Bài tập về nhà

Bài 1: Độ phức tạp thuật toán không đệ quy

EX1:

```
//3
sum = 0;
for(i = 0; i < n; i++)
   for(j = i + 1; j <= n; j++)
       for(k = 1; k < 10; k++)
          sum = sum + i * j * k;
```

Bài làm

T5 = O(1), T4=O(1), T45 = O(1), T3=O(N)

T345= O(1) x O(N) = O(N), T2=O(N)

T2345 =O(N) x O(N)= O(N^2), T1=O(1)

T12345= O(N^2) + O(1) = O(N^2)

```
//5
sum = 0;
thisSum = 0;
for(i = 0; i < n; i++) {
   thisSum += b[i];
   if (thisSum > sum)
      sum = thisSum;
   else
      thisSum = sum;
    }
```

Bài làm

T1 = O(1), T2 = O(1), T4 = O(1), T5 = O(1),T6 = O(1)

T8 = O(1), T45678 = O(1) + O(1) + O(1) + O(1) = O(1)

T3 = O(N), T345678 =O(1) x O(N) = O(N)

T123456789 = O(N) + O(1) + O(1) = O(N)

Bài 3

```
sum = 0;                                  {1 g}
i = 1;                                    {1 g}
while(i<=n) {                             {n+1 ss}
     j = n-i;                             {n g}
     while(j<=i) {
          sum = sum+j;
          j=j+1;
     }
     i=i+1;                               {n g}
}
```

Bài làm

Gọi Ai là số lần lặp của vòng while trong

- ➔ Ai + 1 là số lần kiểm tra điều kiện của vòng while trong
- ➔ Ai là số giá trị j với j chạy từ n – i đến I với bước tăng là 1
- ➔ Ai = i – n + i + 1 = 2i – n + 1

Vậy vòng while trong lặp khi

Ai ≥ 1 ⇔ 2i – n + 1 ≥ 1 ⇔ i ≥ n/2

$$\Leftrightarrow \text{Ai} = \begin{cases} 2\text{i} - \text{n} + 1 & (\text{i} \geq \text{n}/2) \\ 0 \ (\text{i} < \text{n}/2) \end{cases}$$

$$Gán(\text{n}) = 2 + 2n + 2\sum_{\text{i}=1}^{\text{n}} \text{Ai} = 2 + 2n + 2\left(\sum_{\text{i}=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} \text{Ai} + \sum_{\text{i}=\lceil \text{n}/2 \rceil}^{\text{n}} \text{Ai}\right)$$

$$= 2 + 2\text{n} + 2(\sum_{\text{i}=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} 0 + \sum_{\text{i}=\lceil \text{n}/2 \rceil}^{\text{n}} 2\text{i} - \text{n} + 1\,)$$

$$= 2 + 2\text{n} + 2(2\sum_{\text{i}=\lceil \text{n}/2 \rceil}^{\text{n}} \text{i} + \sum_{\text{i}=\lceil \text{n}/2 \rceil}^{\text{n}} (1\text{-n})\,)$$

$$\text{So sánh}(n) = n + 1 + \sum_{i=1}^{n}(Ai + 1) = n + 1 + n + \sum_{i=\lceil n/2 \rceil}^{n}(2i + 1\text{-}n)$$

$$T(n) = \text{Gán}(n) + \textit{So sánh}(n) = 3 + 4n + 3\sum_{i=\lceil n/2 \rceil}^{n}(2i + 1\text{-}n)$$

Bài 4

```
s = 0;                              {1 g}
i =1;                               {1 g}
while(i<=n){                        {n+1 ss}
   j = 1;                           {n g}
   while(j<=i*i) {
     s = s + 1;
     j = j + 1;
   }
   i = i + 1;                       {n g}
}
```

