH**

Cho đồ thị có hướng có  $N$  đỉnh ( $1 \leq N \leq 10^4$ ) và  $M$  cạnh ( $1 \leq M \leq 10^5$ ). Hãy đếm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị.

Trong một thành phần liên thông mạnh, giữa 2 đỉnh bất kì luôn luôn tồn tại đường đi.

### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bằng hai số nguyên  $N$  và  $M$ .

$M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên  $u$  và  $v$ , mô tả cạnh một chiều từ  $u$  đến  $v$ .

### **Output:**

Với mỗi test, in ra số lượng thành phần liên thông mạnh tìm được.

### **Test ví dụ:**

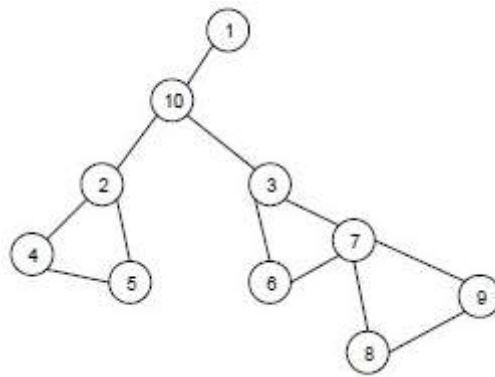
| <b>Input:</b>                   | <b>Output</b> |
|---------------------------------|---------------|
| 3 2<br>1 2<br>2 3               | 3             |
| 4 4<br>1 2<br>2 3<br>3 4<br>4 1 | 1             |



### **ĐỈNH TRỤ VÀ CẠNH CẦU**

Cho đồ thị vô hướng có  $N$  đỉnh ( $1 \leq N \leq 10^4$ ) và  $M$  cạnh ( $1 \leq M \leq 10^5$ ). Một đỉnh được gọi là đỉnh trụ nếu như xóa đỉnh đó đi sẽ làm tăng số lượng thành phần liên thông của đồ thị. Một cạnh được gọi là cạnh cầu nếu như xóa cạnh đó đi sẽ làm tăng số lượng thành phần liên thông của đồ thị.

Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm số lượng đỉnh trụ và cạnh cầu của đồ thị đã cho.



#### **Input:**

Dòng đầu tiên hai số nguyên  $N$  và  $M$ .

$M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số nguyên  $u, v$  cho biết có cạnh nối giữa đỉnh  $u$  và  $v$ .

#### **Output:**

In ra 2 số nguyên là số lượng đỉnh trụ và cạnh cầu của đồ thị

**Ví dụ:**

| <b>Input:</b> | <b>Output</b> |
|---------------|---------------|
| 10 12         | 4 3           |
| 1 10          |               |
| 10 2          |               |
| 10 3          |               |
| 2 4           |               |
| 4 5           |               |
| 5 2           |               |
| 3 6           |               |
| 6 7           |               |
| 7 3           |               |
| 7 8           |               |
| 8 9           |               |
| 9 7           |               |

### **KHÔNG LIÊN THÔNG VỚI ĐỈNH 1**

Cho đồ thị vô hướng G có N đỉnh, M cạnh.

Hãy liệt kê các đỉnh không cùng thành phần liên thông với đỉnh 1.

#### **Input**

Dòng đầu ghi 2 số N và M ( $0 < N < 300$ ;  $1 \leq M \leq N*(N-1)/2$ ).

Tiếp theo là M dòng, mỗi dòng ghi một cạnh của đồ thị. Các cạnh được liệt kê với thứ tự bất kỳ.

#### **Output**

Ghi ra các đỉnh không liên thông với đỉnh 1 theo thứ tự tăng dần, mỗi dòng ghi một đỉnh. Nếu không có đỉnh nào thì ghi ra số 0.

