

## MỤC LỤC

|   |    |
|---|----|
| 1. PHÁT LỘC.....                            | 3  |
| 2. TỔ HỢP “NGƯỢC” .....                     | 4  |
| 3. DẪY CON TĂNG DẦN.....                    | 5  |
| 4. SỐ THỨ TỰ HOÁN VỊ.....                   | 6  |
| 5. ĐÚNG ĐẦU.....                            | 7  |
| 6. ĐÚNG CUỐI.....                           | 8  |
| 7. TĂNG - GIẢM .....                        | 9  |
| 8. TỔNG LỚN NHẤT CỦA DẪY CON LIÊN TỤC.....  | 11 |
| 9. ĐẾM KÝ TỰ B.....                         | 13 |
| 10. XÂU CON KHÔNG GIẢM.....                 | 14 |
| 11. BÀI TOÁN TÌM KIẾM .....                 | 15 |
| 12. TỔNG GIÁ TRỊ LỚN NHẤT .....             | 16 |
| 13. KIỂM TRA CÁC CẶP DẤU NGOẶC .....        | 17 |
| 14. ĐÁNH SỐ THỨ TỰ CẶP DẤU NGOẶC .....      | 18 |
| 15. SỐ LƯỢNG DẤU NGOẶC VUÔNG LỚN NHẤT ..... | 19 |
| 16. HẬU TỐ .....                            | 20 |
| 17. CHỮ SỐ NGUYÊN TỐ .....                  | 22 |
| 18. SỐ MAY MẮN TIẾP THEO.....               | 24 |
| 19. SỐ BƯỚC DI CHUYỂN ÍT NHẤT .....         | 25 |
| 20. DI CHUYỂN TRÊN MA TRẬN NHỊ PHÂN .....   | 27 |
| 21. KHÔNG CÙNG THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG .....  | 28 |

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>22.</b> | <b>ĐƯỜNG ĐI THEO BFS .....</b>                | <b>29</b> |
| <b>23.</b> | <b>ĐỈNH TRỤ VÀ CẠNH CẦU .....</b>             | <b>30</b> |
| <b>24.</b> | <b>CHIA CẮT ĐỒ THỊ.....</b>                   | <b>32</b> |
| <b>25.</b> | <b>ĐI HỌC.....</b>                            | <b>34</b> |
| <b>26.</b> | <b>DI CHUYỂN TRÊN ĐỒ THỊ CÓ TRỌNG SỐ.....</b> | <b>37</b> |
| <b>27.</b> | <b>ĐẾM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT.....</b>            | <b>39</b> |
| <b>28.</b> | <b>TỔ TIỀN CHUNG GẦN NHẤT .....</b>           | <b>40</b> |
| <b>29.</b> | <b>CÂY NHỊ PHÂN GẦN CÂN BẰNG .....</b>        | <b>41</b> |
| <b>30.</b> | <b>DUYỆT SAU CÂY TÌM KIẾM CÂN BẰNG.....</b>   | <b>43</b> |

## 1. PHÁT LỘC

Một chuỗi ký tự số chỉ bao gồm các chữ số 6 và 8 sẽ được gọi là “phát lộc” nếu thỏa mãn các điều kiện sau:

- Độ dài chuỗi ít nhất là 6
- Chữ số đầu tiên là chữ số 8, chữ số cuối cùng là chữ số 6
- Không có 2 chữ số 8 nào ở cạnh nhau
- Không có nhiều hơn 3 chữ số 6 ở cạnh nhau.

Viết chương trình liệt kê các chuỗi ký tự phát lộc độ dài N theo thứ tự tăng dần.

### Input

Chỉ có 1 dòng ghi số N ( $5 < N < 16$ ).

### Output

Ghi ra các chuỗi ký tự phát lộc độ dài N, mỗi chuỗi trên một dòng.

### Ví dụ

| Input | Output                               |
|-------|--------------------------------------|
| 6     | 866686<br>866866<br>868666<br>868686 |

## 2. TỔ HỢP “NGƯỢC”

Hãy liệt kê tất cả các tổ hợp chập K của N số nguyên dương đầu tiên theo thứ tự ngược (tức là thứ tự giảm dần).

### Input

- Dòng đầu ghi số bộ test T ( $T < 10$ )
- Mỗi bộ test viết trên một dòng 2 số N và K ( $1 < K < N < 20$ )

### Output

Với mỗi bộ test, ghi lần lượt các tổ hợp theo thứ tự ngược. Mỗi tổ hợp trên một dòng.

### Ví dụ

| Input | Output |
|-------|--------|
| 1     | 3 4 5  |
| 5 3   | 2 4 5  |
|       | 2 3 5  |
|       | 2 3 4  |
|       | 1 4 5  |
|       | 1 3 5  |
|       | 1 3 4  |
|       | 1 2 5  |
|       | 1 2 4  |
|       | 1 2 3  |

### 3. DÃY CON TĂNG DẦN

Cho dãy số  $a[]$  có  $n$  phần tử là các số nguyên dương khác nhau từng đôi một. Hãy liệt kê tất cả các dãy con có từ 2 phần tử trở lên của dãy  $a[]$  thỏa mãn tính chất tăng dần.

Dãy con tạo được bằng cách lấy ra các phần tử trong dãy  $a[]$  nhưng vẫn giữ nguyên thứ tự ban đầu.

Coi mỗi dãy con như một xâu ký tự với các phần tử cách nhau một khoảng trống, hãy liệt kê theo thứ tự từ điển.

#### Input

- Dòng đầu ghi số  $n$  (không quá 20)
- Dòng thứ 2 ghi  $n$  số của dãy  $a[]$ . Các số khác nhau từng đôi một và có giá trị không quá 100.