Bài làm

Gọi Ai là số lần lặp của vòng while trong

- ➔ Ai + 1 là số lần kiểm tra điều kiện của vòng while trong
- ➔ Ai là số giá trị j với j chạy từ 1 đến i^2 với bước tăng là 1
- ➔ Ai = $i^2 - 1 + 1 = i^2$

$$\text{Gán (n)} = 2 + 2\text{n} + \sum_{i=1}^{n} 2i^2 = 2 + 2\text{n} + \frac{2}{6}\text{n}(\text{n}+1)(2\text{n}+1)$$

$$= 2 + 2\text{n} + \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{3} = \frac{2n^3}{3} + n^2 + \frac{7n}{3} + 2$$

$$\text{So sánh (n)} = \text{n} + 1 + \sum_{i=1}^{n}(i^2+1) = 1 + \text{n} + \sum_{i=1}^{n} i^2 + \sum_{i=1}^{n} 1 = 1 + \text{n} + \frac{\text{n}(\text{n}+1)(2\text{n}+1)}{6} + n$$

$$= 1 + n + \frac{1}{3}\text{n}^3 + \frac{1}{2}\text{n}^2 + \frac{1}{6}\text{n} + \text{n} = \frac{1}{3}\text{n}^3 + \frac{1}{2}\text{n}^2 + \frac{13}{6}\text{n} + 1$$

$$\text{T (n)} = \text{Gán (n)} + So\ sánh\ (n) = \frac{2n^3}{3} + n^2 + \frac{7n}{3} + 2 + \frac{\text{n}^3}{3} + \frac{\text{n}^2}{2} + \frac{13n}{6} + 1$$

$$= \text{n}^3 + \frac{3\text{n}^2}{2} + \frac{9n}{2} + 3$$

Bài 5

```
sum = 0;                                      {1 g}
i = 1;                                        {1 g}
while (i<=n) {                                {n+1 ss}
     j = n - i*i;                             {n g}
     while (j<=i*i) {
          sum = sum + i*j;
          j=j+1;
     }
     i=i+1;                                   {n g}
}
```

Bài làm

Gọi Ai là số lần lặp của vòng while trong

- ➔ Ai + 1 là số lần kiểm tra điều kiện của vòng while trong
- ➔ Ai là số giá trị j với j chạy từ $n - i^2$ đến i^2 với bước tăng là 1
- ➔ $Ai = i^2 - n + i^2 + 1 = 2i^2 - n + 1$

Vậy vòng while trong lặp khi $j \le i^2$

$n - i^2 \le i^2$

$i \ge \sqrt{n/2}$

$$\Leftrightarrow Ai = \begin{cases} 2i^2 - n + 1 & (i \ge \sqrt{n/2}) \\ 0 & (i < \sqrt{n/2}) \end{cases}$$

$$Gán(n) = 2 + 2n + 2\sum_{i=1}^{n} Ai = 2 + 2n + 2\left(\sum_{i=1}^{\lfloor\sqrt{n/2}\rfloor} Ai + \sum_{i=\lceil\sqrt{n/2}\rceil}^{n} Ai\right)$$

$$= 2 + 2n + 2(\sum_{i=1}^{\lfloor\sqrt{n/2}\rfloor} 0 + \sum_{i=\lceil\sqrt{n/2}\rceil}^{n} 2i^2 - n + 1)$$

$$= 2 + 2n + 2(2\sum_{i=\lceil\sqrt{n/2}\rceil}^{n} i^2 + \sum_{i=\lceil\sqrt{n/2}\rceil}^{n} (1\text{-}n))$$

$$\text{So sánh}(n) = n + 1 + \sum_{i=1}^{n}(Ai + 1) = n + 1 + n + \sum_{i=\lceil \sqrt{n/2}\rceil}^{n}(2i^2 + 1\text{-}n)$$

$$T(n) = \text{Gán}(n) + So\ s\acute{a}nh\ (n) = 3 + 4n + 3\sum_{i=\lceil \sqrt{n/2}\rceil}^{n}(2i^2 + 1\text{-}n)$$