#### **Ví dụ**

| Input | Output |
|-------|--------|
| 6 4   | 4      |
| 1 3   | 5      |
| 2 3   | 6      |
| 1 2   |        |
| 4 5   |        |

**FLOYD**

Cho đơn đồ thị vô hướng liên thông  $G = (V, E)$  gồm  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh, các đỉnh được đánh số từ 1 tới  $N$  và các cạnh được đánh số từ 1 tới  $M$ .

Có  $Q$  truy vấn, mỗi truy vấn yêu cầu bạn tìm đường đi ngắn nhất giữa đỉnh  $X[i]$  tới  $Y[i]$ .

**Input:**

- Dòng đầu tiên hai số nguyên  $N$  và  $M$  ( $1 \leq N \leq 100$ ,  $1 \leq M \leq N*(N-1)/2$ ).
- $M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 3 số nguyên  $u, v, c$  cho biết có cạnh nối giữa đỉnh  $u$  và  $v$  có độ dài bằng  $c$  ( $1 \leq c \leq 1000$ ).
- Tiếp theo là số lượng truy vấn  $Q$  ( $1 \leq Q \leq 100\,000$ ).
- $Q$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên  $X[i], Y[i]$ .

**Output:**

- Với mỗi truy vấn, in ra đáp án là độ dài đường đi ngắn nhất tìm được.

**Ví dụ:**

| Input: | Output |
|--------|--------|
| 5 6    | 8      |
| 1 2 6  | 10     |
| 1 3 7  | 3      |
| 2 4 8  |        |
| 3 4 9  |        |
| 3 5 1  |        |
| 4 5 2  |        |
| 3      |        |
| 1 5    |        |
| 2 5    |        |
| 4 3    |        |

## DIJKSTRA

Cho đồ thị có trọng số không âm  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh trọng số. Hãy viết chương trình tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh  $u \in V$  đến tất cả các đỉnh còn lại trên đồ thị.

### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai ba số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và  $u \in V$  là đỉnh bắt đầu;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ ba  $u \in V, v \in V, w$  tương ứng với một cạnh cùng với trọng số cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

### Output:

- Đưa ra kết quả của mỗi test theo từng dòng. Kết quả mỗi test là trọng số đường đi ngắn nhất từ đỉnh  $u$  đến các đỉnh còn lại của đồ thị theo thứ tự tăng dần các đỉnh.

**Ví dụ:**

| <b>Input:</b> | <b>Output:</b>          |
|---------------|-------------------------|
| 1             | 0 4 12 19 26 16 18 8 14 |
| 9 12 1        |                         |
| 1 2 4         |                         |
| 1 8 8         |                         |
| 2 3 8         |                         |
| 2 8 11        |                         |
| 3 4 7         |                         |
| 3 6 4         |                         |
| 3 9 2         |                         |
| 4 5 9         |                         |
| 4 6 14        |                         |
| 5 6 10        |                         |
| 6 7 2         |                         |
| 6 9 6         |                         |

### **ĐẾM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT**

Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G = (V, E)$  gồm  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh, các đỉnh được đánh số từ 1 tới  $N$  và các cạnh được đánh số từ 1 tới  $M$ .

Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm đường đi ngắn nhất từ 1 tới  $N$  và đếm xem có bao nhiêu tuyến đường có độ dài ngắn nhất như vậy?

#### **Input:**

- Dòng đầu tiên hai số nguyên  $N$  và  $M$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ,  $1 \leq M \leq \max(N*(N-1)/2, 10^6)$ ).
- $M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 3 số nguyên  $u, v, c$  cho biết có cạnh nối giữa đỉnh  $u$  và  $v$  có độ dài bằng  $c$  ( $1 \leq c \leq 10^6$ ).

#### **Output:**

Với mỗi test, in ra 2 số nguyên là độ dài đường đi ngắn nhất và số lượng đường đi ngắn nhất. Input đảm bảo số lượng đường đi ngắn nhất không vượt quá  $10^{18}$ .

#### **Ví dụ:**

| Input   | Output |
|---|--------|
| 5 6<br>1 2 6<br>1 3 7<br>2 4 2<br>3 4 9<br>3 5 3<br>4 5 2 | 10 2   |