#### Output

Ghi ra lần lượt các dãy con tăng dần theo thứ tự từ điển.

#### Ví dụ

| Input    | Output |
|----------|--------|
| 4        | 3 11   |
| 6 3 7 11 | 3 7    |
|          | 3 7 11 |
|          | 6 11   |
|          | 6 7    |
|          | 6 7 11 |
|          | 7 11   |

## 4. SỐ THỨ TỰ HOÁN VỊ

Cho một hoán vị của  $N$  số nguyên dương đầu tiên.

Hãy xác định xem đó là hoán vị thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự tăng dần (tính từ 1).

### Input

Dòng đầu ghi số  $T$  là số bộ test ( $T < 10$ )

Mỗi bộ test gồm 2 dòng

- Dòng đầu ghi số nguyên dương  $N$  ( $3 < N < 10$ )
- Dòng tiếp theo ghi một hoán vị của các số nguyên dương từ 1 đến  $N$ .

### Output

Với mỗi bộ test, ghi ra trên một dòng số thứ tự của hoán vị (tính từ 1, theo thứ tự liệt kê tăng dần).

### Ví dụ

| Input   | Output |
|---------|--------|
| 2       | 6      |
| 4       | 1      |
| 1 4 3 2 |        |
| 4       |        |
| 1 2 3 4 |        |

## 5. ĐỨNG ĐẦU

Có N người xếp hàng với N cái tên phân biệt. Người ta muốn ưu tiên một người duy nhất và người đó sẽ luôn luôn ở đầu hàng. Hãy liệt kê tất cả các cách xếp hàng thoả mãn theo thứ tự từ điển.

### Input

Dòng đầu ghi số N ( $1 < N < 10$ ) là số người xếp hàng

Dòng 2 ghi N cái tên khác nhau từng đôi một, mỗi cái tên là một dãy ký tự độ dài không quá 30 và không có khoảng trống.

Dòng 3 ghi tên người luôn đứng đầu hàng. Dữ liệu đảm bảo tên của người đứng đầu luôn có trong danh sách ở dòng 2.

### Output

Ghi ra danh sách tất cả các cách xếp hàng theo thứ tự từ điển tăng dần.

### Ví dụ

| Input            | Output           |
|------------------|------------------|
| 4                | NAM BAC DONG TAY |
| DONG TAY NAM BAC | NAM BAC TAY DONG |
| NAM              | NAM DONG BAC TAY |
|                  | NAM DONG TAY BAC |
|                  | NAM TAY BAC DONG |
|                  | NAM TAY DONG BAC |

## 6. ĐỨNG CUỐI

Có N người xếp hàng với N cái tên phân biệt. Người ta muốn xếp một người duy nhất luôn đứng ở cuối hàng. Hãy liệt kê tất cả các cách xếp hàng thoả mãn theo thứ tự từ điển.

### Input

Dòng đầu ghi số N ( $1 < N < 10$ ) là số người xếp hàng

Dòng 2 ghi N cái tên khác nhau từng đôi một, mỗi cái tên là một dãy ký tự độ dài không quá 30 và không có khoảng trống.

Dòng 3 ghi tên người luôn đứng cuối hàng. Dữ liệu đảm bảo tên của người đứng cuối luôn có trong danh sách ở dòng 2.

### Output

Ghi ra danh sách tất cả các cách xếp hàng theo thứ tự từ điển tăng dần.

### Ví dụ

| Input            | Output           |
|------------------|------------------|
| 4                | BAC DONG TAY NAM |
| DONG TAY NAM BAC | BAC TAY DONG NAM |
| NAM              | DONG BAC TAY NAM |
|                  | DONG TAY BAC NAM |
|                  | TAY BAC DONG NAM |
|                  | TAY DONG BAC NAM |



## 7. TĂNG - GIẢM

Cho hai dãy số thực  $A[]$  và  $B[]$  đều có  $N$  phần tử, các giá trị là số thực và không quá 100.

Hãy tính độ dài dài nhất của dãy các vị trí (không cần liên tiếp) thỏa mãn cả hai điều kiện:

- Nếu xét các vị trí đó trên dãy  $A[]$  thì dãy con thu được thỏa mãn tính chất tăng dần (giá trị bằng nhau không được tính vào dãy tăng).
- Nếu xét các vị trí đó trên dãy  $B[]$  thì dãy con thu được thỏa mãn tính chất giảm dần (giá trị bằng nhau không được tính vào dãy giảm).

### Input

Dòng đầu ghi số bộ test (không quá 100).

Mỗi bộ test bắt đầu bởi số  $N$  (không quá 500).

Tiếp theo là  $N$  dòng, mỗi dòng ghi 2 giá trị  $A[i]$  và  $B[i]$

### Output

Với mỗi test, ghi ra độ dài tính được trên một dòng.

### Ví dụ

| Input    | Output |
|----------|--------|
| 3        | 2      |
| 2        | 1      |
| 1.0 1.0  | 4      |
| 1.5 0.0  |        |
| 3        |        |
| 1.0 1.0  |        |
| 1.0 1.0  |        |
| 1.0 1.0  |        |
| 6        |        |
| 1.5 9.0  |        |
| 2.0 2.0  |        |
| 2.5 6.0  |        |
| 3.0 5.0  |        |
| 4.0 2.0  |        |
| 10.0 5.5 |        |

## 8. TỔNG LỚN NHẤT CỦA DÃY CON LIÊN TỤC

Cho mảng  $A[]$  gồm  $N$  phần tử. Nhiệm vụ của bạn là tìm tổng của tất cả các phần tử lớn nhất của mỗi dãy con liên tục. Ví dụ với mảng  $A[] = \{1, 3, 1, 7\}$  ta có kết quả là 42 bằng cách thực hiện như sau:

- Phần tử lớn nhất của dãy con  $\{1\}$ : 1
- Phần tử lớn nhất của dãy con  $\{1, 3\}$ : 3
- Phần tử lớn nhất của dãy con  $\{1, 3, 1\}$ : 3
- Phần tử lớn nhất của dãy con  $\{1, 3, 1, 7\}$ : 7
- Phần tử lớn nhất của dãy con  $\{3\}$ : 3
- Phần tử lớn nhất của dãy con  $\{3, 1\}$ : 3
- Phần tử lớn nhất của dãy con  $\{3, 1, 7\}$ : 7
- Phần tử lớn nhất của dãy con  $\{1\}$ : 1
- Phần tử lớn nhất của dãy con  $\{1, 7\}$ : 7
- Phần tử lớn nhất của dãy con  $\{7\}$ : 7

Kết quả:  $1+3+3+7+3+3+7+1+7+7=42$

### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test  $T$ .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào số phần tử của mảng  $N$ ; phần thứ hai đưa vào  $N$  phần tử của mảng  $A[]$ ; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- $T, N, A[i]$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq N \leq 10^6$ ;  $1 \leq A[i] \leq 1000$ .

### Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

### Ví dụ:

| Input             | Output |
|-------------------|--------|
| 1<br>4<br>1 3 1 7 | 42     |

## 9. ĐẾM KÝ TỰ B

Xét dãy xâu ký tự được tạo bởi quy tắc sau:

- $F[0] = \text{"A"}$
- $F[1] = \text{"B"}$
- ...
- $F[n] = F[n-1] + F[n-2]$  với  $n > 1$

Với dấu + ở đây là phép nối 2 xâu với nhau.

Cho hai số nguyên dương  $n$  và  $k$ . Hãy đếm số lượng ký tự 'B' trong  $k$  vị trí đầu tiên của xâu  $F[n]$ .

### Input

Dòng đầu tiên ghi số bộ test (không quá 30)

Mỗi bộ test viết trên một dòng 2 số  $n$  và  $k$  ( $0 \leq n \leq 45$ ;  $k$  không vượt quá độ dài xâu  $F[n]$ )

### Output

Ghi ra kết quả mỗi bộ test trên một dòng.

### Ví dụ

| Input | Output |
|-------|--------|
| 4     | 0      |
| 0 1   | 1      |
| 1 1   | 1      |
| 3 2   | 4      |
| 7 7   |        |

## 10. XÂU CON KHÔNG GIẢM

Cho một xâu ký tự  $S$  chỉ bao gồm các chữ cái in hoa. Xâu con được định nghĩa là một tập con khác rỗng các ký tự lấy từ xâu  $S$  giữ nguyên thứ tự ban đầu.

Xâu con không giảm  $C$  của  $S$  là xâu con của  $S$  thỏa mãn với mọi cặp vị trí  $i < j$  trong xâu thì  $C[i] \leq C[j]$ .

Hãy tính độ dài của xâu con không giảm dài nhất trong xâu  $S$ .

### Input

Chỉ có một dòng ghi xâu  $S$ . Độ dài không quá 200.

### Output

Ghi ra kết quả tính được trên một dòng

### Ví dụ

| Input   | Output |
|---------|--------|
| VIETNAM | 2      |
| ABCC    | 4      |

## 11. BÀI TOÁN TÌM KIẾM

Cho dãy số nguyên không âm  $A[]$ , vị trí  $S$  và số nguyên  $K$ . Tìm vị trí  $T$  nhỏ nhất sao cho:  
 $A[T] + A[T+1] + \dots + A[S] \leq K$ .

### Input:

Dòng đầu tiên là số nguyên bộ test  $T$  ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi 3 số nguyên  $N, S$  và  $K$  ( $N \leq 10^5, S \leq N, K \leq 10^9$ ).

Dòng tiếp theo gồm  $N$  số nguyên  $A[i]$  ( $0 \leq A[i] \leq 10\,000$ ).

### Output:

Với mỗi test, in ra chỉ số  $T$  nhỏ nhất tìm được. Nếu không có đáp án, in ra -1.

### Ví dụ:

| Input       | Output |
|-------------|--------|
| 2           | 1      |
| 5 4 4       | 3      |
| 3 0 0 0 2   |        |
| 6 5 5       |        |
| 0 1 2 3 0 5 |        |

## 12. TỔNG GIÁ TRỊ LỚN NHẤT

Một tên trộm đột nhập vào một cửa hiệu tìm thấy  $n$  món hàng có trọng lượng và giá trị khác nhau, nhưng hắn chỉ mang theo một cái túi có sức chứa về trọng lượng tối đa là  $M$ . Vậy tên trộm nên bỏ vào túi những món nào để đạt giá trị cao nhất trong khả năng mà hắn có thể mang đi được.

### Input

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $n$  và  $M$  ( $1 \leq n, M \leq 5000$ ).
- $n$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương  $x$  và  $y$  mô tả một đồ vật có trọng lượng  $x$  và giá trị  $y$  ( $1 \leq x \leq M, 1 \leq y \leq 10000$ ).

### Output

- In ra tổng giá trị lớn nhất đạt được.

### Ví dụ

| Input  | Output |
|--|--------|
| 10 50<br>33 6<br>19 3<br>12 8<br>22 7<br>18 3<br>34 10<br>14 10<br>21 9<br>26 10<br>40 4 | 27     |



### 13. KIỂM TRA CÁC CẶP DẤU NGOẶC

Cho biểu thức được tạo bởi các cặp “(, )”, “[, ]”, “{, }”.

Hãy cho biết các cặp “(, )”, “[, ]”, “{, }” viết đúng hay không đúng trong biểu thức

**Ví dụ:**

- $\text{exp} = "[()]\{\{[()]0\}"$  là biểu thức đúng (true)
- $\text{exp} = "[()]"$  là sai (false).

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test  $T$ ;
- Những dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào một bộ test. Mỗi bộ test là một biểu thức  $\text{exp}$ .

**Output:** Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

**Ràng buộc:**  $T, \text{exp}$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $2 \leq \text{length}(\text{exp}) \leq 10^6$ .

**Ví dụ:**

| Input                           | Output |
|---------------------------------|--------|
| 2                               | true   |
| [ ( ) ] { } { [ ( ) ( ) ] ( ) } | false  |
| [ ( ] )                         |        |

## 14. ĐÁNH SỐ THỨ TỰ CẶP DẤU NGOẶC

Cho một biểu thức đúng, tức là các dấu ngoặc đơn đều đầy đủ mở và đóng, đảm bảo đúng thứ tự. Hãy viết chương trình đánh số các cặp dấu ngoặc theo thứ tự xuất hiện, tính từ 1.

Ví dụ với biểu thức

$$(a + (b * c) ) + (d/e)$$

ta có thứ tự của các cặp '(', ')' là

1 2 2 1 3 3

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T (không quá 100).
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một biểu thức số học được đưa vào trên một dòng, độ dài không quá  $10^6$ .

**Output:**

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

**Ví dụ:**

| Input                 | Output              |
|-----------------------|---------------------|
| 2                     |                     |
| (a + (b *c) ) + (d/e) | 1 2 2 1 3 3         |
| (( )) ( ))            | 1 2 3 3 2 4 5 5 4 1 |

## 15. SỐ LƯỢNG DẤU NGOẶC VUÔNG LỚN NHẤT

Cho một chuỗi chỉ gồm các ký tự '(', ')', '[', ']'. Một dãy ngoặc đúng được định nghĩa như sau:

- Chuỗi rỗng là 1 dãy ngoặc đúng.
- Nếu A là 1 dãy ngoặc đúng thì (A), [A] là 1 dãy ngoặc đúng.
- Nếu A và B là 2 dãy ngoặc đúng thì AB là 1 dãy ngoặc đúng.

Cho một chuỗi S. Nhiệm vụ của bạn là xác định chuỗi con X của S (gồm các ký tự liên tiếp) sao cho X là một dãy ngoặc đúng và có số lượng dấu "[" lớn nhất có thể.

### Input

Input gồm một chuỗi S duy nhất.

*Độ dài chuỗi S không vượt quá 1000.*

**Output:** In ra số lượng dấu "[" lớn nhất trong chuỗi con X tìm được.

**Ví dụ:**

| Input       | Output |
|-------------|--------|
| [ ( ) ]     | 1      |
| [ ( ] )     | 0      |
| [ [ ] ) ( ] | 1      |
| [ [ ] ( ) ] | 2      |

## 16. HẬU TỔ

Biểu thức dưới dạng hậu tố là phép biểu diễn biểu thức trong đó phép toán được đặt sau hai toán hạng. Ví dụ  $AB+CD-*$  (tương ứng với biểu thức trung tố  $(A+B)*(C-D)$ ).

Hãy viết chương trình tính toán giá trị của biểu thức hậu tố.

### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên  $N$  ( $N \leq 1000$ ), là số lượng toán tử và toán hạng.

Dòng tiếp theo là biểu thức hậu tố với  $N$  toán tử và toán hạng. Các toán hạng và toán tử cách nhau bởi một dấu cách.

Các toán hạng có thể có nhiều chữ số, có thể là số âm. Phép chia thực hiện trên số nguyên. Input đảm bảo kết quả phép toán có giá trị tuyệt đối không vượt quá  $10^{18}$ .

### **Output:**

Với mỗi test, in ra giá trị biểu thức tìm được.

### **Ví dụ:**

| Input:              | Output |
|---------------------|--------|
| 3                   | -4     |
| 7                   | 34     |
| $2^3 \cdot 1 + 9 -$ | -14    |
| 7                   |        |
| $8^7 \cdot 5 + 9 -$ |        |
| 3                   |        |
| $-10 - 4 +$         |        |

## 17. CHỮ SỐ NGUYÊN TỐ

Chúng ta đều biết chỉ có 4 chữ số nguyên tố là 2, 3, 5, 7. Hãy liệt kê tất cả các số có ít nhất 4 chữ số nhưng không quá N chữ số và thỏa mãn tất cả các điều kiện sau:

- Chỉ có các chữ số 2, 3, 5, 7
- Có đầy đủ 4 chữ số 2, 3, 5, 7
- Không phải là số chẵn.

### Input

Chỉ có 1 dòng ghi số N ( $3 < N < 10$ )

### Output

Ghi ra lần lượt các số thỏa mãn theo thứ tự tăng dần, mỗi số trên một dòng

### Ví dụ

| Input | Output   |
|-------|--|
| 4     | 2357<br>2375<br>2537<br>2573<br>2735<br>2753<br>3257<br>3275<br>3527<br>3725<br>5237<br>5273<br>5327<br>5723<br>7235<br>7253<br>7325<br>7523 |

## 18. SỐ MAY MẮN TIẾP THEO

Trong bài tập môn CTDL và GT, số may mắn được hiểu là số chỉ có hai chữ số 4 và 7. Với mỗi số nguyên dương  $N$  thì số may mắn tiếp theo của  $N$  được định nghĩa là số may mắn nhỏ nhất lớn hơn hoặc bằng  $N$ .

Cho hai số nguyên dương  $a$  và  $b$  (với  $a \leq b$ ). Hãy tính tổng các số may mắn tiếp theo của tất cả các số trong đoạn  $[a, b]$

### Input

Chỉ có một dòng ghi hai số  $a, b$  ( $1 \leq a \leq b \leq 10^9$ ).

### Output

Ghi ra giá trị kết quả tính được.

### Ví dụ

| Input | Output |
|-------|--------|
| 2 7   | 33     |
| 7 7   | 7      |



## 19. SỐ BƯỚC DI CHUYỂN ÍT NHẤT

Cho ma trận A kích thước  $N \times M$ .

Hãy tìm **số bước đi ít nhất** để di chuyển từ vị trí  $A[1][1]$  đến vị trí  $A[N][M]$ .

Biết rằng mỗi bước từ vị trí  $(i, j)$  ta có thể di chuyển theo một trong ba hướng:

- Hướng xuống dưới với số ô di chuyển là hiệu hai giá trị  $A[i][j]$  và  $A[i+1][j]$
- Hướng sang phải với số ô di chuyển là hiệu hai giá trị  $A[i][j]$  và  $A[i][j+1]$
- Hướng chéo xuống với số ô di chuyển là hiệu của hai giá trị  $A[i][j]$  và  $A[i+1][j+1]$

### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất là hai số N, M; phần thứ hai là các phần tử của ma trận  $A[i][j]$ ; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, M,  $A[i][j]$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq N, M, A[i][j] \leq 10^3$ .

### Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.
- Nếu không tìm được đường đi ghi ra -1

### Ví dụ:

| Input | Output |
|-------|--------|
| 1     | 3      |
| 3 3   |        |
| 2 1 2 |        |
| 1 2 4 |        |
| 1 3 2 |        |

## 20. DI CHUYỂN TRÊN MA TRẬN NHỊ PHÂN

Cho ma trận vuông chỉ có các số nhị phân kích thước  $N \times N$ . Giả sử mỗi bước chỉ được phép đi sang phải hoặc xuống dưới. Hãy tìm cách di chuyển từ góc trên bên trái xuống góc dưới bên phải sao cho giá trị nhị phân tạo bởi các vị trí đi qua là lớn nhất.

### Input

Dòng đầu ghi số  $N$  (không quá 100).

$N$  dòng tiếp theo ghi ra ma trận nhị phân

### Output

Hãy ghi ra **giá trị trong cơ số 16** của số nhị phân lớn nhất tìm được.

### Ví dụ

| Input  | Output |
|--|--------|
| 5<br>1 0 1 1 0<br>0 0 1 0 1<br>0 0 1 0 1<br>1 0 0 1 1<br>1 1 0 1 0 | 176    |

## 21. KHÔNG CÙNG THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG

Cho đồ thị vô hướng  $G$  có  $N$  đỉnh,  $M$  cạnh.

Hãy liệt kê các đỉnh không cùng thành phần liên thông với một đỉnh cho trước.

### Input

Dòng đầu ghi 3 số  $N$ ,  $M$  và  $X$  ( $0 < N < 300$ ;  $1 \leq M \leq N*(N-1)/2$ ,  $0 < X < N$ ).

Tiếp theo là  $M$  dòng, mỗi dòng ghi một cạnh của đồ thị. Các cạnh được liệt kê với thứ tự bất kỳ.

### Output

Ghi ra các đỉnh không liên thông với đỉnh  $X$  theo thứ tự tăng dần, mỗi dòng ghi một đỉnh. Nếu không có đỉnh nào thì ghi ra số 0.

### Ví dụ

| Input | Output |
|-------|--------|
| 6 4 2 |        |
| 1 3   | 4      |
| 2 3   | 5      |
| 1 2   | 6      |
| 4 5   |        |

## 22. ĐƯỜNG ĐI THEO BFS

Cho đồ thị vô hướng  $G$  = được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh  $s$  đến tất cả các đỉnh còn lại bằng thuật toán BFS.

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $N, M, s$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh xuất phát.
- Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u, v$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T, N, M$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq N \leq 10^3$ ;  $1 \leq M \leq N*(N-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra đường đi từ đỉnh  $s$  đến lần lượt từng đỉnh từ 1 đến  $N$  (trừ chính đỉnh  $s$ ).
- Nếu đỉnh nào không có đường đi từ  $s$  thì ghi ra "No path"

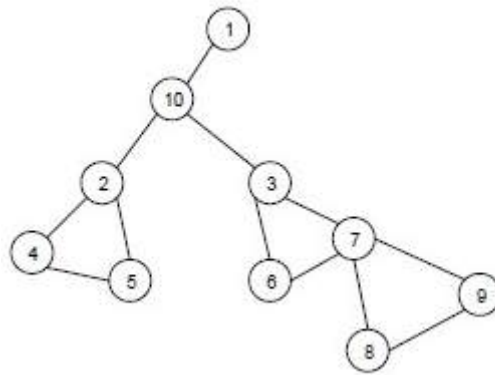
**Ví dụ:**

| Input:                              | Output: |
|-------------------------------------|---------|
| 1                                   | 1 2     |
| 6 9 1                               | 1 3     |
| 1 2 1 3 2 3 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6 | 1 3 4   |
|                                     | 1 2 5   |
|                                     | 1 2 5 6 |

## 23. ĐỈNH TRỤ VÀ CẠNH CẦU

Cho đồ thị vô hướng có  $N$  đỉnh ( $1 \leq N \leq 10^4$ ) và  $M$  cạnh ( $1 \leq M \leq 10^5$ ). Một đỉnh được gọi là đỉnh trụ nếu như xóa đỉnh đó đi sẽ làm tăng số lượng thành phần liên thông của đồ thị. Một cạnh được gọi là cạnh cầu nếu như xóa cạnh đó đi sẽ làm tăng số lượng thành phần liên thông của đồ thị.

Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm số lượng đỉnh trụ và cạnh cầu của đồ thị đã cho.



### Input:

Dòng đầu tiên hai số nguyên  $N$  và  $M$ .

$M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số nguyên  $u, v$  cho biết có cạnh nối giữa đỉnh  $u$  và  $v$ .

### Output:

In ra 2 số nguyên là số lượng đỉnh trụ và cạnh cầu của đồ thị

### Ví dụ:

| Input: | Output |
|--------|--------|
| 10 12  | 4 3    |
| 1 10   |        |
| 10 2   |        |
| 10 3   |        |
| 2 4    |        |
| 4 5    |        |
| 5 2    |        |
| 3 6    |        |
| 6 7    |        |
| 7 3    |        |
| 7 8    |        |
| 8 9    |        |
| 9 7    |        |

## 24. CHIA CẮT ĐỒ THỊ

Cho đồ thị vô hướng  $G$  có  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh. Hãy tìm đỉnh  $u$  sao cho nếu loại bỏ đỉnh  $u$  ra khỏi đồ thị thì đồ thị bị chia cắt thành nhiều thành phần liên thông nhất.

### Input

Dòng đầu ghi số bộ test, mỗi bộ test gồm:

- Dòng đầu ghi số  $N$  là số đỉnh ( $1 < N < 100$ ) và số  $M$  là số cạnh ( $M < N*(N-1)/2$ ).
- $M$  dòng tiếp theo ghi các cạnh của đồ thị.

### Output

Ghi ra thứ tự đỉnh (tính từ 1) thỏa mãn nếu loại bỏ đỉnh đó ra khỏi đồ thị thì sẽ chia cắt ra nhiều thành phần liên thông nhất.

Nếu có nhiều hơn 1 đỉnh thỏa mãn thì in ra thứ tự đỉnh nhỏ nhất.

Nếu không thể chia cắt được đồ thị thì ghi ra 0.

### Ví dụ



| Input | Output |
|-------|--------|
| 2     | 3      |
| 5 5   | 0      |
| 1 2   |        |
| 1 3   |        |
| 2 3   |        |
| 3 4   |        |
| 3 5   |        |
| 5 7   |        |
| 1 2   |        |
| 1 3   |        |
| 2 3   |        |
| 2 5   |        |
| 3 4   |        |
| 3 5   |        |
| 4 5   |        |

## 25. ĐI HỌC

Tí và Tèo là bạn học cùng nhau hồi cấp 1. Lên cấp 2, Tí chuyển nhà nên phải học ở trường của xã bên cạnh. Tuy nhiên, 2 bạn vẫn rất thân với nhau và hay thường đợi nhau cùng đi học, cho dù chỉ đi chung 1 quãng đường hoặc gặp mặt nhau một cái.

Cho biết địa điểm nhà Tí là H1, trường của Tí là S1, nhà của Tèo là H2, trường của Tèo là S2 (4 địa điểm này khác nhau). Có M tuyến đường hai chiều biểu diễn mô hình giao thông tại địa phương của hai bạn.

Biết rằng Tí và Tèo luôn đi theo con đường ngắn nhất để đến trường, và tốc độ của 2 bạn bằng nhau (1 đơn vị độ dài / 1 đơn vị thời gian). Hai bạn xuất phát cùng một lúc và phải di chuyển liên tục, trừ trường hợp đã tới trường học của mình.

Các bạn hãy xác định xem Tí và Tèo có thể gặp nhau tại bao nhiêu địa điểm? Trường hợp Tèo đã đến trường, mà trường học của Tèo lại nằm trên đường đi học của Tí, thì bạn ấy sẽ đứng đợi ở trường cho tới khi gặp được Tí đi học qua (và ngược lại).

### Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi hai số nguyên N, M ( $N, M \leq 500\,000$ ).

Tiếp theo là 4 số nguyên H1, S1, H2, S2.

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 3 số nguyên u, v, c cho biết có cạnh nối giữa u và v, độ dài bằng c ( $u \neq v, c \leq 10^9$ ). Input đảm bảo đồ thị đã liên thông.

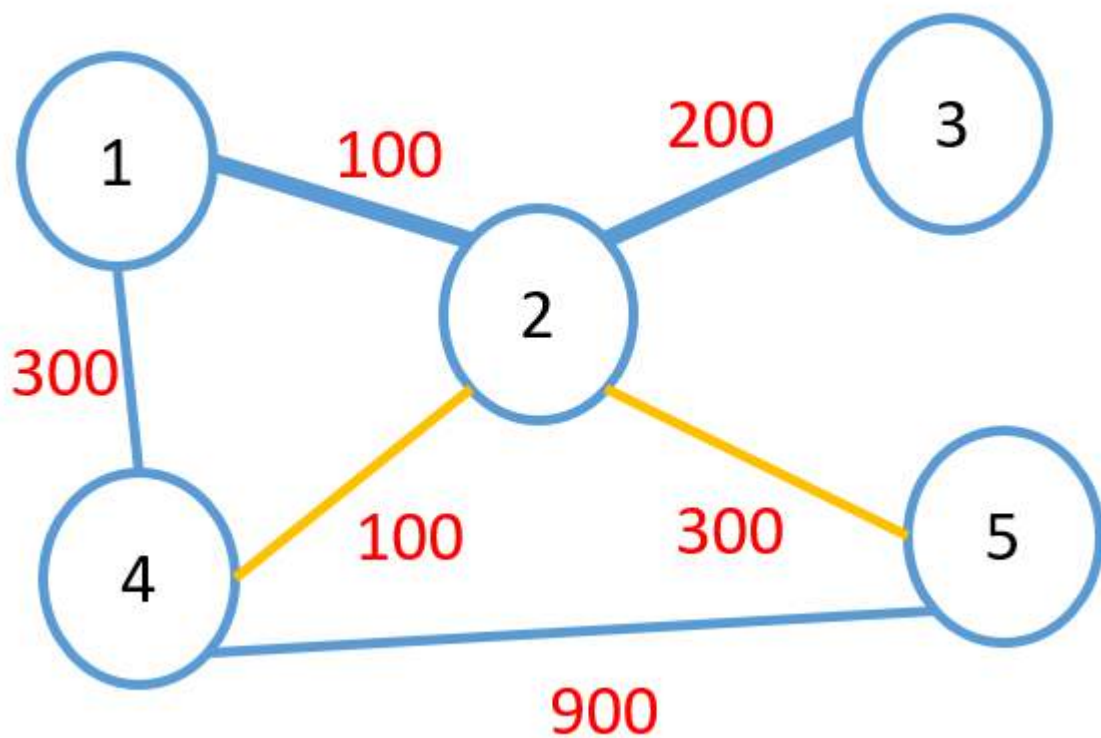
### Output:

Với mỗi test, in ra số lượng địa điểm có thể là nơi hai bạn sẽ gặp nhau trên đường đi học. Nếu đáp số là vô hạn, in ra "infinity".

**Test ví dụ:**

| Input:  | Output   |
|---------|----------|
| 4       | 1        |
| 5 6     | 1        |
| 1 3 4 5 | 0        |
| 1 2 100 | infinity |
| 2 3 200 |          |
| 1 4 300 |          |
| 4 2 100 |          |
| 2 5 300 |          |
| 4 5 900 |          |
| 3 2     |          |
| 1 3 2 3 |          |
| 1 3 100 |          |
| 2 3 200 |          |
| 5 6     |          |
| 1 3 4 5 |          |
| 1 2 100 |          |
| 2 3 200 |          |
| 1 3 200 |          |
| 4 2 100 |          |
| 2 5 300 |          |
| 4 5 400 |          |
| 6 6     |          |
| 1 5 2 6 |          |

|                    |                                |
|--------------------|--------------------------------|
| 1 3 100            |                                |
| 2 3 100            |                                |
| 3 4 200            |                                |
| 4 5 100            |                                |
| 4 6 300            |                                |
| Giải thích test 1: | Điểm chung duy nhất là đỉnh 2. |



Giải thích test 2: Đây là trường hợp đúng đơi tại trường học của bạn thứ nhất.

Giải thích test 4: 2 bạn đi chung trên con đường 3↔4, và có vô số điểm chung nhau.

## 26. DI CHUYỂN TRÊN ĐỒ THỊ CÓ TRỌNG SỐ

Cho đồ thị có trọng số với  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh có hướng. Với mỗi cặp đỉnh  $(S, T)$ , hãy tính giá trị trọng số  $X$ , là trọng số lớn nhất trong số các cạnh phải đi qua để di chuyển từ  $S$  đến  $T$ . Biết rằng quy tắc di chuyển là luôn mong muốn giá trị  $X$  là nhỏ nhất có thể.

### Input

Dòng đầu ghi 3 số  $N$ ,  $M$  và  $Q$

- $N$  là số đỉnh của đồ thị ( $1 \leq N \leq 300$ )
- $M$  là số lượng cạnh có hướng ( $1 \leq M \leq 25000$ )
- $Q$  là số truy vấn

Tiếp theo là  $M$  dòng, mỗi dòng ghi 3 số  $u, v, w$  là một cạnh của đồ thị. Trọng số  $w$  đảm bảo nguyên dương và không quá  $10^6$ .

Tiếp theo là  $Q$  dòng, mỗi dòng ghi một cặp đỉnh  $S$  và  $T$ .

### Output

Với mỗi truy vấn, hãy in ra giá trị trọng số  $X$  tìm được.

Nếu không có đường đi từ  $S$  đến  $T$  thì in ra  $-1$

### Ví dụ

| Input  | Output |
|--------|--------|
| 5 6 3  | 4      |
| 1 2 12 | 8      |
| 3 2 8  | -1     |
| 1 3 5  |        |
| 2 5 3  |        |
| 3 4 4  |        |
| 2 4 8  |        |
| 3 4    |        |
| 1 2    |        |
| 5 1    |        |

## 27. ĐẾM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G = (V, E)$  gồm  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh, các đỉnh được đánh số từ 1 tới  $N$  và các cạnh được đánh số từ 1 tới  $M$ .

Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm đường đi ngắn nhất từ 1 tới  $N$  và đếm xem có bao nhiêu tuyến đường có độ dài ngắn nhất như vậy?

### Input:

- Dòng đầu tiên hai số nguyên  $N$  và  $M$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ,  $1 \leq M \leq \max(N*(N-1)/2, 10^6)$ ).
- $M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 3 số nguyên  $u, v, c$  cho biết có cạnh nối giữa đỉnh  $u$  và  $v$  có độ dài bằng  $c$  ( $1 \leq c \leq 10^6$ ).

### Output:

Với mỗi test, in ra 2 số nguyên là độ dài đường đi ngắn nhất và số lượng đường đi ngắn nhất. Input đảm bảo số lượng đường đi ngắn nhất không vượt quá  $10^{18}$ .

### Ví dụ:

| Input   | Output |
|---|--------|
| 5 6<br>1 2 6<br>1 3 7<br>2 4 2<br>3 4 9<br>3 5 3<br>4 5 2 | 10 2   |

Có 2 tuyến đường ngắn nhất:  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5$  và  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$

## 28. TỔ TIÊN CHUNG GẦN NHẤT

Cho một cây có N đỉnh có gốc tại đỉnh 1. Có Q truy vấn, mỗi truy vấn yêu cầu bạn tìm đỉnh cha chung gần nhất giữa 2 đỉnh u và v.

### Input:

Dòng đầu tiên chứa số nguyên N ( $2 \leq N \leq 100\,000$ ).

N-1 dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 2 số nguyên U và V cho biết có cạnh giữa đỉnh U và V.

Dòng tiếp theo chứa số nguyên M là số lượng truy vấn ( $1 \leq M \leq 100\,000$ ).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên X và Y.

### Output:

Với mỗi truy vấn, in ra đáp án là cha chung gần nhất của X và Y.

### Test ví dụ:

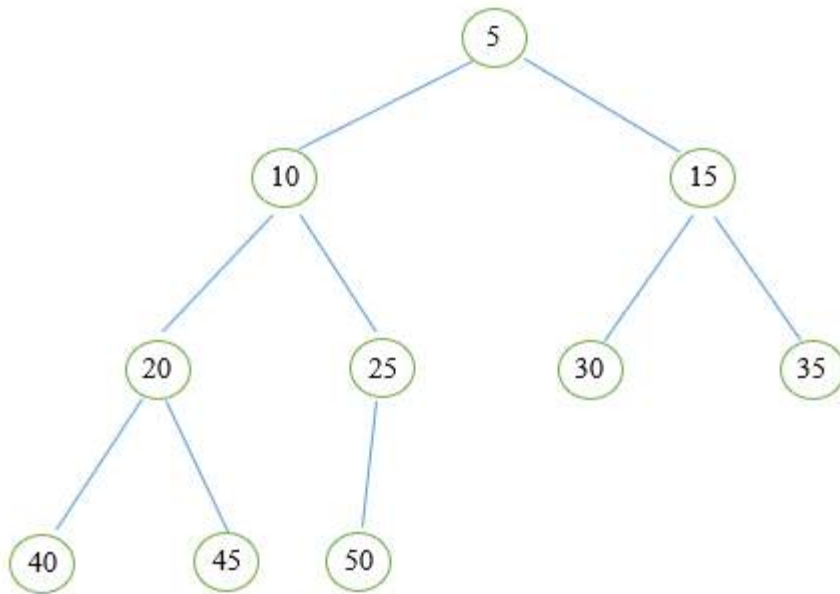
| Input: | Output |
|--------|--------|
| 6      | 4      |
| 1 2    | 2      |
| 1 3    | 1      |
| 2 4    |        |
| 2 5    |        |
| 4 6    |        |
| 3      |        |
| 4 6    |        |
| 5 6    |        |
| 3 6    |        |



## 29. CÂY NHỊ PHÂN GẦN CÂN BẰNG

Cho mảng  $A[]$  có  $N$  phần tử. Lấy phần tử  $A[0]$  làm gốc của cây, xây dựng cây nhị phân gần hoàn chỉnh với các phần tử còn lại  $A[1], A[2], \dots, A[N-1]$ . Nhập lần lượt từng mức của cây, mỗi mức gồm có 1, 2, 4, 8, ... phần tử.

Ví dụ với mảng  $A[] = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$ , ta xây dựng được cây nhị phân như sau:



Hãy in ra kết quả phép duyệt inorder của cây nhị phân gần hoàn chỉnh này.

### Input:

Dòng đầu tiên là số nguyên bộ test  $T$  ( $T \leq 100$ ).

Mỗi test bắt đầu số nguyên  $N$  ( $1 \leq N \leq 10\,000$ ).

Dòng tiếp theo gồm  $N$  số nguyên  $A[i]$  ( $0 \leq A[i] \leq 10\,000$ ).

### Output:

Với mỗi test, in ra kết quả của phép duyệt **inorder** trên một dòng.

### Ví dụ:

| Input                        | Output                       |
|------------------------------|------------------------------|
| 2                            | 40 20 45 10 50 25 5 30 15 35 |
| 10                           | 8 4 9 2 10 5 1 6 3 7         |
| 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 |                              |
| 10                           |                              |
| 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10         |                              |

### 30. DUYỆT SAU CÂY TÌM KIẾM CÂN BẰNG

Hãy xây dựng một cây nhị phân tìm kiếm cân bằng từ dãy số  $A[] = \{a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\}$ . Đưa ra phép duyệt theo thứ tự sau (post-order) của cây tìm kiếm cân bằng. Ví dụ với dãy  $A[] = \{40, 28, 45, 38, 33, 15, 25, 20, 23, 35, 30\}$  ta sẽ có phép duyệt theo thứ tự trước của cây nhị phân tìm kiếm cân bằng với node gốc là 33 : 15, 23, 20, 30, 28, 25, 35, 38, 45, 40, 33.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 100$ ).
- Những dòng kế tiếp đưa vào  $T$  bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng thứ nhất là số tự nhiên  $N$  ( $N \leq 106$ ). Dòng tiếp theo là  $N$  số của mảng  $A[]$ .

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

| Input:                           | Output                           |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 2                                | 20 15 28 25 23 35 33 45 40 38 30 |
| 11                               | 1 4 3 2 7 6 10 9 8 5             |
| 40 28 45 38 33 15 25 20 23 35 30 |                                  |
| 10                               |                                  |
| 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10             |                                  |